کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۱۵

آزمون اختصاصی ــ دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

کنکور پریمیوم

محتوای آموزشی آمادگی کنکور

پوشش آزمون ها

جهت استفاده از محتوا در کانال تلگرامی ما عضو باشید:

@KONKOORPREMIUM

۱- اگر $f(x)$ تابعی پیوسته و $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-2}{2x^2-3x+1}=\frac{1}{4}$ باشد، مشتق تابع $y=f(\frac{2}{x})-f^2(x^2-3)$ به ازای $x=2$ چه عددی است؟

۱) $-31/5$ ۲) $-32/5$ ۳) $-16/5$ ۴) $-15/5$

۲- اگر $f(x)=x+2\sqrt{x}$ و $g(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$ باشد، مقدار $g'\big(f(6)\big)\times f'(6)$ چه عددی است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) ۶

۳- اگر $g'(x)=\frac{-1}{x}$ و $gof(x)=x+4\sqrt{x}$ باشد، مشتق تابع $y=\frac{f'(x)}{f(x)}$ به ازای $x=4$ چه عددی است؟

۱) $\frac{1}{12}$ ۲) $\frac{1}{8}$ ۳) $-\frac{1}{8}$ ۴) $-\frac{1}{12}$

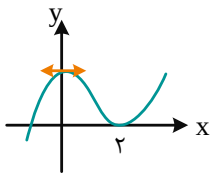
۴- کدام خط بر نمودار تابع $f(x)=x|x^2-x|$ مماس است؟

۱) $y=\frac{2}{3}$ ۲) $y=\frac{4}{27}$ ۳) $y=\frac{2}{27}$ ۴) $y=\frac{2}{9}$

۵- اگر $f(x)=2x+\sqrt{x}$ باشد، آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[1,4]$ با آهنگ تغییر لحظه‌ای f^{-1} در $x=3$ چقدر اختلاف دارد؟

۱) $\frac{3}{4}$ ۲) $\frac{27}{20}$ ۳) $\frac{29}{15}$ ۴) $\frac{17}{25}$

۶- نمودار تابع $f(x)=(x-b)\times(x-a)^2$ به شکل مقابل است. مجموع مختصات نقطه عطف تابع کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

۷- هرگاه بیشترین مقدار تابع $f(x)=x+a\sqrt{2a-x}$ برابر ۱۲ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

۸- تابع $f(x)=(x+2a)^2(x-a)$ فقط در بازهٔ $(-4,0)$ نزولی اکید است. مقدار a کدام است؟

۱) -2 ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) -4

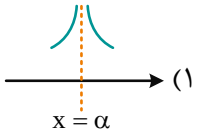
محل انجام محاسبات

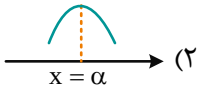
کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

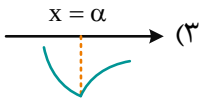
۹- $x=۲$ طول نقطهٔ عطف تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}(a-x)$ می‌باشد. مقدار $f'(۲a)$ کدام است؟

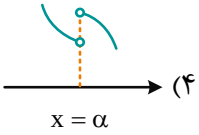
۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\sqrt[۳]{۴}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}$ ۴) -۳

۱۰- f تابعی پیوسته می‌باشد. در گزینه‌ها نمودار f' در همسایگی $x=\alpha$ رسم شده است. در کدام گزینه، α طول نقطهٔ عطف نمی‌باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۱۱- نمودار تابع $f(x)=\frac{۲x-۱}{x+۳}$ را نسبت به محور yها قرینه کرده و سپس ۲ واحد به راست و ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا تابع $g(x)$ به دست آید. تعداد اعضای صحیح دامنهٔ تابع $y=\sqrt{۱+۲g(x-۱)}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

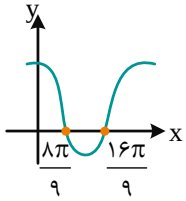
۱۲- اگر $f(x)=۲x-\sqrt{۲-x}$ باشد، مجموعه جواب نامعادلهٔ $f^{-۱}(۲x-۱)<f^{-۱}(\frac{x}{۲})$ کدام است؟

۱) $(\frac{۲}{۳},+\infty)$ ۲) $(\frac{۲}{۳},\frac{۵}{۲}]$ ۳) $[\frac{۵}{۲},۸]$ ۴) $(-\infty,۸]$

۱۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^۲-۵x+۶$ و $x^۲-۳x+۲$ به ترتیب برابر $۲x+۱$ و $۳x-۲$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-۴x+۳$ کدام است؟

۱) $۴x-۵$ ۲) $۵x-۶$ ۳) $۲x+۱$ ۴) $۳x-۲$

۱۴- قسمتی از نمودار تابع $y=۲b+a\cos(bx)$ به صورت مقابل است. دورهٔ تناوب این تابع چند برابر a است؟



۱) $\frac{۴\pi}{۳}$ ۲) $\frac{۸\pi}{۳}$ ۳) $\frac{۸\pi}{۹}$ ۴) $\frac{۴\pi}{۹}$

۱۵- اگر $\alpha-\frac{\pi}{۳}$ و $\alpha+\frac{\pi}{۳}$ دو عضو از مجموعه جواب معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۳x=\sin x-\frac{۱}{۲}\cos^۲x$ باشند، مقدار α کدام می‌تواند باشد؟

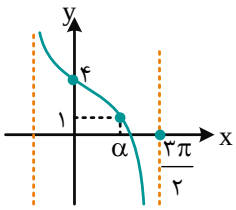
۱) $\frac{۵\pi}{۶}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۶}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

۱۶- نمودار تابع $f(x)=a-۲\tan(bx-\frac{\pi}{۴})$ در یک دورهٔ تناوب به صورت مقابل است. حاصل $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $-\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۴}$
۳) $-\frac{۴}{۳}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

۱۷- اگر $\lim\limits_{x\to ۱^-}\frac{x-[۲x]}{f(x)+۲x+۱}=-\infty$ باشد، نمودار $f(x)$ در مجاورت $x=۱$ چگونه می‌تواند باشد؟

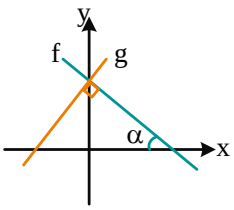
۱)

۲)

۳)

۴)

۱۸- نمودار توابع خطی f و g به صورت مقابل است. اگر $\cos۲\alpha=۰/۲۸$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(f-g^{-۱})(x)}{(f^{-۱}-۲g)(x)}$ کدام است؟

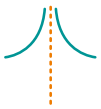
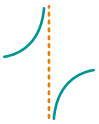
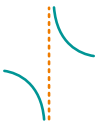


۱) $\frac{۳}{۸}$
۲) $-\frac{۳}{۸}$
۳) $\frac{۳}{۴}$
۴) $-\frac{۳}{۴}$

۱۹- اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\frac{(-۱)^{[x]}}{f(x)}=+\infty$ باشد، ضابطهٔ $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $۱-x$
۲) $x-۱$
۳) $(x-۱)^۲$
۴) $-(x-۱)^۲$

۲۰- تابع $f(x)=\frac{۱}{x^۳-۱۲x+a}$ فقط ۲ مجانب قائم دارد. نمودار تابع $f(x)$ در اطراف مجانب قائم خود، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱) 
۲) 
۳) 
۴)

۲۱- اگر A ماتریسی ۳×۳ و $|۳A|A=\frac{۱}{۳}I$ باشد، آن‌گاه مقدار مثبت $\left|(۹A)^{-۱}\right|$ کدام است؟

۱) $۳^{-۴}$
۲) $۳^{-۶}$
۳) $۳^{-۳}$
۴) $۳^{-۹}$

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۲۲- به ازای چند مقدار m، دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}(m-1)x-2y=m+2\\6x-my=3m\end{cases}$ جواب ندارد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) هیچ مقدار قابل قبولی برای m به دست نمی‌آید.

۲۳- اگر A ماتریس مربعی هم‌مرتبه با I و $A^2-5A+I=0$ باشد، وارون ماتریس $A+2I$ به صورت $mA+nI$ است. مقدار $15m+30n$ کدام است؟

۱) ۱۰
۲) ۱۱
۳) ۱۲
۴) ۱۳

۲۴- پاره‌خط AB به طول ۲۰ واحد، در یک صفحه مفروض است. حداکثر چند خط مانند d در این صفحه وجود دارد که فاصله نقاط A و B از آن به ترتیب ۱۲ و ۱۵ واحد باشد؟

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۴
۴) چنین خطی در صفحه وجود ندارد.

۲۵- دایرهٔ C گذرنده از نقطهٔ A(۳,۸) با دایرهٔ $C': x^2+y^2-2x+4y+1=0$ وتر مشترکی می‌سازد که بر خط $x-3y=4$ منطبق است. مساحت دایرهٔ C کدام است؟

۱) 16π
۲) 32π
۳) 48π
۴) 64π

۲۶- در یک بیضی، فاصلهٔ هر کانون تا رأس ناکانونی آن، برابر ۵ و فاصلهٔ کانون‌ها ۶ است خط L را عمود بر محور کانونی و به فاصلهٔ ۱ واحد از مرکز بیضی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند، طول MN کدام است؟

۱) $3/2\sqrt{6}$
۲) $1/7\sqrt{6}$
۳) $1/6\sqrt{3}$
۴) $3/8\sqrt{3}$

۲۷- در سهمی $y^2+8x=2y+15$ اگر سطح داخلی سهمی را نقره‌اندود کنیم و لامپی را در نقطهٔ (−۱,۱) قرار دهیم، پرتوهای بازتابش چگونه خواهند بود؟

۱) موازی رو به بالا خواهند بود.
۲) موازی و رو به پایین خواهند بود.
۳) غیرموازی و واگرا هستند.
۴) در نقطه‌ای با طول منفی همگرا می‌شوند.

۲۸- اگر نقاط A(۰,۱,۳)، B(−۱,۲,۴) و C(۱,۵,−۱) سه رأس متوازی‌الاضلاع ABCD باشند، بردار تصویر ضلع $\overrightarrow{DA}$ روی ضلع $\overrightarrow{DC}$ کدام است؟

۱) $\frac{4}{3}(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$
۲) $\frac{3}{5}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$
۳) $\frac{2}{3}(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$
۴) $-\frac{1}{3}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$

۲۹- زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه و $|\vec{a}|=|\vec{b}|=4$ است. اگر $|(3\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}+2\vec{b})|=14$ باشد، مربع اندازهٔ تفاصل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟ $(\sqrt{3}=1/7)$

۱) ۳۰/۶
۲) ۱۰/۲
۳) ۲۳/۸
۴) ۱۲/۴

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir
کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

۳۰- اگر مساحت مثلثی که روی بردارهای $\vec{a}-2\vec{b}$ و $\vec{a}+\vec{b}$ ساخته می‌شود برابر ۱۰ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای $3\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}+3\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۲ ۴) ۱۶

۳۱- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت و متمایز باشند، آن‌گاه کمترین مقدار صحیح ممکن برای عبارت $A=(\frac{3x}{y}+2)(\frac{3y}{x}+2)$ کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۶

۳۲- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی n، رابطهٔ $41 \mid 3^n+1$ برقرار است؟

۱) ۱۱۲ ۲) ۱۱۳ ۳) ۱۲۳ ۴) ۱۲۴

۳۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A=\frac{10!}{10!}+\frac{10!}{9!}+\frac{10!}{8!}+\frac{10!}{7!}+\ldots+\frac{10!}{0!}$ بر ۷ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

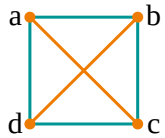
۳۴- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{4a3b1}$ بر ۱۱ برابر ۱ باشد، حداکثر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{2a3b}$ بر ۹ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۳۵- یک گراف ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ که دارای دورهایی به طول ۳ است، چند دور به طول ۵ دارد؟

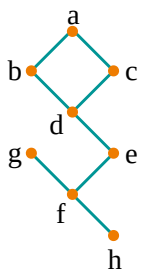
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

۳۶- گراف G در شکل مقابل، چند زیرگراف ۱- منتظم دارد؟



۱) ۹
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۶

۳۷- گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم دارد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

محل انجام محاسبات

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

۳۸- معادلهٔ $x_1 + x_2 + x_3 + x_4^2 = 12$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴۵ ۲) ۶۷ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۶۵

۳۹- می‌خواهیم برای تدریس دبیران ریاضیات گسسته، حسابان، شیمی و زبان انگلیسی در چهار جلسه برای کلاس‌های A، B، C و D از پایهٔ دوازدهم ریاضی یک دبیرستان، برنامه‌ریزی کنیم، به گونه‌ای که هر دبیر در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. اگر برنامهٔ دبیر ریاضیات گسسته و برنامهٔ کلاس A برای هر چهار جلسه مشخص باشد، این برنامه‌ریزی به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

۴۰- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که نه بر ۴ بخش‌پذیر باشد و نه در ارقام آن، رقم ۴ وجود داشته باشد؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۵۸

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

کدکنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۱۵

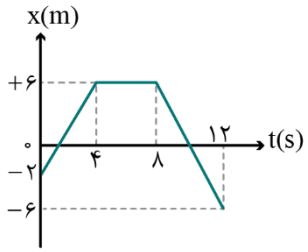
آزمون اختصاصی ــ دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۴۵ دقیقه	۶۵ سوال ۷۵ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	۳۰ دقیقه	

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

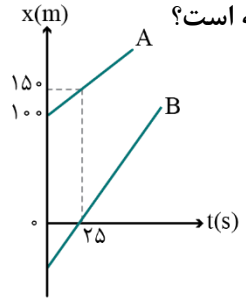
کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

۴۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 10s$، چند $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد؟



۱) $\frac{1}{8}$
۲) $-\frac{5}{8}$
۳) $-\frac{1}{8}$
۴) $\frac{5}{8}$

۴۲- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل می‌باشد. اگر در دو لحظهٔ t_1 و t_2 $(t_2 > t_1)$، فاصلهٔ دو متحرک از هم ۴۰ متر باشد و $\frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{2}$ باشد، تندی متحرک B، چند متر بر ثانیه است؟



۱) ۴
۲) ۸
۳) ۳
۴) ۶

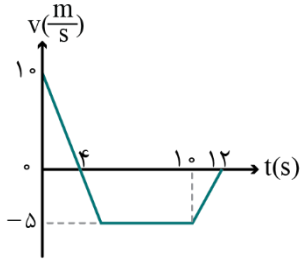
۴۳- هواپیمایی با تندی $80\frac{m}{s}$ بر روی باند فرودگاه می‌نشیند و با شتاب ثابت پس از مدتی متوقف می‌شود. اگر هواپیما $\frac{1}{16}$ آخر مسیر فرود بر روی باند را در مدت زمان ۴s طی کند، طول مسیر حرکت هواپیما بر روی باند پرواز چند متر بوده است؟

۱) ۶۴۰
۲) ۱۲۸۰
۳) ۳۲۰
۴) ۹۶۰

۴۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $4\frac{m}{s^2}$ بر روی مسیر مستقیمی شروع به حرکت می‌کند و پس از مدت t ثانیه، با سرعت ثابت به مدت ۱۰ ثانیه به حرکت خود ادامه می‌دهد در نهایت با شتاب به بزرگی $2\frac{m}{s^2}$ متوقف می‌شود. اگر کل مسافت طی شده در این مدت ۱۰۴ متر باشد، تندی متوسط متحرک تا لحظه‌ای که ۲۵ درصد از کل مسیر را طی کرده برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{104}{9}$
۲) $\frac{13}{2}$
۳) $\frac{104}{17}$
۴) $\frac{52}{17}$

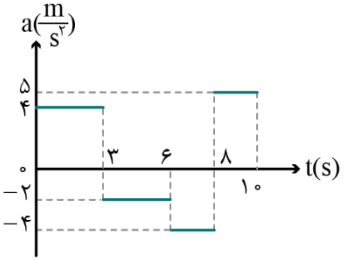
۴۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرد، مطابق شکل زیر می‌باشد. در کل زمان حرکت، چند ثانیه فاصله متحرک از مبدأ محور کمتر یا مساوی ۸/۷۵ متر است؟



۱) ۴/۷۵
۲) ۳/۲۵
۳) ۲/۷۵
۴) ۳/۷۵

محل انجام محاسبات

۴۶- نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در کل حرکت ۱۵m در جهت محور xها باشد، کدام عبارت صحیح است؟



الف: تندی اولیهٔ متحرک $۴\frac{m}{s}$ و در جهت محور x می‌باشد.

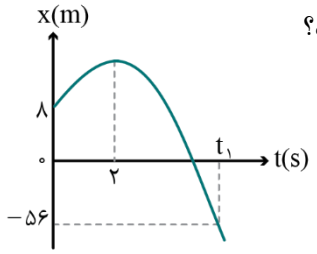
ب: مدت زمان حرکت تندشونده متحرک ۱/۴ ثانیه بیشتر از زمان حرکت کندشونده است.

ج: سرعت متوسط در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $۳/۵\frac{m}{s}$ می‌باشد.

د: متحرک ۳ بار در مدت زمان حرکت تغییر جهت می‌دهد.

۱) الف، ج ، د ۲) ج و د ۳) الف و د ۴) فقط د

۴۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر اندازهٔ شیب خط مماس بر منحنی در لحظه $t_۱$، برابر $۲۴\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت چند $\frac{m}{s}$ می‌باشد؟



۱) ۶ ۲) $\frac{۱۳}{۶}$

۳) ۴ ۴) $\frac{۵۲}{۳}$

۴۸- اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۸\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t=۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از ۱۰ ثانیه حرکتش با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در لحظهٔ $t=۴s$ با تندی اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ در جهت محور x از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ تند می‌شود و پس از ۳ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. در لحظه‌ای که دو متحرک در حرکت می‌باشند و فاصلهٔ دو اتومبیل به ۱۴ متر می‌رسد، اختلاف تندی اتومبیل‌ها چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

۴۹- جسمی روی سطح افق در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود و به تدریج افزایش می‌یابد. وقتی اندازهٔ نیروی F به ۲۵N می‌رسد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. زمانی که F به اندازهٔ ۳۰N می‌رسد، شتاب جسم $۲\frac{m}{s^۲}$ و به ازای $F=۴۰N$ شتاب جسم $۳\frac{m}{s^۲}$ می‌شود. جرم جسم چند کیلوگرم و $\frac{\mu_s}{\mu_k}$ کدام است؟ ($g=۱۰\frac{N}{kg}$ و μ_s و μ_k به ترتیب ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی هستند)

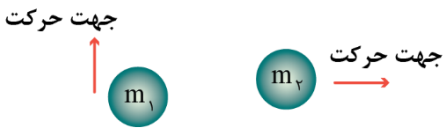
۱) ۱۰، ۱/۲۵ ۲) ۱۰، ۲/۵ ۳) ۵، ۲/۵ ۴) ۵، ۱/۲۵

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

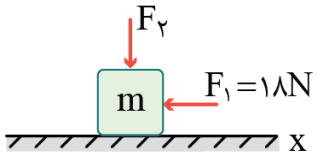
۵۰- مطابق شکل دو گلوله به جرم $m_1 = 2kg$ و $m_2 = 3kg$ به ترتیب یکی در راستای قائم به طرف بالا و دیگری در راستای افق پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مقاومت هوا (f_D) وارد بر دو گلوله، هم‌اندازه و همچنین اندازهٔ نیروی خالص وارد بر دو گلوله با هم برابر باشد، اندازهٔ نیروی f_D چند نیوتون است؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۱۰
۴) ۲۵

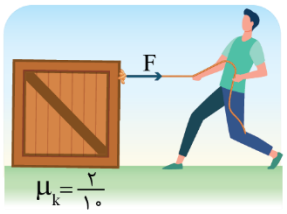
۵۱- مطابق شکل جسمی به جرم $m = 1kg$ را روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم. در لحظه‌ای که سرعت جسم به $30\frac{m}{s}$ در جهت محور x می‌رسد، نیروهای قائم و افقی F_2 و F_1 به جسم وارد می‌شوند. اگر اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند $20N$ باشد، اختلاف زمانی دو لحظه‌ای که اندازهٔ تکانهٔ جسم به ۱۵ واحد SI می‌رسد، چند ثانیه است؟

$(g = 10\frac{N}{kg}\ ,\ \mu_s = \frac{4}{5}\ ,\ \mu_k = \frac{3}{4})$



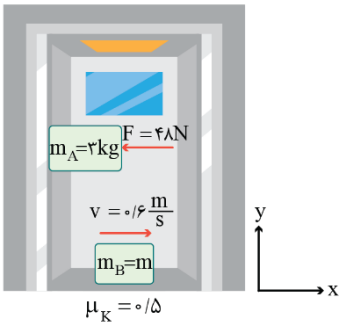
۱) ۲/۵
۲) ۳/۵
۳) ۲
۴) ۳

۵۲- در شکل زیر شخصی نیروی ثابت و افقی F را به صندوقی به جرم $150kg$ وارد می‌کند و صندوق با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ حرکت می‌کند. چند کیلوگرم از محتویات درون صندوق کم کنیم تا با همین نیروی افقی F، اندازهٔ شتاب حرکت صندوق ۴۰ درصد افزایش یابد؟ $(g = 10\frac{N}{kg})$



۱) ۱۲۵
۲) ۹۰
۳) ۶۰
۴) ۲۵

۵۳- مطابق شکل مقابل جسم A به جرم $3kg$ توسط نیروی افقی F به دیوارهٔ آسانسوری که با شتاب ثابت در راستای قائم در حرکت است فشرده شده است و جسم نسبت به دیوارهٔ آسانسور ساکن است. نیرویی که دیواره آسانسور به جسم A وارد می‌کند با جهت مثبت محور y زاویهٔ ۵۳ درجه می‌سازد. در این حالت اگر جسم B به جرم m با تندی $0/6\frac{m}{s}$ بر روی کف آسانسور رد راستای x پرتاب شود، پس از طی مسافت چند سانتی متر متوقف می‌شود؟ $(\sin 53^\circ = 0/8, g = 10\frac{N}{kg})$

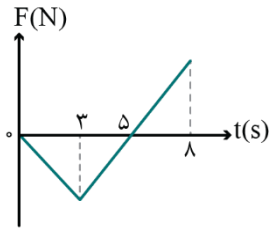


۱) ۳/۶
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۴/۸

محل انجام محاسبات

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۵۴- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی بر حسب زمان به شکل زیر است. اگر اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۳s اول برابر با ۶N باشد، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۶ ثانیه اول، چند نیوتون است؟



۱) ۴/۵
۲) ۹
۳) ۵/۶
۴) ۲/۵

۵۵- اگر چگالی سیارهٔ A ، ۲ برابر چگالی زمین و شعاع آن $\frac{۱}{۸}$ شعاع زمین باشد، در چه ارتفاعی بر حسب کیلومتر از سطح زمین شتاب گرانش برابر با شتاب گرانش در سطح سیارهٔ A می‌باشد؟ (شعاع زمین $= ۶۴۰۰km$)

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۶۴۰۰ ۳) ۱۹۲۰۰ ۴) ۱۲۸۰۰

۵۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت هماهنگ ساده الزاماً صحیح می‌باشد؟

الف: هنگامی که نوسانگر به صورت تندشونده حرکت می‌کند، شتاب نوسانگر به سمت مرکز نوسان می‌باشد.

ب: مسافت طی شده در هر بازه زمانی دلخواه $\Delta t = \frac{T}{۴}$، برابر با دامنه نوسان می‌باشد.

ج: اگر مکان ذره منفی باشد و نیروی وارد بر آن مثبت باشد، حرکت کندشونده می‌باشد.

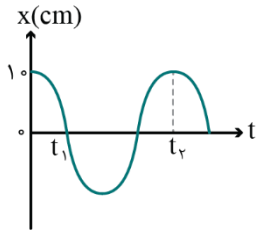
د: هنگامی که اندازه شتاب نوسانگر رو به افزایش است، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشتر از انرژی جنبشی آن می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۷- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۰/۲\cos(۱۰t)$ است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۲۵ درصد از انرژی پتانسیل آن بیشتر است، تندی نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}\sqrt{۵}$ ۲) $۲۰۰\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ ۳) $\frac{۴۰}{۳}$ ۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

۵۸- نمودار مکان ـ زمان آونگ ساده‌ای که با دامنهٔ کم نوسان می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، $۰/۶\pi \frac{m}{s^۲}$ باشد، طول آونگ چند سانتی‌متر است؟ $(g = \pi^۲(\frac{m}{s^۲}))$

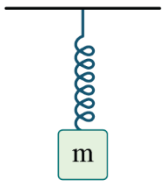


۱) $\frac{۱}{۹}$ ۲) $\frac{۱۰۰}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۱۸}$ ۴) $\frac{۵۰}{۹}$

محل انجام محاسبات

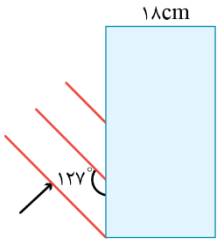
www.biomaze.ir
کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۵۹- مطابق شکل زیر، به انتهای فنر با ثابت $۵۰\frac{N}{m}$، جسمی به جرم $m=۵۰g$ آویزان است و مجموعه در حال تعادل می‌باشد. جسم را به آرامی $۱۰cm$ از این حالت به سمت پایین می‌کشیم و در لحظهٔ $t=۰$ رها می‌کنیم. نیروی کشش فنر در لحظهٔ $t=۰/۶s$ چند نیوتون می‌باشد؟ $(\pi^۲ \simeq ۱۰, g=۱۰\frac{N}{kg})$



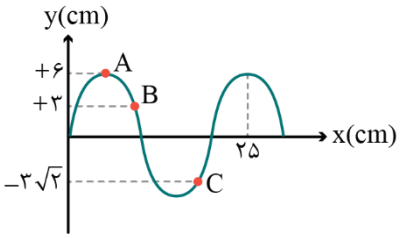
۱) ۲/۵
۲) ۴/۵
۳) ۵/۵
۴) صفر

۶۰- مطابق شکل زیر جبهه‌های موج نوری از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و می‌شکند. اگر این موج در مدت زمان $۰/۹۶ns$ از محیط شفاف خارج شود، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟ $(c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}$ و $\sin ۳۷^\circ=۰/۶)$



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $۱/۶\sqrt{۲}$
۳) $۰/۸\sqrt{۲}$
۴) ۱/۶

۶۱- شکل زیر یک نقش موج عرضی را در لحظهٔ $t=۰$ نشان می‌دهد که در ریسمانی با چگالی خطی $۵\frac{g}{cm}$ و نیروی کشش $۲۰۰N$ در حال انتشار است. چند مورد از عبارت‌های زیر الزاماً صحیح است؟



الف: در لحظهٔ $t=۰$، شتاب ذرهٔ A برابر $-۲۴۰۰\pi^۲(\frac{m}{s^۲})\vec{j}$ است.

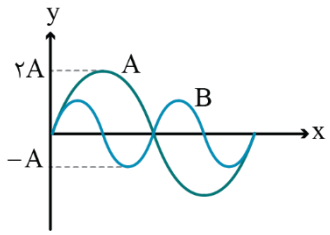
ب: در لحظهٔ $t=\frac{۱}{۸۰۰}s$، تندی ذرهٔ C برابر $۱۲\pi(\frac{m}{s})$ می‌باشد.

ج: مسافت طی‌شده ذره B در مدت زمان $۰/۰۵s$، برابر $۱۲۰cm$ می‌باشد.

د: انرژی جنبشی ذره C در لحظات $t=۰$ و $t=\frac{۱}{۴۰۰}s$ با هم برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۲- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج صوتی A و B که در دو محیط متفاوت منتشر می‌شوند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج صوتی A دو برابر موج B باشد، در این صورت اختلاف تراز شدت صوت که به گوش شنونده‌ای که در فاصلهٔ یکسان از چشمه‌های موج A و B قرار دارد می‌رسد، برابر با چند دسی‌بل است؟ $(\log ۲=۰/۳)$



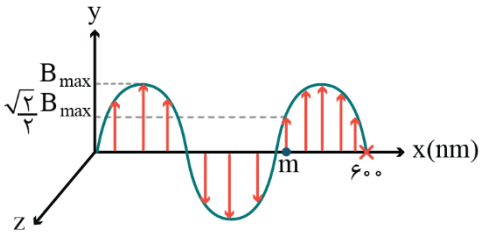
۱) ۶
۲) ۳
۳) صفر
۴) ۱۲

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

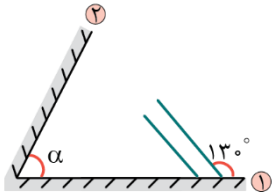
کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۶۳- شکل زیر، تصویر میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی را در لحظهٔ $t=0$ نشان می‌دهد که در امتداد محور y نوسان می‌کند. اگر در این لحظه، بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ m در حال کاهش باشد، در این نقطه، جهت بُردار میدان الکتریکی در لحظهٔ $t=\frac{1}{3}\times10^{-15}s$ و نحوهٔ تغییرات آن کدام است؟ $(c=3\times10^{5}\frac{km}{s})$



۱) z+ و در حال افزایش
۲) z+ و در حال کاهش
۳) z− و در حال افزایش
۴) z− و در حال کاهش

۶۴- مطابق شکل زیر جبهه‌های موج تخت ابتدا به آینهٔ (۱) و پس از بازتاب به آینهٔ (۲) می‌تابند. اگر زاویه جبههٔ موج بازتاب شده از آینهٔ (۲) با سطح آینه ۳۵ درجه باشد، زاویهٔ بین دو آینه چند درجه است؟



۱) ۹۵
۲) ۷۵
۳) ۸۵
۴) ۸۰

۶۵- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشند. در این صورت اختلاف بسامد پرانرژی‌ترین فوتون و کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیلی تقریباً چند تراهرتز است؟ $(E_R=13/6eV\ ,\ h=4\times10^{-15}eV.s)$

۱) ۷۱۵ ۲) ۲۰۵۰ ۳) ۲۴۹۰ ۴) ۲۴۷۲/۵

۶۶- اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول‌موج در هر رشته را، گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره طول موج رشته پاشن $(n'=3)$ چند برابر گسترهٔ طول موج رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ است؟

۱) $\frac{7}{243}$ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) $\frac{243}{7}$ ۴) $\frac{2}{9}$

۶۷- حداقل بسامد فوتون تابش شده به یک فلز برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک ۷۵۰THz می‌باشد. کدام‌یک از طول موج‌های داده شده در جدول زیر می‌توانند باعث ایجاد پدیدهٔ فوتوالکتریک شوند؟ $(c=3\times10^{8}\frac{m}{s}\ ,\ h=4\times10^{-15}eV.s)$

A	B	C	D
$\lambda=300nm$	$\lambda=0/6\mu m$	$\lambda=600nm$	$\lambda=800000pm$

۱) C و D ۲) B و D ۳) C و B ۴) D و A

۶۸- چند مورد از عبارات زیر در مورد نیروی هسته‌ای صحیح می‌باشد؟
الف: بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه می‌باشد.
ب: نوعی نیروی جاذبهٔ کوتاه‌برد می‌باشد که باعث پایداری هسته می‌شود.
ج: یک پروتون می‌تواند به تمامی پروتون‌های دیگر هسته، نیروی هسته‌ای وارد نماید.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

محل انجام محاسبات

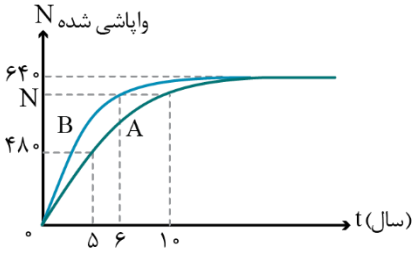
www.biomaze.ir

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۶۹- یک هستهٔ پرتوزا در یک واپاشی طبیعی، m ذرهٔ آلفا، دو ذرهٔ پوزیترون و سه نوترون گسیل می‌کند. اگر بار الکتریکی هسته دختر نسبت به هسته مادر $12/8\times10^{-19}C$ تغییر کند، m کدام است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

۷۰- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده دو ماده پرتوزا A و B مطابق شکل است. نیمه‌عمر ماده B چند سال است؟

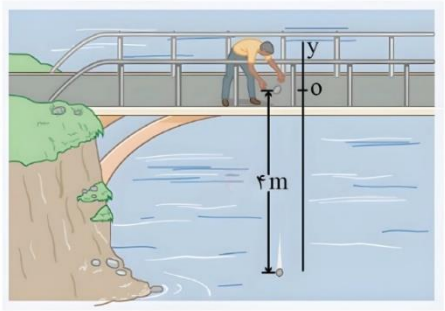


۱) ۰/۵
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۳/۵

۷۱- گلولهٔ A در لحظهٔ $t=0$ از ارتفاع ۲۷۰ متری رها می‌شود. یک ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B را از همان نقطه رها می‌کنیم و ۲ ثانیه پس از گلولهٔ B، گلولهٔ C را از همان نقطه رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که فاصلهٔ گلولهٔ A تا B برابر فاصلهٔ گلولهٔ B تا C است، گلولهٔ B در ارتفاع چند متری از سطح زمین قرار دارد؟

۱) ۱۶۱/۲۵ ۲) ۲۶۱/۲۵ ۳) ۲۳۸/۷۵ ۴) ۲۲۵

۷۲- مطابق شکل، شخصی از روی پلی به ارتفاع $4m$، سنگ کوچکی به جرم ۲۵۰ گرم را رها می‌کند. تکانهٔ سنگ در لحظهٔ ورود به آب چند واحد SI است؟ ($g=10\frac{m}{s^2}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

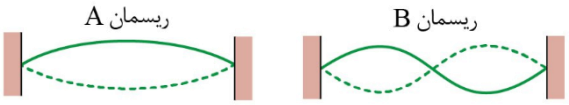


۱) $\sqrt{5}\vec{j}$
۲) $-\sqrt{5}\vec{j}$
۳) $4\sqrt{5}\vec{j}$
۴) $-4\sqrt{5}\vec{j}$

۷۳- ماهواره‌ای در مدار هم‌گام با زمین در حال چرخش به دور کرهٔ زمین است. فاصلهٔ این ماهواره تا مرکز زمین تقریباً چند کیلومتر است؟ $(G\simeq6\times10^{-11}\frac{N.m^2}{kg^2}\ ,\ M_e=6\times10^{24}kg)$

۱) ۴۰۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۲۰۰۰۰ ۴) ۲۰۰۰

۷۴- ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش کمتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر وضعیت را نشان می‌دهد که در آن نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. اگر بسامد تشدیدی دو ریسمان در شکل‌های نشان داده شده برابر باشد، نیروی کشش ریسمان A چند برابر نیروی کشش ریسمان B است؟



۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۸ ۴) ۱۶

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۷۵- هرگاه بر سطح فلزی نوری با طول موج ۳۱۰nm بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده حدود $۲/۴\times۱۰^{-۱۹}J$ است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ $(hc=۱۲۴۰eV.nm)$

الف: طول موج آستانه فلز برابر ۴۹۶nm است.

ب: نور قرمز می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک در این فلز شود.

ج: اگر نوری با طول موج ۴۶۵nm به این فلز بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر ۱eV می‌شود.

د: نور بنفش می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک در این فلز شود.

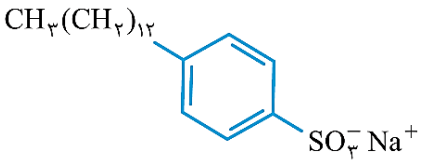
۱) (الف) و (ب) ۲) (الف) و (د) ۳) (ب) و (ج) ۴) (ج) و (د)

محل انجام محاسبات

www.biomaze.ir

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

۷۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد پاک‌کننده‌ای با ساختار داده شده درست هستند؟



آ: اگر کاتیون Na^+ در این پاک‌کننده را با کاتیون Mg^{2+} جایگزین کنیم، ترکیب حاصل در آب نامحلول است.
ب: نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در ساختار این ماده، بیشتر از تعداد اتم‌های H در پارازایلن است.
پ: مشابه سفیدکننده‌ها، این پاک‌کننده با آلاینده‌های موجود در محیط واکنش خواهد داد.
ت: گروه $-SO_3^-$ موجود در این پاک‌کننده، سبب پخش شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۷۷- غلظت مولی محلولی از استیک اسید، با غلظت کاتیون در محلول $106ppm$ سدیم کربنات با چگالی $1g.mL^{-1}$ برابر است. غلظت مولی مولکول‌های استیک اسید یونیده نشده در این محلول، ۴ برابر غلظت مولی یون استات است. ثابت یونش اسید در این محلول آبی کدام بوده و مقدار pH این محلول چقدر خواهد بود؟
$(H=1 : g.mol^{-1}$ و $C=12$ و $N=14$ و $O=16$ و $Na=23)$

۱) $3/7 - 2\times10^{-5}$ ۲) $3/4 - 2\times10^{-4}$ ۳) $3/7 - 10^{-4}$ ۴) $3/4 - 10^{-4}$

۷۸- اگر در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول اسید HB از محلول اسید HA بیشتر باشد، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) درصد یونش اسید HA، همانند ثابت یونش آن، از درصد یونش و ثابت یونش اسید HB کمتر است.
۲) در شرایط یکسان، سرعت واکنش یک قطعهٔ فلزی منیزیمی با محلولی از اسید HB بیشتر است.
۳) اگر A و B هر دو هالوژن باشند، عدد اتمی A همواره از عدد اتمی B بزرگ‌تر است.
۴) غلظت مولی یون هیدروکسید در محلول HA از محلول HB بیشتر است.

۷۹- با افزودن ۴۵۰ میلی‌لیتر آب مقطر به ۵۰ میلی‌لیتر از محلول نیتریک اسید، pH نهایی محلول ۲ برابر حالت اولیه می‌شود. برای خنثی شدن کامل نیم لیتر از محلول غلیظ اولیهٔ نیتریک اسید، چند میلی‌لیتر محلول ۲/۲۴ درصد جرمی پتاسیم هیدروکسید نیاز است؟(چگالی محلول سود را $1g.mL^{-1}$ در نظر بگیرید. $H=1 : g.mol^{-1}$ و $O=16$ و $K=39$)

۱) ۱۸۷/۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۱۲۵

۸۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟
آ: اوره، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.
ب: وبا یک بیماری واگیردار بوده و مؤثرترین راه پیشگیری از آن، استفاده از واکسن مناسب برای این بیماری است.
پ: صابون مراغه، افزودنی شیمیایی نداشته و بخاطر خاصیت بازی مناسب، برای شستن موی چرب استفاده می‌شود.
ت: از گرم کردن روغن زیتون، روغن نارگیل و یا پیه در حضور محلول سود، پاک‌کننده‌های صابونی جامد تولید می‌شوند.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

۸۱- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟
۱) گاز تولید شده در واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سود با آب را می‌توان از واکنش آهن با هیدروکلریک اسید نیز تهیه کرد.
۲) کلوئیدها انواعی از مخلوط‌های ناهمگن هستند که از ذرات ریز ماده تشکیل شده و مسیر حرکت نور در آن‌ها مشخص است.
۳) مواد بازی از جمله محلول سود، به پوست بدن آسیب زده و همانند صابون، در سطح آن احساس لیزی ایجاد می‌کنند.
۴) رسانایی الکتریکی محلول مولار هیدروفلوئوریک اسید نسبت به محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر است.

محل انجام محاسبات

۸۲- در شرایطی که حجم مولی گازها برابر $۲۵ L.mol^{-۱}$ است، ۷/۵ لیتر گاز $NO_۲$ را در واکنش موازنه نشده زیر شرکت داده و فراورده‌ی حاصل را در مقداری آب به طور کامل حل می‌کنیم. اگر حجم محلول حاصل را با استفاده از آب خالص به ۱۵ لیتر برسانیم، pH این محلول آبی چقدر می‌شود؟

$$NO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(s)$$

۱) ۲/۷ ۲) ۲/۳ ۳) ۱/۷ ۴) ۱/۳

۸۳- اگر ۶ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = ۰/۷$، ۳ لیتر محلول هیدرویدیک اسید با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر و یک لیتر محلول سود با $pH = ۱۳/۷$ را با هم مخلوط کنیم، محلولی بدست می‌آید که مقدار pH آن برابر با ..... بوده و پس از ریختن آن بر روی مقداری خاک خنثی، گل‌های ادریسی در آن نمونه از خاک به رنگ ..... خواهند رویید.

۱) ۱ - آبی ۲) ۱/۳ - آبی ۳) ۰/۷ - قرمز ۴) ۱/۷ - قرمز

۸۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ: غلظت یون OH^- در اسید ترشح شده از دیواره معده، در مقایسه با غلظت این یون در آب گازدار کمتر است.

ب: پنتانوئیک اسید پس از انحلال در آب، آنیونی را ایجاد می‌کند که ۵ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود دارد.

پ: گوگرد تری‌اکسید، یک اسید آرنیوس با مولکول‌های ناقطبی بوده و کاغذ pH در محلول آن به رنگ آبی درمی‌آید.

ت: باران‌های معمولی شامل مقداری نیتریک اسید بوده و غلظت یون هیدرونیوم در آن‌ها کمتر از باران‌های اسیدی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۵- یک محلول همگن ۴ لیتری از منیزیم کلرید را به دو نیم تقسیم می‌کنیم. اگر نیم اول این محلول با ۲۷۸ گرم از پاک‌کننده‌ای با فرمول شیمیایی $C_{۱۵}H_{۳۱}COONa$ به طور کامل واکنش بدهد، پس از تبخیر آب از نیم دیگر آن و برقکافت نمک باقیمانده، چند گرم فلز منیزیم تولید شده و در مدار خارجی این سلول، چند الکترون مبادله می‌شود؟

$(Mg = ۲۴ \text{ و } O = ۱۶ \text{ و } C = ۱۲ \text{ و } H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۴ - $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۴}$ ۲) ۱۲ - $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۴}$

۳) ۲۴ - $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$ ۴) ۱۲ - $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$

۸۶- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ سلول گالوانی $Cu - Ag$، درست‌اند؟ $(Cu = ۶۴ \ g.mol^{-۱})$

آ: برخلاف سلول گالوانی روی-مس، الکترود مس قطب مثبت سلول مورد نظر را تشکیل می‌دهد.

ب: جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی با جهت حرکت آنیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل هم‌سو است.

پ: پس از انجام واکنش در این سلول، از جرم تیغهٔ مس کاسته شده و به جرم تیغهٔ نقره افزوده می‌شود.

ت: در این سلول، انرژی شیمیایی واکنش اکسایش-کاهش انجام شده به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

ث: بر اثر مصرف ۳/۲ گرم فلز مس، $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۲}$ الکترون در مدار خارجی سلول مورد نظر جابه‌جا خواهد شد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

۸۷- مقدار نیروی الکتروموتوری سلول‌های آلومینیم-هیدروژن، آلومینیم-روی و آهن-هیدروژن، به ترتیب برابر با ۱/۶۶، ۰/۹ و ۰/۴۴ ولت است. نیروی الکتروموتوری سلول روی-آهن برابر با چند ولت بوده از بین کاتیون‌های فلزی حاصل از عناصر آهن و آلومینیم، کدام یون اکسنده‌تر است؟

۱) $Al^{۳+}$ - ۰/۵۴ ۲) $Fe^{۲+}$ - ۰/۵۴ ۳) $Al^{۳+}$ - ۰/۳۲ ۴) $Fe^{۲+}$ - ۰/۳۲

۸۸- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در واکنش میان فلز روی با گاز اکسیژن، هر اتم از گونه کاهنده ۲ الکترون با $l = ۰$ از دست می‌دهد.

۲) علامت E° فلزهایی که کاهنده‌تر از $H_۲$ هستند، در سری الکتروشیمیایی با نماد منفی مشخص می‌شود.

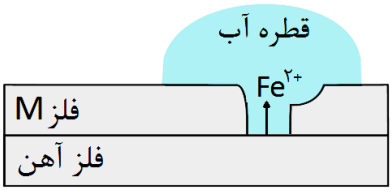
۳) در واکنش یک تیغه فلزی از جنس مس با محلولی از روی سولفات، فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تولید می‌شوند.

۴) در سلول گالوانی روی-نقره، آنیون‌ها از خلال دیواره متخلخل به سمت محلول موجود در نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.

محل انجام محاسبات

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۸۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده در مورد شکل زیر، به یقین درست است؟



۱) از مجاورت مقدار کافی از فلز M با نیتریک اسید، مقداری گاز هیدروژن آزاد می شود.
۲) برای جلوگیری از خوردگی لوله‌های ساخته شده از منیزیم، می‌توان از فلز M بهره برد.
۳) در سری الکتروشیمیایی، فلز M در جایگاه پایین‌تری نسبت به آهن قرار داشته و E° آن منفی‌تر است.
۴) در سلول گالوانی حاصل از فلز M و فلز روی، فلز M قطب مثبت سلول را تشکیل داده و به جرم این فلز افزوده می‌شود.

۹۰- معادله موازنه نشده واکنش زیر را در نظر بگیرید:

$$Ca(H_2PO_4)_2(s) + NaHCO_3(s) \rightarrow CaHPO_4(s) + Na_2HPO_4(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$$

اگر در این واکنش، ۶۸ گرم $CaHPO_4$ تشکیل شده باشد، چند گرم $NaHCO_3$ با خلوص ۹۶٪ مصرف شده و گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند، به ازای تولید چند گرم فلز آلومینیم در فرایند هال، بدست می‌آید؟

($H = 1$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Na = 23$ و $Al = 27$ و $P = 31$ و $Ca = 40$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۵۴ - ۸۰/۶۴ ۲) ۳۶ - ۸۰/۶۴ ۳) ۵۴ - ۸۷/۵ ۴) ۳۶ - ۸۷/۵

۹۱- در سلول گالوانی آلومینیم-روی، در هر ثانیه $۲۴/۰۸ \times ۱۰^{۲۱}$ الکترون از مدار خارجی عبور می‌کند. اگر در نیم‌سلول کاتدی، ۷۰٪ از اتم‌های تولید شده در نیم‌واکنش کاهش بر روی سطح کاتد رسوب کنند، پس از گذشت ۳۰ دقیقه از شروع واکنش، چند گرم به جرم تیغه کاتدی افزوده می‌شود؟ ($Al = 27$ و $Zn = 65$: $g.mol^{-1}$)

۱) ۳۳۴۲ ۲) ۲۳۴۰ ۳) ۱۶۳۸ ۴) ۱۴۲۶

۹۲- با کارکرد سلول ....., جرم تیغه ..... در سلول مورد نظر، همانند تیغه ..... در سلول گالوانی آلومینیم-مس، به تدریج ..... پیدا می‌کند.

۱) مربوط به آبکاری، کاتدی، آلومینیم، افزایش ۲) مربوط به فرایند هال، آندی، آلومینیم، کاهش
۳) سوختی هیدروژن-اکسیژن، آندی، مس، کاهش ۴) گالوانی منیزیم-نقره، آندی، مس، افزایش

۹۳- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید خالص، از نمکی که در تهیه بسته‌های گرمازا نیز کاربرد دارد، استفاده می‌شود.
۲) در برقکافت آب، نیم‌واکنش $2H_2O(l) \rightarrow O_2(g) + 4H^+(aq) + 4e$ در سطح الکترود با بار مثبت انجام می‌شود.
۳) اگر در سلول الکترولیتی مربوط به آبکاری با نقره، جنس تیغه آندی از نقره باشد، غلظت یون نقره در محلول ثابت می‌ماند.
۴) عنصر تولید شده در آند سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب، نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب خود شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.

۹۴- کدام موارد از عبارت‌های داده شده نادرست هستند؟

آ: تیغه سازنده آند سلول نورالکتروشیمیایی مربوط به تهیه گاز H_2 از آب، همانند گرافیت، نوعی جامد کووالانسی است.
ب: در ساختار بلور یخ، هر مولکول H_2O توسط ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول H_2O دیگر قرار می‌گیرد.
پ: در گوگرد دی‌اکسید، همانند کربونیل سولفید، هسته هر سه اتم سازنده بر روی یک خط راست قرار می‌گیرد.
ت: با انحلال $NaCl$ در آب، یون‌هایی از محلول با شعاع بزرگ‌تر، توسط اتم O مولکول‌های آب احاطه می‌شوند.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

محل انجام محاسبات

۹۵- گازهای نیتروژن و اکسیژن، در شرایط مناسب با یکدیگر واکنش داده و گاز NO را تولید می‌کنند. اگر تفاوت جرم دو گاز در آغاز واکنش برابر ۰/۵ گرم باشد، چند گرم فراورده طی این فرایند تشکیل شده و بر اثر مخلوط کردن این مقدار گاز NO با چند مول بخار پنتین، مخلوطی ایجاد می‌شود که درصد جرمی ترکیب ناقطبی در آن برابر با ۸۵٪ است؟
($N = ۱۴$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۰/۶۲۵ – ۷/۵ ۲) ۰/۸۷۵ – ۷/۵ ۳) ۰/۵۷۵ – ۱۲/۵ ۴) ۰/۵۲۵ – ۱۲/۵

۹۶- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر، در رابطه با نمونه‌هایی از سیلیس و کربن دی‌اکسید به صورت نادرست انجام شده است؟

۱) دمای ذوب: $CO_۲$ > سیلیس ۲) درصد جرمی اکسیژن: $CO_۲$ < سیلیس
۳) عدد اکسایش اتم اکسیژن: $CO_۲$ = سیلیس ۴) مقدار انحلال‌پذیری در آب: $CO_۲$ > سیلیس

۹۷- کدام مطلب، نادرست است؟ ($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶$)

۱) برخلاف چگالی، پایداری یک نمونه از گرافیت در مقایسه با الماس بیشتر است.
۲) درصد جرمی اکسیژن در اسید چربی با ۳۰ اتم هیدروژن و زنجیر هیدروکربنی سیرشده، تقریبا برابر ۱۳/۲٪ است.
۳) نسبت شمار پیوندهای $C = C$ به شمار پیوندهای $C - C$ در ساختار گرافیت، نصف مقدار این نسبت در بنزن است.
۴) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کربونیل سولفید، بار جزئی منفی فقط بر روی اتمی با بیشترین شعاع اتمی قرار دارد.

۹۸- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم کلرید، کمتر از آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.
۲) تفاوت شعاع یون فسفید و یون آلومینیم، در مقایسه با تفاوت شعاع یون کلرید و یون سدیم بیشتر است.
۳) نسبت میان شمار جفت الکترون ناپیوندی به پیوندی در یون سیلیکات، مشابه مقدار این نسبت در $SO_۳$ است.
۴) در فرایند تولید نیم مول گالیم فلوئورید از عناصر سازنده آن، $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۴}$ الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود.

۹۹- با دادن مقداری گرما به ۵۰۰ گرم از یک نمونه آب، دمای آن به اندازه $۹۰^{\circ}C$ افزایش می‌یابد. اگر همین مقدار گرما، صرف فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید شود، چه تعداد یون گازی طی این فرایند حاصل می‌شود؟ (گرمای ویژه آب را برابر $۴ J.g^{-۱}.{}^{\circ}C^{-۱}$ در نظر گرفته و آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید را برابر با ۳۶۰۰ کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

۱) $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۳}$ ۲) $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$ ۳) $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۲}$ ۴) $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲}$

۱۰۰- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته در مبدل‌کاتالیستی، عدد اکسایش اتم‌های کربن کمتر از ۴ واحد افزایش‌می‌یابد.
۲) در واکنش گرماگیر، سطح انرژی ذره بوجود آمده در قله نمودار انرژی-پیشرفت، به سطح انرژی فراورده‌ها نزدیک‌تر است.
۳) همانند اوزون، با تاریک شدن هوا از غلظت گاز $NO_۲$ که دلیل اصلی رنگ قهوه ای هوای آلوده است، کمتر می‌شود.
۴) از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای و برخی گازها استفاده کرد.

۱۰۱- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ: تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها در دمای ثابت، بر میزان پیشرفت واکنش تعادلی بی‌تاثیر است.
ب: با ریختن مقداری براده آهن در ظرف واکنش فرایند هابر، زمان مورد نیاز برای برقراری تعادل کاهش می‌یابد.
پ: ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در دمای $۳۰۰K$ و فشار ۲۵۰ اتمسفر، نسبت به شرایط بهینه فرایند هابر کمتر است.
ت: افزایش دما در تعادل $۲NO_۲(g) \rightleftharpoons N_۲O_۴(g)$، همانند افزودن گاز $N_۲O_۴$ به سامانه، رنگ مخلوط را پررنگ می‌کند.

۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

محل انجام محاسبات

کنکور پرمیوم
KONKOORPREMIUM

۱۰۲- واکنش تعادلی $۲X(g) + Y(g) \rightleftharpoons ۲Z(g)$، در یک ظرف ۲ لیتری و با حضور ۵ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها شروع می‌شود تا به تعادل برسد. اگر در لحظه تعادل غلظت $Z(g)$، برابر با مجموع غلظت واکنش دهنده‌های باقیمانده باشد، ثابت تعادل این واکنش چقدر است؟

۱) $\frac{۳۲}{۳} L.mol^{-۱}$ ۲) $\frac{۳}{۳۲} mol.L^{-۱}$ ۳) $\frac{۱۶}{۳} L.mol^{-۱}$ ۴) $\frac{۸}{۹} L.mol^{-۱}$

۱۰۳- چند مورد از مطالب زیر درباره مبدل‌های کاتالیستی، درست هستند؟

آ: نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ در واکنش تبدیل NO به $N_۲$ از مقدار این نسبت برای تبدیل CO به $CO_۲$ بیشتر است.

ب: مبدل کاتالیستی برای مدت کوتاهی کار کرده و پس از مدتی کارایی آن کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست.

پ: پلاتین یک فلز نجیب است که به صورت توده‌هایی با قطر کمتر از ۱۱ نانومتر در مبدل‌های کاتالیستی استفاده می‌شود.

ت: در واکنش انجام شده در محفظه دوم از مبدل کاتالیستی موجود در خودروهای دیزلی، گاز آمونیاک نقش کاهنده دارد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

۱۰۴- مخلوطی از گاز CO و بخار آب را در یک ظرف ۵ لیتری گرما می‌دهیم تا تعادل $CO(g) + H_۲O(g) \rightleftharpoons CO_۲(g) + H_۲(g)$ برقرار شود. اگر در مخلوط اولیه، درصد حجمی گازها با هم برابر بوده و در حالت تعادل، ۲۲ گرم اکسید اسیدی وجود داشته باشد، درصد جرمی بخار آب در حالت تعادل به‌طور تقریبی کدام است؟ (ثابت تعادل واکنش را $۶/۲۵ \times ۱۰^{-۲}$ در نظر بگیرید.)
$(H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶)$

۱) ۲۶/۱ ۲) ۲۸/۲ ۳) ۳۱/۳ ۴) ۳۴/۶

۱۰۵- یک نمونه از اتانول، در شرایط مناسب با گاز اکسیژن واکنش داده و ضمن اکسید شدن، استیک اسید به همراه آب را تولید می‌کند. به ازای تولید ۹۰ گرم استیک اسید، چند الکترون در واکنش مورد نظر بین گونه‌ها مبادله می‌شود و این مقدار از اسید تولید شده، با چند گرم ۱-بوتانول واکنش می‌دهد؟ $(H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $O = ۱۶)$

۱) $۷۴ - ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۴}$ ۲) $۱۱۱ - ۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۴}$
۳) $۷۴ - ۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۴}$ ۴) $۱۱۱ - ۳/۶۱۲ \times ۱۰^{۲۴}$

محل انجام محاسبات

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

بودجه‌بندی آزمون مرحله ۶ دوازدهم ریاضی

۲۳ فروردین	جامع شبیه‌ساز کنکور سراسری

حسابان		هندسه		گسسته	
دوازدهم + پایه مرتبط	پایه	دوازدهم	پایه	دوازدهم	آمار و احتمال
آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۱)					

فیزیک		شیمی	
دوازدهم	پایه	دوازدهم	پایه
آزمون جامع شبیه‌ساز کنکور (۱)			

گروه آموزشی ماز

کنکور پریمیوم
KONKOORPREMIUM

کدکنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۱۶

گروه آموزشی ماز

پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی ــ مرحله ۱۵

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	محدثه شیخعلی	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان ـ سوگند روشنی امیرحسین ابومحبوب	مهرداد اسپیدکار ـ حمیدرضا ولی‌پور رضا قانع
فیزیک	سجاد صادقی‌زاده	محسن ایرانی ـ سجاد صادقی‌زاده	نرجس تیمناک ـ پویا هدایتی‌گودرزی امیر مخانی ـ امیرهوشنگ کیانی علیرضا ملک‌حسینی
شیمی	فرشاد هادیان‌فرد	فرشاد هادیان‌فرد ـ علی ترابی مهسا بایمانی‌نژاد	فرهنگ امیری ـ سجاد سیف‌اللهی عالیه میرزایی ـ سعیده محبی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفادهٔ غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به‌دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبهٔ یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را از سال گذشته سخت‌تر طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور در سالیان اخیر، سخت شدن یک دفعه‌ای بعضی درس‌هاست. به این معنی که در هر سال به صورت تصادفی، تعدادی از دروس سخت‌تر از حد معمول طراحی می‌شوند.

ما در آزمون‌های ماز نیز تا کنکور همین کار را خواهیم کرد و روند طراحی سؤالات ما دقیقاً به همین صورت خواهد بود. در هر آزمون به صورت تصادفی چند درس سخت‌تر از حد معمول طراحی خواهند شد تا بتوانیم شما را به چالش بکشیم و کنکور را دقیق‌تر از هر جای دیگری، برای شما شبیه‌سازی کنیم.

در این آزمون درس شیمی سخت‌تر طراحی شد.

گروه آموزشی ماز

دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.

برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحهٔ نظرسنجی برات باز بشه!

ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی :)

https://B2n.ir/a87229

مازی‌ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال ـ سبک سوال ـ آدرس سوال)

آسان ـ متوسط ـ سخت

مفهومی ـ مساله و ...

مثلا: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

۱- اگر $f(x)$ تابعی پیوسته و $\lim\limits_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-2}{2x^2-3x+1}=\frac{1}{4}$ باشد، مشتق تابع $y=f(\frac{2}{x})-f^2(x^2-3)$ به ازای $x=2$ چه عددی است؟

۱) $-31/5$ ۲) $-32/5$ ۳) $-16/5$ ۴) $-15/5$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

در باب حد $\frac{0}{0}$:

اگر حاصل $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}$ برابر عدد مشخص و حقیقی k باشد، در این صورت:

$$\xrightarrow{\lim\limits_{x\to a} g(x)=0} \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{f(a)}{\text{حدی }0}=k$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود، در نتیجه صورت کسر یعنی $f(a)$ هم صفر می‌شود. (۰ حدی)

$$\xrightarrow{\lim\limits_{x\to a} f(x)=0} \lim_{x\to a}\frac{f(x)}{g(x)}=\frac{\text{حدی }0}{g(a)}=k\neq 0$$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود، در نتیجه مخرج کسر یعنی $g(a)$ هم صفر می‌شود. (۰ حدی)

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که در حد داده شده، مخرج کسر، صفر می‌شود و حاصل حد برابر $\frac{1}{4}$ است، پس صورت کسر نیز باید صفر شود. یعنی:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-2}{2x^2-3x+1}=\frac{1}{4}\Rightarrow f(1)=4\Rightarrow \lim_{x\to 1}\frac{\sqrt{f(x)}-2}{(x-1)(2x-1)}\times\frac{\sqrt{f(x)}+2}{\sqrt{f(x)}+2}=\lim_{x\to 1}\frac{f(x)-\overset{f(1)}{\overset{\uparrow}{4}}}{(x-1)\underbrace{(2x-1)}_{1}\underbrace{(\sqrt{f(x)}+2)}_{4}}=\frac{1}{4}f'(1)=\frac{1}{4}\Rightarrow f'(1)=1$$

حال مشتق تابع $y=f(\frac{2}{x})-f^2(x^2-3)$ را در $x=2$ محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$y=f(\frac{2}{x})-f^2(x^2-3)\Rightarrow y'=-\frac{2}{x^2}f'(\frac{2}{x})-2\times 2x\times f(x^2-3)\times f'(x^2-3)\xrightarrow{x=2} y'=-\frac{1}{2}f'(1)-8f(1)f'(1)$$

پس جواب برابر است با:

$$y'=-\frac{1}{2}-8\times 4\times 1=-32/5$$

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $f(x)=x+2\sqrt{x}$ و $g(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2$ باشد، مقدار $g'(f(6))\times f'(6)$ چه عددی است؟

۱) ۱ ۲) -1 ۳) $\frac{1}{6}$ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

مشتق ترکیب توابع:

$y=f(u)\Rightarrow y'=u'\times f'(u)$; u تابعی برحسب x و مشتق‌پذیر است.

$y=fog(x)\Rightarrow y'=g'(x)\times f'(g(x))$; شرط مشتق‌پذیری دو تابع رعایت شود.

$y=gof(x)\Rightarrow y'=f'(x)\times g'(f(x))$; شرط مشتق‌پذیری دو تابع رعایت شود.

پاسخ تشریحی:

توابع $f(x)$ و $g(x)$ معکوس یکدیگر هستند. ببینید:

$$f(x)=x+2\sqrt{x}\Rightarrow y=\underbrace{\sqrt{x}^2+2\sqrt{x}+1}_{(\sqrt{x}+1)^2}-1\Rightarrow y=(\sqrt{x}+1)^2-1\Rightarrow(\sqrt{x}+1)=\sqrt{y+1}\Rightarrow\sqrt{x}=\sqrt{y+1}-1\Rightarrow x=(\sqrt{y+1}-1)^2$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x)=(\sqrt{x+1}-1)^2=g(x)$$

www.biomaze.ir

حاصل $g'\big(f(۶)\big)\times f'(۶)$ همان مشتق تابع $gof(x)$ در $x=۶$ می‌باشد. از آن‌جایی که توابع $f(x)$ و $g(x)$ معکوس یکدیگر هستند، بنابراین ترکیب دو تابع، همان $y=x$ می‌شود.

$$gof(x)=x \xrightarrow{\text{مشتق}} f'(x)\times g'\big(f(x)\big)=۱ \Rightarrow f'(۶)\times g'\big(f(۶)\big)=۱$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $g'(x)=\frac{-۱}{x}$ و $gof(x)=x+۴\sqrt{x}$ باشد، مشتق تابع $y=\frac{f'(x)}{f(x)}$ به ازای $x=۴$ چه عددی است؟

۱) $\frac{۱}{۱۲}$ ۲) $\frac{۱}{۸}$ ۳) $-\frac{۱}{۸}$ ۴) $-\frac{۱}{۱۲}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

مشتق تابع $gof(x)$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$gof(x)=x+۴\sqrt{x} \Rightarrow f'(x)\times g'\big(f(x)\big)=۱+\frac{۲}{\sqrt{x}} \Rightarrow f'(x)\times\frac{-۱}{f(x)}=۱+\frac{۲}{\sqrt{x}} \Rightarrow \frac{f'(x)}{f(x)}=-(۱+\frac{۲}{\sqrt{x}})$$

مشتق تابع $y=\frac{f'(x)}{f(x)}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{f'(x)}{f(x)}=-(۱+\frac{۲}{\sqrt{x}}) \Rightarrow (\frac{f'(x)}{f(x)})'=-(۰+\frac{۰\times\sqrt{x}-\frac{۱}{۲\sqrt{x}}\times۲}{\sqrt{x}^{۲}})=\frac{\frac{۱}{\sqrt{x}}}{x} \xrightarrow{x=۴\text{ را جایگزین می‌کنیم}} \frac{\frac{۱}{\sqrt{۴}}}{۴}=\frac{۱}{۸}$$

گروه آموزشی ماز

۴- کدام خط بر نمودار تابع $f(x)=x\left|x^{۲}-x\right|$ مماس است؟

۱) $y=\frac{۲}{۳}$ ۲) $y=\frac{۴}{۲۷}$ ۳) $y=\frac{۲}{۲۷}$ ۴) $y=\frac{۲}{۹}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

خطوط مماس داده شده در گزینه‌ها همگی افقی هستند. شیب خطوط افقی، ۰ است، بنابراین باید به دنبال عرض نقاطی باشیم که در آن نقاط، مشتق صفر می‌شود.

$$y=\begin{cases} x(x^{۲}-x) & x\le ۰ \cup x\ge ۱ \\ -x(x^{۲}-x) & ۰\le x\le ۱ \end{cases} \Rightarrow y'=\begin{cases} ۳x^{۲}-۲x & x\le ۰ \cup x\ge ۱ \\ -(۳x^{۲}-۲x) & ۰\le x\le ۱ \end{cases}$$

مشتق تابع را برابر صفر قرار می‌دهیم. ببینید:

$$y'=۰ \Rightarrow ۳x^{۲}-۲x=۰ \Rightarrow x(۳x-۲)=۰ \Rightarrow \begin{cases} x=۰ \\ x=\frac{۲}{۳} \end{cases}$$

مقدار تابع را در $x=۰$ و $x=\frac{۲}{۳}$ حساب می‌کنیم. ببینید:

$$y(x=۰)=۰ \qquad y(x=\frac{۲}{۳})=\frac{۲}{۳}\times\left|\frac{۴}{۹}-\frac{۲}{۳}\right|=\frac{۴}{۲۷}$$

پس خطوط $y=۰$ و $y=\frac{۴}{۲۷}$ بر نمودار تابع مماس می‌باشند. دقت کنید در هر دو حالت $(۰\le x\le ۱)$ یا $(x\le ۰ \cup x\ge ۱)$ ریشه‌های مشتق تغییر نمی‌کند، پس خطوط $y=۰$ و $y=\frac{۴}{۲۷}$ در هر حالت، بر نمودار تابع مماس است.

گروه آموزشی ماز

۵- اگر $f(x)=۲x+\sqrt{x}$ باشد، آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[۱,۴]$ با آهنگ تغییرلحظه‌ای $f^{-۱}$ در $x=۳$ چقدر اختلاف دارد؟

۱) $\frac{۳}{۴}$ ۲) $\frac{۲۷}{۲۰}$ ۳) $\frac{۲۹}{۱۵}$ ۴) $\frac{۱۷}{۲۵}$

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

مشتق تابع معکوس:

اگر $f^{-1}(x)$ معکوس تابع $f(x)$ باشد، آن‌گاه:

$$\left.\begin{matrix} f(\alpha)=\beta \\ f^{-1}(\beta)=\alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow (f^{-1})'(\beta)=\frac{1}{f'(\alpha)}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\text{آهنگ تغییر متوسط تابع } f \text{ در بازهٔ } [1,4] = \frac{f(4)-f(1)}{4-1}=\frac{10-3}{3}=\frac{7}{3}$$

حال آهنگ تغییرلحظه‌ای تابع $f^{-1}(x)$ را در $x=3$ محاسبه می‌کنیم. پس:

$$f^{-1}(3)=1 \Rightarrow (f^{-1})'(3)=\frac{1}{f'(1)}$$

درستی این موضوع را نشان می‌دهیم:

$$y=fof^{-1}(x)=x \Rightarrow y'=(f^{-1})'(x)\times f'\left(f^{-1}(x)\right)=1 \Rightarrow (f^{-1})'(x)=\frac{1}{f'\left(f^{-1}(x)\right)}$$

$$\Rightarrow (f^{-1})'(3)=\frac{1}{f'(\underbrace{f^{-1}(3)}_{1})} \Rightarrow (f^{-1})'(3)=\frac{1}{f'(1)}$$

بنابراین:

$$\text{آهنگ تغییرلحظه‌ای } f^{-1} \text{ در } x=3 = (f^{-1})'(3)=\frac{1}{f'(1)}=\frac{2}{5}$$

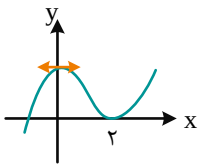
$$f'(x)=2+\frac{1}{2\sqrt{x}} \Rightarrow f'(1)=\frac{5}{2}$$

پس جواب برابر است با:

$$\text{جواب}=\frac{7}{3}-\frac{2}{5}=\frac{35-6}{15}=\frac{29}{15}$$

گروه آموزشی ماز

۶- نمودار تابع $f(x)=(x-a)^2\times(x-b)$ به شکل مقابل است. مجموع مختصات نقطه عطف تابع کدام است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۳
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

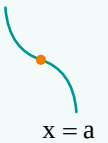
نقطهٔ عطف:

نقطهٔ $(c,f(c))$ را نقطهٔ عطف تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه:

۱) تابع در این نقطه پیوسته باشد.

۲) در این نقطه بتوان خط مماس بر تابع رسم کرد. (خط مماس از تابع می‌گذرد.)

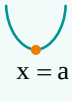
۳) جهت تقعر در این نقطه عوض شود.



عطف است.

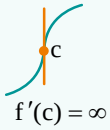
عطف نیست. زیرا نمی‌توان در این نقطه یک خط بر منحنی مماس رسم کرد.

عطف نیست. زیرا تابع در این نقطه پیوسته نیست.



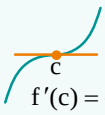
عطف نیست. زیرا تقعر تابع در این نقطه عوض نشده است.

انواع نقطهٔ عطف:



$f'(c)=\infty$
عطف قائم

$f'(c)\neq 0$
عطف مایل



$f'(c)=0$
عطف افقی

مشتق دوم در نقطهٔ عطف یا صفر است و یا وجود ندارد. برای به دست آوردن نقطهٔ عطف، مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم. اگر علامت مشتق دوم در نقطه‌ای عوض شود، آن نقطه عطف است در صورتی که شرایط نقطهٔ عطف در آن نقطه رعایت شود.

www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

نمودار تابع در $x=۲$ بر محور xها مماس است. پس $f(۲)=f'(۲)=۰$ می‌باشد، یعنی $a=۲$ است. از طرفی $f'(۰)=۰$ است. بنابراین:

$$f(x)=(x-۲)^۲(x-b)\Rightarrow f'(x)=۲(x-۲)(x-b)+۱(x-۲)^۲\Rightarrow f'(۰)=۴b+۴=۰\Rightarrow b=-۱$$

$$f(x)=(x-۲)^۲\times(x+۱)\Rightarrow f(x)=(x^۲-۴x+۴)(x+۱)\Rightarrow f(x)=x^۳-۳x^۲+۴$$

بنابراین مشتق دوم تابع را محاسبه و برابر صفر قرار می‌دهیم تا نقطهٔ عطف بدست آید.

$$f'(x)=۳x^۲-۶x\Rightarrow f''(x)=۶x-۶\Rightarrow \begin{array}{c|ccc} x & & ۱ & \\ \hline f''(x) & - & ۰ & + \end{array}\quad\Rightarrow \text{عطف } c\Big|_{f(۱)}^{۱}\Rightarrow c\Big|_{۲}^{۱}$$

بنابراین مجموع مختصات نقطهٔ عطف برابر $۲+۱$ یعنی ۳ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۷- هرگاه بیشترین مقدار تابع $f(x)=x+a\sqrt{۲a-x}$ برابر ۱۲ باشد، مقدار a کدام است؟

۱) ۴ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

دامنهٔ تابع بازهٔ $(-\infty,۲a]$ می‌باشد. نقاط بحرانی تابع را به دست آورده و به کمک آن، a را پیدا می‌کنیم. ببینید:

$$f'(x)=۱+a\times\frac{-۱}{۲\sqrt{۲a-x}}=۱-\frac{a}{۲\sqrt{۲a-x}}=\frac{۲\sqrt{۲a-x}-a}{۲\sqrt{۲a-x}}=۰\Rightarrow\begin{cases}۲\sqrt{۲a-x}-a=۰\Rightarrow\sqrt{۲a-x}=\frac{a}{۲}\xrightarrow{a>۰}x=۲a-\frac{a^۲}{۴}\\ \sqrt{۲a-x}=۰\Rightarrow x=۲a\end{cases}$$

مقدار تابع را در $x=۲a-\frac{a^۲}{۴}$ و $x=۲a$ محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$f(۲a)=۲a+a\sqrt{۲a-۲a}=۲a$$

$$f(۲a-\frac{a^۲}{۴})=۲a-\frac{a^۲}{۴}+a\sqrt{۲a-(۲a-\frac{a^۲}{۴})}=۲a-\frac{a^۲}{۴}+a\times\frac{a}{۲}=۲a+\frac{a^۲}{۴}\Rightarrow \max \text{ مطلق}$$

بیشترین مقدار تابع $۲a+\frac{a^۲}{۴}$ می‌باشد که طبق گفته سوال ۱۲ می‌باشد. پس:

$$۲a+\frac{a^۲}{۴}=۱۲\Rightarrow a^۲+۸a=۴۸\Rightarrow a^۲+۸a-۴۸=۰\Rightarrow(a+۱۲)(a-۴)=۰\Rightarrow\begin{cases}a=-۱۲ \text{ غ ق ق}\\ a=۴ \text{ ق ق}\end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۸- تابع $f(x)=(x+۲a)^۲(x-a)$ فقط در بازهٔ $(-۴,۰)$ نزولی اکید است. مقدار a کدام است؟

۱) -۲ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) -۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

از تابع مشتق می‌گیریم. ببینید:

$$f'(x)=۲(x+۲a)(x-a)+(x+۲a)^۲\Rightarrow f'(x)=(x+۲a)(۲x-۲a+x+۲a)\Rightarrow f'(x)=(x+۲a)\times۳x$$

مشتق تابع را تعیین علامت می‌کنیم:

$$\begin{array}{c|ccccc} x & & -۲a & & ۰ & \\ \hline f'(x)=(x+۲a)\times۳x & + & ۰ & - & ۰ & + \end{array}$$

تابع در بازهٔ $(-۴,۰)$ اکیداً نزولی می‌باشد، پس $-۲a=-۴$ و $a=۲$ است. دقت کنید تابع $f(x)$ فقط در این بازه نزولی اکید است، پس $a=۲$ قابل قبول می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۹- $x=۲$ طول نقطهٔ عطف تابع $f(x)=\sqrt[۳]{x}(a-x)$ می‌باشد. مقدار $f'(۲a)$ کدام است؟

۱) $\frac{۷}{۳}$ ۲) $\sqrt[۳]{۴}$ ۳) $\frac{۱}{\sqrt[۳]{۲}}$ ۴) -۳

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

از تابع ۲ بار مشتق می‌گیریم تا نقطهٔ عطف تابع به دست آید. پس:

$$f(x)=ax^{\frac{1}{3}}-x^{\frac{4}{3}} \Rightarrow f'(x)=\frac{a}{3}x^{-\frac{2}{3}}-\frac{4}{3}x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f''(x)=\frac{-2a}{9}x^{-\frac{5}{3}}-\frac{4}{9}x^{-\frac{2}{3}} \Rightarrow f''(x)=-\frac{2}{9}(ax^{-\frac{5}{3}}+2x^{-\frac{2}{3}})$$

$$\Rightarrow f''(x)=-\frac{2}{9}(\frac{a}{x\sqrt[3]{x^2}}+\frac{2}{\sqrt[3]{x^2}}) \Rightarrow f''(x)=-\frac{2}{9}(\frac{a+2x}{x\sqrt[3]{x^2}})$$

چون $x=2$ طول نقطهٔ عطف است. باید $f''(2)=0$ باشد. چرا؟

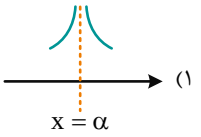
$$f''(2)=0 \Rightarrow a+2\times 2=0 \Rightarrow a=-4$$

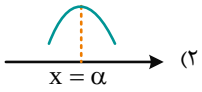
حال $f'(2a)$ یعنی $f'(-8)$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

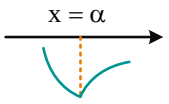
$$f'(x)=-\frac{4}{3}(\frac{1}{\sqrt[3]{x^2}}+\sqrt[3]{x}) \Rightarrow f'(-8)=-\frac{4}{3}(\frac{1}{4}-2)=-\frac{4}{3}\times\frac{-7}{4}=\frac{7}{3}$$

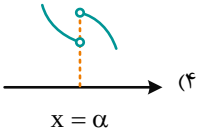
گروه آموزشی ماز

۱۰- f تابعی پیوسته می‌باشد. در گزینه‌ها نمودار f' در همسایگی $x=\alpha$ رسم شده است. در کدام گزینه، α طول نقطهٔ عطف نمی‌باشد؟

۱) 

۲) 

۳) 

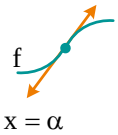
۴) 

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۵)

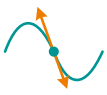
بررسی گزینه‌ها:

۱) α در گزینهٔ اول، طول عطف قائم است:

۲) α در گزینهٔ دوم، طول عطف مایل است:



۳) α در گزینهٔ سوم، طول عطف است:



۴) α در گزینهٔ چهارم، نمی‌تواند طول نقطهٔ عطف باشد(α نقطه زاویه‌دار است) زیرا تابع $f'(x)$ در همسایگی راست و چپ α روند نزولی دارد. پس مشتق تابع $f'(x)$ یعنی همان $f''(x)$، در α تغییر علامت نمی‌دهد و می‌دانیم در نقطهٔ عطف باید، $f''(x)$ تغییر علامت بدهد، پس α در گزینه ۴ نمی‌تواند نقطهٔ عطف باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۱- نمودار تابع $f(x)=\frac{2x-1}{x+3}$ را نسبت به محور yها قرینه کرده و سپس ۲ واحد به راست و ۳ واحد به پایین انتقال می‌دهیم تا تابع $g(x)$ به دست آید. تعداد اعضای صحیح دامنهٔ تابع $y=\sqrt{1+2g(x-1)}$ کدام است؟

۱) ۷ ۲) ۸ ۳) ۱۴ ۴) ۱۵

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

برای این که نمودار تابع را نسبت به محور yها، قرینه کنیم باید در ضابطهٔ تابع به جای x، $-x$ را قرار دهیم و در مرحلهٔ بعد در ضابطهٔ جدید به جای x، $x-۲$ قرار می‌دهیم و در آخر، ضابطهٔ تابع را منهای ۳ کنیم. ببینید:

$$y=\frac{۲x-۱}{x+۳} \xrightarrow[\text{قرینه نسبت به محور } y]{x\to -x} y=\frac{۲(-x)-۱}{(-x)+۳} \Rightarrow y=\frac{-۲x-۱}{-x+۳} \xrightarrow[\text{۲ واحد به راست}]{x\to x-۲} y=\frac{-۲(x-۲)-۱}{-(x-۲)+۳} \Rightarrow y=\frac{-۲x+۳}{-x+۵}$$

$$\xrightarrow[\text{۳ واحد به پایین}]{} y=\frac{-۲x+۳}{-x+۵}-۳ \Rightarrow y=\frac{-۲x+۳+۳x-۱۵}{-x+۵} \Rightarrow g(x)=\frac{x-۱۲}{-x+۵} \Rightarrow g(x-۱)=\frac{(x-۱)-۱۲}{-(x-۱)+۵} \Rightarrow g(x-۱)=\frac{x-۱۳}{-x+۶}$$

حال به محاسبهٔ دامنهٔ تابع $y=\sqrt{۱+۲g(x-۱)}$ می‌پردازیم. ببینید:

$$۱+۲g(x-۱)\geq ۰ \Rightarrow ۱+۲\times\frac{x-۱۳}{-x+۶}\geq ۰ \Rightarrow \frac{-x+۶+۲x-۲۶}{-x+۶}\geq ۰ \Rightarrow \frac{x-۲۰}{-x+۶}\geq ۰$$

x	$-\infty$		۶		۲۰	$+\infty$
$\frac{x-۲۰}{-x+۶}$		$-$	∄	$+$	۰	$-$

بنابراین دامنهٔ تابع بازهٔ $[۶,۲۰)$ می‌باشد که در آن ۱۴ عدد صحیح وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $f(x)=۲x-\sqrt{۲-x}$ باشد، مجموعه جواب نامعادلهٔ $f^{-۱}(\frac{x}{۲})<f^{-۱}(۲x-۱)$ کدام است؟

۱) $(\frac{۲}{۳},+\infty)$ ۲) $(\frac{۲}{۳},\frac{۵}{۲}]$ ۳) $[\frac{۵}{۲},۸]$ ۴) $(-\infty,۸]$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تابع اکیداً یکنوا:

f اکیداً نزولی $\Rightarrow x_۲>x_۱ \Leftrightarrow f(x_۲)<f(x_۱)$ $\quad$ f اکیداً صعودی $\Rightarrow x_۲>x_۱ \Leftrightarrow f(x_۲)>f(x_۱)$

پاسخ تشریحی:

دامنهٔ تابع $f(x)$ برابر بازهٔ $(-\infty,۲]$ می‌باشد. از تابع مشتق می‌گیریم. ببینید:

$$f(x)=۲x-\sqrt{۲-x} \Rightarrow f'(x)=۲+\frac{۱}{۲\sqrt{۲-x}}>۰ \Rightarrow$$ تابع $f(x)$ اکیداً صعودی می‌باشد.

بنابراین برد تابع، بازهٔ $(-\infty,۴]$ می‌باشد. از طرفی دامنهٔ تابع $f^{-۱}(x)$ نیز همان بازهٔ $(-\infty,۴]$ است. بنابراین:

$$D_{f^{-۱}}=(-\infty,۴] \Rightarrow \begin{cases}\frac{x}{۲}\leq ۴ \Rightarrow x\leq ۸\\ ۲x-۱\leq ۴ \Rightarrow x\leq \frac{۵}{۲}\end{cases}$$

بنابراین:

$$f^{-۱}(\frac{x}{۲})<f^{-۱}(۲x-۱) \Rightarrow \frac{x}{۲}<۲x-۱ \Rightarrow x<۴x-۲ \Rightarrow ۳x>۲ \Rightarrow x>\frac{۲}{۳}$$

پس مجموعه جواب نامعادله برابر است با:

$$x\leq ۸ \cap x\leq \frac{۵}{۲} \cap x>\frac{۲}{۳} \Rightarrow (\frac{۲}{۳},\frac{۵}{۲}]$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر $x^۲-۵x+۶$ و $x^۲-۳x+۲$ به ترتیب برابر $۲x+۱$ و $۳x-۲$ است. باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-۴x+۳$ کدام است؟

۱) $۴x-۵$ ۲) $۵x-۶$ ۳) $۲x+۱$ ۴) $۳x-۲$

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

تقسیم دو چندجمله‌ای بر هم:

اگر در تقسیم چندجمله‌ای $f(x)$ بر چندجمله‌ای $g(x)$، خارج‌قسمت برابر $q(x)$ باشد، آن‌گاه:

$$\begin{array}{l} f(x) \\ \vdots \\ \overline{r(x)} \end{array} \quad \begin{array}{|l} g(x) \\ \overline{q(x)} \end{array} \Rightarrow f(x) = g(x) \times q(x) + r(x)$$

باید درجهٔ باقی‌مانده $(r(x))$ از درجهٔ مقسوم علیه $(g(x))$ کمتر باشد.

پاسخ تشریحی:

$$\begin{array}{l} f(x) \\ \vdots \\ \overline{۲x+۱} \end{array} \quad \begin{array}{|l} x^۲-۵x+۶ \\ \overline{q_۱(x)} \end{array} \Rightarrow f(x) = (x^۲-۵x+۶) \times q_۱(x) + ۲x + ۱$$

$$\begin{array}{l} f(x) \\ \vdots \\ \overline{۲-۳x} \end{array} \quad \begin{array}{|l} x^۲-۳x+۲ \\ \overline{q_۲(x)} \end{array} \Rightarrow f(x) = (x^۲-۳x+۲) \times q_۲(x) + ۲ - ۳x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} f(۳) = ۷ \\ f(۱) = -۱ \end{cases}$$

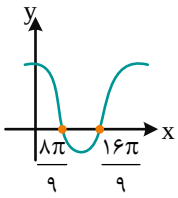
باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-۴x+۳$ را برابر $ax+b$ در نظر می‌گیریم. (زیرا باید درجهٔ باقی‌مانده از درجهٔ مقسوم‌علیه کمتر باشد) پس:

$$\begin{array}{l} f(x) \\ \vdots \\ \overline{ax+b} \end{array} \quad \begin{array}{|l} x^۲-۴x+۳ \\ \overline{q(x)} \end{array} \Rightarrow f(x) = (x^۲-۴x+۳) \times q(x) + ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(۱) = a+b = -۱ \\ f(۳) = ۳a+b = ۷ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ \\ b = -۵ \end{cases}$$

پس باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ بر $x^۲-۴x+۳$ برابر $۴x-۵$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۴- قسمتی از نمودار تابع $y = ۲b + a\cos(bx)$ به صورت مقابل است. دورهٔ تناوب این تابع چند برابر a است؟



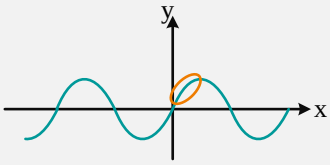
۱) $\frac{۴\pi}{۳}$
۲) $\frac{۸\pi}{۳}$
۳) $\frac{۸\pi}{۹}$
۴) $\frac{۴\pi}{۹}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

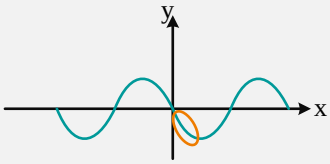
نکتهٔ ریز در توابع مثلثاتی:

$f(x) = a\sin(bx) + c$

- a و b هم‌علامت هستند. ← در سمت راست $x = ۰$ تابع صعودی می‌باشد.



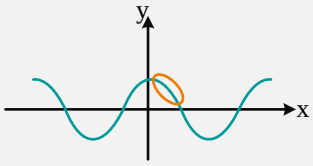
- a و b غیرهم‌علامت هستند. ← در سمت راست $x = ۰$ تابع نزولی می‌باشد.



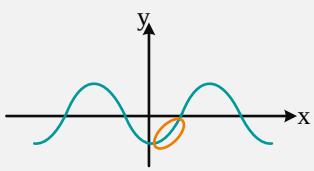
جابه‌جایی روی محور x وجود ندارد.

$f(x) = a\cos(bx) + c$

- $a > ۰$ (علامت b تاثیر ندارد.) ← در سمت راست $x = ۰$ تابع نزولی می‌باشد.



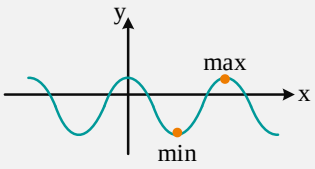
- $a < ۰$ (علامت b تاثیر ندارد.) ← در سمت راست $x = ۰$ تابع صعودی می‌باشد.



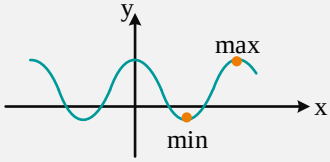
www.biomaze.ir

در هر نمودار $y = a\sin(bx) + c$ یا $y = a\cos(bx) + c$ می‌توان گفت:

نقطهٔ max به محور x نزدیک‌تر از نقطهٔ min است. $\Rightarrow c < 0$



نقطهٔ min به محور x نزدیک‌تر از نقطهٔ max است. $\Rightarrow c > 0$



پاسخ تشریحی:

طبق درسنامه و با توجه به نمودار a و b هردو مثبت هستند. وسط $\frac{۸\pi}{۹}$ و $\frac{۱۶\pi}{۹}$ تابع به min خود می‌رسد.

$$\frac{\frac{۸\pi}{۹}+\frac{۱۶\pi}{۹}}{۲}=\frac{۴\pi}{۳}$$

اگر $\frac{۴\pi}{۳}$ را به جای x در تابع قرار دهیم تابع min می‌شود. پس:

$$\frac{۴\pi}{۳}b=\pi\Rightarrow b=\frac{۳}{۴}$$

بنابراین ضابطهٔ تابع به صورت $y=\frac{۳}{۲}+a\cos(\frac{۳}{۴}x)$ است. در $x=\frac{۸\pi}{۹}$ مقدار تابع صفر می‌شود. پس:

$$y=\frac{۳}{۲}+a\cos(\frac{۳}{۴}\times\frac{۸\pi}{۹})=۰\Rightarrow\frac{۳}{۲}+a\cos\frac{۲\pi}{۳}=۰\Rightarrow\frac{۳}{۲}-\frac{a}{۲}=۰\Rightarrow a=۳\Rightarrow T=\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{۲\pi}{\frac{۳}{۴}}=\frac{۸\pi}{۳}$$

بنابراین جواب برابر $\frac{\frac{۸\pi}{۳}}{۳}$ یعنی $\frac{۸\pi}{۹}$ است.

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\alpha-\frac{\pi}{۳}$ و $\alpha+\frac{\pi}{۳}$ دو عضو از مجموعه جواب معادلهٔ مثلثاتی $\sin^۳x=\sin x-\frac{۱}{۲}\cos^۲x$ باشند، مقدار α کدام می‌تواند باشد؟

۱) $\frac{۵\pi}{۶}$ ۲) $\frac{۲\pi}{۳}$ ۳) $\frac{\pi}{۶}$ ۴) $\frac{۷\pi}{۶}$

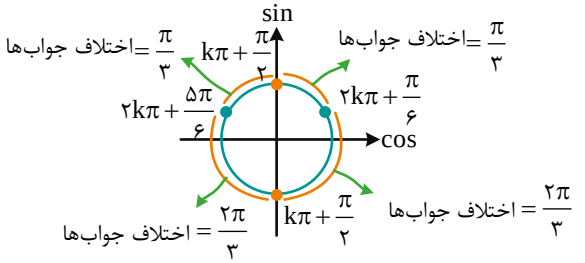
پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

پاسخ تشریحی:

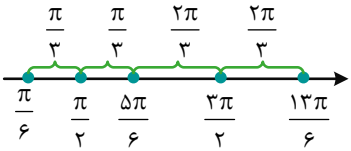
$\alpha-\frac{\pi}{۳}$ و $\alpha+\frac{\pi}{۳}$ دو جواب معادله هستند که اختلاف آن‌ها $\frac{۲\pi}{۳}$ و میانگین آن‌ها α است.

$$\sin^۳x-\sin x=-\frac{۱}{۲}\cos^۲x\Rightarrow\sin x(\underbrace{\sin^۲x-۱}_{-\cos^۲x})=-\frac{۱}{۲}\cos^۲x\Rightarrow\sin x\cos^۲x=\frac{۱}{۲}\cos^۲x\Rightarrow\begin{cases}\cos x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\\ \sin x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۶}\end{cases}\end{cases}\quad(k\in\mathbb{Z})$$

جواب‌ها را روی دایرهٔ مثلثاتی نشان می‌دهیم. ببینید:



تعدادی از جواب‌های معادله را به دست می‌آوریم. ببینید:

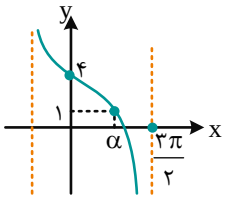


www.biomaze.ir

با توجه به محور فوق α می‌تواند وسط $\frac{5\pi}{6}$ و $\frac{3\pi}{2}$ یا وسط $\frac{3\pi}{2}$ و $\frac{13\pi}{6}$ باشد، پس α می‌تواند $\frac{7\pi}{6}$ یا $\frac{11\pi}{6}$ باشد که $\frac{7\pi}{6}$ در گزینه‌ها موجود است. دقت کنید α مقادیر دیگری نیز می‌تواند داشته باشد که در گزینه‌ها دیده نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

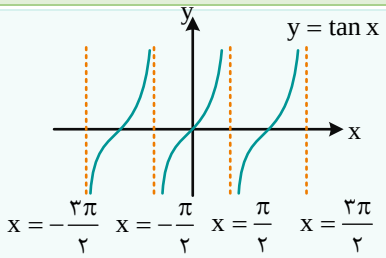
۱۶- نمودار تابع $f(x)=a-2\tan(bx-\frac{\pi}{4})$ در یک دورهٔ تناوب به صورت مقابل است. حاصل $\tan\alpha$ کدام است؟



۱) $-\frac{3}{4}$
۲) $\frac{3}{4}$
۳) $-\frac{4}{3}$
۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

نمودار تابع $y=\tan x$:



$y=\frac{\sin x}{\cos x}$ مجانب قائم $x=k\pi+\frac{\pi}{2}$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نمودار تابع، $f(0)=4$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(0)=a-2\tan(-\frac{\pi}{4})=4\Rightarrow a+2=4\Rightarrow a=2$$

با توجه به اینکه $x=\frac{3\pi}{2}$ مجانب قائم است. پس:

$$f(x)=2-2\tan(bx-\frac{\pi}{4})\Rightarrow f(x)=2-2\frac{\sin(bx-\frac{\pi}{4})}{\cos(bx-\frac{\pi}{4})}$$

$x=\frac{3\pi}{2}$ مخرج تابع $f(x)$ را صفر می‌کند $\longrightarrow \cos(bx-\frac{\pi}{4})=\cos(\frac{\pi}{2})=0\Rightarrow \frac{3\pi}{2}b-\frac{\pi}{4}=\frac{\pi}{2}\Rightarrow \frac{3\pi}{2}b=\frac{3\pi}{4}\Rightarrow b=\frac{1}{2}$

چرا $bx-\frac{\pi}{4}$ را برابر $\frac{3\pi}{2}$ نگذاشتیم؟

بنابراین ضابطهٔ تابع $f(x)$ به صورت $f(x)=2-2\tan(\frac{1}{2}x-\frac{\pi}{4})$ می‌باشد. پس:

$$f(\alpha)=2-2\tan(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4})=1\Rightarrow 2\tan(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4})=1\Rightarrow \tan(\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4})=\frac{1}{2}$$

$\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}$ را برابر β می‌نامیم. ببینید:

$$\frac{\alpha}{2}-\frac{\pi}{4}=\beta\Rightarrow \alpha-\frac{\pi}{2}=2\beta\Rightarrow \tan 2\beta=\frac{2\tan\beta}{1-\tan^2\beta}\Rightarrow \tan 2\beta=\frac{2\times\frac{1}{2}}{1-(\frac{1}{2})^2}=\frac{4}{3}$$

پس:

$$\tan 2\beta=\tan(\alpha-\frac{\pi}{2})=\frac{4}{3}\Rightarrow -\cot\alpha=\frac{4}{3}\Rightarrow \tan\alpha=-\frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $\lim\limits_{x\to 1^-}\frac{x-[2x]}{f(x)+2x+1}=-\infty$ باشد، نمودار $f(x)$ در مجاورت $x=1$ چگونه می‌تواند باشد؟

۱)

۲)

۳)

۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x-[2x]}{f(x)+2x+1}=\frac{1^- -1}{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)+3^-}=\frac{0^-}{\lim\limits_{x\to 1^-} f(x)+3^-}=-\infty$$

به شرطی حاصل حد، برابر $-\infty$ می‌شود که مخرج در $x=1$، برابر صفر و ریشهٔ مضاعف داشته باشد. مثلاً مخرج به صورت زیر باشد:

$$\lim_{x\to 1^-}\frac{x-[2x]}{f(x)+2x+1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x-1}{f(x)+2x+1}=\lim_{x\to 1^-}\frac{x-1}{(x-1)^2}=-\infty$$

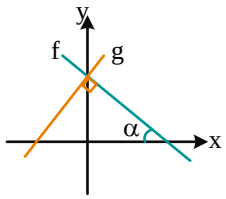
پس مخرج کسر موجود در حد، یعنی $f(x)+2x+1$ می‌تواند برابر $(x-1)^2$، $(x-1)^4$ و عبارت‌هایی مشابه باشد. بنابراین:

$$f(x)+2x+1=(x-1)^2 \Rightarrow f(x)=x^2-4x$$

چون $f'(1)=-2$ می‌باشد، پس تابع $f(x)$ در $x=1$ روند نزولی دارد و گزینهٔ ۳ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۱۸- نمودار توابع خطی f و g به صورت مقابل است. اگر $\cos 2\alpha=0/28$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(f-g^{-1})(x)}{(f^{-1}-2g)(x)}$ کدام است؟

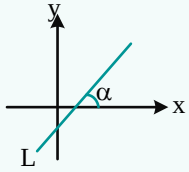


۱) $\frac{3}{8}$
۲) $-\frac{3}{8}$
۳) $\frac{3}{4}$
۴) $-\frac{3}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

روابط مثلثاتی 2α برحسب $\tan\alpha$:

$$\cos 2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha},\ \sin 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1+\tan^2\alpha},\ \tan 2\alpha=\frac{2\tan\alpha}{1-\tan^2\alpha}$$



شیب خط: شیب یک خط برابر tan زاویه‌ای است که آن خط با جهت مثبت محور xها می‌سازد.

شیب خط L $=\tan\alpha$

پاسخ تشریحی:

شیب خطوط f و g را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\cos 2\alpha=\frac{1-\tan^2\alpha}{1+\tan^2\alpha}\Rightarrow\tan^2\alpha=\frac{1-\cos 2\alpha}{1+\cos 2\alpha}\Rightarrow\tan^2\alpha=\frac{1-0/28}{1+0/28}\Rightarrow\tan^2\alpha=\frac{9}{16}\xrightarrow{\alpha\text{ حاده است}}\tan\alpha=\frac{3}{4}$$

شیب خط f برابر $-\frac{3}{4}$ و شیب خط g برابر $\frac{4}{3}$ است. چرا؟

پس ضابطهٔ تابع $f(x)$ و $g(x)$ به صورت مقابل است. بنابراین:

$$f(x)=-\frac{3}{4}x+k\Rightarrow f^{-1}(x)=-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}k$$

$$g(x)=\frac{4}{3}x+k\Rightarrow g^{-1}(x)=\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}k$$

حال به محاسبهٔ حد می‌پردازیم:

$$\lim_{x\to+\infty}\frac{(f-g^{-1})(x)}{(f^{-1}-2g)(x)}=\lim_{x\to+\infty}\frac{(-\frac{3}{4}x+k)-(\frac{3}{4}x-\frac{3}{4}k)}{(-\frac{4}{3}x+\frac{4}{3}k)-2(\frac{4}{3}x+k)}\xrightarrow{\text{پرتوان}}\lim_{x\to+\infty}\frac{-\frac{3}{2}x}{-4x}=\frac{3}{8}$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۱۹- اگر $\lim\limits_{x\to ۱}\dfrac{(-۱)^{[x]}}{f(x)}=+\infty$ باشد، ضابطهٔ $f(x)$ کدام می‌تواند باشد؟

۱) $۱-x$ ۲) $x-۱$ ۳) $(x-۱)^۲$ ۴) $-(x-۱)^۲$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

حدهای راست و چپ را در $x=۱$ به طور جداگانه حساب می‌کنیم. ببینید:

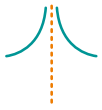
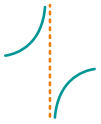
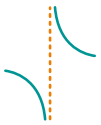
$$\lim_{x\to ۱^-}\frac{(-۱)^{[x]}}{f(x)}=\frac{(-۱)^{[۱^-]}}{\lim\limits_{x\to ۱^-}f(x)}=\frac{۱}{\lim\limits_{x\to ۱^-}f(x)}=+\infty\Rightarrow\lim_{x\to ۱^-}f(x)=۰^+$$

$$\lim_{x\to ۱^+}\frac{(-۱)^{[x]}}{f(x)}=\frac{(-۱)^{[۱^+]}}{\lim\limits_{x\to ۱^+}f(x)}=\frac{-۱}{\lim\limits_{x\to ۱^+}f(x)}=+\infty\Rightarrow\lim_{x\to ۱^+}f(x)=۰^-$$

بنابراین فقط گزینهٔ ۱ شرایط فوق را دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۰- تابع $f(x)=\dfrac{۱}{x^۳-۱۲x+a}$ فقط ۲ مجانب قائم دارد. نمودار تابع $f(x)$ در اطراف مجانب قائم خود، کدام نمی‌تواند باشد؟

۱)  ۲)  ۳)  ۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

مجانب قائم:

برای به دست آوردن مجانب قائم تابع $f(x)$، ریشه‌های مخرج کسر را به دست می‌آوریم به شرطی که ریشهٔ صورت کسر نباشد، همچنین حداقل در یک همسایگی مجانب قائم تعریف شود. اگر $x=k$ مجانب قائم تابع $f(x)$ باشد، برای تعیین وضعیت رفتار تابع $f(x)$ در همسایگی مجانب قائم، حاصل $\lim\limits_{x\to k^-}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to k^+}f(x)$ را به دست می‌آوریم.

پاسخ تشریحی:

چون تابع دو مجانب قائم دارد، پس مخرج یک ریشهٔ ساده (مرتبهٔ ۱) و یک ریشهٔ مضاعف (مرتبهٔ ۲) دارد، یعنی مخرج باید به فرم زیر تجزیه شود:

$$f(x)=x^۳-۱۲x+a=(x-b)^۲(x+\frac{a}{b^۲})$$

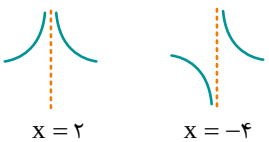
$$\Rightarrow x^۳-۱۲x+a=(x^۲-۲bx+b^۲)(x+\frac{a}{b^۲})\Rightarrow x^۳-۱۲x+a=x^۳+\underbrace{(\frac{a}{b^۲}-۲b)}_{۰}x^۲+\underbrace{(b^۲-\frac{۲a}{b})}_{-۱۲}x+a$$

باید دو طرف یکسان باشند. پس:

$$\frac{a}{b^۲}-۲b=۰\Rightarrow a=۲b^۳$$

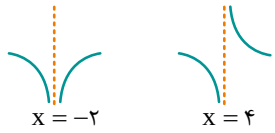
$$b^۲-\frac{۲a}{b}=-۱۲\Rightarrow b^۳-۲a=-۱۲b\xrightarrow{a=۲b^۳}b^۳-۴b^۳=-۱۲b\Rightarrow -۳b^۳=-۱۲b\Rightarrow\begin{cases}b=۰\to \text{غ ق ق}\\ b=۲\to a=۱۶\\ b=-۲\to a=-۱۶\end{cases}$$

اگر $b=۲$ و $a=۱۶$ باشد. $\Rightarrow f(x)=\dfrac{۱}{(x-۲)^۴(x+۴)}$



www.biomaze.ir

اگر $b=-۲$ و $a=-۱۶$ باشد $\Rightarrow f(x)=\frac{۱}{(x+۲)^۲(x-۴)}$



پس تابع در اطراف مجانب قائم خود نمی‌تواند شکلی شبیه گزینهٔ ۲ داشته باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر A ماتریسی ۳×۳ و $|۳A|A=\frac{۱}{۳}I$ باشد، آن‌گاه مقدار مثبت $\left|(۹A)^{-۱}\right|$ کدام است؟

۱) $۳^{-۴}$ ۲) $۳^{-۶}$ ۳) $۳^{-۳}$ ۴) $۳^{-۹}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ویژگی‌های دترمینان ماتریس:

اگر A و B دو ماتریس مربعی از مرتبهٔ n باشند، آن‌گاه:

۱) $|kA|=k^n|A| \quad k\in\mathbb{R}$ ۲) $|A\times B|=|A|\times|B|$

۳) $|A^n|=|A|^n$ ۴) $|A^{-۱}|=\frac{۱}{|A|}$ ۵) $|I|=۱$ ماتریس همانی است

پاسخ تشریحی:

$$|۳A|A=\frac{۱}{۳}I \Rightarrow \||۳A|A|=\left|\frac{۱}{۳}I\right| \xrightarrow{|۳A|=۳^۳|A|} |۳^۳|A|A|=(\frac{۱}{۳})^۳ \Rightarrow ۳^۹\times|A|^۳\times|A|=۳^{-۳}$$

$$|A|^۴=۳^{-۱۲} \Rightarrow |A|=\pm(۳^{-۳}) \Rightarrow |A|=\pm\frac{۱}{۲۷}$$

بنابراین دترمینان ماتریس $(۹A)^{-۱}$ برابر است با:

$$\left|(۹A)^{-۱}\right|=\frac{۱}{|۹A|}=\frac{۱}{۹^۳|A|}=۳^{-۶}\times\frac{۱}{\frac{۱}{۲۷}} \Rightarrow \left|(۹A)^{-۱}\right|=۳^{-۳}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- به ازای چند مقدار m، دستگاه معادلات خطی $\begin{cases}(m-۱)x-۲y=m+۲\\ ۶x-my=۳m\end{cases}$ جواب ندارد؟

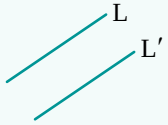
۱) ۱ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) هیچ مقدار قابل قبولی برای m به دست نمی‌آید.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

بحث در مورد جواب‌های دستگاه معادلات خطی:

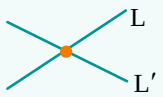
هر کدام از معادلات داده شده در دستگاه معادلات خطی، معادلهٔ یک خط هستند. تعداد نقاط برخورد ۲ خط، تعداد جواب‌های معادله را نشان می‌دهد. پس ۳ وضعیت برای این ۲ خط وجود دارد: $\begin{cases}ax+by=c\\ a'x+b'y=c'\end{cases}$

۱) دو خط موازی و غیرمنطبق هستند، یعنی معادله جواب ندارد.



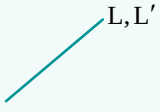
$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}\neq\frac{c}{c'}$$

۲) دو خط متقاطع هستند، یعنی معادله یک جواب دارد.



$$\frac{a}{a'}\neq\frac{b}{b'}$$

۳) دو خط موازی و منطبق هستند، یعنی معادله بی‌شمار جواب دارد.



$$\frac{a}{a'}=\frac{b}{b'}=\frac{c}{c'}$$

www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

باید دو خط موازی و غیرمنطبق باشند تا دستگاه معادلات خطی جواب نداشته باشد. پس:

$$\underbrace{\frac{m-1}{6}=\frac{-2}{-m}}_{\text{معادلهٔ ۱}}\neq\frac{m+2}{3m}\Rightarrow\frac{m-1}{6}=\frac{-2}{-m}\Rightarrow m^2-m=12\Rightarrow m^2-m-12=0\Rightarrow(m-4)(m+3)=0\Rightarrow\begin{cases}m=4\\m=-3\end{cases}$$

با جایگذاری هر دو مقدار m در معادله، خواهیم داشت:

$\xrightarrow{m=4}\frac{3}{6}=\frac{-2}{-4}\neq\frac{6}{12}\Rightarrow$ غ‌ق‌ق (در این حالت معادله بی‌شمار جواب دارد.)

$\xrightarrow{m=-3}\frac{-4}{6}=\frac{-2}{3}\neq\frac{-1}{-9}\Rightarrow$ ق‌ق

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر A ماتریس مربعی هم‌مرتبه با I و $A^2-5A+I=0$ باشد، وارون ماتریس $A+2I$ به صورت $mA+nI$ است. مقدار $15m+30n$ کدام است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

ماتریس‌های تعویض‌پذیر:

اگر برای ضرب دو ماتریس خاصیت جابه‌جایی برقرار شود، می‌گوییم دو ماتریس تعویض‌پذیر هستند.

$A\times B=B\times A\Rightarrow$ A و B دو ماتریس تعویض‌پذیرند.

بنابراین هر ماتریس مربعی مانند A با ماتریس همانی هم‌مرتبه‌اش تعویض‌پذیر است و هر ماتریس معکوس‌پذیر مانند A، با ماتریس معکوسش تعویض‌پذیر است.

$$A\times I=I\times A=A$$

$$A\times A^{-1}=A^{-1}\times A=I$$

پاسخ تشریحی:

$$A^2-5A+I=0\xrightarrow{(A+2I)(A-7I)=A^2-5A-14I}A^2-5A+I-15I=-15I\Rightarrow\underbrace{A^2-5A-14I}_{(A+2I)(A-7I)}=-15I$$

$$\Rightarrow(A+2I)\times-\frac{1}{15}(A-7I)=I\Rightarrow$$ ضرب دو ماتریس $A+2I$ و $-\frac{1}{15}(A-7I)$ برابر ماتریس همانی (I) می‌باشد، پس این دو ماتریس معکوس هم هستند

$$(A+2I)^{-1}=-\frac{1}{15}(A-7I)\Rightarrow(A+2I)^{-1}=-\frac{1}{15}A+\frac{7}{15}I\Rightarrow\begin{cases}m=-\frac{1}{15}\\n=\frac{7}{15}\end{cases}\Rightarrow15m+30n=15\times(-\frac{1}{15})+30\times\frac{7}{15}=-1+14=13$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- پاره‌خط AB به طول ۲۰ واحد، در یک صفحه مفروض است. حداکثر چند خط مانند d در این صفحه وجود دارد که فاصله نقاط A و B از آن به ترتیب ۱۲ و ۱۵ واحد باشد؟

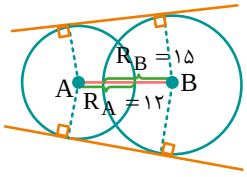
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) چنین خطی در صفحه وجود ندارد.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

می‌دانیم مکان هندسی نقاطی در صفحه که از نقطه A به فاصله ۱۲ هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۱۲ و از نقطهٔ B به فاصلهٔ ۱۵ باشند، دایره‌ای به مرکز B و شعاع ۱۵ است.

با توجه به این که دو دایره متقاطع هستند $(R_B-R_A<AB<R_B+R_A)$ می‌توان ۲ خط بر دو دایره مماس رسم کرد به طوری که فاصلهٔ نقاط A و B از این ۲ خط به ترتیب برابر ۱۲ و ۱۵ باشد، پس حداکثر ۲ خط در صفحه وجود دارد.



www.biomaze.ir

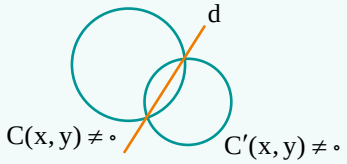
۲۵- دایرهٔ C گذرنده از نقطهٔ $A(۳,۸)$ با دایرهٔ $C': x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰$ وتر مشترکی می‌سازد که بر خط $x-۳y=۴$ منطبق است. مساحت دایرهٔ C کدام است؟

۱) ۱۶π ۲) ۳۲π ۳) ۴۸π ۴) ۶۴π

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

وتر مشترک دو دایرهٔ متقاطع:

برای به دست آوردن وتر مشترک دو دایره متقاطع، کافی است معادلهٔ دو دایره را از هم کم کنیم، البته به شرطی که ضریب $x^۲$ و $y^۲$ در معادلهٔ هر دو دایره یکسان باشد. (بهتر است ۱ باشد.)



$$d: C(x,y)-C'(x,y)=۰$$

پاسخ تشریحی:

معادلهٔ دایرهٔ C را به صورت $C: x^۲+y^۲+ax+by+c=۰$ می‌نویسیم. به دنبال محاسبهٔ a، b و c هستیم. ابتدا معادلهٔ وتر مشترک دو دایره را به دست می‌آوریم:

$$\begin{matrix} C: x^۲+y^۲+ax+by+c=۰ \\ C': x^۲+y^۲-۲x+۴y+۱=۰ \end{matrix} \Rightarrow \text{وتر مشترک}: (a+۲)x+(b-۴)y+(c-۱)=۰$$

چون وتر مشترک بر خط $x-۳y=۴$ منطبق است. پس:

$$\frac{a+۲}{۱}=\frac{b-۴}{-۳}=\frac{c-۱}{-۴}=t \Rightarrow \begin{cases} a=t-۲ \\ b=-۳t+۴ \\ c=-۴t+۱ \end{cases}$$

a، b و c را برحسب t به دست آوردیم. با جای‌گذاری در معادلهٔ دایرهٔ C داریم:

$$C: x^۲+y^۲+(t-۲)x+(-۳t+۴)y+(-۴t+۱)=۰ \xrightarrow{\text{دایرهٔ C از } A(۳,۸) \text{ می‌گذرد}} ۳^۲+۸^۲+(t-۲)\times ۳+(-۳t+۴)\times ۸+(-۴t+۱)=۰$$

$$۹+۶۴+۳t-۶-۲۴t+۳۲-۴t+۱=۰ \Rightarrow -۲۵t+۱۰۰=۰ \Rightarrow t=۴ \Rightarrow \begin{cases} a=۲ \\ b=-۸ \\ c=-۱۵ \end{cases} \Rightarrow C: x^۲+y^۲+۲x-۸y-۱۵=۰$$

$$R=\frac{۱}{۲}\sqrt{a^۲+b^۲-۴c}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۲^۲+(-۸)^۲-۴(-۱۵)}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۴+۶۴+۶۰}=\frac{۱}{۲}\sqrt{۱۲۸}=۴\sqrt{۲} \Rightarrow S=\pi r^۲=\pi\times(۴\sqrt{۲})^۲=۳۲\pi$$

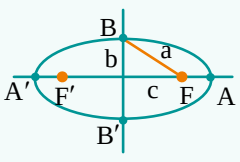
گروه آموزشی ماز

۲۶- در یک بیضی، فاصلهٔ هر کانون تا رأس ناکانونی آن، برابر ۵ و فاصلهٔ کانون‌ها ۶ است خط L را عمود بر محور کانونی و به فاصلهٔ ۱ واحد از مرکز بیضی رسم می‌کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند، طول MN کدام است؟

۱) $۳/۲\sqrt{۶}$ ۲) $۱/۷\sqrt{۶}$ ۳) $۱/۶\sqrt{۳}$ ۴) $۳/۸\sqrt{۳}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

بیضی:



$$\left.\begin{matrix} \text{قطر بزرگ} = AA'=۲a \\ \text{قطر کوچک} = B'B=۲b \\ \text{فاصله کانونی} = F'F=۲c \end{matrix}\right\} \Rightarrow a^۲=b^۲+c^۲$$

$a=$ فاصلهٔ کانون تا هر رأس ناکانونی

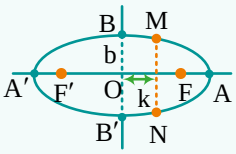
$a+c=$ فاصلهٔ کانون تا دورترین رأس کانونی

$a-c=$ فاصلهٔ کانون تا نزدیک‌ترین رأس کانونی

پند مهم در بیضی:

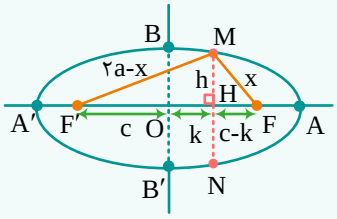
اگر خطی به فاصلهٔ k از مرکز بیضی و عمود بر قطر بزرگ (موازی قطر کوچک) رسم شود تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند، در این صورت، طول پاره‌خط MN با ۳ بار استفاده از قضیهٔ فیثاغورس به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$MN=\frac{2b}{a}\sqrt{a^2-k^2}$$



برای اثبات از M به F و F′ وصل می‌کنیم. بنابراین:

$$\begin{aligned}&1)\ \triangle MHF: h^2=x^2-(c-k)^2\\&2)\ \triangle MF'H: h^2=(2a-x)^2-(c+k)^2\end{aligned}\Rightarrow x^2-(c-k)^2=(2a-x)^2-(c+k)^2$$



$$\Rightarrow (2a-x)^2-x^2=(c+k)^2-(c-k)^2\Rightarrow 4a^2-4ax+x^2-x^2=c^2+2ck+k^2-c^2+2ck-k^2\Rightarrow 4a^2-4ax=4ck\Rightarrow \frac{a^2-ck}{a}=x$$

با جای‌گذاری x در رابطهٔ ۱ خواهیم داشت:

$$h^2=(\frac{a^2-ck}{a})^2-(c-k)^2\Rightarrow h^2=a^2+\frac{c^2k^2}{a^2}-\cancel{2ck}-c^2+\cancel{2ck}-k^2\Rightarrow h^2=\underbrace{a^2-c^2}_{b^2}+\frac{c^2k^2}{a^2}-k^2\Rightarrow h^2=b^2+k^2(\frac{c^2}{a^2}-1)$$

$$h^2=b^2+k^2\times(-\frac{b^2}{a^2})\Rightarrow h^2=b^2(1-\frac{k^2}{a^2})\Rightarrow h^2=b^2\times(\frac{a^2-k^2}{a^2})\Rightarrow h^2=\frac{b^2}{a^2}(a^2-k^2)\Rightarrow MN=2h=\frac{2b}{a}\sqrt{a^2-k^2}$$

پاسخ تشریحی:

فاصلهٔ کانون تا رأس ناکانونی: $a=5$ فاصلهٔ کانونی $2c=6\Rightarrow c=3$

$$a^2=b^2+c^2\Rightarrow 5^2=b^2+3^2\Rightarrow b=4$$

طبق درسنامه: $MN=\frac{2b}{a}\sqrt{a^2-k^2}=\frac{2(4)}{5}\sqrt{5^2-1^2}=\frac{8}{5}\times 2\sqrt{6}=3/2\sqrt{6}$

گروه آموزشی ماز

۲۷- در سهمی $y^2+8x=2y+15$ اگر سطح داخلی سهمی را نقره‌اندود کنیم و لامپی را در نقطهٔ $(-1,1)$ قرار دهیم، پرتوهای بازتابش چگونه خواهند بود؟

۱) موازی رو به بالا خواهند بود.
۲) موازی و رو به پایین خواهند بود.
۳) غیرموازی و واگرا هستند.
۴) در نقطه‌ای با طول منفی همگرا می‌شوند.

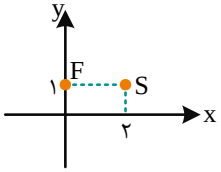
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا معادلهٔ سهمی را به صورت استاندارد نوشته و مختصات کانون را به دست می‌آوریم:

$$y^2-2y=-8x+15\Rightarrow y^2-2y+1=-8x+16\Rightarrow (y-1)^2=-8(x-2)\Rightarrow S(2,1)\ ,\ 4a=8\Rightarrow a=2$$

سهمی افقی بوده و دهانهٔ آن به سمت چپ باز می‌شود. پس مختصات کانون $F(0,1)$ است.



در نتیجه چون لامپ، در راستای افقی و عقب‌تر از کانون است، پرتوهای بازتابش در نقطه‌ای با طول منفی همگرا می‌شوند. پس گزینهٔ ۴ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر نقاط $A(0,1,3)$، $B(-1,2,4)$ و $C(1,5,-1)$ سه رأس متوازی‌الاضلاع ABCD باشند، بردار تصویر ضلع $\overrightarrow{DA}$ روی ضلع $\overrightarrow{DC}$ کدام است؟

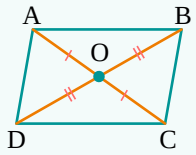
۱) $\frac{4}{3}(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$
۲) $\frac{3}{5}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$
۳) $\frac{2}{3}(\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$
۴) $-\frac{1}{3}(\vec{i}-\vec{j}-\vec{k})$

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ ترکیبی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

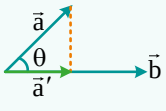
خاصیت قطرها در متوازی‌الاضلاع:

$$\left.\begin{array}{l}\frac{A+C}{2}=O\\ \frac{B+D}{2}=O\end{array}\right\}\Rightarrow A+C=B+D$$



تصویر قائم بردار روی امتداد بردار $\vec{b}$:

تصویر قائم بردار $\vec{a}$ روی بردار $\vec{b}$ $\vec{a}'=\frac{\vec{a}.\vec{b}}{|\vec{b}|^2}\vec{b}$



پاسخ تشریحی:

مختصات رأس D را به دست می‌آوریم:

$$x_A+x_C=x_B+x_D\Rightarrow 0+1=-1+x_D\Rightarrow x_D=2$$
$$y_A+y_C=y_B+y_D\Rightarrow 1+5=2+y_D\Rightarrow y_D=4\Rightarrow \vec{D}=(2,4,-2)$$
$$z_A+z_C=z_B+z_D\Rightarrow 3-1=4+z_D\Rightarrow z_D=-2$$

مختصات بردارهای $\overrightarrow{DA}$ و $\overrightarrow{DC}$ را به دست می‌آوریم:

$$\overrightarrow{DA}=(-2,-3,5)$$
$$\overrightarrow{DC}=(-1,1,1)$$

پس تصویر بردار $\overrightarrow{DA}$ روی بردار $\overrightarrow{DC}$ به صورت زیر است:

$$\text{تصویر قائم } \overrightarrow{DA} \text{ روی } \overrightarrow{DC}=\frac{\overrightarrow{DA}.\overrightarrow{DC}}{|\overrightarrow{DC}|^2}\overrightarrow{DC}=\frac{2-3+5}{3}(-1,1,1)=\frac{4}{3}(-\vec{i}+\vec{j}+\vec{k})$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- زاویهٔ بین بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ منفرجه و $|\vec{a}|=|\vec{b}|=4$ است. اگر $|(3\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}+2\vec{b})|=14$ باشد، مربع اندازهٔ تفاصل دو بردار $\vec{a}$ و $\vec{b}$ کدام است؟ $(\sqrt{3}=1/7)$

۱) ۳۰/۶ ۲) ۱۰/۲ ۳) ۲۳/۸ ۴) ۱۲/۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

$$|(3\vec{a}-\vec{b})\times(\vec{a}+2\vec{b})|=14\Rightarrow|\underbrace{3\vec{a}\times\vec{a}}_{0}+6\vec{a}\times\vec{b}-\underbrace{\vec{b}\times\vec{a}}_{-\vec{a}\times\vec{b}}-2\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{0}|=14\Rightarrow|7\vec{a}\times\vec{b}|=14\Rightarrow 7|\vec{a}\times\vec{b}|=14$$

$$\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=2\Rightarrow|\vec{a}||\vec{b}|\sin\theta=2\Rightarrow 1\times4\times\sin\theta=2\Rightarrow\sin\theta=\frac{1}{2}\xrightarrow[\cos\theta<0]{\theta>90^\circ\text{ است، پس}}\cos\theta=-\frac{\sqrt{3}}{2}$$

حال به محاسبهٔ $|\vec{a}-\vec{b}|^2$ می‌پردازیم. ببینید:

$$|\vec{a}-\vec{b}|^2=|\vec{a}|^2+|\vec{b}|^2-2|a||b|\cos\theta\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|^2=1^2+4^2-2\times1\times4\times-\frac{\sqrt{3}}{2}\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|^2=1+16+4\sqrt{3}$$

$$\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|^2=17+4\sqrt{3}\Rightarrow|\vec{a}-\vec{b}|^2=17+4(1/7)=23/8$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر مساحت مثلثی که روی بردارهای $\vec{a}-2\vec{b}$ و $\vec{a}+\vec{b}$ ساخته می‌شود برابر ۱۰ باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای $3\vec{a}+\vec{b}$ و $\vec{a}+2\vec{b}$ ساخته می‌شود، کدام است؟

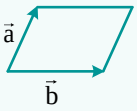
۱) ۴۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۲ ۴) ۱۶

www.biomaze.ir

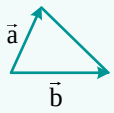
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

کاربردهای ضرب خارجی بردارها:

۱) مساحت متوازی‌الاضلاعی که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر است با: $S=|\vec{a}\times\vec{b}|$



۲) مساحت مثلثی که روی بردارهای $\vec{a}$ و $\vec{b}$ ساخته می‌شود، برابر است با: $S=\frac{1}{2}|\vec{a}\times\vec{b}|$



پاسخ تشریحی:

$$S_{\text{مثلث}}=\frac{1}{2}|(\vec{a}-2\vec{b})\times(2\vec{a}+\vec{b})|=\frac{1}{2}|\underbrace{2\vec{a}\times\vec{a}}_{0}+\vec{a}\times\vec{b}-4\underbrace{\vec{b}\times\vec{a}}_{-\vec{a}\times\vec{b}}-2\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{0}|=10\Rightarrow\frac{1}{2}|5\vec{a}\times\vec{b}|=10\Rightarrow|\vec{a}\times\vec{b}|=4$$

بنابراین مساحت متوازی‌الاضلاع ساخته شده توسط بردارهای $\vec{a}+3\vec{b}$ و $3\vec{a}+\vec{b}$ برابر است با:

$$S=|(3\vec{a}+\vec{b})\times(\vec{a}+3\vec{b})|=|3\underbrace{\vec{a}\times\vec{a}}_{0}+9\vec{a}\times\vec{b}+\underbrace{\vec{b}\times\vec{a}}_{-\vec{a}\times\vec{b}}+3\underbrace{\vec{b}\times\vec{b}}_{0}|\Rightarrow S=8|\vec{a}\times\vec{b}|=8\times4=32$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- اگر x و y دو عدد حقیقی مثبت و متمایز باشند، آن‌گاه کمترین مقدار صحیح ممکن برای عبارت $A=(\frac{3x}{y}+2)(\frac{3y}{x}+2)$ کدام است؟

۱) ۱۹ ۲) ۲۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۶

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت A را ساده می‌کنیم. ببینید:

$$A=(\frac{3x}{y}+2)(\frac{3y}{x}+2)=9+\frac{6x}{y}+\frac{6y}{x}+4\Rightarrow A=13+6(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})$$

با اثبات بازگشتی می‌توان نشان داد که به ازای دو عدد حقیقی مثبت x و y عبارت $\frac{x}{y}+\frac{y}{x}$ همواره بزرگ‌تر یا مساوی ۲ است. ببینید:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq2\xleftrightarrow{\times xy}x^2+y^2\geq2xy\Leftrightarrow x^2-2xy+y^2\geq0\Leftrightarrow(x-y)^2\geq0$$

پس:

$$\frac{x}{y}+\frac{y}{x}\geq2\xrightarrow{\times6}6(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})\geq12\xrightarrow{+13}13+6(\frac{x}{y}+\frac{y}{x})\geq25\Rightarrow A\geq25$$

بنابراین $A\geq25$ است، اما حالت تساوی، تنها به ازای تساوی x و y حاصل می‌شود و چون x و y دو عدد متمایز هستند، پس $A>25$ و کمترین مقدار صحیح برای این عبارت برابر ۲۶ است.

گروه آموزشی ماز

۳۲- به ازای چند عدد طبیعی سه رقمی n، رابطهٔ $41\mid 3^n+1$ برقرار است؟

۱) ۱۱۲ ۲) ۱۱۳ ۳) ۱۲۳ ۴) ۱۲۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

از هم‌نهشتی استفاده می‌کنیم. ببینید:

$$41\mid3^n+1\Rightarrow3^n+1\overset{41}{\equiv}0\Rightarrow3^n\overset{41}{\equiv}-1$$

بنابراین کافی است توان‌هایی از عدد ۳ پیدا کنیم که عدد 3^n به پیمانهٔ ۴۱، هم‌نهشت با -1 باشند.

$$3^4=81=2\times41-1\Rightarrow3^4\overset{41}{\equiv}-1\xrightarrow[k\in\mathbb{N}]{\text{۲ طرف به توان }(2k-1)}(3^4)^{2k-1}\overset{41}{\equiv}(-1)^{2k-1}\Rightarrow3^{8k-4}\overset{41}{\equiv}-1\Rightarrow n=8k-4\quad k\in\mathbb{N}$$

www.biomaze.ir

تعداد اعداد طبیعی k را محاسبه می‌کنیم:

$$۱۰۰ \le n \le ۹۹۹ \Rightarrow ۱۰۰ \le ۸k - ۴ \le ۹۹۹ \Rightarrow ۱۰۴ \le ۸k \le ۱۰۰۳ \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} ۱۳ \le k \le ۱۲۵$$

$$\Rightarrow \text{تعداد اعداد طبیعی ۳ رقمی } n = (۱۲۵ - ۱۳) + ۱ = ۱۱۳$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $A = \frac{۱۰!}{۰!} + \frac{۱۰!}{۱!} + \frac{۱۰!}{۲!} + \ldots + \frac{۱۰!}{۱۰!}$ بر ۷ کدام است؟

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

پاسخ تشریحی:

اعداد $\frac{۱۰!}{۰!}, \frac{۱۰!}{۱!}, \ldots, \frac{۱۰!}{۶!}$ همگی دارای عامل اول ۷ هستند، پس بر ۷ بخش‌پذیر بوده و باقی‌ماندهٔ تقسیم آن‌ها بر ۷ برابر ۰ است. برای چهار عدد دیگر داریم:

$$\frac{۱۰!}{۷!} = ۱۰ \times ۹ \times ۸ \overset{۷}{\equiv} ۳ \times ۲ \times ۱ \overset{۷}{\equiv} ۶$$

$$\frac{۱۰!}{۸!} = ۱۰ \times ۹ \overset{۷}{\equiv} ۳ \times ۲ \overset{۷}{\equiv} ۶$$

$$\frac{۱۰!}{۹!} = ۱۰ \overset{۷}{\equiv} ۳$$

$$\frac{۱۰!}{۱۰!} = ۱ \overset{۷}{\equiv} ۱$$

بنابراین:

$$A = \frac{۱۰!}{۰!} + \frac{۱۰!}{۱!} + \frac{۱۰!}{۲!} + \ldots + \frac{۱۰!}{۱۰!} \overset{۷}{\equiv} ۰ + ۰ + \ldots + ۰ + ۶ + ۶ + ۳ + ۱ \overset{۷}{\equiv} ۱۶ \overset{۷}{\equiv} ۲$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۴a۳b۱}$ بر ۱۱ برابر ۱ باشد، حداکثر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۲a۳b}$ بر ۹ کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۴۰۱)

باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی A بر ۱۱:

$$A = \overline{a_n a_{n-۱} a_{n-۲} \ldots a_۱ a_۰} \Rightarrow a_۰ - a_۱ + a_۲ - a_۳ + \ldots \overset{۱۱}{\equiv} A$$

باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد طبیعی A بر ۹:

$$A = \overline{a_n a_{n-۱} a_{n-۲} \ldots a_۱ a_۰} \Rightarrow a_۰ + a_۱ + a_۲ + a_۳ + \ldots \overset{۹}{\equiv} A$$

پاسخ تشریحی:

$$۴a۳b۱ \overset{۱۱}{\equiv} ۱ - b + ۳ - a + ۴ \overset{۱۱}{\equiv} ۸ - (a+b) \overset{۱۱}{\equiv} ۱ \Rightarrow a + b \overset{۱۱}{\equiv} ۷ \Rightarrow \begin{cases} a+b = ۷ \\ a+b = ۱۸ \end{cases}$$

حال باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۲a۳b}$ بر ۹ را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۲ + a + ۳ + b \overset{۹}{\equiv} ۵ + (a+b) \Rightarrow \begin{cases} \text{اگر } a+b = ۷ \text{ باشد} \Rightarrow \overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۵ + ۷ \overset{۹}{\equiv} ۳ \\ \text{اگر } a+b = ۱۸ \text{ باشد} \Rightarrow \overline{۲a۳b} \overset{۹}{\equiv} ۵ + ۱۸ \overset{۹}{\equiv} ۵ \end{cases}$$

بنابراین حداکثر باقی‌ماندهٔ تقسیم عدد $\overline{۲a۳b}$ بر ۹ برابر ۵ است.

گروه آموزشی ماز

۳۵- یک گراف ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ که دارای دورهایی به طول ۳ است، چند دور به طول ۵ دارد؟

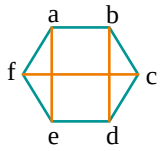
۱) صفر ۲) ۲ ۳) ۴ ۴) ۶

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

نمودار گرافی ۳- منتظم از مرتبهٔ ۶ که دارای دورهایی به طول ۳ باشد، به صورت زیر است:



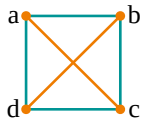
در این گراف با حذف هر یک از رئوس، دوری به طول ۵ وجود دارد که عبارت‌اند از:

abcdea , bafedb , aedcfa , bdefcb , aefcba , bdcfab

بنابراین ۶ دور به طول ۵ در این گراف وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- گراف G در شکل مقابل، چند زیرگراف ۱- منتظم دارد؟

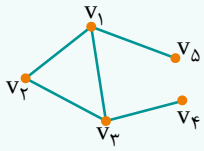


۱) ۹
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۶

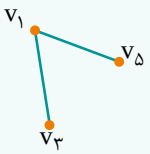
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

زیرگراف:

یک زیرگراف از گراف G، گرافی است که مجموعهٔ رئوس آن زیرمجموعه‌ای از مجموعهٔ رئوس گراف G و مجموعهٔ یال‌های آن، زیرمجموعه‌ای از مجموعهٔ یال‌های G باشد.



گراف G



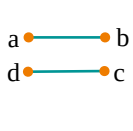
یک زیرگراف از گراف G

پاسخ تشریحی:

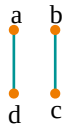
می‌دانیم گراف فرد منتظم از مرتبهٔ فرد وجود ندارد، پس زیرگراف‌های موردنظر یا از مرتبهٔ ۲ و یا از مرتبهٔ ۴ هستند.

زیرگراف‌های ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲: هر کدام از یال‌های گراف G، یک زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ را نشان می‌دهد. چون گراف G، دارای ۶ یال است، پس ۶ زیرگراف ۱- منتظم از مرتبهٔ ۲ دارد.

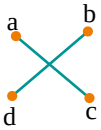
زیرگراف‌های ۱- منتظم از مرتبهٔ ۴: زیرگراف‌های ۱- منتظم از مرتبهٔ ۴، شامل دو یال غیرمجاور گراف (دو یالی که رأس مشترک ندارند) هستند.



G_1



G_2

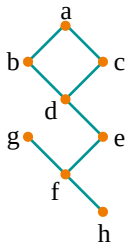


G_3

بنابراین در مجموع، گراف G دارای ۹ زیرگراف ۱- منتظم است.

گروه آموزشی ماز

۳۷- گراف شکل مقابل، چند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم دارد؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که $\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{P}{\Delta+1} \right\rceil$ می‌باشد، پس حداقل ۲ رأس برای احاطه‌گری لازم است اما گراف، با دو رأس احاطه نمی‌شود و حداقل ۳ رأس، برای احاطه‌گری لازم است، پس عدد احاطه‌گری این گراف، ۳ می‌باشد. $(\gamma(G)=3)$

بنابراین مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال غیرمینیمم این گراف حداقل باید دارای ۴ عضو باشند.

$\{a,e,g,h\},\{a,d,g,h\},\{b,d,g,h\},\{c,d,g,h\},\{b,c,e,g,h\}$

گروه آموزشی ماز

۳۸- معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+x_4^2=12$ چند جواب طبیعی دارد؟

۱) ۴۵ ۲) ۶۷ ۳) ۱۳۲ ۴) ۱۶۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

چند نکته از ترکیبیات:

۱) تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+\ldots+x_k=n$ برابر است با: $\binom{n+k-1}{k-1}$

۲) تعداد جواب‌های طبیعی معادلهٔ $x_1+x_2+x_3+\ldots+x_k=n$ برابر است با: $\binom{n-1}{k-1}$

پاسخ تشریحی:

برای پیدا کردن جواب‌های طبیعی معادلهٔ فوق، به جای متغیر x_4 که دارای توان ۲ است، مقادیر طبیعی مناسب را قرار داده و تعداد جواب‌های طبیعی را در هر حالت پیدا می‌کنیم.

$x_4=1 \Rightarrow x_1+x_2+x_3=11 \Rightarrow$ تعداد جواب‌های طبیعی $=\binom{11-1}{3-1}=\binom{10}{2}=45$

$x_4=2 \Rightarrow x_1+x_2+x_3=8 \Rightarrow$ تعداد جواب‌های طبیعی $=\binom{8-1}{3-1}=\binom{7}{2}=21$

$x_4=3 \Rightarrow x_1+x_2+x_3=3 \Rightarrow$ تعداد جواب‌های طبیعی $=\binom{3-1}{3-1}=\binom{2}{2}=1$

بنابراین تعداد جواب‌های طبیعی این معادله برابر است با: $45+21+1=67$

گروه آموزشی ماز

۳۹- می‌خواهیم برای تدریس دبیران ریاضیات گسسته، حسابان، شیمی و زبان انگلیسی در چهار جلسه برای کلاس‌های A، B، C و D از پایهٔ دوازدهم ریاضی یک دبیرستان، برنامه‌ریزی کنیم، به گونه‌ای که هر دبیر در هر کلاس دقیقاً یک جلسه تدریس کند. اگر برنامهٔ دبیر ریاضیات گسسته و برنامهٔ کلاس A برای هر چهار جلسه مشخص باشد، این برنامه‌ریزی به چند طریق امکان‌پذیر است؟

۱) ۳ ۲) ۶ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

فرض کنید دبیران ریاضیات گسسته، حسابان، شیمی و زبان انگلیسی رابه ترتیب با شماره‌های ۱ تا ۴ مشخص کنیم و برنامه‌های کلاس A و دبیر ریاضیات گسسته مطابق مربع لاتین زیر باشد:

	جلسه ۱	جلسه ۲	جلسه ۳	جلسه ۴
کلاس A	۱	۲	۳	۴
کلاس B		۱		
کلاس C			۱	
کلاس D				۱

www.biomaze.ir

در این صورت سطر دوم مربع لاتین، به یکی از سه روش زیر قابل پر کردن است:

۲	۱	۴	۳

۳	۱	۴	۲

۴	۱	۲	۳

در صورت انتخاب هر کدام از این حالت‌ها، مربع لاتین موردنظر به دو شیوه متمایز، تکمیل می‌شود. مثلاً با انتخاب حالت سمت چپ داریم:

	جلسه ۱	جلسه ۲	جلسه ۳	جلسه ۴
کلاس A	۱	۲	۳	۴
کلاس B	۲	۱	۴	۳
کلاس C	۴	۳	۱	۲
کلاس D	۳	۴	۲	۱

	جلسه ۱	جلسه ۲	جلسه ۳	جلسه ۴
کلاس A	۱	۲	۳	۴
کلاس B	۲	۱	۴	۳
کلاس C	۳	۴	۱	۲
کلاس D	۴	۳	۲	۱

بنابراین طبق اصل ضرب، برنامه‌ریزی این کار به $۳\times۲=۶$ طریق، امکان‌پذیر است.

گروه آموزشی ماز

۴۰- چند عدد طبیعی دو رقمی وجود دارد که نه بر ۴ بخش‌پذیر باشد و نه در ارقام آن، رقم ۴ وجود داشته باشد؟

۱) ۵۲ ۲) ۵۴ ۳) ۵۶ ۴) ۵۸

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی / محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $S=\{۱۰,۱۱,۱۲,...,۹۹\}$ و A و B زیرمجموعه‌هایی از S باشند که اعضای آن‌ها به ترتیب بر ۴ بخش‌پذیر بوده و در ارقام آن‌ها، ۴ وجود داشته باشد.

$$|A|=\left[\frac{۹۹}{۴}\right]-\left[\frac{۹}{۴}\right]=۲۴-۲=۲۲$$

$$|B|=\text{تعداد کل اعداد ۲ رقمی}-\text{تعداد اعداد ۲ رقمی فاقد ۴}=۹\times۱۰-\frac{۸}{\text{کل ارقام به جز ۰,۴}}\times\frac{۹}{\text{کل ارقام به جز ۴}}=۹۰-۷۲=۱۸$$

$$A\cap B=\{۲۴,۴۰,۴۴,۴۸,۶۴,۸۴\}\Rightarrow|A\cap B|=۶$$

$$|A\cup B|=|A|+|B|-|A\cap B|=۲۲+۱۸-۶=۳۴$$

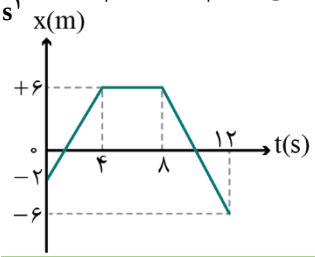
جواب سوال همان مجموعهٔ $\bar{A}\cap\bar{B}$ است. بنابراین داریم:

$$|\bar{A}\cap\bar{B}|=|S|-|A\cup B|=۹۰-۳۴=۵۶$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۴۱- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که بر روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 2s$ تا $t_2 = 10s$، چند $\frac{m}{s^2}$ می‌باشد؟



۱) $\frac{1}{8}$
۲) $-\frac{5}{8}$
۳) $-\frac{1}{8}$
۴) $\frac{5}{8}$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نمودار مکان-زمان

در مورد نمودار مکان ـ زمان نکات مهم زیر را باید در نظر بگیریم:

۱ـ سرعت متوسط برابر است با شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان ـ زمان:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t}$$

۲ـ سرعت لحظه‌ای برابر است با شیب خط مماس بر نمودار مکان ـ زمان در لحظه موردنظر:

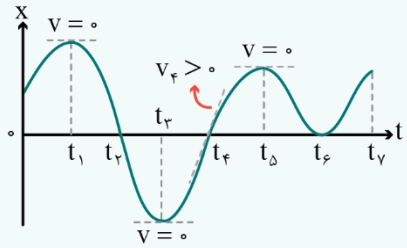
$v_{\text{لحظه‌ای}} = $ شیب خط مماس

۳ـ هرجا که نمودار مکان ـ زمان محور زمان را قطع کند، بُردار مکان تغییر علامت می‌دهد.

۴ـ هرجا نمودار مکان ـ زمان صعودی باشد $(v > 0)$، متحرک در جهت محور حرکت می‌کند، هرجا نزولی باشد $(v < 0)$، متحرک در خلاف جهت محور حرکت می‌کند.

توجه: در حرکت با سرعت ثابت، نمودار مکان ـ زمان خطی (تابع درجه اول نسبت به زمان) می‌باشد و در حرکت با شتاب ثابت، نمودار به‌صورت سهمی می‌باشد.

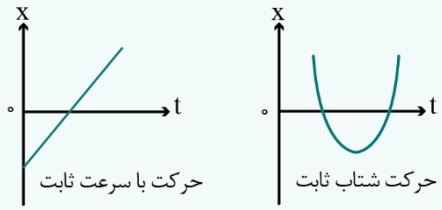
مثال:



لحظات تغییر جهت بردار مکان: t_2 ، t_4

بازه‌های حرکت در جهت محور x: $(0, t_1)$ و (t_3, t_5) و (t_6, t_7)

بازه‌های حرکت در خلاف جهت محور x: (t_1, t_3) و (t_5, t_6)



پاسخ تشریحی:

شتاب متوسط متحرک از رابطه $a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 10s - 2s]{\Delta v = v_{10s} - v_{2s}} a_{av} = \frac{v_{10s} - v_{2s}}{10 - 2} = \frac{v_{10s} - v_{2s}}{8} \qquad (I)$$

متحرک در بازهٔ زمانی ۰ تا ۴s با سرعت ثابت حرکت می‌کند، پس سرعت در لحظهٔ $t = 2s$ همان سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۰ تا ۴s می‌باشد و همچنین سرعت در لحظهٔ $t = 10s$ نیز با سرعت متوسط در بازهٔ زمانی ۸s تا ۱۲s برابر می‌باشد. پس داریم:

$$0 \to 4s: \; v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 4s]{\Delta x = 8m} v_{av} = +2\frac{m}{s} \xrightarrow{v_{av} = v_{2s}} v_{2s} = +2\frac{m}{s}$$

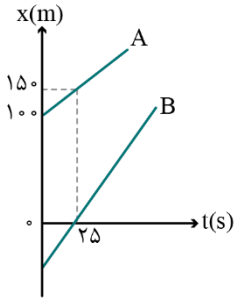
$$0 \to 12s: \; v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 4s]{\Delta x = -12m} v_{av} = -3\frac{m}{s} \xrightarrow{v_{av} = v_{10s}} v_{10s} = -3\frac{m}{s}$$

با توجه به رابطه I و سرعت‌های به‌دست آمده در لحظات 2s و 10s داریم:

$$a_{av} = \frac{v_{10s} - v_{2s}}{8} = \frac{-3 - (+2)}{8} = -\frac{5}{8}\frac{m}{s^2}$$

www.biomaze.ir

۴۲- نمودار مکان ـ زمان دو متحرک **A** و **B** که بر مسیر مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل می‌باشد. اگر در دو لحظهٔ t_1 و t_2 $(t_2 > t_1)$، فاصلهٔ دو متحرک از هم ۴۰ متر باشد و $\frac{t_2}{t_1} = \frac{3}{2}$ باشد، تندی متحرک **B**، چند متر بر ثانیه است؟



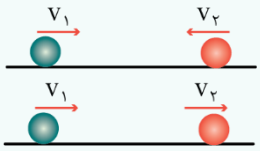
۱) ۴
۲) ۸
۳) ۳
۴) ۶

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

سرعت نسبی

۱ـ اگر دو متحرک خلاف جهت هم حرکت کنند: $v_{\text{نسبی}} = |v_1| + |v_2|$

۲ـ اگر دو متحرک هم‌جهت حرکت کنند: $v_{\text{نسبی}} = |v_1 - v_2|$

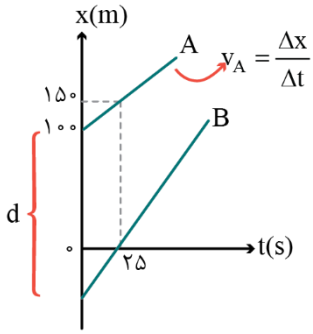


گام اول:

ابتدا تندی نسبی دو متحرک را به‌دست می‌آوریم. توجه کنید که چون دو متحرک هم‌جهت حرکت می‌کنند، تندی نسبی دو متحرک به‌صورت زیر حساب می‌شود:

$$v_B > v_A$$
$$v_{\text{نسبی}} = v_B - v_A$$

و همچنین می‌توان v_A را از شیب نمودار $x-t$ به دست آورد



$$v_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۵۰}{۲۵} = ۲ m/s$$

$$\Rightarrow v_{\text{نسبی}} = v_B - ۲$$

گام دوم:

در لحظه t_1، برای اولین بار فاصلهٔ دو متحرک ۴۰ متر می‌شود. در این مدت $\Delta x_{\text{نسبی}}$ دو متحرک برابر است با:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = d - ۴۰$$

و در لحظهٔ t_2، برای دومین بار فاصلهٔ دو متحرک از هم ۴۰ متر می‌شود. در این مدت $\Delta x_{\text{نسبی}}$ دو متحرک برابر است با:

$$\Delta x_{\text{نسبی}} = d + ۴۰$$

با توجه به رابطهٔ $\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \Delta t$، می‌توان نوشت:

$$۰ \to t_1 : \Delta x_{\text{نسبی}} = d - ۴۰ = v_{\text{نسبی}} \Delta t \xrightarrow[\Delta t = t_1]{v_{\text{نسبی}} = v_B - ۲} d - ۴۰ = (v_B - ۲) t_1 \quad (I)$$

$$۰ \to t_2 : \Delta x_{\text{نسبی}} = d + ۴۰ = v_{\text{نسبی}} \Delta t \xrightarrow[\Delta t = t_2]{v_{\text{نسبی}} = v_B - ۲} d + ۴۰ = (v_B - ۲) t_2 \quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} \frac{d+۴۰}{d-۴۰} = \frac{(v_B-۲)t_2}{(v_B-۲)t_1} \xrightarrow{\frac{t_2}{t_1} = \frac{۳}{۲}} \frac{d+۴۰}{d-۴۰} = \frac{۳}{۲} \Rightarrow ۳d - ۱۲۰ = ۲d + ۸۰ \Rightarrow d = ۲۰۰ m$$

گام سوم:

فاصلهٔ اولیه دو متحرک $d = ۲۰۰ m$ می‌باشد، پس مکان اولیه متحرک **B**، $x_{B_0} = -۱۰۰ m$ می‌باشد.

www.biomaze.ir

تندی متحرک B را می‌توان با استفاده از رابطه $v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ در بازه صفر تا ۲۵s به‌دست آورد:

$$v_B = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta x = ۱۰۰]{\Delta t = ۲۵s} v_B = \frac{۱۰۰}{۲۵} = ۴\frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- هواپیمایی با تندی $۸۰\frac{m}{s}$ بر روی باند فرودگاه می‌نشیند و با شتاب ثابت پس از مدتی متوقف می‌شود. اگر هواپیما $\frac{۱}{۱۶}$ آخر مسیر فرود بر روی باند را در مدت زمان ۴s طی کند، طول مسیر حرکت هواپیما بر روی باند پرواز چند متر بوده است؟

۱) ۶۴۰ ۲) ۱۲۸۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۹۶۰

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

نمودار سرعت.زمان

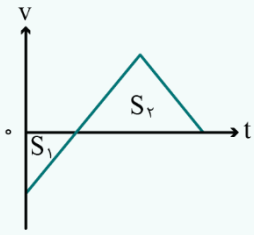
با استفاده از نمودار سرعت ـ زمان می‌توانیم جابه‌جایی و مسافت طی‌شده را به‌دست آوریم:

۱ـ برای پیدا کردن جابه‌جایی باید مساحت نمودار سرعت ـ زمان را در بالای محور منهای مساحت زیر محور کنیم:

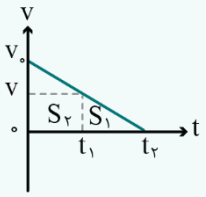
$$\Delta x = S_۲ - S_۱$$

۲ـ برای به‌دست آوردن مسافت باید مساحت بالای محور را با مساحت زیر محور جمع کنیم:

$$L = S_۱ + S_۲$$

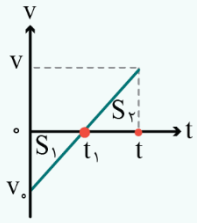


توجه: در سؤالات حرکت‌شناسی و نمودارهای این بخش استفاده از تشابه مثلث‌ها بسیار پرکاربرد می‌باشد. مثلاً در نمودارهای سرعت ـ زمان زیر می‌توانیم تشابه را برای مثلث‌ها به کار ببریم:



$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها} = \frac{v}{v_۰} = \frac{t_۲ - t_۱}{t_۲}$$

$$\text{نسبت مساحت مثلث‌ها} = \frac{S_۱}{S_۱ + S_۲} = (\frac{v}{v_۰})^۲ = (\frac{t_۲ - t_۱}{t_۲})^۲$$



$$\text{نسبت تشابه مثلث‌ها} = \frac{v}{v_۰} = \frac{t - t_۱}{t_۱}$$

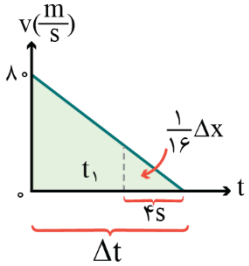
$$\text{نسبت مساحت‌ها} = \frac{S_۲}{S_۱} = (\frac{v}{v_۰})^۲ = (\frac{t - t_۱}{t_۱})^۲$$

نکته:

بسیاری از سؤالات با رسم نمودار سرعت ـ زمان به راحتی حل می‌شوند.

پاسخ تشریحی:

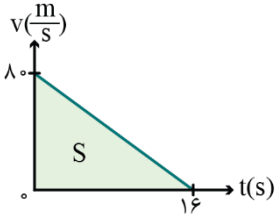
۱ـ نمودار $v - t$ هواپیما را رسم می‌کنیم که با توجه به حرکت شتاب ثابت هواپیما و کندشونده بودن به‌صورت نمودار خطی زیر می‌باشد. اگر کل مسافت طی‌شدهٔ هواپیما تا توقف را Δx در نظر بگیریم، مساحت مثلث کوچک در نمودار $\frac{۱}{۱۶}\Delta x$ خواهد بود.



۲ـ نسبت مساحت مثلث هاشورخورده و مثلث کوچک را می‌نویسیم:

$$\frac{\Delta x}{\frac{۱}{۱۶}\Delta x} = (\frac{\Delta t}{۴})^۲ \Rightarrow ۱۶ = (\frac{\Delta t}{۴})^۲ \Rightarrow \Delta t = ۱۶s$$

۳ـ پس کل زمان حرکت هواپیما برابر ۱۶s می‌باشد و کل مسافت طی شده نیز مساحت زیر نمودار می‌باشد.



$$S = \frac{۸۰ \times ۱۶}{۲} = ۶۴۰m$$

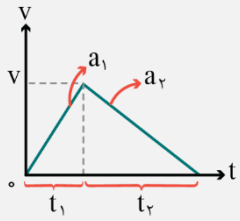
۴۴- متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ بر روی مسیر مستقیمی شروع به حرکت می‌کند و پس از مدت t ثانیه، با سرعت ثابت به مدت ۱۰ ثانیه به حرکت خود ادامه می‌دهد در نهایت با شتاب به بزرگی $۲\frac{m}{s^۲}$ متوقف می‌شود. اگر کل مسافت طی شده در این مدت ۱۰۴ متر باشد، تندی متوسط متحرک تا لحظه‌ای که ۲۵ درصد از کل مسیر را طی کرده برابر چند متر بر ثانیه است؟

۱) $\frac{۱۰۴}{۹}$ ۲) $\frac{۱۳}{۲}$ ۳) $\frac{۱۰۴}{۱۷}$ ۴) $\frac{۵۲}{۱۷}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

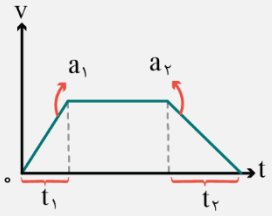
نکته:

در حالتی خاص از سؤالات حرکت شتاب ثابت، متحرک از حال سکون با شتاب $a_۱$ شروع به حرکت می‌کند و پس از گذشت $t_۱$ ثانیه، با شتاب $a_۲$ حرکتش کُند می‌شود و متوقف می‌شود. با توجه به نمودار سرعت - زمان این نوع حرکت می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{|a_۱|}{|a_۲|}=\frac{t_۲}{t_۱}$$

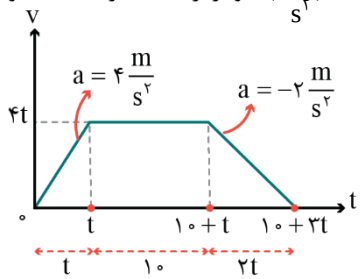
دقت کنید که اگر در بخش میانی حرکت، حرکت به‌صورت سرعت ثابت باشد، باز هم رابطهٔ فوق در بخش حرکت تندشونده و کندشونده برقرار است:



$$\frac{|a_۱|}{|a_۲|}=\frac{t_۲}{t_۱}$$

گام اول:

۱ـ ابتدا نمودار $v-t$ متحرک را رسم می‌کنیم. به این نکته دقت کنیم که چون اندازهٔ شتاب مرحلهٔ تندشونده حرکت $(۴\frac{m}{s^۲})$ دو برابر شتاب مرحله کندشونده حرکت می‌باشد، پس مدت زمان حرکت تندشونده، نصف مدت زمان حرکت کندشونده خواهد بود.



۲ـ مساحت زیر نمودار $v-t$ با مسافت طی شده که ۱۰۴ متر می‌باشد برابر است، پس داریم:

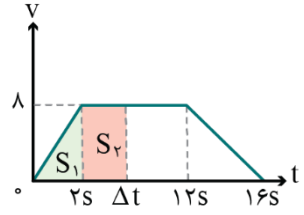
$$S=\frac{(۱۰+۳t+۱۰)۴t}{۲}=۱۰۴\Rightarrow ۳t^۲+۲۰t-۵۲=۰$$

در معادلهٔ درجهٔ دوم به‌دست آمده، $\Delta=b^۲-۴ac=(۲۰)^۲-۴(۳)(-۵۲)=۱۰۲۴>۰$ پس برای به‌دست آوردن t داریم:

$$t=\frac{-b\pm\sqrt{\Delta}}{۲a}\rightarrow t=\frac{-۲۰\pm(۳۲)}{۶}\rightarrow\begin{cases}t=-\frac{۲۶}{۳}\text{ (غیر قابل قبول ✗)}\\ t=۲\text{ (✓)}\end{cases}$$

گام دوم:

با توجه به اینکه $t=۲s$ می‌باشد، پس تندی متحرک پس از ۲ ثانیه به $۸\frac{m}{s}$ می‌رسد. نمودار $v-t$ به‌صورت زیر می‌شود و برای به‌دست آوردن خواستهٔ سؤال، می‌توانیم بنویسیم:



$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\xrightarrow{L=\frac{۱}{۴}(۱۰۴)=۲۶}s_{av}=\frac{۲۶}{\Delta t}$$

$$۲۶=S_۱+S_۲$$

متحرک در ۲ ثانیه اول حرکت به اندازهٔ $S_۱=۸m$ جابه‌جا می‌شود و ۱۸m باقی‌مانده را با تندی ثابت $۸\frac{m}{s}$ در مدت $(\Delta t-۲)$ طی می‌کند پس داریم:

$$S_۲=۱۸=۸(\Delta t-۲)\Rightarrow \Delta t-۲=۲/۲۵\Rightarrow \Delta t=۴/۲۵s$$

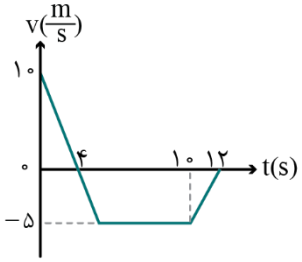
www.biomaze.ir

تندی متوسط حرکت در بازهٔ زمانی خواسته شده برابر است با:

$$s_{av}=\frac{L}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=۴/۲۵]{L=۲۶}s_{av}=\frac{۲۶}{۴/۲۵}=\frac{۱۰۴}{۱۷}(\frac{m}{s})$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که در مبدأ زمان از مبدأ محور می‌گذرد، مطابق شکل زیر می‌باشد. در کل زمان حرکت، چند ثانیه فاصله متحرک از مبدأ محور کمتر یا مساوی ۸/۷۵ متر است؟



۱) ۴/۷۵
۲) ۳/۲۵
۳) ۲/۷۵
۴) ۳/۷۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

حرکت با شتاب ثابت

معادله مکان - زمان در حرکت راست با شتاب ثابت به‌صورت زیر است:

$$x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_۰t+x_۰$$

x ← مکان متحرک در لحظهٔ t (m)

a : شتاب متحرک $(\frac{m}{s^{۲}})$

$v_۰$: سرعت اولیهٔ متحرک $(\frac{m}{s})$

$x_۰$ ← مکان اولیهٔ متحرک (m)

معادلهٔ مکان ـ زمان در حرکت با سرعت ثابت به‌صورت زیر است:

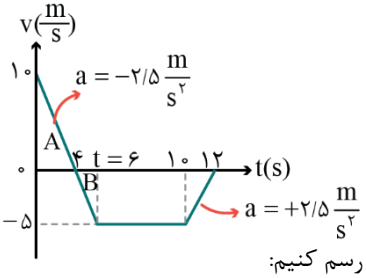
$$x=vt+x_۰$$

x ← مکان متحرک در لحظه t (m)

v : سرعت متحرک $(\frac{m}{s})$

$x_۰$ ← مکان اولیهٔ متحرک

گام اول:

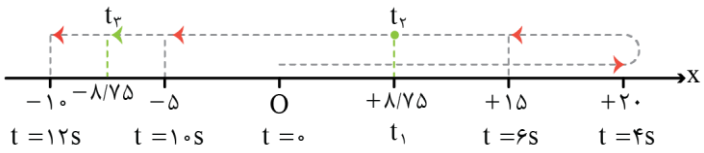


ابتدا با توجه به نمودار $v-t$ و تشابه دو مثلث A و B، لحظهٔ t را به‌دست می‌آوریم:

نسبت تشابه : $\frac{۱۰}{۵}=\frac{۴}{t-۴}\Rightarrow t=۶s$

گام دوم:

برای درک بهتر مسئله، مسیر حرکت متحرک را در بازه‌های زمانی مختلف که نوع حرکت متحرک عوض می‌شود رسم کنیم:



در بازه‌های زمانی: ۱) صفر تا $t_۱$ ،۲) $t_۲$ تا ۱۰s ،۳) ۱۰s تا $t_۳$ ، فاصله متحرک از مبدأ مکان کمتر از ۸/۷۵ متر می‌باشد.

www.biomaze.ir

گام سوم:

محاسبهٔ t_1: در بازهٔ صفر تا t_1 متحرک با شتاب ثابت $a=-2/5\frac{m}{s^2}$ و $v_0=10\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند پس داریم:

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t \xrightarrow[x=8/75]{a=-2/5\,,\ v_0=10} 8/75=-1/25t_1^2+10t_1 \Rightarrow 35=-5t_1^2+40t_1 \Rightarrow t^2-8t+7=0$$

$$\Rightarrow (t_1-1)(t_1-7)=0 \Rightarrow \begin{cases} t_1=1s \ \checkmark \\ t_1=7s \ \times \end{cases}$$

محاسبهٔ t_2: متحرک در بازهٔ ۶s تا t_2 با تندی ثابت $5\frac{m}{s}$ حرکت کرده است. پس داریم:

$$x=vt+x_0 \xrightarrow[x=8/75]{v=-5\frac{m}{s}\,,\ x_0=15} 8/75=-5(t_2-6)+15 \Rightarrow -5t_2+30=-6/25 \Rightarrow t_2=\frac{-36/25}{-5}=7/25s$$

محاسبهٔ t_3: متحرک در بازه ۱۰s تا t_3 با شتاب ثابت $+2/5\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیهٔ $-5\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. داریم: $(\Delta t=t_3-10)$

$$x=\frac{1}{2}a(\Delta t)^2+v_0(\Delta t)+x_0 \xrightarrow{a=+2/5\,,\ v_0=-5\,,\ x=-5} -8/75=1/25\Delta t^2-5\Delta t-5$$

$$\Rightarrow 5\Delta t^2-20\Delta t+15=0 \Rightarrow \Delta t^2-4\Delta t+3=0 \Rightarrow (\Delta t-1)(\Delta t-3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta t=1 \Rightarrow t_3-10=1 \rightarrow t_3=11s \ \checkmark \\ \Delta t=3 \Rightarrow t_3-10=3 \rightarrow t_3=13s \ \times \end{cases}$$

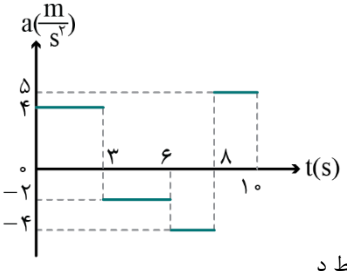
گام چهارم:

پس در مجموع متحرک در بازه‌های زمانی $(0,1s)$ و $(7/25s,10s)$ و $(10s,11s)$ فاصلهٔ کمتر از ۸/۷۵ متر با مبدأ محور دارد.

$$\text{مدت زمان کل}=1s+2/75s+1s=4/75s$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور x‌ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در کل حرکت ۱۵m در جهت محور x‌ها باشد، کدام عبارت صحیح است؟



الف: تندی اولیهٔ متحرک $4\frac{m}{s}$ و در جهت محور x می‌باشد.

ب: مدت زمان حرکت تندشونده متحرک ۱/۴ ثانیه بیشتر از زمان حرکت کندشونده است.

ج: سرعت متوسط در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $3/5\frac{m}{s}$ می‌باشد.

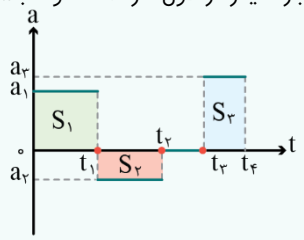
د: متحرک ۳ بار در مدت زمان حرکت تغییر جهت می‌دهد.

۱) الف، ج ، د ۲) ج و د ۳) الف و د ۴) فقط د

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

نمودار شتاب.زمان

در حرکت با شتاب ثابت، نمودار شتاب ـ زمان خطی موازی محور زمان می‌باشد. اگر شتاب ثابت حرکت در هر بازهٔ زمانی با بازهٔ دیگر در طول حرکت متفاوت باشد، نمودار به شکل مقابل (پله‌ای) خواهد بود و مساحت زیر نمودار در هر بخش، با تغییرات سرعت در آن بازه زمانی برابر است:



$$\Delta v=+S_1-S_2+S_3$$

در بازه t_2 تا t_4 شتاب صفر است.

www.bioMaze.ir

گام اول:

فرض کنیم که سرعت اولیهٔ متحرک برابر v_0 باشد پس در بازه‌های زمانی داده شده در نمودار داریم:

$$0 \to 3s : v_0 \xrightarrow[\Delta t=3]{a=+4} v_{3s} = v_0 + 12$$

$$3s \to 6s : v_0 + 12 \xrightarrow[\Delta t=3s]{a=-2} v_{6s} = v_0 + 6$$

$$6s \to 8s : v_0 + 6 \xrightarrow[\Delta t=2s]{a=-4} v_{8s} = v_0 - 2$$

$$8s \to 10s : v_0 - 2 \xrightarrow[\Delta t=2s]{a=+5} v_{10s} = v_0 + 8$$

گام دوم:

می‌توانیم در هر بازه زمانی جابه‌جایی متحرک را با روابط شتاب ثابت (در اینجا از مستقل از شتاب استفاده کرده‌ایم) به‌دست آوریم:

$$0 \to 3s:\ \Delta x_1 = \frac{v_0 + v_{3s}}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_1 = \frac{v_0 + v_0 + 12}{2} \times 3 = 3v_0 + 18$$

$$3s \to 6s:\ \Delta x_2 = \frac{v_{3s} + v_{6s}}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_2 = \frac{v_0 + 12 + v_0 + 6}{2} \times 3 = 3v_0 + 27$$

$$6s \to 8s:\ \Delta x_3 = \frac{v_{6s} + v_{8s}}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_3 = \frac{v_0 + 6 + v_0 - 2}{2} \times 2 = 2v_0 + 4$$

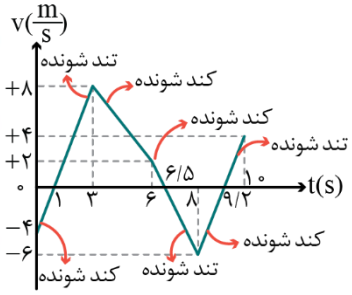
$$8s \to 10s:\ \Delta x_4 = \frac{v_{8s} + v_{10s}}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x_4 = \frac{v_0 - 2 + v_0 + 8}{2} \times 2 = 2v_0 + 6$$

مجموع جابه‌جایی هر بازهٔ زمانی، برابر جابه‌جایی کل می‌باشد. پس در نتیجه داریم:

$$\Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 + \Delta x_3 + \Delta x_4 \Rightarrow 15 = 10v_0 + 55 \Rightarrow 10v_0 = -40 \Rightarrow v_0 = -4\frac{m}{s^2}$$ (رد عبارت «الف»)

گام سوم:

اکنون می‌توانیم نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنیم:



بازهٔ زمانی کندشونده: $(0,1s), (3s, 6/5s), (8, 9/2s)$

- در مجموع ۵/۷ ثانیه حرکت کندشونده می‌باشد.

بازهٔ زمانی تندشونده: $(1s, 3s), (6/5s, 8s), (9/2s, 10s)$

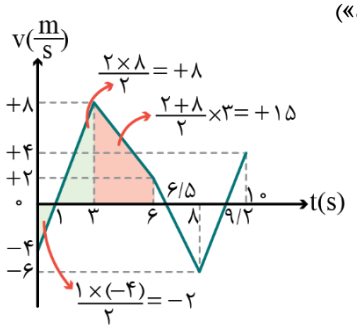
- در مجموع ۴/۳ ثانیه حرکت تندشونده می‌باشد.

می‌بینیم که مدت زمان حرکت کندشونده ۱/۴ ثانیه بیشتر از مدت زمان حرکت تندشونده می‌باشد. (رد عبارت «ب»)

متحرک در لحظات $t_1 = 1s$، $t_2 = 6/5s$ و $t_3 = 9/2s$ تغییر جهت داده است. (درستی عبارت «د»)

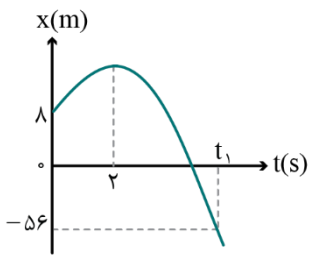
با توجه به نمودار $v-t$، جابه‌جایی متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر ۲۱ متر می‌باشد،

پس $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{21}{6} = 3/5\frac{m}{s}$ می‌باشد. (درستی عبارت «ج»)



گروه آموزشی ماز

۴۷- نمودار مکان ـ زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر می‌باشد. اگر اندازهٔ شیب خط مماس بر منحنی در لحظه t_1، برابر $24\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط متحرک در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت چند $\frac{m}{s}$ می‌باشد؟



۱) ۶

۲) $\frac{13}{6}$

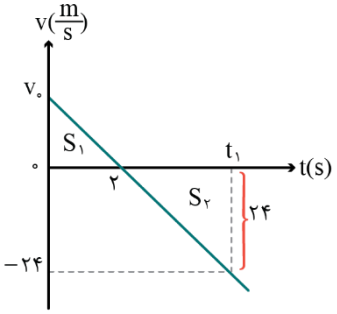
۳) ۴

۴) $\frac{52}{3}$

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۱)

گام اول:



با توجه به نمودار مکان ـ زمان متحرک، نمودار سرعت ـ زمان را رسم می‌کنیم.

گام دوم:

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t=0$ تا t_1 برابر $-64m$ می‌باشد. در نمودار سرعت ـ زمان جابه‌جایی با مساحت زیر نمودار برابر است، پس داریم:

$$S_1 - S_2 = -64 \rightarrow \frac{v_0 \times 2}{2} - \frac{(t_1-2)\times 24}{2} = -64$$

$$\Rightarrow v_0 - 12(t_1-2) = -64 \qquad (1)$$

همچنین از تشابه دو مثلث با مساحت‌های S_1 و S_2 داریم:

$$\frac{v_0}{24} = \frac{2}{(t_1-2)} \rightarrow v_0 = \frac{48}{(t_1-2)} \qquad (2)$$

گام سوم:

از رابطه (۲)، سرعت اولیه (v_0) را در معادله (۱) قرار می‌دهیم:

$$\frac{48}{(t_1-2)} - 12(t_1-2) = -64 \Rightarrow 48 - 12(t_1-2)^2 = -64(t_1-2) \Rightarrow 3(t_1-2)^2 - 16(t_1-2) - 12 = 0$$

با استفاده از تغییر متغیر $(t_1-2)=A$ معادله را ساده‌تر می‌کنیم:

$$\xrightarrow{(t_1-2)=A} 3A^2 - 16A - 12 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta = b^2-4ac} \Delta = (-16)^2 - 4(3)(-12) = 256 + 144 = 400 \Rightarrow A = \frac{16 \pm \sqrt{400}}{(2\times 3)} = \frac{16 \pm 20}{6}$$

$$\rightarrow \begin{cases} A = 6 \rightarrow t_1 - 2 = 6 \rightarrow t_1 = 8s \ \checkmark \\ A = -\frac{2}{3} \rightarrow t_1 - 2 = -\frac{2}{3} \rightarrow t_1 = \frac{4}{3}s \ \times \end{cases}$$

با به‌دست آمدن t_1 می‌توان v_0 را نیز به‌دست آورد:

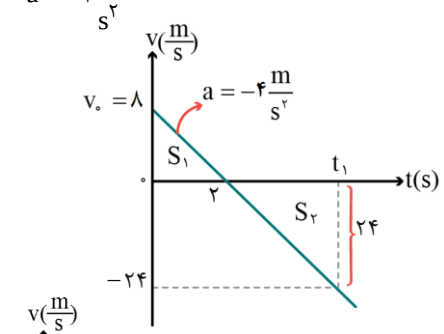
$$v_0 = \frac{48}{t_1 - 2} \xrightarrow{t_1=8} v_0 = \frac{48}{8-2} = 8\frac{m}{s}$$

و همچنین شتاب حرکت نیز برابر با شیب نمودار سرعت زمان می‌باشد:

$$a = -4\frac{m}{s^2}$$

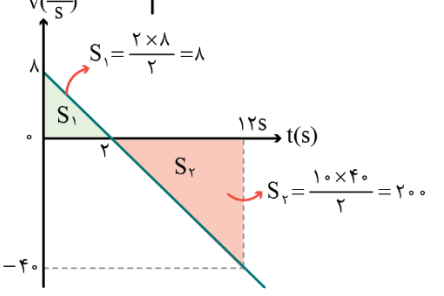
گام سوم:

معادلهٔ $v-t$ (سرعت - زمان) متحرک به‌صورت مقابل می‌باشد:



$$v = at + v_0 \xrightarrow{a=-4\ ,\ v_0=8} v = -4t + 8$$

برای به‌دست آوردن تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی ۰s تا ۱۲s با استفاده از نمودار $v-t$ داریم:



$$t = 12s \Rightarrow v = -4\times 12 + 8 = -40\frac{m}{s}\ ,\ L = |S_1| + |S_2| = 8 + 200 = 208m$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{L}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 12s]{L=208m} s_{av} = \frac{208}{12} = \frac{52}{3}$$

www.biomaze.ir

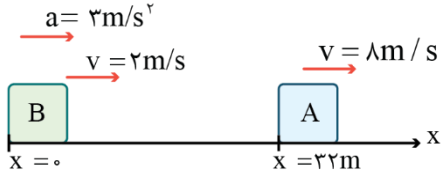
۴۸- اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۸\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t=۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از ۱۰ ثانیه حرکتش با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در لحظهٔ $t=۴s$ با تندی اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ در جهت محور x از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ تند می‌شود و پس از ۳ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. در لحظه‌ای که دو متحرک در حرکت می‌باشند و فاصلهٔ دو اتومبیل به ۱۴ متر می‌رسد، اختلاف تندی اتومبیل‌ها چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۶

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

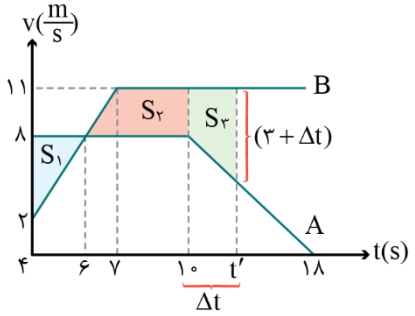
گام اول:

با توجه به اینکه اتومبیل B با اختلاف زمانی ۴ ثانیه‌ای نسبت به اتومبیل A حرکت می‌کند، برای راحتی کار، می‌توانیم حرکت دو اتومبیل را پس از لحظهٔ $t=۴s$ بررسی کنیم و توجه کنیم که در مدت این ۴ ثانیه، متحرک A با تندی ثابت به اندازهٔ $\Delta x=v\Delta t=۸\times۴=۳۲m$ حرکت کرده و از مبدأ محور دور شده است. پس از لحظه $t=۴s$ به بعد که متحرک B نیز در حرکت می‌باشد، حرکت را بررسی کنیم. وضعیت قرارگیری دو اتومبیل در لحظهٔ $t=۴s$ به صورت زیر می‌باشد.



گام دوم:

نمودار سرعت ـ زمان دو متحرک را از لحظهٔ $t=۴s$ به بعد رسم کنیم:



$$S_۱=\frac{۲\times۶}{۲}=۶$$

$$S_۲=\frac{۴+۳}{۲}\times۳=۱۰/۵$$

$$S_۳=\frac{(۳+۳+\Delta t)}{۲}\times\Delta t=\frac{(۶+\Delta t)}{۲}\Delta t$$

دقت کنید که در لحظهٔ $t=۴s$ متحرک A، ۳۲ متر جلوتر از متحرک B می‌باشد. تا لحظهٔ $t=۶s$ این فاصله به ۳۸ متر افزایش می‌یابد و پس از این لحظه فاصله دو متحرک به مرور کاهش می‌یابد و در لحظه t' به ۱۴ متر می‌رسد. پس با توجه به مساحت‌های حساب شده داریم:

$$(۳۲+S_۱)-(S_۲+S_۳)=۱۴\xrightarrow[S_۳=\frac{(۶+\Delta t)}{۲}\Delta t]{S_۱=۶\,,\,S_۲=۱۰/۵}۳۸-۱۰/۵-\left(\frac{(۶+\Delta t)}{۲}\Delta t\right)=۱۴\Rightarrow\frac{(۶+\Delta t)}{۲}\Delta t=۱۳/۵$$

$$\Rightarrow ۶\Delta t+\Delta t^۲=۲۷\Rightarrow\begin{cases}\Delta t=۳s\ \checkmark\xrightarrow{\Delta t=t'-۱۰}t'=۱۳s\\ \Delta t=-۹\ \times\end{cases}$$

گام سوم:

با توجه به اینکه شتاب حرکت اتومبیل A از لحظهٔ ۱۰s به بعد، $(-۱\frac{m}{s^۲})$ می‌باشد، پس داریم:

$$a_A=-۱=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta t=۳s}\Delta v=-۳\frac{m}{s}\Rightarrow v_{A(t'=۱۳s)}=۵\frac{m}{s}$$

گام چهارم:

در لحظه $t'=۱۳s$، تندی متحرک A برابر $۵\frac{m}{s}$ و تندی متحرک B برابر $۱۱\frac{m}{s}$ می‌باشد پس:

$$v_B-v_A=۱۱-۵=۶\frac{m}{s}$$

۴۹- جسمی روی سطح افق در حال سکون قرار دارد. نیروی افقی F بر آن وارد می‌شود و به تدریج افزایش می‌یابد. وقتی اندازهٔ نیروی F به $25N$ می‌رسد، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. زمانی که F به اندازهٔ $30N$ می‌رسد، شتاب جسم $2\frac{m}{s^2}$ و به ازای $F=40N$ شتاب جسم $3\frac{m}{s^2}$ می‌شود. جرم جسم چند کیلوگرم و $\frac{\mu_s}{\mu_k}$ کدام است؟ ($g=10\frac{N}{kg}$ و μ_s و μ_k به ترتیب ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی هستند)

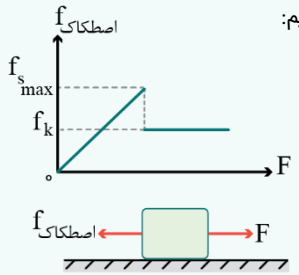
۱) ۱۰، ۱/۲۵ ۲) ۱۰، ۲/۵ ۳) ۵، ۲/۵ ۴) ۵، ۱/۲۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

نیروی اصطکاک

نیروی اصطکاک وارد بر جسم به دو دسته تقسیم می‌شود: ۱ـ اصطکاک ایستایی ۲ـ اصطکاک جنبشی

اگر به جسم نیروی F که از صفر افزایش پیدا می‌کند وارد شود، نیروی اصطکاک وارد بر جسم مطابق نمودار مقابل می‌باشد که داریم:

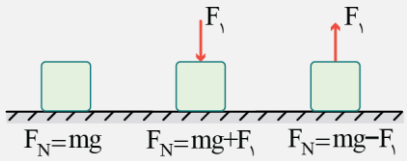


$$f_{s_{max}}=\mu_s F_N$$

$$f_k=\mu_k F_N$$

نکته:

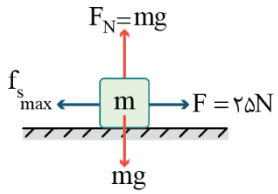
۱ـ دقت شود که F_N نیروی عمودی سطح می‌باشد که در شرایط متفاوت تغییر می‌کند.



۲ـ اصطکاک ایستایی فقط در حالت $f_{s_{max}}$ (آستانه حرکت) رابطهٔ مشخص دارد و در بقیهٔ موارد با توجه به شرط تعادل مشخص می‌شود.

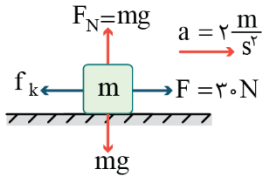
پاسخ تشریحی:

در حالتی که به جسم نیروی $F=25N$ وارد می‌شود، جسم در آستانهٔ حرکت می‌باشد، پس داریم:

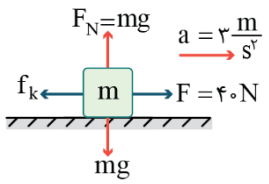


$$F_{net}=0\Rightarrow F-f_{s_{max}}=0\Rightarrow F=f_{s_{max}}=\mu_s F_N=\mu_s mg \qquad (I)$$

در حالت‌هایی که $F=30N$ و $F=40N$ می‌باشد جسم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. پس داریم:



$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow 30-f_k=2m \qquad (II)$$



$$F_{net}=ma\Rightarrow F-f_k=ma\Rightarrow 40-f_k=3m \qquad (III)$$

$$\xrightarrow{(II),(III)}\begin{cases}30-f_k=2m\\40-f_k=3m\end{cases}\Rightarrow m=10kg\ ,\ f_k=10N\xrightarrow{f_k=\mu_k mg}10=\mu_k\times 100\Rightarrow\mu_k=\frac{1}{10}$$

همچنین اکنون می‌توان از معادله (I)، μ_s را به‌دست آورد:

$$F=f_{s_{max}}=\mu_s mg\xrightarrow[m=10kg]{F=25N}25=\mu_s\times 100\Rightarrow\mu_s=0/25$$

www.biomaze.ir

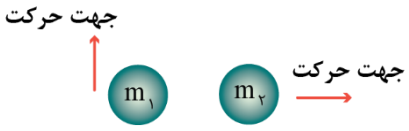
خواسته سؤال را می‌توان به‌صورت زیر نوشت:

$$\frac{\mu_s}{\mu_k}=\frac{۰/۲۵}{۰/۱}=۲/۵$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- مطابق شکل دو گلوله به جرم $m_۱=۲kg$ و $m_۲=۳kg$ به ترتیب یکی در راستای قائم به طرف بالا و دیگری در راستای افق پرتاب می‌شوند. اگر نیروی مقاومت هوا (f_D) وارد بر دو گلوله، هم‌اندازه و همچنین اندازهٔ نیروی خالص وارد بر دو گلوله با هم برابر باشد، اندازهٔ نیروی f_D چند نیوتون است؟ $(g=۱۰\frac{N}{kg})$

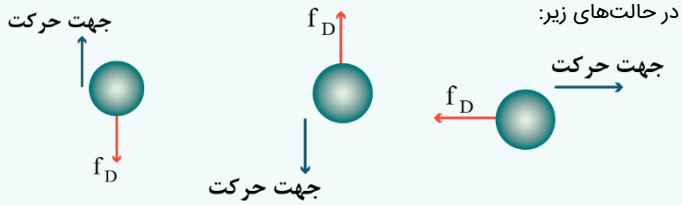
۱) ۵
۲) ۱۲/۵
۳) ۱۰
۴) ۲۵



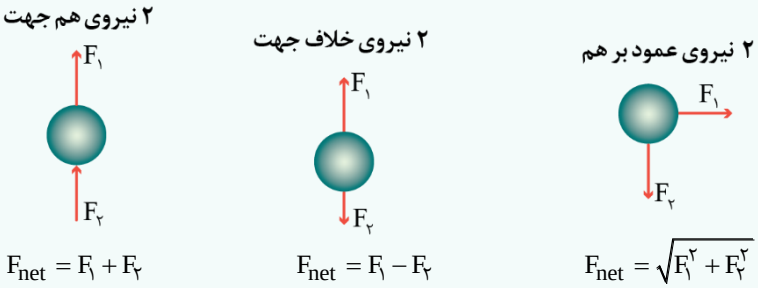
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ومحاسباتی ـ ۱۴۰۲)

نیروی مقاومت شاره

۱ـ نیروی مقاومت شاره (f_D) همواره در خلاف جهت حرکت جسم می‌باشد مثلاً در حالت‌های زیر:

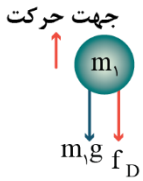


۲ـ برایند نیروهای وارد بر جسم (F_{net}) در سه حالت زیر به‌دست می‌آید:

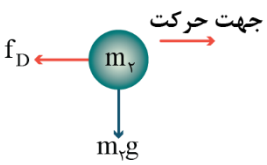


گام اول:

ابتدا نیروهای وارد بر دو گلوله را رسم می‌کنیم:



$$F_{net}=m_۱g+f_D \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{m_۱=۲kg} F_{net}=۲۰+f_D \qquad (I)$$



$$F_{net}=\sqrt{f_D^۲+(m_۲g)^۲} \xrightarrow[g=۱۰\frac{N}{kg}]{m_۲=۳kg} F_{net}=\sqrt{f_D^۲+۹۰۰} \qquad (II)$$

گام دوم:

معادله‌های (I) و (II) را با هم برابر قرار می‌دهیم:

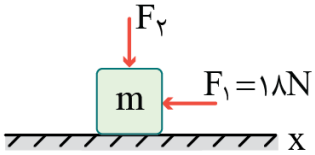
$$\xrightarrow{(I),(II)} ۲۰+f_D=\sqrt{f_D^۲+۹۰۰} \xrightarrow{\text{به توان ۲}} ۴۰۰+f_D^۲+۴۰f_D=f_D^۲+۹۰۰$$

$$\Rightarrow ۴۰f_D=۵۰۰ \Rightarrow f_D=۱۲/۵N$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۵۱- مطابق شکل جسمی به جرم $m=1kg$ را روی یک سطح افقی پرتاب می‌کنیم از در لحظه‌ای که سرعت جسم به $30\frac{m}{s}$ در جهت محور x می‌رسد، نیروهای قائم و افقی F_2 و F_1 به جسم وارد می‌شوند و اگر اندازهٔ نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند ۲۰N می‌شود، اختلاف زمانی دو لحظه‌ای که اندازهٔ تکانهٔ جسم به ۱۵ واحد SI می‌رسد، چند ثانیه است؟ $(g=10\frac{N}{kg}\ ,\ \mu_s=\frac{4}{5}\ ,\ \mu_k=\frac{3}{4})$



۱) ۲/۵
۲) ۳/۵
۳) ۲
۴) ۳

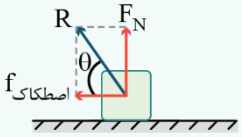
پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

نیروی سطح

سطح یا تکیه‌گاهی که جسم روی آن ساکن یا در حال حرکت باشد دو نیرو به جسم وارد می‌کند:

۱ـ نیروی عمودی سطح ۲ـ نیروی اصطکاک

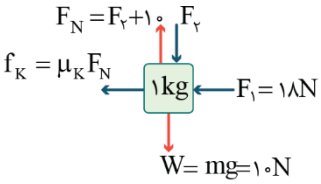
که این دو نیرو بر هم عمود می‌باشد و به برایند این دو نیرو، نیروی سطح یا تکیه‌گاه می‌گویند و با R نشان می‌دهند:



$$R=\sqrt{F_N^2+(f_{اصطکاک})^2}\quad ,\quad \tan\theta=\frac{F_N}{f_{اصطکاک}}$$

گام اول:

ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی F_2 را با توجه به نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند، به‌دست می‌آوریم:



نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند از رابطهٔ $R=\sqrt{F_N^2+f_k^2}$ به‌دست می‌آید، پس می‌توان نوشت:

$$R=\sqrt{F_N^2+f_k^2}\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N=\frac{3}{4}(F_2+10)]{R=20N\ ,\ F_N=F_2+10}20=\sqrt{(F_2+10)^2+\left(\frac{3}{4}(F_2+10)\right)^2}\Rightarrow 20=(F_2+10)\sqrt{1+\frac{9}{16}}$$

$$\Rightarrow 20=\frac{5}{4}(F_2+10)\Rightarrow F_2+10=16\Rightarrow F_2=6N\ ,\ F_N=16N$$

گام دوم:

شتاب حرکت جسم را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow -F_1-f_k=ma\xrightarrow[f_k=\mu_k F_N=\frac{3}{4}\times 16N]{F_1=18N\ ,\ m=1kg}-18-(\frac{3}{4}\times 16)=1\times a\Rightarrow a=-30\frac{m}{s^2}$$

گام سوم:

تکانهٔ جسم اگر ۱۵ واحد SI باشد، پس یعنی تندی جسم برابر $15\frac{m}{s}$ می‌باشد:

$$p=mv\xrightarrow{p=15\ ,\ m=1}15=1\times v\Rightarrow v=15\frac{m}{s}$$

با توجه به شتاب جسم می‌توان نوشت:

$$v=at+v_0\xrightarrow[v_0=30\frac{m}{s}]{a=-30\frac{m}{s^2}}v=-30t+30$$

اگر سرعت جسم را $15\frac{m}{s}$ قرار دهیم، داریم:

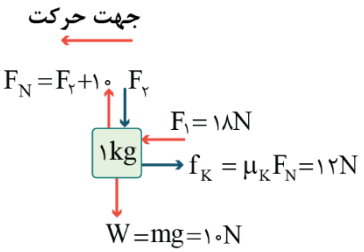
$$15=-30t+30\Rightarrow t=0/5s$$

www.biomaze.ir

پس بار اول در لحظهٔ $t=۰/۵s$ تکانهٔ جسم ۱۵ واحد SI می‌شود. دقت شود که جسم در لحظهٔ $t=۱s$ متوقف می‌شود ولی از آنجا که نیروی افقی $F_۱$ پس از توقف نیز به جسم وارد می‌شود و همچنین $F_۱ > f_{s_{max}} = (\mu_s F_N) = (\frac{۴}{۵}\times ۱۶) = ۱۲/۸N$ می‌باشد، پس جسم در خلاف جهت اولیه دوباره شروع به حرکت می‌کند که باید شتاب جدید حرکت را به‌دست آوریم، زیرا جهت اصطکاک عوض شده است.

گام چهارم:

با استفاده از قانون دوم نیوتون شتاب حرکت جسم را در حالت دوم محاسبه می‌کنیم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F_۱ - f_k = ma \Rightarrow ۱۸ - ۱۲ = ۱\times a \Rightarrow a = ۶\frac{m}{s^۲}$$

✓ جسم با شتاب $۶\frac{m}{s^۲}$ پس از گذشت $۲/۵s$ از لحظهٔ توقف دوباره به تندی $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد و اندازهٔ تکانهٔ آن ۱۵ واحد SI می‌شود:

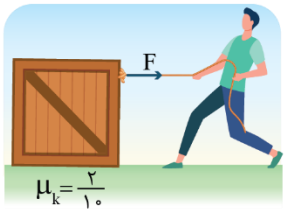
$$v = ۶t \xrightarrow{v=۱۵\frac{m}{s}} ۱۵ = ۶t \Rightarrow t = ۲/۵s$$

توجه کنید که جسم ابتدا به مدت یک ثانیه در جهت محور x حرکت و سپس تغییر جهت داد و ۲/۵s پس از تغییر جهت دوباره به تندی $۱۵\frac{m}{s}$ رسید. پس نتیجه می‌گیریم که بار اول در لحظهٔ $t_۱ = ۰/۵s$ و سپس در لحظهٔ $t_۲ = ۳/۵s$، تکانهٔ جسم به ۱۵ واحد SI رسیده است.

$$\Delta t = ۳/۵ - ۰/۵ = ۳s$$

گروه آموزشی ماز

۵۲- در شکل روبرو شخصی نیروی ثابت و افقی F را به صندوقی به جرم ۱۵۰kg وارد می‌کند و صندوق با شتاب $۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت می‌کند. چند کیلوگرم از محتویات درون صندوق کم کنیم تا با همین نیروی افقی F، اندازهٔ شتاب حرکت صندوق ۴۰ درصد افزایش یابد؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

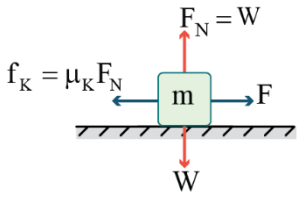


۱) ۱۲۵
۲) ۹۰
۳) ۶۰
۴) ۲۵

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

گام اول:

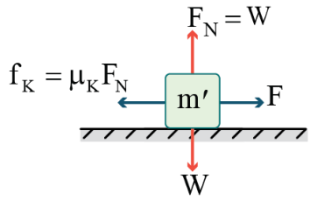
ابتدا با توجه به نیروهای وارد بر صندوق و شتاب داده شده، نیروی F را با استفاده از قانون دوم نیوتون به‌دست می‌آوریم:



$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F = ma + f_k \xrightarrow[f_k = \mu_k mg = \frac{۲}{۱۰}\times ۱۵۰\times ۱۰N]{m=۱۵۰kg,\ a=۲\frac{m}{s^۲}} F = (۱۵۰\times ۲) + ۳۰۰ = ۶۰۰N$$

گام دوم:

در حالت جدید جرم صندوق تغییر می‌کند و شتاب نیز ۴۰ درصد افزایش می‌یابد و می‌توانیم قانون دوم نیوتون را دوباره پس از رسم نیروهای وارد بر جسم بنویسیم:



$$a' = a + \frac{۴}{۱۰}a = ۲ + \frac{۴}{۱۰}(۲) = ۲/۸\frac{m}{s^۲}$$

$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = m'a' \xrightarrow[f_k = \mu_k m'g = ۲m']{F=۶۰۰N,\ a'=۲/۸} ۶۰۰ - ۲m' = m'(۲/۸)$$

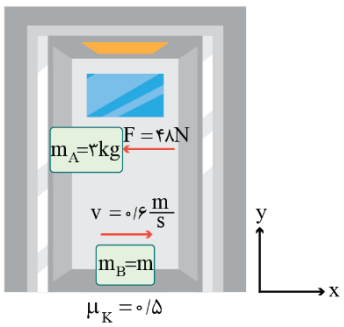
$$\Rightarrow ۶۰۰ = ۴/۸m' \Rightarrow m' = ۱۲۵kg$$

جرم جسم از ۱۵۰kg به ۱۲۵kg کاهش یافته است و ۲۵kg کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۵۳- مطابق شکل مقابل جسم A به جرم ۳kg توسط نیروی افقی F به دیوارهٔ آسانسوری که با شتاب ثابت در راستای قائم در حرکت است فشرده شده است و جسم نسبت به دیوارهٔ آسانسور ساکن است. نیرویی که دیواره آسانسور به جسم A وارد می‌کند با جهت مثبت محور y زاویهٔ ۵۳ درجه می‌سازد. در این حالت اگر جسم B به جرم m با تندی $۰/۶\frac{m}{s}$ بر روی کف آسانسور در راستای x پرتاب شود، پس از طی مسافت چند سانتی متر متوقف می‌شود؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸, g = ۱۰\frac{N}{kg})$

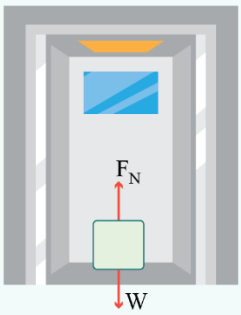


۱) ۳/۶
۲) ۳
۳) ۴/۵
۴) ۴/۸

پاسخ: گزینه ۲ (سخت ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۴۰۲)

آسانسور

۱ـ در شکل زیر، نیروهای وارد بر جسمی که بر کف آسانسور قرار گرفته را نشان می‌دهد که به F_N نیروی عمودی تکیه‌گاه یا وزن ظاهری می‌گویند.



۲ـ هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت بالا باشد داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow F_N - W = ma \rightarrow F_N = W + ma$$

۳ـ هنگامی که شتاب حرکت آسانسور به سمت پایین باشد داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow W - F_N = ma \rightarrow F_N = W - ma$$

پس بطور کلی می‌توان گفت که:

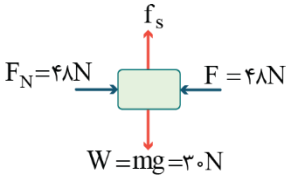
$$F_N = W \pm ma$$

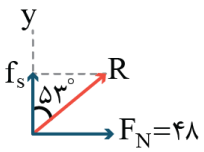
(+): شتاب به سمت بالا (−): شتاب به سمت پایین

۴ـ به طور کلی در پرتاب جسم روی سطح، باید ابتدا شتاب جسم را با قانون دوم نیوتون به‌دست آوریم و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان می‌توان مسافت طی شدهٔ جسم تا لحظهٔ توقف را به‌دست آورد.

گام اول:

با توجه به اینکه آسانسور به‌صورت شتابدار حرکت می‌کند، ابتدا باید با استفاده از قانون دوم نیوتون برای جسم A شتاب حرکت آسانسور را به‌دست آوریم نیروهای وارد بر جسم A را مشخص می‌کنیم:



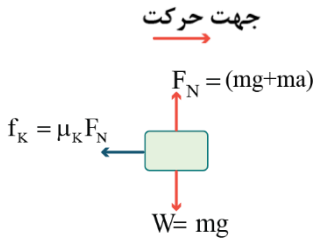


$$\tan ۵۳^\circ = \frac{۴}{۳} = \frac{۴۸}{f_s} \Rightarrow f_s = ۳۶N$$

$$F_{net} = ma \rightarrow f_s - W = ma \Rightarrow ۳۶ - ۳۰ = ۳a \Rightarrow ۶ = ۳a \Rightarrow a = +۲\frac{m}{s^۲}$$ (شتاب به سمت بالا می‌باشد) (جهت مثبت رو به بالا)

گام دوم:

اکنون به سراغ جسم B می‌رویم قانون دوم نیوتون را اعمال می‌کنیم، فقط توجه داشته باشید که نیروی عمودی تکیه‌گاه وارد بر جسم B (F_N) به دلیل حرکت شتابدار آسانسور (شتاب به سمت بالا) به‌صورت $F_N = mg + ma$ می‌باشد:



$$F_{net} = ma' \rightarrow -f_k = ma' \Rightarrow -\mu_k F_N = ma' \xrightarrow[\mu_k = \frac{۱}{۲}]{F_N = mg + ma} -\frac{۱}{۲}(mg + ma) = ma'$$

$$\Rightarrow -\frac{۱}{۲}(g + a) = a'$$

www.biomaze.ir

شتاب حرکت جسم B روی سطح افقی $-۶\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

$$\xrightarrow[a=۲\frac{m}{s^۲}]{g=۱۰\frac{m}{s^۲}} -\frac{۱}{۲}(۱۲)=a' \rightarrow a'=-۶\frac{m}{s^۲}$$

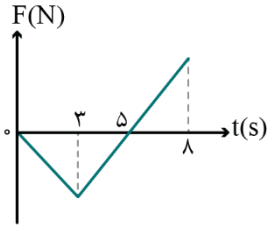
گام سوم:

با استفاده از شتاب به‌دست آمده $(a'=-۶\frac{m}{s^۲})$ و رابطهٔ مستقل از زمان برای جسم B می‌توانیم مسافت توقف جسم را به‌دست آوریم:

$$v_۲^۲-v_۱^۲=۲a'\Delta x \xrightarrow[a=-۶\frac{m}{s^۲}]{v_۲=۰\ ,\ v_۱=۰/۶\frac{m}{s}} ۰-(۰/۶)^۲=۲(-۶)\Delta x \Rightarrow -\frac{۳۶}{۱۰۰}=-۱۲\Delta x \Rightarrow \Delta x=\frac{۳}{۱۰۰}m=۳cm$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- نمودار نیروی خالص وارد بر جسمی بر حسب زمان به شکل زیر است. اگر اندازه نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۳s اول برابر با ۶N باشد، اندازهٔ نیروی خالص متوسط وارد بر جسم در ۶ ثانیه اول، چند نیوتون است؟

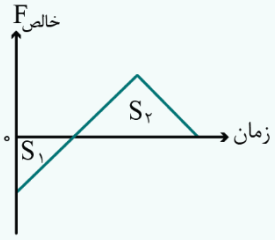


۱) ۴/۵
۲) ۹
۳) ۵/۶
۴) ۲/۵

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ نموداری ـ ۱۴۰۲)

تغییرات تکانه و نمودار نیروی خالص ـ زمان

در نمودار نیروی خالص ـ زمان یک جسم، مساحت زیر نمودار برابر با تغییرات تکانهٔ جسم (Δp) می‌باشد.
دقت شود که علامت مساحت در این موارد مهم است. مثلاً در نمودار روبه‌رو داریم:

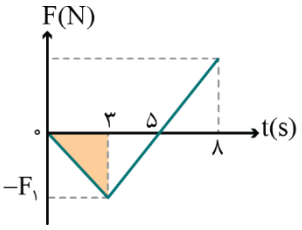


$$\Delta p=S_۲-S_۱$$

گام اول:

نیروی خالص متوسط وارد بر جسمی از رابطهٔ $F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که Δp تغییرات تکانه جسم می‌باشد که با استفاده از مساحت محصور نمودار نیرو ـ زمان داده‌شده مشخص می‌شود.

اندازهٔ نیروی خالص متوسط در ۳ ثانیهٔ اول برابر ۶N می‌باشد، یعنی:



$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t} \Rightarrow ۶=\frac{\Delta p}{۳} \Rightarrow \Delta p=۱۸\frac{kg.m}{s}$$ (مساحت مثلث هاشورخورده ۱۸ می‌باشد)

$$\text{مساحت مثلث هاشورخورده}=\frac{۳\times F_۱}{۲}=۱۸ \Rightarrow F_۱=۱۲N$$

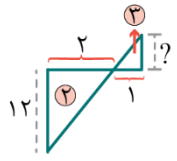
گام دوم:

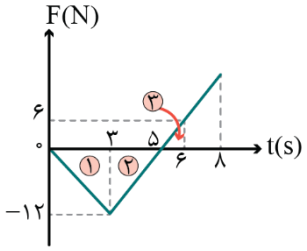
برای به‌دست آوردن نیروی خالص متوسط در ۶ ثانیهٔ اول می‌نویسیم:

$$F_{av}=\frac{\Delta p}{\Delta t}=\frac{\Delta p}{۶}$$

Δp: مساحت زیر نمودار از لحظهٔ ۰ تا ۶s

با استفاده از تشابه مثلث‌های (۲) و (۳)، نیرو در لحظهٔ ۶ ثانیه را به‌دست می‌آوریم:





$$\frac{?}{۱۲}=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ?=\frac{۱۲}{۲}=۶N$$

www.biomaze.ir

$$\Delta p = S_۳ - (S_۱ + S_۲) = \left(\frac{۱\times۶}{۲}\right) - \left(\frac{۵\times۱۲}{۲}\right) = -۲۷\,\frac{kg.m}{s}$$

$$F_{av} = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-۲۷}{۶} = -۴/۵\,N \xrightarrow{\text{اندازه}} F_{net} = ۴/۵N$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- اگر چگالی سیارهٔ **A**، ۲ برابر چگالی زمین و شعاع آن $\frac{۱}{۸}$ شعاع زمین باشد، در چه ارتفاعی بر حسب کیلومتر از سطح زمین شتاب گرانش برابر با شتاب گرانش در سطح سیارهٔ **A** می‌باشد؟ (شعاع زمین $= ۶۴۰۰km$)

۱) ۳۲۰۰ ۲) ۶۴۰۰ ۳) ۱۹۲۰۰ ۴) ۱۲۸۰۰

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

شتاب گرانش

به طور کلی شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح سیاره‌ای به جرم m و شعاع R از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$g_h = \frac{Gm}{(R+h)^۲}$$

G : ثابت جهانی گرانش
m :جرم سیاره
R : شعاع سیاره
h :ارتفاع از سطح سیاره

پاسخ تشریحی:

شتاب گرانش در ارتفاع h از سطح زمین (سیارهٔ ۱) باید با شتاب گرانش در سطح سیارهٔ دیگر (سیارهٔ ۲) برابر باشد.

$$\begin{cases} \text{شتاب گرانش در ارتفاع } h \text{ از سطح زمین} = \frac{Gm_۱}{(R_۱+h)^۲} \\ \text{شتاب گرانش در سطح سیاره ۲} = \frac{Gm_۲}{R_۲^۲} \end{cases} \Rightarrow \frac{m_۱}{(R_۱+h)^۲} = \frac{m_۲}{(R_۲)^۲} \xrightarrow{m=\rho V} \frac{\rho_۱ V_۱}{(R_۱+h)^۲} = \frac{\rho_۲ V_۲}{R_۲^۲}$$

$$\xrightarrow{V=\frac{۴}{۳}\pi R^۳} \frac{\rho_۱ \times \frac{۴}{۳}\pi R_۱^۳}{(R_۱+h)^۲} = \frac{\rho_۲ \times \frac{۴}{۳}\pi R_۲^۳}{R_۲^۲} \xrightarrow[R_۲=\frac{۱}{۸}R_۱]{\rho_۲=۲\rho_۱} \frac{R_۱^۲}{(R_۱+h)^۲} = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{R_۱}{R_۱+h} = \frac{۱}{۲}$$

$$\Rightarrow ۲R_۱ = R_۱ + h \Rightarrow R_۱ = h$$

پس در ارتفاع h از سطح زمین که با شعاع زمین برابر می‌باشد، شتاب گرانش با شتاب گرانش سیارهٔ مورد نظر در سؤال برابر است.

$$h = R_e = ۶۴۰۰km$$

گروه آموزشی ماز

۵۶- چه تعداد از عبارت‌های زیر در مورد حرکت هماهنگ ساده الزاماً صحیح می‌باشد؟

الف: هنگامی که نوسانگر به صورت تندشونده حرکت می‌کند، شتاب نوسانگر به سمت مرکز نوسان می‌باشد.

ب: مسافت طی شده در هر بازه زمانی دلخواه $\Delta t = \frac{T}{۴}$، برابر با دامنه نوسان می‌باشد.

ج: اگر مکان ذره منفی باشد و نیروی وارد بر آن مثبت باشد، حرکت کندشونده می‌باشد.

د: هنگامی که اندازه شتاب نوسانگر رو به افزایش است، انرژی پتانسیل نوسانگر بیشتر از انرژی جنبشی آن می‌باشد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

چند نکتهٔ مهم و پر تکرار دربارهٔ حرکت هماهنگ ساده

۱ـ هرگاه نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند ← حرکت تندشونده
۲ـ هرگاه نوسانگر از مرکز نوسان دور شود ← حرکت کندشونده
۳ـ شتاب و مکان نوسانگر همواره مختلف‌الجهت هستند و $a = -\omega^۲ x$
۴ـ جهت شتاب و نیروی وارد بر نوسانگر همواره به سمت مرکز نوسان می‌باشند.
۵ـ در هر دورهٔ نوسان، نوسانگر مسافتی به اندازهٔ $۴A$ طی می‌کند.

www.biomaze.ir

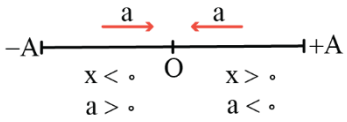
۶ـ انرژی جنبشی و پتانسیل نوسانگر در نقطه‌ای خاص از مسیر (بدونی ضرر نداره $x = \pm\frac{\sqrt{۲}}{۲}A$) با هم برابر می‌شود.

۷ـ تندی بیشینهٔ نوسانگر در مرکز نوسان و شتاب بیشینهٔ نوسانگر در نقاط بازگشت رُخ می‌دهد.

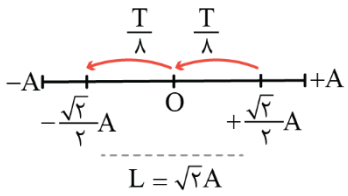
$v_{max} = A\omega \quad , \quad a_{max} = A\omega^{۲}$

بررسی موارد:

الف: در حرکت هماهنگ ساده، هرگاه نوسانگر به سمت مرکز نوسان حرکت کند، حرکت آن تندشونده می‌باشد. جهت بُردار شتاب نوسانگر همواره با جهت بُردار مکان نوسانگر مخالف است پس در نتیجه همواره جهت بُردار شتاب به سمت مرکز نوسان است. (✓)

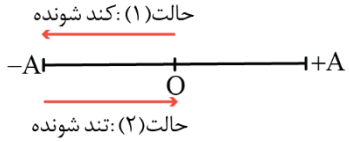


ب: در هر بازه زمانی دلخواه $\frac{T}{۴}$ الزاماً مسافت طی شده با دامنه (A) برابر نیست. در شکل زیر یک حالت متفاوت را که بازه زمانی $\frac{T}{۴}$ می‌باشد ولی مسافت (L) به اندازه A نمی‌باشد را می‌بینیم: (✗)



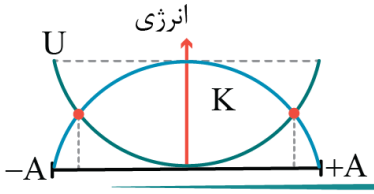
$$\Delta t = \frac{T}{۸} + \frac{T}{۸} = \frac{T}{۴} \quad , \quad L = \sqrt{۲}A$$

ج: نیروی خالص وارد بر نوسانگر (همانند شتاب) همواره با مکان نوسانگر مختلف‌العلامت می‌باشد. با توجه به اینکه مکان نوسانگر در عبارت منفی ذکر شده است پس نیروی وارد بر نوسانگر حتماً مثبت می‌باشد و با توجه به شکل زیر دو حالت را برای حرکت نوسانگر می‌توان در نظر گرفت:



پس الزامی ندارد که حتماً حرکت نوسانگر کندشونده باشد. (✗)

د: بیشترین اندازه شتاب نوسانگر در نقاط بازگشت می‌باشد، پس هرگاه نوسانگر به سمت نقاط بازگشت حرکت کند، اندازه شتاب آن افزایش می‌یابد. در این حالت الزاماً حرکت نوسانگر کندشونده می‌باشد و انرژی جنبشی آن کاهش می‌یابد و به انرژی پتانسیل آن افزوده می‌شود. با توجه به نمودار انرژی - مکان نوسانگر، در حرکت نوسانگر به سمت نقاط بازگشت، تا لحظه‌ی برابر شدن انرژی جنبشی با پتانسیل، انرژی جنبشی بیشتر از انرژی پتانسیل می‌باشد و پس از آن انرژی پتانسیل بیشتر می‌باشد. (✗)



گروه آموزشی ماز

۵۷- معادلهٔ حرکت هماهنگ سادهٔ یک نوسانگر در SI به‌صورت $x = ۰/۲\cos(۱۰t)$ است. در لحظه‌ای که انرژی جنبشی نوسانگر ۲۵ درصد از انرژی پتانسیل آن بیشتر است، تندی نوسانگر چند سانتی‌متر بر ثانیه می‌باشد؟

۱) $\frac{۲۰}{۳}\sqrt{۵}$ ۲) $۲۰\frac{\sqrt{۵}}{۳}$ ۳) $\frac{۴۰}{۳}$ ۴) $\frac{۴۰۰}{۳}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

انرژی در حرکت هماهنگ ساده

انرژی مکانیکی نوسانگر هماهنگ ساده در کل مسیر نوسان ثابت می‌باشد که همواره با جمع انرژی جنبشی (K) و انرژی پتانسیل (U) نوسانگر برابر می‌باشد:

$E = K + U$

نکته:

۱ـ انرژی جنبشی بیشینه (K_{max}) و انرژی پتانسیل بیشینه (U_{max}) با انرژی مکانیکی (E) برابر می‌باشند:

$E = K_{max} = U_{max}$

۲ـ انرژی جنبشی بیشینه از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$K_{max} = \frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲} \xrightarrow{v_{max} = A\omega} K_{max} = \frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$$

www.biomaze.ir

۳ـ بین انرژی جنبشی در هر لحظه و انرژی مکانیکی نوسانگر رابطهٔ زیر برقرار است:

$$\frac{K}{E}=\frac{K}{U+K}=(\frac{v}{v_{max}})^{۲}$$

پاسخ تشریحی:

انرژی مکانیکی (E) نوسانگر در هر لحظه برابر است با:

$$E=K+U$$

و همچنین اندازهٔ آن با K_{max} برابر است:

$$E=K_{max}=\frac{۱}{۲}mv_{max}^{۲}=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که:

$$E=K+U=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}$$

با توجه به اینکه انرژی جنبشی نوسانگر در هر لحظه از رابطهٔ $K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}$ به‌دست می‌آید، پس داریم:

$$\frac{K}{E}=\frac{K}{K+U}\xrightarrow[K+U=\frac{۱}{۲}mA^{۲}\omega^{۲}]{K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}}\frac{K}{K+U}=(\frac{v}{v_{max}})^{۲}\qquad (I)$$

معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر در SI به‌صورت $x=۰/۲\cos(۱۰t)$ می‌باشد؛ یعنی $A=۰/۲m$ و $\omega=۱۰(\frac{rad}{s})$، پس برای $v_{max}=A\omega$ داریم:

$$v_{max}=A\omega=\frac{۲}{۱۰}\times۱۰=۲\frac{m}{s}$$

همچنین در لحظهٔ موردنظر انرژی جنبشی (K) نوسانگر ۲۵ درصد بیشتر از انرژی پتانسیل (U) آن می‌باشد، یعنی:

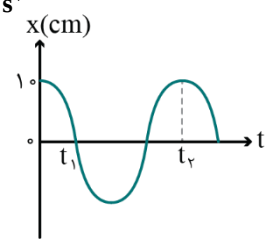
$$K=\frac{۵}{۴}U\Rightarrow U=\frac{۴}{۵}K\qquad (II)$$

با جایگذاری عبارت (II) در معادله (I) داریم:

$$\frac{K}{K+\frac{۴}{۵}K}=\left(\frac{v}{v_{max}}\right)^{۲}\xrightarrow{V_{max}=۲\frac{m}{s}}\frac{۵}{۹}=\left(\frac{v}{۲}\right)^{۲}\Rightarrow\frac{\sqrt{۵}}{۳}=\frac{v}{۲}\Rightarrow v=\frac{۲}{۳}\sqrt{۵}\frac{m}{s}=\frac{۲۰۰}{۳}\sqrt{۵}\frac{cm}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- نمودار مکان ـ زمان آونگ ساده‌ای که با دامنهٔ کم نوسان می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر شتاب متوسط نوسانگر در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، $۰/۶\pi\frac{m}{s^{۲}}$ باشد، طول آونگ چند سانتی‌متر است؟ $(g=\pi^{۲}(\frac{m}{s^{۲}}))$

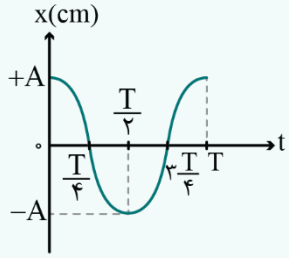


۱) $\frac{۱}{۹}$
۲) $\frac{۱۰۰}{۹}$
۳) $\frac{۱}{۱۸}$
۴) $\frac{۵۰}{۹}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

نمودار مکان.زمان نوسانگر هماهنگ ساده

نمودار مکان ـ زمان نوسانگر هماهنگ ساده به شکل زیر است:



www.biomaze.ir

نکته:

در آونگ ساده به طول L به روابط زیر نیازمندیم:

$$f=\frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{g}{L}} \qquad T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}} \qquad \omega=\sqrt{\frac{g}{L}}$$: بسامد زاویه‌ای

گام اول:

شتاب متوسط از رابطهٔ $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{t_2-t_1}$$

در لحظهٔ t_1، نوسانگر در مرکز نوسان قرار دارد، پس دارای تندی بیشینه می‌باشد $(v_{max}=A\omega)$ توجه کنید که در لحظهٔ t_1، جهت حرکت نوسانگر در خلاف جهت محور x می‌باشد و همچنین در لحظهٔ t_2 چون نوسانگر در نقطه بازگشت قرار دارد پس تندی آن صفر می‌باشد.

اگر دوره نوسان را (T) در نظر بگیریم با توجه به نمودار مکان ـ زمان نوسانگر، $t_1=\frac{T}{4}$ و $t_2=\frac{4T}{4}=T$ می‌باشد. پس برای Δt داریم:

$$\Delta t=t_2-t_1=T-\frac{T}{4}=\frac{3T}{4}$$

اکنون با جایگذاری در رابطهٔ شتاب متوسط داریم:

$$a_{av}=\frac{v_2-v_1}{\Delta t=t_2-t_1}\xrightarrow[\Delta t=\frac{3T}{4}]{v_2=0\,,\,v_1=-A\omega}a_{av}=\frac{0-(-A\omega)}{\frac{3T}{4}}=+\frac{A\omega}{\frac{3T}{4}}=\frac{4}{3}\frac{A\omega}{T}$$

$$\xrightarrow[A=\frac{1}{10}m]{\omega=\frac{2\pi}{T}}a_{av}=\frac{4}{3}\times\frac{1}{10}\times\frac{2\pi}{T^2}\xrightarrow{a_{av}=0/6\pi}\frac{8\pi}{30T^2}=\frac{6}{10}\pi\Rightarrow T^2=\frac{4}{9}\Rightarrow T=\frac{2}{3}s$$

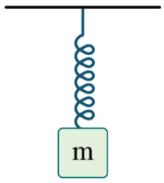
گام دوم:

با توجه به اینکه دورهٔ تناوب آونگ ساده از رابطهٔ $T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}$ به‌دست می‌آید، بنابراین:

$$T=2\pi\sqrt{\frac{L}{g}}\xrightarrow[g=\pi^2]{T=\frac{2}{3}s}\frac{2}{3}=2\pi\sqrt{\frac{L}{\pi^2}}\Rightarrow L=\frac{1}{9}m=\frac{100}{9}cm$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- مطابق شکل مقابل، به انتهای فنر با ثابت $50\frac{N}{m}$، جسمی به جرم $m=500g$ آویزان است و مجموعه در حال تعادل می‌باشد. جسم را به آرامی $10cm$ از این حالت به سمت پایین می‌کشیم و در لحظهٔ $t=0$ رها می‌کنیم. نیروی کشش فنر در لحظهٔ $t=0/6s$ چند نیوتون می‌باشد؟ $(\pi^2\simeq10, g=10\frac{N}{kg})$



۱) ۲/۵
۲) ۴/۵
۳) ۵/۵
۴) صفر

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

نکته:

۱ـ در سیستم نوسانی جرم ـ فنر، بسامد زاویه‌ای از رابطهٔ $\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}$ به‌دست می‌آید که k (ثابت فنر) و m (جرم وزنهٔ متصل به فنر) می‌باشد.

۲ـ معادلهٔ حرکت (مکان ـ زمان) حرکت نوسان هماهنگ ساده از رابطهٔ $x=A\cos(\omega t)$ به‌دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

ابتدا توجه کنید که وقتی که جسم به تعادل رسید اگر $10cm$ وزنه را پایین بکشیم و رها کنیم یعنی جسم با دامنهٔ $10cm$ نوسان هماهنگ ساده در راستای قائم انجام می‌دهد.

www.biomaze.ir

گام اول:

ابتدا بسامد زاویه‌ای (ω) نوسان را پیدا کنیم و سپس معادلهٔ مکان ـ زمان نوسانگر را بنویسیم:

$$\omega=\sqrt{\frac{k}{m}}\xrightarrow[m=۵\cdot g]{k=۵۰\frac{N}{m}}\omega=\sqrt{\frac{۵۰}{۵\times۱۰^{-۲}}}=\sqrt{۱۰۰۰}=۱۰\pi\frac{rad}{s}$$

معادله مکان ـ زمان نوسانگر به‌صورت $y=A\cos(\omega t)$ می‌باشد: $(A=۱۰cm=۰/۱m\ ,\ \omega=۱۰\pi\frac{rad}{s})$

$$y=۰/۱\cos(۱۰\pi t)$$

گام دوم:

با توجه به زمان‌های داده‌شده، مکان نوسانگر را به‌دست می‌آوریم:

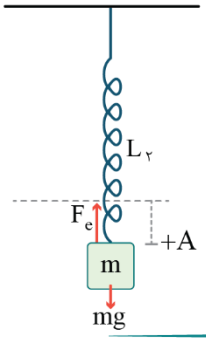
$$t_۱=\frac{۶}{۱۰}s\Rightarrow x=۰/۱\cos(۱۰\pi(\frac{۶}{۱۰}))=+۰/۱m$$

جسم در مکان $(+A)$ می‌باشد.

گام سوم:

اندازهٔ نیروی خالص وارد بر نوسانگر در مکان $y=+A$ بیشینه است و برابر است با:

$$F_{max}=mA\omega^۲\Rightarrow F_{max}=۵۰\times۱۰^{-۳}\times۰/۱\times(۱۰\pi)^۲=۰/۵\pi^۲N\simeq۵N$$

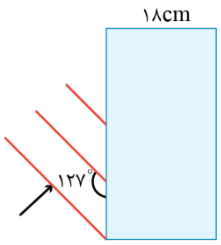


این نیرو برایند نیروی وزن و نیروی کشش فنر است، بنابراین داریم:

$$F_e-mg=۵\Rightarrow F_e-۵۰\times۱۰^{-۳}\times۱۰=۵\Rightarrow F_e=۵/۵N$$

گروه آموزشی ماز

۶۰- مطابق شکل زیر جبهه‌های موج نوری از هوا وارد محیط شفافی می‌شود و می‌شکند. اگر این موج در مدت زمان $۰/۹۶ns$ از محیط شفاف خارج شود، ضریب شکست محیط شفاف کدام است؟ ($c=۳\times۱۰^۸\frac{m}{s}$ و $\sin۳۷^\circ=۰/۶$)



۱) $\frac{۴}{۳}$
۲) $۱/۶\sqrt{۲}$
۳) $۰/۸\sqrt{۲}$
۴) ۱/۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

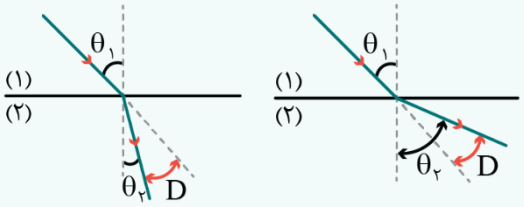
شکست موج

اگر پرتو نوری از محیط (۱) به محیط (۲) به‌صورت مایل وارد شود روابط زیر از قانون عمومی شکست و روابط اِسنل به‌دست می‌آید و مسیر پرتو موج نیز یکی از دو حالت روبه‌رو خواهد بود:

زاویهٔ تابش : $\theta_۱$

زاویهٔ شکست: $\theta_۲$

زاویهٔ انحراف : $D=|\theta_۲-\theta_۱|$



$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱}=\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\lambda_۲}{\lambda_۱}=\frac{n_۱}{n_۲}$$

نکته:

۱ـ پرتو موج، اگر به محیطی وارد شود که تندی آن کاهش یابد به خط عمود نزدیک می‌شود و بلعکس.

۲ـ زاویه‌ای که جبهه موج تابش و شکست با سطح جدایش دو محیط می‌سازد، همان زوایای تابش و شکست می‌باشند.

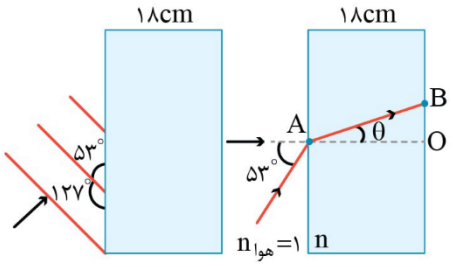
www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

زاویه‌ای که جبههٔ موج با سطح تیغهٔ شیشه‌ای می‌سازد، همان زاویهٔ تابش می‌باشد که پرتو موج با خط عمود بر سطح جدایش هوا و تیغهٔ شیشه‌ای می‌سازد و برای راحتی کار به‌جای جبههٔ موج از پرتو موج استفاده می‌کنیم و همچنین برای به‌دست آوردن خواستهٔ سؤال، به طول مسیر پرتو در تیغهٔ شیشه‌ای نیازمندیم

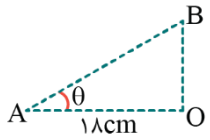
چون زمان طی‌شده در تیغه از رابطهٔ $\Delta t = \frac{L_{AB}}{v}$ به‌دست می‌آید.

با توجه به رابطهٔ اِسنل برای تندی‌ها در محیط داریم:



$$\frac{v}{c}=\frac{\sin\theta}{\sin 53^\circ}\xrightarrow[c=3\times10^8\frac{m}{s}]{\sin 53^\circ=0/8} v=\frac{10}{8}\times3\times10^8\sin\theta=\frac{3}{8}\times10^9\times\sin\theta$$

طول مسیر AB (L_{AB}) را برحسب زاویهٔ θ به‌دست می‌آوریم، به همین منظور با توجه به مثلث روبرو داریم:



$$\cos\theta=\frac{18}{L_{AB}}\Rightarrow L_{AB}=(\frac{18}{\cos\theta})cm=\frac{18}{\cos\theta}\times10^{-2}m$$

طبق رابطهٔ $\Delta t = \frac{L_{AB}}{v}$ داریم:

$$\Delta t=\frac{L_{AB}}{v}\xrightarrow[v=\frac{3}{8}\times10^9\times\sin\theta]{L_{AB}=\frac{18}{\cos\theta}\times10^{-2}}\Delta t=\frac{18\times10^{-2}}{\frac{3}{8}\times10^9\times\sin\theta\cos\theta}=0/96\times10^{-9}$$

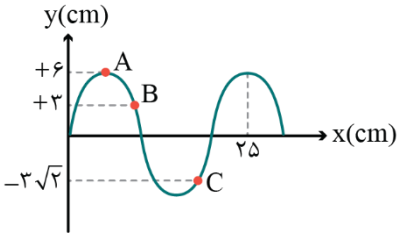
$$\Rightarrow \sin\theta\cos\theta=\frac{1}{2}\Rightarrow\sin 2\theta=1\Rightarrow\theta=45^\circ$$

طبق رابطهٔ اِسنل داریم:

$$\frac{\sin 53^\circ}{\sin 45^\circ}=\frac{n}{n_{هوا}}\Rightarrow\frac{\frac{8}{10}}{\frac{\sqrt{2}}{2}}=\frac{n}{1}\Rightarrow n=0/8\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۶۱- شکل زیر یک نقش موج عرضی را در لحظهٔ $t=0$ نشان می‌دهد که در ریسمانی با چگالی خطی $5\frac{g}{cm}$ و نیروی کشش ۲۰۰N در حال انتشار است. چند مورد از عبارت‌های زیر الزاماً صحیح است؟



الف: در لحظهٔ $t=0$، شتاب ذرهٔ A برابر $-2400\pi^2(\frac{m}{s^2})\vec{j}$ است.

ب: در لحظهٔ $t=\frac{1}{800}s$، تندی ذرهٔ C برابر $12\pi(\frac{m}{s})$ می‌باشد.

ج: مسافت طی‌شده ذره B در مدت زمان ۰/۰۵s، برابر ۱۲۰cm می‌باشد.

د: انرژی جنبشی ذره C در لحظات $t=0$ و $t=\frac{1}{400}s$ با هم برابر است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

نقش موج

در نمودار نقش موج، باید بتوانیم طول موج (λ) را تشخیص دهیم و همچنین جهت حرکت هر ذره خاص از محیط را تعیین کنیم. به چند نکته زیر دقت کنید:

۱ـ تندی انتشار موج در ریسمان کشیده شده با نیروی F و چگالی خطی μ، تندی انتشار از رابطهٔ زیر به‌دست می‌آید:

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

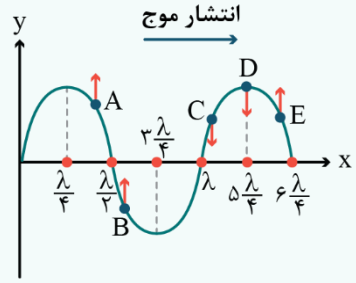
۲ـ هر ذره از محیط، سعی بر این دارد که به وضعیت ذره‌های قبل از خود برسد. می‌توان گفت هر ذره به ذره‌هایی که خلاف جهت حرکت موج می‌باشند می‌نگرد.

www.biomaze.ir

۳ـ رابطهٔ بین v (تندی انتشار)، λ (طول موج) و T (دوره) به‌صورت زیر است:

$$\lambda = Tv \rightarrow T = \frac{\lambda}{v}$$

به نمودار نقش موج مقابل و جهت حرکت ذرات مشخص شده و همچنین مکان‌ها بر حسب λ دقت کنید:



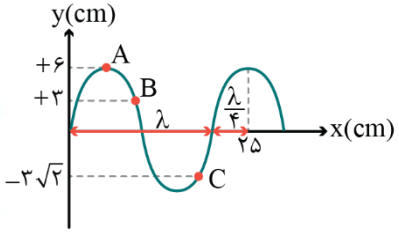
پاسخ تشریحی:

تندی انتشار موج در ریسمان را به‌دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow[\mu = 5\frac{g}{cm} = 0/5\frac{kg}{m}]{F=200N} v = \sqrt{\frac{200}{0/5}} = \sqrt{400} = 20\frac{m}{s}$$

برای بررسی عبارات داده شده نیازمند به‌دست آوردن دوره (T) برای موج می‌باشیم که از رابطهٔ $T = \frac{\lambda}{v}$ به دست می‌آید.

با توجه به نمودار نقش موج داریم:



$$\lambda + \frac{\lambda}{4} = \frac{5}{4}\lambda = 25cm \Rightarrow \lambda = 20cm = 0/2m$$

$$\Rightarrow T = \frac{\lambda}{v} = \frac{0/2}{20} = \frac{1}{100}s \xrightarrow{\omega = \frac{2\pi}{T}} \omega = 200\pi(\frac{rad}{s})$$

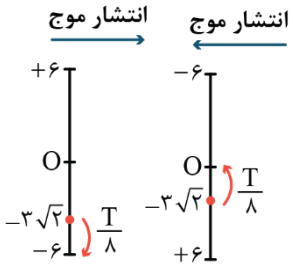
بررسی موارد:

اکنون به بررسی عبارت‌های داده شده می‌پردازیم:

الف: در لحظهٔ $t = 0$ ذرهٔ A در مکان $+A$ قرار دارد، پس دارای شتاب بیشینه می‌باشد. دقت کنید که مکان ذرهٔ A مثبت است، پس شتاب آن منفی می‌باشد.

$$a_{max} = -A\omega^2(\vec{j}) \xrightarrow{A=0/06m\ ,\ \omega=200\pi} a_{max} = -\frac{6}{100}(200\pi)^2(\vec{j}) = -2400\pi^2(\vec{j})$$ (✓)

ب: لحظهٔ $t = \frac{1}{800}s$ معادل با $\frac{T}{8}$ می‌باشد، پس ذرهٔ C پس از گذشت زمان $\frac{T}{8}$، با توجه به انتشار موج یکی از دو مکان زیر را خواهد داشت:

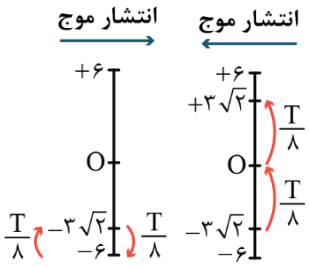


پس می‌بینیم که اگر موج در خلاف جهت محور x انتشار یابد ذره C پس از گذشت زمان $\frac{T}{8}$ در مرکز نوسان قرار می‌گیرد و تندی آن بیشینه $(v_{max} = A\omega = \frac{6}{100} \times 200\pi = 12\pi(\frac{m}{s}))$ می‌شود و اگر در جهت محور x انتشار یابد تندی آن صفر می‌شود پس عبارت «ب» الزاماً صحیح نیست. (✗)

ج: در مدت زمان $\Delta t = 0/05s$ تمام ذرات روی ریسمان ۵ نوسان $(n = \frac{\Delta t}{T} = \frac{0/05}{0/01} = 5)$ انجام می‌دهند. در هر دوره نوسانی کامل، هر ذره مسافتی به اندازه $L = 4A$ را طی می‌کند، پس در مدت زمان داده شده داریم:

$$L = 5(4A) = 20A \xrightarrow{A=0/06m} L = 1/2m = 120cm$$ (✓)

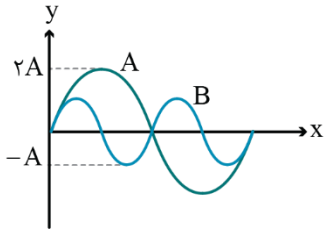
د: در لحظهٔ $t = \frac{1}{400}s$ ثانیه که معادل با $\frac{T}{4}$ می‌باشد ذرهٔ C با توجه به جهت انتشار موج دو حالت زیر را خواهد داشت:



در هر دو حالت فاصلهٔ نوسانگر از مرکز نوسان یکسان است و با توجه به نمودار انرژی جنبشی ـ مکان نوسانگر در هر دو حالت انرژی جنبشی آن یکسان است و با انرژی جنبشی نوسانگر در لحظهٔ $t = 0$ برابر می‌باشد. (✓)

www.biomaze.ir

۶۲- نمودار جابه‌جایی ـ مکان دو موج صوتی **A** و **B** که در دو محیط متفاوت منتشر می‌شوند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی انتشار موج صوتی **A** دو برابر موج **B** باشد، در این صورت اختلاف تراز شدت صوت که به گوش شنونده‌ای که در فاصلهٔ یکسان از چشمه‌های موج **A** و **B** قرار دارد می‌رسد، برابر با چند دسی‌بل است؟ **($\log ۲ = ۰/۳$)**



۱) ۶
۲) ۳
۳) صفر
۴) ۱۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

تراز شدت صوت

اختلاف تراز شدت صوت موج صوتی A و B که توسط شنونده‌ای دریافت می‌شود به‌صورت زیر می‌باشد:

$$\beta_A - \beta_B = ۱۰\log(\frac{I_A}{I_B})$$

توجه: شدت صوت (I) با مربع بسامد ($f^۲$) و مربع دامنه ($A^۲$) رابطهٔ مستقیم و با مربع فاصله از چشمه ($r^۲$) رابطه عکس دارد. پس می‌توان برای نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ نوشت:

$$\frac{I_A}{I_B} = (\frac{A_A}{A_B})^۲(\frac{f_A}{f_B})^۲(\frac{r_B}{r_A})^۲$$

گام اول:

برای به‌دست آوردن اختلاف تراز شدت صوت دریافتی شنونده از دو منبع A و B داریم:

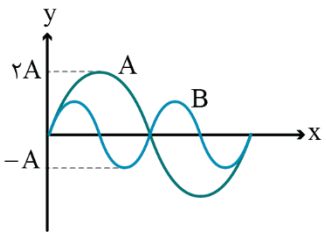
$$\beta_A - \beta_B = ۱۰\log\frac{I_A}{I_B} \qquad (I)$$

گام دوم:

توجه کنید که برای نسبت $\frac{I_A}{I_B}$ نیز داریم:

$$\frac{I_A}{I_B} = (\frac{A_A}{A_B})^۲(\frac{f_A}{f_B})^۲(\frac{r_B}{r_A})^۲$$

همچنین با توجه به نمودار جابه‌جایی ـ مکان داده شده برای دو موج صوتی داریم:



$$\frac{A_A}{A_B} = \frac{۲A}{A} = ۲ \qquad (II)$$

$$\lambda_A = ۲\lambda_B \xrightarrow[v_A = ۲v_B]{\lambda = \frac{v}{f}} \frac{v_A}{f_A} = ۲\frac{v_B}{f_B} \xrightarrow{v_A = ۲v_B} \frac{۱}{f_A} = \frac{۱}{f_B} \Rightarrow \frac{f_A}{f_B} = ۱ \qquad (III)$$

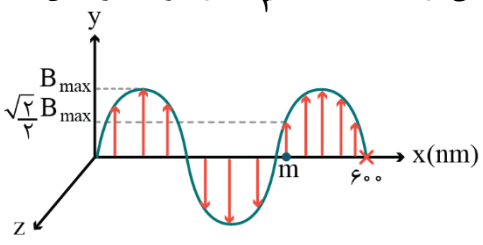
گام سوم:

با توجه به روابط (I) و (II) و (III) و اینکه $r_A = r_B$ داریم:

$$\beta_A - \beta_B = ۱۰\log((\frac{A_A}{A_B})^۲(\frac{f_A}{f_B})^۲(\frac{r_B}{r_A})^۲) = ۱۰\log((۲)^۲(۱)^۲(۱)^۲) = ۱۰\log ۲^۲ = ۲۰\log ۲ = ۶dB$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- شکل زیر، تصویر میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی را در لحظهٔ $t = ۰$ نشان می‌دهد که در امتداد محور **y** نوسان می‌کند. اگر در این لحظه، بزرگی میدان مغناطیسی در نقطهٔ **m** در حال کاهش باشد، در این نقطه، جهت بُردار میدان الکتریکی در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۳}\times ۱۰^{-۱۵}s$ و نحوهٔ تغییرات آن کدام است؟ **($c = ۳\times ۱۰^۵ \frac{km}{s}$)**



۱) z+ و در حال افزایش
۲) z+ و در حال کاهش
۳) z- و در حال افزایش
۴) z- و در حال کاهش

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ نموداری ـ ۱۲۰۳)

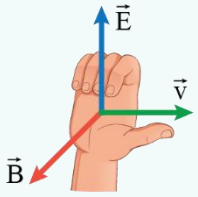
امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی از میدان‌های عمود بر هم الکتریکی (E) و مغناطیسی (B) ایجاد می‌شوند که این دو میدان خود بر جهت انتشار موج (v) عمود هستند.
چند نکتهٔ مهم در مورد امواج الکترومغناطیسی:

۱ـ تندی انتشار تمامی امواج الکترومغناطیسی در خلأ یکسان است و از رابطهٔ $c = \frac{۱}{\sqrt{\varepsilon_۰ \mu_۰}}$ به‌دست می‌آید.

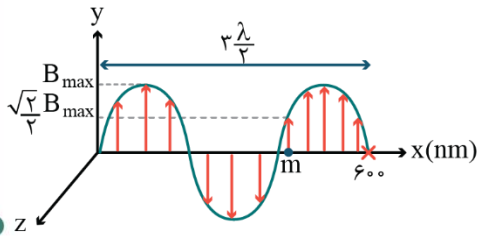
۲ـ میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به‌صورت هم‌فاز با هم تغییر می‌کنند.

۳ـ جهت انتشار موج الکترومغناطیسی (v) با استفاده از قاعدهٔ دست راست به‌دست می‌آید:



گام اول:

با توجه به نمودار میدان مغناطیسی، ابتدا طول موج (λ) و سپس دوره (T) را به‌دست می‌آوریم:



$$\frac{۳\lambda}{۲} = ۶۰۰\,nm \Rightarrow \lambda = ۴۰۰\,nm = ۴\times۱۰^{-۷}\,m$$

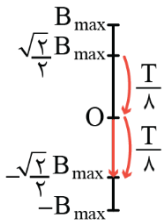
$$T = \frac{\lambda}{c} = \frac{۴\times۱۰^{-۷}}{۳\times۱۰^{۸}} = \frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۱۵}\,s$$

گام دوم:

بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = \frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۱۵}\,s$ معادل است با $\frac{T}{۴}$ چون:

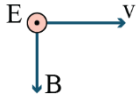
$$\frac{\Delta t}{T} = \frac{\frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۱۵}}{\frac{۴}{۳}\times۱۰^{-۱۵}} = \frac{۱}{۴}$$

با توجه به اینکه اندازهٔ میدان مغناطیسی کاهش می‌یابد پس موج در جهت محور x منتشر می‌شود و میدان مغناطیسی در نقطه m پس از گذشت $\frac{T}{۴}$ دوره به صورت زیر خواهد بود:



پس از لحظهٔ $t = \frac{۱}{۳}\times۱۰^{-۱۵}\,s$، میدان مغناطیسی به تدریج به سمت $-B_{max}$ می‌رود و اندازهٔ آن افزایش می‌یابد، بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی نیز که هم فاز با میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، در حال افزایش خواهد بود.

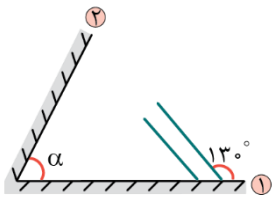
برای به‌دست آوردن میدان الکتریکی در لحظه $\frac{T}{۴}$ با استفاده از قاعده دست راست داریم:



میدان الکتریکی به صورت برون‌سو (در جهت محور z) می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۶۴- مطابق شکل زیر جبهه‌های موج تخت ابتدا به آینهٔ (۱) و پس از بازتاب به آینهٔ (۲) می‌تابند. اگر زاویه جبههٔ موج بازتاب شده از آینهٔ (۲) با سطح آینه ۳۵ درجه باشد، زاویهٔ بین دو آینه چند درجه است؟



۱) ۹۵
۲) ۷۵
۳) ۸۵
۴) ۸۰

www.biomaze.ir

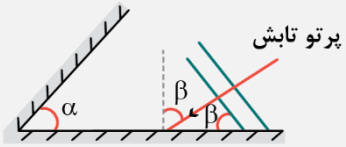
پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۳)

نکته:

در سؤالات بازتاب امواج نوری از آینه به چند نکته توجه کنیم:

۱ـ همواره زاویهٔ تابش و بازتاب با هم برابر هستند.

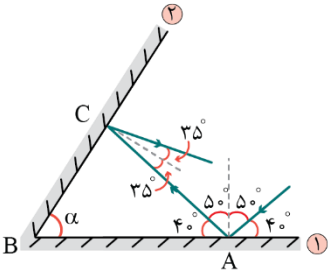
۲ـ زاویهٔ جبههٔ موج نوری با سطح آینه همان زاویه تابش (بازتاب) می‌باشد.



پاسخ تشریحی:

زاویهٔ جبههٔ موج تابش با سطح آینهٔ (۱) $(180^\circ - 130^\circ = 50^\circ)$ همان زاویه تابش و زاویهٔ جبههٔ موج بازتاب از سطح آینه (۲) همان زاویه بازتاب خواهد بود.

پس می‌توانیم شکل داده‌شده را به‌صورت مقابل به وسیله پرتوهای موج رسم کنیم:



در مثلث $\overset{\Delta}{ABC}$ مجموع زوایای داخلی 180° می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\alpha + 40^\circ + 55^\circ = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 85^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- الکترون اتم هیدروژنی در تراز $n=5$ قرار دارد. فرض کنید فقط گذارهای $\Delta n=1$ مجاز باشند. در این صورت اختلاف بسامد پرانرژی‌ترین فوتون و کم‌انرژی‌ترین فوتون گسیلی تقریباً چند تراهرتز است؟ $(E_R = 13/6eV \ , \ h = 4\times10^{-15}eV.s)$

۱) ۷۱۵ ۲) ۲۰۵۰ ۳) ۲۴۹۰ ۴) ۲۴۷۲/۵

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

مدل اتمی بور

بور مدل اتمی خود را بر اصول و مفروضات زیر مطرح کرد:

۱ـ مدارها و انرژی‌های الکترون در هر اتم کوانتیده‌اند؛ یعنی فقط مدارها و انرژی‌های گسستهٔ معینی مجاز هستند. طبق مدل اتمی بور شعاع مدار دو اتم هیدروژن و انرژی الکترون در هر مدار از روابط زیر قابل محاسبه هستند:

شعاع مدارهای الکترون برای اتم هیدروژن : $r_n = a_0 n^2$

ترازهای انرژی الکترون در اتم هیدروژن : $E_n = \frac{-13/6}{n^2}$

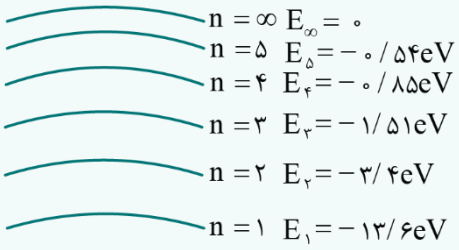
a_0 : شعاع بور $= 5/29\times10^{-11}m$ $\quad$ n : شمارهٔ مدار الکترون دور هسته

۲ـ وقتی الکترون در یکی از مدارهای مجاز است، هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود، از این رو گفته می‌شود الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد.

۳ـ الکترون می‌تواند از یک حالت مانا به یک حالت مانای دیگر برود. هنگام گذار الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L، یک فوتون تابش می‌شود. در این صورت انرژی فوتون تابش شده برابر اختلاف انرژی بین دو مدار اولیه و مدار نهایی است. یعنی:

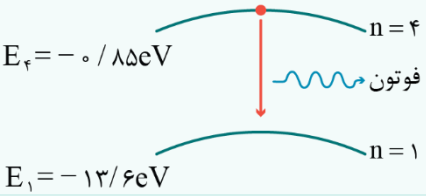
$$E_U - E_L = hf$$

نکته: با توجه به مدل بور انرژی الکترون در لایه‌های مختلف اتم هیدروژن به‌صورت شکل زیر است:



توجه مهم: برای جواب دادن به تست‌ها با سرعت بالا، حفظ بودن اعداد فوق بسیار کمک‌کننده خواهد بود.

مثلاً اگر الکترون از مدار $n=4$ به مدار $n=1$ بیاید، یک فوتون تابش می‌کند که انرژی آن (hf) به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:



انرژی فوتون آزادشده $= hf = E_U - E_L = -0/85 - (-13/6) = 12/75eV$

www.biomaze.ir

پاسخ تشریحی:

با توجه به شکل مقابل که انرژی در ترازهای اتم هیدروژن را نشان می‌دهد، می‌توان نوشت:

$n=5$ ——— $-0/54eV$
$n=4$ ——— $-0/85eV$
$n=3$ ——— $-1/51eV$
$n=2$ ——— $-3/4eV$
$n=1$ ——— $-13/6eV$

پرانرژی‌ترین فوتون : $n_U=2\rightarrow n_L=1$

کم‌انرژی‌ترین فوتون : $n_U=5\rightarrow n_L=4$

انرژی گسیل شده فوتون‌ها (ΔE) را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید که h (ثابت پلانک) را برحسب $(eV.s)$ بنویسیم:

پرانرژی‌ترین فوتون : $\Delta E=hf_{max}\rightarrow E_2-E_1=hf_{max}\xrightarrow[h=4\times10^{-15}eV.s]{E_2=-3/4eV\ ,\ E_1=-13/6eV}$

$$-3/4-(-13/6)=4\times10^{-15}f_{max}\rightarrow f_{max}=\frac{10/2}{4\times10^{-15}}=2/55\times10^{15}Hz=2550THz$$

کم‌انرژی‌ترین فوتون : $\Delta E=hf_{min}\rightarrow E_5-E_4=hf_{min}\xrightarrow[h=4\times10^{-15}eV.s]{E_5=-0/54eV\ ,\ E_4=-0/85eV}$

$$(-0/54)-(-0/85)=4\times10^{-15}f_{min}\rightarrow f_{min}=\frac{0/31}{4\times10^{-15}}=77/5THz$$

اختلاف بسامدهای به‌دست آمده برابر است با:

$$\Delta f=f_{max}-f_{min}=2550-77/5=2472/5THz$$

گروه آموزشی ماز

۶۶- اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول‌موج در هر رشته را، گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند. گستره طول موج رشته پاشن $(n'=3)$ چند برابر گسترهٔ طول موج رشتهٔ لیمان $(n'=1)$ است؟

۱) $\frac{7}{243}$ ۲) $\frac{9}{2}$ ۳) $\frac{243}{7}$ ۴) $\frac{2}{9}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

معادلهٔ ریدبرگ

ریدبرگ با بررسی بیشتر در طیف اتم هیدروژن، رابطهٔ زیر را برای طول موج‌های مختلف اتم هیدروژن ارائه کرد:

$$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)(n>n')$$

R : ثابت ریدبرگ $\simeq 0/01(nm)^{-1}$

در جدول زیر سری‌های مربوط به طول موج‌های اتم هیدروژن نوشته شده است:

نام طیف	تاریخ کشف	مقدار n'	رابطه ریدبرگ مربوط به رشته	مقدارهای n	ناحیهٔ طیف
لیمان	۱۹۰۶_۱۹۱۴	۱	$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{n^2}\right)$	۲,۳,۴,...	فرابنفش
بالمر	۱۸۸۵	۲	$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{n^2}\right)$	۳,۴,۵,...	فرابنفش و مرئی
پاشن	۱۹۰۸	۳	$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{3^2}-\frac{1}{n^2}\right)$	۴,۵,۶,...	فروسرخ
براکت	۱۹۲۲	۴	$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{4^2}-\frac{1}{n^2}\right)$	۵,۶,۷,...	فروسرخ
پفوند	۱۹۲۴	۵	$\frac{1}{\lambda}=R\left(\frac{1}{5^2}-\frac{1}{n^2}\right)$	۶,۷,۸,...	فروسرخ

نکته:

۱ـ در رشتهٔ بالمر به ازای $3\le n\le 6$ طول موج در گسترهٔ مرئی می‌باشد و به ازای $n\ge 7$ طول موج در گسترهٔ فرابنفش قرار دارد.

www.biomaze.ir

۲ـ برای به‌دست آوردن λ_{max} و λ_{min} در هر رشته می‌توان نوشت:

$$n=\infty \to n': \frac{1}{\lambda_{min}}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{n^2}\right)\to \lambda_{min}=\frac{n'^2}{R}$$

$$n=n'+1 \to n': \frac{1}{\lambda_{max}}=R\left(\frac{1}{n'^2}-\frac{1}{(n'+1)^2}\right)$$

گام اول:

ابتدا بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج رشته پاشن را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_{max}: n=4\to n'=3$$

$$\frac{1}{\lambda_{max}}=R\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{16}\right)=R\left(\frac{7}{16\times 9}\right)\Rightarrow \lambda_{max}=\frac{16\times 9}{7R}$$

$$\lambda_{min}: n=\infty \to n'=3$$

$$\frac{1}{\lambda_{min}}=R\left(\frac{1}{9}-\frac{1}{\infty^2}\right)=R\left(\frac{1}{9}\right)\Rightarrow \lambda_{min}=\frac{9}{R}$$

$$\text{گسترهٔ طول موج رشته پاشن}=\lambda_{max}-\lambda_{min}=\frac{16\times 9}{7R}-\frac{9}{R}=\frac{81}{7R} \qquad (1)$$

گام دوم:

بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج رشته لیمان را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda_{max}: n=2\to n'=1$$

$$\frac{1}{\lambda_{max}}=R\left(\frac{1}{1}-\frac{1}{4}\right)\Rightarrow \lambda_{max}=\frac{4}{3R}$$

$$\lambda_{min}: n=\infty \to n'=1$$

$$\frac{1}{\lambda_{min}}=R\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{\infty^2}\right)\Rightarrow \lambda_{min}=\frac{1}{R}$$

$$\text{گسترهٔ طول موج رشته لیمان}=\lambda_{max}-\lambda_{min}=\frac{4}{3R}-\frac{1}{R}=\frac{1}{3R} \qquad (2)$$

گام سوم:

نسبت گسترهٔ طول موج‌ها را از روابط (۱) و (۲) به‌دست می‌آوریم:

$$\frac{\text{گسترهٔ طول موج رشتهٔ پاشن}}{\text{گسترهٔ طول موج رشتهٔ لیمان}}=\frac{\frac{81}{7R}}{\frac{1}{3R}}=\frac{3\times 81}{7}=\frac{243}{7}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- حداقل بسامد فوتون تابش شده به یک فلز برای رخ دادن پدیدهٔ فوتوالکتریک ۷۵۰ THz می‌باشد. کدام‌یک از طول موج‌های داده شده در جدول زیر می‌توانند باعث ایجاد پدیدهٔ فوتوالکتریک شوند؟ $(c=3\times 10^8 \frac{m}{s}, h=4\times 10^{-15} eV.s)$

A	B	C	D
$\lambda=300nm$	$\lambda=0/6\mu m$	$\lambda=600nm$	$\lambda=80000pm$

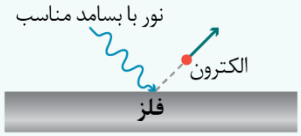
۱) C و D ۲) B و D ۳) B و C ۴) A و D

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

فتوالکتریک

وقتی نوری با بسامد مناسب به سطحی فلزی بتابد و الکترون‌هایی از سطح فلز گسیل شوند، به این پدیدهٔ فیزیکی فوتوالکتریک می‌گوییم و به الکترون‌های جدا شده از فلز، فوتوالکترون می‌گوییم.



شرط لازم برای ایجاد پدیدهٔ فوتوالکتریک:

در صورتی که بسامد فوتون‌های نور مورد استفاده از بسامد آستانه (f_0) بزرگ‌تر باشد، پدیدهٔ فوتوالکتریک رخ می‌دهد، پس می‌توان نوشت:

$$f > f_0 \xrightarrow{f=\frac{c}{\lambda}} \frac{c}{\lambda} > \frac{c}{\lambda_0} \rightarrow \lambda < \lambda_0$$

یعنی اگر طول موج نور مورد استفاده از طول موج آستانه (λ_0) کمتر باشد، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد.

گام اول:

با توجه به رابطه $\lambda = \frac{c}{f}$، طول موج متناظر با بسامد آستانه را به‌دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{c}{f} \xrightarrow[c=3\times10^{8}\frac{m}{s}]{f=750\times10^{12}\frac{1}{s}} \lambda = \frac{3\times10^{8}}{750\times10^{12}} = \frac{1}{250}\times10^{-4} = 4\times10^{-7}\,m = 400\,nm$$

گام دوم:

موج‌های تابش شده به سطح فلز با طول موج کمتر از $400\,nm$ می‌توانند پدیدهٔ فوتوالکتریک را ایجاد نمایند:

A : $300\,nm < 400\,nm$ ✓

B : $0/6\mu m = 600\,nm > 400\,nm$ ✗

C : $600\,nm > 400\,nm$ ✗

D : $80000\,pm = 80\,nm < 400\,nm$ ✓

گروه آموزشی ماز

۶۸- چند مورد از عبارات زیر در مورد نیروی هسته‌ای صحیح می‌باشد؟

الف: بین دو پروتون از نوع دافعه و بین پروتون و نوترون از نوع جاذبه می‌باشد.

ب: نوعی نیروی جاذبهٔ کوتاه‌برد می‌باشد که در پایداری هسته نقش دارد.

ج: یک پروتون می‌تواند به تمامی پروتون‌های دیگر هسته، نیروی هسته‌ای وارد نماید.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

پاسخ: گزینه ۱ (آسان ـ مفهومی و خط‌به‌خط کتاب درسی ـ ۱۲۰۴)

نیروهای درون هسته

نیروهای داخل هسته و نوع آن‌ها:

۱ـ **گرانشی:** جاذبه ← ویژگی‌ها: بین همه نوکلئون‌ها، اندازه ناچیز

۲ـ **الکترواستاتیکی:** دافعه ← ویژگی‌ها: بین همه پروتون‌ها، اندازه قوی، بلندبُرد

۳ـ **هسته‌ای:** جاذبه ← ویژگی‌ها: بین نوکلئون‌های مجاور، اندازه خیلی قوی، کوتاه‌بُرد

نکات مهم:

۱ـ نیروی هسته‌ای کوتاه‌بُرد است و تنها در فاصلهٔ کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

۲ـ نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است یعنی نیروی رباییشی یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون و یک نوترون و یک پروتون وجود دارد.

۳ـ برای پایداری هسته، باید نیروی دافعهٔ الکترواستاتیکی بین پروتون‌ها با نیروی جاذبه بین نوکلئون‌ها که ناشی از نیروی هسته‌ای و گرانشی است، برابر باشد.

بررسی موارد:

الف: نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است، یعنی نیروی رباییشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون یا یک پروتون و یک نوترون وجود دارد. (✗)

ب: (✓)

ج: هر پروتون تنها به نوکلئون‌های مجاورش نیروی هسته‌ای وارد می‌کند. پروتون‌ها می‌توانند به پروتون‌های غیرمجاور نیروی الکترواستاتیکی وارد نمایند. (✗)

www.biomaze.ir

۶۹- یک هستهٔ پرتوزا در یک واپاشی طبیعی، m ذرهٔ آلفا، دو ذرهٔ پوزیترون و سه نوترون گسیل می‌کند. اگر بار الکتریکی هسته دختر نسبت به هسته مادر $12/8\times10^{-19}C$ تغییر کند، m کدام است؟ $(e=1/6\times10^{-19}C)$

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۱

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

واپاشی

واپاشی آلفا (α):

۱ـ این واپاشی در هسته‌های سنگین روی می‌دهد.

۲ـ پرتوهای α، ذرات باردار مثبت از جنس هستهٔ اتم هلیم (^4_2He) هستند و از دو پروتون و دو نوترون تشکیل شده‌اند.

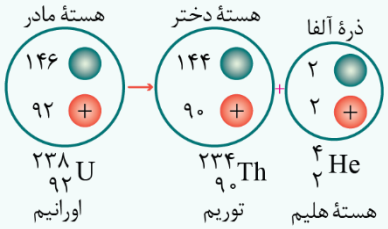
۳ـ بُرد پرتوهای α کوتاه است (حدود ۱ تا ۲ سانتی‌متر) و در هنگام عبور از هوا یا لایه‌ای نازک از مواد جذب می‌شوند.

۴ـ قدرت نفوذ ذرهٔ α در ورقه نازک سُربی کمترین مقدار نسبت به سایر ذرات در واپاشی‌ها می‌باشد.

۵ـ ذرهٔ α اگر از راه دهان به دستگاه گوارش یا تنفس وارد شود، به بدن زیان می‌رساند.

معادله واپاشی α به شکل زیر است:

$$^A_ZX \rightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^4_2He \quad (\text{واپاشی } \alpha)$$



واپاشی β^-:

۱ـ این واپاشی متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است.

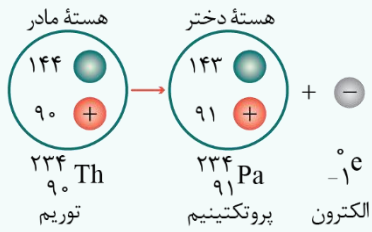
۲ـ پرتوهای β^- در واقع همان الکترون‌ها هستند.

۳ـ پرتوهای β^- مسافت خیلی بیشتری را نسبت به پرتوهای α در سُرب نفوذ می‌کنند.

۴ـ الکترون‌های گسیل شده در این واپاشی، در هستهٔ مادر وجود ندارد و همچنین یکی از الکترون‌های مداری اتم نیست، این الکترون وقتی بوجود می‌آید که نوترونی درون هسته به پروتون و الکترون تبدیل شود.

معادلهٔ این واپاشی به‌صورت زیر است:

$$^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z+1}Y + {}^0_{-1}e^- \quad (\text{واپاشی } \beta^-)$$



واپاشی β^+:

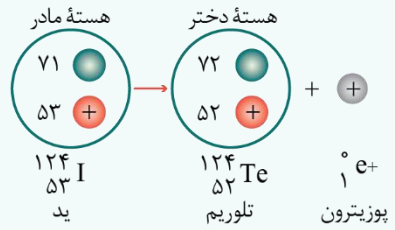
۱ـ در این واپاشی ذرهٔ گسیل‌شده توسط هسته، جرم یکسانی با الکترون دارد ولی به جای بار $-e$ دارای بار الکتریکی $+e$ است. به این الکترون مثبت پوزیترون می‌گویند و با نماد β^+ یا e^+ نمایش داده می‌شود.

۲ـ مسافتی که پرتوهای β^+ در سُرب نفوذ می‌کنند، مانند β^- در حدود $(0/1mm)$ است.

۳ـ هنگام واپاشی β^+ یکی از پروتون‌های درون هسته به یک نوترون و یک پوزیترون تبدیل می‌شود.

معادلهٔ این واپاشی به‌صورت زیر می‌باشد:

$$^A_ZX \rightarrow {}^A_{Z-1}Y + {}^0_{+1}e^+ \quad (\text{واپاشی } \beta^+)$$



www.biomaze.ir

واپاشی γ :

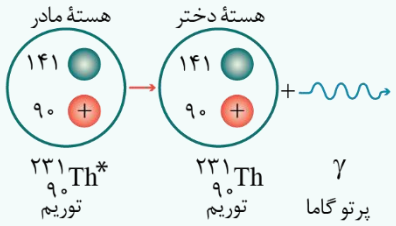
۱ـ اغلب هسته‌ها پس از واپاشی آلفا یا بتا، در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل پرتو گاما به حالت پایه می‌رسند.

۲ـ پرتوهای گاما از جنس امواج الکترومغناطیسی هستند و دارای بار الکتریکی و جرم نمی‌باشند و از فوتون‌های پرانرژی تشکیل شده‌اند.

۳ـ پرتوهای گاما بیشترین نفوذ را دارند و می‌توانند از ورقهٔ سُربی به ضخامت قابل ملاحظه‌ای ($\simeq ۱۰۰mm$) عبور کنند.

معادله واپاشی به‌صورت زیر است:

$$^{A}_{Z}X^{*} \rightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma \qquad (\text{واپاشی } \gamma)$$



گام اول:

ابتدا معادله واپاشی هستهٔ مادر $(^{A}_{Z}X)$ را و تبدیل به هسته دختر $(^{A'}_{Z'}Y)$ را می‌نویسیم:

$$^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{A'}_{Z'}Y + m(^{۴}_{۲}\alpha) + ۲(^{۰}_{-۱}e^{+}) + ۳(^{۱}_{۰}n)$$

عدد اتمی هستهٔ مادر $(^{A}_{Z}X)$ با مجموع عدد اتمی هستهٔ دختر و ذرات واپاشی شده برابر است:

تعداد پروتون‌های هستهٔ دختر، به اندازه $(۲m+۲)$ کاهش می‌یابد $\Rightarrow Z = Z' + ۲m + ۲ + ۳(۰) \Rightarrow Z' = Z - (۲m+۲)$

گام دوم:

اگر تغییرات بار هستهٔ دختر $(^{A'}_{Z'}Y)$ را با Δq نشان دهیم، داریم:

$$\Delta q = ne$$

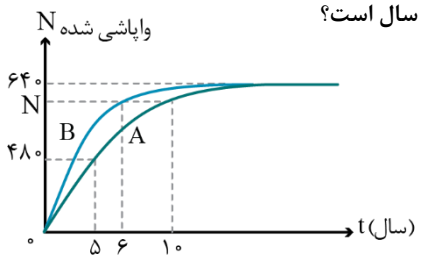
که در این رابطه n تغییرات تعداد پروتون‌های هستهٔ دختر نسبت به مادر است که برابر $(۲m+۲)$ می‌باشد، پس می‌توان نوشت:

$$\Delta q = ne \xrightarrow[e=۱/۶\times۱۰^{-۱۹}]{\Delta q=۱۲/۸\times۱۰^{-۱۹},\ n=(۲m+۲)} ۱۲/۸\times۱۰^{-۱۹} = (۲m+۲)\times۱/۶\times۱۰^{-۱۹}$$

$$\Rightarrow ۸ = ۲m+۲ \Rightarrow m = ۳$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- نمودار تعداد هسته‌های واپاشی شده دو ماده پرتوزا A و B مطابق شکل است. نیمه‌عمر ماده B چند سال است؟



۱) ۰/۵
۲) ۱/۵
۳) ۲/۵
۴) ۳/۵

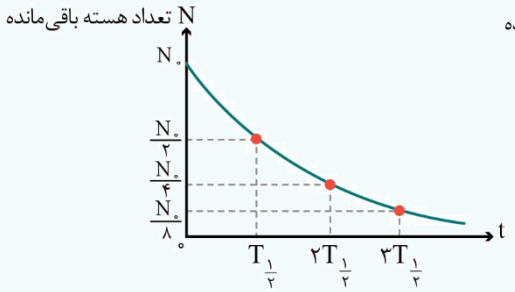
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ نموداری ـ ۱۲۰۴)

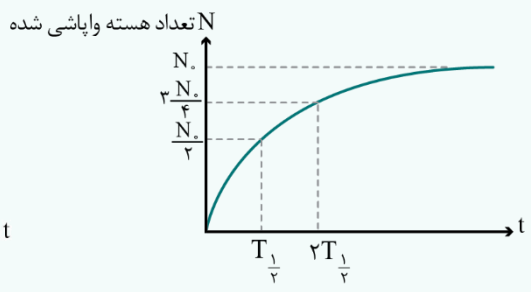
نیمه عمر پرتوزایی

تعریف: نیمه‌عمر $(T_{\frac{۱}{۲}})$ مدت زمانی است که طی آن نیمی از هسته‌های پرتوزا واپاشیده می‌شوند.

توجه: نیمه‌عمر هسته‌های پرتوزای مختلف، متفاوت است و به نوع هسته وابسته است و ممکن است از چند روز تا چند میلیارد سال متفاوت باشد.

دو نمودار مهم در این بخش به‌صورت مقابل داریم:





www.biomaze.ir

می‌توان تعداد هسته‌های باقی‌مانده (N) را از رابطه مقابل به‌دست آورد:

$$N = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}}$$

گام اول:

مطابق نمودار داده شده تعداد کل هسته‌ها برای هر دو ماده A و B برابر ۶۴۰ می‌باشد و همچنین تعداد هسته‌های واپاشی شده ماده A پس از ۵ روز ۴۸۰ می‌باشد. پس تعداد هستهٔ باقی‌مانده پس از ۵روز برابر می‌شود با:

$$N_{A_{\text{باقی‌مانده}}} = N_0 - N_{\text{واپاشی شده}} = ۶۴۰ - ۴۸۰ = ۱۶۰$$

گام دوم:

برای محاسبهٔ نیمه‌عمر ماده A می‌توان نوشت:

$$N_{A_{\text{باقی‌مانده}}} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow ۱۶۰ = \frac{۶۴۰}{2^{\frac{۵}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{۵}{T}} = ۴ \Rightarrow \frac{۵}{T} = ۲ \Rightarrow T = ۲/۵ \text{ سال}$$

گام سوم:

پس از گذشت ۱۰ سال، تعداد هسته‌های باقی‌ماندهٔ ماده A برابر می‌شود با:

$$N_{A_{\text{باقی‌مانده}}} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \Rightarrow N_{\text{باقی‌مانده}} = \frac{۶۴۰}{2^{\frac{۱۰}{۲/۵}}} = \frac{۶۴۰}{۱۶} = ۴۰$$

توجه شود که هسته‌های باقی‌ماندهٔ ماده A در ۱۰ سال با هسته‌های باقی‌مانده ماده B در ۶ سال برابر است.

گام چهارم:

برای ماده B در ۶ سال می‌توان نوشت:

$$N_{B_{\text{باقی‌مانده}}} = \frac{N_0}{2^{\frac{t}{T}}} \xrightarrow[N_0 = ۶۴۰]{N_{B_{\text{باقی‌مانده}}} = ۴۰ ,\ t = ۶} ۴۰ = \frac{۶۴۰}{2^{\frac{۶}{T}}} \Rightarrow 2^{\frac{۶}{T}} = ۱۶ \Rightarrow \frac{۶}{T} = ۴ \Rightarrow T = ۱/۵ \text{ سال}$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- گلولهٔ A در لحظهٔ $t = ۰$ از ارتفاع ۲۷۰ متری رها می‌شود. یک ثانیهٔ بعد، گلولهٔ B را از همان نقطه رها می‌کنیم و ۲ ثانیه پس از گلولهٔ B، گلولهٔ C را از همان نقطه رها می‌کنیم. در لحظه‌ای که فاصلهٔ گلولهٔ A تا B برابر فاصلهٔ گلولهٔ B تا C است، گلولهٔ B در ارتفاع چند متری از سطح زمین قرار دارد؟

۱) ۱۶۱/۲۵ ۲) ۲۶۱/۲۵ ۳) ۲۳۸/۷۵ ۴) ۲۲۵

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

معادلهٔ حرکت گلوله‌ها را می‌نویسیم:

$$y_A = -\frac{۱}{۲}gt^۲ + y_0 = -۵t^۲ + ۲۷۰$$

$$y_B = \frac{-۱}{۲}g(t-۱)^۲ + y_0 = -۵(t-۱)^۲ + ۲۷۰ = -۵t^۲ + ۱۰t + ۲۶۵$$

$$y_C = \frac{-۱}{۲}g(t-۳)^۲ + y_0 = -۵(t-۳)^۲ + ۲۷۰ = -۵t^۲ + ۳۰t + ۲۲۵$$

بنابراین فاصلهٔ گلوله‌ها از هم برابر است با:

$$\text{فاصلهٔ A تا B}: d_۱ = |y_B - y_A| = |-۵t^۲ + ۱۰t + ۲۶۵ - (-۵t^۲ + ۲۷۰)|$$

$$\rightarrow d_۱ = |۱۰t - ۵| = ۱۰t - ۵$$

$$\text{فاصلهٔ B تا C}: d_۲ = |y_C - y_B| = |-۵t^۲ + ۳۰t + ۲۲۵ - (-۵t^۲ + ۱۰t + ۲۶۵)|$$

$$\rightarrow d_۲ = |۲۰t - ۴۰| = ۲۰t - ۴۰$$

$$\xrightarrow{d_۱ = d_۲} ۱۰t - ۵ = ۲۰t - ۴۰ \rightarrow ۱۰t = ۳۵ \rightarrow t = ۳/۵ s$$

www.biomaze.ir

گام دوم:

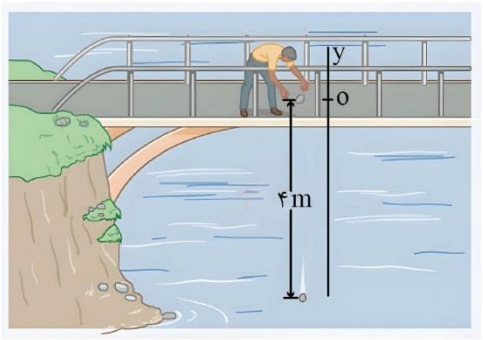
مکان گلولهٔ B در لحظهٔ $t = ۳/۵s$ برابر است با:

$$y_B = -۵t^۲ + ۱۰t + ۲۶۵ = -۵(۳/۵)^۲ + ۱۰(۳/۵) + ۲۶۵$$

$$\rightarrow y_B = -۶۱/۲۵ + ۳۵ + ۲۶۵ = ۲۳۸/۷۵m$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- مطابق شکل، شخصی از روی پلی به ارتفاع ۴m، سنگ کوچکی به جرم ۲۵۰ گرم را رها می‌کند. تکانهٔ سنگ در لحظهٔ ورود به آب چند واحد SI است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)



۱) $\sqrt{۵}\vec{j}$

۲) $-\sqrt{۵}\vec{j}$

۳) $۴\sqrt{۵}\vec{j}$

۴) $-۴\sqrt{۵}\vec{j}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۱)

گام اول:

سرعت گلوله هنگام برخورد به آب برابر است با:

$$v^۲ - v_۰^۲ = -۲g\Delta y \Rightarrow v^۲ - ۰ = -۲\times۱۰\times(-۴)$$

$$\Rightarrow v^۲ = ۸۰ \Rightarrow v = ۴\sqrt{۵}\frac{m}{s} \xrightarrow{\text{سرعت به سمت پایین}} \vec{v} = -۴\sqrt{۵}\vec{j}(\frac{m}{s})$$

گام دوم:

تکانه برابر است با:

$$\vec{p} = m\vec{v} = ۰/۲۵\times(-۴\sqrt{۵}\vec{j}) = -\sqrt{۵}\vec{j}(\frac{kg.m}{s})$$

گروه آموزشی ماز

۷۳- ماهواره‌ای در مدار هم‌گام با زمین در حال چرخش به دور کرهٔ زمین است. فاصلهٔ این ماهواره تا مرکز زمین تقریباً چند کیلومتر است؟

$$(G \simeq ۶\times۱۰^{-۱۱}\frac{N.m^۲}{kg^۲}\ ,\ M_e = ۶\times۱۰^{۲۴}kg)$$

۱) ۴۰۰۰۰ ۲) ۴۰۰۰ ۳) ۲۰۰۰۰ ۴) ۲۰۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ محاسباتی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

دورهٔ تناوب این ماهواره برابر دورهٔ تناوب زمین (۲۴ ساعت) است.

$$\begin{cases} g = G\frac{M_e}{r^۲} \\ a_C = g \end{cases} \rightarrow a_C = G\frac{M_e}{r^۲} \rightarrow r\times(\frac{۲\pi}{T})^۲ = G\frac{M_e}{r^۲}$$

$$\rightarrow T^۲ = \frac{۴\pi^۲ r^۳}{GM_e} \simeq \frac{۴۰r^۳}{GM_e}$$

www.biomaze.ir

$$\frac{T=24h=24\times3600s}{M_e=6\times10^{24}kg}\rightarrow(24\times3600)^2=\frac{40r^3}{6\times10^{-11}\times6\times10^{24}}$$

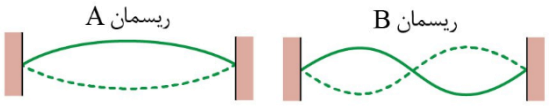
$$\rightarrow r^3=12^2\times36^3\times10^{16}=1440\times36^3\times10^{15}$$

$$\rightarrow r=\sqrt[3]{1440}\times36\times10^5\simeq11\times36\times10^5\simeq4\times10^7$$

$$\rightarrow r\simeq40000km$$

گروه آموزشی ماز

۷۴- ریسمان‌های A و B، طول و چگالی خطی جرمی یکسانی دارند، ولی ریسمان B تحت کشش کمتری نسبت به ریسمان A قرار دارد. شکل زیر وضعیت را نشان می‌دهد که در آن نقش‌های موج ایستاده در دو ریسمان وجود دارند. اگر بسامد تشدیدی دو ریسمان در شکل‌های نشان داده شده برابر باشد، نیروی کشش ریسمان A چند برابر نیروی کشش ریسمان B است؟



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

در شکل نشان داده شده، هماهنگ اول ریسمان A و هماهنگ دوم ریسمان B نواخته شده است که بسامد آن‌ها برابر است.

$$f_{1_A}=f_{2_B}\rightarrow\frac{v_A}{2L}=\frac{2v_B}{2L}\rightarrow v_A=2v_B$$

$$v=\sqrt{\frac{F}{\mu}}\rightarrow\frac{v_A}{v_B}=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}\rightarrow2=\sqrt{\frac{F_A}{F_B}}\rightarrow\frac{F_A}{F_B}=4$$

گروه آموزشی ماز

۷۵- هرگاه بر سطح فلزی نوری با طول موج ۳۱۰nm بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌های گسیل شده حدود $2/4\times10^{-19}J$ است. کدام‌یک از عبارت‌های زیر صحیح است؟ ($hc=1240eV.nm$)

الف: طول موج آستانه فلز برابر ۴۹۶nm است.

ب: نور قرمز می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک در این فلز شود.

ج: اگر نوری با طول موج ۴۶۵nm به این فلز بتابد، بیشینهٔ انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر ۱eV می‌شود.

د: نور بنفش می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک در این فلز شود.

۱) (الف) و (ب)
۲) (الف) و (د)
۳) (ب) و (ج)
۴) (ج) و (د)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و محاسباتی ـ ۱۲۰۵)

پاسخ تشریحی:

با تابش فوتونی با طول موج ۳۱۰nm داریم:

$$K_{max}=hf-W_.=\frac{hc}{\lambda}-W_.$$

$$\rightarrow\frac{2/4\times10^{-19}}{1/6\times10^{-19}}=\frac{1240}{310}-W_.\rightarrow1/5=4-W_.\rightarrow W_.=2/5eV$$

بررسی موارد:

الف: طول موج قطع برابر است با:

$$W_.=\frac{hc}{\lambda_.}\rightarrow\lambda_.=\frac{hc}{W_.}=\frac{1240}{2/5}=496nm\ (\checkmark)$$

ب: طول موج نور قرمز بیشتر از ۴۹۶nm است و نمی‌تواند باعث ایجاد فوتوالکتریک شود. (✗)

ج: اگر نوری با طول موج ۴۶۵nm به فلز بتابد، داریم:

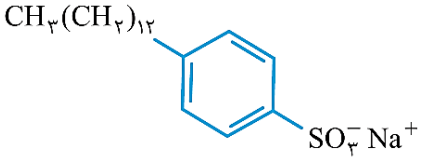
$$K_{max}=\frac{hc}{\lambda}-W_.\rightarrow K_{max}=\frac{1240}{465}-2/5$$

www.biomaze.ir

$\rightarrow K_{max} = \frac{۸}{۳} - \frac{۵}{۲} = \frac{۱}{۶} eV$ (✗)

د: طول موج نور بنفش کمتر از ۴۹۶nm است و می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک شود. (✓)

۷۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد پاک‌کننده‌ای با ساختار داده شده درست هستند؟



آ: اگر کاتیون Na^+ در این پاک‌کننده را با کاتیون Mg^{2+} جایگزین کنیم، ترکیب حاصل در آب نامحلول است.

ب: نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در ساختار این ماده، بیشتر از تعداد اتم‌های H در پارازایلن است.

پ: مشابه سفیدکننده‌ها، این پاک‌کننده با آلاینده‌های موجود در محیط واکنش خواهد داد.

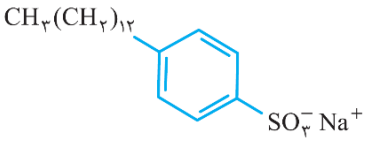
ت: گروه $-SO_3^-$ موجود در این پاک‌کننده، سبب پخش شدن چربی‌ها در آب می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

ساختار داده شده، به صورت زیر است:



این تصویر، یک پاک‌کننده غیرصابونی را نشان می‌دهد. در رابطه با این ماده، عبارت‌های (ب) و (ت) درست است.

بررسی موارد:

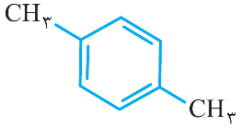
آ: پاک‌کننده نشان داده شده یک پاک‌کننده غیرصابونی است که علاوه بر آب معمولی، در آب سخت هم خاصیت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کند. در واقع نمک کلسیم و یا منیزیم این ترکیب نیز همانند نمک سدیم آن در آب محلول است و برخلاف صابون‌ها، به حالت رسوب در نمی‌آید.

به آب‌هایی مانند آب دریا که حاوی مقادیر زیادی از یون‌های کلسیم و منیزیم هستند، آب سخت گفته می‌شود. صابون‌های جامد و مایع هر دو با این یون‌ها تشکیل رسوب می‌دهند که به صورت لکه‌های سفید پس از شستن لباس با صابون روی آن‌ها باقی می‌ماند. برای مثال واکنش صابون‌های جامد با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} به صورت زیر است:

$$2RCOONa + CaCl_2 \longrightarrow (RCOO)_2Ca + 2NaCl$$
$$2RCOONa + MgCl_2 \longrightarrow (RCOO)_2Mg + 2NaCl$$

پاک کننده‌های غیر صابونی، یک بخش آب‌گریز (گروه هیدروکربنی) و یک بخش آب‌دوست (گروه $-SO_3^-$) دارند. گروه $-SO_3^-$ که انتهای باردار قسمت آنیونی پاک‌کننده را تشکیل می‌دهد، باعث حل شدن پاک‌کننده در آب می‌شود. از طرف دیگر، این گروه برخلاف گروه $-CO_2^-$ در صابون‌ها، با یون‌های Ca^{2+} و Mg^{2+} موجود در آب سخت رسوب نمی‌دهد و در نتیجه پاک‌کننده‌های غیر صابونی در آب سخت نیز قدرت پاک‌کنندگی خود را حفظ می‌کنند.

ب: فرمول شیمیایی این ترکیب $C_{19}H_{31}SO_4Na$ بوده و نسبت شمار اتم‌ها به شمار عنصرها در آن برابر $\frac{55}{5} = 11$ است. از طرفی فرمول پارازایلن به صورت C_8H_{10} بوده و در هر مولکول از این ماده ۱۰ اتم هیدروژن وجود دارد. ساختار پارازایلن به صورت زیر است:



پ: پاک‌کننده‌های غیرصابونی، برخلاف سفیدکننده‌ها و پاک‌کننده‌های خورنده(مانند سود سوزآور و محلول هیدروکلریک اسید)، با آلاینده‌های موجود در محیط وارد واکنش شیمیایی نمی‌شوند.

پاک‌کننده‌های صابونی و غیرصابونی، با مولکول‌ها و ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی نشده و فقط براساس برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، سبب پاک‌شدن آلودگی‌ها می‌شوند. گروه دیگری از پاک‌کننده‌ها نیز وجود دارند که با ذرات سازنده آلودگی‌ها وارد واکنش شیمیایی شده و در کنار برهم‌کنش‌های بین ذره‌ای، از این طریق نیز سبب پاک‌شدن آلودگی‌ها می‌شوند. به این دسته از انواع شوینده‌ها، به اصطلاح پاک‌کننده‌های خورنده گفته می‌شود. در واقع، پاک‌کننده‌های خورنده، گروهی از پاک‌کننده‌ها هستند که بر مبنای واکنش میان اسیدها و بازها عمل می‌کنند. در هنگام استفاده از این مواد، شوینده موردنظر با آلودگی‌ها وارد واکنش شده و آن‌ها را به مواد محلول در آب تبدیل می‌کند. شوینده‌های خورنده را بر مبنای کاربرد آن‌ها، می‌توان به دو دسته اسیدی و بازی تقسیم‌بندی کرد. سفیدکننده‌ها، جوهر نمک و محلول سود، انواعی از پاک‌کننده‌های خورنده هستند.

ت: گروه $-SO_3^-$ آب‌دوست بوده و بخش هیدروکربنی این پاک‌کننده آب‌گریز است؛ در نتیجه این گروه(گروه $-SO_3^-$) باعث پخش شدن چربی‌ها که به زنجیر هیدروکربنی این پاک‌کننده چسبیده‌اند، در آب می‌شود.

۷۷- غلظت مولی محلولی از استیک اسید، با غلظت کاتیون در محلول $۱۰۶ppm$ سدیم کربنات با چگالی $۱g.mL^{-۱}$ برابر است. غلظت مولی مولکول‌های استیک اسید یونیده نشده در این محلول، ۴ برابر غلظت مولی یون استات است. ثابت یونش اسید در این محلول آبی کدام بوده و مقدار pH این محلول چقدر خواهد بود؟

($H = ۱ : g.mol^{-۱}$ و $C = ۱۲$ و $N = ۱۴$ و $O = ۱۶$ و $Na = ۲۳$)

۱) $۳/۷ - ۲\times۱۰^{-۵}$ ۲) $۳/۴ - ۲\times۱۰^{-۴}$ ۳) $۳/۷ - ۱۰^{-۴}$ ۴) $۳/۴ - ۱۰^{-۴}$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، باید غلظت محلول سدیم کربنات($Na_۲CO_۳$) را محاسبه کنیم. در این رابطه، داریم:

$$\text{غلظت مولی} = \frac{ppm \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی} \times ۱۰۰۰} = \frac{۱۰۶ \times ۱}{۱۰۰۰ \times ۱۰۶} = ۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

در محلول سدیم کربنات، غلظت مولی کاتیون ۲ برابر غلظت مولی کلی نمک است. بر این اساس، داریم:

$$[Na^+] = ۲ \times [Na_۲CO_۳] \Longrightarrow [Na^+] = ۲ \times ۱۰^{-۳}\ mol.L^{-۱}$$

اسیدها و بازهای گوناگون، به هنگام انحلال در آب، به مقدار متفاوتی یونش پیدا می‌کنند. برای مقایسه کمّی میزان یونیده‌شدن انواع اسیدها و بازها، می‌توان از درجه یونش استفاده کرد. درجه یونش یک ماده، عبارت از نسبت تعداد مولکول‌های یونیده‌شده از یک ماده به تعداد کل مولکول‌های حل‌شده از آن ماده است. غلظت مولی مولکول‌های استیک اسید یونیده نشده در این محلول، ۴ برابر غلظت مولی یون استات موجود در آن است. بر این اساس، درجه یونش اسید مورد نظر را بدست می‌آوریم:

$$\text{درجه یونش} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار مولکول‌های حل شده در محلول}} = \frac{\text{شمار مولکول‌های یونیده شده}}{\text{شمار مولکول‌های یونیده نشده} + \text{شمار مولکول‌های یونیده شده}} = \frac{x}{۴x + x} = ۰/۲$$

در مرحله بعد، با توجه به غلظت و درجه یونش اسید مورد نظر، مقدار ثابت یونش را محاسبه می‌کنیم.

$$Ka = \frac{\alpha^۲ \times M}{۱ - \alpha} = \frac{(۰/۲)^۲ \times (۲ \times ۱۰^{-۳})}{۱ - ۰/۲} = ۱۰^{-۴}$$

توجه داریم که غلظت یون هیدروژن و یا یون استات در محلول مورد نظر برابر با ۴×۱۰^{-۴} مول بر لیتر و غلظت اسید یونیده نشده در این محلول نیز برابر با ۱۶×۱۰^{-۴} مول بر لیتر است. بر این اساس، pH محلول مورد نظر را محاسبه می‌کنیم:

$$pH = -log[H^+] = -log(۴ \times ۱۰^{-۴}) = ۳/۴$$

گروه آموزشی ماز

۷۸- اگر در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول اسید HB از محلول اسید HA بیشتر باشد، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟

۱) درصد یونش اسید HA، همانند ثابت یونش آن، از درصد یونش و ثابت یونش اسید HB کمتر است.
۲) در شرایط یکسان، سرعت واکنش یک قطعهٔ فلزی منیزیمی با محلولی از اسید HB بیشتر است.
۳) اگر A و B هر دو هالوژن باشند، عدد اتمی A همواره از عدد اتمی B بزرگ‌تر است.
۴) غلظت مولی یون هیدروکسید در محلول HA از محلول HB بیشتر است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

از آن‌جا که در دما و غلظت یکسان، رسانایی الکتریکی محلول اسید HB از محلول اسید HA بیشتر است، بنابراین میزان یونش و در نتیجه قدرت اسیدی HB از HA بیشتر است. توجه داریم که رسانایی الکتریکی محلول اسیدها با غلظت یون هیدرونیوم در این محلول‌ها رابطهٔ مستقیم دارد.

از ثابت یونش اسیدها، به عنوان معیار مناسبی برای مقایسه قدرت اسیدهای مختلف استفاده می‌شود. در واقع، هر چه‌قدر که مقدار K_a برای یک ماده اسیدی بزرگ‌تر باشد، آن اسید به هنگام انحلال در آب، به مقدار بیشتری یونیده شده و چون طی این فرایند مقدار بیشتری یون هیدرونیوم وارد محلول می‌شود، آن ماده قدرت اسیدی بالاتری دارد. توجه داریم که مقدار ثابت یونش برای اسیدهای مختلف، مانند هر ثابت تعادل دیگری، فقط به دما بستگی دارد و غلظت اسید موردنظر در مقدار آن تأثیری ندارد.

بررسی گزینه‌ها:

۱) اسید HB از اسید HA اسید قوی‌تری است، در نتیجه درجه یونش و درصد یونش اسید HB از اسید HA بیشتر خواهد بود. توجه داریم که در شرایط یکسان، اسیدی که درجه یونش بیشتری داشته باشد، ثابت یونش بزرگ‌تری هم خواهد داشت.

www.biomaze.ir

۲ از آن‌جا که در محلول اسید HB غلظت یون هیدرونیوم (H^+) بیشتر است؛ پس می‌توان گفت در شرایط یکسان، قطعه منیزیمی سریع‌تر در محلول این اسید واکنش می‌دهد. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$Mg(s) + ۲HB(aq) \rightarrow MgB_۲(aq) + H_۲(g)$$

در شرایط یکسان، هر چه غلظت یون هیدرونیوم در محلول آبی اسید بیشتر باشد، سرعت واکنش آن محلول با فلز منیزیم بیشتر خواهد بود.

اغلب فلزها، با محلول‌های اسیدی واکنش داده و گاز هیدروژن آزاد می‌کنند. طی این فرایند، اتم‌های فلزی الکترون از دست داده و به صورت کاتیون‌های فلزی وارد محلول می‌شوند. به عنوان مثال، فلز سدیم براساس معادله $۲Na(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow ۲NaCl(aq) + H_۲(g)$ با محلول هیدروکلریک اسید واکنش می‌دهد. توجه داریم که فلزهای طلا، پلاتین، جیوه، نقره و مس، بخاطر قدرت کاهندگی بسیار کم خود با یون هیدروژن موجود در محلول‌های اسیدی واکنش نمی‌دهند و گاز هیدروژن تولید نمی‌کنند.

۳ در بین هالیدهای هیدروژن، مواد HCl، HBr و HI اسید قوی و HF اسید ضعیف است. بنابراین اگر A و B هر دو هالوژن باشند، A فلوئور و B یکی از سه هالوژن کلر، برم یا ید بوده و در نتیجه عدد اتمی A از عدد اتمی B کوچک‌تر خواهد بود.

۴ از آنجا که غلظت مولی یون هیدرونیوم در محلول آبی HA کمتر از محلول آبی HB است، غلظت مولی یون هیدروکسید در آن از غلظت مولی این یون در محلول آبی HB بیشتر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- با افزودن ۴۵۰ میلی‌لیتر آب مقطر به ۵۰ میلی‌لیتر از محلول نیتریک اسید، pH نهایی محلول ۲ برابر حالت اولیه می‌شود. برای خنثی شدن کامل نیم لیتر از محلول غلیظ اولیهٔ نیتریک اسید، چند میلی‌لیتر محلول ۲/۲۴ درصد جرمی پتاسیم هیدروکسید نیاز است؟

(چگالی محلول سود را $۱g.mL^{-۱}$ در نظر بگیرید. $g.mol^{-۱}$: $H = ۱$ و $O = ۱۶$ و $K = ۳۹$)

۱) ۱۸۷/۵ ۲) ۲۵۰ ۳) ۶۲/۵ ۴) ۱۲۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

نیتریک اسید، یک اسید قوی با درجه یونش بزرگ بوده و با تغییر غلظت محلول، درجه یونش آن دچار تغییر نمی‌شود. با افزایش حجم محلول اسیدی از ۵۰ میلی‌لیتر به ۵۰۰ = ۵۰ + ۴۵۰ میلی‌لیتر، حجم محلول ۱۰ برابر شده و غلظت اسید موجود در این محلول(معادل با غلظت یون هیدروژن موجود در محلول) نیز ۰/۱ برابر شده است، پس می‌توان گفت طی این فرایند مقدار pH محلول به اندازه یک واحد تغییر کرده است. طبق فرض سوال، مقدار pH محلول مورد نظر طی این فرایند دو برابر شده است. بر این اساس، داریم:

$$\frac{pH_۲}{pH_۱} = ۲ \Rightarrow \frac{pH_۱ + ۱}{pH_۱} = ۲ \Rightarrow pH_۱ = ۱ \quad \Rightarrow \quad pH_۲ = ۲$$

بنابراین داریم:

$$[H^+]_۱ = ۱۰^{-pH_۱} = ۱۰^{-۱} mol.L^{-۱}$$

معادلهٔ واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$HNO_۳(aq) + KOH(aq) \longrightarrow KNO_۳(aq) + H_۲O(l)$$

نیتریک اسید، یک اسید قوی است، در نتیجه غلظت مولی اولیه اسید برابر خواهد بود با:

$$[HNO_۳]_۱ = \frac{[H^+]_۱}{\alpha \times n} = \frac{۱۰^{-۱}}{۱ \times ۱} = ۱۰^{-۱} mol.L^{-۱}$$

قبل از محاسبهٔ حجم محلول پتاسیم هیدروکسید مورد نیاز، باید غلظت مولی این محلول را حساب کنیم:

$$\text{غلظت مولی محلول پتاسیم هیدروکسید} = \frac{۱۰ ad}{M} = \frac{۱۰ \times ۲/۲۴ \times ۱}{۵۶} = ۰/۴ \, mol.L^{-۱}$$

طی این فرایند، ۵۰۰ میلی‌لیتر محلول اسیدی مصرف شده است. در نهایت، حجم محلول پتاسیم هیدروکسید را بر مبنای میلی‌لیتر بدست می‌آوریم:

$$\underbrace{M_۱ \times n_۱ \times V_۱}_{\text{محلول نیتریک اسید}} = \underbrace{M_۲ \times n_۲ \times V_۲}_{\text{محلول پتاسیم هیدروکسید}} \Rightarrow ۱۰^{-۱} \times ۱ \times ۵۰۰ = ۰/۴ \times ۱ \times V_۲ \Rightarrow V_۲ = \frac{۱۰^{-۱} \times ۵۰۰}{۰/۴} = ۱۲۵ \, mL$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۸۰- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ: اوره، اتیلن گلیکول و نقره کلرید، از جمله موادی هستند که برخلاف یک نمونه روغن زیتون، در آب حل می‌شوند.

ب: وبا یک بیماری واگیردار بوده و مؤثرترین راه پیشگیری از آن، استفاده از واکسن مناسب برای این بیماری است.

پ: صابون مراغه، افزودنی شیمیایی نداشته و بخاطر خاصیت بازی مناسب، برای شستن موی چرب استفاده می‌شود.

ت: از گرم کردن روغن زیتون، روغن نارگیل و یا پیه در حضور محلول سود، پاک‌کننده‌های صابونی جامد تولید می‌شوند.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

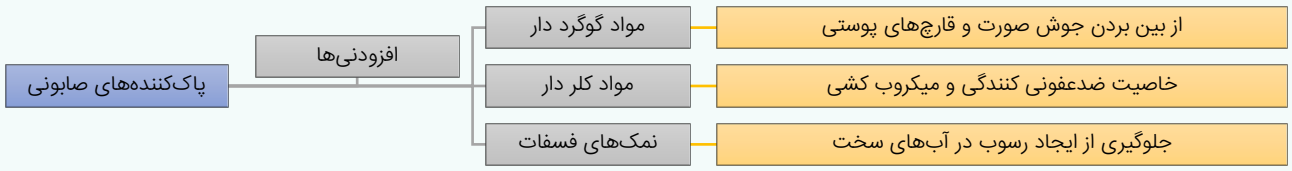
بررسی موارد:

آ: در ساختار روغن زیتون، بخش ناقطبی(زنجیره‌های هیدروکربنی) بر بخش قطبی(بخشی از مولکول که حاوی گروه‌های عاملی استری است) غلبه دارد، درنتیجه روغن زیتون برخلاف مولکول‌های قطبی اوره و اتیلن گلیکول در آب نامحلول است. توجه داریم که نقره کلرید، همانند باریم سولفات و منیزیم هیدروکسید، یک ترکیب یونی نامحلول در آب است.

ب: وبا یک بیماری واگیردار است که به دلیل آلوده شدن آب و نبود بهداشت شایع می‌شود. این بیماری در طول تاریخ بارها در جهان همه‌گیر شده و جان میلیون‌ها انسان را گرفته است. این بیماری، ریشه‌کن نشده و هنوز هم می‌تواند برای هر جامعه تهدید کننده باشد. ساده‌ترین و مؤثرترین راه پیشگیری از این بیماری، رعایت بهداشت فردی و همگانی است.

پ: صابون طبیعی یا همان صابون مراغه، با بیش از ۱۵۰ سال قدمت، معروف‌ترین صابون سنتی ایران است. برای تهیه این نوع صابون طبیعی، پیه(چربی) گوسفند و سود سوزآور(سدیم هیدروکسید یا $NaOH$) را در دیگ‌های بزرگ با آب برای چندین ساعت می‌جوشانند و پس از قالب‌گیری، آن‌ها را در آفتاب خشک می‌کنند. این صابون‌ها فاقد افزودنی‌های شیمیایی مختلف هستند و به دلیل خاصیت بازی($pH > ۷$) مناسبی که دارند، از آن‌ها برای شست‌وشوی موهای چرب استفاده می‌شود.

نمودار زیر، نقش افزودنی‌های مختلف را در پاک‌کننده‌های صابونی نشان می‌دهد:



ت: صابون‌ها را بر اثر گرما دادن روغن‌های گیاهی یا جانوری مانند روغن زیتون، روغن نارگیل، دنبه و پیه گوسفند در حضور سدیم هیدروکسید تهیه می‌کنند. به این فرایند، اصطلاحاً واکنش صابونی‌شدن گفته می‌شود. اسیدهای چرب نیز به طریق مشابه با محلول سدیم هیدروکسید واکنش داده و سبب تولید پاک‌کننده‌های صابونی و مولکول‌های آب می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) گاز تولید شده در واکنش مخلوط پودر آلومینیم و سود با آب را می‌توان از واکنش آهن با هیدروکلریک اسید نیز تهیه کرد.

۲) کلوئیدها انواعی از مخلوط‌های ناهمگن هستند که از ذرات ریز ماده تشکیل شده و مسیر حرکت نور در آن‌ها مشخص است.

۳) مواد بازی از جمله محلول سود، به پوست بدن آسیب زده و همانند صابون، در سطح آن احساس لیزی ایجاد می‌کنند.

۴) رسانایی الکتریکی محلول مولار هیدروفلوئوریک اسید نسبت به محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر است.

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

جدول زیر، ویژگی‌های کلوئیدها را نشان می‌دهد:

ویژگی	مخلوط ناهمگن(سوسپانسیون)	کلوئید	مخلوط همگن (محلول)
عبور نور	نور را پخش می‌کند.	نور را پخش می‌کند.	نور را عبور می‌دهد.
همگن بودن	ناهمگن است.	ناهمگن است.	همگن است.
پایداری	ناپایدار است.	پایدار است.	پایدار است.
نوع ذره	ذره‌ها و قطعات مجزا	مولکول‌های بزرگ یا توده‌های مولکولی	یون‌ها و مولکول‌ها
مثال‌ها	سالاد ـ مخلوط آب و روغن ـ شربت معده	مخلوط آب و صابون و روغن ـ سرامیک‌ها انواع رنگ‌ها ـ چسب‌ها ـ شیر ـ ژله ـ مایونز	محلول آب‌نمک ـ محلول مس (II) سولفات در آب

با توجه به جدول بالا، کلوئیدها از مولکول‌های بزرگ و یا توده‌های مولکولی با اندازه متفاوت تشکیل شده‌اند. توجه داریم که ذره‌های موجود در کلوئید درشت‌تر از محلول و کوچک‌تر از سوسپانسیون هستند و به همین دلیل، کلوئیدها نور را پخش می‌کنند.

رنگ‌های پوششی نوعی کلوئید هستند. کلوئیدها مخلوط‌هایی از دو یا چند ماده به حساب می‌آیند که در برخی از ویژگی‌های خود، به محلول‌ها شباهت دارند و در برخی از ویژگی‌های خود، با محلول‌ها تفاوت داشته و به مخلوط‌های ناهمگن شبیه هستند. ذره‌های سازنده کلوئیدها عموماً به صورت مولکول‌های بزرگ و یا توده‌های مولکولی هستند که اندازه آن‌ها بزرگ‌تر از اندازه حل‌شونده‌های موجود در محلول‌های همگن است. سطح ذرات موجود در ساختار کلوئیدها باردار بوده و به همین خاطر، این مواد با ماندن در یک موقعیت ثابت ته‌نشین نمی‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) معادلهٔ انجام شده به صورت زیر است:

$$۲Al + ۲NaOH + ۶H_۲O \rightarrow ۲NaAl(OH)_۴ + ۳H_۲$$

در این واکنش شیمیایی گاز هیدروژن به عنوان یکی از فراورده‌ها تولید می‌شود. توجه داریم که این واکنش، از جمله واکنش‌های گرماده به شمار می‌رود.

در واکنش آهن با هیدروکلریک اسید نیز گاز هیدروژن تولید می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:

$$Fe(s) + ۲HCl(aq) \rightarrow FeCl_۲(aq) + H_۲(g)$$

توجه داریم که در این واکنش، هر اتم آهن ۲ درجه اکسید شده و به یون $Fe^{۲+}$ تبدیل می‌شود.

۳) مواد بازی از جمله محلول سود و یا محلول پتاس، به پوست بدن آسیب می‌رسانند. این مواد، با چربی‌های روی پوست واکنش داده و موادی شبیه به صابون تولید می‌کنند، پس می‌توان گفت این مواد نیز همانند صابون، در سطح پوست احساس لیزی ایجاد می‌کنند.

۴) چون هیدروفلوئوریک اسید، یک اسید خیلی ضعیف بوده و بر اثر یونش آن مقدار بسیار کمی یون در محلول ایجاد می‌شود، پس می‌توان گفت مجموع غلظت مولی یون‌ها در محلول یک مولار هیدروفلوئوریک اسید در مقایسه با محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر بوده و بر این اساس، رسانایی الکتریکی محلول یک مولار هیدروفلوئوریک اسید نیز در مقایسه با محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید کمتر است. توجه داریم که مجموع غلظت مولی یون‌های پتاسیم و هیدروکسید در محلول نیم مولار پتاسیم هیدروکسید، برابر با ۱ مول بر لیتر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۲- در شرایطی که حجم مولی گازها برابر $۲۵ L.mol^{-۱}$ است، ۷/۵ لیتر گاز $NO_۲$ را در واکنش موازنه نشده زیر شرکت داده و فراورده‌ی حاصل را در مقداری آب به طور کامل حل می‌کنیم. اگر حجم محلول حاصل را با استفاده از آب خالص به ۱۵ لیتر برسانیم، pH این محلول آبی چقدر می‌شود؟

$$NO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow N_۲O_۵(s)$$

۱) ۲/۷ ۲) ۲/۳ ۳) ۱/۷ ۴) ۱/۳

پاسخ: گزینه ۳ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش‌های انجام شده به صورت زیر است:

$$۴NO_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲N_۲O_۵(s) \qquad N_۲O_۵(g) + H_۲O(l) \rightarrow ۲HNO_۳(aq) \rightarrow ۲NO_۳^-(aq) + ۲H^+(aq)$$

با استفاده از روش هم‌ارزی واکنش‌ها، می‌توان گفت به ازای مصرف ۴ مول گاز $NO_۲$ در واکنش اول، ۴ مول یون هیدروژن در محلول نهایی تولید می‌شود. بر این اساس، غلظت یون هیدروژن را در محلول محاسبه می‌کنیم.

$$?\,mol\,H^+ = ۷/۵\,L\,NO_۲ \times \frac{۱\,mol\,NO_۲}{۲۵\,L\,NO_۲} \times \frac{۴\,mol\,H^+}{۴\,mol\,NO_۲} = ۰/۳\,mol$$

www.biomaze.ir

$$[H^+] = \frac{\text{مول } H^+}{\text{لیتر محلول}} = \frac{۰/۳\ mol}{۱۵\ L \text{ محلول}} = ۰/۰۲\ mol.L^{-۱}$$

در مرحله‌ی بعد، pH این محلول آبی حاصل از این فرایند را محاسبه می‌کنیم.

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۲ \times ۱۰^{-۲}) = ۲ - ۰/۳ = ۱/۷$$

گروه آموزشی ماز

۸۳- اگر ۶ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = ۰/۷$، ۳ لیتر محلول هیدرویدیک اسید با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر و یک لیتر محلول سود با $pH = ۱۳/۷$ را با هم مخلوط کنیم، محلولی بدست می‌آید که مقدار pH آن برابر با ..... بوده و پس از ریختن آن بر روی مقداری خاک خنثی، گل‌های ادریسی در آن نمونه از خاک به رنگ ..... خواهند رویید.

۱) ۱ - آبی ۲) ۱/۳ - آبی ۳) ۰/۷ - قرمز ۴) ۱/۷ - قرمز

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

در قدم اول، غلظت مولی محلول هیدروکلریک اسید را محاسبه می‌کنیم.

$$[H^+] = ۱۰^{-pH} = ۱۰^{-۰/۷} = ۲ \times ۱۰^{-۱} = ۰/۲\ mol.L^{-۱}$$

در قدم بعد، غلظت محلول سود استفاده شده در این فرایند را محاسبه می‌کنیم.

$$[OH^-] = ۱۰^{pH-۱۴} = ۱۰^{۱۳/۷-۱۴} = ۱۰^{-۰/۳} = ۵ \times ۱۰^{-۱} = ۰/۵\ mol.L^{-۱}$$

با توجه به فرض سوال، ۶ لیتر محلول هیدروکلریک اسید با $pH = ۰/۷$(محلولی که غلظت یون هیدروژن در آن برابر با ۰/۲ مول بر لیتر بوده و با توجه به حجم خود، مجموعا محتوی ۱/۲ مول یون هیدروژن است)، ۳ لیتر محلول هیدرویدیک اسید با غلظت ۰/۱ مول بر لیتر(محلولی که غلظت یون هیدروژن در آن برابر با ۰/۱ مول بر لیتر بوده و با توجه به حجم خود، مجموعا محتوی ۰/۳ مول یون هیدروژن است) و یک لیتر محلول سود با $pH = ۱۳/۷$(محلولی که غلظت یون هیدروکسید در آن برابر با ۰/۵ مول بر لیتر بوده و با توجه به حجم خود، مجموعا محتوی ۰/۵ مول یون هیدروکسید است) را با هم مخلوط کرده‌ایم. به عبارت دیگر، می‌توان گفت حجم محلول نهایی برابر با ۱۰ لیتر بوده و مجموعا ۱/۵ مول یون هیدروژن(مجموع مقدار یون هیدروژن موجود در ۲ محلول اسیدی) به همراه ۰/۵ مول یون هیدروکسید وارد این محلول شده است. از ۱/۵ مول یون هیدروژن وارد شده به محلول، ۰/۵ مول از آن توسط یون هیدروکسید خنثی شده و ۱ مول از آن در محلول باقی می‌ماند. بر این اساس، ابتدا غلظت مولی یون هیدروژن را محاسبه کرده و در مرحله بعد، مقدار pH محلول نهایی را بدست می‌آوریم.

$$[H^+] = \frac{۱\ mol\ H^+}{۱۰\ L \text{ محلول}} = ۰/۱\ mol.L^{-۱}$$

$$pH = -\log[H^+] = -\log(۰/۱) = ۱$$

با توجه به محاسبات بالا، طی این فرایند ۱۰ لیتر محلول اسیدی با $pH = ۱$ بدست آمده است. اگر این محلول اسیدی را بر روی نمونه‌ای از خاک خنثی بریزیم، گل‌های ادریسی در آن نمونه از خاک به رنگ آبی می‌رویند.

گروه آموزشی ماز

۸۴- چه تعداد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ: غلظت یون OH^- در اسید ترشح شده از دیواره معده، در مقایسه با غلظت این یون در آب گازدار کمتر است.

ب: پنتانوئیک اسید پس از انحلال در آب، آنیونی را ایجاد می‌کند که ۵ جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود دارد.

پ: گوگرد تری‌اکسید، یک اسید آرنیوس با مولکول‌های ناقطبی بوده و کاغذ pH در محلول آن به رنگ آبی درمی‌آید.

ت: باران‌های معمولی شامل مقداری نیتریک اسید بوده و غلظت یون هیدرونیوم در آن‌ها کمتر از باران‌های اسیدی است.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۱)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ) و (ب) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: خاصیت اسیدی یک محلول، با غلظت یون‌های هیدروکسید موجود در آن رابطه وارونه دارد. چون خاصیت اسیدی آب گازدار کمتر از اسید معده است، غلظت یون هیدروکسید در اسید ترشح شده از دیواره معده، در مقایسه با غلظت این یون در آب گازدار کمتر است.

www.biomaze.ir

ب: کربوکسیلیک اسیدها، از جمله اسیدهای ضعیف بوده و به طور جزئی در محلول خود یونش پیدا می‌کنند. ساختار مولکولی کربوکسیلیک اسیدها و آنیون حاصل از یونش آن‌ها(یون کربوکسیلات) به صورت زیر است:

همانطور که مشخص است، در ساختار آنیون حاصل از کربوکسیلیک اسیدها، ۵ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

پ: مولکول ناقطبی گوگرد تری‌اکسید با حل شدن در آب، یون هیدرونیوم تولید می‌کند؛ بنابراین یک اسید آرنیوس به شمار رفته و کاغذ pH در محلول آن به رنگ قرمز(سرخ) درمی‌آید. در این رابطه، داریم:

	محیط بازی	محیط اسیدی
کاغذ pH	رنگ آبی	رنگ قرمز
گل ادریسی	رنگ قرمز	رنگ آبی

توجه داریم که تغییر رنگ کاغذ pH، معیاری برای تشخیص اسیدی یا بازی بودن محلول‌ها است. در واقع می‌توان با رنگی که این کاغذ درون یک محلول به خود می گیرد، مقدار pH تقریبی آن محلول را تعیین کرد.

ت: باران‌های معمولی شامل مقداری کربنیک اسید(H_2CO_3) بوده و غلظت یون هیدرونیوم در آن‌ها کمتر از باران‌های اسیدی است. در نقطه مقابل، باران‌های اسیدی شامل سولفوریک اسید و نیتریک اسید می‌شوند.

در مناطق صنعتی، مقداری از گازهای گوگرد تری‌اکسید و اکسیدهای نیتروژن در آب باران حل شده و سولفوریک اسید و نیتریک اسید در این آب‌ها تولید می‌شوند. به خاطر وجود این مواد، آب باران در مناطق صنعتی خاصیت اسیدی پیدا کرده و pH آن کمتر از ۷ است. در نقطه مقابل، در آب باران‌های معمولی نیز مقداری گاز کربن دی‌اکسید حل شده و کربنیک اسید را به وجود می‌آورد. به خاطر وجود این ماده، آب باران‌های معمولی نیز خاصیت اسیدی پیدا می‌کند اما میزان اسیدی‌بودن آن از میزان اسیدی‌بودن باران‌های اسیدی کمتر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۸۵- یک محلول همگن ۴ لیتری از منیزیم کلرید را به دو نیم تقسیم می‌کنیم. اگر نیم اول این محلول با ۲۷۸ گرم از پاک‌کننده‌ای با فرمول شیمیایی $C_{15}H_{31}COONa$ به طور کامل واکنش بدهد، پس از تبخیر آب از نیم دیگر آن و برقکافت نمک باقیمانده، چند گرم فلز منیزیم تولید شده و در مدار خارجی این سلول، چند الکترون مبادله می‌شود؟

($Mg = ۲۴$ و $O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-1}$)

۱) ۲۴ - $۱/۲۰۴\times۱۰^{۲۴}$
۲) ۱۲ - $۱/۲۰۴ \times ۱۰^{۲۴}$
۳) ۲۴ - $۶/۰۲\times۱۰^{۲۳}$
۴) ۱۲ - $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

هر ۲ مول از صابون‌های مختلف، با یک مول یون منیزیم و یا کلسیم واکنش داده و به مواد رسوبی(مواد نامحلول در آب) تبدیل می‌شود. فرمول شیمیایی صابون به صورت $C_{15}H_{31}COONa$ بوده و جرم مولی آن برابر با ۲۷۸ گرم بر مول است. واکنش انجام شده بین صابون مورد نظر و محلول منیزیم کلرید($MgCl_2$) به صورت زیر است.

$$2C_{15}H_{31}COONa(aq) + MgCl_2(aq) \rightarrow (C_{15}H_{31}COO)_2Mg(s) + 2NaCl\,(aq)$$

با توجه به معادله واکنش، مقدار منیزیم کلرید مصرف شده را محاسبه می‌کنیم.

$$?\,mol\,MgCl_2 = ۲۷۸\,g\ \text{صابون} \times \frac{۱\ mol\ \text{صابون}}{۲۷۸\ g\ \text{صابون}} \times \frac{۱\ mol\,MgCl_2}{۲\ mol\ \text{صابون}} = ۰/۵\,mol$$

در یک نیمه از محلول مورد نظر، نیم مول منیزیم کلرید وجود داشته که با صابون واکنش داده است، پس می‌توان گفت در نیم دیگر این محلول نیز نیم مول منیزیم کلرید وجود خواهد داشت. معادله واکنش انجام شده طی فرایند برقکافت منیزیم کلرید، به صورت زیر است:

$$MgCl_2(l) \xrightarrow{2e^-} Cl_2(g) + Mg(l)$$

با توجه به معادله این واکنش، داریم:

$$?\,g\,Mg = ۰/۵\,mol\,MgCl_2 \times \frac{۱\,mol\,Mg}{۱\,mol\,MgCl_2} \times \frac{۲۴\,g\,Mg}{۱\,mol\,Mg} = ۱۲\,g$$

$$?\,e^-\ \text{تعداد} = ۰/۵\,mol\,MgCl_2 \times \frac{۲\,mol\,e^-}{۱\,mol\,MgCl_2} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,e^-\ \text{تعداد}}{۱\,mol\,e^-} = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\,e^-$$

www.biomaze.ir

بعد از سدیم، یون‌های منیزیم فراوان‌ترین کاتیون‌های موجود در آب دریا هستند. به همین خاطر، آب دریا یکی از منابع مورداستفاده برای استخراج فلز منیزیم به حساب می‌آید. برای این منظور، پس از انتقال آب دریا به کارخانه، منیزیم موجود در آن را در قالب ماده جامد و نامحلول منیزیم هیدروکسید رسوب داده و از سایر یون‌های موجود در آب جدا می‌کنند. در مرحله بعد، با اضافه‌کردن هیدروکلریک اسید به رسوب منیزیم هیدروکسید، آن را به منیزیم کلرید تبدیل کرده و پس از آن، آب موجود در محلول را تبخیر می‌کنند تا منیزیم کلرید جامد به دست بیاید. در مرحله بعد، منیزیم کلرید حاصل را ذوب کرده و به کمک جریان الکتریکی آن را برقکافت می‌کنند. فلز منیزیم ماده ارزشمندی است که از آن برای تهیهٔ آلیاژها و شربت معده استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۸۶- چند مورد از مطالب زیر دربارهٔ سلول گالوانی $Cu - Ag$، درست‌اند؟ ($Cu = ۶۴\ g.mol^{-۱}$)

آ: برخلاف سلول گالوانی روی-مس، الکترود مس قطب مثبت سلول مورد نظر را تشکیل می‌دهد.

ب: جهت حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی با جهت حرکت آنیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل هم‌سو است.

پ: پس از انجام واکنش در این سلول، از جرم تیغهٔ مس کاسته شده و به جرم تیغهٔ نقره افزوده می‌شود.

ت: در این سلول، انرژی شیمیایی واکنش اکسایش-کاهش انجام شده به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

ث: بر اثر مصرف ۳/۲ گرم فلز مس، $۳/۰۱ \times ۱۰^{۲۲}$ الکترون در مدار خارجی سلول مورد نظر جابه‌جا خواهد شد.

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

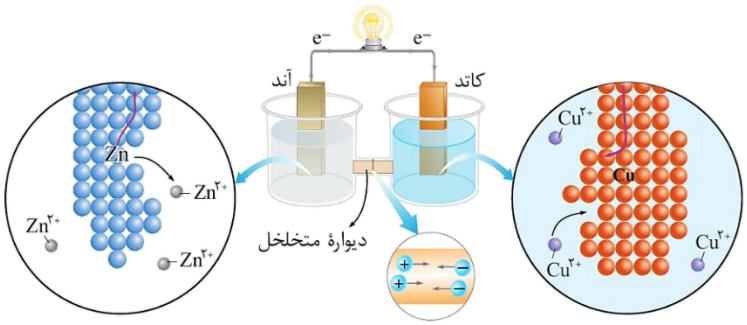
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: روی در مقایسه با مس و مس نیز در مقایسه با فلز نقره پتانسیل کاهشی منفی‌تری دارد. در سلول گالوانی روی-مس، الکترود مس کاتد و معادل با قطب مثبت سلول بوده و در سلول گالوانی مس-نقره، الکترود مس در نقش آند بوده و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد. تصویر زیر، نمایی از سلول گالوانی روی-مس را نشان می‌دهد:



ب: حرکت الکترون‌ها در مدار بیرونی و حرکت کاتیون‌ها از دیوارهٔ متخلخل از سمت آند(الکترود مس) به سمت کاتد(الکترود نقره) است. در این سلول، آنیون‌ها از خلال دیواره متخلخل به سمت نیم‌سلول آندی حرکت می‌کنند.

پ: پس از انجام واکنش در این سلول، بخشی از اتم‌های مس موجود در تیغهٔ مس به صورت یون $Cu^{۲+}(aq)$ درمی‌آیند؛ بنابراین جرم تیغهٔ مس کاسته می‌شود. از سوی دیگر، بخشی از یون‌های $Ag^{+}(aq)$ موجود در نیم‌سلول کاتدی به اتم نقره کاهش پیدا کرده و بر روی تیغهٔ نقره می‌نشینند؛ در نتیجهٔ جرم تیغهٔ نقره افزایش پیدا می‌کند.

ت: در این سلول مشابه همه سلول‌های گالوانی، بخشی از انرژی شیمیایی واکنش اکسایش-کاهش به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

به کمک سلول‌های گالوانی، می‌توان انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در فلزهای مختلف را به انرژی الکتریکی تبدیل کرد. واکنش‌های انجام‌شده در این سلول‌ها با کاهش سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها همراه بوده و فراورده‌های تولیدشده در این سلول‌ها پایداری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده در آن‌ها دارند. باتری لیمویی، نوع ساده‌ای از یک سلول گالوانی است که با فرو بردن یک تیغه از جنس فلز مس و یک تیغه از جنس فلز روی در یک لیمو ساخته می‌شود. به کمک این نوع باتری می‌توان یک لامپ LED را روشن کرد.

ث: در این سلول اتم Cu با از دست دادن ۲ الکترون به $Cu^{۲+}$ تبدیل می‌شود. معادله نیم‌واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$Cu(s) \rightarrow Cu^{۲+}(aq) + ۲e$$

بنابراین داریم:

$$?\,e \text{ شمار} = ۳/۲\ g\ Cu \times \frac{۱\ mol\ Cu}{۶۴\ g\ Cu} \times \frac{۲\ mol\ e^-}{۱\ mol\ Cu} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳}\ e^-}{۱\ mol\ e^-} = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲} e^-$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

۸۷- مقدار نیروی الکتروموتوری سلول‌های آلومینیم-هیدروژن، آلومینیم-روی و آهن-هیدروژن، به ترتیب برابر با ۱/۶۶، ۰/۹ و ۰/۴۴ ولت است. نیروی الکتروموتوری سلول روی-آهن برابر با چند ولت بوده از بین کاتیون‌های فلزی حاصل از عناصر آهن و آلومینیم، کدام یون اکسنده‌تر است؟

۱) Al^{3+} - ۰/۵۴ ۲) Fe^{2+} - ۰/۵۴ ۳) Al^{3+} - ۰/۳۲ ۴) Fe^{2+} - ۰/۳۲

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

جدول زیر نمایی از سری الکتروشیمیایی را نشان می‌دهد:

$E^\circ(V)$	نیم‌واکنش کاهش		
ولتاژ	گونهٔ کاهنده	الکترون	گونهٔ اکسنده
+۱/۵۰	Au(s)	$\rightarrow +3e^- +$	$Au^{3+}(aq)$
+۱/۲۰	Pt(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Pt^{2+}(aq)$
+۰/۸۰	Ag(s)	$\rightarrow +e^- +$	$Ag^+(aq)$
+۰/۳۴	Cu(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Cu^{2+}(aq)$
۰/۰۰	$H_2(g)$	$\rightarrow +2e^- +$	$2H^+(aq)$
−۰/۴۴	Fe(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Fe^{2+}(aq)$
−۰/۷۶	Zn(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Zn^{2+}(aq)$
−۱/۱۸	Mn(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Mn^{2+}(aq)$
−۱/۶۶	Al(s)	$\rightarrow +3e^- +$	$Al^{3+}(aq)$
−۲/۳۷	Mg(s)	$\rightarrow +2e^- +$	$Mg^{2+}(aq)$

کاهندهٔ قوی‌تر ↓ — اکسندهٔ قوی‌تر ↑

در سری الکتروشیمیایی، نیم‌واکنشی که E° منفی‌تری دارد، در موقعیت پایین‌تری قرار خواهد گرفت و گونه اکسنده شرکت‌کننده در این نیم‌واکنش، تمایل کم‌تری برای به دست آوردن الکترون(اکسندگی) و گونه کاهنده شرکت‌کننده در آن نیز تمایل بیشتری به از دست دادن الکترون(کاهندگی) خواهد داشت. نیروی الکتروموتوری در یک سلول گالوانی، حداکثر اختلاف پتانسیلی است که یک سلول می‌تواند به وجود بیاورد. مقدار این اختلاف پتانسیل را با emf نشان می‌دهند. برای پیداکردن مقدار emf یک سلول گالوانی، ابتدا آند و کاتد سلول گالوانی موردنظر را پیدا کرده و پس از آن E° آند(الکترودی که E° کوچک‌تری دارد) را از E° کاتد (الکترودی که E° بزرگ‌تری دارد) کم می‌کنیم. رابطه استفاده شده به صورت زیر است:

$$emf = E^\circ_{\text{سلول}} = E^\circ_{\text{(کاتد)}} - E^\circ_{\text{(آند)}} = E^\circ_{\text{(بزرگ‌تر)}} - E^\circ_{\text{(کوچک‌تر)}}$$

با توجه به رابطه بالا، مقدار پتانسیل کاهشی استاندارد هر فلز را محاسبه می‌کنیم:

۱) مقدار emf سلول آلومینیم-هیدروژن برابر با ۱/۶۶ ولت بوده و می‌دانیم که آلومینیم در مقایسه با هیدروژن E° کوچک‌تری دارد. از طرفی، می‌دانیم که E° هیدروژن برابر با صفر است، پس مقدار E° آلومینیم برابر با ۱/۶۶- ولت می‌شود.

۲) مقدار emf سلول آهن-هیدروژن برابر با ۰/۴۴ ولت بوده و می‌دانیم که فلز آهن در مقایسه با هیدروژن E° کوچک‌تری دارد. از طرفی، می‌دانیم که مقدار E° هیدروژن نیز برابر با صفر ولت است، پس مقدار E° فلز آهن برابر با ۰/۴۴- ولت می‌شود.

۳) مقدار emf سلول آلومینیم-روی برابر با ۰/۹ ولت بوده و می‌دانیم که آلومینیم در مقایسه با روی نیز مقدار E° کوچک‌تری دارد. از طرفی، بدست آوردیم که E° آلومینیم برابر با ۱/۶۶- ولت است، پس مقدار E° روی برابر با ۰/۷۶- ولت می‌شود.

از بین فلزهای آهن، آلومینیم و روی، فلز آهن دارای بالاترین مقدار E° است، پس می‌توان گفت کاتیون حاصل از این فلز در مقایسه با کاتیون حاصل از عناصر روی و آلومینیم تمایل بیشتری به گرفتن الکترون(قدرت اکسندگی) دارد. مقایسه قدرت اکسندگی این یون‌ها به صورت زیر است:

قدرت اکسندگی : $Fe^{2+} > Zn^{2+} > Al^{3+}$

چون آهن در مقایسه با روی E° بالاتری دارد، در سلول روی-آهن، فلز آهن در نقش کاتد و فلز روی در نقش آند خواهد بود. مقدار E° این فلزها را بدست آوردیم، پس بر این اساس مقدار emf سلول گالوانی روی-آهن را محاسبه می‌کنیم.

$$emf = E^\circ(\text{کاتد}) - E^\circ(\text{آند}) = (-۰/۴۴) - (-۰/۷۶) = ۰/۳۲ \text{ ولت}$$

گروه آموزشی ماز

۸۸- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در واکنش میان فلز روی با گاز اکسیژن، هر اتم از گونه کاهنده ۲ الکترون با $l = 0$ از دست می‌دهد.

۲) علامت E° فلزهایی که کاهنده‌تر از H_2 هستند، در سری الکتروشیمیایی با نماد منفی مشخص می‌شود.

۳) در واکنش یک تیغه فلزی از جنس مس با محلولی از روی سولفات، فراورده‌هایی با پایداری بیشتر تولید می‌شوند.

۴) در سلول گالوانی روی-نقره، آنیون‌ها از خلال دیواره متخلخل به سمت محلول موجود در نیم‌سلول روی حرکت می‌کنند.

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

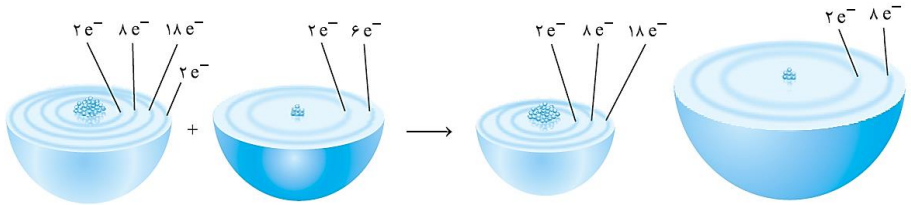
واکنش‌های اکسایش-کاهش را با توجه به مدل مبادله گرما در آن‌ها در دو دسته زیر می‌توان قرار داد:

- واکنش‌های اکسایش-کاهش
  - گرماده
    - واکنش خودبه‌خودی بین یک فلز واکنش‌پذیر با کاتیونی از فلز دیگر
  - گرماگیر
    - واکنش برقکافت ترکیب‌های مختلف

معادله واکنش تیغه مس و محلول روی سولفات، در صورت انجام شدن، به صورت $Cu(s) + ZnSO_4(aq) \rightarrow CuSO_4(aq) + Zn(s)$ است. چون فلز مس در مقایسه با فلز روی واکنش‌پذیری کمتر و مقدار E°(پتانسیل کاهشی استاندارد) بزرگ‌تری دارد، این واکنش گرماگیر به صورت طبیعی انجام نشده و اتم‌های مس توسط یون‌های روی اکسایش پیدا نمی‌کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

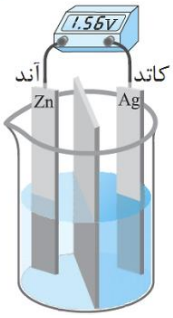
۱) واکنش میان فلز روی و گاز اکسیژن به صورت زیر است:



گونه کاهنده، گونه‌ای است که اکسایش یافته و سبب کاهش سایر گونه‌های شرکت‌کننده در واکنش می‌شود. در این واکنش، فلز روی کاهنده است. هر اتم روی دو الکترون از زیرلایه‌ی $4s$ از دست داده و به یون روی تبدیل می‌شود.

۲) هر فلزی که کاهنده‌تر از هیدروژن باشد(در مقایسه با هیدروژن تمایل بیشتری به اکسید شدن(از دست دادن الکترون) داشته باشد)، در سری الکتروشیمیایی در موقعیت پایین‌تری در مقایسه با هیدروژن قرار می‌گیرد. پتانسیل کاهشی استاندارد فلزهایی که در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت پایین‌تری قرار دارند، منفی است. در نقطه مقابل، فلزهایی که در مقایسه با هیدروژن قدرت کاهندگی کمتری دارند(طلا، پلاتین، نقره و مس)، در سری الکتروشیمیایی در مقایسه با هیدروژن در موقعیت بالاتری قرار داشته و پتانسیل کاهشی آن‌ها نیز بزرگ‌تر از صفر است. در سری الکتروشیمیایی، نیم‌واکنش‌ها به شکل کاهشی نوشته شده‌اند و این پیشنهاد آیوپاک، برای هماهنگی در همه منابع علمی معتبر به کار گرفته می‌شود. در هر نیم‌واکنش، گونه کاهنده در سمت راست و گونه اکسنده در سمت چپ نوشته می‌شود.

۴) تصویر مقابل، نمایی از سلول گالوانی روی-نقره را نشان می‌دهد:

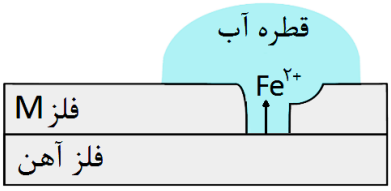


در سلول گالوانی مورد نظر، تیغه نقره در نقش کاتد(قطب مثبت) و تیغه‌ی روی در نقش آند(قطب منفی) است. با کارکرد این سلول، آنیون‌های موجود در محلول الکترولیت به سمت تیغه آند(تیغه روی) حرکت می‌کنند؛ درحالی که الکترون‌های موجود در مدار خارجی، به سمت کاتد(تیغه نقره) جاری می‌شوند.

در این سلول گالوانی، به مرور زمان جرم تیغه کاتدی(تیغه نقره) افزایش یافته و جرم تیغه آندی(تیغه روی) کاهش پیدا می‌کند. الکترون‌های موجود در مدار خارجی این سلول نیز به تدریج به سمت تیغه نقره جاری می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۸۹- کدام‌یک از عبارت‌های داده شده در مورد شکل زیر، به یقین درست است؟



۱) از مجاورت مقدار کافی از فلز M با نیتریک اسید، مقداری گاز هیدروژن آزاد می شود.
۲) برای جلوگیری از خوردگی لوله‌های ساخته شده از منیزیم، می‌توان از فلز M بهره برد.
۳) در سری الکتروشیمیایی، فلز M در جایگاه پایین‌تری نسبت به آهن قرار داشته و E° آن منفی‌تر است.
۴) در سلول گالوانی حاصل از فلز M و فلز روی، فلز M قطب مثبت سلول را تشکیل داده و به جرم این فلز افزوده می‌شود.

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۴۰۲)

پاسخ تشریحی:

با توجه به شکل داده شده در صورت سوال، بعد از خراش قطعه فلزی یون آهن(Fe^{2+}) وارد قطره آب شده است. این یعنی بعد از ایجاد خراش، فلز آهن در نقش آند بوده و خورده می‌شود و فلز M نقش کاتد را ایفا می‌کند؛ درنتیجه می‌توان گفت که قدرت کاهندگی آهن، بیشتر از فلز M بوده و آهن در سری الکتروشیمیایی در مکان پایین‌تری نسبت به فلز M جای دارد. از طرفی، می‌دانیم که فلز روی در مقایسه با آهن در سری الکتروشیمیایی در موقعیت پایین‌تری قرار گرفته است. در این رابطه داریم:

سری الکتروشیمیایی
فلز M
آهن
روی

در سلول گالوانی، فلزی با قدرت کاهندگی بیشتر، نقش آند را دارد؛ درنتیجه در سلول گالوانی متشکل از دو فلز روی و M، آهن نقش آند را داشته و قطب منفی سلول را تشکیل می‌دهد. همچنین فلز M، نقش کاتد را داشته و قطب مثبت سلول را تشکیل می‌دهد. می‌دانیم که در سلول‌های گالوانی متشکل از دو الکترود متفاوت، به تدریج از جرم آند کاسته و به جرم کاتد افزوده می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) می‌دانیم که واکنش‌پذیری(قدرت کاهندگی) فلز M از آهن کمتر است. در سری الکتروشیمیایی، فلز M می‌تواند فلزی بالاتر از هیدروژن(مثل نقره، مس و ...) باشد یا می‌تواند فلزی پایین‌تر از هیدروژن باشد به طوریکه که واکنش‌پذیری کمتری نسبت به آهن دارد(مثل قلع). می‌دانیم که فلزهای پایین‌تر از هیدروژن با محلول اسیدها واکنش داده و گاز هیدروژن آزاد می‌کنند. همچنین فلزهای بالاتر از هیدروژن(فلزهایی با $E^\circ < 0$) در سری الکتروشیمیایی توانایی واکنش با محلول اسیدها را ندارند.

۲) واکنش‌پذیری فلز منیزیم، بیشتر از آهن است؛ درنتیجه فلز M هیچگاه نمی‌تواند از فلز منیزیم در مقابل خوردگی محافظت کند. فلزی می‌تواند از منیزیم در برابر خوردگی محافظت کند که قدرت کاهندگی بیشتری نسبت به آن داشته باشد. برای مثال، لیتیم فلزی با بیشترین قدرت کاهندگی است و از آن می‌توان برای جلوگیری از خوردگی سایر فلزها استفاده کرد.

۳) فلز آهن کاهنده قوی‌تری نسبت به فلز M بوده؛ درنتیجه پتانسیل کاهشی استاندارد آن منفی‌تر از M است و در سری الکتروشیمیایی در جایگاه پایین‌تری نسبت به فلز M جای دارد.

گروه آموزشی ماز

۹۰- معادله موازنه نشده واکنش زیر را در نظر بگیرید:

$$Ca(H_2PO_4)_2(s) + NaHCO_3(s) \rightarrow CaHPO_4(s) + Na_2HPO_4(s) + CO_2(g) + H_2O(g)$$

اگر در این واکنش، ۶۸ گرم $CaHPO_4$ تشکیل شده باشد، چند گرم $NaHCO_3$ با خلوص ۹۶٪ مصرف شده و گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این فرایند، به ازای تولید چند گرم فلز آلومینیم در فرایند هال، بدست می‌آید؟

$(H = 1 : g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16$ و $Na = 23$ و $Al = 27$ و $P = 31$ و $Ca = 40)$

۱) ۵۴ - ۸۰/۶۴ ۲) ۳۶ - ۸۰/۶۴ ۳) ۵۴ - ۸۷/۵ ۴) ۳۶ - ۸۷/۵

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مساله ـ ۱۴۰۲)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش انجام شده، به صورت زیر است:

$$Ca(H_2PO_4)_2(s) + 2NaHCO_3(s) \rightarrow CaHPO_4(s) + Na_2HPO_4(s) + 2CO_2(g) + 2H_2O(g)$$

معادله واکنش فوق، از جمله معادله واکنش‌هایی است که در کنکورهای سال ۱۴۰۲ از آن سوال استوکیومتری طراحی شده است. با توجه به معادله واکنش داده شده، جرم سدیم هیدروژن کربنات(جوش شیرین) مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

$$?\ g\ NaHCO_3 \text{ ناخالص} = 68\ g\ CaHPO_4 \times \frac{1\ mol\ CaHPO_4}{136\ g\ CaHPO_4} \times \frac{2\ mol\ NaHCO_3}{1\ mol\ CaHPO_4} \times \frac{84\ g\ NaHCO_3}{1\ mol\ NaHCO_3} \times \frac{100\ g\ NaHCO_3 \text{ ناخالص}}{96\ g\ NaHCO_3}$$

$$= 87/5\ g$$

www.biomaze.ir

در قدم بعد، مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده در این واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\,CO_2 = ۶۸\,g\,CaHPO_4 \times \frac{۱\,mol\,CaHPO_4}{۱۳۶\,g\,CaHPO_4} \times \frac{۲\,mol\,CO_2}{۱\,mol\,CaHPO_4} = ۱\,mol$$

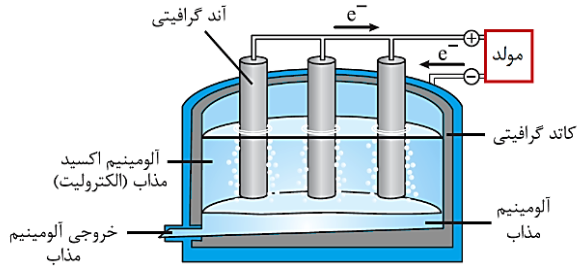
معادلهٔ واکنش انجام شده در فرایند هال به صورت زیر است:

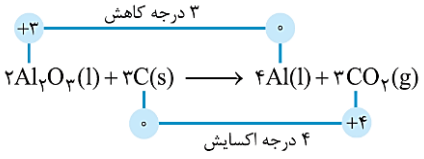
$$۲Al_2O_3(s) + ۳C(s) \rightarrow ۴Al(l) + ۳CO_2(g)$$

بر این اساس، داریم:

$$?\,g\,Al = ۱\,mol\,CO_2 \times \frac{۴\,mol\,Al}{۳\,mol\,CO_2} \times \frac{۲۷\,g\,Al}{۱\,mol\,Al} = ۳۶\,g$$

فرایند هال به علت مصرف مقدار زیادی انرژی الکتریکی، هزینهٔ بالایی دارد. به همین دلیل بازیافت فلز آلومینیم اهمیت زیادی دارد؛ زیرا با بازیافت آلومینیم می‌توان ضمن افزایش عمر این منبع تجدیدناپذیر، هزینهٔ تولید این فلز ارزشمند را کاهش داد. تصویر زیر، سلول الکترولیتی مورد استفاده برای انجام فرایند هال را نشان می‌دهد:





گروه آموزشی ماز

۹۱- در سلول گالوانی آلومینیم-روی، در هر ثانیه $۲۴/۰۸ \times ۱۰^{۲۱}$ الکترون از مدار خارجی عبور می‌کند. اگر در نیم‌سلول کاتدی، ۷۰٪ از اتم‌های تولید شده در نیم‌واکنش کاهش بر روی سطح کاتد رسوب کنند، پس از گذشت ۳۰ دقیقه از شروع واکنش، چند گرم به جرم تیغه کاتدی افزوده می‌شود؟
($Al = ۲۷ : g.mol^{-۱}$ و $Zn = ۶۵$)

۱) ۳۳۴۲ ۲) ۲۳۴۰ ۳) ۱۶۳۸ ۴) ۱۴۲۶

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش انجام شده در این سلول به صورت زیر است:

$$۲Al(s) + ۳Zn^{۲+}(aq) \rightarrow ۲Al^{۳+}(aq) + ۳Zn(s)$$

در این واکنش شیمیایی به ازای تولید هر مول Zn، مقدار ۲ مول الکترون بین گونه‌های کاهنده و اکسنده مبادله شده است. طبق فرض سوال، در هر ثانیه تعداد $۲۴/۰۸ \times ۱۰^{۲۱}$ الکترون(معادل با ۰/۰۴ مول الکترون) از سیم(مدار خارجی) عبور می‌کند؛ درنتیجه در مدت زمان ۳۰ دقیقه(۱۸۰۰ ثانیه)، ۷۲ مول الکترون از آند به کاتد جریان داشته است. یون‌های $Zn^{۲+}$ با تبدیل شدن به اتم‌های Zn بر روی کاتد رسوب می‌کنند. اگر فرض کنیم کل(۱۰۰ درصد) این یون‌ها کاهش پیدا کنند، تغییر جرم تیغه کاتدی برابر است با:

$$?\,g\,Zn = ۷۲\,mol\,e \times \frac{۱\,mol\,Zn}{۲\,mol\,e} \times \frac{۶۵\,g\,Zn}{۱\,mol\,Zn} = ۲۳۴۰\,g$$

اگر کل یون‌های روی به اتم روی تبدیل شوند و بر روی کاتد رسوب کنند، ۲۳۴۰ گرم به جرم تیغه کاتدی افزوده می‌شود؛ ولی طبق فرض سوال ۷۰ درصد از یون‌ها با تبدیل شدن به اتم روی بر روی کاتد رسوب کرده‌اند؛ درنتیجه ۱۶۳۸ گرم($\frac{۷۰}{۱۰۰} \times ۲۳۴۰$) رسوب بر روی تیغه کاتدی ایجاد شده است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- با کارکرد سلول .....، جرم تیغه ..... در سلول مورد نظر، همانند تیغه ..... در سلول گالوانی آلومینیم-مس، به تدریج ..... پیدا می‌کند.

۱) مربوط به آبکاری، کاتدی، آلومینیم، افزایش ۲) مربوط به فرایند هال، آندی، آلومینیم، کاهش
۳) سوختی هیدروژن-اکسیژن، آندی، مس، کاهش ۴) گالوانی منیزیم-نقره، آندی، مس، افزایش

پاسخ: گزینه ۲ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

همانطور که می‌دانیم، فلز آلومینیم در مقایسه با فلز مس، پتانسیل کاهشی منفی‌تری دارد. در سلول گالوانی آلومینیم-مس، تیغه آلومینیم در نقش آند بوده و به مرور زمان از جرم آن کاسته می‌شود. در این سلول، تیغه مس در نقش کاتد بوده و جرم آن به مرور زمان افزایش پیدا می‌کند. در سلول مربوط به فرایند

www.biomaze.ir

هال نیز تیغه‌های گرافیتی آندی در واکنش کلی سلول شرکت کرده و به مرور زمان جرم آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. توجه داریم که در این سلول، جرم کاتد(بدنه گرافیتی ظرف) به مرور زمان دچار تغییر نمی‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در سلول مربوط به آبکاری اجسام مختلف، جرم تیغه آندی کاهش یافته و جرم تیغه کاتدی افزایش پیدا می‌کند.

۳) در سلول سوختی هیدروژن-اکسیژن، جرم تیغه‌های آندی و کاتدی ثابت بوده و در طول زمان دچار تغییر نمی‌شود.

سلول سوختی، نوعی سلول گالوانی است که توسط شیمی‌دان‌ها و برای گذر از تنگنای تولید انرژی و کاهش آلودگی محیط زیست پیشنهاد می‌شود. این سلول‌ها ردپای گاز کربن دی‌اکسید را کاهش می‌دهند. رایج‌ترین سلول سوختی، سلول هیدروژن-اکسیژن است که در آن گاز هیدروژن به آرامی و تحت یک شرایط کنترل‌شده با گاز اکسیژن وارد واکنش شده و اکسید می‌شود. طی این فرایند، بخش زیادی از انرژی شیمیایی ذخیره‌شده در مولکول‌های هیدروژن به انرژی الکتریکی تبدیل می‌شود.

۴) در سلول گالوانی منیزیم-نقره، تیغه منیزیم در نقش آند بوده و به مرور زمان جرم آن کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۹۳- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) برای کاهش دمای ذوب سدیم کلرید خالص، از نمکی که در تهیه بسته‌های گرمازا نیز کاربرد دارد، استفاده می‌شود.

۲) در برقکافت آب، نیم‌واکنش $۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e$ در سطح الکترود با بار مثبت انجام می‌شود.

۳) اگر در سلول الکترولیتی مربوط به آبکاری با نقره، جنس تیغه آندی از نقره باشد، غلظت یون نقره در محلول ثابت می‌ماند.

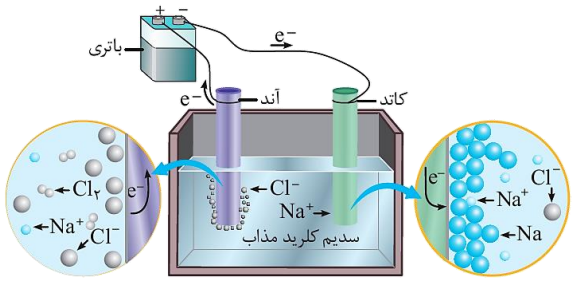
۴) عنصر تولید شده در آند سلول برقکافت سدیم کلرید مذاب، نسبت به سایر عناصر هم‌تناوب خود شعاع اتمی بزرگ‌تری دارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش شیمیایی انجام‌شده در سلول مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب، همانند واکنش انجام‌شده در سایر سلول‌های الکترولیتی، در خلاف جهت طبیعی به پیش رانده می‌شود. در آند سلول مربوط به برقکافت سدیم کلرید مذاب، گاز کلر تولید شده و در سمت کاتد این سلول نیز فلز سدیم تولید می‌شود.

تصویر زیر، نمایی از این سلول را نشان می‌دهد:



$۲Cl^-(l) \rightarrow Cl_۲(g) + ۲e^-$ نیم واکنش اکسایش

$Na^+(l) + e^- \rightarrow Na(l)$ نیم واکنش کاهش

از آنجا که در هر تناوب با حرکت از چپ به راست، شعاع اتمی عناصر کاهش پیدا می‌کند، می‌توان گفت عنصر کلر بعد از آرگون، در مقایسه با سایر عناصر هم‌تناوب خود شعاع کوچک‌تری دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

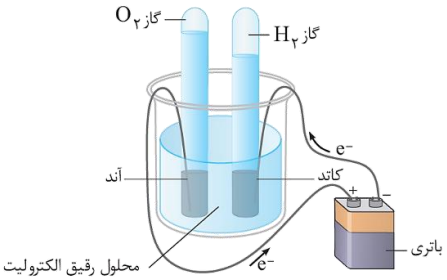
۱) سدیم کلرید خالص در ۸۰۱°C ذوب می‌شود و پس از آن، در سلول برقکافت به عناصر سازنده خود تبدیل می‌شود. افزودن مقداری کلسیم کلرید($CaCl_۲$) به این ماده، دمای ذوب آن را تا حدود ۵۸۷°C پایین می‌آورد. با انجام این کار، انرژی کمتری برای ذوب سدیم کلرید صرف می‌شود. با صرف انرژی کمتر، سوخت‌های فسیلی کمتری مصرف می‌شود؛ درنتیجه ردپای کربن دی‌اکسید در محیط کاهش می‌یابد. توجه داریم که انحلال کلسیم کلرید در آب گرماده است و از آن برای تهیه بسته‌های گرمازای ورزشکاران استفاده می‌شود.

۲) در سلول برقکافت آب، الکترود با بار مثبت آند است که در سطح آن واکنش اکسایش انجام می‌شود:

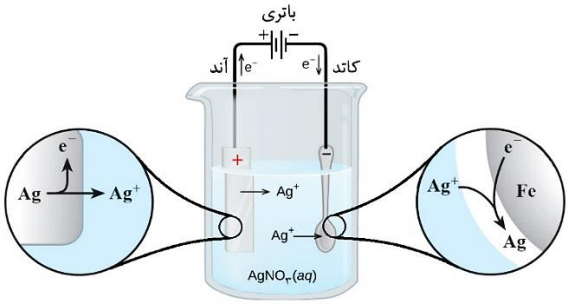
$$۲H_۲O(l) \rightarrow O_۲(g) + ۴H^+(aq) + ۴e^-$$

www.biomaze.ir

تصویر زیر، نمایی از سلول برقکافت آب را نشان می‌دهد:



۳ اگر در سلول الکترولیتی مربوط به آبکاری اجسام فلزی با فلز نقره، جنس تیغه‌ی آندی از نقره باشد، به ازای کاهش هر یون نقره در محل کاتد، یک اتم نقره در سمت آند اکسایش پیدا می‌کند و به همین خاطر، غلظت یون نقره در محلول موجود در این سلول ثابت می‌ماند. تصویر زیر، سلول مورد استفاده برای آبکاری یک قاشق فلزی با نقره را نشان می‌دهد.



گروه آموزشی ماز

۹۴- کدام موارد از عبارت‌های داده شده نادرست هستند؟

آ: تیغه سازنده آند سلول نورالکتروشیمیایی مربوط به تهیه گاز H_2 از آب، همانند گرافیت، نوعی جامد کووالانسی است.

ب: در ساختار بلور یخ، هر مولکول H_2O توسط ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول H_2O دیگر قرار می‌گیرد.

پ: در گوگرد دی‌اکسید، همانند کربونیل سولفید، هسته هر سه اتم سازنده بر روی یک خط راست قرار می‌گیرد.

ت: با انحلال $NaCl$ در آب، یون‌هایی از محلول با شعاع بزرگ‌تر، توسط اتم O مولکول‌های آب احاطه می‌شوند.

۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

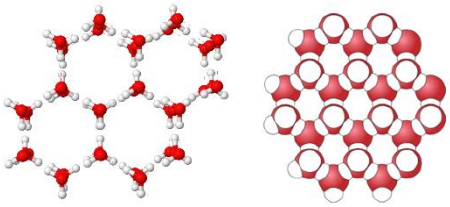
پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در سلول نورالکتروشیمیایی استفاده شده به منظور تهیه گاز هیدروژن از آب، تیغه آندی با استفاده از سیلیسیم ساخته می‌شود. این تیغه به مرور زمان دچار اکسایش شده و به سیلیس تبدیل می‌شود. سیلیسیم و سیلیس، هر دو همانند گرافیت، از جامدهای کووالانسی هستند.

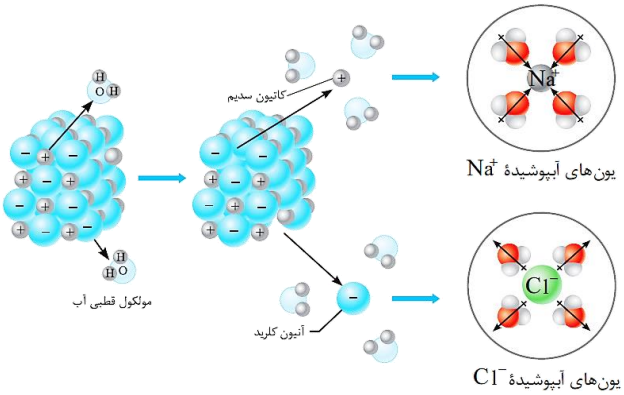
ب: در بلور یخ، هر مولکول آب دو اتم هیدروژن و یک اتم اکسیژن دارد. هر اتم اکسیژن به ۲ اتم هیدروژن از مولکول‌های دیگر و هر اتم هیدروژن به یک اتم اکسیژن از مولکول دیگر با پیوند هیدروژنی متصل است. با توجه به توضیحات داده شده، در بلور یخ هر مولکول آب با ۴ پیوند هیدروژنی در ارتباط با ۴ مولکول آب دیگر قرار می‌گیرد. تصویر زیر نمایی از بلور یخ را نشان می‌دهد:



پ: در ساختار گوگرد دی‌اکسید، به علت وجود جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم گوگرد(اتم مرکزی)، هسته اتم‌ها بر روی یک خط راست قرار نمی‌گیرند و به همین خاطر است که گشتاور دو قطبی این مولکول بیشتر از صفر می‌شود. در نقطه مقابل، در ساختار کربونیل سولفید(SCO)، هسته هر سه اتم سازنده بر روی یک خط راست قرار گرفته و به همین خاطر، می‌توان گفت این مولکول ساختار خطی دارد.

www.biomaze.ir

ت: سدیم کلرید یک ترکیب یونی با بلورهای مکعبی است که در آن یون‌های Na^+ و Cl^- با آرایشی منظم در سه بعد جای گرفته‌اند. هنگامی که بلور کوچکی از این ماده جامد در آب وارد می‌شود، مولکول‌های قطبی آب از سرهای مخالف به یون‌های بیرونی بلور نزدیک شده و نیروی جاذبه‌ای میان آن‌ها برقرار می‌شود. به این صورت که مولکول‌های آب از سمت اتم اکسیژن(سر منفی مولکول آب) به کاتیون‌ها و از سمت اتم‌های هیدروژن(سر مثبت مولکول آب) به آنیون‌ها نزدیک می‌شوند. تصویر زیر، فرایند انحلال سدیم کلرید در آب را نشان می‌دهد:



توجه داریم که در این محلول، سر مثبت(اتم هیدروژن) از مولکول‌های آب در مجاورت با یون‌های کلرید(یون‌هایی که شعاع بزرگ‌تری دارند) قرار گرفته است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- گازهای نیتروژن و اکسیژن، در شرایط مناسب با یکدیگر واکنش داده و گاز NO را تولید می‌کنند. اگر تفاوت جرم دو گاز در آغاز واکنش برابر ۰/۵ گرم باشد، چند گرم فراورده طی این فرایند تشکیل شده و بر اثر مخلوط کردن این مقدار گاز NO با چند مول بخار پنتین، مخلوطی ایجاد می‌شود که درصد جرمی ترکیب ناقطبی در آن برابر با ۸۵٪ است؟

($N = ۱۴$ و $O = ۱۶ : g.mol^{-۱}$)

۱) ۷/۵ – ۰/۶۲۵ ۲) ۷/۵ – ۰/۸۷۵ ۳) ۱۲/۵ – ۰/۵۷۵ ۴) ۱۲/۵ – ۰/۵۲۵

پاسخ: گزینه ۱ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:

$$N_۲(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲NO(g)$$

در این واکنش شیمیایی، به ازای مصرف یک مول گاز اکسیژن(معادل با ۳۲ گرم اکسیژن) و یک مول گاز نیتروژن(معادل با ۲۸ گرم گاز نیتروژن)، ۲ مول گاز نیتروژن مونوکسید به عنوان فراورده تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت به ازای ۴ گرم تفاوت در جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف شده، ۲ مول فراورده در این واکنش تولید می‌شود. با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$?\,g\ NO = ۰/۵\ g\ \text{تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌ها} \times \frac{۲\ mol\ NO}{۴\ g\ \text{تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌ها}} \times \frac{۳۰\ g\ NO}{۱\ mol\ NO} = ۷/۵\ g$$

پنتین، عضوی از خانواده آلکین‌ها با فرمول شیمیایی $C_۵H_۸$ است. می‌خواهیم با افزودن مقداری پنتین به ۷/۵ گرم گاز نیتروژن مونوکسید، مخلوطی بدست بیاوریم که درصد جرمی گاز ناقطبی(بخار پنتین) در آن برابر با ۸۵ درصد باشد. جرم پنتین اضافه شده به این مخلوط را برابر با x گرم در نظر می‌گیریم. بر این اساس، داریم:

$$\text{درصد جرمی پنتین} = \frac{\text{جرم پنتین}}{\text{جرم مخلوط}} \times ۱۰۰ \Rightarrow ۸۵ = \frac{x}{x + ۷/۵} \times ۱۰۰ \Longrightarrow x = ۴۲/۵\ g$$

در قدم بعد، شمار مول‌های بخار پنتین را محاسبه می‌کنیم:

$$?\,mol\ C_۵H_۸ = ۴۲/۵\ g\ C_۵H_۸ \times \frac{۱\ mol\ C_۵H_۸}{۶۸\ g\ C_۵H_۸} = ۰/۶۲۵\ mol$$

گروه آموزشی ماز

۹۶- کدام‌یک از مقایسه‌های زیر، در رابطه با نمونه‌هایی از سیلیس و کربن دی‌اکسید به صورت نادرست انجام شده است؟

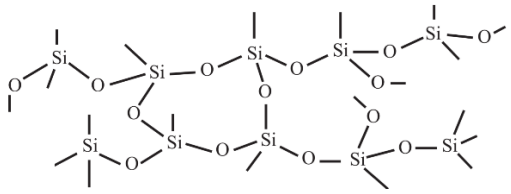
۱) دمای ذوب: $CO_۲$ > سیلیس
۲) درصد جرمی اکسیژن: $CO_۲$ < سیلیس
۳) عدد اکسایش اتم اکسیژن: $CO_۲$ = سیلیس
۴) مقدار انحلال‌پذیری در آب: $CO_۲$ > سیلیس

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

سیلیس یا سیلیسیم دی‌اکسید(SiO_2)، فراوان‌ترین اکسید موجود در پوسته جامد زمین بوده و از کنار هم قرارگرفتن اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن تشکیل شده است. سیلیس بر خلاف کربن دی‌اکسید، نوعی جامد کووالانسی است و در ساختار این ماده، اتم‌های سیلیسیم و اکسیژن با پیوندهای اشتراکی $Si-O-Si$ به یکدیگر متصل شده‌اند. ساختار سیلیس و کربن دی‌اکسید(CO_2) تفاوت‌های آشکاری با یکدیگر دارند. به همین علت، خواص این دو ماده نیز متفاوت از یکدیگر خواهد بود. ساختار این دو ماده به صورت زیر است:



اغلب اکسیدهای نافلزی گازی از جمله گاز کربن‌دی‌اکسید با آب واکنش می‌دهند و محلول‌های اسیدی را ایجاد می‌کنند، پس می‌توان گفت این مواد انحلال‌پذیری بالایی در آب دارند. توجه داریم که سیلیس(SiO_2)، برخلاف کربن‌دی‌اکسید(CO_2) در آب نامحلول است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) سیلیس، یک جامد کووالانسی است. برای ذوب کردن و یا خردکردن سیلیس و سایر جامدهای کووالانسی، باید بر پیوندهای اشتراکی بین اتم‌های موجود در این مواد غلبه کنیم. بر این اساس، جامدهای کووالانسی دیرگداز بوده و علاوه بر سختی زیاد، نقطه ذوب بالایی دارند. در نقطه‌ی مقابل، گاز کربن‌دی‌اکسید یک ماده‌ی مولکولی است. همانطور که می‌دانیم، برای ذوب کردن مواد مولکولی، باید بر نیروهای ضعیف بین مولکولی در آن‌ها غلبه کنیم. به همین دلیل، چنین موادی نقطه ذوب پایینی دارند.

۲) هر مول سیلیس(SiO_2)، همانند هر مول کربن‌دی‌اکسید(CO_2)، دارای دو مول اتم اکسیژن در ساختار خود است. با توجه به اینکه عنصر سیلیسیم در خانه‌ی پایینی عنصر کربن در جدول تناوبی واقع شده است، جرم اتمی بیشتری نسبت به جرم اتمی عنصر کربن دارد. بنابراین سیلیس نسبت به کربن‌دی‌اکسید، جرم مولی بیشتری خواهد داشت. از آنجا که شمار اتم‌های اکسیژن در یک مول از این دو ماده با یکدیگر برابر است اما سیلیس جرم مولی بالاتری دارد، نتیجه می‌گیریم درصد جرمی عنصر اکسیژن در کربن‌دی‌اکسید(ماده‌ای که جرم مولی پایین‌تری دارد)، بیشتر خواهد بود.

۳) اتم اکسیژن در بلور سیلیس و یا مولکول کربن دی‌اکسید، توسط دو جفت الکترون پیوندی به اتم‌های دیگر متصل شده‌است که در مقایسه با این عنصر، خاصیت نافلزی کمتری دارند. بر این اساس، می‌توان گفت عدد اکسایش اتم اکسیژن در بلور سیلیس و مولکول کربن دی‌اکسید، برابر با ۲- است.

گروه آموزشی ماز

۹۷- کدام مطلب، نادرست است؟ ($H=1$ و $C=12$ و $O=16$: $g.mol^{-1}$)

۱) برخلاف چگالی، پایداری یک نمونه از گرافیت در مقایسه با الماس بیشتر است.

۲) درصد جرمی اکسیژن در اسید چربی با ۳۰ اتم هیدروژن و زنجیر هیدروکربنی سیرشده، تقریبا برابر ۱۳/۲٪ است.

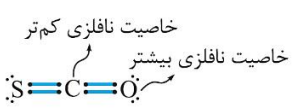
۳) نسبت شمار پیوندهای $C=C$ به شمار پیوندهای $C-C$ در ساختار گرافیت، نصف مقدار این نسبت در بنزن است.

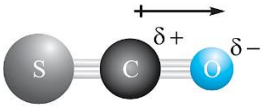
۴) در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کربونیل سولفید، بار جزئی منفی فقط بر روی اتمی با بیشترین شعاع اتمی قرار دارد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

ساختار لوویس کربونیل سولفید(CSO) به صورت زیر است:





نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی کربونیل سولفید نیز به صورت زیر است:

در این مولکول، ترتیب شعاع اتم‌ها به صورت $S>C>O$ بوده و بار جزئی منفی($\delta-$) غالب، بر روی اتم اکسیژن با خاصیت نافلزی بیشتر قرار دارد.

www.biomaze.ir

بررسی سایر گزینه‌ها:

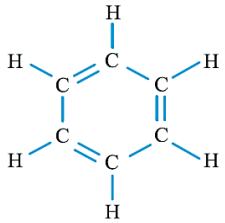
۱ گرافیت، از صفحات دوبعدی تشکیل شده که از هم فاصله دارند، در نتیجه چگالی آن از الماس که در آن هر اتم کربن با ۴ اتم کناری خود پیوند کووالانسی دارد، کمتر است. از طرف دیگر، گرافیت آلوتروپ پایدارتر کربن است. در جدول زیر مهمترین ویژگی‌های الماس و گرافیت آمده است:

آلوتروپ	الماس	گرافیت
نوع جامد	کووالانسی سه بعدی	کووالانسی دو بعدی
ویژگی ظاهری	شفاف	تیره
سختی یا نرمی	بسیار سخت	نسبتا نرم
نقطه ذوب	بالا	بالا
رسانایی الکتریکی در حالت جامد	ندارد	دارد
رسانایی گرمایی در حالت جامد	دارد	ندارد
چگالی	بیشتر	کمتر
پایداری	ناپایدارتر	پایدارتر
قدرمطلق آنتالپی سوختن	بیشتر	کمتر

۲ فرمول عمومی اسیدهای چرب با زنجیر هیدروکربنی سیرشده به صورت $C_nH_{۲n}O_۲$ است. اگر تعداد اتم‌های هیدروژن یک اسید چرب برابر با ۳۰ عدد باشد، فرمول شیمیایی این اسید به صورت $C_{۱۵}H_{۳۰}O_۲$ بوده و درصد جرمی اکسیژن در آن برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم اسیدچرب}} \times ۱۰۰ = \frac{(۲ \times ۱۶) \times ۱۰۰}{(۱۵ \times ۱۲) + (۳۰ \times ۱) + (۲ \times ۱۶)} = \frac{۳۲۰۰}{۲۴۲} \simeq ۱۳/۲ \text{ درصد}$$

۳ نسبت شمار پیوندهای $C = C$ به پیوندهای $C - C$ در ساختار گرافیت و بنزن به ترتیب برابر $\frac{۲}{۴} = ۰/۵$ و $\frac{۳}{۳} = ۱$ است. ساختار مولکولی بنزن به عنوان سرگروه خانواده ترکیب‌های آروماتیک به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز

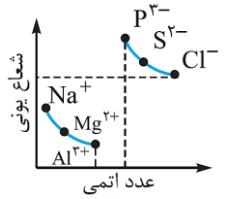
۹۸- کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

۱) آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم کلرید، کمتر از آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.
۲) تفاوت شعاع یون فسفید و یون آلومینیم، در مقایسه با تفاوت شعاع یون کلرید و یون سدیم بیشتر است.
۳) نسبت میان شمار جفت الکترون ناپیوندی به پیوندی در یون سیلیکات، مشابه مقدار این نسبت در $SO_۲$ است.
۴) در فرایند تولید نیم مول گالیم فلوئورید از عناصر سازنده آن، $۱/۸۰۶ \times ۱۰^{۲۴}$ الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

از میان آنیون‌های موجود در یک دوره، با افزایش بار یون‌ها، شعاع آن‌ها بیشتر می‌شود. به عنوان مثال، مقایسه شعاع آنیون‌های موجود در تناوب دوم به صورت $_۷N^{۳-} > {}_۸O^{۲-} > {}_۹F^-$ است. از میان کاتیون‌های موجود در یک دوره، با افزایش بار یون‌ها، شعاع آن‌ها کاهش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، مقایسه کاتیون‌های موجود در تناوب سوم به صورت $_{۱۳}Al^{۳+} > {}_{۱۲}Mg^{۲+} > {}_{۱۱}Na^+$ است. البته، توجه داریم که شمار لایه‌های الکترونی موجود در آنیون‌های یک دوره، یکی بیشتر از شمار لایه‌های الکترونی کاتیون‌های موجود در آن دوره است و به همین خاطر، شعاع آنیون‌های موجود در هر دوره به طور کلی بیشتر از کاتیون‌های موجود در آن دوره است. نمودار زیر، روند تغییر شعاع یون‌ها در تناوب سوم را نشان می‌دهد:



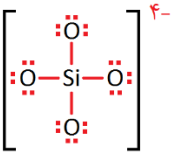
www.biomaze.ir

با توجه به نمودار بالا، شعاع یون ${}_{15}P^{3-}$ از شعاع یون ${}_{17}Cl^{-}$ بیشتر است. از جهتی یون ${}_{13}Al^{3+}$ نیز در مقایسه با یون ${}_{11}Na^{+}$ شعاع یونی کوچک‌تری دارد، پس تفاوت شعاع یون فسفید و یون آلومینیم، در مقایسه با تفاوت شعاع یون کلرید و یون سدیم بیشتر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ به انرژی لازم برای فروپاشی شبکهٔ بلوری یک مول جامد یونی در فشار ثابت و تبدیل آن به یون‌های گازی مجزا، آنتالپی فروپاشی شبکه گفته می‌شود. مقدار آنتالپی فروپاشی شبکه هر ترکیب یونی در مقیاس کیلوژول بر مول گزارش می‌شود. در بلور منیزیم کلرید($MgCl_2$)، همانند بلور سدیم سولفید(Na_2S)، مجموع قدرمطلق بارهای الکتریکی یون‌ها با هم برابر و معادل ۳ است؛ پس برای مقایسه آنتالپی فروپاشی این دو ترکیب، باید شعاع یونی ذرات سازنده آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. از میان آنیون‌های حاصل از عناصر موجود در یک تناوب، با افزایش عدد اتمی، شعاع یونی کاهش پیدا می‌کند. به طریق مشابه، از میان کاتیون‌های حاصل از عناصر موجود در یک تناوب نیز با افزایش عدد اتمی، شعاع یونی کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت یون کلرید در مقایسه با یون سولفید شعاع کوچک‌تری داشته و یون منیزیم نیز در مقایسه با یون سدیم شعاع کوچک‌تری دارد. بر این اساس، می‌توان گفت آنتالپی فروپاشی شبکه منیزیم کلرید، بیشتر از آنتالپی فروپاشی شبکه سدیم سولفید است.

۳ نسبت میان شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی به شمار جفت الکترون‌های پیوندی در یون سیلیکات با فرمول شیمیایی SiO_4^{4-}، برابر با ۳ است. توجه داریم که مقدار این نسبت در SO_3، برابر با ۲ می‌شود. ساختار یون سیلیکات به صورت زیر است:



۴ گالیم، یک عنصر فلزی از تناوب چهارم و گروه شماره ۱۳ جدول دوره‌ای بوده و در واکنش با عناصر نافلزی، ۳ الکترون از دست می‌دهد. معادله واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

$$Ga(s) + 1/5F_2(g) \rightarrow Ga^{3+}(s) + 3F^{-}(s) \longrightarrow GaF_3(s)$$

با توجه به معادله بالا، به ازای تولید هر مول گالیم فلوئورید، ۳ مول الکترون مبادله می‌شود. از آن‌جا که هر مول الکترون معادل $6/02 \times 10^{23}$ الکترون است، مقدار الکترون مبادله‌شده را به ازای تولید نیم مول گالیم فلوئورید محاسبه می‌کنیم:

$$?e = 0/5\ mol\ GaF_3 \times \frac{3\ mol\ e}{1\ mol\ GaF_3} \times \frac{6/02 \times 10^{23} e}{1\ mol\ e} = 9/03 \times 10^{23} e$$

بر این اساس، به ازای تولید نیم مول گالیم فلوئورید، $9/03 \times 10^{23}$ الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۹۹- با دادن مقداری گرما به ۵۰۰ گرم از یک نمونه آب، دمای آن به اندازه ۹۰°C افزایش می‌یابد. اگر همین مقدار گرما، صرف فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید شود، چه تعداد یون گازی طی این فرایند حاصل می‌شود؟ (گرمای ویژه آب را برابر $4J.g^{-1}.°C^{-1}$ در نظر گرفته و آنتالپی فروپاشی شبکه بلور منیزیم اکسید را برابر با ۳۶۰۰ کیلوژول بر مول در نظر بگیرید.)

۱) $3/01 \times 10^{23}$ ۲) $6/02 \times 10^{23}$ ۳) $3/01 \times 10^{22}$ ۴) $6/02 \times 10^{22}$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان ـ مساله ـ ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

ابتدا گرمای داده شده به نمونه آب را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \Longrightarrow Q = 500 \times 4 \times 90 \Longrightarrow Q = 180000\ J \Longrightarrow Q = 180\ kJ$$

ظرفیت گرمایی(C) یک جسم، به مقدار جرم(m) آن جسم وابسته است. دانشمندان برای از بین بردن این وابستگی، مفهوم ظرفیت گرمایی ویژه یا همان گرمای ویژه(c) را معرفی کردند. ظرفیت گرمایی ویژه یک ماده، معادل با مقدار گرمای لازم برای افزایش دمای یک گرم از آن ماده به اندازه یک درجه سانتی گراد است. مقدار گرمای ویژه مواد مختلف را با نماد c نشان می‌دهند. از رابطه زیر، برای بررسی میزان تغییر دمای یک جسم($\Delta\theta$) با ظرفیت گرمایی ویژه c و جرم m گرم بر حسب میزان گرمای مبادله شده توسط آن جسم(Q) استفاده می‌شود:

$$Q = m \cdot c \cdot \Delta\theta \Longrightarrow \Delta\theta = \frac{Q}{m \cdot c}$$

توجه داریم که گرمای ویژه(c) یک جسم را می‌توان معادل با ظرفیت گرمایی(C) یک گرم از آن ماده در نظر گرفت. با توجه به توضیحات داده شده، رابطه میان ظرفیت گرمایی(C) و گرمای ویژه(c) یک نمونه از ماده به جرم m گرم، به صورت مقابل است:

$$C = m \cdot c$$

معادله فروپاشی شبکه بلوری منیزیم اکسید(MgO)، به صورت مقابل است: $MgO(s) + 3600\ kJ \longrightarrow Mg^{2+}(g) + O^{2-}(g)$

انرژی لازم برای تبدیل یک مول جامد یونی به یون‌های گازی سازنده آن در فشار ثابت، آنتالپی فروپاشی شبکه بلور ترکیب یونی را نشان می‌دهد. در این فرآیند، به شبکه بلور انرژی داده می‌شود؛ درنتیجه این فرایند واکنشی گرماگیر($\Delta H > 0$) است، یعنی سطح انرژی فراورده‌های تولید شده در آن(یون‌های گازی)، بیشتر از سطح

www.biomaze.ir

انرژی واکنش‌دهنده مصرف شده(جامد یونی) بوده و پایداری آن، کمتر از واکنش‌دهنده است. برای مثال، واکنش مربوط به فروپاشی شبکه بلور سدیم کلرید به صورت زیر است:

$$NaCl(s) + ۷۸۷\ kJ \rightarrow Na^+(g) + Cl^-(g)$$

همانطور که گفتیم، در این واکنش یون‌های گازی، انرژی بیشتری(پایداری کمتری) نسبت به جامد یونی دارند.

به ازای فروپاشی بلور یک مول منیزیم اکسید با استفاده از ۳۶۰۰ کیلوژول انرژی، مقدار ۲ مول یون گازی حاصل می‌شود. بر این اساس، می‌توان شمار یون‌های گازی تولید شده به ازای دادن ۱۸۰ کیلوژول گرما به این ماده را به صورت زیر محاسبه کرد:

$$\text{تعداد یون} = ۱۸۰\ kJ \text{ گرما} \times \frac{۱\ mol\ MgO}{۳۶۰۰\ kJ \text{ گرما}} \times \frac{۲\ mol \text{ یون}}{۱\ mol\ MgO} \times \frac{۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۳} \text{ یون}}{۱\ mol \text{ یون}} = ۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲} \text{ یون}\ ?$$

با توجه به محاسبات بالا، شمار یون‌های گازی تولید شده برابر با $۶/۰۲ \times ۱۰^{۲۲}$ عدد است.

گروه آموزشی ماز

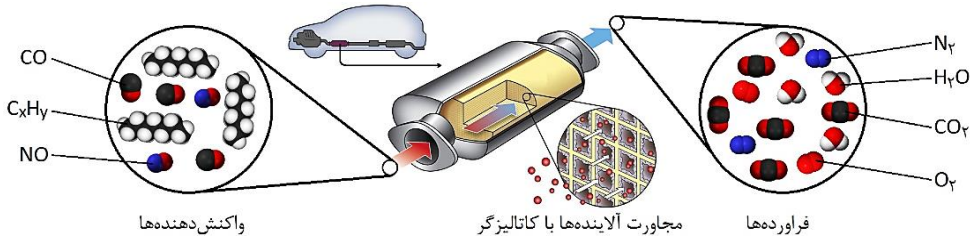
۱۰۰- کدام‌یک از مطالب زیر نادرست است؟

۱) در واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته در مبدل‌کاتالیستی، عدد اکسایش اتم‌های کربن کمتر از ۴ واحد افزایش‌می‌یابد.
۲) در واکنش گرماگیر، سطح انرژی ذره بوجود آمده در قله نمودار انرژی-پیشرفت، به سطح انرژی فراورده‌ها نزدیک‌تر است.
۳) همانند اوزون، با تاریک شدن هوا از غلظت گاز $NO_۲$ که دلیل اصلی رنگ قهوه ای هوای آلوده است، کمتر می‌شود.
۴) از طیف‌سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای و برخی گازها استفاده کرد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

گازهای کربن مونوکسید، نیتروژن مونوکسید و هیدروکربن‌های نسوخته(C_xH_y)، از جمله آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها هستند که باعث آلودگی هواکره می‌شوند. با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی، می‌توان مقدار این آلاینده‌ها را به طور قابل توجهی کاهش داد. تصویر زیر، کارکرد مبدل‌های کاتالیستی در خودروهای غیردیزلی را نشان می‌دهد:



واکنش‌های انجام شده در این کاتالیزگرها به صورت زیر است:

$$2CO(g) + O_۲(g) \rightarrow ۲CO_۲(g) \quad (CO) \text{ حذف گاز کربن مونوکسید}:$$

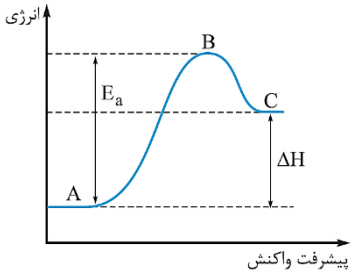
$$2NO(g) \rightarrow N_۲(g) + O_۲(g) \quad (NO) \text{ حذف گاز نیتروژن مونوکسید}:$$

$$C_xH_y(g) + (x + \frac{y}{۴})O_۲(g) \rightarrow xCO_۲(g) + (\frac{y}{۲})H_۲O(g) \quad : \text{حذف هیدروکربن‌های نسوخته}$$

در واکنش حذف هیدروکربن‌های نسوخته، ترکیبی با فرمول C_xH_y مصرف شده و گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. ترکیب C_xH_y، نوعی هیدروکربن بوده و میانگین عدد اکسایش اتم‌های کربن در آن حتما منفی است درحالی که در ساختار گاز کربن دی‌اکسید، عدد اکسایش اتم کربن برابر با ۴+ است. در واقع، طی این فرایند عدد اکسایش اتم‌های کربن موجود در ماده اولیه، از یک عدد منفی به ۴+ رسیده است، پس می‌توان گفت عدد اکسایش اتم‌های کربن بیش از ۴ واحد افزایش یافته است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) تصویر زیر نمودار انرژی-پیشرفت یک واکنش شیمیایی گرماگیر(مثل واکنش تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون) را نشان می‌دهد:



www.biomaze.ir

سطح انرژی فراورده‌های این واکنش از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌های آن بالاتر بوده و برای آغازشدن آن، باید مقداری انرژی به واکنش‌دهنده‌ها داده شود. در واکنش‌های گرماگیر، ذرات شرکت کننده در واکنش مقداری انرژی جذب کرده و سطح انرژی آن‌ها افزایش پیدا می‌کند. مقایسه سطح انرژی گونه‌های مختلف در این واکنش‌ها به صورت مقابل است:

انرژی سطح : واکنش‌دهنده‌ها < فراورده‌ها < گونه‌ی موجود در قله‌ی نمودار

۳ گاز NO_2، اکسید قهوه‌ای رنگ نیتروژن بوده و عامل اصلی رنگ قهوه‌ای هوای آلوده است. با تاریک شدن هوا وکاهش تردد خودروها، تولید گاز NO_2 و همچنین گاز اوزون کمتر شده و در نتیجه غلظت این گازهای آلاینده در هواکره کاهش می‌یابد.

با ورود خودروها به خیابان، گاز NO تولیدشده در موتور خودروها وارد هواکره شده و به همین خاطر، غلظت این گاز در هواکره در حدود ساعت ۷ صبح به بیشترین مقدار خود می‌رسد. با گذشت زمان، گاز NO موجود در هوا با گاز اکسیژن واکنش داده و گاز NO_2 را تولید می‌کند. با انجام‌شدن این واکنش، غلظت گاز NO در هوا کاهش یافته و غلظت گاز NO_2 افزایش پیدا می‌کند؛ تا جایی که غلظت این گاز در حوالی ساعت ۹ صبح به بیشترین مقدار خود می‌رسد. گاز NO_2 تولیدشده هم عمر زیادی نکرده و با شرکت در واکنش $NO_2(g) + O_2(g) \rightarrow NO(g) + O_3(g)$، موجب تولید گاز اوزون و افزایش غلظت آن در هواکره می‌شود. غلظت گاز اوزون تولیدشده در این فرایند، در حوالی ساعت ۱۰ صبح به حداکثر مقدار خود می‌رسد.

۴ از طیف سنجی فروسرخ می‌توان برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای و برخی آلاینده‌ها در هواکره مانند گازهای CO، NO و NO_2 استفاده کرد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- کدام موارد از عبارت‌های داده شده درست هستند؟

آ: تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها در دمای ثابت، بر میزان پیشرفت واکنش تعادلی بی‌تاثیر است.

ب: با ریختن مقداری براده آهن در ظرف واکنش فرایند هابر، زمان مورد نیاز برای برقراری تعادل کاهش می‌یابد.

پ: ثابت تعادل واکنش تولید آمونیاک در دمای $300K$ و فشار ۲۵۰ اتمسفر، نسبت به شرایط بهینه فرایند هابر کمتر است.

ت: افزایش دما در تعادل $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g)$، همانند افزودن گاز N_2O_4 به سامانه، رنگ مخلوط را پررنگ می‌کند.

۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

پاسخ: گزینه ۴ (سخت ـ مفهومی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی

عبارت‌های (ب) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در دمای ثابت، مقدار ثابت تعادل واکنش‌ها با ایجاد هر تغییری ثابت باقی می‌ماند، اما تغییر غلظت واکنش‌دهنده‌ها موجب جابه‌جایی تعادل شده و درنتیجه بر میزان پیشرفت واکنش تعادلی تاثیرگذار است.

ب: معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:

$$N_2(g) + 3H_2(g) \rightarrow 2NH_3(g) + Q$$

آهن، یکی از کاتالیزگرهای مورد استفاده برای انجام شدن این واکنش است. با قرار دادن این فلز در ظرف واکنش، سرعت واکنش‌های رفت و برگشت به طور هم‌زمان افزایش پیدا کرده و سامانه سریع‌تر به تعادل می‌رسد، اما باید توجه داشته باشیم که کاتالیزگر تاثیری در درصد پیشرفت واکنش ندارد و فقط زمان رسیدن به تعادل را کوتاه‌تر می‌کند.

پ: واکنش کلی مربوط به فرایند هابر، گرماده بوده و با کاهش دما، در جهت رفت جابه‌جا می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت ثابت تعادل این واکنش در دمای ۳۰۰ کلوین(معادل با دمای ۲۷ درجه سانتی‌گراد)، بیشتر از ثابت تعادل آن در دمای ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد(شرایط بهینه برای انجام فرایند هابر) است. در واقع، آقای فریتس هابر واکنش میان گازهای نیتروژن و هیدروژن را بارها و بارها در شرایط گوناگون انجام داد تا سرانجام موفق به یافتن شرایط بهینه انجام‌شدن این واکنش شد. واکنش انجام‌شده توسط هابر به صورت زیر است:

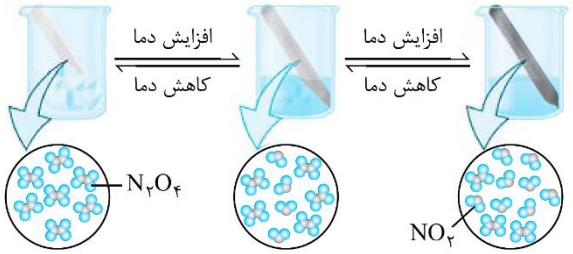
$$N_2(g) + 3H_2(g) \xrightleftharpoons{200\,atm \text{ و } 450\,^{\circ}C \text{ و } Fe(s)} Q + 2NH_3(g)$$

همانطور که مشخص است، شرایط بهینه برای انجام شدن این فرایند، شامل دمای $450\,^{\circ}C$(معادل با ۷۲۳ کلوین)، فشار $200\,atm$ و فلز آهن به عنوان کاتالیزگر مناسب می‌شود. در چنین شرایطی، ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

ت: با افزودن گاز N_2O_4 به سامانه تعادلی $2NO_2(g) \rightleftharpoons N_2O_4(g) + Q$، واکنش در جهت برگشت(در جهتی که منجر به مصرف گاز N_2O_4 می‌شود) به پیش رانده می‌شود. با انجام شدن واکنش برگشت، غلظت گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 به تدریج افزایش یافته و رنگ مخلوط مورد نظر تیره‌تر می‌شود. با افزایش دمای مخلوط واکنش نیز تعادل در جهت مصرف گرما(در جهت برگشت) جابه‌جا شده و غلظت گاز NO_2 به تدریج افزایش یافته و رنگ مخلوط مورد نظر تیره‌تر می‌شود.

www.biomaze.ir

تصویر زیر، نمایی از فرایند انجام شدن این واکنش را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۱۰۲- واکنش تعادلی $2X(g) + Y(g) \rightleftharpoons 2Z(g)$، در یک ظرف ۲ لیتری و با حضور ۵ مول از هر کدام از واکنش‌دهنده‌ها شروع می‌شود تا به تعادل برسد. اگر در لحظه تعادل غلظت $Z(g)$، برابر با مجموع غلظت واکنش دهنده‌های باقیمانده باشد، ثابت تعادل این واکنش چقدر است؟

۱) $\frac{32}{3} L.mol^{-1}$ ۲) $\frac{3}{32} mol.L^{-1}$ ۳) $\frac{16}{3} L.mol^{-1}$ ۴) $\frac{8}{9} L.mol^{-1}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

توجه داریم که ثابت تعادل واکنش فرضی $aA(aq) + bB(g) + cC(s) \rightleftharpoons dD(l) + eE(aq)$، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$K = \frac{[E]^e}{[A]^a.[B]^b}$$

حالت فیزیکی همه مواد شرکت‌کننده در واکنش مورد نظر گاز است؛ بنابراین ثابت تعادل واکنش داده شده به صورت $\frac{[Z]^2}{[Y].[X]^2}$ محاسبه می‌شود. اگر فرض کنیم از ابتدای واکنش تا زمان برقراری تعادل x مول از گونه Y مصرف شده است، در طول این بازه زمانی مقدار $2x$ مول از عنصر X نیز مصرف شده و مقدار $2x$ مول از Z نیز تولید شده است. مقدار اولیه واکنش‌دهنده‌ها برابر با ۵ مول بوده و حجم ظرف واکنش نیز برابر با ۲ لیتر است. بنابراین غلظت مولی گونه‌های $X(g)$، $Y(g)$ و $Z(g)$ به ترتیب برابر با $\frac{5-2x}{2}$، $\frac{5-x}{2}$ و $\frac{2x}{2}$ خواهد شد.

بر این اساس، داریم:

$$\text{غلظت فراورده} = \text{مجموع غلظت واکنش‌دهنده‌ها} \Rightarrow \frac{5-2x}{2} + \frac{5-x}{2} = \frac{2x}{2} \Rightarrow x = 2$$

بنابراین غلظت تعادلی گونه‌های $X(g)$، $Y(g)$ و $Z(g)$ به ترتیب برابر با ۰/۵، ۱/۵ و ۲ مول بر لیتر است. در نهایت ثابت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[Z]^2}{[Y].[X]^2} \Rightarrow \frac{(2)^2}{\frac{3}{2} \times (\frac{1}{2})^2} = \frac{32}{3} L.mol^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، ثابت تعادل این واکنش برابر با $\frac{32}{3}$ لیتر بر مول می‌شود.

یکای ثابت تعادل برای واکنش‌های مختلف، متفاوت از یکدیگر است و به تفاوت میان شمار مول‌های گازی و محلول موجود در دو طرف واکنش بستگی دارد. در این رابطه، داریم:

Δn = تعداد مول‌های گازی و محلول در سمت چپ واکنش - تعداد مول‌های گازی و محلول در سمت راست واکنش

یکای K واکنش $= (mol.L^{-1})^{\Delta n}$

با توجه به توضیحات داده شده، یکای ثابت تعادل واکنش $3H_2(g) + N_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g)$، معادل با $L^2.mol^{-2}$ است. این در حالی است که یکای ثابت تعادل واکنش $CaCO_3(s) \rightleftharpoons CaO(s) + CO_2(g)$ معادل با $mol.L^{-1}$ می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- چند مورد از مطالب زیر درباره مبدل‌های کاتالیستی، درست هستند؟

آ: نسبت $\frac{E_a}{|\Delta H|}$ در واکنش تبدیل NO به N_2 از مقدار این نسبت برای تبدیل CO به CO_2 بیشتر است.

ب: مبدل کاتالیستی برای مدت کوتاهی کار کرده و پس از مدتی کارایی آن کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیست.

پ: پلاتین یک فلز نجیب است که به صورت توده‌هایی با قطر کمتر از ۱۱ نانومتر در مبدل‌های کاتالیستی استفاده می‌شود.

ت: در واکنش انجام شده در محفظه دوم از مبدل کاتالیستی موجود در خودروهای دیزلی، گاز آمونیاک نقش کاهنده دارد.

۱) ۴ ۲) ۳ ۳) ۲ ۴) ۱

www.biomaze.ir

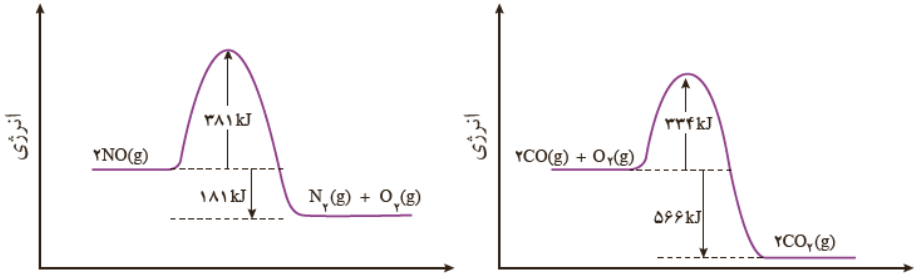
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط ـ مفهومی و حفظی ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

عبارت‌های (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: با توجه به نمودارهای زیر، مقدار انرژی فعال‌سازی (E_a) واکنش تبدیل گاز NO به N_2 بزرگ‌تر و مقدار قدرمطلق آنتالپی این واکنش نیز نسبت به واکنش تبدیل CO به CO_2 کوچک‌تر است. بر این اساس، می‌توان گفت نسبت $\frac{Ea}{|\Delta H|}$ برای تبدیل NO به N_2 بزرگتر خواهد بود. در رابطه با این دو واکنش داریم:



دقت کنید که مقایسه مقدار انرژی فعال‌سازی این دو واکنش، از جمله مواردی است که تا به حال در کنکور سراسری از آن سوال طرح شده است!!

ب: مبدل‌های کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کنند اما پس از مدت معینی، مواد موجود در آن‌ها با برخی از آلاینده‌های موجود در سوخت‌ها واکنش داده و طی این فرایند، کارایی آن‌ها کاهش یافته و دیگر قابل استفاده نیستند.

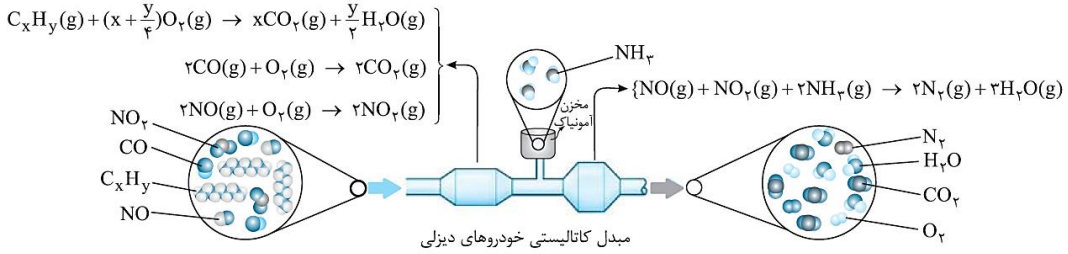
کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، این مبدل‌ها را می‌توان به شکل یک قطعه سرامیکی ساخت که به شکل توری درآمده و فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین بر روی آن‌ها نشانده شده است. در نقطه مقابل، سرامیک موجود در این مبدل‌ها را می‌توان به شکل مش(دانه)های ریز درآورده و کاتالیزگرهای فلزی را بر روی سطح دانه‌ها پخش کرد. بدیهی است که در حالت دوم(ساختن سرامیک به صورت مش)، سطح تماس کاتالیزگرها با گازهای آلاینده افزایش پیدا کرده و مقدار بیشتری از گازهای آلاینده توسط مبدل کاتالیستی حذف می‌شوند و در نتیجه کارایی مبدل افزایش پیدا می‌کند.

پ: پلاتین (Pt)، همانند طلا یک فلز نجیب است که حتی در محیط‌های اسیدی هم اکسایش نمی‌یابد. این فلز به همراه فلزهای رودیم (Rh) و پالادیم (Pd) در سطح سرامیک‌های درون مبدل کاتالیستی به صورت توده‌هایی با قطر ۲ تا ۱۰ نانومتر استفاده می‌شود.

ت: در مبدل کاتالیستی به کار رفته در خودروهای دیزلی، با ورود آمونیاک و انجام واکنش زیر، آلاینده‌های NO و NO_2 به گاز N_2 تبدیل شده و تا حدود زیادی از ورود این دو اکسید نیتروژن به هواکره جلوگیری می‌شود. توجه داریم که این واکنش، یک واکنش اکسایش-کاهش است و آمونیاک در آن نقش کاهنده را ایفا می‌کند. در این واکنش، عدد اکسایش اتم نیتروژن از ۳- در NH_3 به صفر در N_2 افزایش پیدا می‌کند.

$$NO(g) + NO_2(g) + 2NH_3(g) \rightarrow 2N_2(g) + 3H_2O(g)$$

تصویر زیر، نمایی از مبدل کاتالیستی خودروهای دیزلی را نشان می‌دهد:



۱۰۴- مخلوطی از گاز CO و بخار آب را در یک ظرف ۵ لیتری گرما می‌دهیم تا تعادل $CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$ برقرار شود. اگر در مخلوط اولیه، درصد حجمی گازها با هم برابر بوده و در حالت تعادل، ۲۲ گرم اکسید اسیدی وجود داشته باشد، درصد جرمی بخار آب در حالت تعادل به‌طور تقریبی کدام است؟ (ثابت تعادل واکنش را $۶/۲۵ \times ۱۰^{-۲}$ در نظر بگیرید.)

$(O = ۱۶$ و $C = ۱۲$ و $H = ۱ : g.mol^{-۱})$

۱) ۲۶/۱ ۲) ۲۸/۲ ۳) ۳۱/۳ ۴) ۳۴/۶

www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (سخت ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

از آن‌جا که درصد حجمی گازهای CO و H_2O در مخلوط اولیه با هم برابر است، پس تعداد مول اولیه این دو گاز را برابر n در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$CO(g) + H_2O(g) \rightleftharpoons CO_2(g) + H_2(g)$$

در آغاز واکنش:	n	n	0	0
در لحظهٔ تعادل:	$n-x$	$n-x$	x	x

در حالت تعادل، $\frac{22}{44} = 0/5$ مول اکسید اسیدی CO_2 در تعادل وجود دارد. مقدار گاز هیدروژن تولید شده نیز با مقدار گاز کربن دی‌اکسید تولید شده برابر است. بنابراین داریم:

$$K = \frac{[CO_2][H_2]}{[CO][H_2O]} = \frac{n_{CO_2} \times n_{H_2}}{n_{CO} \times n_{H_2O}} = \frac{(0/5)^2}{(n-0/5)^2} = 6/25 \times 10^{-2}$$

$$\Rightarrow (n-0/5)^2 = \frac{25 \times 10^{-2}}{6/25 \times 10^{-2}} = 4 \rightarrow n - 0/5 = 2 \rightarrow n = 2/5\ mol$$

بنابراین در حالت تعادل، ۰/۵ مول از هر یک از گازهای CO_2 و H_2 و ۲ مول از هر یک از گازهای CO و H_2O وجود دارد و درصد جرمی بخار آب در تعادل برابر خواهد بود با:

$$\text{درصد جرمی بخار آب} = \frac{(2 \times 18)}{(2 \times 18) + (2 \times 28) + (0/5 \times 44) + (0/5 \times 2)} \times 100 = \frac{3600}{36 + 56 + 22 + 1} \simeq \text{درصد } 31/3$$

گروه آموزشی ماز

۱۰۵- یک نمونه از اتانول، در شرایط مناسب با گاز اکسیژن واکنش داده و ضمن اکسید شدن، استیک اسید به همراه آب را تولید می‌کند. به ازای تولید ۹۰ گرم استیک اسید، چند الکترون در واکنش مورد نظر بین گونه‌ها مبادله می‌شود و این مقدار از اسید تولید شده، با چند گرم ۱-بوتانول واکنش می‌دهد؟

($H = 1 : g.mol^{-1}$ و $C = 12$ و $O = 16$)

۱) $74 - 1/806 \times 10^{24}$

۲) $111 - 1/806 \times 10^{24}$

۳) $74 - 3/612 \times 10^{24}$

۴) $111 - 3/612 \times 10^{24}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط ـ مساله ـ ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

طبق فرض سوال، اتانول در شرایط مناسب با گاز اکسیژن واکنش داده و ضمن اکسید شدن، استیک اسید به همراه آب را تولید می‌کند.

معادله واکنش انجام شده در این فرایند به صورت زیر است:

$$C_2H_5OH + O_2 \xrightarrow{4e} CH_3COOH + H_2O$$

در این واکنش، عدد اکسایش یک اتم کربن در مولکول اتانول از ۱- به ۳+ در مولکول استیک اسید رسیده و دو اتم اکسیژن نیز کاهش یافته و عدد اکسایش آن‌ها از صفر به ۲- رسیده است، پس می‌توان گفت در این واکنش ۴ الکترون مبادله شده است. بر این اساس، داریم:

$$?\ e^- \text{ تعداد} = 90\ g\ CH_3COOH \times \frac{1\ mol\ CH_3COOH}{60\ g\ CH_3COOH} \times \frac{4\ mol\ e^-}{1\ mol\ CH_3COOH} \times \frac{6/02 \times 10^{23}\ e^- \text{ تعداد}}{1\ mol\ e^-} = 3/612 \times 10^{24}\ e^-$$

هر مول استیک اسید، با یک مول ۱-بوتانول(C_4H_9OH) واکنش داده و بوتیل اتانوات را ایجاد می‌کند. بر این اساس، داریم:

$$?\ g\ C_4H_9OH = 90\ g\ CH_3COOH \times \frac{1\ mol\ CH_3COOH}{60\ g\ CH_3COOH} \times \frac{1\ mol\ C_4H_9OH}{1\ mol\ CH_3COOH} \times \frac{74\ g\ C_4H_9OH}{1\ mol\ C_4H_9OH} = 111\ g$$

گروه آموزشی ماز

www.biomaze.ir

گروه آموزشی ماز

چرا مارکوپولو؟

- تنها کتاب موجود در ایران که شامل سوالات شبیه ساز نهایی و پیش‌بینی کنکور ۱۴۰۳ است.
- تنها کتاب موجود در ایران که تخمین رتبه شما را براساس کنکور و نمره نهایی انجام می دهد.
- تنها کتاب موجود در ایران که پاسخنامه فوق تشریحی به علاوه کادر آموزشی و جدول جمع بندی دارد.
- تنها کتاب موجود در ایران که شامل سوالات نهایی ۱۴۰۲ و راهنمای تصحیح مصححان آموزش و پرورش است.

بیشترین کیفیت + مناسب ترین قیمت

برای اطلاعات بیشتر کلیک کنید

۵ راهکار برای کاهش استرس و اضطراب در زمان جمع‌بندی کنکور

با نزدیک شدن به زمان کنکور استرس و اضطراب دانش‌آموزان زیاد می‌شود، به صورت کلی این استرس طبیعی است. زحمت‌های چند سال شما قرار است در یک آزمون خلاصه شود و نمی‌توان گفت که این استرس طبیعی نیست. فقط باید مراقب باشید که این استرس نزدیک زمان کنکور مانع جمع‌بندی و تست‌زنی و کاهش ساعت مطالعه شما نشود.

علل استرس و اضطراب در ایام جمع‌بندی:

۱.عدم آمادگی کامل برای کنکور
۲.فراموشی مطالب
۳.نداشتن یک برنامه‌ریزی دقیق برای جمع‌بندی دروس
۴.توقع گرفتن یک نتیجه خوب و دل‌خواه
۵.تحت فشار خانواده و مسائل مربوط به خانواده
۶.تعداد سوالات غلط و نزده زیاد
و...

علایم اضطراب:

یک سری علائم مربوط به شرایط بدنی ما می‌شود. مانند: سرگیجه، مشکل در خوابیدن و بیدار شدن، ناخن جویدن، درد معده، سردرد و...
یک سری علائم مربوط به روحیه می‌شود. مانند: بی حوصلگی، تنبلی کردن و عدم اجرای برنامه، احساس خستگی و خواب‌آلودگی و...

چگونه استرس خودمان را کاهش دهیم؟

۱. محیط مطالعه خود را سر و سامانی دهید!
گاهی اوقات دانش‌آموزان به محیط مطالعشان توجهی ندارند و از تاثیرات آن بی‌خبرند. مکانی را که شما برای مطالعه درنظر می‌گیرید باید ساده و مرتب باشد. زمانی که جلوی دیدتان شلوغ باشد تمرکزتان روی مطالعه کاهش پیدا می‌کند و درنهایت سرعت مطالعتان کاهش پیدا میکند.

۲. یک برنامه دقیق داشته باشید.
برای خودتان یک برنامه دقیق از مباحثی که قراراست جمع‌بندی کنید. لیست کارهایی که قرار است انجام بدهید دربیاورید.
دراین برنامه ساعت خواب و بیداری خودتان را مشخص کنید. بهتراست ساعت خوابتان را نزدیک کنکور تغییر ندهید و طبق یک روتین پیش بروید.
کنار کارهایی که در لیست نوشته اید تیک بزنید تا اعتماد بنفستان حفظ شود و انگیزه بگیرید برای روزهای پایانی.
در برنامه‌ریزی خودتان سعی کنید از آزمون‌های جمع‌بندی سال‌های گذشته ماز و امسال بهره ببرید تا بتوانید تمام مباحث را مرور کنید و نگران فراموشی آن‌ها نباشید. درنهایت بعداز این آزمون‌ها به سراغ کنکورهای سال‌های اخیر بروید.

۳. ورزش کنید.
اول صبح قبل ازاینکه به پای برنامه درسی بروید بهتراست کمی ورزش کنید. ورزش باعث ترشح هورمون دوپامین در بدن می‌شود و باعث می‌شود استرستان کاهش پیدا کند.

۴. تغذیه مناسبی داشته باشید.
دراین ایام بهتراست ازخوردن شیرینی‌جات و خوراکی‌هایی که مواد افزودنی دارند خودداری کنید. بهترین تغذیه دراین ایام خوردن میوه‌جات و مغزهای بادام، گردو، پسته و... است. حتما بطری آب در کنارخودتان قراردهید تا مصرف آب را فراموش نکنید.
مصرف قهوه و کافئین را به به حداقل برسانید یا کلا مصرف نکنید. چرا که خود کافئین باعث ایجاد استرس و اضطراب می‌شود.

۵. مصرف تلفن همراه را به حداقل برسانید!
سعی کنید خودتان را ازحواشی پیرامون کنکور دور کنید. از مقایسه خودتان با دیگران خودداری کنید. در این بازه تمام تمرکزتان را بر روی دروس بگذارید تا درنهایت بتوانید بهترین استفاده را ببرید و نتیجه دلخواهتان را بگیرید.