



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۲۴



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۳

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.  
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



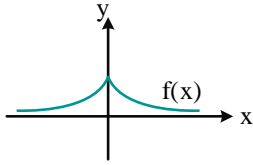
AzmonVIP



۱- طول بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع  $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 2}$  روی آن نزولی است، کدام است؟

- (۱)  $\sqrt[3]{2}$  (۲) ۲ (۳)  $2 - \sqrt[3]{2}$  (۴) ۴

۲- نمودار تابع  $f(x)$  در شکل مقابل رسم شده است. کدام گزینه در مورد وضعیت یکنوایی تابع  $g(x) = \frac{f(x)}{x^2 + 1}$  درست است؟



(۱) روی  $\mathbb{R}$  اکیداً صعودی است.

(۲) روی  $\mathbb{R}$  اکیداً نزولی است.

(۳) روی  $(-\infty, 0]$  اکیداً صعودی و روی  $[0, +\infty)$  اکیداً نزولی است.

(۴) روی  $(-\infty, 0]$  اکیداً نزولی و روی  $[0, +\infty)$  اکیداً صعودی است.

۳- کدام تابع روی دامنه‌اش اکیداً یکنوا می‌باشد؟

- (۱)  $f(x) = \frac{x}{x^2 - 1}$  (۲)  $f(x) = \frac{1}{x^3 - 1}$  (۳)  $f(x) = \frac{x}{x^2 + 1}$  (۴)  $f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$

۴- تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x & x \geq 1 \\ -x^2 - x & x < 1 \end{cases}$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۵- تابع  $f(x) = x + |x| - |x^2 + x|$  چند نقطه بحرانی دارد؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶- تابع  $f(x) = 6x^5 + mx^4 + 10x^3$  اکسترمم نسبی ندارد.  $m$  چند مقدار صحیح را می‌تواند اختیار کند؟

- (۱) ۳۲ (۲) ۳۱ (۳) ۳۰ (۴) ۲۹

۷- تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x^2} - 2\sqrt[3]{(x-1)^2}$  چند نقطه اکسترمم نسبی دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۸- اگر نقطه  $A(m, 2)$  max نسبی تابع  $f(x) = \begin{cases} x^3 - 6x^2 + n + 4 & x \geq 1 \\ x^3 + 3x^2 + n - 5 & x \leq 1 \end{cases}$  باشد،  $m + n$  کدام است؟

- (۱) ۱ یا ۴ (۲) ۱ یا -۲۵ (۳) ۱ یا -۲۵ (۴) -۲ یا -۲۵

۹- به ازای کدام مقدار  $m$ ، مجموع کمترین و بیشترین مقدار تابع  $f(x) = x^3 - 3x^2 + m$  در بازه  $[-1, 3]$  برابر ۲ است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۱۰- بیشترین مقدار تابع  $f(x) = \sqrt{6\sqrt{x}} - 3\sqrt{x}$  کدام است؟

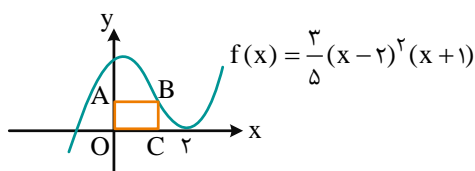
(۴)  $\frac{5\sqrt{2}}{4}$

(۳)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۲)  $\frac{4\sqrt{2}}{3}$

(۱)  $\frac{3\sqrt{2}}{4}$

۱۱- مستطیلی مطابق شکل زیر، طوری قرار گرفته است که یک رأس آن روی نمودار تابع  $f(x)$  و دو ضلع آن، روی محورهای مختصات قرار دارد. کدام گزینه در مورد محیط مستطیل درست است؟



(۱) کمترین مقدار آن  $\frac{166}{45}$  است.

(۲) بیشترین مقدار آن  $\frac{166}{45}$  است.

(۳) کمترین مقدار آن  $\frac{47}{9}$  است.

(۴) بیشترین مقدار آن  $\frac{47}{9}$  است.

۱۲- خط  $y = mx + \frac{1}{4}$  نمودار تابع  $f(x) = x^2 - x$  را در دو نقطه A و B قطع می‌کند. به ازای کدام مقدار m، طول پاره خط AB کمترین مقدار ممکن می‌شود؟

(۴)  $-\frac{1}{2}$

(۳)  $\sqrt{2} - 1$

(۲)  $2 - \sqrt{2}$

(۱) ۱

۱۳- جهت تقعر نمودار تابع  $f(x) = \sqrt[3]{x}(35 - x^3)$  در بازه  $(a, b)$  به سمت بالاست. بیشترین مقدار ممکن برای  $b - a$  کدام است؟

(۴) ۳

(۳)  $\frac{5}{2}$

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۴- تابع  $f(x) = \cos^2 x + 2\cos x$  در بازه  $(0, 2\pi)$  چند نقطه عطف دارد؟

(۴) ۴

(۳) ۳

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۵- به ازای کدام مقدار m، تابع  $f(x) = \frac{x - |x| + m}{|x| + 1}$  نقطه عطف دارد؟

(۴) -۲

(۳) -۱

(۲) ۲

(۱) ۱

۱۶- نمودار تابع  $f(x) = x^8 - 3x^4 - 4x$  در همسایگی نقطه  $x = -1$  به کدام گزینه شبیه است؟



(۴)



(۳)



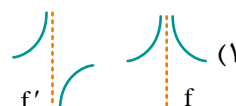
(۲)



(۱)

محل انجام محاسبات

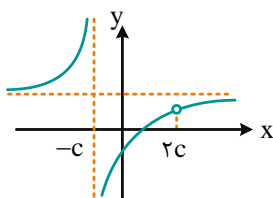
۱۷- در کدام مورد، نمودار  $f$  و  $f'$  در همسایگی نقطه‌ای مانند  $x=a$  درست رسم نشده است؟



۱۸- نقطه برخورد مجانب‌های تابع هموگرافیک  $f(x) = ax + b + \frac{2x^2 + 3}{x-1}$  روی نیمساز ربع اول و سوم مختصات است. مقدار  $f(0)$  کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۹- نمودار تابع  $f(x) = \frac{3x^2 - 7x + b}{x^2 - ax - 2}$  در شکل مقابل رسم شده است. تابع  $g(x) = xf(x)$  چند اکسترمم نسبی دارد؟



- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۰- معادله  $x^3 - 3x|x| = m$  سه جواب حقیقی و متمایز دارد. حدود  $m$  کدام است؟

- (۱)  $-1 \leq m \leq 1$  (۲)  $0 \leq m \leq 2$  (۳)  $-4 < m < 4$  (۴)  $-3 \leq m \leq 3$

۲۱- اگر بردارهای  $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$  در رابطه  $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = \vec{0}$  صدق کنند و  $|\vec{a}| = 4, |\vec{b}| = 5$  و  $|\vec{c}| = 6$  باشد، حاصل  $(\vec{a} + 3\vec{b}) \cdot (2\vec{a} - \vec{b})$  کدام است؟

- (۱) -۴۳ (۲)  $-55/5$  (۳)  $107$  (۴) صفر

۲۲- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- شرط لازم و کافی برای آن که دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  بر هم عمود باشند، این است که  $\vec{a} \cdot \vec{b} = 0$  باشد.

- اگر  $\vec{a}'$  تصویر بردار  $\vec{a}$  روی بردار  $\vec{b}$  باشد، همواره  $\vec{a} \cdot \vec{a}' \geq 0$  است.

- اگر  $m \neq 0$  و  $\vec{a} = (2, -1, m)$  و  $\vec{b} = (m+1, 3, 4)$  باشد، به ازای دو مقدار حقیقی  $m$ ، حاصل  $(\vec{m}\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (3\vec{a} - 2\vec{b})$  همواره برابر صفر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۳- اگر  $3x + 2y - 4z = 27$  و عبارت  $9x^2 + y^2 + 4z^2$  کمترین مقدار خود را داشته باشد، زاویه بین بردارهای  $\vec{m} = (x+z, y-6, -2)$  و  $\vec{n} = (x+1, z+1, 0)$  کدام است؟

- (۱)  $45^\circ$  (۲)  $60^\circ$  (۳)  $120^\circ$  (۴)  $150^\circ$

محل انجام محاسبات

۲۴- اگر تصویر قائم بردار  $\vec{a} = (3, -2, 1)$  روی برداری که با جهت مثبت محورهای مختصات زوایای حاده مساوی می‌سازد، بردار  $\vec{a}'$  باشد، جمع مولفه‌های بردار  $\vec{a}'$  کدام است؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۲ (۴) ۴

۲۵- اگر  $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$  و  $\vec{b} = 3\vec{i} + \vec{k}$  و  $\vec{c} = \vec{i} + \vec{k}$  باشد، مساحت متوازی‌الاضلاعی که بردارهای  $\vec{a} \times (\vec{b} \times \vec{c})$  و  $\vec{a} + \vec{c}$  اضلاع آن هستند، کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۸ (۳)  $2\sqrt{2}$  (۴)  $4\sqrt{2}$

۲۶- اگر بردارهای غیرصفر  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  و  $\vec{d}$  در رابطه  $\vec{a} \times \vec{c} = \vec{d} \times \vec{b}$  و  $\vec{a} \times \vec{d} = \vec{c} \times \vec{b}$  صدق کنند، کدام دو بردار الزاماً موازی هستند؟

- (۱)  $\vec{a} + \vec{d}$  و  $\vec{b} + \vec{c}$  (۲)  $\vec{a} + \vec{b}$  و  $\vec{c} + \vec{d}$  (۳)  $\vec{a} + \vec{c}$  و  $\vec{b} + \vec{d}$  (۴)  $\vec{b} + \vec{c}$  و  $\vec{a} + \vec{d}$

۲۷- در مثلثی با رأس  $A(1, 2, -1)$  و  $B(3, 4, 2)$  و  $C(-1, 0, 3)$  طول ارتفاع وارد بر ضلع BC چند برابر معکوس  $\sqrt{33}$  است؟

- (۱) ۱۴ (۲)  $14\sqrt{2}$  (۳) ۷ (۴)  $3\sqrt{2}$

۲۸- اگر برای دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  رابطه  $\sqrt{3}\vec{b} \cdot (\vec{a} \times \vec{b} + \vec{a}) + 2|\vec{a} \times \vec{b}| = 3\sqrt{3}\vec{a} \cdot (\vec{a} \times \vec{b} + \vec{b})$  برقرار باشد، زاویه بین دو بردار  $\vec{a}$  و  $\vec{b}$  کدام است؟

- (۱)  $30^\circ$  (۲)  $45^\circ$  (۳)  $60^\circ$  (۴)  $135^\circ$

۲۹- اگر  $|\vec{a}| = 2$  و بردار  $\vec{b}$  به صورت  $\vec{b} = 2\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$  باشد، حاصل  $|\vec{a} \times \vec{b}|^2 + (\vec{a} \cdot \vec{b})^2$  چند برابر حاصل  $|\vec{a} + \vec{b}|^2 + |\vec{a} - \vec{b}|^2$  است؟

- (۱)  $\frac{2}{3}$  (۲)  $\frac{12}{13}$  (۳)  $\frac{18}{13}$  (۴)  $\frac{4}{9}$

۳۰- اگر  $\vec{a}$ ،  $\vec{b}$  و  $\vec{c}$  بردارهایی در فضای سه بعدی باشند، به طوری که حجم متوازی‌السطوح ساخته شده توسط این سه بردار، برابر ۱۰ باشد، حجم متوازی‌السطوحی که توسط بردارهای  $\vec{a} + 2\vec{c}$ ،  $\vec{a} - 2\vec{b}$  و  $3\vec{a} + \vec{b}$  ساخته می‌شود کدام است؟

- (۱) ۳۵ (۲) ۷۰ (۳) ۱۴۰ (۴) ۲۱۰

۳۱- دو مربع لاتین متعامد مرتبه‌ی سوم A و B را در نظر گرفته و درایه‌های نظیر آنها را در هم ضرب کرده و در مربع جدید و خالی C قرار می‌دهیم. میانگین درایه‌های مربع C کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- اگر با اعمال جایگشت روی مربع لاتین به مربع لاتین برسیم، x کدام است؟

			m
n			
			n

			۱
۲			
		۴	
	x		

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۳۳- با جایگشت حروف کلمه ( synonyms ) چند کلمه هشت حرفی می توان نوشت که s ها کنار هم باشند و n ها کنار هم نباشند یا n ها کنار هم باشند و s ها کنار هم نباشند؟

۱۸۰۰ (۱) ۲۱۶۰ (۲) ۲۵۴۰ (۳) ۳۱۰۰ (۴)

۳۴- چهار فیلم بابلون، منو، بعد از خورشید و شناگران را به چند حالت می توان در ۵ سینما {۱,۲,۳,۴,۵} اکران کرد به طوری که منو در سینما شماره ۳ و شناگران در سینما شماره ۵ اکران نشوند؟

۴۰۰ (۱) ۴۲۵ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

۳۵- ۵ جایزه متمایز را به چند حالت بین نازنین، محدثه و مریم می توان تقسیم کرد به طوری که به هر نفر حداقل یک جایزه برسد و جایزه آخر در دست کسی باشد که جایزه اول به او تعلق گرفته است؟

۳۶ (۱) ۳۹ (۲) ۱۵۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۳۶- علی، صادق، نیما و امیر در یک شبکه اجتماعی عضو هستند. اگر بودن در فهرست دوستان به این صورت باشد که هر دو نفر، یا هر دو در فهرست دوستان هم هستند و یا هیچ کدام در فهرست دیگری نیست. در این صورت چند حالت مختلف می تواند وجود داشته باشد به طوری که امیر و علی حتماً دوستی داشته باشند؟

۳۵ (۱) ۴۵ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴)

۳۷- ۳ نفر به چند حالت در ۶ ایستگاه می توانند پیاده شوند، به طوری که در هر ایستگاه حداکثر ۱ نفر پیاده شود و نفر اول در ایستگاه اول و نفر دوم در ایستگاه دوم پیاده نشوند؟

۲۴۳ (۱) ۱۶ (۲) ۴۲ (۳) ۸۴ (۴)

۳۸- در مراسم تقدیر از رتبه های برتر سال گذشته ماز، ۵۰۰۰ نفر دختر و پسر از سه رشته مختلف حضور دارند. حداقل چند نفر از این افراد، ماه تولد، رشته و جنسیت یکسانی دارند؟

۷۰ (۱) ۱۰۱ (۲) ۷۳ (۳) ۶۸ (۴)

۳۹- مجموعه {۲,۵,۸,۱۱,...,۹۲,۹۵,۹۸} که به صورت تصاعد عددی مرتب شده اند را در نظر بگیرید. از این مجموعه حداقل چند عضو انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل دو عدد وجود دارد که جمعشان ۱۰۳ است؟

۱۵ (۱) ۱۶ (۲) ۱۷ (۳) ۱۸ (۴)

۴۰- ۳ خودکار {a,b,c} را به چند طریق می توان بین علی، احمد، رضا، بهرام و امیر توزیع کرد به طوری که خودکار c به علی برسد و خودکار b به احمد نرسد؟

۱۰ (۱) ۸۰ (۲) ۲۰ (۳) ۶۰ (۴)

محل انجام محاسبات