



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۹/۱۶



گروه آموزشی ماز

آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۵

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۳ دقیقه	۳۰ سوال ۵۳ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۱- حاصل $\frac{2\sqrt[4]{3}}{\sqrt[5]{8}} - \frac{3\sqrt[5]{4}}{\sqrt[4]{27}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\sqrt[5]{3}\sqrt[4]{2}$ (۴) صفر

۲- اگر $3x = \sqrt{x^2} + \sqrt{x^4} + 2$ ، مقدار $\sqrt[4]{4x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[3]{2}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt[3]{3}}$

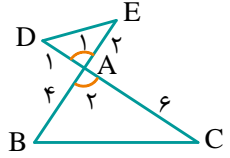
۳- کدام عدد بزرگ تر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[4]{8}$ (۴) $\sqrt[5]{6}$

۴- اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، حاصل عبارت $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt[4]{a}|$ کدام است؟

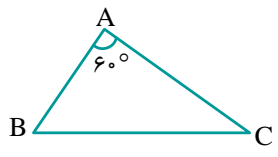
- (۱) $\sqrt[3]{a} - a$ (۲) $a - \sqrt[3]{a}$ (۳) $-a - \sqrt[3]{a} + 2\sqrt[4]{a}$ (۴) $a + \sqrt[3]{a} - 2\sqrt[4]{a}$

۵- در شکل مقابل، اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مساحت مثلث ADE کدام است؟



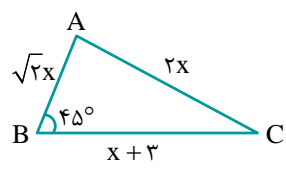
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$ (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{5}$

۶- در شکل مقابل، $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$ و $AB + AC = 12$ ، اندازه ضلع BC کدام است؟



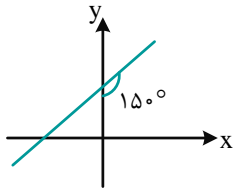
- (۱) $2\sqrt{3}$ (۲) $4\sqrt{3}$ (۳) ۶ (۴) ۸

۷- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل کدام است؟



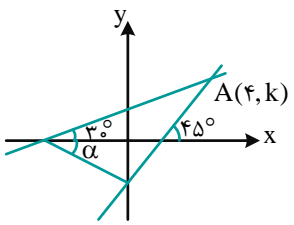
- (۱) $\frac{3 + 3\sqrt{3}}{2}$ (۲) $\frac{2 + \sqrt{2}}{2}$ (۳) $3 + 3\sqrt{3}$ (۴) $2 + \sqrt{2}$

محل انجام محاسبات



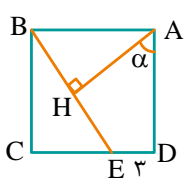
۸- معادله خط مقابل به صورت $mx + (m-1)y = 1$ است. مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$
- (۲) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$
- (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$



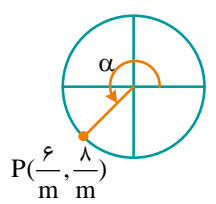
۹- در شکل مقابل، اگر $\tan \alpha = 2$ ، مقدار k کدام است؟

- (۱) $\frac{12}{2+\sqrt{3}}$
- (۲) $\frac{12}{2\sqrt{3}+1}$
- (۳) $\frac{9}{2+\sqrt{3}}$
- (۴) $\frac{9}{2\sqrt{3}+1}$



۱۰- در شکل مقابل، چهارضلعی ABCD مربع است. اگر $DE = 3$ و $\tan \alpha = \frac{7}{4}$ ، طول HE کدام است؟

- (۱) $\frac{27}{\sqrt{65}}$
- (۲) $\frac{38}{\sqrt{65}}$
- (۳) $\frac{28}{\sqrt{65}}$
- (۴) $\frac{37}{\sqrt{65}}$



۱۱- در شکل مقابل، نقطه P روی دایره مثلثاتی قرار دارد. مقدار $\sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{5}$
- (۲) $-\frac{1}{5}$
- (۳) $\frac{7}{5}$
- (۴) $-\frac{7}{5}$

۱۲- اگر $\sin \alpha < \cos \alpha - 1$ و $\sin \alpha \cos \alpha + \tan \alpha < 0$ ، انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در کدام ناحیه قرار دارد؟

- (۱) اول
- (۲) دوم
- (۳) سوم
- (۴) چهارم

۱۳- اگر $\sin \alpha - k \cos \alpha = 0$ و $\tan \alpha + (1-k) \cot \alpha = 1$ ، مقدار $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟ (α زاویه‌ای حاده است.)

- (۱) $\frac{1}{2}$
- (۲) $\frac{1}{4}$
- (۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$
- (۴) $\frac{1}{8}$

۱۴- اگر $\tan x + \cot x = \sqrt[3]{2} \cot x$ ، مقدار $2 \cos^2 x$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt[3]{2}$
- (۲) $\sqrt[3]{4}$
- (۳) $2\sqrt[3]{2}$
- (۴) $2\sqrt[3]{4}$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$ مقدار $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

- (۱) $\frac{207}{49}$ (۲) $\frac{226}{49}$ (۳) $\frac{17}{36}$ (۴) $\frac{37}{36}$

۱۶- اگر $30^\circ \leq x \leq 150^\circ$ ، حدود عبارت $A = \frac{\sin^2 x}{2 + \cos^2 x}$ کدام است؟

- (۱) $[\frac{1}{11}, \frac{1}{2}]$ (۲) $[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{11}]$ (۳) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{11}]$ (۴) $[-\frac{1}{11}, \frac{1}{2}]$

۱۷- حاصل $A = \frac{1}{1 - \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 - \cot 10^\circ} + \frac{1}{1 + \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 + \cot 10^\circ}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2 \tan 10^\circ$ (۴) $2 \cot 10^\circ$

۱۸- اگر تساوی $\sin x \cos x (a + b \tan^2 x + \cot^2 x) = \tan x + \cot x$ یک اتحاد باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

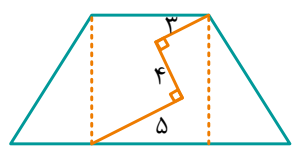
۱۹- ساده شده عبارت $A = \frac{\tan x + \tan^3 x}{\cot x + \cot^3 x} \times \frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x}$ کدام است؟

- (۱) $\tan^3 x$ (۲) $\tan^4 x$ (۳) $\sin^4 x$ (۴) $\cos^4 x$

۲۰- حاصل $A = \sqrt{1 - 2 \sin 5^\circ \cos 5^\circ} + \sqrt{1 + 2 \sin 85^\circ \cos 85^\circ}$ کدام است؟

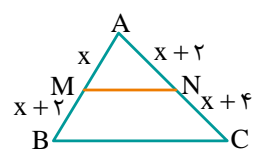
- (۱) $2 \sin 5^\circ$ (۲) $2 \cos 5^\circ$ (۳) $\sin 5^\circ + \sin 85^\circ$ (۴) $\cos 5^\circ - \cos 85^\circ$

۲۱- اگر طول هر ساق دوزنقه متساوی الساقین زیر $5\sqrt{2}$ باشد و ارتفاع دوزنقه با قاعده کوچک برابر باشد، مساحت آن کدام است؟



- (۱) ۴۰ (۲) ۵۰ (۳) ۶۰ (۴) ۷۰

۲۲- در شکل مقابل، به ازای چند مقدار حقیقی x ، پاره خط MN موازی ضلع BC است؟

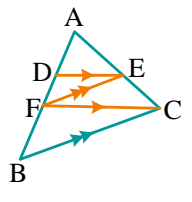


- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

محل انجام محاسبات

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه $\triangle ABC$ ($\hat{A} = 90^\circ$)، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول AH دو برابر طول BH باشد، طول وتر BC چند برابر طول ضلع AB است؟

- (۱) $\sqrt{3}$
- (۲) ۲
- (۳) $\sqrt{5}$
- (۴) $\sqrt{6}$

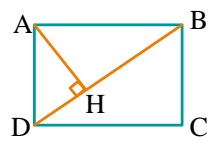


۲۴- در شکل مقابل، اگر $DE \parallel FC$ ، $FE \parallel BC$ و $AD = 3DF$ باشد، نسبت $\frac{FB}{DF}$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) $\frac{4}{3}$
- (۳) $\frac{3}{2}$
- (۴) ۲

۲۵- مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع ۲، ۴، x با مثلث قائم‌الزاویه دیگری به اضلاع ۵، b، a متشابه است. کم‌ترین مقدار ممکن برای $a + b$ کدام است؟

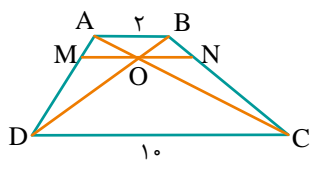
- (۱) ۶
- (۲) $3\sqrt{5}$
- (۳) $\frac{5}{2}(1 + \sqrt{3})$
- (۴) $5(2 + \sqrt{5})$



۲۶- در مستطیل شکل مقابل ($BC = 2$ ، $AB = 2\sqrt{3}$)، فاصله نقطه H از ضلع AB کدام است؟

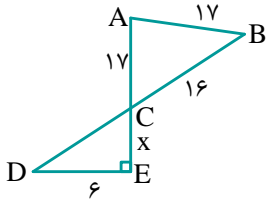
- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) ۱
- (۳) $\sqrt{3}$
- (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

۲۷- در شکل روبه‌رو، اگر $MN \parallel AB \parallel CD$ باشد، طول پاره خط OM کدام است؟



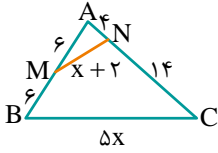
- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) $\frac{2}{2}$
- (۳) $\frac{4}{2}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

محل انجام محاسبات



۲۸- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟

- (۱) $4/8$
- (۲) $4/5$
- (۳) $3/6$
- (۴) $3/2$



۲۹- در شکل مقابل، مجموع طول پاره‌خط‌های MN و BC کدام است؟

- (۱) ۱۴
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۶

۳۰- در مثلثی به اضلاع ۷، ۸، ۹، طول کوتاه‌ترین ارتفاع کدام است؟

(۴) $\frac{8\sqrt{5}}{3}$

(۳) $\frac{56}{9}$

(۲) $3\sqrt{5}$

(۱) ۶



کد کنترل

122

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۹/۱۶



آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۵

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۴۰ سوال ۴۶ دقیقه	۲۶ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

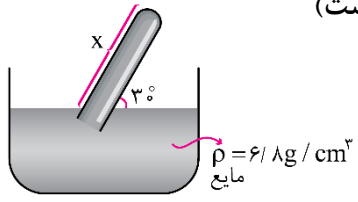
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۳۱- در داخل ظرفی تا ارتفاع ۱m مایعی به چگالی $\frac{g}{cm^3}$ $10/2$ می‌ریزیم اگر فشار هوا $81/6 kPa$ باشد، فشار در کف ظرف چند

cmHg است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)

- ۱۶۰ (۴) ۱۵۰ (۳) ۱۳۵ (۲) ۱۲۰ (۱)

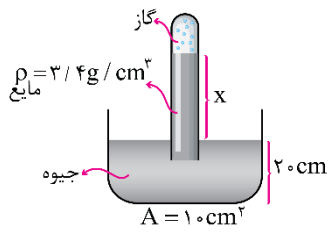
۳۲- در شکل زیر فشار هوا ۷۵ cmHg است. اگر نیرویی که از طرف مایع بر انتهای بسته لوله وارد می‌شود (N) $81/6$ باشد، X چند سانتی‌متر است؟ (مساحت سطح مقطع لوله $10 cm^2$ ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$ و $g = 10 \frac{N}{kg}$ است)



- ۳۰ (۱)
۱۲۰ (۲)
۹۰ (۳)
۶۰ (۴)

۳۳- در شکل زیر اندازه نیروی وارد بر کف ظرف (N) ۶۸ و فشار گاز محبوس درون لوله ۲۰ سانتی‌متر جیوه است. X چند سانتی‌متر

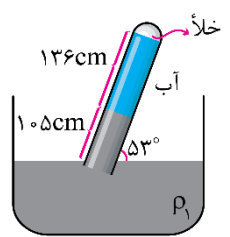
است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$, $g = 10 \frac{N}{kg}$)



- ۱۰ (۱)
۲۰ (۲)
۴۰ (۳)
۶۰ (۴)

۳۴- در شکل زیر اگر دو مایع در لوله مایل در حال تعادل قرار داشته باشند، چگالی ρ_1 چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

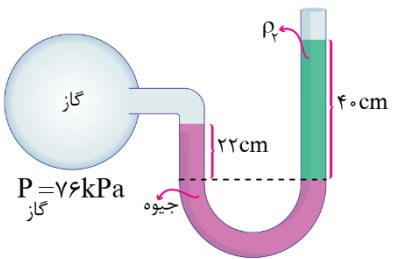
($\sin 53^\circ = 4/5$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}$, $P_1 = 71 cmHg$)



- ۳/۴ (۱)
۶/۸ (۲)
۱۰/۲ (۳)
۱/۷ (۴)

۳۵- درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است. جیوه و مایعی با چگالی ρ_2 وجود دارد. اگر فشار هوای

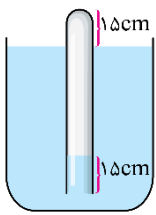
محیط ۱۰۱ kPa باشد، چگالی مایع ρ_2 چند کیلوگرم بر متر مکعب است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{kg}{m^3}$)



- ۱۲۳۰ (۱)
۱۵۳۰ (۲)
۲۰۰۰ (۳)
۲۴۰۰ (۴)

محل انجام محاسبات

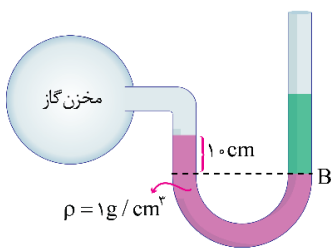
۳۶- لوله‌ای به طول ۹۰cm را مطابق شکل زیر درون آب فرومی‌بریم. اگر مجموعه در حال تعادل باشد، فشار گاز محبوس درون



لوله چند کیلوپاسکال است؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$, $\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

- ۶ (۱)
- ۴ (۲)
- ۱۰۶ (۳)
- ۱۰۴ (۴)

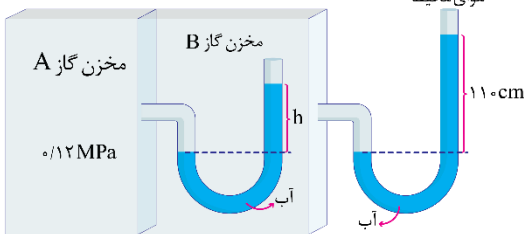
۳۷- در شکل زیر سطح مقطع لوله U شکل در تمام قسمت‌ها 2 cm^2 بوده و در شاخه سمت راست بالای نقطه B، m گرم مایع قرار



دارد. اگر فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن ۴ کیلو پاسکال باشد، m چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

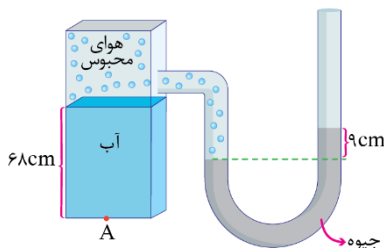
- ۱۰۰ (۱)
- ۲۰۰ (۲)
- ۴۰۰ (۳)
- ۵۰۰ (۴)

۳۸- در شکل زیر، h چند سانتی متر است؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$, $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۶۰ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۹۰ (۴)

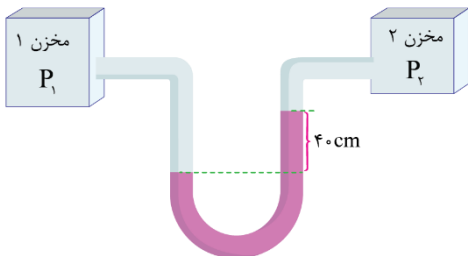
۳۹- در شکل زیر فشار هوا ۷۶cmHg است. فشار در نقطه A چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



- ۸۵ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۹۵ (۴)

۴۰- مطابق شکل لوله U شکل محتوی مایعی به چگالی $\rho = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر P_1 ، ۲۰ درصد بیشتر از P_2 باشد و مایع در حال

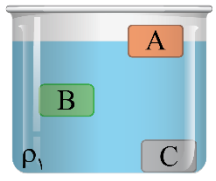
تعادل باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)



- $P_1 = 100 \text{ cmHg}$ (۱)
- $P_2 = 100 \text{ cmHg}$ (۲)
- $P_1 = 96 \text{ cmHg}$ (۳)
- $P_2 = 120 \text{ cmHg}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۱- مطابق شکل زیر سه جسم توپر A و B و C در مایعی به چگالی ρ_1 در حال تعادل قرار دارند. اگر این جسم‌ها را در مایع دیگری با چگالی ρ_2 قرار دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ($\rho_2 > \rho_1$)



- الف: A و B شناور می‌مانند.
 ب: A و B غوطه‌ور می‌شوند.
 پ: B شناور و C غوطه‌ور می‌شود.
 ت: A و B شناور می‌مانند ولی در مورد C نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.
- (۱) «الف» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ»

۴۲- جسم توپر A به جرم ۲kg درون روغن به چگالی $\frac{0.6}{\text{cm}^3}$ و جسم توپر B به جرم ۳kg درون نفت به چگالی $\frac{0.8}{\text{cm}^3}$ غوطه‌ورند. در کدام گزینه مقایسه درستی بین چگالی A و B و نیروی شناوری وارد بر A و B از طرف مایعات انجام شده است؟

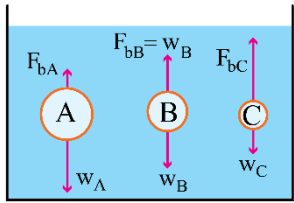
$$\frac{F_{bA}}{F_{bB}} = 1, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{3} \quad (2)$$

$$\frac{F_{bA}}{F_{bB}} = \frac{1}{2}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \quad (1)$$

$$\frac{F_{bA}}{F_{bB}} = \frac{2}{3}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{F_{bA}}{F_{bB}} = \frac{3}{2}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4} \quad (3)$$

۴۳- در شکل زیر، نیروی شناوری F_b و نیروی وزن W وارد بر چند جسم نشان داده شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح هستند؟



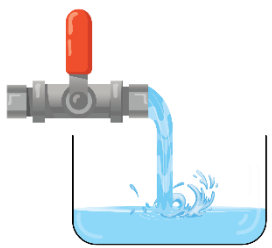
- الف: چون نیروی شناوری وارد بر A از وزن آن کمتر است، چگالی A از چگالی مایع کمتر است.
 ب: چون نیروی شناوری وارد بر A از وزن آن کمتر است، چگالی A از چگالی مایع بیشتر است.
 پ: چون نیروی شناوری وارد بر C از وزن آن بیشتر است، چگالی C از چگالی مایع بیشتر است.
 ت: چون نیروی شناوری وارد بر C از وزن آن بیشتر است، چگالی C از چگالی مایع کمتر است.
 ث: جسم B درون مایع غوطه‌ور می‌ماند.

- (۱) «الف» و «پ» و «ث»
 (۲) «الف» و «ت» و «ث»
 (۳) «ب» و «پ» و «ث»
 (۴) «ب» و «ت» و «ث»

۴۴- جرم ۳ لیتر مایع A برابر با ۶kg و جرم ۵ لیتر از مایع B برابر با ۱۵kg است. جسمی را به آرامی درون مایع A فرو برده و رها می‌کنیم. جسم درون مایع A غوطه‌ور می‌ماند. حال اگر این جسم را درون مایع B فرو برده و رها کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) جسم در مایع B ته‌نشین می‌شود.
 (۲) جسم در مایع B نیز غوطه‌ور می‌ماند.
 (۳) جسم در سطح مایع B شناور می‌شود.
 (۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

۴۵- در شکل زیر از لوله‌ای استوانه‌ای به قطر ۲۰cm، ایجاد شده و آب با تندی $\frac{2}{s}$ خارج می‌شود و درون ظرف می‌ریزد. در مدت زمان ۵ ثانیه چند لیتر آب داخل ظرف اضافه می‌شود؟ ($\pi = 3$)



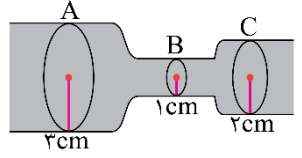
- (۱) ۰/۳
 (۲) ۳۰۰
 (۳) ۰/۶
 (۴) ۶۰۰

محل انجام محاسبات

۴۶- جریان لایه‌ای آب با تندی ثابت $4 \frac{m}{s}$ درون لوله‌ای استوانه‌ای به قطر 10cm برقرار است. در مدت چند دقیقه 3600 لیتر آب از دهانه خروجی این لوله تخلیه می‌شود؟ ($\pi = 3$)

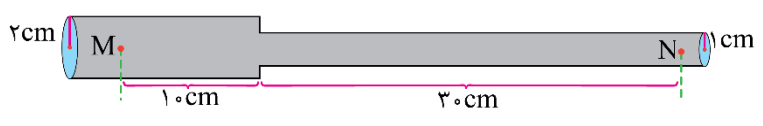
۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۱۲۰

۴۷- در لوله مقابل اگر اختلاف تندی آب در مقاطع A و C برابر $20 \frac{cm}{s}$ باشد، تندی آب در مقطع B چند متر بر ثانیه خواهد بود؟



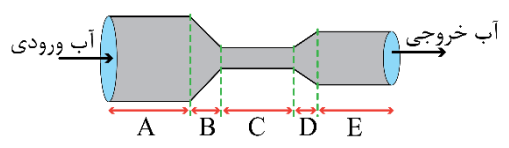
- ۱ (۱) ۱/۴۴
- ۲ (۲) ۱۴۴
- ۳ (۳) ۱۶
- ۴ (۴) ۳۶

۴۸- در لوله شکل زیر، اگر در مدت 5 دقیقه از هر مقطع دلخواه لوله 18 لیتر آب بگذرد، فاصله M تا N توسط آب در مدت چند ثانیه طی می‌شود؟ ($\pi = 3$)



- ۱ (۱) ۶ (s)
- ۲ (۲) ۳/۵ (s)
- ۳ (۳) ۴ (s)
- ۴ (۴) ۱/۵ (s)

۴۹- در لوله افقی زیر، آب به صورت لایه‌ای و پایا در جریان است. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟



- الف: تندی آب در قسمت A لوله کمینه است.
- ب: تندی آب در قسمت B در حال کاهش است.
- پ: آهنگ جریان آب در C بیشتر از D است.
- ت: فشار در قسمت C کمینه است.
- ث: فشار در قسمت D در حال افزایش است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۰- اگر جهت چرخش توپ فوتبال و مسیر حرکت اولیه آن مطابق شکل زیر باشد کدام گزاره‌ها در مورد حرکت توپ صحیح است؟



- الف: تندی هوا در قسمت B بیشتر از تندی هوا در قسمت A است.
- ب: فشار هوا در قسمت B بیشتر از فشار هوا در قسمت A است.
- پ: جهت نیروی خالص وارد بر توپ به طرف B است.

- ۱ (۱) فقط «الف»
- ۲ (۲) فقط «ب»
- ۳ (۳) «الف» و «ب»
- ۴ (۴) «ب» و «پ»

محل انجام محاسبات

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) در یک لایه الکترونی، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.
- ۲) در اتم عنصرهای دوره چهارم جدول دوره‌ای، حداکثر ۱۰ الکترون وارد لایه الکترونی سوم می‌شود.
- ۳) در اتم عنصرهای دوره پنجم جدول دوره‌ای، فقط لایه الکترونی پنجم از الکترون پر می‌شود.
- ۴) آرایش الکترونی اتم‌های خنثی و یون‌ها به ترتیب نمی‌توانند به زیرلایه d^4 و s^1 ختم شوند.

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) مطابق مدل اتمی کوانتومی، اتم هلیم ساختار لایه‌ای دارد و دو الکترون آن در همه نقاط پیرامون هسته می‌توانند حضور پیدا کنند.
- ۲) حداکثر شمار الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر دوره دوم، مربوط به عنصر کربن است.
- ۳) عنصر ${}_{80}Hg$ همانند عناصر قبل و بعد از خودش، در عناصر دسته d جدول دوره‌ای قرار می‌گیرد.
- ۴) آرایش الکترونی به تقریب ۲۲ درصد از عناصر دوره چهارم، به زیرلایه‌ای تک الکترونی ختم می‌شود.

۵۳- رنگ پرتو حاصل از کدام انتقال در اتم هیدروژن، درست نوشته شده است؟

- ۱) $n = 6$ به $n = 2$: قرمز
- ۲) $n = 4$ به $n = 2$: آبی کم‌رنگ
- ۳) $n = 3$ به $n = 1$: بنفش
- ۴) $n = 4$ به $n = 1$: آبی پررنگ

۵۴- مجموع $n + l$ برای آخرین الکترونی که وارد زیرلایه‌های اتم X می‌شود، برابر با ۵ است. کدام یک از اتم‌های زیر، فاقد شرایط گفته شده است؟

- ۱) ${}_{22}V$ ۲) ${}_{37}Rb$ ۳) ${}_{18}Ar$ ۴) ${}_{35}Br$

۵۵- اختلاف شمار الکترون‌های موجود در دو لایه آخر اتم عنصر A که در دوره چهارم قرار دارد، برابر با ۱۲ است. چند مورد از مطالب زیر، می‌تواند درست باشد؟

آ: این اتم، دارای دو زیرلایه نیمه پر است.

ب: قطعا در مجاورت یکی از عناصر هم‌گروه با ${}_{42}Tc$ است.

پ: آرایش الکترونی آن همانند ${}_{19}K$ و ${}_{29}Cu$ به ${}_{41}S^1$ ختم می‌شود.

ت: مجموع $n + l$ برای آخرین الکترون آن، برابر با ۶ است.

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد نخستین عنصری که لایه سوم خود را تکمیل می‌کند، درست است؟

- ۱) دارای ۱۱ الکترون با $n + l = 5$ است.
- ۲) در گروه ۱۸ و دوره سوم قرار دارد.
- ۳) رنگ شعله ترکیبات حاصل از آن، زرد است.
- ۴) با عنصر ${}_{79}Au$ هم‌گروه است.

۵۷- شمار الکترون‌های ظرفیتی دو عنصر X و A از عناصر دوره چهارم، با هم برابر است. کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

۱) اختلاف عدد اتمی این دو عنصر می‌تواند برابر با ۱۲ باشد.

۲) یکی از عناصر در عناصر دسته d و دیگری در عناصر دسته p قرار دارد.

۳) الکترون‌های ظرفیتی حداقل یکی از عناصر، در آخرین لایه الکترونی آن قرار دارد.

۴) اگر یکی از عناصر مورد نظر ${}_{36}Kr$ باشد، عنصر دیگر، فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین است.

۵۸- آرایش الکترونی کاتیون ${}_{31}Ga^{2+}$ به ترتیب از راست به چپ با آرایش الکترونی کدام گونه یکسان بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی Ga چند برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی ${}_{24}Cr$ است؟

- ۱) ${}_{30}Zn^{2+}$ - ۰/۶ ۲) ${}_{29}Cu^{+}$ - ۰/۵ ۳) ${}_{29}Cu^{2+}$ - ۰/۶ ۴) ${}_{28}Ni^{2+}$ - ۰/۵

محل انجام محاسبات

۵۹- آرایش الکترونی $3d^3 4s^2$ مربوط به است و در گروه جدول دوره‌ای جای دارد.

- (۱) $22V - 5$ (۲) $25Mn - 5$ (۳) $25Mn - 3$ (۴) $23V - 3$

۶۰- چند مورد از مطالب زیر، از جمله شباهت‌های طیف نشری خطی لیتیم و هیدروژن است؟

آ: تعداد خطوط رنگی
ب: رنگ خطوط رنگی

پ: افزایش فاصله بین خطوط با افزایش طول موج آن‌ها
ت: دارای ۲ نوار رنگی کمتر از طیف نشری خطی هلیوم

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۱- کدام یک از مطالب زیر، همواره درست است؟

- (۱) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره چهارم دسته d جدول دوره‌ای، شمار الکترون‌های زیرلایه d افزایش می‌یابد.
(۲) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره سوم دسته p ، مجموع $n + l$ آخرین الکترون هر عنصر نیز افزایش می‌یابد.
(۳) با افزایش شمار زیرلایه‌های اشغال شده در عناصر یک دوره، شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.
(۴) شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده در همه عناصر یک دوره، با هم برابر است.

۶۲- گاز رنگ کلر در واکنش با فلز سدیم، یک الکترون و به بلور سدیم کلرید تبدیل می‌شود.

- (۱) زرد - دریافت می‌کند - شفاف
(۲) سبز - از دست می‌دهد - سفید رنگ
(۳) زرد - از دست می‌دهد - سفید رنگ
(۴) سبز - دریافت می‌کند - شفاف

۶۳- اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به $3p^6$ ختم شود و آن گونه در دوره باشد، در مورد آن گونه، قطعاً می‌توان گفت

- (۱) سوم - دارای ۶ زیرلایه کاملاً پر است.
(۲) چهارم - از شمار لایه‌های اشغال شده از الکترون آن عنصر، کم شده است.
(۳) چهارم - از جرم آن اتم، حداقل $0.005 amu$ کم شده است.
(۴) سوم - شمار لایه‌های اشغال شده از الکترون آن عنصر، افزایش یافته است.

۶۴- آرایش الکترونی چند درصد از عناصر چهار دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، به ترتیب از راست به چپ، به زیرلایه ns^1 و زیرلایه np^1 ختم می‌شود؟

- (۱) $16/6 - 8/3$ (۲) $13/8 - 11/1$ (۳) $16/6 - 11/1$ (۴) $13/8 - 8/3$

۶۵- در کدام گزینه نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن تطابق دارد و شمار الکترون‌های کاتیون و آنیون مشابه است؟

- (۱) سدیم نیتريد: NaN_3
(۲) منیزیم فسفید: Mg_3P_2
(۳) لیتیم فلوئورید: LiF
(۴) کلسیم سولفید: CaS

۶۶- کدام دو عنصر متعلق به عناصر دسته p جدول دوره‌ای هستند؟

- (۱) $22As$ و $22Ti$ (۲) $48Cd$ و $32Ge$ (۳) $20Ca$ و $13Al$ (۴) $49In$ و $31Ga$

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، نادرست است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ عناصر، فقط دارای الکترون‌های جفت شده هستند.
(۲) ۹ عنصر دارای حداقل یک الکترون جفت شده هستند.
(۳) شمار تک الکترون‌های عناصر گروه دوم و شانزدهم با هم برابر است.
(۴) نخستین عنصری که دارای الکترون جفت شده است، نیتروژن می‌باشد.

۶۸- در آرایش الکترونی فشرده کدام یک از عناصر زیر، بعد از نماد شیمیایی گاز نجیب، فقط الکترون‌های ظرفیت نوشته می‌شود؟

- (۱) $27Co$ (۲) $53I$ (۳) $33As$ (۴) $50Sn$

محل انجام محاسبات



۶۹- در کدام مورد زیر لایه سمت چپ بلافاصله بعد از زیر لایه سمت راست پر نمی شود؟

- (۱) $5p \leftarrow 4d$ (۲) $4f \leftarrow 7s$ (۳) $4d \leftarrow 5s$ (۴) $3p \leftarrow 3s$

۷۰- اولین عنصر جدول دوره‌ای که زیر لایه آن، می شود، عنصر است.

- (۱) $4f$ - اشغال - $57La$ (۲) $3d$ - نیمه پر - $25Mn$
 (۳) $4p$ - نیمه پر - $32Ge$ (۴) $4d$ - اشغال - $38Sr$

محل انجام محاسبات

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



مرکز سنجش آموزش مدارس برتر



آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



مؤسسه آموزشی فرهنگی

آزمون‌ها آزماینتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی





کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۰۹/۱۶



پاسخنامه آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۵

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	کاظم اجلالی - سوگند روشنی	رضا قانع - ابوالفضل میرزایی
فیزیک	عباس غریبی	عباس غریبی - زهره آقامحمدی	محمد جواد سورچی علیرضا ملک حسینی
شیمی	مهسا بایمانی نژاد	فرشاد هادیان فرد - مهسا بایمانی نژاد علی ترابی	سجاد سیفاللهی - عالیبه میرزایی

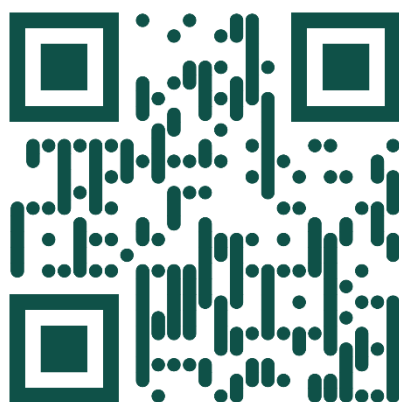
مدیر آزمون: رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/w56668>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)

آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلا: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم



دیجی ماز ، کتابخانه ی دیجیتال ماز

دیجی ماز به پلتفرم الکترونیکی و آموزشی که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .



دیجی ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه ی کتاب هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببریشون



تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه



هزینه ی کتاب های الکترونیکی خیلی کمتر از کتاب های چاپ شده است



یک بار هر کتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب ، بهش دسترسی کامل داری !



سری کتاب های بیست شو منتشر شد

— برای ۲۰ شرن در امتحان نهایی —

تهیه ی کتاب های بیست شو ،

هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه ی کتاب ها از طریق [سایت digimaze.org](http://digimaze.org)

۱- حاصل $\frac{2\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{8}} - \frac{3\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{27}}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) -۱ (۳) $\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{2}$ (۴) صفر

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

نکاتی از سال نهم و البته دهم!!

اگر دو فرمول زیر رو یادتون رفته، سریع دوباره مرورش کنید.

$$\sqrt{a} \times \sqrt{b} = \sqrt{ab} \quad \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} = \sqrt{\frac{a}{b}} \quad (b \neq 0, a, b > 0)$$

تذکر: دقت شود که این فرمول فقط برای ریشه دوم صحیح نیست، بلکه برای هر ریشه‌ای صحیح است. در واقع:

(۱) اگر n زوج باشد و $a, b > 0$ و $b \neq 0$:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

(۲) اگر n فرد باشد و $b \neq 0$:

$$\sqrt[n]{a} \times \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{ab}$$

$$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$$

پاسخ شریعی:

$$\frac{2\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{8}} - \frac{3\sqrt[4]{4}}{\sqrt[4]{27}} \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} \frac{2\sqrt[4]{3}\sqrt[4]{27} - 3\sqrt[4]{4}\sqrt[4]{8}}{\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{27}} = \frac{2\sqrt[4]{81} - 3\sqrt[4]{32}}{\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{27}} = \frac{2 \times 3 - 3 \times 2}{\sqrt[4]{8}\sqrt[4]{27}} = 0$$

محاسبات را به صورت روبه‌رو انجام می‌دهیم:

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $2 + \sqrt[4]{x^4} + \sqrt{x^2} = 3x$ مقدار $\sqrt[4]{4x}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\sqrt[4]{2}$ (۴) $\frac{2}{\sqrt[4]{3}}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

یه نکته کوچک اما پر مغز و معنا:

$$\sqrt[n]{x^n} = |x| \quad \text{اگر } n \text{ زوج باشد، آن‌گاه:}$$

پاسخ شریعی:

چون $\sqrt{x^2}$ و $\sqrt[4]{x^4}$ مقدارهای نامنفی‌ای هستند، پس سمت چپ تساوی داده شده مقداری مثبت است. زیرا:

$$0 \leq \sqrt{x^2}, 0 \leq \sqrt[4]{x^4}, 0 < 2 \Rightarrow 0 < 2 + \sqrt{x^2} + \sqrt[4]{x^4}$$

بنابراین سمت راست آن یعنی $3x$ مقداری مثبت است. بنابراین $x > 0$. (زیرا $3x > 0 \Rightarrow x > 0$) و در نتیجه:

$$2 + \sqrt[4]{x^4} + \sqrt{x^2} = 3x \xrightarrow{\text{زوج } n \Rightarrow \sqrt[n]{x^n} = |x|} 2 + |x| + |x| = 3x \xrightarrow{x > 0} 2 + x + x = 3x \Rightarrow x = 2$$

$$\sqrt[4]{4x} = \sqrt[4]{4 \times 2} = \sqrt[4]{8} = 2$$

در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۳- کدام عدد بزرگ تر است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt[3]{4}$ (۳) $\sqrt[3]{8}$ (۴) $\sqrt[4]{16}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

نکته زیر از قلم نیفتد!

هرگاه $a > 0$ باشد برای هر دو عدد طبیعی m و n داریم:

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (a^{\frac{1}{n}})^m = (a^m)^{\frac{1}{n}}$$

پس:

$$a^{\frac{m}{n}} = (\sqrt[n]{a})^m = \sqrt[n]{a^m}$$

بررسی ترتیب اعداد توان دار:

- (۱) اگر $a > 1$ باشد، آن گاه اگر $m > n$ ، در نتیجه: $a^m > a^n$.
 (۲) اگر $0 < a < 1$ باشد، آن گاه اگر $m > n$ ، در نتیجه: $a^m < a^n$.

پاسخ شریعی:

توجه کنید که تمامی اعداد گزینه‌ها، مثبت هستند. اکنون هر چهار عدد را به توان ۶۰ می‌رسانیم تا رادیکال‌های آن‌ها حذف شوند:

$$(\sqrt{2})^{60} = 2^{30}, \quad (\sqrt[3]{4})^{60} = 4^{20} = (2^2)^{20} = 2^{40}$$

$$(\sqrt[4]{16})^{60} = 16^{15} = (2^4)^{15} = 2^{60}, \quad (\sqrt[3]{8})^{60} = 8^{20} = (2^3)^{20} = 2^{60}$$

تذکر: علت این که عدد ۶۰ را انتخاب کردیم، این است که این عدد، کوچک‌ترین مضرب مشترک ریشه‌های مطرح شده یعنی ۲، ۳، ۴ و ۵ است.

چون $2^{40} > 2^{30} > 2^{60} > 2^{60}$ ، پس: $\sqrt[4]{16} > \sqrt{2} > \sqrt[3]{4} > \sqrt{2}$

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، حاصل عبارت $|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}|$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{a} - a$ (۲) $a - \sqrt{a}$ (۳) $-a - \sqrt{a} + 2\sqrt[3]{a}$ (۴) $a + \sqrt{a} - 2\sqrt[3]{a}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

دنیایی از نامساوی‌های ریشه‌ای!

۴ حالت داریم: ($m, n \in \mathbb{N}$)

(۱) $a > 1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$

(۲) $0 < a < 1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$

(۳) $a < -1$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} > \sqrt[n]{a}$ (مرد m و n)

(۴) $-1 < a < 0$: اگر $m > n$ ، $\sqrt[m]{a} < \sqrt[n]{a}$ (مرد m و n)

پاسخ شریعی:

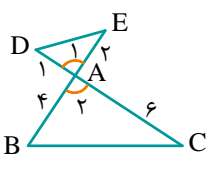
چون $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، پس $0 < a < 1$ و در نتیجه: $\sqrt{a} < \sqrt[3]{a}$ ، $a < \sqrt{a}$.

$$|\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}| - |\sqrt[3]{a} - \sqrt{a}| = -(a - \sqrt{a}) - [-(\sqrt{a} - \sqrt[3]{a})] = -(a - \sqrt{a}) + (\sqrt{a} - \sqrt[3]{a}) = -a + \sqrt{a} + \sqrt[3]{a} - \sqrt[3]{a} = \sqrt{a} - a$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۵- در شکل مقابل، اگر مساحت مثلث ABC برابر ۶ باشد، مساحت مثلث ADE کدام است؟



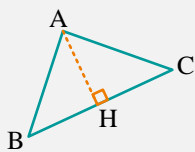
- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{3}{2}$
 (۳) $\frac{2}{3}$ (۴) $\frac{4}{5}$



پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

فرمول «مساحت مثلث» چیه بچه‌ها؟

فرمول ۱: ارتفاع × قاعده × $\frac{1}{2}$ = مساحت



$$S = \frac{1}{2} AH \cdot BC$$

فرمول ۲: سینوس زاویه بین آن دو ضلع × ضلع دوم × ضلع اول × $\frac{1}{2}$ = مساحت

$$S = \frac{1}{2} AB \cdot BC \cdot \sin \hat{B}$$

پاسخ ششگانه

با محاسبه مساحت، در دو مثلث مذکور خواهیم داشت:

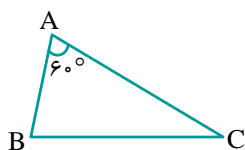
$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} \times AB \times AC \times \sin \hat{A}_2 \Rightarrow 6 = \frac{1}{2} \times 4 \times 6 \sin \hat{A}_2 \Rightarrow \sin \hat{A}_2 = \frac{1}{2}$$

بنابراین، چون \hat{A}_1 و \hat{A}_2 متقابل به رأس هستند، پس $\hat{A}_2 = \hat{A}_1$ و در نتیجه $\sin \hat{A}_1 = \sin \hat{A}_2 = \frac{1}{2}$ خواهیم داشت:

$$S_{\triangle ADE} = \frac{1}{2} \times AD \times AE \times \sin \hat{A}_1 = \frac{1}{2} \times 1 \times 2 \times \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۶- در شکل مقابل، $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$ و $AB + AC = 12$ ، اندازه ضلع BC کدام است؟



(۱) $2\sqrt{3}$

(۲) $4\sqrt{3}$

(۳) ۶

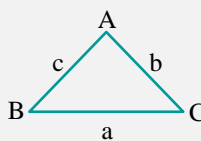
(۴) ۸

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

قضیه سینوس‌ها نتیجه‌ای کاربردی و مهم از فرمول مساحت مثلث:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$

$$\xrightarrow{\div \frac{1}{2} abc} \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{a}{b} \\ \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{C}} = \frac{a}{c} \\ \frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = \frac{b}{c} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \frac{\sin \hat{C}}{c} = \frac{\sin \hat{B}}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{a} \end{array} \right.$$



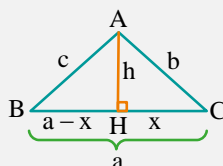
از این روابط نتیجه می‌گیریم که هر چه اندازه زاویه‌ای بیشتر باشد، ضلع روبه‌رویش هم بزرگ‌تر خواهد بود.

حیف است به قضیه زیبای کسینوس‌ها اشاره نکنیم:

مثلث دلخواه $\triangle ABC$ در شکل زیر را در نظر بگیرید. از رأس A ارتفاع AH (h) را بر ضلع BC عمود می‌کنیم. اگر فرض کنیم $HC = x$ باشد واضح است که

$BH = a - x$ خواهد بود. با نوشتن رابطه فیثاغورس در مثلث $\triangle AHC$ خواهیم داشت:

$$b^2 = h^2 + x^2 \Rightarrow h^2 = b^2 - x^2 \quad (1)$$



همچنین با نوشتن رابطه فیثاغورسی در مثلث AHB داریم:

$$c^2 = (a-x)^2 + h^2 \xrightarrow{(1)} c^2 = (a-x)^2 + b^2 - x^2$$

$$\Rightarrow c^2 = a^2 + x^2 - 2ax + b^2 - x^2 \Rightarrow c^2 = a^2 + b^2 - 2ax \quad (2)$$

اگر در مثلث AHC تعریف کسینوس زاویه \hat{C} را بنویسیم خواهیم داشت:

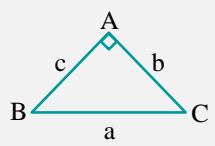
$$\cos \hat{C} = \frac{x}{b} \Rightarrow x = b \cos \hat{C} \xrightarrow{(2)} c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$

به طور مشابه $\begin{cases} a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \\ b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B} \end{cases}$

می توان قضیه فیثاغورس را هم از قضیه کسینوس ها استخراج کرد:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2$$

90°



روش اول:

ابتدا توجه کنید که با محاسبه مساحت مثلث به دو روش خواهیم داشت:

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} AB \times BC \sin \hat{B} = \frac{1}{2} AC \times BC \sin \hat{C} \xrightarrow{\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}} AB \times 2 \sin \hat{C} = AC \times \sin \hat{C} \Rightarrow AC = 2AB$$

بنابراین با توجه به فرض سوال، مقدار AC و AB برابر است با:

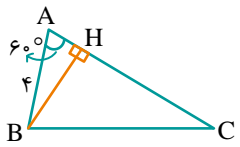
$$AB + AC = 12 \Rightarrow AB + 2AB = 12 \Rightarrow AB = 4 \xrightarrow{AC=2AB} AC = 8$$

از B عمود BH را بر AC رسم می کنیم. اکنون، با توجه به شکل زیر، می توان ابتدا مقدار AH و سپس HC را به دست آورد:

$$\cos 60^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{AH}{4} \Rightarrow AH = 2$$

$$\Rightarrow HC = AC - AH = 8 - 2 = 6$$

$$\sin 60^\circ = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{BH}{4} \Rightarrow BH = 2\sqrt{3}$$



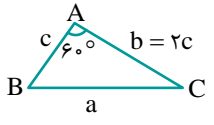
اکنون در مثلث BHC با استفاده از قضیه فیثاغورس می توان نوشت:

$$BH^2 + HC^2 = BC^2 \Rightarrow BC^2 = (2\sqrt{3})^2 + 6^2 = 48 \Rightarrow BC = 4\sqrt{3}$$

روش دوم:

با توجه به رابطه $\sin \hat{B} = 2 \sin \hat{C}$ در صورت تست و نتیجه قضیه سینوس ها:

$$\frac{\sin \hat{B}}{\sin \hat{C}} = 2 \Rightarrow \frac{b}{c} = 2 \Rightarrow b = 2c \quad (*)$$



همچنین طبق رابطه $AB + AC = 12$ می توان گفت:

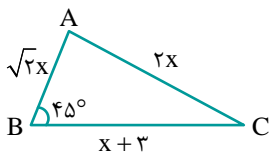
$$c + b = 12 \xrightarrow{(*)} c + 2c = 12 \Rightarrow 3c = 12 \Rightarrow c = 4 \Rightarrow b = 2c = 8$$

حال به کمک قضیه کسینوس ها:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A} = 64 + 16 - 2(8)(4)\left(\frac{1}{2}\right) = 48 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} a = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$$

16×3

گروه آموزشی ماز



$$\frac{2 + \sqrt{2}}{2} \quad (2)$$

$$2 + \sqrt{2} \quad (4)$$

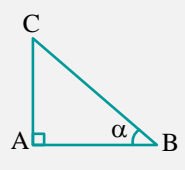
۷- مساحت مثلث ABC در شکل مقابل کدام است؟

- (1) $\frac{3 + 3\sqrt{3}}{2}$
- (2) $3 + 3\sqrt{3}$
- (3) $3 + 3\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

فب یه سر به (نسبت های مثلثاتی) بزیم، ببینیم چه خبره!

۴ نسبت مثلثاتی داریم. برای زاویه حاده α ، آن ها به صورت زیر مشخص می شوند.



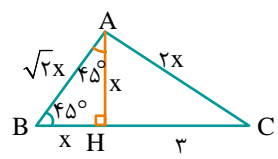
$$\cos \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{وتر}} = \frac{AB}{BC}$$

$$\sin \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{وتر}} = \frac{AC}{BC}$$

$$\tan \alpha = \frac{\text{مقابل}}{\text{مجاور}} = \frac{AC}{AB}$$

$$\cot \alpha = \frac{\text{مجاور}}{\text{مقابل}} = \frac{AB}{AC}$$

روش اول:



از A عمود AH را بر ضلع BC رسم می کنیم. در مثلث ABH می توان نوشت:

$$\sin 45^\circ = \frac{AH}{AB} \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{AH}{\sqrt{2}x} \Rightarrow AH = x \Rightarrow BH = x$$

توجه شود که مقدار HC نیز به راحتی از عبارت $HC = BC - BH = (x+3) - x = 3$ به دست می آید. در مثلث AHC طبق قضیه فیثاغورس می توان نوشت:

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow x^2 + 3^2 = (2x)^2 \Rightarrow x^2 + 9 = 4x^2 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC = \frac{1}{2} x(x+3) = \frac{1}{2} \sqrt{3}(\sqrt{3}+3) = \frac{1}{2}(3+3\sqrt{3})$$

بنابراین مساحت مثلث ABC برابر است با:

روش دوم:

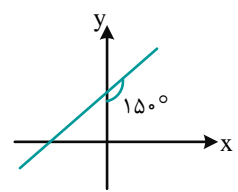
براساس نکات سوال ۶:

$$(2x)^2 = (x+3)^2 + (\sqrt{2}x)^2 - 2(\sqrt{2}x)(x+3) \frac{\cos 45^\circ}{\frac{\sqrt{2}}{2}} \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 6x + 9 + 2x^2 - 2x(x+3)$$

$$\Rightarrow 3x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \sqrt{3}$$

$$S = \frac{1}{2}(\sqrt{2}x)(x+3) \sin 45^\circ = \frac{1}{2}(\sqrt{2})(\sqrt{3}+3) = \frac{3+3\sqrt{3}}{2}$$

گروه آموزشی ماز



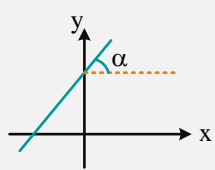
۸- معادله خط مقابل به صورت $mx + (m-1)y = 1$ است. مقدار m کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$
- (۲) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}-1}$
- (۳) $\frac{1}{\sqrt{3}+1}$
- (۴) $\frac{1}{\sqrt{3}-1}$

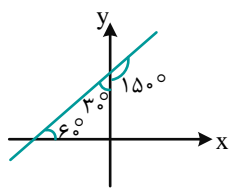
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

رابطه شیب خط با تانژانت زاویه:

شیب هر خط که محور افقی را قطع می کند، برابر است با تانژانت زاویه بین آن خط و جهت مثبت محور افقی. به عبارت دیگر، اگر α زاویه ای باشد که با جهت مثبت محور افقی می سازد، آن گاه $\tan \alpha =$ شیب خط



پاسخ تشریحی



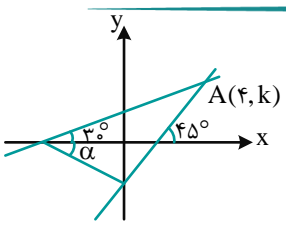
مطابق شکل مقابل، خط موردنظر با جهت مثبت محور طول‌ها زاویه 60° می‌سازد. بنابراین شیب خط برابر $\tan 60^\circ$ است. از طرف دیگر، معادله خط به صورت زیر است.

$$mx + (m-1)y = 1 \Rightarrow (m-1)y = -mx + 1 \Rightarrow y = \left(\frac{-m}{m-1}\right)x + \frac{1}{m-1}$$

پس شیب خط برابر $\frac{-m}{m-1}$ است، بنابراین:

$$\frac{-m}{m-1} = \tan 60^\circ \Rightarrow \frac{-m}{m-1} = \sqrt{3} \Rightarrow -m = \sqrt{3}m - \sqrt{3} \Rightarrow (\sqrt{3}+1)m = \sqrt{3} \Rightarrow m = \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}+1}$$

گروه آموزشی ماز



۹- در شکل مقابل، اگر $\tan \alpha = 2$ ، مقدار k کدام است؟

$$\frac{12}{2+\sqrt{3}} \quad (2)$$

$$\frac{9}{2+\sqrt{3}} \quad (1)$$

$$\frac{12}{2\sqrt{3}+1} \quad (4)$$

$$\frac{9}{2\sqrt{3}+1} \quad (3)$$

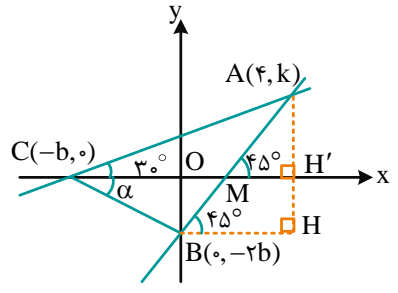
(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی

مطابق شکل زیر، مختصات نقاط B و C را طوری در نظر می‌گیریم که $\tan \alpha = 2$ ، پس در مثلث OBC خواهیم داشت:

$$\tan \alpha = \frac{OB}{OC} = \frac{-y_B}{-x_C}$$



اگر $x_C = -b$ ، آن‌گاه داریم:

$$2 = \tan \alpha = \frac{-y_B}{b} \Rightarrow y_B = -2b$$

پس $B = (0, -2b)$ و $C = (-b, 0)$ خواهد بود.

همچنین با توجه به شکل و عمودهای رسم شده AH و AH' ، در $\triangle ABH$ خواهیم داشت:
زاویه \widehat{ABH} برابر زاویه $\widehat{AMH'}$ است، زیرا:

$$OX \parallel BH, \text{ مورب } AB \xrightarrow{\text{قضیه خطوط موازی و مورب}} \widehat{AMH'} = \widehat{ABH} = 45^\circ$$

$$\tan 45^\circ = \frac{AH}{BH} \Rightarrow 1 = \frac{k+2b}{-b} \Rightarrow k+2b = -b \Rightarrow b = \frac{4-k}{2} \quad (1)$$

همچنین در مثلث $AH'C$ داریم:

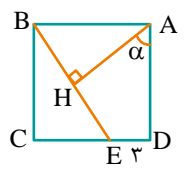
$$\tan 30^\circ = \frac{AH'}{H'C} \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{k}{-b} \Rightarrow k\sqrt{3} = -b \Rightarrow b = k\sqrt{3} - 4 \quad (2)$$

از تساوی‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{4-k}{2} = k\sqrt{3} - 4 \Rightarrow 4-k = 2\sqrt{3}k - 8 \Rightarrow (2\sqrt{3}+1)k = 12 \Rightarrow k = \frac{12}{2\sqrt{3}+1}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- در شکل مقابل، چهارضلعی $ABCD$ مربع است. اگر $DE = 3$ و $\tan \alpha = \frac{7}{4}$ ، طول HE کدام است؟



$$\frac{38}{\sqrt{65}} \quad (2)$$

$$\frac{27}{\sqrt{65}} \quad (1)$$

$$\frac{37}{\sqrt{65}} \quad (4)$$

$$\frac{28}{\sqrt{65}} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

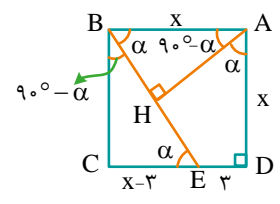
سلام بر «روابط بین نسبت‌های مثلثاتی»
روابط زیر را به خاطر بسپارید:

$$\begin{aligned}
 1) \sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha &= 1 & 2) 1 + \tan^2 \alpha &= \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\
 3) 1 + \cot^2 \alpha &= \frac{1}{\sin^2 \alpha} & 4) \sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha &= (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha)(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha \\
 5) \cot \alpha &= \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha} & 6) \tan \alpha &= \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}
 \end{aligned}$$



با توجه به قائمه بودن زوایای مربع و هم‌چنین قائم‌الزاویه بودن مثلث‌های ABH و BCE داریم:

$$\begin{aligned}
 \text{مربع } B\hat{A}H + H\hat{A}D &= 90^\circ \xrightarrow{H\hat{A}D = \alpha} B\hat{A}H = 90^\circ - \alpha \quad (1) \\
 \text{مثلث } ABH: B\hat{A}H + A\hat{B}H &= 90^\circ \xrightarrow{(1)} A\hat{B}H = \alpha \quad (2) \\
 \text{مربع } A\hat{B}H + H\hat{B}C &= 90^\circ \xrightarrow{(2)} H\hat{B}C = 90^\circ - \alpha \quad (3) \\
 \text{مثلث } H\hat{B}C + H\hat{E}C &= 90^\circ \xrightarrow{(3)} H\hat{E}C = \alpha
 \end{aligned}$$



با توجه به شکل بالا، در مثلث BCE می‌توان نوشت:

$$\tan \alpha = \frac{BC}{CE} \Rightarrow \frac{y}{4} = \frac{x}{x-3} \Rightarrow 7x - 21 = 4x \Rightarrow 3x = 21 \Rightarrow x = 7 \Rightarrow BC = 7, CE = 4$$

در همین مثلث، بنابر قضیه فیثاغورس:

$$BC^2 + CE^2 = BE^2 \xrightarrow{BC=7, CE=4} 49 + 16 = BE^2 \Rightarrow BE = \sqrt{65}$$

از طرف دیگر طبق اتحادهای مثلثاتی برای $\cos \alpha$ داریم:

$$1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow 1 + \frac{49}{16} = \frac{1}{\cos^2 \alpha} \Rightarrow \cos \alpha = \frac{4}{\sqrt{65}}$$

بنابراین، در مثلث AHB می‌توان نوشت:

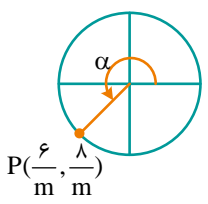
$$\cos \alpha = \frac{BH}{AB} \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{65}} = \frac{BH}{7} \Rightarrow BH = \frac{28}{\sqrt{65}}$$

$$HE = BE - BH = \sqrt{65} - \frac{28}{\sqrt{65}} = \frac{65 - 28}{\sqrt{65}} = \frac{37}{\sqrt{65}}$$

و در نهایت مقدار HE برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۱- در شکل مقابل، نقطه P روی دایره مثلثاتی قرار دارد. مقدار $\sin \alpha - \cos \alpha$ کدام است؟



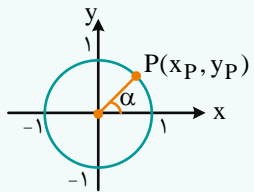
- (۱) $\frac{1}{5}$
- (۲) $-\frac{1}{5}$
- (۳) $\frac{7}{5}$
- (۴) $-\frac{7}{5}$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

این شما و این هم «دایره مثلثاتی»

دایره مثلثاتی، دایره‌ای است به مرکز مبدأ مختصات و شعاع ۱. مختصات هر نقطه روی دایره مثلثاتی، نشان‌دهنده نسبت‌های مثلثاتی زاویه‌ای است که با حرکت در خلاف جهت عقربه‌های ساعت به آن رسیده‌ایم.

مثلاً برای نقطه P در شکل مقابل داریم:



$$x_P = \cos \alpha, \quad y_P = \sin \alpha$$



طول نقطه P برابر $\cos \alpha$ و عرض آن برابر $\sin \alpha$ است. بنابراین:

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(\frac{8}{m}\right)^2 + \left(\frac{6}{m}\right)^2 = 1 \Rightarrow \frac{64}{m^2} + \frac{36}{m^2} = 1 \Rightarrow \frac{100}{m^2} = 1 \Rightarrow m^2 = 100 \Rightarrow \begin{cases} m = 10 \\ m = -10 \end{cases}$$

اگر $m = 10$ ، آن گاه علامت طول و عرض نقطه P مثبت خواهد شد، در صورتی که طول و عرض نقطه P منفی است، بنابراین $m = -10$ غیرقابل قبول است.

$$\sin \alpha - \cos \alpha = \frac{8}{m} - \frac{6}{m} = \frac{8}{-10} - \frac{6}{-10} = -\frac{2}{10} = -\frac{1}{5}$$

در نتیجه:

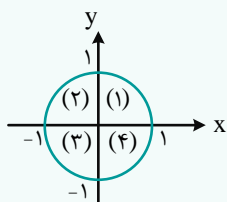
گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\sin \alpha < \cos \alpha - 1$ و $\sin \alpha \cos \alpha + \tan \alpha < 0$ ، انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در کدام ناحیه قرار دارد؟

- ۱) اول ۲) دوم ۳) سوم ۴) چهارم

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



ایستگاه نکات «علامت نسبت‌های مثلثاتی در دایره مثلثاتی»

دایره مثلثاتی دارای ۴ ربع به شکل مقابل است:

علامت نسبت‌های مثلثاتی مطابق جدول زیر است:

مقدار	ربع اول $x, y > 0$	ربع دوم $y > 0, x < 0$	ربع سوم $x, y < 0$	ربع چهارم $y < 0, x > 0$
$\sin \theta$	+	+	-	-
$\cos \theta$	+	-	-	+
$\tan \theta$	+	-	+	-
$\cot \theta$	+	-	+	-

می‌دونید «محدوده $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ » چقدره؟

برای هر زاویه α دلخواهی داریم:

$$-1 \leq \sin \alpha \leq 1$$

$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1$$



$$-1 \leq \cos \alpha \leq 1 \xrightarrow{-1} -2 \leq \cos \alpha - 1 \leq 0 \xrightarrow{\sin \alpha < \cos \alpha - 1} \sin \alpha < 0$$

توجه کنید که:

$$\sin \alpha \cos \alpha + \tan \alpha < 0 \Rightarrow \sin \alpha \cos \alpha + \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} < 0 \xrightarrow{\text{فاکتورگیری از } \sin \alpha} \sin \alpha \left(\cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} \right) < 0$$

از طرف دیگر:

$$\sin \alpha < 0, \text{ پس } \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} > 0 \text{ و در نتیجه } \cos \alpha > 0 \text{ (دقت کنید که اگر } \cos \alpha < 0 \text{، آن گاه } \frac{1}{\cos \alpha} < 0 \text{ و در نتیجه } \cos \alpha + \frac{1}{\cos \alpha} < 0 \text{)}$$

بنابراین با توجه به این که $\sin \alpha < 0$ و $\cos \alpha > 0$ ، انتهای کمان روبه‌رو به زاویه α در ناحیه چهارم قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر $\sin \alpha - k \cos \alpha = 0$ و $\tan \alpha + (1-k) \cot \alpha = 1$ ، مقدار $\sin \alpha \cos \alpha$ کدام است؟ (α زاویه‌ای حاده است.)

$\frac{1}{8}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}}{4}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



با توجه به فرض سوال داریم:

$$\sin \alpha - k \cos \alpha = 0 \Rightarrow \sin \alpha = k \cos \alpha \xrightarrow{\div \cos \alpha} \tan \alpha = k \Rightarrow \cot \alpha = \frac{1}{k}$$



تذکر: توجه شود که چون α زاویه‌ای حاده است، پس $\cos \alpha \neq 0$ ، بنابراین دو طرف تساوی را در عبارت بالا، می‌توان بر $\cos \alpha$ تقسیم کرد. از طرف دیگر:

$$\tan \alpha + (1-k) \cot \alpha = 1 \Rightarrow k + (1-k) \frac{1}{k} = 1 \xrightarrow{\times k} k^2 + 1 - k = k \Rightarrow k^2 - 2k + 1 = 0$$

$$\Rightarrow (k-1)^2 = 0 \Rightarrow k = 1 \Rightarrow \tan \alpha = 1 \Rightarrow \sin \alpha = \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin \alpha \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{1}{2}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\tan x + \cot x = \sqrt[3]{2} \cot x$ ، مقدار $2 \cos^2 x$ کدام است؟

۲۲۴ (۴)

۲۲۲ (۳)

۲۴ (۲)

۲۲ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



ابتدا توجه کنید که:

$$\tan x + \cot x = \sqrt[3]{2} \cot x \Rightarrow \tan x = (\sqrt[3]{2} - 1) \cot x \xrightarrow{\cot x = \frac{1}{\tan x}} \tan x = \frac{\sqrt[3]{2} - 1}{\tan x} \Rightarrow \tan^2 x = \sqrt[3]{2} - 1$$

$$1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \xrightarrow{\tan^2 x = \sqrt[3]{2} - 1} 1 + \sqrt[3]{2} - 1 = \frac{1}{\cos^2 x}$$

بنابراین با کمک اتحاد مثلثاتی روبه‌رو داریم:

$$\Rightarrow \cos^2 x = \frac{1}{\sqrt[3]{2}} \Rightarrow 2 \cos^2 x = \frac{2}{\sqrt[3]{2}} = \frac{\sqrt[3]{8}}{\sqrt[3]{2}} = \sqrt[3]{\frac{8}{2}} = \sqrt[3]{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\sin x + \cos x = \frac{4}{3}$ ، مقدار $\tan^2 x + \cot^2 x$ کدام است؟

۳۷/۳۶ (۴)

۱۷/۳۶ (۳)

۲۲۶/۴۹ (۲)

۲۰۷/۴۹ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



در اکثر مواقع با دیدن عبارات $\sin x + \cos x$ یا $\sin x - \cos x$ بهترین راه‌حل آن است که طرفین تساوی را به توان ۲ برسانیم.



طرفین تساوی داده شده را به توان دو می‌رسانیم:

$$(\sin x + \cos x)^2 = \frac{16}{9} \Rightarrow \sin^2 x + \cos^2 x + 2 \sin x \cos x = \frac{16}{9}$$

$$\Rightarrow 1 + 2 \sin x \cos x = \frac{16}{9} \Rightarrow 2 \sin x \cos x = \frac{16}{9} - 1 = \frac{7}{9} \Rightarrow \sin x \cos x = \frac{7}{18}$$

$$\tan^2 x + \cot^2 x = (\tan x + \cot x)^2 - 2 \tan x \cot x \xrightarrow{\tan x \cdot \cot x = 1} \left(\frac{\sin x}{\cos x} + \frac{\cos x}{\sin x} \right)^2 - 2$$

بنابراین حاصل مورد سوال برابر است با:

$$= \left(\frac{\sin^2 x + \cos^2 x}{\sin x \cos x} \right)^2 - 2 \xrightarrow{\sin^2 x + \cos^2 x = 1, \sin x \cdot \cos x = \frac{7}{18}} \left(\frac{1}{\frac{7}{18}} \right)^2 - 2 = \frac{324}{49} - 2 = \frac{324 - 98}{49} = \frac{226}{49}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $30^\circ \leq x \leq 150^\circ$ ، حدود عبارت $A = \frac{\sin^2 x}{2 + \cos^2 x}$ کدام است؟

$[-\frac{1}{11}, \frac{1}{2}]$ (۴)

$[-\frac{1}{2}, \frac{1}{11}]$ (۳)

$[-\frac{1}{2}, -\frac{1}{11}]$ (۲)

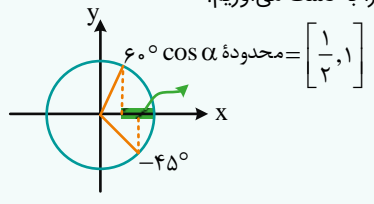
$[\frac{1}{11}, \frac{1}{2}]$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پرده بعدی نمایش «نقشه مشخص کردن محدوده $\sin \alpha$ و $\cos \alpha$ با محدود بودن خود زاویه α »

برای این کار باید از دایره مثلثاتی کمک بگیریم:

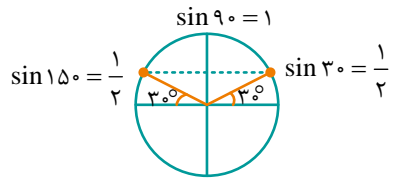
محدوده α رو روی دایره مثلثاتی مشخص کرده، با توجه به دایره مثلثاتی، محدوده نسبت مثلثاتی خواسته شده را به دست می آوریم.



مثال: اگر $60^\circ \leq \alpha \leq 45^\circ$ باشد، محدوده $\cos \alpha$ چقدر است؟

پاسخ: طبق دایره مثلثاتی داریم:

پاسخ تشریحی:



با توجه به شکل مقابل، اگر $30^\circ \leq x \leq 150^\circ$ ، آن گاه $\frac{1}{2} \leq \sin x \leq 1$ ، بنابراین: $\frac{1}{4} \leq \sin^2 x \leq 1$

از طرف دیگر برای A داریم:

$$A = \frac{\sin^2 x}{2 + \cos^2 x} = \frac{\sin^2 x}{2 + 1 - \sin^2 x} = \frac{\sin^2 x}{3 - \sin^2 x} = \frac{-3 + \sin^2 x + 3}{3 - \sin^2 x} = \frac{-(3 - \sin^2 x)}{3 - \sin^2 x} + \frac{3}{3 - \sin^2 x} = -1 + \frac{3}{3 - \sin^2 x} \quad (I)$$

پس با توجه به نامساوی به دست آمده برای $\sin^2 x$ می توان نوشت:

$$\frac{1}{4} \leq \sin^2 x \leq 1 \Rightarrow -1 \leq -\sin^2 x \leq -\frac{1}{4} \xrightarrow{+3} 2 \leq 3 - \sin^2 x \leq \frac{11}{4}$$

تذکر: دقت شود که چون تمام طرف های نامساوی مثبت است، می توانیم طرف های نامساوی را معکوس کنیم.

$$\xrightarrow{\div 3} \frac{2}{3} \leq \frac{3 - \sin^2 x}{3} \leq \frac{11}{12} \xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{12}{11} \leq \frac{3}{3 - \sin^2 x} \leq \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{-1} \frac{1}{11} \leq -1 + \frac{3}{3 - \sin^2 x} \leq \frac{1}{2} \xrightarrow{(I)} \frac{1}{11} \leq A \leq \frac{1}{2}$$

یه راه حل ساده و کارآمد بگیم؟

چون صورت و مخرج عبارت A همواره نامنفی است، پس محدوده A نباید منفی باشد. لذا فقط گزینه ۱ نامنفی است.

گروه آموزشی ماز

۱۷- حاصل $A = \frac{1}{1 - \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 - \cot 10^\circ} + \frac{1}{1 + \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 + \cot 10^\circ}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $2 \tan 10^\circ$ (۴) $2 \cot 10^\circ$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

$$\frac{1}{1 - \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 - \cot 10^\circ} = \frac{1}{1 - \tan 10^\circ} + \frac{\tan 10^\circ}{\tan 10^\circ - 1} = \frac{1 - \tan 10^\circ}{1 - \tan 10^\circ} = 1$$

توجه کنید که:

$$\frac{1}{1 - \cot x} = \frac{1}{1 - \frac{1}{\tan x}} = \frac{1}{\frac{\tan x - 1}{\tan x}} = \frac{\tan x}{\tan x - 1}$$

زیرا:

$$\frac{1}{1 + \tan 10^\circ} + \frac{1}{1 + \cot 10^\circ} = \frac{1}{1 + \tan 10^\circ} + \frac{\tan 10^\circ}{\tan 10^\circ + 1} = \frac{1 + \tan 10^\circ}{1 + \tan 10^\circ} = 1$$

به همین ترتیب:

$$\frac{1}{1 + \cot x} = \frac{1}{1 + \frac{1}{\tan x}} = \frac{1}{\frac{\tan x + 1}{\tan x}} = \frac{\tan x}{\tan x + 1}$$

زیرا:

بنابراین:

$$A = 1 + 1 = 2$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر تساوی $\sin x \cos x (a + b \tan^2 x + \cot^2 x) = \tan x + \cot x$ یک اتحاد باشد، مقدار $b - a$ کدام است؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) -۱ (۴) -۲

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

مفهوم اتحاد رو بلدی؟

اتحاد یک تساوی است که به ازای هر x دلخواه همواره برقرار است.

پاسخ تشریحی:

چون تساوی داده شده یک اتحاد است، پس در آن به جای x می توان هر مقدار x که عبارت ها بامعنی باشند را قرار داد.

اگر $x = 45^\circ$ قرار دهیم: $\cot 45 = \tan 45 = 1, \sin 45 = \cos 45 = \frac{1}{\sqrt{2}}$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} (a + b + 1) = 1 + 1 \Rightarrow \frac{1}{2} (a + b + 1) = 2 \Rightarrow a + b + 1 = 4 \Rightarrow a + b = 3 \quad (I)$$

اگر $x = 30^\circ$ قرار دهیم: $\cot 30 = \sqrt{3}, \tan 30 = \frac{\sqrt{3}}{3}, \cos 30 = \frac{\sqrt{3}}{2}, \sin 30 = \frac{1}{2}$

$$\frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} (a + \frac{b}{3} + 3) = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{4} (a + \frac{b}{3} + 3) = \frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}$$

$$\xrightarrow{\times \frac{4}{\sqrt{3}}} a + \frac{b}{3} + 3 = \frac{4}{\sqrt{3}} (\frac{1}{\sqrt{3}} + \sqrt{3}) \Rightarrow a + \frac{b}{3} + 3 = \frac{4}{3} + 4 \Rightarrow a + \frac{b}{3} = \frac{4}{3} + 1 \xrightarrow{\times 3} 3a + b = 7 \quad (II)$$

حال، باید دستگاه معادلات $\begin{cases} a + b = 3 \\ 3a + b = 7 \end{cases}$ را حل کنیم.

$$\times(-1) \begin{cases} a + b = 3 \\ 3a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = -3 \\ 3a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow 3a - a = 7 - 3 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow b - a = -1$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- ساده شده عبارت $A = \frac{\tan x + \tan^3 x}{\cot x + \cot^3 x} \times \frac{\sin^2 x - \sin^4 x}{\cos^2 x - \cos^4 x}$ کدام است؟

(۱) $\tan^3 x$ (۲) $\tan^4 x$ (۳) $\sin^4 x$ (۴) $\cos^4 x$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

دوباره (روابط بین نسبت های مثلثاتی):

روابط زیر را به خاطر بسپارید:

۱) $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

۲) $1 + \tan^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}$

۳) $1 + \cot^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha}$

۴) $\sin^4 \alpha - \cos^4 \alpha = (\sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha) (\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) = \sin^2 \alpha - \cos^2 \alpha$

۵) $\cot \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha}$

۶) $\tan \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}$

پاسخ تشریحی:

جمله اول حاصل ضرب بالا، برابر است با:

$$\frac{\tan x + \tan^3 x}{\cot x + \cot^3 x} = \frac{\tan x (1 + \tan^2 x)}{\cot x (1 + \cot^2 x)} \xrightarrow{\left(\begin{matrix} 1 + \tan^2 x = \frac{1}{\cos^2 x} \\ 1 + \cot^2 x = \frac{1}{\sin^2 x} \end{matrix} \right)} \frac{\tan x \left(\frac{1}{\cos^2 x} \right)}{\frac{1}{\tan x} \left(\frac{1}{\sin^2 x} \right)} = \tan^2 x \left(\frac{\sin^2 x}{\cos^2 x} \right) = \tan^2 x \tan^2 x = \tan^4 x$$

جمله دوم حاصل ضرب بالا نیز برابر است با:

$$\frac{\sin^2 x - \cos^2 x}{\cos^2 x - \sin^2 x} = \frac{\sin^2 x(1 - \cos^2 x)}{\cos^2 x(1 - \sin^2 x)} \xrightarrow{\begin{matrix} 1 - \sin^2 x = \cos^2 x \\ 1 - \cos^2 x = \sin^2 x \end{matrix}} \frac{\sin^2 x \cos^2 x}{\cos^2 x \sin^2 x} = 1$$

$A = \tan^2 x \times 1 = \tan^2 x$

بنابراین، با داشتن دو جمله اول و دوم ضرب، حاصل آن برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۰- حاصل $A = \sqrt{1 - 2 \sin \delta \cos \delta} + \sqrt{1 + 2 \sin \delta \cos \delta}$ کدام است؟

- ۱) $2 \sin \delta$ ۲) $2 \cos \delta$ ۳) $\sin \delta + \sin \delta \delta$ ۴) $\cos \delta - \cos \delta \delta$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰٪)

«نسبت‌های مثلثاتی زوایای متمم» رو آنگه یاد بگیرید، خیلی خفن می‌شین!!

اگر $\alpha + \beta = 90^\circ$ باشد، یعنی α و β متمم هم باشند، آن‌گاه داریم:

- ۱) $\sin \alpha = \cos \beta$ ۲) $\cos \alpha = \sin \beta$ ۳) $\tan \alpha = \cot \beta$ ۴) $\cot \alpha = \tan \beta$

خط مبنا:

نیمساز ربع ۱ و ۳ را خط مبنا می‌گوییم که در آن:



- در ناحیه نارنجی: $\sin > \cos$
- در ناحیه سفید: $\cos > \sin$
- روی خط مبنا: $\sin = \cos$

پاسخ شریقی:

جمله اول حاصل جمع برابر است با:

$$\sqrt{1 - 2 \sin \delta \cos \delta} \xrightarrow{1 = \sin^2 \delta + \cos^2 \delta} \sqrt{\sin^2 \delta + \cos^2 \delta - 2 \sin \delta \cos \delta} = \sqrt{(\sin \delta - \cos \delta)^2} = |\sin \delta - \cos \delta| = -\sin \delta + \cos \delta$$

دقت کنید که بر اساس خط مبنا زاویه 5° در ناحیه سفید رنگ قرار دارد پس $\sin \delta < \cos \delta$ است. پس $\sin \delta - \cos \delta < 0$. پس:

$$|\sin \delta - \cos \delta| = -(\sin \delta - \cos \delta) = -\sin \delta + \cos \delta$$

همچنین برای جمله دوم حاصل جمع داریم:

$$\sqrt{1 + 2 \sin \delta \cos \delta} \xrightarrow{1 = \sin^2 \delta + \cos^2 \delta} \sqrt{\sin^2 \delta + \cos^2 \delta + 2 \sin \delta \cos \delta} = \sqrt{(\sin \delta + \cos \delta)^2} = |\sin \delta + \cos \delta| = \sin \delta + \cos \delta$$

تذکره: دقت شود که $\sin \delta > 0$ و $\cos \delta > 0$ پس $(\sin \delta + \cos \delta) > 0$ ، پس:

$$|\sin \delta + \cos \delta| = \sin \delta + \cos \delta$$

بنابراین حاصل جمع مطلوب سوال برابر است با:

$$A = -\sin \delta + \cos \delta + \sin \delta + \cos \delta$$

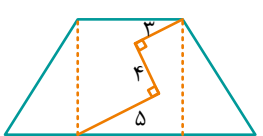
اکنون توجه کنید که 5° و 85° متمم یکدیگرند و $\sin 85^\circ = \cos 5^\circ$ و $\cos 85^\circ = \sin 5^\circ$ که شما می‌توانید با کشیدن یک مثلث قائم‌الزاویه به این نکته پی ببرید.

بنابراین:

$$A = -\sin \delta + \cos \delta + \cos \delta + \sin \delta = 2 \cos \delta$$

گروه آموزشی ماز

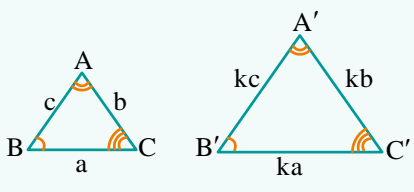
۲۱- اگر طول هر ساق دوزنقه متساوی‌الساقین زیر $5\sqrt{2}$ باشد و ارتفاع دوزنقه با قاعده کوچک برابر باشد، مساحت آن کدام است؟



- ۱) ۴۰
۲) ۵۰
۳) ۶۰
۴) ۷۰

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

تشابه مثلث‌ها:



وقتی دو مثلث متشابه هستند، زاویه‌های برابر دارند که ضلع‌های روبه‌رو به زاویه‌های برابر متناسب هستند. تشابه دو مثلث ABC و A'B'C' را به این صورت بیان می‌کنیم:

$$\triangle ABC \sim \triangle A'B'C'$$

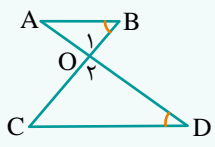
از تشابه دو مثلث ABC و A'B'C' داریم:

$$\begin{aligned} 1) \hat{A} &= \hat{A}', \hat{B} = \hat{B}', \hat{C} = \hat{C}' \\ 2) \frac{BC}{B'C'} &= \frac{AC}{A'C'} = \frac{AB}{A'B'} = \frac{1}{k} \end{aligned}$$

نسبت تشابه: به نسبت اضلاع متناظر دو مثلث متشابه، نسبت تشابه آن دو مثلث می‌گوییم.

دقت داشته باشید که k می‌تواند هر عدد مثبتی باشد و اگر k نسبت تشابه باشد، $\frac{1}{k}$ نیز نسبت تشابه است.

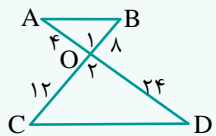
حالت‌های تشابه دو مثلث:



حالت (زز) می‌گوید اگر دو زاویه از مثلثی با دو زاویه از مثلثی دیگر برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.

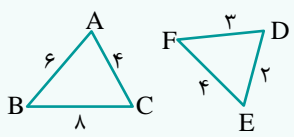
$$\begin{aligned} \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle OCD \\ \hat{B} &= \hat{D} \end{aligned}$$

حالت (ضضض) می‌گوید اگر دو ضلع از مثلثی با دو ضلع از مثلثی دیگر متناسب (نه برابر) و زاویه بین آن‌ها هم برابر باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



$$\begin{aligned} \frac{OC}{OA} &= \frac{OD}{OB} = r \Rightarrow \triangle ABO \sim \triangle OCD \\ \hat{O}_1 &= \hat{O}_2 \end{aligned}$$

حالت (ضضض) می‌گوید اگر اندازه‌های سه ضلع از مثلثی با اندازه‌های سه ضلع از مثلثی دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه‌اند.



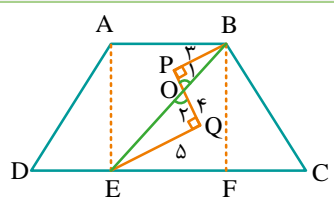
$$\frac{AB}{DE} = \frac{AC}{DF} = \frac{BC}{EF} = r \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$$

یادآوری:

مساحت دوزنقه برابر است با:

$$\frac{\text{ارتفاع}(\text{قاعده بزرگ} + \text{قاعده کوچک})}{2}$$

پاسخ تشریحی:



دوزنقه را نام‌گذاری می‌کنیم و با پاره‌خطی B به E وصل می‌کنیم. با توجه به مطالب درسنامه می‌توان تشخیص داد دو مثلث BPO و OQE متشابه هستند.

$$\triangle BPO \sim \triangle OQE: \begin{cases} \hat{O}_1 = \hat{O}_2 \text{ (مقابل به رأس)} \\ \hat{P} = \hat{Q} \end{cases} \Rightarrow \frac{PB}{EQ} = \frac{BO}{EO} = \frac{PO}{QO}$$

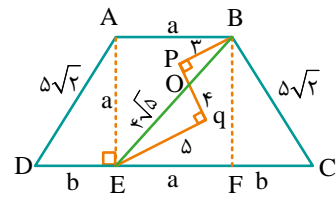
$$PO = x \Rightarrow \frac{x}{5} = \frac{x}{4-x} \Rightarrow 5x = 12 - 3x \Rightarrow 8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2} = PO, QO = \frac{2}{5}$$

حال از هر مثلث قائم‌الزاویه طول ۲ ضلع را داریم، برای به دست آوردن ضلع سوم چکار کنیم؟ آفرین فیثاغورس!

$$\begin{cases} BO^2 = 9 + \frac{9}{4} = \frac{45}{4} \Rightarrow BO = \frac{3\sqrt{5}}{2} \\ EO^2 = 25 + \frac{25}{4} = \frac{125}{4} \Rightarrow EO = \frac{5\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow BE = BO + OE = \frac{8\sqrt{5}}{2} = 4\sqrt{5} \text{ قطر مربع ABFE}$$

سوال گفته بود قاعده کوچک و ارتفاع با هم برابرند، پس داریم:

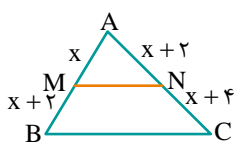
۱) $AB^2 + AE^2 = BE^2 \Rightarrow a^2 + a^2 = 80 \Rightarrow a^2 = 40 \Rightarrow a = 2\sqrt{10}$
 ۲) $AE^2 + DE^2 = AD^2 \Rightarrow 40 + b^2 = 50 \Rightarrow b^2 = 10 \Rightarrow b = \sqrt{10}$



و در نهایت با پیدا کردن طول قاعده کوچک، قاعده بزرگ و طول ارتفاع، مساحت دوزنقه برابر است با:

قاعده کوچک $AB = 2\sqrt{10}$
 قاعده بزرگ $DC = 4\sqrt{10} \Rightarrow S = \frac{(2\sqrt{10} + 4\sqrt{10})}{2} \times 2\sqrt{10} = 3\sqrt{10} \times 2\sqrt{10} = 60$
 ارتفاع $AE = 2\sqrt{10}$

گروه آموزشی ماز

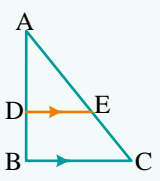


۲۲- در شکل مقابل، به ازای چند مقدار حقیقی x ، پاره خط MN موازی ضلع BC است؟

- ۱) صفر
- ۲) ۱
- ۳) ۲
- ۴) بی شمار

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

تالس و عکس قضیه تالس:

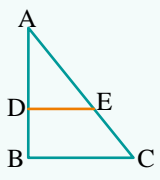


خود قضیه تالس: اگر خطی موازی یک ضلع مثلث رسم شود، مانند شکل مقابل که DE با BC موازی است، داریم:

$$DE \parallel BC \Rightarrow \begin{cases} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} & \text{(جزء به جزء)} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} & \text{(جزء به کل)} \end{cases}$$

و حالا عکس قضیه دوستان

ممکنه در نگاه اول، این مثلث همون مثلث بالایی باشه ولی اگه دقت کنید می بینید که مشخص نکرده که DE با BC موازی است یا نه. طبق عکس قضیه تالس، اگر یکی از نسبت های تالس در مثلث روبه رویی صدق کند، پس DE با BC موازی است.



$$\left. \begin{array}{l} \frac{AD}{DB} = \frac{AE}{EC} \text{ (جزء به جزء)} \\ \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} = \frac{DE}{BC} \text{ (جزء به کل)} \end{array} \right\} \Rightarrow DE \parallel BC$$

پاسخ سریعی:

اگر پاره خط MN موازی ضلع BC باشد، آن گاه طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$\frac{AM}{MB} = \frac{AN}{NC} \Rightarrow \frac{x}{x+2} = \frac{x+2}{x+4} \Rightarrow x(x+4) = (x+2)^2$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x = x^2 + 4x + 4 \Rightarrow 0 = 4$$

امکان پذیر نیست

چون برای x هیچ مقداری به دست نیامد، پس MN موازی BC نیست.

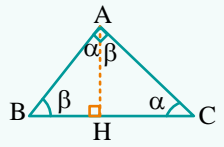
گروه آموزشی ماز

۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه $\hat{A} = 90^\circ$ ABC ، ارتفاع وارد بر وتر است. اگر طول AH دو برابر طول BH باشد، طول وتر BC چند برابر طول ضلع AB است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{5}$ (۴) $\sqrt{6}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه:



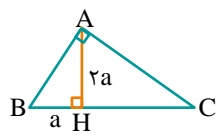
در هر مثلث قائم‌الزاویه، با رسم ارتفاع وارد بر وتر دو مثلث قائم‌الزاویه به وجود می‌آید که با هم و با مثلث اصلی متشابه هستند.

$$\triangle ABC \sim \triangle AHC \sim \triangle ABH$$

رابطه‌هایی که داریم:

- ۱) $AH^2 = BH \times CH$ ۲) $AB^2 = BH \times BC$
 ۳) $AC^2 = CH \times CB$ ۴) $AH = \frac{AB \times AC}{BC}$
 ۵) $BC^2 = AB^2 + AC^2$ (پیتاغورس)

یک مثلث قائم‌الزاویه رسم می‌کنیم و طبق صورت سوال داریم: $AH = 2BH$



در مثلث قائم‌الزاویه AHB ، با استفاده از فیثاغورس وتر (AB) را به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AB^2 = (2a)^2 + a^2 = 5a^2 \Rightarrow AB = \sqrt{5}a$$

همچنین طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

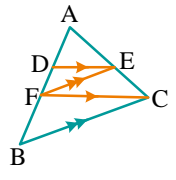
$$AH^2 = BH \times HC \Rightarrow (2a)^2 = a \times HC \Rightarrow HC = 4a$$

$$BC = HC + BH = 4a + a = 5a \Rightarrow BC = 5a$$

$$\frac{BC}{AB} = \frac{5a}{\sqrt{5}a} = \sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- در شکل مقابل، اگر $DE \parallel FC$ ، $FE \parallel BC$ و $AD = 3DF$ باشد، نسبت $\frac{FB}{DF}$ کدام است؟



- (۱) ۱ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) ۲

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

تالس دوپل یا تالس تودرتو یا ...

خب از اونجایی که می‌دونیم شما دوستان عزیز تالس رو خیلی دوست دارین!!! گفتیم دو تالس در یک مثلث بیوریم. اگر در مثلثی دو خط موازی رسم شود می‌توان ۲ بار قضیه تالس را نوشت، پس:

$$\begin{aligned} \triangle ABC : DE \parallel BC &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC} \\ \triangle ABE : DF \parallel BE &\Rightarrow \frac{AD}{AB} = \frac{AF}{AE} \\ \Rightarrow \frac{AE}{AC} &= \frac{AF}{AE} \Rightarrow (AE)^2 = AF \times AC \Rightarrow b^2 = a \cdot c \text{ (ضلع متوسط)} \end{aligned}$$

روشی اول:

طبق قضیه تالس در دو مثلث ABC و AFC داریم:

$$\triangle AFC : DE \parallel FC \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AE}{EC} \quad (1)$$

$$\triangle ABC : FE \parallel BC \Rightarrow \frac{AF}{FB} = \frac{AE}{EC} \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \frac{AD}{DF} = \frac{AF}{FB} \Rightarrow \frac{FB}{DF} = \frac{AF}{AD} = \frac{AD+DF}{AD} \xrightarrow{AD=2DF} \frac{FB}{DF} = \frac{3DF}{2DF} = \frac{3}{2}$$

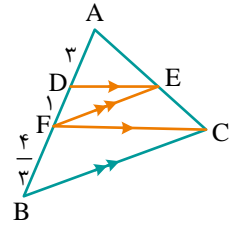
روشی دوم:

به صورت فرضی مقدار DF را ۱ در نظر می‌گیریم و طبق گفته سوال:

$$1) AD = 2DF \Rightarrow \begin{cases} DF = 1 \\ AD = 2 \end{cases}$$

$$2) AF^2 = AD \times AB \Rightarrow 16 = 2 \times AB \Rightarrow AB = \frac{16}{2} = 8, FB = \frac{16}{2} - 2 = 6$$

$$\frac{FB}{DF} = \frac{6}{1} = 6$$



گروه آموزشی ماز

۲۵- مثلث قائم‌الزاویه‌ای به اضلاع ۲، ۴، x با مثلث قائم‌الزاویه دیگری به اضلاع ۵، a، b متشابه است. کمترین مقدار ممکن برای a+b کدام است؟

- (۱) ۶ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $\frac{5}{2}(1+\sqrt{3})$ (۴) $5(2+\sqrt{5})$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

کمترین مقدار a+b زمانی حاصل می‌شود که ۵ وتر مثلث دوم باشد و در مثلث اول نیز باید x را طوری پیدا کنیم که وتر بیشترین مقدار ممکن باشد در مثلث اول، اگر x را وتر فرض کنیم طبق فیثاغورس داریم:

$$x^2 = 2^2 + 4^2 = 20 \Rightarrow x = 2\sqrt{5}$$

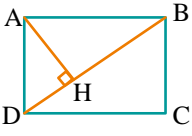
فرض ما درست شد و $2\sqrt{5}$ از ۴ و ۲ بزرگ‌تر است، پس وتر مثلث اول $2\sqrt{5}$ و وتر مثلث دوم ۵ است و چون خود سوال گفته دو مثلث متشابه هستند، پس داریم:

$$\frac{2}{a} = \frac{4}{b} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \quad (\text{یا} \quad \frac{2}{b} = \frac{4}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5})$$

$$\begin{cases} \frac{2}{a} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow a = \sqrt{5} \\ \frac{4}{b} = \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow b = 2\sqrt{5} \end{cases} \Rightarrow a+b = 3\sqrt{5}$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در مستطیل شکل مقابل ($BC=2, AB=2\sqrt{3}$)، فاصله نقطه H از ضلع AB کدام است؟



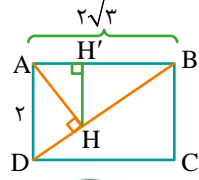
- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) ۱ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

روشی اول:

طبق فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow BD = 4$$



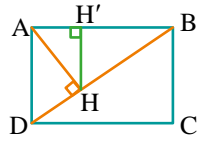
از طرفی، طبق روابط طولی نیز داریم:

$$\triangle ABD : AH = \frac{AB \times AD}{BD} = \frac{2\sqrt{3} \times 2}{4} \Rightarrow AH = \sqrt{3}$$

$$\triangle ABD : AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12 = BH \times 4 \Rightarrow BH = 3$$

$$\triangle BH : HH' = \frac{AH \times BH}{AB} = \frac{\sqrt{3} \times 3}{2\sqrt{3}} = \frac{3}{2}$$

روش دوم:



طبق فیثاغورس در مثلث قائم‌الزاویه ABD داریم:

$$BD^2 = AB^2 + AD^2 = 12 + 4 = 16 \Rightarrow BD = 4$$

$$AB^2 = BH \times BD \Rightarrow 12 = BH \times 4 \Rightarrow BH = 3$$

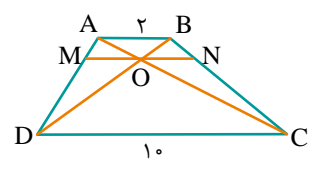
حال اگر از H عمود HH' را بر ضلع AB رسم کنیم، آن‌گاه طبق تعمیم قضیه تالس در مثلث ABD داریم:

$$HH' \parallel AD \Rightarrow \frac{HH'}{AD} = \frac{BH}{BD} \Rightarrow \frac{HH'}{2} = \frac{3}{4} \Rightarrow HH' = \frac{3}{2}$$

مازی عزیز در تست ۲۳، روابط طولی رو کامل توضیح دادیم برگرد به نگاه بنداز.

گروه آموزشی ماز

۲۷- در شکل روبه‌رو، اگر $MN \parallel AB \parallel CD$ باشد، طول پاره‌خط OM کدام است؟



- (۱) $\frac{5}{3}$
- (۲) $\frac{3}{2}$
- (۳) $\frac{4}{3}$
- (۴) $\frac{5}{4}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

خب، ظاهراً تالس ول کن نیست همه جا هست، حتی در دوزنقه.

اگر خطی موازی قاعده‌ها رسم کنیم که از محل برخورد قطرهای دوزنقه عبور کند، MO با ON برابر است و داریم:

$$MO = ON = x$$

$$\frac{1}{x} = \frac{1}{a} + \frac{1}{b}$$

روش اول:

اگر $AM = x$ و $DM = y$ در نظر گرفته شود، آن‌گاه طبق تعمیم قضیه تالس در دو مثلث ABD و ADC داریم:

$$\triangle ABD : OM \parallel AB \Rightarrow \frac{OM}{AB} = \frac{DM}{AD} \Rightarrow \frac{OM}{2} = \frac{y}{x+y} \quad (1)$$

$$\triangle ADC : OM \parallel DC \Rightarrow \frac{OM}{DC} = \frac{AM}{AD} \Rightarrow \frac{OM}{10} = \frac{x}{x+y} \quad (2)$$

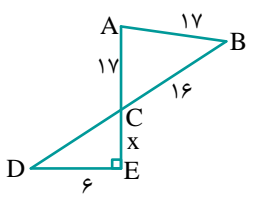
$$(1), (2) \Rightarrow \frac{OM}{2} + \frac{OM}{10} = \frac{y}{x+y} + \frac{x}{x+y} = 1 \xrightarrow{\times 10} 5OM + OM = 10 \Rightarrow 6OM = 10 \Rightarrow OM = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

روش دوم:

طبق نکته‌ای که گفتیم داریم:

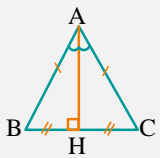
$$\frac{1}{OM} = \frac{1}{2} + \frac{1}{10} = \frac{6}{10} \Rightarrow \frac{1}{OM} = \frac{6}{10} \Rightarrow OM = \frac{10}{6} = \frac{5}{3}$$

گروه آموزشی ماز



- ۲۸- در شکل مقابل، مقدار x کدام است؟
- (۱) $4/8$
 - (۲) $4/5$
 - (۳) $3/6$
 - (۴) $3/2$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)



نکته:
در مثلث متساوی الساقین، ارتفاع وارد بر قاعده هم میانه است هم عمودمنصف و هم نیمساز
 $AH =$ ارتفاع = میانه، عمودمنصف، نیمساز

پاسخ تشریحی:

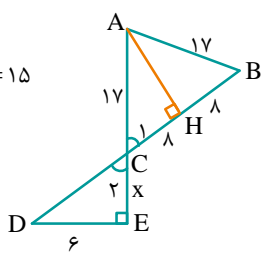
در مثلث متساوی الساقین ABC ، ارتفاع وارد بر قاعده BC ، میانه نظیر این ضلع است، پس داریم:

$BH = CH = 8$

فیثاغورس $\triangle AHC$: $AH^2 = AC^2 - CH^2 = 17^2 - 8^2 = 225 \Rightarrow AH = 15$

$\left. \begin{matrix} \hat{C}_1 = \hat{C}_2 \text{ (متقابل به رأس)} \\ \hat{H} = \hat{E} = 90^\circ \end{matrix} \right\} \Rightarrow \triangle AHC \sim \triangle DEC$

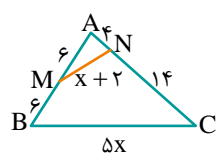
$\Rightarrow \frac{CH}{CE} = \frac{AH}{DE} \Rightarrow \frac{8}{x} = \frac{15}{6} \Rightarrow x = \frac{48}{15} = 3/2$



گروه آموزشی ماز

- ۲۹- در شکل مقابل، مجموع طول پاره‌های MN و BC کدام است؟

- (۱) ۱۴
- (۲) ۱۸
- (۳) ۲۰
- (۴) ۲۶



پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

در دو مثلث AMN و ABC داریم:

$\left. \begin{matrix} \frac{AM}{AC} = \frac{6}{18} = \frac{1}{3} \\ \frac{AN}{AB} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3} \end{matrix} \right\} \Rightarrow \frac{AM}{AC} = \frac{AN}{AB}$

از طرفی، زاویه \hat{A} در دو مثلث مشترک است، پس این دو مثلث به حالت تساوی یک زاویه و تناسب اضلاع نظیر زاویه برابر، متشابه هستند، پس داریم:

$\triangle AMN \sim \triangle ABC \Rightarrow \frac{MN}{BC} = \frac{AM}{AC} \Rightarrow \frac{x+2}{5x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 5x = 3x+6 \Rightarrow 2x = 6 \Rightarrow x = 3$

$MN + BC = (3+2) + 5 \times 3 = 5 + 15 = 20$

در تست ۲۱، حالت‌های تشابه دو مثلث رو بررسی کردیم، اگه یادت نمونه برگرد به نگاه بنداز.

گروه آموزشی ماز

۳۰- در مثلثی به اضلاع ۷، ۸، ۹، طول کوتاه‌ترین ارتفاع کدام است؟

$\frac{8\sqrt{5}}{3}$ (۴)

$\frac{56}{9}$ (۳)

$3\sqrt{5}$ (۲)

۶ (۱)

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

قضیه هرون:

اگر P نصف محیط مثلث باشد مساحت آن از رابطه $S = \sqrt{P(P-a)(P-b)(P-c)}$ به دست می‌آید.

محاسبات سریع:

مازی‌های عزیز، سعی کنید محاسباتتون هوشمندانه و سریع باشه، مثلاً اتحاد مزدوج در محاسبات:

$a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$ اتحاد مزدوج:

$13^2 - 8^2 = (13-8)(13+8) = 5 \times 21$

$24^2 - 12^2 = (24-12)(24+12) = (12)(36)$

$(x-4)^2 - x^2 = (x-4-x)(x-4+x) = (-4)(2x-4)$

روش اول:

کوتاه‌ترین ارتفاع هر مثلث، ارتفاعی است که بر بزرگ‌ترین ضلع آن وارد می‌شود، پس باید طول ارتفاع وارد بر ضلع، به طول ۹ را محاسبه کنیم. مطابق شکل و طبق قضیه فیثاغورس در دو مثلث ABH و ACH داریم:

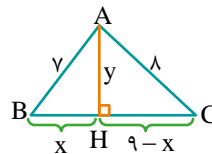
$AH^2 = AB^2 - BH^2 \Rightarrow y^2 = 7^2 - x^2$ (۱)

$AH^2 = AC^2 - CH^2 \Rightarrow y^2 = 8^2 - (9-x)^2$ (۲)

(۱)، (۲) $\Rightarrow 7^2 - x^2 = 8^2 - (9-x)^2 \Rightarrow (9-x)^2 - x^2 = 8^2 - 7^2$

$(9-x-x)(9-x+x) = 15 \Rightarrow 9-2x = \frac{15}{9} \Rightarrow x = \frac{11}{3}$

$y^2 = 49 - x^2 = 49 - (\frac{11}{3})^2 = 49 - \frac{121}{9} = \frac{320}{9} \Rightarrow y^2 = \frac{64 \times 5}{9} \Rightarrow y = \frac{8\sqrt{5}}{3}$



روش دوم:

$P = \frac{7+8+9}{2} = 12 \Rightarrow S = \sqrt{12(12-7)(12-8)(12-9)} = \sqrt{720} = \sqrt{5 \times 144} = 12\sqrt{5}$

$\frac{1}{2}(\text{ارتفاع min})(\text{max قاعده}) = 12\sqrt{5} = \frac{1}{2}(h_{\min})(9) \Rightarrow h_{\min} = \frac{24\sqrt{5}}{9} = \frac{8\sqrt{5}}{3}$

۳۱- در داخل ظرفی تا ارتفاع ۱m مایعی به چگالی $\frac{10}{2} \frac{g}{cm^3}$ می‌ریزیم اگر فشار هوا $81/6 kPa$ باشد، فشار در کف ظرف چند cmHg است؟

$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{g}{cm^3}, g = 10 \frac{N}{kg})$$

۱۶۰ (۴)

۱۵۰ (۳)

۱۳۵ (۲)

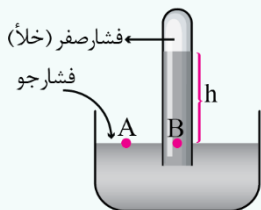
۱۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

فشارسنج هوا (بارومتر)

وسیله‌ای ساده که برای اندازه‌گیری فشار جو به کار می‌رود. این فشارسنج توسط توربچلی اختراع شد. فشارسنج هوا شامل یک لوله شیشه‌ای بلند (به طول تقریبی ۸۰ سانتی‌متر) با یک سر بسته است که از جیوه پر شده و سپس در یک ظرف محتوی جیوه به طور وارون قرار گرفته است. فضای خالی بالای ستون جیوه تنها محتوی بخار جیوه است که فشارش ناچیز و در عمل برابر صفر فرض می‌شود:



فشار در نقطه B برابر ρgh و در نقطه A برابر P است چون نقاط A و B هم‌ترازند، داریم:

$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{جو}} + \rho gh = P \rightarrow P_{\text{جو}} = P - \rho gh$$

بارومتر فشار جو را مستقیماً از روی ارتفاع ستون جیوه نشان می‌دهد که در سطح دریاهای آزاد 760 mm است به همین دلیل فشار هوا در سطح دریاهای آزاد 760 mmHg یا 76 cmHg بیان می‌شود برای محاسبه فشار هوا بر حسب پاسکال داریم:

$$P_{\text{جو}} = 13600 \times 9.8 / 1000 \times 0.76 \text{ (m)} \rightarrow P_{\text{جو}} \approx 1.01 \times 10^5 \text{ Pa} = 1 \text{ atm}$$

البته مقدار دقیق 1 atm برابر 101325 Pa پاسکال است که کمی از 1 bar بیشتر است.

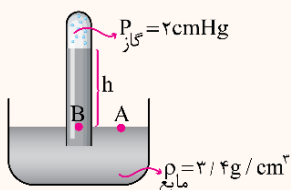
نکات طلایی

نکته: با فرض $g = 10 \frac{N}{kg}$ هر سانتی‌متر جیوه برابر 1360 Pa پاسکال خواهد بود:

$$1 \text{ cmHg} = 1360 \text{ Pa}$$

نکته: برای تبدیل فشار مایعی به چگالی ρ و ارتفاع h به سانتی‌متر جیوه از رابطه روبرو کمک می‌گیریم:

$$\rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times h_{\text{جیوه}}$$



مثال

آزمایش شکل زیر در محیطی با فشار 72 cmHg انجام شده است. ارتفاع مایع درون لوله h چند سانتی‌متر است؟

پاسخ:

$$P_A = P_B$$

$$\rightarrow P_{\text{جو}} = P_{\text{گاز}} + P_{\text{مایع}}$$

$$\rightarrow 72 \text{ cmHg} = 2 \text{ cmHg} + P_{\text{مایع}} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 70 \text{ cmHg}$$

$$\rho_{\text{مایع}} \times h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow 3/4 \times h = 13/6 \times 70 \rightarrow h = 280 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی

$$P = P_{\text{جو}} + P_{\text{مایع}}$$

باید فشار هوای داده شده و مایع موردنظر را هر دو را به cmHg تبدیل کنیم:

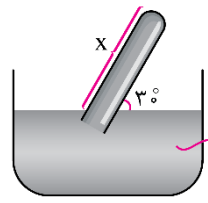
$$P_{\text{جو}} = 81/6 \text{ kPa} = 81600 \text{ Pa} = \frac{81600}{1360} \text{ cmHg} = 60 \text{ cmHg}$$

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow 10/2 \frac{g}{cm^3} \times 100 \text{ cm} = 13/6 \frac{g}{cm^3} \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow h_{\text{جیوه}} = 75 \text{ cm}$$

$$P = 60 \text{ cmHg} + 75 \text{ cmHg} \rightarrow P = 135 \text{ cmHg}$$

۳۲- در شکل زیر فشار هوا 75 cmHg است. اگر نیرویی که از طرف مایع بر انتهای بسته لوله وارد می‌شود $81/6 \text{ (N)}$ باشد، x چند سانتی‌متر است؟



(مساحت سطح مقطع لوله 10 cm^2 ، $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ است)

- ۳۰ (۱)
- ۱۲۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکات طلایی

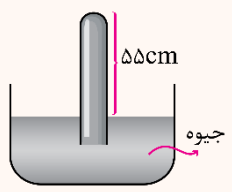
نکته ۱: هرگاه در مایعی به سمت پایین حرکت کنیم فشار افزایش می‌یابد و هرگاه به سمت بالا حرکت کنیم فشار کاهش می‌یابد از این نکته می‌توان به راحتی فشار وارد بر انتهای لوله‌هایی که داخل آن‌ها مایع است و درون ظرفی پر از مایع وارونه قرار داده شده‌اند استفاده کرد.

نکته ۲: طبق رابطه $P = \frac{F}{A}$ و در نتیجه $F = P \cdot A$ اگر فشار وارد بر ته لوله و سطح مقطع آن را داشته باشیم، نیرو قابل محاسبه است. فقط باید توجه کرد برای محاسبه نیرو برحسب نیوتن A را برحسب مترمربع و P را برحسب پاسکال قرار دهیم اگر P را برحسب cmHg به دست آورده باشیم در 1360 (به شرطی که $g = 10$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6$) ضرب می‌کنیم تا به پاسکال تبدیل شود.

نکته ۳: اگر لوله‌ای به طور مایل درون ظرفی قرار گیرد، برای محاسبه فشار وارد بر ته لوله باید فاصله قائم انتهای لوله را تا سطح آزاد آب محاسبه کنیم و به آن میزان از فشار هوا برحسب cmHg کم کنیم. (البته به شرطی که داخل لوله جیوه باشد.)

مثال

در شکل زیر نیرویی که از طرف جیوه به سطح بالایی لوله وارد می‌شود. چند نیوتون است؟ (فشار هوای محیط برابر 75 cmHg و سطح مقطع لوله 5 cm^2 و



$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است)

پاسخ:

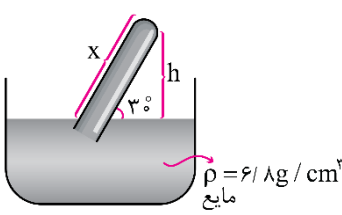
$$P_{\text{وارد بر ته لوله}} = 75 \text{ cmHg} - 55 \text{ cmHg} = 20 \text{ cmHg}$$

$$P_{\text{وارد بر ته لوله}} = 20 \times 1360 = 27200 \text{ Pa}$$

$$F = P \cdot A = (27200 \text{ Pa}) \times (5 \times 10^{-4} \text{ m}^2) = 13/6 \text{ (N)}$$

پاسخ تشریحی

ابتدا فشار وارد بر انتهای بسته لوله را به دست می‌آوریم:



$$F = P \cdot A \rightarrow 81/6 = P \times 10 \times 10^{-4} \text{ (m}^2\text{)} \\ \rightarrow P = 81600 \text{ Pa}$$

$$P = \frac{81600}{1360} = 60 \text{ cmHg}$$

فشار وارد بر ته لوله از طرف مایع 60 cmHg

$$\sin 30^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow h_{\text{مایع}} = \frac{x}{2}$$

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6/8 \times \frac{x}{2} = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = \frac{x}{4}$$

$$P_{\text{وارد بر ته لوله}} = P - \frac{x}{4} \rightarrow 60 \text{ cmHg} = 75 \text{ cmHg} - \frac{x}{4}$$

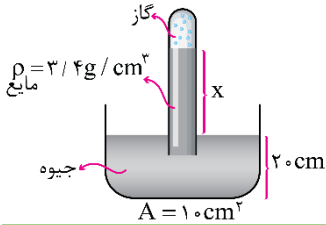
$$\rightarrow \frac{x}{4} = 15 \rightarrow x = 60 \text{ (cm)}$$

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6/8 \times h = 13/6 \times 15$$

$$h = \frac{13/6 \times 15}{6/8} = 3 \cdot \text{cm} \rightarrow \sin 30^\circ = \frac{h}{x} \rightarrow x = 2h = 6 \cdot \text{cm}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- در شکل زیر اندازه نیروی وارد بر کف ظرف ۶۸(N) و فشار گاز محبوس درون لوله ۲۰ سانتی متر جیوه است. x چند سانتی متر است؟



$$(\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$$

- ۱۰ (۱)
- ۲۰ (۲)
- ۴۰ (۳)
- ۶۰ (۴)

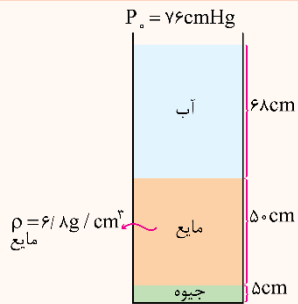
(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

برای محاسبه فشار وارد بر کف ظرف برحسب cmHg باید فشار تمام موادی که بالای کف ظرف قرار دارند را به cmHg تبدیل کرده و سپس با یکدیگر جمع کنیم. همچنین در این حالت برای محاسبه نیروی وارد بر کف ظرف پس از به دست آوردن فشار برحسب cmHg آن را در ۱۳۶۰ (به شرطی که $g = 10$ و $\rho_{\text{جیوه}} = 13/6$) ضرب کرده برحسب پاسکال به دست می آوریم و با فرمول $F = P \cdot A$ نیروی وارد بر کف ظرف قابل محاسبه است.

مثال:



در شکل زیر فشار وارد بر کف ظرف چند سانتی متر جیوه است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

پاسخ:

$$P = P_a + P_{\text{آب}} + P_{\text{مایع}} + P_{\text{جیوه}} = 76 \text{cmHg} + P_{\text{آب}} + P_{\text{مایع}} + 5 \text{cmHg}$$

حال باید فشار مایع و آب را برحسب cmHg به دست آورده و در رابطه بالا قرار دهیم:

$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6/8 \times 50 = 13/6 h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 25 \text{cmHg}$$

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 1 \times 68 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{cm}$$

$$P = 76 + 5 + 25 + 5 \rightarrow P = 111 \text{cmHg}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا فشار در کف ظرف را به دست می آوریم:

$$F = P \cdot A \rightarrow 68 = P \times 10 \times 10^{-4} (\text{m}^2) \rightarrow P = 68000 \text{Pa}$$

$$P = \frac{68000}{1360} = 50 \text{cmHg} = \text{فشار کل وارد بر کف ظرف}$$

سپس فشار ناشی از مایع را به دست می آوریم:

$$50 \text{cmHg} = P_{\text{جیوه}} + P_{\text{مایع}} + P_{\text{گاز محبوس}}$$

$$\rightarrow 50 \text{cmHg} = 20 \text{cmHg} + P_{\text{مایع}} + 20 \text{cmHg} \rightarrow P_{\text{مایع}} = 10 \text{cmHg}$$

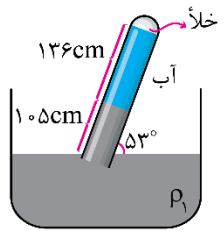
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow 3/4 \times x = 13/6 \times 10 \text{cm} \rightarrow x = 40 (\text{cm})$$

در نهایت ارتفاع مایع را به دست می آوریم:

گروه آموزشی ماز

۳۴- در شکل زیر اگر دو مایع در لوله مایل در حال تعادل قرار داشته باشند، چگالی ρ_1 چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟



$$(\sin 53^\circ = 0.8, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, P_0 = 71 \text{ cmHg})$$

- ۳/۴ (۱)
- ۶/۸ (۲)
- ۱۰/۲ (۳)
- ۱/۷ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)



می دانیم با حرکت رو به بالا در مایع فشار کاهش می یابد. بنابراین داریم:

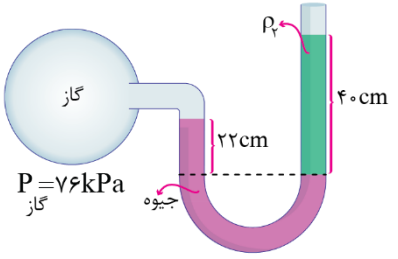
$$P_0 - \left(\frac{\rho_1 \times 10.5 \text{ cm}}{13.6} \times \sin 53^\circ \right) - \left(\frac{1 \times 13.6 \text{ cm}}{13.6} \times \sin 53^\circ \right) = 0$$

$$71 - \frac{84 \rho_1}{13.6} - 8 = 0 \rightarrow \frac{84 \rho_1}{13.6} = 63 \rightarrow \rho_1 = \frac{63 \times 13.6}{84}$$

$$\rightarrow \rho_1 = \frac{3}{4} \times 13.6 \rightarrow \rho_1 = 10.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- درون لوله U شکلی که به یک مخزن محتوی گاز وصل شده است. جیوه و مایعی با چگالی ρ_2 وجود دارد. اگر فشار هوای محیط 101 kPa باشد، چگالی مایع ρ_2 چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)



- ۱۲۳۰ (۱)
- ۱۵۳۰ (۲)
- ۲۰۰۰ (۳)
- ۲۴۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)



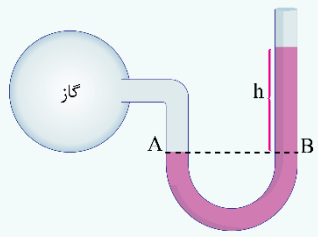
برای اندازه گیری فشار گاز یک مخزن از فشارسنج U شکل (مانومتر) استفاده می شود:

$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho g h$$

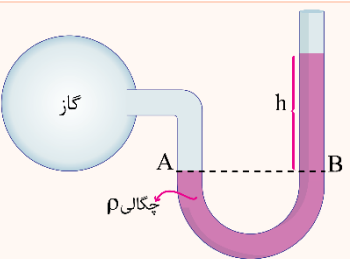
اختلاف بین فشار (گاز یا مایع) و فشار هوا را فشار پیمانه ای می نامیم برای شکل روبرو داریم:

$$P_{\text{پیمانه ای}} = P_{\text{گاز}} - P_0 = \rho g h$$

فشار پیمانه ای را با علامت P_g نشان می دهند.



در شکل زیر جیوه درون لوله U شکل در حال تعادل است. اگر فشار گاز درون مخزن 168 kPa باشد، ارتفاع h چند سانتی متر است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, P_0 = 101.5 \text{ Pa}$)



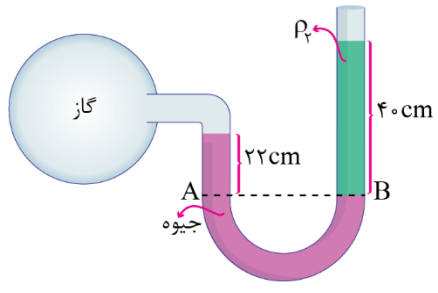
$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = P_0 + \rho g h_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow 168000 = 101500 + 13600 \times 10 \times h_{\text{جیوه}}$$

$$\rightarrow 136000 \times h_{\text{جیوه}} = 66500 \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 0.5 \text{ (m)} = 50 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به برابری فشار در نقاط A و B داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho_{\text{جیوه}}gh = P + \rho_{\text{ز}}gh_{\text{ز}}$$

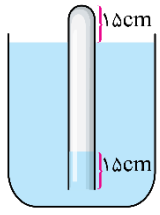
$$\rightarrow 76000 + 13600 \times 10 \times \frac{22}{100} = 101000 + \rho_{\text{ز}} \times 10 \times \frac{4}{100}$$

$$\rightarrow 76000 + 29920 = 101000 + 4\rho_{\text{ز}}$$

$$\rightarrow 4\rho_{\text{ز}} = 4920 \rightarrow \rho_{\text{ز}} = 1230 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- لوله‌ای به طول ۹۰ cm را مطابق شکل زیر درون آب فرومی‌بریم. اگر مجموعه در حال تعادل باشد، فشار گاز محبوس درون لوله چند کیلوپاسکال است؟



$$(P = 10^5 \text{ Pa}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$$

۶ (۱)
۴ (۲)
۱۰۶ (۳)
۱۰۴ (۴)

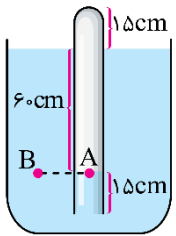
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

اگر لوله‌ای را داخل ظرف مایعی فرو ببریم و داخل لوله هوا محبوس شود، برای محاسبه فشار هوای محبوس می‌توان از قانون برابری فشار در نقاط هم‌تراز کمک گرفت.

پاسخ تشریحی:

طبق نکته فوق می‌توان نوشت:



$$P_A = P_B$$

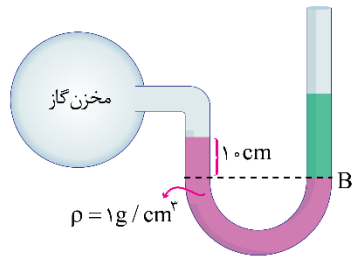
$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = P + \rho gh$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = 10^5 + (10^3 \times 10 \times \frac{6}{100})$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز محبوس}} = 106000 \text{ Pa} = 106 \text{ kPa}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- در شکل زیر سطح مقطع لوله U شکل در تمام قسمت‌ها ۲ cm^۲ بوده و در شاخه سمت راست بالای نقطه B، m گرم مایع قرار دارد. اگر فشار پیمانه‌ای



گاز درون مخزن ۴ کیلو پاسکال باشد، m چند گرم است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

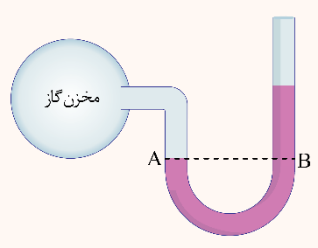
۱۰۰ (۱)
۲۰۰ (۲)
۴۰۰ (۳)
۵۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

در مانومتر اگر سطح مقطع لوله‌ها به شکل استوانه باشد، برای محاسبه فشار مایع علاوه بر رابطه ρgh می‌توان از فرمول $\frac{mg}{A}$ نیز استفاده کرد.

مثال:



در شکل مقابل سطح مقطع شاخه سمت راست 4cm^2 بوده و بالای نقطه B، ۲۰۰ گرم مایع وجود دارد. فشار پیمانه‌ای گاز درون مخزن چند پاسکال است؟ ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)

پاسخ:

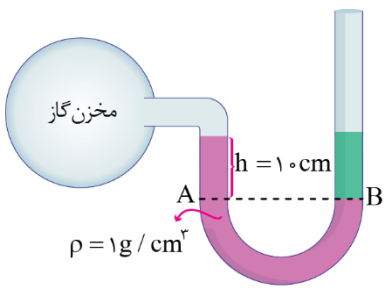
$$P_A = P_B \rightarrow P_{\text{گاز}} = P + \frac{mg}{A}$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز}} - P = \frac{mg}{A}$$

$$\rightarrow \text{فشار پیمانه‌ای} = \frac{0.2\text{kg} \times 10}{4 \times 10^{-4}} = 5000 \text{ (Pa)}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به برابری فشار در نقاط هم‌تراز یک مایع داریم:



$$P_A = P_B$$

$$\rightarrow P_{\text{گاز}} + \rho gh = P + \frac{mg}{A}$$

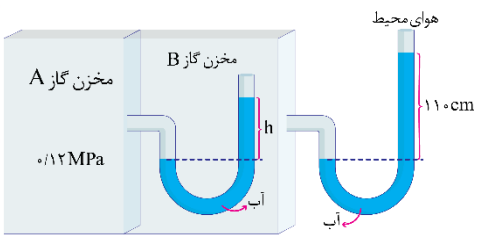
$$\rightarrow P_{\text{گاز}} - P = \frac{mg}{A} - \rho gh$$

$$\rightarrow 4000 = \frac{m \times 10}{2 \times 10^{-4}} - (1000 \times 10 \times 0.1)$$

$$\rightarrow 5m \times 10^4 = 5000 \rightarrow m = 0.1\text{kg} \rightarrow m = 100\text{g}$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- در شکل زیر، h چند سانتی‌متر است؟ ($P_0 = 1.0^5 \text{ Pa}$, $\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



- ۶۰ (۱)
- ۷۰ (۲)
- ۸۰ (۳)
- ۹۰ (۴)

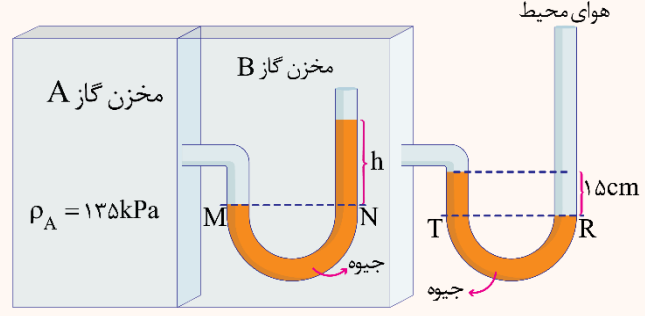
پاسخ: گزینه ۴ (سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

گاهی اوقات دو مخزن گاز توسط یک لوله U شکل به هم مرتبط می‌شوند و یکی از مخازن توسط یک لوله U شکل با هوای محیط مرتبط می‌شود در این صورت برای هر کدام از لوله‌های U شکل قانون برابری فشار در نقاط هم‌تراز را می‌نویسیم تا مجهول مسئله به دست آید.

مثال:

در شکل زیر جیوه در هر دو لوله در حال تعادل است. ارتفاع h چند سانتی‌متر است؟ ($P_0 = 10 \text{ kPa}$, $\rho_{\text{جیوه}} = 13600 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



پاسخ:

$$P_M = P_N \rightarrow P_A = P_B + \rho g h_{\text{جیوه}} \quad (1)$$

$$P_T = P_R \rightarrow P_B + \rho_{\text{جیوه}} g \times \frac{15}{100} = P \quad (2)$$

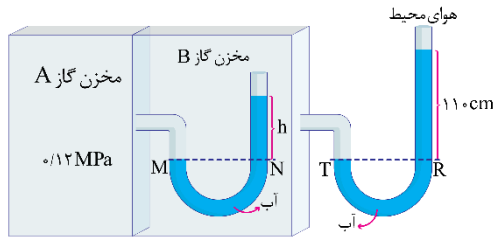
$$\frac{(1)-(2)}{100} \rightarrow P_A - P = \rho g h_{\text{جیوه}} - \rho g \times \frac{15}{100}$$

$$\rightarrow 135000 - 101000 = 13600 \times 10 \left(h - \frac{15}{100} \right)$$

$$\rightarrow h - \frac{15}{100} = \frac{1}{4} = \frac{25}{100} \rightarrow h = \frac{40}{100} \text{ (m)} \rightarrow h = 40 \text{ cm}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به برابری فشار در نقاط هم تراز داریم:



$$P_T = P_R \rightarrow P_B \text{ مخزن گاز} = P + \rho_{\text{آب}} g \times (1/1) \rightarrow P_B \text{ مخزن گاز} = 111000 \text{ Pa}$$

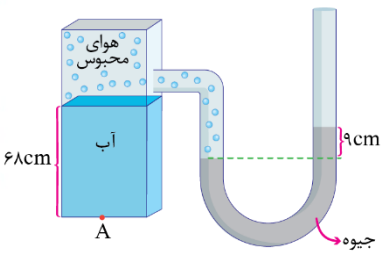
$$P_M = P_N \rightarrow P_A \text{ مخزن گاز} = P_B \text{ مخزن گاز} + \rho_{\text{آب}} g h$$

$$\rightarrow 120000 = 111000 + 1000 \times 10 \times h$$

$$\rightarrow 9000 = 10000 h \rightarrow h = 0.9 \text{ (m)} = 90 \text{ (cm)}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در شکل زیر فشار هوا ۷۶ cmHg است. فشار در نقطه A چند سانتی متر جیوه است؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \rho_{\text{جیوه}} = 13.6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3})$



- ۸۵ (۱)
- ۸۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۹۵ (۴)

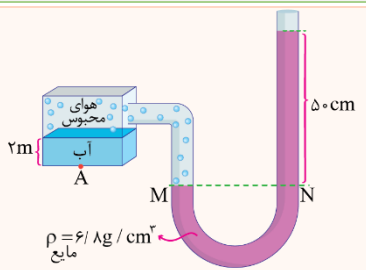
www.biomaze.ir

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

گاهی اوقات داخل مخزنی تا ارتفاع معینی مایعی ریخته شده و بالای آن هوای محبوس از طریق لوله U شکل به هوای محیط مرتبط می‌شود برای حل این‌گونه مسائل از قانون نقاط هم‌تراز می‌توان استفاده کرد.

مثال:



در شکل مقابل آب و مایع داده شده در حال تعادل هستند. اگر فشار هوای محیط ۹۶ kPa باشد،

فشار در نقطه A چند کیلوپاسکال خواهد بود؟ $(\rho_{\text{آب}} = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}, g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

پاسخ:

$$P_{t_M} = P_{t_N}$$

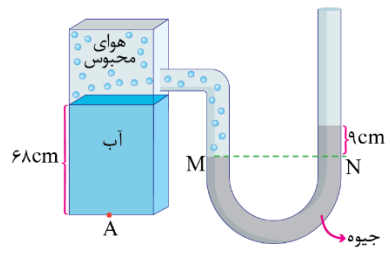
$$\rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P + \rho_{\text{مایع}} g (0.5 \text{ (m)})$$

$$P_{\text{هوای محبوس}} = 96000 + (6800 \times 10 \times 0.5) = 130000 \text{ Pa}$$

$$P_A = P_{\text{هوای محبوس}} + \rho g h_{\text{آب}} = 130000 + (1000 \times 10 \times 2)$$

$$\rightarrow P_A = 150000 \text{ Pa} = 150 \text{ kPa}$$

پاسخ تشریحی:



$$P_M = P_N$$

$$\rightarrow P_{\text{هوای محبوس}} = P + 9 \text{ cmHg} = 76 \text{ cmHg} + 9 \text{ cmHg} = 85 \text{ cmHg}$$

$$P_A = P_{\text{هوای محبوس}} + 68 \text{ cm آب} = 85 \text{ cmHg} + 68 \text{ cm آب}$$

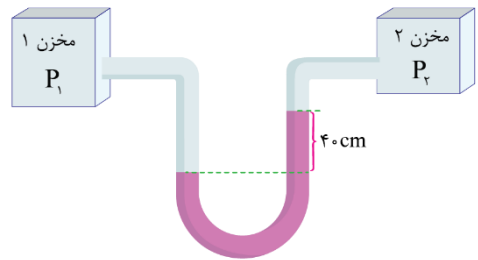
چون P_A را بر حسب cmHg از ما خواسته است باید فشار آب را به جیوه تبدیل کنیم:

$$\rho_{\text{آب}} h_{\text{آب}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 1 \times 68 \text{ cm} = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 5 \text{ cm}$$

$$\rightarrow P_A = 85 \text{ cmHg} + 5 \text{ cmHg} \rightarrow P_A = 90 \text{ cmHg}$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- مطابق شکل لوله U شکل محتوی مایعی به چگالی $\rho = 6/8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ است. اگر P_1 ، ۲۰ درصد بیشتر از P_2 باشد و مایع در حال تعادل باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ($\rho_{\text{جیوه}} = 13/6 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$)

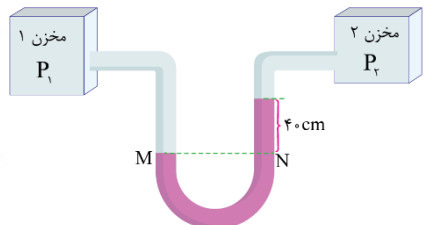


- (۱) $P_1 = 100 \text{ cmHg}$
- (۲) $P_2 = 100 \text{ cmHg}$
- (۳) $P_1 = 96 \text{ cmHg}$
- (۴) $P_2 = 120 \text{ cmHg}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته: آزمون وی آی پی

در بعضی مسائل دو طرف لوله U شکل را به مخزن‌های گاز مجزا وصل می‌کنند و مایع داخل لوله U شکل به حال تعادل قرار می‌گیرد. برای حل این مسائل نیز باید قانون برابری فشار در نقاط هم‌تراز را اعمال کنیم.



چون فشار P_1 ، ۲۰ درصد بیشتر از P_2 است. $P_1 = 1/2 P_2$ (۱)

مایع مورد نظر $P_M = P_N \rightarrow P_1 = P_2 + 40 \text{ cm}$

فشار مایع مورد نظر را بر حسب cmHg محاسبه می‌کنیم:

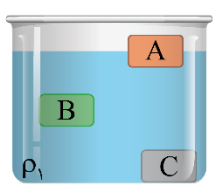
$$\rho_{\text{مایع}} h_{\text{مایع}} = \rho_{\text{جیوه}} h_{\text{جیوه}} \rightarrow 6/8 \times 40 = 13/6 \times h_{\text{جیوه}} \rightarrow h_{\text{جیوه}} = 20 \text{ (cm)}$$

$$\rightarrow P_1 = P_2 + 20 \text{ cmHg} \quad (2)$$

$$\begin{cases} (1), (2) \\ P_2 = 100 \text{ cmHg} \\ P_1 = 120 \text{ cmHg} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- مطابق شکل زیر سه جسم توپر A و B و C در مایعی به چگالی ρ_1 در حال تعادل قرار دارند. اگر این جسم‌ها را در مایع دیگری با چگالی ρ_2 قرار



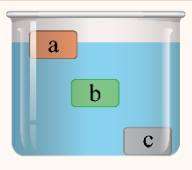
دهیم، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟ ($\rho_2 > \rho_1$)

- (الف) A و B شناور می‌مانند.
 - (ب) A و B غوطه‌ور می‌شوند.
 - (پ) B شناور و C غوطه‌ور می‌شود.
 - (ت) A و B شناور می‌مانند ولی در مورد C نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد.
- (۱) «الف» (۲) «ب» و «پ» (۳) «الف» و «ت» (۴) «پ»

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

نکته:

وقتی چگالی جسمی بیشتر از چگالی مایعی باشد، در مایع فرو می‌رود و ته‌نشین می‌شود در حالی اگر چگالی جسم کمتر از چگالی مایع باشد، جسم در حال تعادل روی مایع شناور می‌ماند همچنین در حالتی که چگالی جسم و مایع یکسان باشد، جسم در مایع به صورت غوطه‌ور درمی‌آید.



مثال:

در شکل زیر سه جسم توپر a و b و c در حالت تعادل قرار دارند. چه رابطه‌ای بین چگالی‌های سه جسم و چگالی مایع برقرار است؟

$$\rho_a < \rho_{\text{مایع}} = \rho_b < \rho_c$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نحوه به تعادل رسیدن اجسام داخل مایع می‌توانیم بگوییم:

$$\left. \begin{matrix} \rho_A < \rho_1 \\ \rho_B = \rho_1 \\ \rho_C > \rho_1 \end{matrix} \right\} \xrightarrow{\text{چون } \rho_1 > \rho_1 \text{ است}} \left. \begin{matrix} \rho_A < \rho_2 \\ \rho_B < \rho_2 \end{matrix} \right\} \rightarrow \text{A و B در سطح مایع ۲ شناور می‌مانند.}$$

در مورد جسم C اظهار نظر قطعی ممکن نیست چون در مورد مقایسه ρ_C و ρ_2 نظر قطعی نمی‌توان داد. گزینه‌های الف و ت صحیح هستند. پس پاسخ سؤال گزینه ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۴۲- جسم توپر A به جرم ۲kg درون روغن به چگالی $\frac{6}{3} \frac{g}{cm^3}$ و جسم توپر B به جرم ۲kg درون نفت به چگالی $\frac{8}{3} \frac{g}{cm^3}$ غوطه‌ورند. در کدام

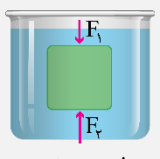
گزینه مقایسه درستی بین چگالی A و B و نیروی شناوری وارد بر A و B از طرف مایعات انجام شده است؟

$$\begin{aligned} \frac{F_{b_A}}{F_{b_B}} = 1, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{4}{3} \quad (2) & \qquad \frac{F_{b_A}}{F_{b_B}} = \frac{1}{2}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = 1 \quad (1) \\ \frac{F_{b_A}}{F_{b_B}} = \frac{2}{3}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4} \quad (4) & \qquad \frac{F_{b_A}}{F_{b_B}} = \frac{3}{2}, \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4} \quad (3) \end{aligned}$$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۲)

شناوری

هرگاه تمام یا بخشی از یک جسم درون مایعی قرار گیرد از طرف مایع نیروی بالاسویی به نام نیروی شناوری F_b به جسم وارد می‌شود. علت بالاسو بودن نیروی شناوری آن است که نیروهای ناشی از فشار وارد بر جسم از طرف مایع به دلیل افزایش عمق در زیر آن بزرگ‌ترند.



$$\begin{aligned} P_2 > P_1 \\ \rightarrow F_2 > F_1 \rightarrow F_b = F_2 - F_1 \end{aligned}$$

وقتی جسمی درون مایعی در حالت شناوری یا غوطه‌وری در حال تعادل است، برآیند نیروهای وارد بر آن صفر خواهد بود. در این دو حالت دو نیروی وزن جسم و نیروی شناوری در خلاف جهت یکدیگر به جسم وارد می‌شوند و داریم:

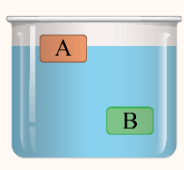
$$F_b = W$$

ولی در حالتی که جسم ته‌نشین می‌شود، علاوه بر نیروهای F_b و W نیروی عمودی سطح نیز از کف ظرف به جسم رو به بالا وارد می‌شود (F_N) که در این حالت داریم:

$$F_b + F_N = W \rightarrow F_b < W$$

مثال:

در شکل زیر به ترتیب دو جسم A و B در یک مایع شناور و غوطه‌ور هستند. چه رابطه‌ای بین نیروی شناوری وارد بر A و B و وزن آن‌ها و همچنین چگالی اجسام با چگالی مایع برقرار است؟ (چگالی مایع برابر ρ است)



$$\left\{ \begin{array}{l} \text{شناور: } \rho_A < \rho \quad \rho_B = \rho \\ F_{b_A} = W_A \quad F_{b_B} = W_B \end{array} \right\}$$

پاسخ تشریحی:

چون اجسام درون مایعات غوطه‌ور هستند، پس چگالی آن‌ها برابر چگالی مایعات است یعنی:

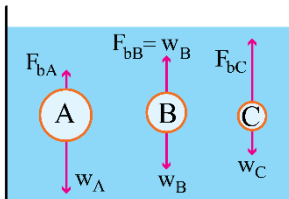
$$\left. \begin{aligned} \rho_A &= \frac{0.6 \text{ g}}{\text{cm}^3} \\ \rho_B &= \frac{0.8 \text{ g}}{\text{cm}^3} \end{aligned} \right\} \rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{3}{4}$$

از طرفی نیروی شناوری برابر وزن اجسام غوطه‌ور است، یعنی داریم:

$$\left. \begin{aligned} F_{b_A} &= m_A g \\ F_{b_B} &= m_B g \end{aligned} \right\} \div \rightarrow \frac{F_{b_A}}{F_{b_B}} = \frac{m_A}{m_B} = \frac{2}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل زیر، نیروی شناوری F_b و نیروی وزن W وارد بر چند جسم نشان داده شده است. کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح هستند؟



(۴) «ب» و «ت» و «ث»

(۳) «ب» و «پ» و «ث»

(۲) «الف» و «ت» و «ث»

(۱) «الف» و «پ» و «ث»

- الف: چون نیروی شناوری وارد بر A از وزن آن کمتر است، چگالی A از چگالی مایع کمتر است.
- ب: چون نیروی شناوری وارد بر A از وزن آن کمتر است، چگالی A از چگالی مایع بیشتر است.
- پ: چون نیروی شناوری وارد بر C از وزن آن بیشتر است، چگالی C از چگالی مایع بیشتر است.
- ت: چون نیروی شناوری وارد بر C از وزن آن بیشتر است، چگالی C از چگالی مایع کمتر است.
- ث: جسم B درون مایع غوطه‌ور می‌ماند.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

نکته:

اگر جسمی به طور کامل داخل مایعی قرار داشته باشد و نیروی شناوری با وزن جسم برابر باشد جسم داخل مایع غوطه‌ور می‌ماند. اگر نیروی شناوری بیشتر از وزن جسم باشد، جسم رو به بالا حرکت می‌کند تا در سطح مایع شناور شود و اگر نیروی شناوری کمتر از وزن جسم باشد، جسم در مایع فرورفته تا ته‌نشین شود.

پاسخ تشریحی:

چون وزن جسم A از نیروی شناوری وارد بر آن بیشتر است، پس جسم در مایع فرورفته و ته‌نشین می‌شود؛ پس:

$$\rho_A > \rho_{\text{مایع}}$$

چون نیروی شناوری وارد بر C از وزن آن بیشتر است، پس رو به بالا حرکت می‌کند تا در سطح مایع شناور شود؛ پس:

$$\rho_C < \rho_{\text{مایع}}$$

و چون نیروی شناوری وارد بر B با وزن B برابر است، جسم B همچنان غوطه‌ور می‌ماند.

گروه آموزشی ماز

۴۴- جرم ۳ لیتر مایع A برابر با ۶ kg و جرم ۵ لیتر از مایع B برابر با ۱۵ kg است. جسمی را به آرامی درون مایع A فرو برده و رها می‌کنیم. جسم درون

مایع A غوطه‌ور می‌ماند. حال اگر این جسم را درون مایع B فرو برده و رها کنیم چه اتفاقی می‌افتد؟

- (۱) جسم در مایع B ته‌نشین می‌شود.
- (۲) جسم در مایع B نیز غوطه‌ور می‌ماند.
- (۳) جسم در سطح مایع B شناور می‌شود.
- (۴) اظهار نظر قطعی ممکن نیست.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

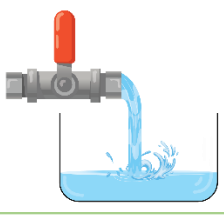
ابتدا چگالی دو مایع را به دست آورده و با هم مقایسه می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \rho_A &= \frac{m_A}{V_A} = \frac{6 \text{ kg}}{3 \text{ Lit}} = 2 \frac{\text{kg}}{\text{Lit}} \\ \rho_B &= \frac{m_B}{V_B} = \frac{15 \text{ kg}}{5 \text{ Lit}} = 3 \frac{\text{kg}}{\text{Lit}} \end{aligned} \right\} \rightarrow \rho_B > \rho_A \quad (1)$$

چون جسم درون مایع A غوطه‌ور مانده است، پس $\rho_{\text{جسم}} = \rho_A$ می‌باشد. با توجه به رابطه (۱) نتیجه می‌گیریم $\rho_{\text{جسم}} < \rho_B$ خواهد بود. در نتیجه جسم در سطح مایع B شناور خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل زیر از لوله‌های استوانه‌ای به قطر 2.0 cm ، ایجاد شده و آب با تندی $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ خارج می‌شود و درون ظرف می‌ریزد. در مدت زمان 5 ثانیه چند لیتر آب داخل ظرف اضافه می‌شود؟ ($\pi = 3$)



لیتر آب داخل ظرف اضافه می‌شود؟ ($\pi = 3$)

- ۰/۳ (۱)
- ۳۰۰ (۲)
- ۰/۶ (۳)
- ۶۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

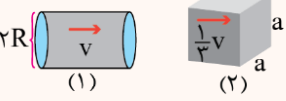
وقتی شاره‌ای حرکت می‌کند، این حرکت می‌تواند یکنواخت و لایه‌ای (مانند نسیم ملایم) یا متلاطم و آشوبناک (مانند هوای طوفانی) باشد. برای سادگی کار فرض می‌کنیم حرکت بدون تلاطم باشد. همچنین شاره را تراکم‌ناپذیر در نظر می‌گیریم و از اصطکاک داخلی (چسبندگی) صرف‌نظر می‌کنیم. آهنگ جریان شاره: آهنگ جریان شاره درون یک لوله، به صورت نسبت حجم شاره جابه‌جا شده به زمان تعریف می‌شود. اگر در مدت زمان t در شکل زیر حجم معینی از شاره $V = A \cdot L$ از مقطع A لوله عبور کند، آهنگ جریان شاره از این مقطع فرضی برابر خواهد بود با:



v : تندی حرکت شاره

$$\text{آهنگ جریان شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{\text{زمان}} = \frac{AL}{t} = Av$$

مثال: ?



در لوله‌های نشان داده شده با مقطع مختلف، آهنگ عبور جریان شاره از آن‌ها یکسان است نسبت $\frac{a}{R}$ چقدر است؟ چون آهنگ جریان شاره از لوله‌ها یکسان است داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\rightarrow \pi R^2 v = a^2 \times \frac{1}{3} v$$

$$\rightarrow \frac{a^2}{R^2} = 3\pi \rightarrow \frac{a}{R} = \sqrt{3\pi}$$

پاسخ شریانی:

با توجه به رابطه آهنگ جریان شاره با تندی داریم:

$$\text{آهنگ جریان شاره} = \frac{\text{حجم شاره}}{t} = Av = \pi R^2 v \rightarrow \frac{V}{5} = 3 \times (0.1)^2 \times 2 \rightarrow V = 0.12 \text{ (m}^3\text{)} \rightarrow V = 300 \text{ Lit}$$

گروه آموزشی ماز

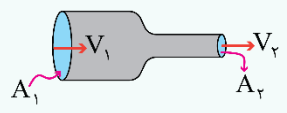
۴۶- جریان لایه‌ای آب با تندی ثابت $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ درون لوله‌ای استوانه‌ای به قطر 10 cm برقرار است. در مدت چند دقیقه 3600 لیتر آب از دهانه خروجی این لوله تخلیه می‌شود؟ ($\pi = 3$)

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۲)

معادله پیوستگی

در شکل زیر، در یک شاره تراکم‌ناپذیر، مقدار شاره‌ای که در زمان t از سطح مقطع A_1 می‌گذرد، درست برابر شاره‌ای است که در همین زمان از سطح مقطع A_2 می‌گذرد. یعنی آهنگ جریان شاره در سرتاسر لوله یکسان است.



از موضوع فوق می‌توان معادله پیوستگی برای شاره تراکم‌ناپذیر را به صورت زیر بیان کرد:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

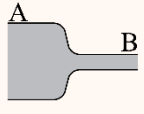
$$A_1 > A_2 \rightarrow v_1 < v_2$$

پس هر کجا لوله باریک شود تندی شاره افزایش می‌یابد:



مثال:

در شکل زیر شعاع مقطع لوله در قسمت A، ۵ برابر B است. اگر در مدت ۲ ثانیه حجم 200 cm^3 آب از مقطع A عبور کند، حجم آب عبوری از مقطع B در نیم دقیقه چند لیتر است؟



پاسخ: آهنگ جریان شاره در بخش B = آهنگ جریان شاره در بخش A

$$\rightarrow \frac{V_A}{t_A} = \frac{V_B}{t_B} \rightarrow \frac{200 \text{ cm}^3}{2 \text{ s}} = \frac{V_B}{30 \text{ (s)}} \rightarrow V_B = 3000 \text{ (cm}^3) \rightarrow V_B = 3 \text{ Lit}$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه آهنگ جریان شاره می توان نوشت:

$$Av = \frac{V}{t} \rightarrow \pi R^2 v = \frac{V}{t}$$

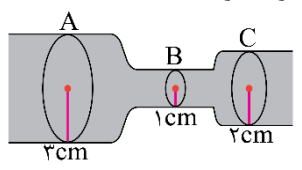
$$\rightarrow 3 \times (\frac{5}{10} \times 10^{-2})^2 \times v = \frac{3 / 6 \text{ m}^3}{t}$$

$$\rightarrow 0.03 = \frac{3 / 6}{t} \rightarrow t = \frac{3 / 6}{0.03} = 120 \text{ (s)}$$

$$\rightarrow t = 2 \text{ (min)}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در لوله مقابل، اگر اختلاف تندی آب در مقاطع A و C برابر $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد، تندی آب در مقطع B چند متر بر ثانیه خواهد بود؟

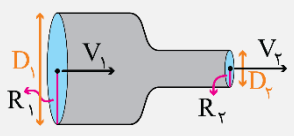


- ۱/۴۴ (۱)
- ۱۴۴ (۲)
- ۱۶ (۳)
- ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

معادله پیوستگی را می توان بر حسب قطر ورودی و خروجی لوله و همچنین شعاع ورودی و خروجی لوله به صورت زیر نوشت:



$$A_1 v_1 = A_2 v_2$$

$$\rightarrow \pi R_1^2 v_1 = \pi R_2^2 v_2$$

$$\rightarrow R_1^2 v_1 = R_2^2 v_2$$

$$\rightarrow \frac{D_1^2}{4} v_1 = \frac{D_2^2}{4} v_2 \rightarrow D_1^2 v_1 = D_2^2 v_2$$

مثال:



در لوله ای مطابق شکل، جریان پایایی برقرار است. اگر تندی شاره از نقطه A تا B، ۳۶ درصد کاهش یابد، قطر سطح مقطع لوله از A تا B چند درصد افزایش یافته است؟

$$D_A^2 v_A = D_B^2 v_B$$

$$\rightarrow D_A^2 v_A = D_B^2 \times \frac{64}{100} v_A \rightarrow D_B^2 = \frac{100}{64} D_A^2$$

$$\rightarrow D_B = \frac{10}{8} D_A = \frac{5}{4} D_A = 1.25 D_A \rightarrow \text{قطر مقطع لوله از A تا B ۲۵ درصد افزایش یافته است.}$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه $I_A^2 v_A = I_B^2 v_B = I_C^2 v_C$ خواهیم داشت:

$$9v_A = v_B = 4v_C \rightarrow \begin{cases} v_B = 9v_A \\ v_C = \frac{9}{4}v_A \end{cases}$$

$$v_C - v_A = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow \frac{9}{4}v_A - v_A = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow \frac{5}{4}v_A = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \rightarrow v_A = 16 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

$$v_B = 9v_A = 9 \times 16 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 144 \frac{\text{cm}}{\text{s}} = 1/44 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- در لوله شکل زیر، اگر در مدت ۵ دقیقه از هر مقطع دلخواه لوله ۱۸ لیتر آب بگذرد، فاصله M تا N توسط آب در مدت چند ثانیه طی می‌شود؟ ($\pi=3$)



- (۱) ۶ (s)
- (۲) ۳/۵ (s)
- (۳) ۴ (s)
- (۴) ۱/۵ (s)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - محاسباتی - ۱۰۰۲)

نکته:

با توجه به رابطه $L = v \cdot t$ با داشتن مسافت و سرعت حرکت شاره می‌توان مدت زمان طی یک مسیر توسط شاره را در لوله تعیین کرد.

پاسخ تشریحی:

با توجه به معادله پیوستگی داریم:

$$A_1 v_1 = A_2 v_2 = \frac{V}{t}$$

$$\rightarrow \pi R_1^2 v_1 = \pi R_2^2 v_2 = \frac{V}{t} \rightarrow 3 \times 4 v_1 = 3 \times 1 \times v_2 = \frac{18000 \text{ cm}^3}{300 \text{ (s)}} = 60 \frac{\text{cm}^3}{\text{s}}$$

$$\rightarrow v_1 = 5 \frac{\text{cm}}{\text{s}} \text{ و } v_2 = 20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$$

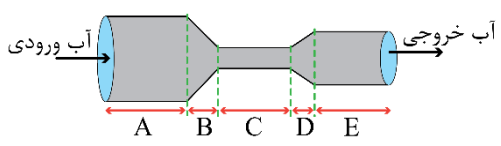
$$t_{MN} = t_1 + t_2 = \frac{L_1}{v_1} + \frac{L_2}{v_2}$$

$$\rightarrow t_{MN} = \frac{10 \text{ cm}}{5 \frac{\text{cm}}{\text{s}}} + \frac{30 \text{ cm}}{20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}}$$

$$\rightarrow t_{MN} = 2 \text{ (s)} + 1/5 \text{ (s)} \rightarrow t_{MN} = 3/5 \text{ (s)}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- در لوله افقی زیر، آب به صورت لایه‌ای و پایا در جریان است. چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح هستند؟



- الف: تندی آب در قسمت A لوله کمینه است.
- ب: تندی آب در قسمت B در حال کاهش است.
- پ: آهنگ جریان آب در C بیشتر از D است.
- ت: فشار در قسمت C کمینه است.
- ث: فشار در قسمت D در حال افزایش است.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

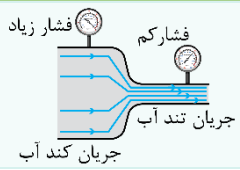
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)



اصل برنولی:



در مسیر حرکت شاره، با افزایش تندی شاره، فشار آن کاهش می‌یابد:
آزمون وی آی پی



$$v \uparrow \Rightarrow P \downarrow$$

تندی فشار

بررسی موارد:

گزاره‌های الف، ت و ث صحیح و ب و پ غلط هستند.

الف: درست است. سطح مقطع لوله در A بیشترین مقدار ممکن است پس تندی شاره در آنجا کمترین مقدار را دارد.

$$A \uparrow \Rightarrow v \downarrow$$

ب: نادرست است. در بخش B سطح مقطع لوله در کاهش است پس تندی شاره در حال افزایش است.

پ: نادرست است. آهنگ جریان شاره در تمام بخش‌های لوله یکسان است.

ت: درست است. در قسمت C سطح مقطع لوله حداقل پس سرعت شاره در آنجا حداکثر بوده و طبق اصل برنولی فشار در آنجا کمترین خواهد بود.

ث: درست است. در قسمت D سطح مقطع در حال افزایش است پس تندی در حال کاهش بوده در نتیجه فشار در حال افزایش است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- اگر جهت چرخش توپ فوتبال و مسیر حرکت اولیه آن مطابق شکل زیر باشد کدام گزاره‌ها در مورد حرکت توپ صحیح است؟



الف: تندی هوا در قسمت B بیشتر از تندی هوا در قسمت A است.

ب: فشار هوا در قسمت B بیشتر از فشار هوا در قسمت A است.

پ: جهت نیروی خالص وارد بر توپ به طرف B است.

- (۱) فقط «الف» (۲) فقط «ب» (۳) «الف» و «پ» (۴) «ب» و «پ»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)



کاربردهایی از اصل برنولی:



(۱) بال‌های هواپیما طوری طراحی می‌شوند که تندی هوا در بالای بال بیشتر از زیر آن است در نتیجه فشار هوای بالای بال کمتر از فشار هوای زیر آن است. به این ترتیب نیروی بالابر خالصی به بال هواپیما وارد می‌شود.

(۲) حرکت کات‌دار توپ فوتبال به علت اختلاف تندی هوا در طرفین توپ اختلاف فشار و در نتیجه اختلاف نیرو ایجاد شده و توپ به جهت دلخواه متمایل می‌شود.

(۳) در شیشه‌های اسپری عطر وقتی مخزن پلاستیکی پر از هوا را فشار می‌دهیم، جریان سریع هوای دمیده شده، سبب کاهش فشار هوای بالای لوله فرورفته در شاره می‌شود، در نتیجه شاره از لوله بالا می‌آید و از طریق روزنه‌ای که به آن متصل است به بیرون افشانه می‌شود.

(۴) وقتی یک ورقه کاغذ را جلو دهانمان گرفته و در بالای آن بدمیم تندی هوا در بالا بیشتر و در نتیجه فشار هوای بالای کاغذ کمتر شده و کاغذ بالا می‌آید.

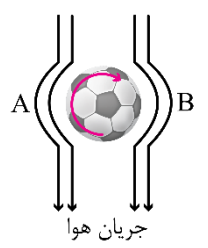
(۵) در کامیون در حال توقف پوشش برزنتی صاف و تخت است ولی در کامیون در حال حرکت چون فشار بالای برزنت کم می‌شود، پف می‌کند.

مثال:

در روزهایی که باد می‌وزد ارتفاع موج‌های دریا یا اقیانوس به دلیل فشار هوای روی آن‌ها از ارتفاع میانگین می‌شود.

- (۱) کاهش - کمتر (۲) کاهش - بیشتر (۳) افزایش - بیشتر (۴) افزایش - کمتر
- گزینه ۲ صحیح است. طبق اصل برنولی هنگامی که باد می‌وزد، تندی افزایش می‌یابد، در نتیجه فشار هوای روی موج‌ها کاهش یافته و در نتیجه ارتفاع موج‌ها افزایش می‌یابد.

پاسخ تشریحی:



با توجه به جهت چرخش توپ در بخش B جهت چرخش با جهت جریان هوا یکسان است؛ در نتیجه تندی هوا در بخش B زیاد شده و فشار هوا در بخش B کم می‌شود. در بخش A جهت چرخش مخالف جهت جریان هوا است. در نتیجه تندی هوا در بخش A کم شده و فشار هوا در بخش A افزایش می‌یابد؛ در نتیجه نیروی خالصی به توپ به طرف B وارد می‌شود.

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) در یک لایه الکترونی، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است.
- ۲) در اتم عنصرهای دوره چهارم جدول دوره‌ای، حداکثر ۱۰ الکترون وارد لایه الکترونی سوم می‌شود.
- ۳) در اتم عنصرهای دوره پنجم جدول دوره‌ای، فقط لایه الکترونی پنجم از الکترون پر می‌شود.
- ۴) آرایش الکترونی اتم‌های خنثی و یون‌ها به ترتیب نمی‌توانند به زیرلایه d^4 و s^1 ختم شوند.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

در اتم عنصرهای دوره‌های اول و دوم جدول دوره‌ای، لایه‌های الکترونی اول و دوم از الکترون پر می‌شود. در عنصرهای دوره سوم نیز، لایه سوم شروع به پر شدن می‌کند اما به طور کامل پر نمی‌شود؛ زیرا زیرلایه d^3 در عناصر دوره چهارم پر می‌شود. هم‌چنین در دوره چهارم، لایه چهارم شروع به پر شدن می‌کند اما زیرلایه d^3 نیز در عناصر این دوره اشغال و تکمیل می‌شود. در مورد لایه پنجم نیز، همین مطلب صادق است و زیرلایه d^4 در این دوره تکمیل می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در یک لایه الکترونی، گنجایش هر زیرلایه نسبت به زیرلایه قبل از خود، چهار الکترون بیشتر است. به عبارت دیگر، اگر عدد کوانتومی فرعی یک واحد افزایش پیدا کند، با توجه به رابطه $l + 2 = 4l$ که گنجایش هر زیرلایه را نشان می‌دهد، شمار الکترون‌های موجود در زیرلایه‌ها به اندازه ۴ عدد بیشتر می‌شود. به عنوان مثال، گنجایش الکترونی زیرلایه p ، ۶ الکترون است و ۴ واحد بیشتر از گنجایش الکترونی زیرلایه قبل از آن یعنی زیرلایه s ، است.

۲) در اتم عنصرهای دوره چهارم جدول دوره‌ای، زیرلایه‌های s^4 ، d^3 و p^4 پر می‌شوند. زیرلایه d^3 مربوط به لایه سوم اتم است که ظرفیت حداکثر ۱۰ الکترون را دارد. پس در دوره چهارم، حداکثر ۱۰ الکترون وارد لایه سوم می‌شود.

۴) آرایش الکترونی هیچ اتمی در حالت خنثی به زیرلایه d ختم نمی‌شود. اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به این زیرلایه ختم شود، آن گونه، قطعا یک کاتیون است. هم‌چنین هیچ یونی با گرفتن یا از دست دادن الکترون به زیرلایه s^1 ختم نمی‌شود. پس اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به این زیرلایه ختم شود، آن گونه قطعا یک اتم در حالت خنثی است. دقت کنید که آرایش الکترونی کاتیون‌ها می‌تواند به زیرلایه s^2 ختم شود. به عنوان مثال، آرایش الکترونی Sn به صورت $[Kr]4d^{10}5s^25p^3$ است. این عنصر دارای دو یون Sn^{2+} و Sn^{4+} است. آرایش الکترونی یون Sn^{2+} به صورت $[Kr]4d^{10}5s^2$ می‌باشد. هم‌چنین اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به p^6 ختم شود، آن گونه می‌تواند یک کاتیون، آنیون یا اتم خنثی باشد. مطالب گفته شده، در جدول زیر جمع‌بندی شده است:

آخرین زیرلایه موجود در آرایش الکترونی	گونه مربوطه
s^1	اتم خنثی
s^2	اتم خنثی، کاتیون
d	کاتیون
p^6	کاتیون، آنیون، اتم خنثی

گروه آموزشی ماز

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) مطابق مدل اتمی کوانتومی، اتم هلیوم ساختار لایه‌ای دارد و دو الکترون آن در همه نقاط پیرامون هسته می‌توانند حضور پیدا کنند.
- ۲) حداکثر شمار الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر دوره دوم، مربوط به عنصر کربن است.
- ۳) عنصر Hg همانند عناصر قبل و بعد از خودش، در عناصر دسته d جدول دوره‌ای قرار می‌گیرد.
- ۴) آرایش الکترونی به تقریب ۲۲ درصد از عناصر دوره چهارم، به زیرلایه‌های تک الکترونی ختم می‌شود.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

عنصر Hg آخرین عنصر دسته d دوره ششم است. عنصر بعد از آن با عدد اتمی ۸۱، در دسته p جدول دوره‌ای قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مطابق مدل کوانتومی، اتم ساختار لایه‌ای دارد و الکترون‌ها در هر لایه، آرایش و انرژی معینی دارند و اتم از پایداری نسبی برخوردار است. الکترون در هر لایه‌ای که باشد در همه نقاط پیرامون هسته حضور می‌یابد اما در محدوده هر لایه، احتمال حضور بیشتری دارد. پس دو الکترون هلیوم، به طور عمده در لایه اول قرار دارند اما در همه نقاط اطراف هسته می‌توانند حضور پیدا کنند.

۲) حداکثر شمار الکترون‌های جفت نشده در آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر دوره دوم، مربوط به عنصر کربن می‌باشد که دارای ۴ تک الکترون است.

لوویس برای توضیح و پیش‌بینی رفتار اتم‌ها، آرایشی به نام آرایش الکترون - نقطه‌ای ارائه کرد که در آن الکترون‌های ظرفیت هر اتم، پیرامون نماد شیمیایی آن با نقطه نمایش داده می‌شود.



بیشترین تعداد الکترون جفت نشده مربوط به گروه ۱۴ است و از گروه ۱۵ شروع به جفت شدن الکترون‌ها می‌کنیم؛ به طوری که بیشترین تعداد الکترون جفت شده، به گروه ۱۸ تعلق دارد.

در میان عناصر دوره ۴، آرایش الکترونی عناصر ${}_{19}K$ ، ${}_{24}Cr$ ، ${}_{29}Cu$ و ${}_{31}Ga$ به زیرلایه تک الکترونی ختم می‌شود. در این دوره ۱۸ عنصر وجود دارد؛ پس درصد این چهار عنصر برابر است با:

$$\frac{4}{18} \times 100 \cong 22\%$$

گروه آموزشی ماز

۵۳- رنگ پرتو حاصل از کدام انتقال در اتم هیدروژن، درست نوشته شده است؟

(۱) $n = 6$ به $n = 2$: قرمز

(۲) $n = 4$ به $n = 2$: آبی کم‌رنگ

(۳) $n = 3$ به $n = 1$: بنفش

(۴) $n = 4$ به $n = 1$: آبی پررنگ

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - حفظی - ۱۰۰۱)



هنگامی که الکترون‌ها در اتم برانگیخته، به لایه‌های پایین‌تر منتقل می‌شوند، نوری با طول موج معین نشر می‌کنند. الکترون‌هایی که به لایه دوم الکترونی، منتقل شوند، پرتوهای مرئی، نشر می‌کنند. طول موج حاصل از انتقال الکترون به لایه اول، در محدوده مرئی قرار نمی‌گیرد؛ پس گزینه ۳ و ۴ کاملاً نادرست هستند. در اتم هیدروژن، انتقال الکترون از لایه‌های بالاتر، به لایه دوم، چهار نوع پرتو مرئی ایجاد می‌کند که در جدول زیر نشان داده شده‌اند:

انتقال	طول موج پرتو نشر شده	رنگ پرتو نشر شده
$n = 3$ به $n = 2$	۶۵۶	قرمز
$n = 4$ به $n = 2$	۴۸۶	آبی کم‌رنگ
$n = 5$ به $n = 2$	۴۳۴	آبی پررنگ
$n = 6$ به $n = 2$	۴۱۰	بنفش

گروه آموزشی ماز

۵۴- مجموع $n + l$ برای آخرین الکترونی که وارد زیرلایه‌های اتم X می‌شود، برابر با ۵ است. کدام یک از اتم‌های زیر، فاقد شرایط گفته شده است؟

(۱) ${}_{33}V$

(۲) ${}_{37}Rb$

(۳) ${}_{18}Ar$

(۴) ${}_{35}Br$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)



اگر الکترونی دارای مجموع $n + l = 5$ باشد، این الکترون می‌تواند در زیرلایه‌های d یا p یا s باشد. پس باید بررسی کنیم که در کدام اتم، آخرین الکترون وارد یکی از سه زیرلایه‌های d یا p یا s می‌شود:



۱- عنصر ${}_{33}V$ از جمله عناصر دسته d دوره چهارم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه d می‌شود.

۲- عنصر ${}_{37}Rb$ از جمله عناصر دسته s دوره پنجم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه s می‌شود.

۳- عنصر ${}_{18}Ar$ از جمله عناصر دسته p دوره سوم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه p می‌شود؛ پس فاقد شرایط مورد نظر است.

۴- عنصر ${}_{35}Br$ از جمله عناصر دسته p دوره چهارم است؛ پس آخرین الکترون آن وارد زیرلایه p می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۵۵- اختلاف شمار الکترون‌های موجود در دو لایه آخر اتم عنصر A که در دوره چهارم قرار دارد، برابر با ۱۲ است. چند مورد از مطالب زیر، می‌تواند درست باشد؟

- آ: این اتم، دارای دو زیرلایه‌ی نیمه پر است.
 ب: قطعا در مجاورت یکی از عناصر هم‌گروه با ${}_{42}TC$ است.
 پ: آرایش الکترونی آن همانند ${}_{19}K$ و ${}_{29}Cu$ به ${}_{45}S^1$ ختم می‌شود.
 ت: مجموع $n + l$ برای آخرین الکترون آن، برابر با ۶ است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

موارد (آ) و (پ) درست هستند.
 در دوره چهارم، سه عنصر داریم که اختلاف شمار الکترون‌های موجود در دو لایه آخر آن‌ها، برابر با ۱۲ است. این سه عنصر ${}_{22}Cr$ ، ${}_{26}Fe$ و ${}_{34}Se$ هستند. آرایش الکترونی ${}_{22}Cr$ به صورت $[Ar]3d^54s^1$ است. این عنصر دارای ۱۳ الکترون در لایه سوم و ۱ الکترون در لایه چهارم خود است. هم‌چنین ${}_{26}Fe$ دارای ۱۴ الکترون در لایه سوم و ۲ الکترون در لایه چهارم خود است. عنصر ${}_{34}Se$ نیز با آرایش الکترونی فشرده $[Ar]4s^24p^4$ ، لایه سوم خود را تکمیل کرده است؛ یعنی ۱۸ الکترون در این لایه دارد؛ هم‌چنین ۶ الکترون در لایه چهارم خود دارد.

بررسی موارد:

آ: این عبارت در مورد عنصر ${}_{22}Cr$ می‌تواند درست باشد؛ زیرا دارای دو زیرلایه نیمه‌پر ${}_{45}S^1$ و ${}_{3d}^5$ است.
 ب: عنصر هم‌گروه با ${}_{42}TC$ که در دوره چهارم قرار دارد، ${}_{25}Mn$ است. دو عنصر ${}_{26}Fe$ و ${}_{22}Cr$ در مجاورت آن قرار دارند اما ${}_{34}Se$ از آن فاصله دارد. چون از واژه «قطعا» استفاده شده است، این عبارت نادرست است.
 پ: این عبارت در مورد ${}_{22}Cr$ صدق می‌کند. آرایش الکترونی ${}_{19}K$ به صورت $[Ar]4s^1$ و ${}_{29}Cu$ به صورت $[Ar]3d^{10}4s^1$ است.
 ت: اگر الکترونی دارای مجموع $n + l = 6$ باشد، این الکترون می‌تواند در زیرلایه ${}_{4d}$ یا ${}_{5p}$ یا ${}_{6s}$ باشد. آخرین الکترون هیچ‌یک از سه عنصر موردنظر، در این زیرلایه‌ها قرار ندارد.

گروه آموزشی ماز

- ۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد نخستین عنصری که لایه سوم خود را تکمیل می‌کند، درست است؟
 (۱) دارای ۱۱ الکترون با $n + l = 5$ است.
 (۲) در گروه ۱۸ و دوره سوم قرار دارد.
 (۳) رنگ شعله ترکیبات حاصل از آن، زرد است.
 (۴) با عنصر ${}_{79}Au$ هم‌گروه است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

نخستین عنصری که لایه سوم خود را تکمیل می‌کند، ${}_{29}Cu$ با آرایش الکترونی $[Ar]3d^{10}4s^1$ است. این عنصر در گروه ۱۱ قرار دارد و با ${}_{79}Au$ هم‌گروه است. برای موقعیت یابی ${}_{79}Au$ از گاز نجیب ${}_{86}Rn$ استفاده می‌کنیم. عدد اتمی ${}_{79}Au$ ، ۷ واحد کمتر از ${}_{86}Rn$ است؛ پس در ۷ گروه قبل از آن یعنی گروه ۱۱ قرار دارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) اگر الکترونی دارای مجموع $n + l = 5$ باشد، این الکترون می‌تواند در زیرلایه‌های ${}_{3d}$ یا ${}_{4p}$ یا ${}_{5s}$ باشد. ${}_{29}Cu$ دارای ۱۰ الکترون در زیرلایه ${}_{3d}$ است؛ پس ۱۰ الکترون با $n + l = 5$ دارد.
 ۲) ${}_{29}Cu$ در دوره چهارم و گروه یازدهم قرار دارد.
 ۳) رنگ شعله مس و ترکیبات حاصل از آن، سبز است.

گروه آموزشی ماز

- ۵۷- شمار الکترون‌های ظرفیتی دو عنصر X و A از عناصر دوره چهارم، با هم برابر است. کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) اختلاف عدد اتمی این دو عنصر می‌تواند برابر با ۱۲ باشد.
 (۲) یکی از عناصر در عناصر دسته d و دیگری در عناصر دسته p قرار دارد.
 (۳) الکترون‌های ظرفیتی حداقل یکی از عناصر، در آخرین لایه الکترونی آن قرار دارد.
 (۴) اگر یکی از عناصر مورد نظر ${}_{32}Zn$ باشد، عنصر دیگر، فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



شمار الکترون‌های لایه ظرفیت عناصر گروه ۱ تا ۱۲ با شماره گروه و عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ با یکان شماره گروه هر عنصر برابر است. ابتدا به جدول زیر که شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره چهارم را مشخص کرده است، دقت کنید:

شماره گروه	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸
شمار الکترون‌های ظرفیتی	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸

همان‌طور که می‌بینید، شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه ۳ تا ۸ با شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر گروه ۱۳ تا ۱۸ برابر است. اختلاف عدد اتمی این عناصر دو به دو، برابر با ۱۰ واحد است. به عنوان مثال Sc و Ga با ۳ الکترون ظرفیتی دارای ۱۰ واحد اختلاف عدد اتمی هستند.



۲ یکی از عناصر در عناصر دسته d و دیگری در عناصر دسته p قرار دارد.

۳ الکترون‌های ظرفیتی حداقل یکی از عناصر، که در دسته p قرار دارد، در آخرین لایه الکترونی آن وجود دارد. الکترون‌های ظرفیتی عناصر دسته d ، در آخرین زیرلایه s و زیرلایه d مقابل آن (در لایه قبل) قرار دارد.

۴ Kr در گروه ۱۸ قرار دارد و دارای ۸ الکترون ظرفیتی است. شمار الکترون‌های ظرفیتی آن با عنصری که در گروه ۸ قرار دارد، برابر است. در عناصر دسته d با عدد اتمی بین ۲۱ تا ۲۹، شماره گروه از مجموع رقم یکان و دهگان عدد اتمی به دست می‌آید. از آن‌جا که همه این عناصر دارای دهگان ۲ هستند، اگر ۲ تا از شماره گروه آن‌ها کم کنیم، رقم یکان آن‌ها به دست می‌آید. پس عنصری که در گروه ۸ و دوره چهارم قرار دارد، دارای عدد اتمی ۲۶ است. این عنصر Fe است که فراوان‌ترین عنصر سیاره زمین می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۵۸- آرایش الکترونی کاتیون Ga^{3+} به ترتیب از راست به چپ با آرایش الکترونی کدام گونه یکسان بوده و شمار الکترون‌های ظرفیتی Ga چند برابر شمار الکترون‌های ظرفیتی Cr است؟

- ۱) Zn^{2+} (۳) - ۰/۶
 ۲) Cu^{+} (۲) - ۰/۵
 ۳) Cu^{2+} (۳) - ۰/۶
 ۴) Ni^{2+} (۴) - ۰/۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



آرایش الکترونی عنصر Ga به صورت $[Ar]3d^{10}4s^24p^1$ است. اگر این عنصر ۳ الکترون از دست دهد و به کاتیون Ga^{3+} تبدیل شود، آرایش الکترونی آن به صورت $[Ar]3d^{10}$ می‌شود. عناصر Zn و Cu نیز به ترتیب دارای آرایش الکترونی $[Ar]3d^{10}4s^1$ و $[Ar]3d^{10}4s^2$ هستند. آرایش هر دو یون Zn^{2+} و Cu^{+} نیز به صورت $[Ar]3d^{10}$ است. Ga در گروه ۱۳ قرار دارد و دارای ۳ الکترون ظرفیتی است. عنصر Cr نیز در گروه ۶ قرار دارد و دارای ۶ الکترون ظرفیتی است. نسبت شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها برابر است با: $\frac{3}{6} = 0.5$. اگر Cu دو الکترون از دست بدهد و یون Cu^{2+} را تشکیل دهد، آرایش الکترونی یون آن به صورت $[Ar]3d^9$ می‌شود. هم‌چنین آرایش الکترونی Ni به صورت $[Ar]3d^84s^2$ و آرایش یون Ni^{2+} به صورت $[Ar]3d^8$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۹- آرایش الکترونی $[Ar]3d^44s^2$ مربوط به است و در گروه جدول دوره‌ای جای دارد.

- ۱) V (۵) - ۲۲
 ۲) Mn (۵) - ۲۵
 ۳) Mn (۳) - ۲۵
 ۴) V (۴) - ۲۳

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۰۰)



در آرایش الکترونی $[Ar]3d^44s^2$ ، بعد از آرگون، ۵ الکترون دیگر وجود دارد. پس این اتم دارای ۲۳ الکترون و به عبارتی ۲۳ پروتون است. عنصری با عدد اتمی ۲۳، در گروه ۵ و دوره چهارم قرار دارد. هم‌چنین با استفاده از نکته زیر، با سرعت بیشتری می‌توان به جواب رسید:

دوره‌ش سریع برای یافتن شماره‌ی گروه عناصر دسته d دوره چهارم، وجود دارد:

۱) در عناصر این دسته، با دانستن شماره گروه می‌توان عدد اتمی عنصر و یا با داشتن عدد اتمی، شماره گروه را، به روشی سریع تعیین کرد. دقت کنید که این عناصر از عدد اتمی ۲۱ تا ۳۰ و گروه ۳ تا ۱۲ را شامل می‌شوند و به جز Zn که در گروه ۱۲ قرار دارد، در سایر موارد، حاصل جمع رقم یکان و دهگان عدد اتمی این عناصر، با شماره گروه آن‌ها برابر است. به عنوان مثال Ni در گروه ۱۰ ($2 + 8 = 10$) قرار دارد و یا عنصری از دوره چهارم که در گروه ۵ قرار دارد، دارای عدد اتمی ۲۳ است.

۲) آرایش الکترونی عناصر این دسته، به زیرلایه‌های d و s ختم می‌شود. مجموع الکترون‌های این دو زیرلایه، برابر شماره گروه عنصر مورد نظر است. به عنوان مثال در عنصری با آرایش الکترونی $3d^4 4s^2 [Ar]$ ، شماره گروه برابر با $10 (4 + 2)$ است. به عبارتی برای نوشتن آرایش الکترونی این عناصر کافی است رقم دهگان عدداتی آن‌ها، یعنی عدد ۲ را به زیرلایه s و رقم یکان عدداتی را به زیرلایه d اختصاص دهیم. توجه داریم که آرایش الکترونی مس و کروم استثنا است و در زیرلایه $4s$ خود، دارای ۱ الکترون هستند.

مثال: آرایش الکترونی $3d^6 4s^2 [Fe]$ به این صورت است که پس از گاز نجیب آرگون، ۶ الکترون در زیرلایه d و ۲ الکترون در زیرلایه s دارد. پس آرایش آن به صورت $3d^6 4s^2 [Ar]$ است.

با استفاده از آرایش الکترونی عناصر، می‌توان موقعیت آن‌ها در جدول تناوبی را مشخص کرد.

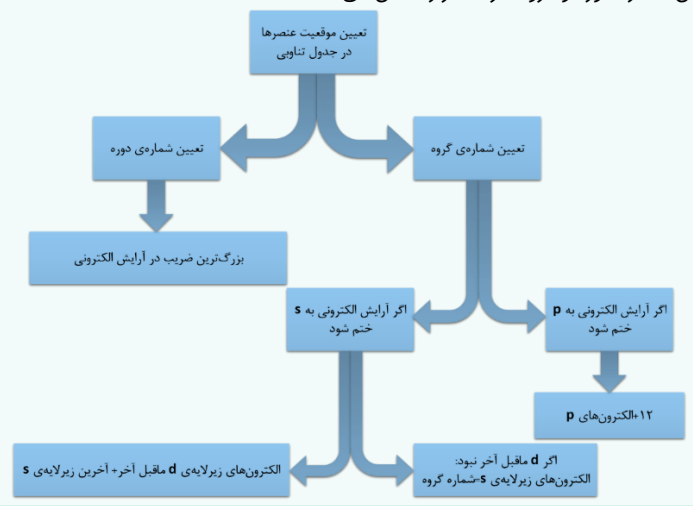
تعیین شماره گروه:

- اگر آرایش الکترونی به زیرلایه p ختم شود، شماره گروه، شماره گروه، ۱۲ عدد بیشتر از تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه p است. به عنوان مثال اتمی که در آخرین زیرلایه p خود دارای ۵ الکترون است، به گروه ۱۷ ($12 + 5 = 17$) تعلق دارد.
- اگر آرایش الکترونی به زیرلایه s ختم شود، با دو حالت مواجه خواهیم شد:
 - اگر در آرایش الکترونی عنصر مورد نظر، زیرلایه d قبل از زیرلایه s وجود نداشته، عنصر متعلق به دسته s بوده و تعداد الکترون‌های آخرین زیرلایه s ، برابر شماره گروه است. برای مثال اگر آرایش الکترونی عنصری به $3s^2 [Ne]$ ختم شود، در گروه دوم قرار دارد.
 - اگر زیرلایه d قبل از زیرلایه s وجود داشته، شماره گروه، از مجموع تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه s و زیرلایه d قبل از آن، به دست می‌آید. به عنوان مثال اگر آرایش الکترونی عنصری به $3d^5 4s^1 [Ar]$ ختم شود، آن عنصر در گروه ۶ ($5 + 1$) قرار دارد.

تعیین شماره دوره:

بزرگترین ضریب در آرایش الکترونی (بزرگ‌ترین عدد کوانتومی اصلی) برابر شماره دوره هر عنصر است. بر این اساس، عنصری با آرایش الکترونی $3d^3 4s^2 [Ar]$ در دوره چهارم از جدول تناوبی قرار دارد.

نمودار زیر، مراحل کلی برای مشخص کردن شماره دوره و گروه هر عنصر را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

- ۶۰- چند مورد از مطالب زیر، از جمله شباهت‌های طیف نشری خطی لیتیم و هیدروژن است؟
- آ: تعداد خطوط رنگی
 ب: رنگ خطوط رنگی
 پ: افزایش فاصله بین خطوط با افزایش طول موج آن‌ها
 ت: دارای ۲ نوار رنگی کمتر از طیف نشری خطی هلیم
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۰۰۱)

پاسخ تشریحی:

موارد (آ) و (ت) درست هستند.

طیف نشری خطی هیدروژن و لیتیم در شکل زیر نشان داده شده است:



بررسی موارد:

آ: در طیف نشری خطی هر دو عنصر ۴ نوار رنگی دیده می‌شود.

- ب:** در طیف نشری خطی لیتیم، رنگ زرد وجود دارد؛ در حالی که در طیف نشری خطی هیدروژن وجود ندارد.
- پ:** افزایش فاصله بین خطوط با افزایش طول موج نوارهای رنگی، از جمله ویژگی‌های طیف نشری خطی هیدروژن است و در لیتیم دیده نمی‌شود.
- ت:** طیف نشری خطی هلیم دارای ۶ نوار رنگی است. با توجه به اینکه در طیف نشری خطی هر دو عنصر هیدروژن و لیتیم، ۴ نوار رنگی دیده می‌شود، اختلاف آن‌ها برابر با ۲ است.



گروه آموزشی ماز

۶۱- کدام یک از مطالب زیر، همواره درست است؟

- ۱) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره چهارم دسته d جدول دوره‌ای، شمار الکترون‌های زیرلایه d افزایش می‌یابد.
- ۲) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره سوم دسته p ، مجموع $n + l$ آخرین الکترون هر عنصر نیز افزایش می‌یابد.
- ۳) با افزایش شمار زیرلایه‌های اشغال شده در عناصر یک دوره، شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها نیز افزایش می‌یابد.
- ۴) شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده در همه عناصر یک دوره، با هم برابر است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده در همه عناصر یک دوره، با هم برابر است اما شمار زیرلایه‌های اشغال شده آن‌ها متفاوت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش شمار الکترون‌های ظرفیتی عناصر دوره چهارم دسته d جدول دوره‌ای، الزاما شمار الکترون‌های زیرلایه d افزایش نمی‌یابد. به عنوان مثال ${}_{25}Mn$ و ${}_{24}Cr$ به ترتیب دارای ۷ و ۶ الکترون ظرفیتی هستند اما شمار الکترون‌های زیرلایه d آن‌ها برابر است.
- ۲) آخرین الکترون هر عنصر دوره سوم دسته p جدول دوره‌ای، وارد زیرلایه p می‌شود؛ پس مجموع $n + l$ آن‌ها ثابت و برابر با ۴ می‌باشد.
- ۳) با افزایش شمار زیرلایه‌های اشغال شده در عناصر یک دوره، شمار الکترون‌های ظرفیتی آن‌ها الزاما افزایش نمی‌یابد. به عنوان مثال ${}_{31}Ga$ دارای زیرلایه‌های اشغال شده بیشتری نسبت به ${}_{28}Ni$ است اما شمار الکترون‌های ظرفیتی آن کمتر است. بدین صورت که ${}_{31}Ga$ و ${}_{28}Ni$ به ترتیب دارای ۳ و ۱۰ الکترون ظرفیتی هستند.

گروه آموزشی ماز

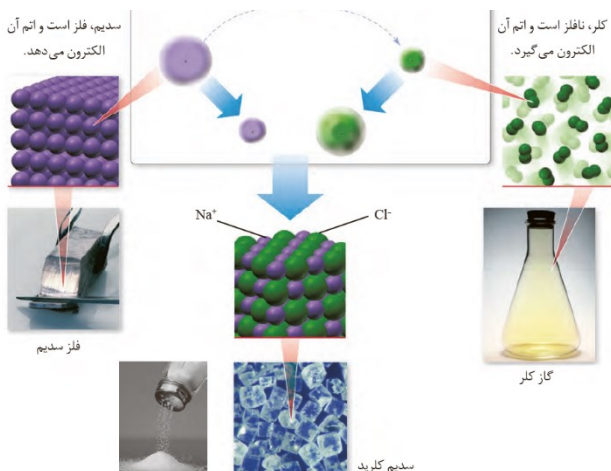
۶۲- گاز رنگ کمر در واکنش با فلز سدیم، یک الکترون و به بلور سدیم کلرید تبدیل می‌شود.

- ۱) زرد - دریافت می‌کند - شفاف
- ۲) سبز - از دست می‌دهد - سفید رنگ
- ۳) زرد - از دست می‌دهد - سفید رنگ
- ۴) سبز - دریافت می‌کند - شفاف

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - حفظی - ۱۰۰)

پاسخ تشریحی:

گاز زرد رنگ کمر، خاصیت گندزدایی دارد و در واکنش با فلز سدیم، یک الکترون می‌گیرد و ماده بلوری سدیم کلرید (شفاف)، تولید می‌کند. طی این واکنش شعاع اتم کمر افزایش و شعاع اتم سدیم کاهش می‌یابد.



گروه آموزشی ماز

۶۳- اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به $3p^6$ ختم شود و آن گونه در دوره باشد، در مورد آن گونه، قطعا می‌توان گفت

- ۱) سوم - دارای ۶ زیرلایه کاملا پر است.
- ۲) چهارم - از شمار لایه‌های اشغال شده از الکترون آن عنصر، کم شده است.
- ۳) چهارم - از جرم آن اتم، حداقل $0.005 amu$ کم شده است.
- ۴) سوم - شمار لایه‌های اشغال شده از الکترون آن عنصر، افزایش یافته است.

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

اگر آرایش الکترونی گونه‌ای به $3p^6$ ختم شود، آن گونه می‌تواند یک کاتیون، یک آنیون و یا یک اتم خنثی باشد. پس گونه مورد نظر ما می‌تواند F^- ، Ar ، S^{2-} ، P^{3-} ، K^+ ، Ca^{2+} و یا Sc^{3+} باشد. اگر این گونه مربوط به دوره چهارم باشد، حتماً کاتیون است و اگر مربوط به دوره سوم باشد، می‌تواند اتم خنثی Ar و یا آنیون‌های گفته شده باشد.

بررسی گزینه‌ها:

- با توجه به اینکه آرایش الکترونی گونه مورد نظر به $3p^6$ ختم می‌شود، این زیرلایه و تمامی زیرلایه‌های قبل از آن، کاملاً پر است. در لایه اول یک زیرلایه، در لایه دوم، دو زیرلایه و در لایه سوم نیز، دو زیرلایه کاملاً پر وجود دارد (زیرلایه d فاقد الکترون است). پس مجموعاً ۵ زیرلایه کاملاً پر در این گونه وجود دارد.
- اگر این گونه مربوط به دوره چهارم باشد، حتماً کاتیون است؛ کاتیون‌های نام برده شده، الکترون‌های لایه چهارم خود را از دست داده‌اند؛ پس یکی از شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده آن‌ها کاسته شده است.
- اگر این گونه مربوط به دوره چهارم باشد، حتماً کاتیون است؛ پس حداقل یک الکترون از دست داده است. جرم یک الکترون $0.0005 amu$ است.
- اگر این گونه مربوط به دوره سوم باشد، می‌تواند اتم خنثی Ar و یا آنیون‌های گفته شده باشد. در هیچ کدام افزایش شمار لایه‌های الکترونی اشغال شده نداریم؛ بلکه در آنیون‌ها، الکترون به لایه آخر الکترونی اضافه می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۴- آرایش الکترونی چند درصد از عناصر چهار دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، به ترتیب از راست به چپ، به زیرلایه ns^1 و زیرلایه np^1 ختم می‌شود؟

(۱) $16/6 - 8/3$ (۲) $13/8 - 11/1$ (۳) $16/6 - 11/1$ (۴) $13/8 - 8/3$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

آرایش الکترونی عناصر گروه اول به زیرلایه ns^1 ختم می‌شود. هم‌چنین در دوره چهارم، آرایش الکترونی عناصر مس و کروم نیز، به s^1 ختم می‌گردد. پس در میان ۳۶ عنصر ابتدایی، ۴ عنصر گروه اول و دو عنصر دسته d ، دارای شرایط مذکور هستند. درصد آن‌ها برابر است با: $\frac{4}{36} \times 100 = 16/6\%$

برای محاسبات سریع‌تر، معادل کسرهای زیر را حفظ باشید:

$$\frac{1}{2} = 0/5 \quad \frac{1}{4} = 0/25 \quad \frac{3}{4} = 0/75 \quad \frac{1}{6} = 0/166 \quad \frac{1}{8} = 0/125 \quad \frac{3}{8} = 0/375 \quad \frac{1}{16} = 0/625$$

آرایش الکترونی عناصر گروه ۱۳ به زیرلایه np^1 ختم می‌شود. دوره اول، فاقد عناصر دسته p است. پس در این ۳۶ عنصر، ۳ عنصر وجود دارد که آرایش الکترونی آن‌ها به np^1 ختم می‌شود. درصد آن‌ها برابر است با: $\frac{3}{36} \times 100 = 8/3\%$

گروه آموزشی ماز

۶۵- در کدام گزینه نام ترکیب با فرمول شیمیایی آن تطابق دارد و شمار الکترون‌های کاتیون و آنیون مشابه است؟

(۱) سدیم نیتريد: NaN_3 (۲) منیزیم فسفید: Mg_3P_2 (۳) لیتیم فلئورید: LiF (۴) کلسیم سولفید: CaS

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۱)

پاسخ سریعی:

نام یون‌های مختلف را در جدول زیر می‌بینید:

نام و نماد شیمیایی آنیون		نام و نماد شیمیایی کاتیون	
Br^-	یون برمید	Li^+	یون لیتیم
I^-	یون یدید	K^+	یون پتاسیم
N^{3-}	یون نیتريد	Mg^{2+}	یون منیزیم
S^{2-}	یون سولفید	Ca^{2+}	یون کلسیم
F^-	یون فلئورید	Al^{3+}	یون آلومینیم

فرمول شیمیایی کلسیم سولفید به صورت CaS است. گوگرد دارای ۱۶ الکترون است که با دریافت ۲ الکترون دیگر، شمار الکترون‌های آن به ۱۸ می‌رسد. کلسیم نیز دارای ۲۰ الکترون است که با از دست دادن دو الکترون به ۱۸ الکترون می‌رسد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ فرمول شیمیایی سدیم نیترید به صورت Na_3N است.
- ۲ فرمول شیمیایی منیزیم فسفید به صورت Mg_3P_2 است.
- ۳ فرمول شیمیایی لیتیم فلئورید درست است اما شمار الکترون‌های کاتیون و آنیون آن با هم برابر نیست. بدین صورت که یون لیتیم دارای ۲ الکترون و یون فلئورید دارای ۱۰ الکترون است.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام دو عنصر متعلق به عناصر دسته p جدول دوره‌ای هستند؟

- ۱) As و Ti (۲) Ge و Cd (۳) Al و Ca (۴) Ga و In

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)

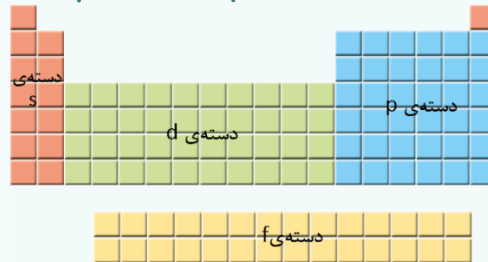
پاسخ تشریحی:

اختلاف عدد اتمی عنصر In و نزدیک‌ترین گاز نجیب به آن، یعنی Xe ، ۵ واحد است. پس In در گروه ۱۳ ($13 = 18 - 5$) قرار دارد. همچنین Ga در ۵ گروه قبل از Kr ، یعنی گروه ۱۳ قرار دارد. عناصر موجود در گروه‌های ۱۳ تا ۱۸، عناصر دسته p محسوب می‌شوند. هلیوم در گروه ۱۸ قرار دارد اما از عناصر دسته s است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) Ti از عناصر دسته d و As از عناصر دسته p است.
- ۲) Cd از عناصر دسته d و Ge از عناصر دسته p است.
- ۳) Ca از عناصر دسته s و Al از عناصر دسته p است.

عناصرهای موجود در جدول دوره‌ای را می‌توان بر اساس زیرلایه‌های در حال پر شدن آن‌ها، به چهار دسته تقسیم کرد:

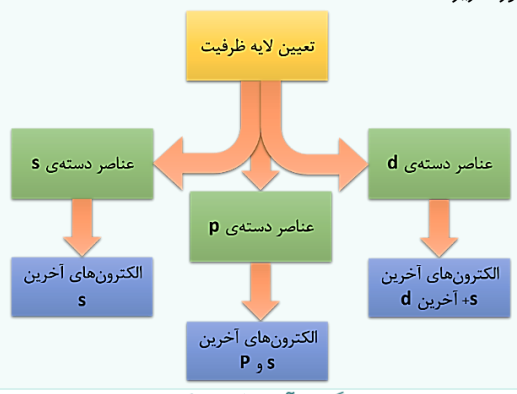


عناصر دسته s : عناصری هستند که زیرلایه s آن‌ها در حال پر شدن است.

- ✓ این دسته دارای ۱۴ عنصر است که شامل همه عناصر گروه‌های اول و دوم و همچنین عنصر هلیوم در گروه ۱۸، می‌شود.
- ✓ عناصر این دسته در همه دوره‌های جدول تناوبی قرار دارند و از آن‌جا که تعداد ستون‌ها در هر دسته از عناصر جدول دوره‌ای، با حداکثر گنجایش الکترونی زیرلایه مربوطه برابر است و گنجایش الکترونی زیرلایه s نیز، ۲ الکترون است، در هر دوره، ۲ عنصر دسته s وجود دارد.
- ✓ شماره گروه این عناصر با تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها برابر است؛ به جز هلیوم که ۲ الکترون ظرفیتی دارد اما در گروه ۱۸ قرار دارد.
- عناصر دسته p : عناصری هستند که زیرلایه p آن‌ها در حال پر شدن است.
- ✓ این دسته دارای ۳۶ عنصر است که شامل همه عناصر گروه‌های ۱۳ تا ۱۸ به جز عنصر هلیوم، می‌شود.
- ✓ عناصر این دسته در دوره‌های ۲ تا ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه p ، ۶ الکترون است، در هر دوره، ۶ عنصر دسته p وجود دارد.
- ✓ شماره گروه این عناصر ۱۰ واحد از تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها یا ۱۲ واحد از تعداد الکترون‌های موجود در آخرین زیرلایه p بیشتر است.
- عناصر دسته d : عناصری هستند که زیرلایه d آن‌ها در حال پر شدن است.
- ✓ این دسته دارای ۴۰ عنصر است که در گروه‌های ۳ تا ۱۰ قرار دارند.
- ✓ عناصر این دسته در دوره‌های ۴ تا ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه d ، ۱۰ الکترون است، در هر دوره، ۱۰ عنصر دسته d وجود دارد.
- ✓ شماره گروه این عناصر با تعداد الکترون ظرفیتی آن‌ها برابر است و از مجموع الکترون‌های آخرین زیرلایه s و زیرلایه d ما قبل آخر به دست می‌آید.
- عناصر دسته f : عناصری هستند که زیرلایه f آن‌ها در حال پر شدن است.
- ✓ این دسته دارای ۲۸ عنصر است که در دو ردیف پایین جدول قرار دارند و همگی متعلق به گروه ۳ هستند.



✓ عناصر این دسته در دوره‌های ۶ و ۷ قرار دارند و از آن‌جا که گنجایش الکترونی زیرلایه f ، ۱۴ الکترون است، در هر یک از دوره‌های ۶ و ۷، ۱۴ عنصر دسته f وجود دارد.
به طور خلاصه، تعیین لایه ظرفیت عناصر به صورت زیر است.



گروه آموزشی ماز

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دوره ابتدایی جدول دوره‌ای، نادرست است؟

- (۱) $\frac{1}{6}$ عناصر، فقط دارای الکترون‌های جفت شده هستند.
- (۲) ۹ عنصر دارای حداقل یک الکترون جفت شده هستند.
- (۳) شمار تک الکترون‌های عناصر گروه دوم و شانزدهم با هم برابر است.
- (۴) نخستین عنصری که دارای الکترون جفت شده است، نیتروژن می‌باشد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



آرایش الکترون نقطه‌ای عناصر سه دوره اول جدول دوره‌ای، در شکل زیر آمده است:

۱	H·	۲	Be·	۱۳	B·	۱۴	C·	۱۵	N·	۱۶	O·	۱۷	F·	۱۸	He·
	Li·														Ne·
	Na·		Mg·		Al·		Si·		P·		S·		Cl·		Ar·



$$\frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

- ۱) عناصر هلیوم، نئون و آرگون فاقد الکترون تک و فقط الکترون جفت شده دارند. نسبت آن‌ها برابر است.
- ۲) عنصر گروه‌های ۱۵ تا ۱۸، حداقل یک الکترون جفت شده دارند.
- ۳) شمار تک الکترون‌های عناصر گروه دوم و شانزدهم با هم برابر و برابر با ۲ است.
- ۴) نخستین عنصری که دارای الکترون جفت شده است، هلیوم می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

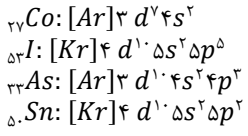
۶۸- در آرایش الکترونی فشرده کدام یک از عناصر زیر، بعد از نماد شیمیایی گاز نجیب، فقط الکترون‌های ظرفیت نوشته می‌شود؟

- (۱) ${}_{27}Co$
- (۲) ${}_{53}I$
- (۳) ${}_{33}As$
- (۴) ${}_{50}Sn$

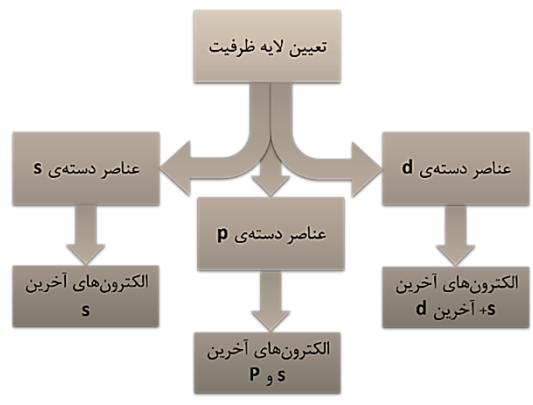
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



آرایش الکترونی عناصر داده شده به صورت زیر است:



الکترون‌های لایه ظرفیت در عناصر دسته d ، در آخرین زیرلایه d و آخرین زیرلایه s اتم قرار دارند. همچنین در عناصر دسته p نیز، الکترون‌های لایه ظرفیت، در آخرین زیرلایه p و آخرین زیرلایه s اتم قرار دارند. در آرایش الکترونی عناصری از دسته p ، که در دوره‌های چهارم تا هفتم قرار دارند (عناصری که قبل از آنها عناصر دسته d وجود دارد)، بعد از گاز نجیب، الکترون‌های زیرلایه d نوشته می‌شود که جزو الکترون‌های ظرفیتی نیست. پس عنصر موردنظر ما نباید از عناصر دسته p دوره‌های چهارم تا هفتم باشد.



گروه آموزشی ماز

۶۹- در کدام مورد زیرلایه سمت چپ بلافاصله بعد از زیرلایه سمت راست پر نمی‌شود؟
 (۱) $5p \leftarrow 4d$ (۲) $4f \leftarrow 7s$ (۳) $4d \leftarrow 5s$ (۴) $3p \leftarrow 3s$

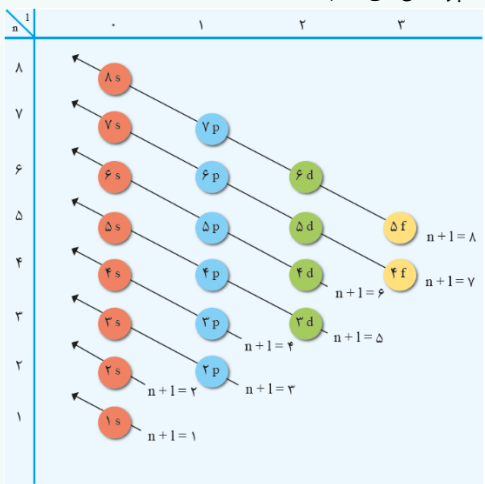
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰)



براساس قاعده آفا ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها از قانون کلی زیر پیروی می‌کند.

ترتیب پر شدن زیرلایه‌ها: $ns \rightarrow (n-2)f \rightarrow (n-1)d \rightarrow np$

دقت کنید که برای پر شدن زیرلایه f ، n باید بزرگتر یا مساوی ۶ باشد (این زیرلایه در دوره ششم شروع به پر شدن می‌کند). برای پر شدن زیرلایه d نیز، n باید بزرگتر یا مساوی ۴ باشد. (این زیرلایه در دوره چهارم شروع به پر شدن می‌کند).



بررسی گزینه‌ها:

- ۱ اگر $n = 5$ باشد، ابتدا $4d$ و سپس $5p$ پر می‌شود.
- ۲ اگر $n = 7$ باشد، ابتدا $7s$ و سپس $5f$ پر می‌شود.
- ۳ اگر $n = 5$ باشد، ابتدا $5s$ و سپس $4d$ پر می‌شود.
- ۴ اگر $n = 3$ باشد، ابتدا $3s$ و سپس $3p$ پر می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۰- اولین عنصر جدول دوره‌ای که زیرلایه آن، می‌شود، عنصر است.

- | | |
|---------------------------|---------------------------|
| ۲۵Mn - نیمه‌پر - $3d$ (۲) | ۵۷La - اشغال - $4f$ (۱) |
| ۳۸Sr - اشغال - $4d$ (۴) | ۳۲Ge - نیمه‌پر - $4p$ (۳) |



پاسخ سریعی:

زیرلایه f ۴، در دوره ششم، شروع به پر شدن می‌کند. بنابراین اولین عنصر دسته f این دوره، عنصر مورد نظر است. پس عدد اتمی این عنصر باید ۵۷ باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ گنجایش الکترونی زیرلایه d ، ۱۰ الکترون است. این زیرلایه در حالت نیمه‌پر، دارای ۵ الکترون است که اولین عنصر که زیرلایه d ۳ نیمه‌پر دارد، ${}_{24}Cr$ با آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^4 3d^5 4s^1$ است.

۳ گنجایش الکترونی زیرلایه p ، ۶ الکترون است. این زیرلایه در حالت نیمه‌پر، دارای ۳ الکترون است که اولین عنصر که زیرلایه p ۴ نیمه‌پر دارد، ${}_{33}As$ است.

۴ اولین عنصری که زیرلایه d ۴ آن اشغال می‌شود، ${}_{39}Y$ است.

گروه آموزشی ماز

دسترسی رایگان به آرشیو آزمون های ماز در سال تحصیلی گذشته

همه دانش آموزان مازی که در سال تحصیلی ۱۴۰۲_۱۴۰۳

در آزمون ماز شرکت می کنند

برای دسترسی به آرشیو کامل سوالات و پاسخنامه آزمون های
ماز در سال گذشته، تنها کافیست سه مرحله زیر را سپری کنید

✓ اپلیکیشن دیجی ماز را از سایت دیجی ماز (digimaze.org)
دانلود کنید.

✓ با شماره تماسی که در سایت ماز حساب کاربری ایجاد کرده اید
در اپلیکیشن دیجی ماز وارد شوید. (نیاز به ثبت نام نیست)

✓ در بخش **(کتاب های من)** فایل آرشیو آزمون ها را دانلود و استفاده کنید.

دانلود نسخه اندروید اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه iOS اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه دسکتاپ اپلیکیشن دیجی ماز



<https://B2n.ir/k43352>

تذکر

برای دانش آموزانی که از این به بعد در آزمون ماز (یا هر محصول ماز که شامل آزمون ماز
هست) ثبت نام کنند، حداکثر **ظرف مدت ۵ روز** این آرشیو در اپلیکیشن دیجی
ماز فعال می شود.

دانلود رایگان تمام آزمون‌های آزمایشی در کانال ما:

@Azmoonha_Azmayeshi

علوی

تمام پایه‌ها و رشته‌ها



شرکت تعاونی خدمات آموزشی کارکنان
سازمان سنجش آموزش کشور

گزینه دو



آزمون‌ها آزمایشتی
T.me/Azmoonha_Azmayeshi



حلقه
سنجی

