



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۰۳



پاسخنامه آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۱۰

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان خشایار خاکی	مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - علیرضا کاظمی بقا
فیزیک	عباس غریبی	مهدی باغستانی - عباس غریبی	محمدجواد سورچی - نرجس تیمناک علیرضا ملک حسینی - محمد صادقی فرد
شیمی	مهسا بایمانی نژاد	فرشاد هادیان فرد - مهسا بایمانی نژاد علی ترابی	محمد داوودآبادی فراهانی عالیه میرزایی - سجاد سیف‌اللهی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

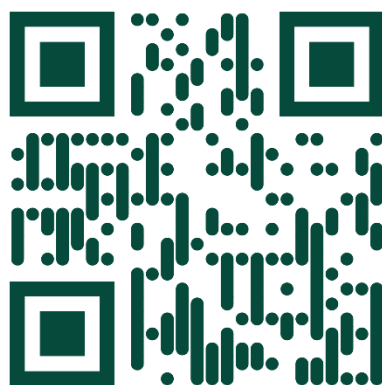


AzmonVIP



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون ها کمک می کنی (:



<https://B2n.ir/y70827>

مازی ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)

آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم آدرس سوال



AzmonVIP

۱- جدول تعیین علامت عبارت $p(x) = \frac{3}{x^3-1} - \frac{2}{x^2-1}$ به صورت زیر است. مقدار $ab-c$ چه عددی است؟

	a	b	c
p(x)	-	+	-

$$\frac{3}{2} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$-\frac{1}{2} \quad (4)$$

$$\frac{1}{2} \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

ابتدا باید بین دو کسر، مخرج مشترک بگیریم و بعد تعیین علامت کنیم.

$$p(x) = \frac{3}{(x-1)(x^2+x+1)} - \frac{2}{(x-1)(x+1)} = \frac{3(x+1) - 2(x^2+x+1)}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)} = \frac{-2x^2+x+1}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)}$$

$$p(x) = \frac{(x-1)(-2x-1)}{(x-1)(x+1)(x^2+x+1)}$$

$x=1$ $x=-\frac{1}{2}$
 \downarrow \downarrow
 $x=1$ $x=-1$ فاقد ریشه

x	-1	$-\frac{1}{2}$	1
P(x)	-	+	-

با محاسبه ریشه‌های صورت و مخرج، a، b و c تعیین می‌شود و نیازی به تعیین علامت عبارت نیست. (خود سوال تعیین علامت کرده)

$$ab-c = \frac{1}{2} - 1 = -\frac{1}{2}$$

بنابراین: $a=1$ ، $b=-\frac{1}{2}$ ، $c=-1$ پس:

گروه آموزشی ماز

۲- اگر n یک عدد طبیعی و جدول تعیین علامت عبارت $f(x) = (2n-3)x + 3n+m$ به صورت زیر باشد، مقدار m کدام است؟

x	-2
f(x)	+

$$-5 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

$$-3 \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

یادآوری:

جدول تعیین علامت عبارت‌های درجه اول و دوم را حتماً یادتون هست دیگه ☺

x	x_1
$p(x) = ax^2 + bx + c$	
↓ ریشه مضاعف	
$x_1 = x_2$	
$\Delta = 0$	

x	
$p(x) = ax^2 + bx + c$	
↓ فاقد ریشه حقیقی	
$\Delta < 0$	

x	x_1
$p(x) = ax + b$	
↓ ریشه	
x_1	

x	x_1	x_2
$p(x) = ax^2 + bx + c$		
↓ ریشه x_1, x_2 ($x_1 < x_2$)		
$\Delta > 0$		

پاسخ تشریحی:

با توجه به جدول تعیین علامت $f(x)$ ، چون سمت راست ریشه، علامت عبارت منفی است، پس ضریب x یعنی $2n-3$ منفی می‌باشد، پس $2n-3 < 0$ یعنی $n < \frac{3}{2}$ و چون n عددی طبیعی است، پس $n=1$ می‌باشد.

از طرفی، $x=-2$ ریشه عبارت می‌باشد. بنابراین:

$$f(x) = -x + 3 + m \xrightarrow{x=-2 \text{ عبارت را صفر می‌کند.}} -(-2) + m + 3 = 0 \Rightarrow m = -5$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر بزرگ‌ترین جواب نامعادله $x \leq (x-2)|x|$ برابر a باشد، مقدار $\sqrt{a^2+7}$ چه عددی است؟

$$\sqrt{32} \quad (4)$$

$$4 \quad (3)$$

$$\sqrt{11} \quad (2)$$

$$\sqrt{8} \quad (1)$$

درباره نامعادلات قدرمطلق:

برای حل نامعادلاتی که در آن‌ها x هم داخل و هم بیرون قدرمطلق قرار دارد، کافی است تمامی عبارت‌های درون قدرمطلق‌ها را در یک جدول تعیین علامت کرده و بعد با توجه به محدوده x در جدول، قدرمطلق‌ها را برداشته و علامت عبارت‌های درون قدرمطلق را لحاظ کرده و نامعادله را حل کنیم و بین جواب به دست آمده و محدوده x اشتراک بگیریم و در آخر بین کلیه جواب‌ها اجتماع می‌گیریم تا مجموعه جواب نامعادله به دست آید.

مثال: نامعادله $|x-1| + |x+3| \geq 4x$ را حل کنید.

$x-1$ و $x+3$ را در یک جدول تعیین علامت می‌کنیم. نامعادله را در ۳ حالت زیر حل می‌کنیم:

x	$-\infty$	-3	1	$+\infty$
$x-1$	-	-	0	+
$x+3$	-	0	+	+
	$x < -3$		$1 \leq x$	
		$-3 \leq x < 1$		

$$\left. \begin{array}{l} 1) x \geq 1 \Rightarrow (x-1) + (x+3) \geq 4x \Rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{x \geq 1 \cap x \leq 1} x = 1 \\ 2) -3 \leq x < 1 \Rightarrow -(x-1) + (x+3) \geq 4x \Rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{-3 \leq x < 1 \cap x \leq 1} -3 \leq x < 1 \\ 3) x < -3 \Rightarrow -(x-1) - (x+3) \geq 4x \Rightarrow x \leq -\frac{1}{3} \xrightarrow{x < -3 \cap x \leq -\frac{1}{3}} x < -3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اجتماع جواب‌ها} \\ \rightarrow X \leq 1 \text{ مجموعه جواب نامعادله} \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

عبارت درون قدرمطلق یعنی x را تعیین علامت می‌کنیم:

x	-	0	+
	$x < 0$		$x \geq 0$

$$\left. \begin{array}{l} 1) x < 0 \Rightarrow -x(x-2) \leq x \xrightarrow[\text{X تقسیم می‌شود}]{\text{دو طرف معادله بر X}} -1(x-2) \geq 1 \Rightarrow x-2 \leq -1 \Rightarrow x \leq 1 \xrightarrow{x < 0 \cap x \leq 1} x < 0 \\ 2) x \geq 0 \Rightarrow x(x-2) \leq x \xrightarrow[\text{دو طرف بر X تقسیم می‌شود}]{\text{X در نامعادله صدق می‌کند}} 1(x-2) \leq 1 \Rightarrow x \leq 3 \xrightarrow{x \geq 0 \cap x \leq 3} 0 \leq x \leq 3 \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{اجتماع جواب‌ها} \\ \rightarrow x \leq 3 \end{array}$$

$$\sqrt{a^2 + 7} = \sqrt{3^2 + 7} = 4$$

بزرگ‌ترین جواب نامعادله ۳ است، پس $a = 3$ و در نتیجه:

گروه آموزشی ماز

۴- به ازای چند مقدار صحیح m ، مجموعه جواب نامعادله $3x^2 + (m-1)x + m - 4 \geq 0$ کلیه اعداد حقیقی را شامل می‌شود؟
 (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) هیچ مقدار m

یه وقت نکات زیر رو یادمون نره!

در مورد عبارت $p(x) = ax^2 + bx + c$ می‌توان گفت:

- | | |
|---|---|
| ۱) $a < 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) < 0$ همواره منفی $p(x)$ | ۳) $a > 0, \Delta < 0 \Rightarrow p(x) > 0$ همواره مثبت $p(x)$ |
| ۲) $a < 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \leq 0$ نامثبت $p(x)$ | ۴) $a > 0, \Delta \leq 0 \Rightarrow p(x) \geq 0$ نامنفی $p(x)$ |

پاسخ تشریحی:

جواب نامعادله $3x^2 + (m-1)x + m - 4 \geq 0$ کلیه اعداد حقیقی است (عبارت نامنفی است)، پس باید $a > 0$ و $\Delta \leq 0$ باشد، چون $a = 3 > 0$ ، پس فقط شرط $\Delta \leq 0$ را بررسی می‌کنیم:

$$\Delta = (m-1)^2 - 4 \times 3 \times (m-4) \leq 0 \Rightarrow m^2 - 14m + 49 \leq 0 \Rightarrow (m-7)^2 \leq 0 \Rightarrow m = 7$$

بنابراین، فقط $m = 7$ قبول است، پس یک مقدار صحیح برای m وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۵- مجموعه جواب نامعادله $(x^2 + mx + n)(x-2) \geq 0$ بازه $[-3, +\infty)$ است. مقدار $m-n$ کدام است؟

۷ (۴)

۵ (۳)

۸ (۲)

۴ (۱)



واجبات تعیین علامت که باید بدانید:

اگر علامت عبارتی در اطراف یک ریشه تغییر کند به آن ریشه، ریشه مرتبه فرد و اگر علامت عبارت در اطراف ریشه تغییر نکند، به آن ریشه، ریشه مرتبه زوج می‌گوییم. به عنوان مثال:

$$\begin{array}{c|ccc} x & & 2 & \\ \hline |x-2| & + & 0 & + \end{array}$$

$x = 2$ ریشه مرتبه زوج

$$\begin{array}{c|ccc} x & & 2 & \\ \hline (x-2)^3 & - & 0 & + \end{array}$$

$x = 2$ ریشه مرتبه فرد

برای تعیین علامت یک عبارت که به صورت ضرب یا تقسیم چند عبارت دیگر است، ابتدا نوع ریشه‌ها (مرتبه زوج یا فرد) را مشخص می‌کنیم و سپس در جدول، علامت یکی از خانه‌ها را با عدد گذاری مشخص کرده و با عبور از ریشه مرتبه فرد علامت را عوض کرده و اگر از ریشه مرتبه زوج عبور کنیم، علامت را عوض نمی‌کنیم. اگر پس از تجزیه عبارت داخل یک پرانتز، توان آن پرانتز زوج باشد، ریشه مرتبه زوج و اگر توان پرانتز فرد باشد، ریشه مرتبه فرد است و اگر کل عبارت درون قدرمطلق باشد، ریشه درون قدرمطلق مرتبه زوج خواهد بود.

مثال: عبارت $A = \frac{(x-3)^4 \times (-2x+4)}{|x+7|}$ را تعیین علامت کنید.

$$\begin{array}{c} x=3 \text{ مرتبه زوج} \\ \uparrow \\ A = \frac{(x-3)^4 \times (-2x+4)}{|x+7|} \\ \uparrow \\ x=2 \text{ مرتبه فرد} \\ \uparrow \\ A = \frac{(x-3)^4 \times (-2x+4)}{|x+7|} \\ \downarrow \\ x=-7 \text{ مرتبه زوج} \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -7 & 2 & 3 & \\ \hline A & + & + & - & - \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به جواب نامعادله $(x-2)(x^2+mx+n) \geq 0$ که $(x-2)(x^2+mx+n) \geq 0$ است می‌توان گفت که عبارت $(x-2)(x^2+mx+n)$ باید جدول تعیین علامتی به صورت زیر داشته باشد:

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\infty & -3 & 2 & +\infty \\ \hline (x-2)(x^2+mx+n) & - & + & + & \end{array}$$

مجموعه جواب نامعادله

چون در اطراف $x = 2$ علامت عوض نشده، پس $x = 2$ علاوه بر $x - 2$ ریشه عبارت $x^2 + mx + n$ نیز می‌باشد، همچنین $x = -3$ نیز عبارت $x^2 + mx + n$ را صفر می‌کند، پس عبارت $x^2 + mx + n$ به صورت $(x-2)(x+3)$ می‌باشد. بنابراین:

$$x^2 + mx + n = (x-2)(x+3) \Rightarrow \begin{cases} m=1 \\ n=-6 \end{cases} \Rightarrow m-n = 1-(-6) = 7$$

گروه آموزشی ماز

۶- در مجموعه جواب نامعادله $\frac{2x+4}{2x+5} - \frac{x+3}{x+1} < 0$ ، چند عدد صحیح منفی وجود دارد؟

۴ صفر

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



پاسخ تشریحی:

ابتدا بین دو کسر، مخرج مشترک می‌گیریم و بعد تعیین علامت می‌کنیم:

$$\frac{(2x+4)(x+1) - (2x+5)(x+3)}{(2x+5)(x+1)} < 0 \Rightarrow \frac{-5x-11}{(2x+5)(x+1)} < 0$$

$$\begin{array}{c} x = -\frac{11}{5} \\ \uparrow \\ -5x-11 \\ \downarrow \\ x = -\frac{5}{2} \quad x = -1 \end{array}$$

$$\begin{array}{c|ccccc} x & -\frac{5}{2} & -1 & -\frac{11}{5} & \\ \hline \text{کسر} & + & - & + & - \end{array} \Rightarrow \text{مجموعه جواب نامعادله} = \left(-\frac{5}{2}, -1\right) \cup \left(-1, +\infty\right)$$

عدد صحیح منفی در مجموعه جواب نامعادله یافت نمی‌شود.

۷- مجموعه جواب نامعادله $\frac{1}{x^2+x+m} \geq \frac{3}{4x^2-x+6}$ برابر \mathbb{R} است. حداکثر مقدار m کدام است؟

$\frac{3}{2}$ (۴)

۲ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

نکته‌ای زیاده مورد طرفین وسطین کردن:

اگر در نامعادلات، در دو طرف نامساوی، دو کسر با مخرج مثبت یا دو کسر با مخرج منفی داشته باشیم، می‌توان طرفین وسطین کرد.

$$\frac{a}{b} \leq \frac{c}{d} \xrightarrow{b,d>0} a \times d \leq b \times c$$

پاسخ تشریحی:

چون مجموعه جواب نامعادله \mathbb{R} است، پس مخرج‌ها فاقد ریشه‌اند. چرا؟ بنابراین:

$$x^2 + x + m = 0 \xrightarrow[\Delta < 0]{\text{فاقد ریشه}} \Delta = 1 - 4m < 0 \Rightarrow m > \frac{1}{4}$$

در مخرج هر کدام از دو کسر $\Delta < 0$ و $a > 0$ می‌باشد، پس مخرج‌ها همواره مثبت بوده و می‌توان طرفین وسطین کرد.

$$4x^2 - x + 6 \geq 3x^2 + 3x + 3m \Rightarrow x^2 - 4x + 6 - 3m \geq 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 1 > 0 \\ \Delta \leq 0 \Rightarrow (-4)^2 - 4 \times 1 \times (6 - 3m) \leq 0 \Rightarrow 16 - 24 + 12m \leq 0 \Rightarrow m \leq \frac{2}{3} \end{cases}$$

$$(m > \frac{1}{4}) \cap (m \leq \frac{2}{3}) = (\frac{1}{4} < m \leq \frac{2}{3}) \Rightarrow \text{حداکثر مقدار } m \text{ برابر } \frac{2}{3} \text{ است}$$

گروه آموزشی ماز

۸- مجموعه جواب دو نامعادله $ax^2 + 2x - a - 2 < 0$ و $|3x + 3| < b$ یکسان است. $a \times b$ کدام است؟

۶ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

۲ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

بریم سراغ نامعادلات قدر مطلق معروف:

$$1) |x| \leq k \xrightarrow{k>0} -k \leq x \leq k \quad 2) |x| \geq k \xrightarrow{k>0} \begin{cases} x \geq k \\ \cup \\ x \leq -k \end{cases}$$

بفرمایید، اینم یه نکته داغ و تازه!

اگر دو نامعادله دارای یک مجموعه جواب مثلاً $[a, b]$ باشند، آن‌گاه a و b ریشه‌های عبارت موجود در هر ۲ نامعادله هستند. (دو طرف بازه جواب می‌تواند بسته یا باز یا نیم باز باشد).

پاسخ تشریحی:

در نامعادله $|3x + 3| < b$ می‌توان گفت که باید $b > 0$ باشد. (چرا؟)

$$|3x + 3| < b \Rightarrow -b < 3x + 3 < b \Rightarrow \frac{-b-3}{3} < x < \frac{b-3}{3}$$

نامعادله $|3x + 3| < b$ را به صورت $|3x + 3| - b < 0$ می‌نویسیم. از طرفی، عبارت موجود در نامعادله $ax^2 + 2x - a - 2 < 0$ را به کمک تجزیه به صورت $(x-1)(ax+a+2) < 0$ می‌نویسیم که چون عدد ۱ ریشه آن است، پس عدد ۱ باید ریشه عبارت موجود در نامعادله $|3x + 3| - b < 0$ نیز باشد، که $b = 6$ می‌شود. بنابراین:

$$|3x + 3| < 6 \Rightarrow -6 < 3x + 3 < 6 \Rightarrow -3 < x < 1$$

$$ax^2 + 2x - a - 2 = 0 \xrightarrow{x=-3} a = 1$$

پس $x = -3$ نیز ریشه دیگر عبارت $ax^2 + 2x - a - 2$ باید باشد، بنابراین:

$$\text{جواب} = a \times b = 1 \times 6 = 6$$

گروه آموزشی ماز

۹- مجموعه جواب نامعادله $|x^2 - 2x| < 2x + 5$ بازه (α, β) است. حاصل $\alpha^2 + \beta^2$ کدام است؟

۱۳ (۴)

۵ (۳)

۲۴ (۲)

۲۶ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شریعی:

$$x^2 - 2x + 0 \quad | \quad + \quad - \quad +$$

عبارت درون قدرمطلق را در یک جدول تعیین علامت می کنیم:

$$\left. \begin{array}{l} 1) x \leq 0 \cup x \geq 2 \Rightarrow x^2 - 2x < 2x + 5 \Rightarrow x^2 - 4x - 5 < 0 \Rightarrow -1 < x < 5 \\ 2) 0 < x < 2 \Rightarrow -(x^2 - 2x) < 2x + 5 \Rightarrow x^2 - 2x > -2x - 5 \Rightarrow x^2 + 5 > 0 \Rightarrow \mathbb{R} \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{اجتماع جوابها}} (-1, 5) \cup (0, 2) = (-1, 5)$$

بنابراین، $(\alpha, \beta) = (-1, 5)$ در نتیجه $\alpha = -1$ و $\beta = 5$ و $\alpha^2 + \beta^2 = (-1)^2 + 5^2 = 26$.

گروه آموزشی ماز

۱۰- جواب نامعادله $\frac{1}{x-a} < \frac{1}{x+b}$ بازه $(-2, 3)$ می باشد. $a+b$ کدام است؟

-۶ (۴)

-۵ (۳)

۵ (۲)

۶ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریعی:

ابتدا بین ۲ کسر مخرج مشترک می گیریم و بعد تعیین علامت می کنیم:

$$\frac{1}{x-a} - \frac{1}{x+b} < 0 \Rightarrow \frac{x+b-x+a}{(x-a)(x+b)} < 0 \Rightarrow \frac{b+a}{(x-a)(x+b)} < 0$$

با توجه به مجموعه جواب نامعادله $\frac{b+a}{(x-a)(x+b)} < 0$ می توان گفت که عبارت $\frac{b+a}{(x-a)(x+b)}$ باید جدول تعیین علامتی به صورت زیر داشته باشد:

x	-2	3
$\frac{b+a}{(x-a)(x+b)}$	$+$	$-$

$x = -2$ و $x = 3$ ریشه های مخرج هستند و صورت یعنی $a+b$ باید عددی مثبت باشد. (چرا؟)

$$\left. \begin{array}{l} x-a=0 \Rightarrow x=a \\ x+b=0 \Rightarrow x=-b \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} \text{اگر } a=-2 \Rightarrow b=-3 \Rightarrow a+b=-5 \\ \text{اگر } a=3 \Rightarrow b=2 \Rightarrow a+b=5 \end{array}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- تابع f در نمودار و رسم شده، یک تابع خطی را نشان می دهد. مقدار b کدام است؟

$\frac{5}{3}$ (۲)

$\frac{5}{2}$ (۱)

$\frac{3}{5}$ (۴)

$\frac{2}{5}$ (۳)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

ضابطه تابع خطی چیست؟

ضابطه تابع خطی به صورت $f(x) = ax + b$ می باشد. (حواستون هست که توان x باید یک باشد!)

پاسخ شریعی:

تابع خطی را $f(x) = mx + n$ می نامیم. بنابراین:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 4 \Rightarrow m + n = 4 \\ f(2) = a \Rightarrow 2m + n = a \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله ۲ منهای ۱}} \begin{cases} m = a - 4 \\ n = 4 - a \end{cases}$$

$$f(x) = m x + n \Rightarrow f(x) = (a-4)x + 4-a \Rightarrow f(a) = (a-4)a + 4-a \Rightarrow f(a) = a^2 - 5a + 4$$

$$\xrightarrow{\text{طبق گفته سوال}} f(a) = a^2 + 3a \Rightarrow a^2 - 5a + 4 = a^2 + 3a \Rightarrow 4a = 4 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow f(x) = -3x + 4 \Rightarrow f(b) = 2a = 2 \Rightarrow f(b) = -3b + 4 = 2 \Rightarrow b = \frac{2}{3}$$

۱۲- اگر رابطه $f = \{(3, m), (m, 2), (2m-1, 2), (m+2, 2)\}$ تابع نباشد، جمع مقادیر به دست آمده برای m کدام است؟

۴ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی تابع بودن رابطه‌ها:

اگر رابطه f شامل زوج‌های مرتب باشد به شرطی تابع است که مولفه‌های اول، یا مثل هم نباشند و یا به ازای مولفه‌های اول یکسان، مولفه‌های دوم نیز مثل هم باشند. اگر زوج‌مرتبه‌ها، دارای مولفه‌های اول یکسان و مولفه‌های دوم غیریکسان باشند، رابطه، تابع نمی‌باشد.

مثال: کدام رابطه، نشان‌دهنده تابع است؟

رابطه f تابع است. $f = \{(-1, 2), (0, 3), (5, 7), (4, 10)\}$

رابطه g تابع است. $g = \{(0, 2), (3, 6), (4, 8), (3, 6)\}$

رابطه h تابع نیست. چرا؟ $h = \{(1, 5), (2, 8), (3, 9), (1, 10)\}$

پاسخ تشریحی:

برای آن که رابطه f تابع نباشد، باید زوج‌مرتبه‌هایی با مولفه‌های اول یکسان و مولفه‌های دوم غیریکسان ایجاد کنیم. بنابراین:

رابطه f تابع نیست. $m = 3 \Rightarrow f = \{(3, 3), (3, 2), (5, 2), (5, 2)\}$

رابطه f تابع است. $2m-1=3 \Rightarrow m=2 \Rightarrow f = \{(3, 2), (2, 2), (3, 2), (4, 2)\}$

رابطه f تابع نیست. $m+2=3 \Rightarrow m=1 \Rightarrow f = \{(3, 1), (1, 2), (1, 2), (3, 2)\}$

بررسی کردیم (تابع نیست) $m = 2m-1 \Rightarrow m=1 \Rightarrow$

بررسی کردیم (تابع نیست) $2m-1=m+2 \Rightarrow m=3 \Rightarrow$

بنابراین جمع مقادیر مختلف m برابر است با: $m = 1 + 3 = 4$

گروه آموزشی ماز

۱۳- تابع خطی f با دامنه $[-2, 4]$ و برد $[-6, 0]$ مفروض است. مجموع مقادیر ممکن برای $f(3)$ کدام است؟

-۳ (۴)

-۵ (۳)

-۶ (۲)

-۴ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۵)

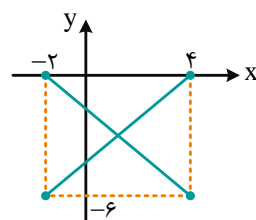
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

فرض کنید $f(x) = ax + b$ دو حالت وجود دارد که با توجه به شکل زیر داریم:

$$1) \begin{cases} f(-2) = -6 \\ f(4) = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = -6 \\ 4a + b = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = -4 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x - 4 \Rightarrow f(3) = -1$$

$$2) \begin{cases} f(-2) = 0 \\ f(4) = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 0 \\ 4a + b = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ b = -2 \end{cases} \Rightarrow f(x) = -x - 2 \Rightarrow f(3) = -5$$



برای $f(3)$ دو مقدار ۱- و ۵- دارد که جمع آن‌ها برابر ۶- است.

گروه آموزشی ماز

۱۴- جمع اعداد صحیحی که تابع $f(x) = \sqrt{-1 + \frac{4}{\sqrt{x}}} + \sqrt{1 - \sqrt{4-x}}$ به ازای آن‌ها تعریف شده است، کدام است؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

بریم سر وقت دامنه تابع رادیکالی:

برای تعیین دامنه توابع رادیکالی با فرجه فرد، رادیکال را در نظر نمی‌گیریم و برای تعیین دامنه توابع رادیکالی با فرجه زوج، عبارت زیر رادیکال را بزرگتر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم.

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = D_g$$

$$f(x) = \sqrt[n]{g(x)} \Rightarrow D_f = \{x | g(x) \geq 0\}$$

داخل تمام رادیکال‌ها را بزرگ‌تر یا مساوی صفر قرار می‌دهیم و بین تمام شرایط اشتراک می‌گیریم.

۱) $\sqrt{x} \Rightarrow x > 0$ در مخرج است

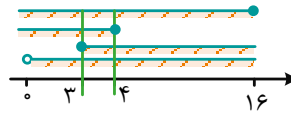
۲) $-1 + \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 0 \Rightarrow \frac{4}{\sqrt{x}} \geq 1 \Rightarrow \sqrt{x} \leq 4 \Rightarrow x \leq 16$

۳) $4 - x \geq 0 \Rightarrow x \leq 4$

۴) $1 - \sqrt{4-x} \geq 0 \Rightarrow \sqrt{4-x} \leq 1 \Rightarrow 4-x \leq 1 \Rightarrow x \geq 3$

$\Rightarrow D_f = [3, 4] \Rightarrow$ جمع اعداد صحیح در دامنه تابع $= 3 + 4 = 7$

اشتراک می‌گیریم



گروه آموزشی ماز

۱۵- در تابع $f(x) = x^2 - 2x$ با دامنه $\{3, 5, 8, k\}$ ، مجموع اعضای برد تابع، برابر ۶۶ می‌باشد. چند مقدار برای k یافت می‌شود؟

۴ (۶)

۳ (۵)

۲ (۴)

۱ (۳)

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

روشنی اول:

ابتدا مقدار تابع را به ازای هر کدام از عضوهای دامنه به دست می‌آوریم.

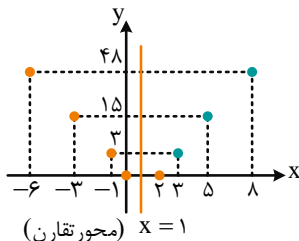
$$\left. \begin{array}{l} f(3) = 3 \\ f(5) = 15 \\ f(8) = 48 \\ f(k) = k^2 - 2k \end{array} \right\} \Rightarrow R_f = \{3, 15, 48, k^2 - 2k\}$$

مجموع ۳ عضو در برد تابع یعنی ۳، ۱۵ و ۴۸ برابر ۶۶ می‌باشد، بنابراین عضو دیگر برد، یعنی $k^2 - 2k$ یا باید با عضوهای دیگر در مجموعه برد تکراری باشد که بتوان آن را حذف کرد و یا ۰ باشد. بنابراین:

$$\left. \begin{array}{l} k^2 - 2k = 3 \Rightarrow k = 3 \text{ یا } k = -1 \\ k^2 - 2k = 15 \Rightarrow k = 5 \text{ یا } k = -3 \\ k^2 - 2k = 48 \Rightarrow k = 8 \text{ یا } k = -6 \\ k^2 - 2k = 0 \Rightarrow k = 0 \text{ یا } k = 2 \end{array} \right\} \text{ اعداد } 3, 5, 8 \text{ برای } k \text{ تکراری‌اند، پس } k \text{ می‌تواند هر کدام از } 5 \text{ مقدار } 2, 0, -6, -3, -1 \text{ باشد.}$$

روشنی دوم:

با توجه به مجموعه برد تابع $f(x)$ ، یعنی $R_f = \{3, 15, 48, k^2 - 2k\}$ یا باید $k^2 - 2k$ برابر با دیگر عضوهای مجموعه برد و یا ۰ باشد. نمودار سهمی $f(x) = x^2 - 2x$ را رسم می‌کنیم. می‌دانیم نقاط متقارن نسبت به محور تقارن، برد یکسانی دارند. محور تقارن سهمی $x = 1$ است، پس باید قرینه نقاط به طول ۳، ۵، ۸ نسبت به محور تقارن $(x = 1)$ را بیابیم که به ترتیب برابر $-1, -3, -6$ می‌باشند. از طرفی در ۲ نقطه $x = 0$ و $x = 2$ مقدار تابع ۰ می‌شود. پس در مجموع، ۵ مقدار متمایز برای k یافت می‌شود.



گروه آموزشی ماز

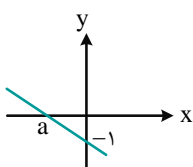
۱۶- نمودار تابع خطی f به شکل مقابل است. اگر جمع جواب‌های معادله $|f(x)| = 2$ برابر ۶- باشد. مقدار a کدام است؟

۴ (۱)

۳ (۲)

۵ (۳)

۶ (۴)





شیب خط را به دست آورده و معادله تابع را می نویسیم.

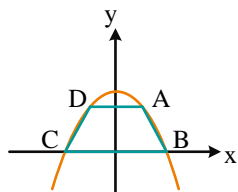
$$-۱ = \text{عرض از مبدأ} \quad \text{و} \quad \frac{1}{a} = \text{شیب خط}$$

$$f(x) = mx + n \Rightarrow f(x) = \frac{1}{a}x - 1 \Rightarrow |f(x)| = 2 \Rightarrow \left| \frac{1}{a}x - 1 \right| = 2 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{a}x - 1 = 2 \Rightarrow x = 3a \\ \frac{1}{a}x - 1 = -2 \Rightarrow x = -a \end{cases} \Rightarrow x_1 + x_2 = 2a$$

$$\Rightarrow 2a = -6 \Rightarrow a = -3$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- در شکل مقابل، رأس‌های دوزنقه ABCD روی سهمی $y = 9 - x^2$ قرار دارد. اگر طول نقطه A را a بنامیم، در کدام گزینه مساحت دوزنقه به صورت تابعی از طول نقطه A نوشته شده است؟



$$(۱) S = (9 - a^2)(4 + a)$$

$$(۲) S = (9 - a^2)(1 + a)$$

$$(۳) S = (3 + a)^2(3 - a)$$

$$(۴) S = (9 + a^2)(3 - a)$$

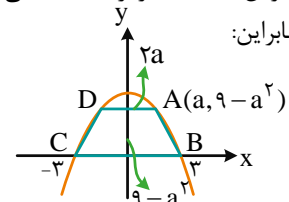


برای محاسبه مساحت دوزنقه، نیاز به محاسبه طول قاعده‌ها و ارتفاع داریم.

طول نقطه A برابر a می باشد، پس به علت تقارن سهمی نسبت به محور y ها، می توان گفت: قاعده کوچک دوزنقه 2a می باشد.

از طرفی، عرض نقطه A برابر $(9 - a^2)$ می باشد. (چرا؟) که همان ارتفاع دوزنقه است. قاعده بزرگ دوزنقه (CB) فاصله نقاط برخورد سهمی با محور x می باشد. بنابراین:

$$y = 9 - x^2 \xrightarrow{\text{برخورد با محور x ها}} 9 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm 3 \Rightarrow \text{قاعده بزرگ دوزنقه (CB)} = 3 - (-3) = 6$$



$$S_{\text{دوزنقه}} = \frac{\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع طول ۲ قاعده})}{۲} \Rightarrow S_{\text{دوزنقه}} = \frac{(2a + 6)(9 - a^2)}{۲} = (a + 3) \times (9 - a^2) = (a + 3)^2 \times (3 - a)$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- برای هر دو عدد متمایز a و b در تابع خطی f، تساوی‌های $f(a) = a - b$ و $f(b) = b - a$ برقرار است. حاصل $f(a + \frac{b}{۲}) + f(b + \frac{a}{۲})$ کدام است؟

$$۲ab \quad (۴)$$

$$\frac{a+b}{۲} \quad (۳)$$

$$۲a + ۲b \quad (۲)$$

$$a + b \quad (۱)$$



تابع خطی را $f(x) = mx + n$ در نظر می گیریم:

$$f(x) = mx + n \Rightarrow \begin{cases} f(a) = ma + n = a - b \quad (I) \\ f(b) = mb + n = b - a \quad (II) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{I-II} (ma + n) - (mb + n) = (a - b) - (b - a) \Rightarrow m(a - b) = 2(a - b) \Rightarrow m = 2 \Rightarrow n = -a - b \Rightarrow f(x) = 2x - a - b$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - a - b \Rightarrow \begin{cases} f(a + \frac{b}{2}) = 2(a + \frac{b}{2}) - a - b = a \\ f(b + \frac{a}{2}) = 2(b + \frac{a}{2}) - a - b = b \end{cases} \Rightarrow f(a + \frac{b}{2}) + f(b + \frac{a}{2}) = a + b$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- اگر $f(x) = 2x^2 + (ax+b)(x-2)$ یک تابع خطی و $f(a) = 4$ باشد، $f(b)$ کدام است؟

۴) صفر

۳) ۳

۲) ۲

۱) ۱

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ابتدا تابع $f(x)$ را مرتب می‌کنیم:

$$f(x) = 2x^2 + ax^2 - 2ax + bx - 2b \Rightarrow f(x) = (a+2)x^2 + (b-2a)x - 2b$$

تابع خطی بر حسب x از درجه اول می‌باشد، پس باید ضریب x^2 یعنی $a+2$ صفر شود. بنابراین:

$$a+2=0 \Rightarrow a=-2$$

پس ضابطه تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = (b+4)x - 2b$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(a) = 4 \Rightarrow f(-2) = (b+4)(-2) - 2b = 4 \Rightarrow b = -3$$

$$f(x) = (b+4)x - 2b \xrightarrow{b=-3} f(x) = x + 6 \Rightarrow f(b) = f(-3) = -3 + 6 = 3$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- مجموعه جواب نامعادله $2x + 2|x| \leq mx + n$ در بازه $[-1, 3]$ کدام است؟ ($m > 0$)

۴) ۱۲

۳) ۶

۲) ۸

۱) ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

$$2x + 2|x| \leq mx + n$$

$$\begin{cases} x \leq 0 \Rightarrow 0 \leq mx + n \Rightarrow -\frac{n}{m} \leq x \\ x > 0 \Rightarrow 4x \leq mx + n \Rightarrow x \leq \frac{n}{4-m} \end{cases} \Rightarrow -\frac{n}{m} \leq x \leq \frac{n}{4-m}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -\frac{n}{m} = -1 \\ \frac{n}{4-m} = 3 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = m \\ n = 12 - 3m \end{cases} \Rightarrow n = m = 3$$

$$\Rightarrow n + m = 6$$

گروه آموزشی ماز

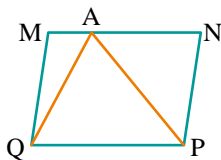
۲۱- در متوازی‌الاضلاع شکل مقابل، $\hat{MNP} = \hat{MQA}$ و $\hat{APQ} = \hat{APN}$ است. حاصل $\hat{MAQ} + \hat{NAP}$ کدام است؟

۱) 144°

۲) 154°

۳) 132°

۴) 92°



(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکاتی در مورد زوایای در متوازی‌الاضلاع:

زوایای مقابل در متوازی‌الاضلاع با هم برابرند و زوایای مجاور نیز با یکدیگر مکمل‌اند. برای درک بهتر، به شکل روبه‌رو دقت کنید.



$$\hat{A} = \hat{C}$$

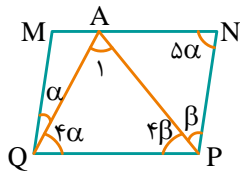
و

$$\hat{B} = \hat{D}$$

$$\hat{A} + \hat{B} = 180^\circ$$

$$\hat{A} + \hat{D} = 180^\circ$$

گام اول:



ابتدا از داده‌های صورت سوال استفاده می‌کنیم و آن‌ها را روی شکل پیاده می‌کنیم:

زاویه MQA را برابر α در نظر می‌گیریم، سپس طبق صورت سوال: $\angle MNP = \angle MQA = 5\alpha$.

از طرفی می‌دانیم که زوایای مقابل در متوازی‌الاضلاع با هم برابرند، پس $\angle MQP$ نیز برابر با 5α است. بنابراین:

$$\angle AQP = \angle MQP - \angle MQA = 5\alpha - \alpha = 4\alpha$$

به گفته صورت سوال، $\angle APQ = 4\angle APN$ ، پس اگر $\angle APN$ را برابر β در نظر بگیریم، $\angle APQ$ برابر 4β خواهد بود، در نتیجه: $\angle NPQ = 5\beta$.

گام دوم:

زوایای مجاور در متوازی‌الاضلاع مکمل یکدیگرند، با توجه به گام اول نیز می‌دانیم: $\angle NPQ = 5\beta$ و $\angle MQP = 5\alpha$ ، پس:

$$\angle MQP + \angle NPQ = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha + 5\beta = 180^\circ \Rightarrow \alpha + \beta = 36^\circ$$

گام سوم:

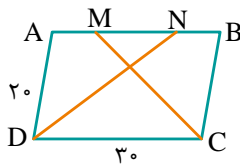
خواسته سوال، $\angle MAQ + \angle NAP$ است که با توجه به شکل گام اول، برابر می‌شود با $180^\circ - A_1$ ، پس:

$$A_1 = 180^\circ - (4\alpha + 4\beta) \Rightarrow A_1 = 180^\circ - 4(\alpha + \beta) \Rightarrow A_1 = 180^\circ - 4 \times 36^\circ = 36^\circ$$

$$\text{محاسبه خواسته سوال: } 180^\circ - A_1 = 180^\circ - 36^\circ = 144^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در متوازی‌الاضلاع شکل زیر، نیمسازهای زوایای C و D ضلع AB را به ترتیب در M و N قطع می‌کنند. با فرض اینکه $AD = 20$ باشد و $DC = 30$ ،



طول MN کدام است؟

- ۱) ۱۰
- ۲) ۵
- ۳) ۷/۵
- ۴) ۲/۵

(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

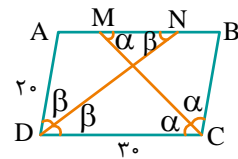
اندازه زوایای C و D را به ترتیب 2α و 2β در نظر می‌گیریم، واضح است که نیمساز \hat{C} ، زاویه C را به دو زاویه به اندازه α و نیمساز \hat{D} ، زاویه D را به دو زاویه به اندازه β تقسیم می‌کند. حال این اطلاعات را بر روی شکل وارد می‌کنیم.

گام دوم:

اضلاع متوازی‌الاضلاع با یکدیگر موازی هستند، حال از قضیه خطوط موازی و مورب استفاده می‌کنیم:

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب CM}} \hat{BMC} = \hat{MCD} = \alpha \Rightarrow \hat{BMC} = \hat{BCM} \Rightarrow \triangle BMC \text{ متساوی‌الساقین}$$

$$AB \parallel CD \xrightarrow{\text{مورب DN}} \hat{AND} = \beta \Rightarrow \hat{AND} = \hat{ADN} \Rightarrow \triangle AND \text{ متساوی‌الساقین}$$



گام سوم:

می‌دانیم که در متوازی‌الاضلاع، دو ضلع مقابل برابرند، پس ضلع BC نیز برابر 20 و همچنین ضلع AB نیز برابر با 30 است. در گام دوم مشاهده کردید که دو مثلث AND و BMC متساوی‌الساقین هستند، پس:

$$AN = AD = 20, BM = BC = 20$$

گام چهارم:

حال به سراغ خواسته سوال می‌رویم، MN را برابر x در نظر می‌گیریم و اندازه AM و BN را بر حسب آن می‌نویسیم:

$$AM = AN - MN \Rightarrow AM = 20 - x$$

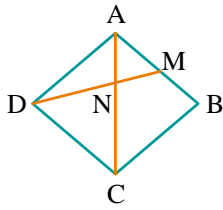
$$BN = BM - MN \Rightarrow BN = 20 - x$$

اندازه ضلع AB برابر 30 است که جمع AM، BN و MN به دست می‌آید، پس:

$$AB = AM + MN + NB \Rightarrow 30 = 20 - x + x + 20 - x$$

$$\Rightarrow 30 = 40 - x \Rightarrow x = 10 \Rightarrow MN = 10$$

گروه آموزشی ماز



۲۳- در لوزی شکل زیر، $\frac{AM}{MB} = \frac{4}{5}$ است. نسبت طول پاره خط DN به طول DM کدام است؟

(۲) $\frac{9}{13}$
(۴) $\frac{7}{11}$

(۱) $\frac{4}{13}$
(۳) $\frac{4}{11}$

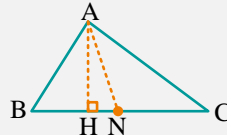
(سخت - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

یک نتیجه گیری ففن:

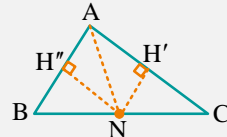
به مثلث ABC نگاه کنید که توسط نیمساز زاویه A به دو مثلث تقسیم شده، حالا می‌خواهیم نسبت مساحت‌های دو مثلث ANB و ANC را بنویسیم، دقت کنید که ارتفاع AH متعلق به هر دو مثلث است، پس خواهیم داشت:

$$\frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ANB}} = \frac{\frac{1}{2}AH \times NC}{\frac{1}{2}AH \times NB} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ANB}} = \frac{NC}{NB} \quad (1)$$



می‌دانیم که فاصله هر نقطه بر روی نیمساز، از دو ضلع زاویه به یک اندازه است، پس $NH' = NH''$ ، حال نسبت مساحت‌های دو مثلث را این بار با ارتفاع‌های NH' و NH'' می‌نویسیم:

$$\frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ANB}} = \frac{\frac{1}{2}NH' \times AC}{\frac{1}{2}NH'' \times AB} \Rightarrow \frac{S_{\triangle ANC}}{S_{\triangle ANB}} = \frac{AC}{AB} \quad (2)$$



با مقایسه نتایج (۱) و (۲) می‌بینیم که سمت چپ تساوی‌ها یکسان‌اند، پس: $\frac{AC}{AB} = \frac{NC}{NB}$ ، به عبارت دیگر در هر مثلث، با رسم نیمساز، نسبت دو ضلع کناری به یکدیگر برابر است با نسبت قطعاتی که بر روی ضلع روبه‌رویی ایجاد شده‌اند.

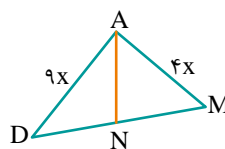
گام اول:

با توجه به اطلاعات سوال، AM را برابر ۴x و BM را برابر ۵x در نظر می‌گیریم، از طرفی می‌دانیم که در هر لوزی، اضلاع با یکدیگر برابرند، پس اندازه AD برابر ۹x می‌شود.

گام دوم:

در لوزی هر قطر، نیمساز است، پس در مثلث DAM، AN نیمساز است، با توجه به نتیجه‌ای که در نکته ابتدای پاسخ گرفتیم، نسبت DN به NM با نسبت DA به AM برابر است. پس:

$$\frac{DN}{NM} = \frac{DA}{AM} \Rightarrow \frac{DN}{NM} = \frac{9x}{4x} = \frac{9}{4} \xrightarrow{\text{ترکیب در مخرج}} \frac{DN}{DM} = \frac{9}{13}$$



گروه آموزشی ماز

۲۴- در یک لوزی به ضلع a و زاویه‌های مجاور این لوزی یکی دو برابر دیگری، و مساحت آن برابر S_1 است. هم‌چنین مساحت یک عضلعي منتظم به ضلع a برابر S_2 است. $|S_2 - S_1|$ چند برابر مساحت یک مربع به ضلع a است؟

(۴) $\frac{1}{\sqrt{3}}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{4}$

(۲) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۱) $\sqrt{3}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

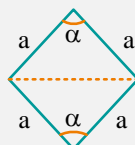
پاسخ: گزینه ۱

سه نکته از لوزی و عضلعي منتظم:

(۱) زاویه در لوزی: در لوزی، زوایای مقابل با یکدیگر برابرند و زوایای مجاور با یکدیگر مکمل هستند.

(۲) مساحت لوزی: مساحت لوزی برابر است با حاصل ضرب قطرها تقسیم بر ۲، اما اگر اندازه ضلع و یکی از زوایای لوزی را داشته‌ایم، می‌توانیم از مساحت مثلث کمک بگیریم به صورتی که لوزی را به دو مثلث هم‌نهشت و هم‌مساحت تقسیم کنیم، نگاه کنید:

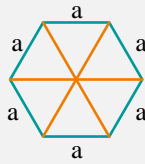
$$S_{\text{لوزی}} = 2 \times \left(\frac{1}{2} a \times a \sin \alpha \right) = a^2 \sin \alpha$$



۳) مساحت ۶ ضلعی منتظم: برای به دست آوردن مساحت ۶ ضلعی منتظم به طول a از مساحت مثلث متساوی الاضلاع کمک می‌گیریم. ۶ ضلعی منتظم به ضلع a ، متشکل از ۶ مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a می‌باشد. پس:

$$S_{\text{متساوی الاضلاع}} = \frac{\sqrt{3}}{4} a^2$$

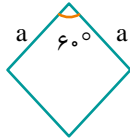
$$S_{\text{۶ ضلعی منتظم}} = 6 \times \left(\frac{\sqrt{3}}{4} a^2 \right) = \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$$



گام اول:

طبق صورت سوال، یکی از دو زاویه مجاور لوزی دو برابر دیگری است، از طرفی، طبق مورد اول نکات، در لوزی، دو زاویه مجاور مکمل‌اند، یکی از زوایا را α و دیگری را 2α در نظر می‌گیریم و داریم:

$$\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 60^\circ$$



پس زوایای لوزی 60° و 120° درجه هستند.

گام دوم:

حال مساحت لوزی گفته شده در صورت سوال را به کمک مورد دوم جعبه نکات، پیدا می‌کنیم تا S_1 به دست آید:

$$S_1 = a^2 \sin 60^\circ \Rightarrow S_1 = \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

گام سوم:

مساحت ۶ ضلعی منتظم به ضلع a را نیز طبق مورد سوم جعبه نکات می‌دانیم که برابر $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ است، پس S_2 نیز $\frac{3\sqrt{3}}{2} a^2$ است در نتیجه:

$$|S_2 - S_1| = \left| \frac{3\sqrt{3}}{2} a^2 - \frac{\sqrt{3}}{2} a^2 \right| = \sqrt{3} a^2$$

گام چهارم:

واضح است که مساحت مربع به ضلع a برابر a^2 است، خواسته سوال، کسر $\frac{|S_2 - S_1|}{a^2}$ است. در نتیجه:

$$\frac{|S_2 - S_1|}{a^2} = \frac{\sqrt{3} a^2}{a^2} = \sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد متوازی‌الاضلاع درست نیست؟

الف: خطی که وسط دو ضلع روبه‌رو را به هم وصل می‌کند، محور تقارن است.

ب: قطرهای یکدیگر را برابری می‌کنند.

ج: فاصله ۲ ضلع روبه‌رو از هم ثابت است.

د: زاویه بین دو نیمساز مجاور 90° است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع در یک نگاه تقدیم نگاهتان:

- اضلاع روبه‌رو با یکدیگر مساوی و موازی‌اند.
- قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند.
- زوایای روبه‌رو برابرند و زوایای مجاور مکمل‌اند.
- متوازی‌الاضلاع محور تقارن ندارد.

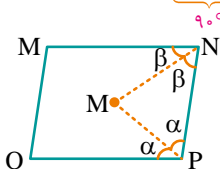
بررسی موارد:

الف: متوازی‌الاضلاع، محور تقارن ندارد، پس این مورد درست نیست.

ب: قطرهای یکدیگر را نصف می‌کنند ولی برابر نیستند.

ج: با توجه به اینکه دو ضلع روبه‌رو با هم موازی‌اند، پس فاصله آن‌ها از یکدیگر ثابت است.

د: دو زاویه مجاور مکمل‌اند، پس $2\alpha + 2\beta = 180^\circ$ ، واضح است که $\alpha + \beta = 90^\circ$ ، در نتیجه زاویه M برابر می‌شود با $90^\circ - (\alpha + \beta) = 90^\circ - 90^\circ = 0^\circ$. پس این مورد



درست است.

موارد «الف» و «ب» نادرست هستند.

گروه آموزشی ماز

۲۶- در مثلث قائم الزاویه با اضلاع قائم ۱۲ و ۵، فاصله میان پای عمود وارد بر وتر و پای میانه وارد بر وتر چند برابر $\frac{1}{4}$ است؟

۱۱۷ (۴)

۱۳۶ (۳)

۱۲۰ (۲)

۱۱۹ (۱)

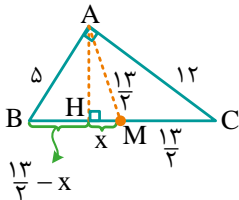
(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

می‌دونید ویژگی مهم میانه وارد بر وتر در مثلث قائم الزاویه چیست؟!

در مثلث قائم الزاویه، میانه وارد بر وتر، نصف وتر است.

گام اول:



شکل مناسب مسئله را می‌کشیم. با استفاده از قضیه فیثاغورس، طول BC برابر می‌شود با $\sqrt{144+25} = 13$. همچنین می‌دانیم که میانه وارد بر وتر، هم وتر را نصف می‌کند و هم نصف وتر است.

گام دوم:

اندازه AH را در مثلث‌های قائم الزاویه AHB و AHM، به کمک قضیه فیثاغورث بر حسب x به دست می‌آوریم:

$$\triangle AHB: AH^2 = AB^2 - BH^2 \Rightarrow AH^2 = 5^2 - \left(\frac{13}{4} - x\right)^2 = 25 - \frac{169}{4} + 13x - x^2$$

$$\triangle AHM: AH^2 = AM^2 - HM^2 \Rightarrow AH^2 = \left(\frac{13}{2}\right)^2 - x^2 = \frac{169}{4} - x^2$$

گام سوم:

برای محاسبه خواسته سوال، کافی است که دو عبارت به دست آمده در گام دوم را برابر با یکدیگر قرار دهیم:

$$25 - \frac{169}{4} + 13x - x^2 = \frac{169}{4} - x^2 \Rightarrow 13x = \frac{119}{2} \Rightarrow x = \frac{119}{26}$$

عدد به دست آمده ۱۱۹ برابر $\frac{1}{26}$ است، پس گزینه ۱ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۲۷- در یک ضلعی منتظم، تعداد قطرهای ۳ تا از تعداد اضلاع بیشتر است. اختلاف اندازه هر زاویه داخلی و هر زاویه خارجی در این n ضلعی منتظم چقدر

است؟

۹۰° (۴)

۸۰° (۳)

۷۰° (۲)

۶۰° (۱)

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

و اینک نکاتی در باب قطرهای و زوایای n ضلعی:

(۱) تعداد قطرهای n ضلعی: از فرمول مقابل تعداد قطرهای n ضلعی را می‌توان به دست آورد: $\frac{n(n-3)}{2}$

(۲) هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی برابر است با: $(n-2) \times 180^\circ$.

از آنجا که تمام زوایای n ضلعی منتظم با هم برابرند، پس اندازه هر کدام از آن‌ها از رابطه $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ به دست می‌آید.

(۳) هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم: مجموع زوایای خارجی تمام n ضلعی‌ها برابر 360° است و اندازه هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم، $\frac{360^\circ}{n}$ است.

گام اول:

تعداد قطرهای سه تا از تعداد اضلاع بیشتر است. پس ابتدا به کمک فرمول تعداد قطرهای n ضلعی، n را پیدا می‌کنیم:

$$\text{تعداد قطرهای } n \text{ ضلعی} = \frac{n(n-3)}{2} \Rightarrow \frac{n(n-3)}{2} = n+3$$

$$\Rightarrow n(n-3) = 2n+6 \Rightarrow n^2 - 5n - 6 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \text{ غ قق} \\ n = 6 \end{cases}$$

گام دوم:

هر زاویه داخلی n ضلعی منتظم برابر $\frac{(n-2) \times 180^\circ}{n}$ و اندازه هر زاویه خارجی n ضلعی منتظم برابر است با $\frac{360^\circ}{n}$ ، پس به سراغ محاسبه خواسته سوال می‌رویم:

$$\text{اندازه هر زاویه داخلی } 6 \text{ ضلعی منتظم: } \frac{(6-2) \times 180^\circ}{6} = 120^\circ$$

$$\text{اندازه هر زاویه خارجی } 6 \text{ ضلعی منتظم: } \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

اختلاف $\rightarrow 60^\circ$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در مثلثی به اضلاع ۴، ۸، ۱۰، مساحت مثلث کدام است؟

(۴) $2\sqrt{331}$

(۳) $\sqrt{231}$

(۲) $0.75\sqrt{231}$

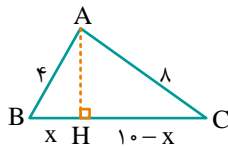
(۱) $0.5\sqrt{231}$

(متوسط - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

ابتدا شکل مناسب برای سوال رسم می‌کنیم و ارتفاع وارد بر ضلع بزرگ‌تر را رسم می‌کنیم. با توجه به شکل، اگر BH را برابر x در نظر بگیریم، واضح است که:



گام دوم:

برای پیدا کردن x در دو مثلث $\triangle AHB$ و $\triangle AHC$ ، از قضیه فیثاغورس کمک می‌گیریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 \Rightarrow AH^2 = AB^2 - BH^2 \Rightarrow h^2 = 16 - x^2 \quad (*)$$

$$AC^2 = AH^2 + HC^2 \Rightarrow AH^2 = AC^2 - HC^2 \Rightarrow h^2 = 64 - (10 - x)^2 = -36 + 20x - x^2$$

حال دو عبارت به دست آمده را برابر قرار می‌دهیم:

$$16 - x^2 = -36 + 20x - x^2 \Rightarrow 20x = 52 \Rightarrow x = \frac{52}{20} = \frac{13}{5}$$

برای به دست آوردن اندازه h ، $x = 13/5$ را در $(*)$ جایگذاری می‌کنیم:

$$h^2 = 16 - (13/5)^2 \Rightarrow h^2 = 16 - 169/25 \Rightarrow h = \sqrt{241}/5$$

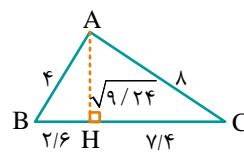
گام سوم:

گویا است که مساحت مثلث اصلی برابر است با جمع مساحت دو مثلث قائم‌الزاویه ایجاد شده، پس مساحت مثلث‌های قائم‌الزاویه را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$S_{\triangle ABC} = S_{\triangle ABH} + S_{\triangle AHC} \Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{\sqrt{241}/5 \times 13/5}{2} + \frac{\sqrt{241}/5 \times 7/5}{2}$$

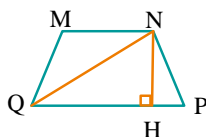
$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} (\sqrt{241}/5) (13/5 + 7/5) = 5\sqrt{241}$$

$$\Rightarrow S_{\triangle ABC} = 5\sqrt{241} = \sqrt{25 \times 241} = \sqrt{6025}$$



گروه آموزشی ماز

۲۹- در ذوزنقه شکل مقابل، NQ نیمساز زاویه Q است و ساق MQ با MN برابر است. با فرض $\angle QMN = 130^\circ$ ، زاویه $\angle QNH$ کدام است؟



(۱) 65°

(۲) 75°

(۳) 35°

(۴) 25°

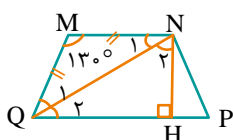
(آسان - مفهومی/محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

در صورت سوال، گفته شده که $MN = MQ$ ، پس $\angle Q_1 = \angle N_1$. همچنین $\angle NMQ = 130^\circ$ است، پس $\angle \hat{N}_1 + \angle \hat{Q}_1 = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$ ، واضح است که:

$$\hat{N}_1 = \hat{Q}_1 = 25^\circ$$





گام دوم:

NQ نیمساز زاویه Q است، پس $Q_1 = Q_2 = 25^\circ$ ، از آنجا که مثلث NHQ قائم الزاویه است، پس $\hat{N}_2 + \hat{Q}_2 = 90^\circ$ ، در نتیجه: $N_2 = 90^\circ - 25^\circ = 65^\circ$

گروه آموزشی ماز

۳۰- در یک متوازی الاضلاع، طول اضلاع ۲ و ۱۰ است و یک زاویه آن 60° است. شکل حاصل از برخورد نیمسازهای داخلی این متوازی الاضلاع چه مساحتی دارد؟

$8\sqrt{3} \quad (4)$

$16\sqrt{3} \quad (3)$

$8 \quad (2)$

$16 \quad (1)$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



یه نکته تپ در مورد شکل حاصل از برخورد نیمسازهای زوایای داخلی متوازی الاضلاع:

شکل حاصل از این برخورد مستطیل است. اگر طول اضلاع متوازی الاضلاع a و b باشد و یکی از زاویه های آن α باشد، طول اضلاع مستطیل برابر می شود با:

$$|a - b| \left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| \quad \text{و} \quad |a - b| \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right|$$

گام اول:

طبق نکته بالا، اضلاع مستطیل برابر می شوند با $|a - b| \left| \sin \frac{\alpha}{2} \right|$ و $|a - b| \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right|$. پس:

$$|a - b| \left| \sin \frac{\alpha}{2} \right| = (10 - 2) \left(\sin \frac{60^\circ}{2} \right) = 8 \times \frac{1}{2} = 4$$

$$|a - b| \left| \cos \frac{\alpha}{2} \right| = (10 - 2) \left(\cos \frac{60^\circ}{2} \right) = 8 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 4\sqrt{3}$$

گام دوم:

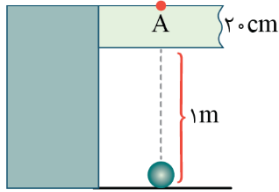
$$S_{\text{مستطیل}} = 4 \times 4\sqrt{3} = 16\sqrt{3}$$

مساحت مستطیل از حاصل ضرب طول و عرض آن به دست می آید، پس:

گروه آموزشی ماز

۳۱- گلوله‌ای به جرم 20g با تندی $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت بالا شلیک شده و بعد از برخورد به مانع با تندی $10\frac{\text{m}}{\text{s}}$ از نقطه A خارج می‌شود. اگر از اثر مقاومت هوا

صرف نظر شود، چند ژول از انرژی اولیه به انرژی درونی مجموعه گلوله و مانع تبدیل شده است؟ (سطح زمین مبدأ گرانش فرض شود، $g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) ۹۶/۶
(۲) ۸۷/۶
(۳) ۹۸/۷۶
(۴) ۹۹

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

انرژی درونی

به مجموع انرژی‌های ذره‌های سازنده یک جسم انرژی درونی می‌گویند. افزایش انرژی درونی معمولاً به صورت گرم شدن ظاهر می‌شود. هر چه تعداد ذرات سازنده یک جسم بیشتر باشد و انرژی هر ذره آن زیادتر باشد، انرژی درونی بیشتر است.

قانون پایستگی انرژی

هرگاه سامانه‌ای با محیط اطرافش تبادل انرژی نداشته باشد (سامانه منزوی) مجموع کل انرژی‌های آن پایسته می‌ماند. یعنی انرژی را نمی‌توان خلق یا نابود کرد و تنها می‌توان آن را از شکلی به شکل دیگر تبدیل کرد. مثلاً در شکل زیر هنگامی که توپ را پرتاب می‌کنیم بعد از طی مسافتی متوقف می‌شود.

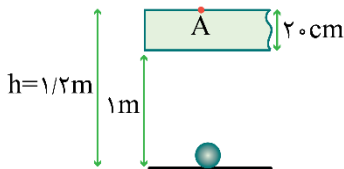


در این حالت انرژی جنبشی جسم به انرژی دیگری به نام انرژی درونی تبدیل شده است که قبلاً به آن پرداختیم. بعد از تبدیل انرژی‌ها به انرژی درونی چون اغلب فایده‌ای برای ما ندارد به آن انرژی تلف شده می‌گویند.

اگر علاوه بر نیروهای پایستار (فتر، وزن، الکتریکی) نیروهای اتلافی کار انجام دهند:

$$E_2 - E_1 = W_{\text{نیروهای اتلافی}} < 0$$

پاسخ تشریحی



$$E_2 = U_2 + K_2 = mgh + \frac{1}{2}mv_2^2 = 0.02 \times 10 \times 1/2 + \frac{1}{2} \times 0.02 \times 10^2 = 0.1 + 1 = 1.1 \text{ J}$$

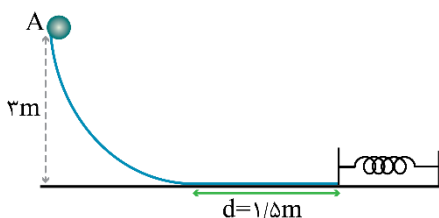
$$E_1 = K_1 = \frac{1}{2} \times \frac{20}{1000} \times 10^2 = 1.0 \text{ J}$$

کار نیروهای اتلافی که به انرژی درونی تبدیل شده است. $E_2 - E_1 = 1.1 - 1.0 = 0.1 \text{ J} \rightarrow -0.1 \text{ J}$

گروه آموزشی ماز

۳۲- گلوله‌ای به جرم 2kg از نقطه A رها شده است. اگر فقط سطح افقی دارای اصطکاک 20N باشد و حداکثر انرژی ذخیره شده در فنر 20J فرض شود،

بیشترین تغییر طول فنر چند سانتی متر است؟ ($g = 10\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)



- (۱) ۵۰
(۲) ۲۵
(۳) ۱۰
(۴) ۲۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نیروی پایستار

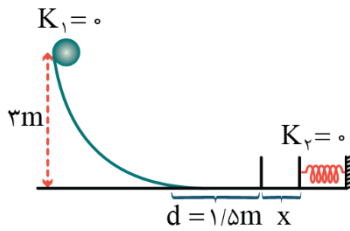
نیروهای وزن، فتر، الکتریکی، نیروهای پایستار هستند و کار آن‌ها به مسیر بین دو نقطه بستگی ندارد و کار آن‌ها به صورت زیر قابل محاسبه است.

$$W = -\Delta U$$

اگر علاوه بر نیروهای پایستار، نیروهای دیگری مانند نیروهای اتلافی W_f یا نیروهای خارجی W_F کار انجام دهند:

$$\frac{\Delta K + \Delta U}{E_2 - E_1} = W_f + W_F$$

W_f : نیروهای اتلافی



$$\Delta K = 0$$

$$\Delta U_{\text{فنر}} = U_2 - U_1 = 20 - 0 = 20 \text{ J}$$

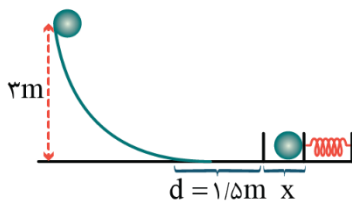
$$\Delta U_g = mg(h_2 - h_1) = 2 \times 10 \times -3 = -60$$

$$\Delta K + \Delta U = W_f \Rightarrow -40 = -f_k \left(\frac{1}{5} + x \right) \Rightarrow x = \frac{40}{5} = 8 \text{ cm}$$

البته می‌توان با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی نیز این مسئله را حل کرد.

روش دوم:

قضیه کار و انرژی را برای لحظه رهاشدن گلوله تا هنگامی که فنر بیشترین فشردگی را دارد می‌نویسیم:



$$W_{\text{فنر}} = -\Delta U_{\text{فنر}} = -\left(\frac{1}{2} k x^2 - 0 \right) = -20 \text{ J}$$

$$W_t = W_{mg} + W_{\text{فنر}} + W_{f_k} = \cancel{K_2} - \cancel{K_1}$$

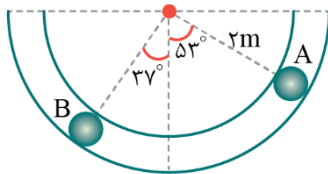
$$\Rightarrow mg \times 3 - 20 - f_k(d + x) = 0 \Rightarrow 2 \times 10 \times 3 - 20 - 20(d + x) = 0$$

$$40 = 20(d + x) \Rightarrow d + x = 2 \xrightarrow{d=1/5} x = \frac{9}{5} = 1.8 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- مطابق شکل گلوله‌ای از نقطه A رها شده و داخل حلقه شیاردار با شعاع ۲m که نیروی اصطکاک آن ۰/۱ وزن گلوله است، حرکت می‌کند، تندی گلوله

در نقطه B چند متر بر ثانیه است؟ $(\sin 37^\circ = 0.6, g = 10 \frac{m}{s^2}, \pi = 3)$



$$\sqrt{3/6} \quad (1)$$

$$\sqrt{4 - 2\sqrt{2}} \quad (2)$$

$$\sqrt{2/6} \quad (3)$$

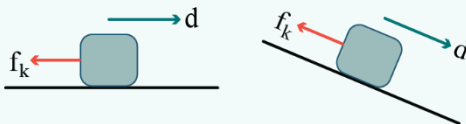
$$\sqrt{2} \quad (4)$$

(سخت - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

بررسی کار نیروی اصطکاک جنبشی

هرگاه جسم روی سطح ساکن حرکت کند، نیروی اصطکاک جنبشی و جابه‌جایی خلاف جهت هم هستند.

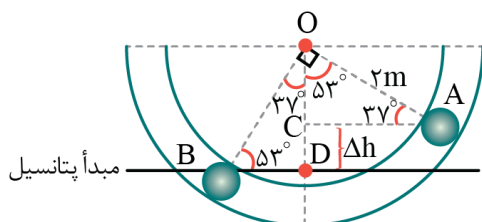


$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d$$

هرچه طول مسیر طی‌شده توسط جسم بیشتر باشد، اندازه کار نیروی اصطکاک هم بیشتر است.

اگر مسیر مستقیم نباشد، در رابطه کار منظور از جابه‌جایی دیگر برداری که نقطه شروع را به پایان متصل می‌کند، نیست و برای کار اصطکاک جنبشی باید طول مسیر را به‌دست آوریم.

پاسخ تشریحی:



$$\sin 37^\circ = 0.6, \sin 53^\circ = 0.8$$

$$\sin 53^\circ = \frac{OD}{OB} \Rightarrow 0.8 = \frac{OD}{2} \Rightarrow OD = 1.6 \text{ m}$$

$$\sin 37^\circ = \frac{OC}{OA} \Rightarrow 0.6 = \frac{OC}{2} \Rightarrow OC = 1.2 \text{ m}$$

$$\Rightarrow CD = 0.4 \text{ m}$$

حال با توجه به اینکه مسیر مستقیم نیست برای محاسبه کار نیروی اصطکاک باید طول مسیر را به‌دست آوریم. (کمان مقابل زاویه ۹۰ درجه مرکزی را طی کرده است.)

$$\text{طول مسیر} = \frac{1}{4} (\text{محیط دایره}) = \frac{1}{4} \times 2\pi R = 3 \text{ m}$$

$$K_f - K_i + \Delta U = W_{f_k} \Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - \frac{1}{2}mv_i^2 - \Delta U = -f_k d$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 - 4m = -0.1mg \times 3 \Rightarrow \frac{1}{2}v_f^2 = 1 \Rightarrow v_f = \sqrt{2} \frac{m}{s}$$

d : طول مسیر

گروه آموزشی ماز

۳۴- مطابق شکل جسم تحت تأثیر نیروی F در حال حرکت است. اگر در مدت ۳s تندی آن از $4 \frac{m}{s}$ به $10 \frac{m}{s}$ برسد، توان متوسط نیروی F چند وات است؟

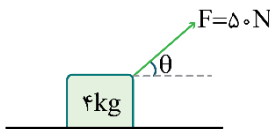
(از نیروهای اتلافی صرف نظر شود.)

۲۸ (۱)

۵۶ (۲)

۱۱۲ (۳)

(۴) باید θ مشخص باشد.



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

توان

کار انجام شده (W) در واحد زمان را توان متوسط می‌گویند که از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$P_{av} = \frac{W}{\Delta t}$$

✓ در رابطه بالا (W) کار انجام شده است که واحد آن در SI، ژول (J) و Δt زمان انجام کار است که واحد آن در SI، ثانیه (s) است، می‌باشند. در نتیجه واحد توان

برابر ژول بر ثانیه ($\frac{J}{s}$) یا وات (W) می‌باشد.

✓ واحد دیگر توان اسب بخار (hp) است.

✓ توان کمیت نرده‌ای است.

$$(1 \text{ hp} = 746 \text{ W})$$

پاسخ سریعی:

با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، کار نیروی F را محاسبه می‌کنیم:

$$W_F = K_f - K_i = \frac{1}{2}m(v_f^2 - v_i^2) = \frac{1}{2} \times 4 \times (10^2 - 4^2) = 184 \times 2$$

$$P_{av} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{184 \times 2}{3} = 56 \text{ W}$$

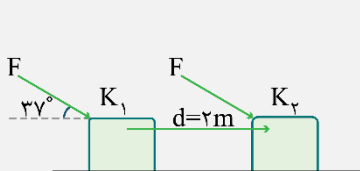
بررسی بیشتر:

اگر علاوه بر نیروهای پایستار (وزن، فنر و الکتریکی) نیروهای دیگر مانند نیروهای اتلافی (W_f) یا نیروهای خارجی (W_F) کار انجام دهد:

نیروی اتلافی

$$E_f - E_i = \Delta K + \Delta U = W_f + W_F$$

ابتدا برای قبل از حذف نیروی F و با فرض انجام کار توسط اصطکاک رابطه بالا را می‌نویسیم:

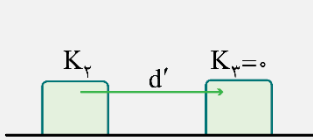


$$\Delta K + \Delta U = W_{f_k} + W_F$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}mv_f^2 = -f_k d + Fd \cos 37^\circ$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = -f_k \times 2 + 50 \times 2 \times 0.8 \rightarrow f_k = 15 \text{ N}$$

حال هنگامی که نیروی F قطع می‌شود چون همچنان نیروی اصطکاک داریم، جسم بعد از مدتی متوقف می‌شود.



$$\begin{aligned} \dot{K}_2 - K_1 &= \Delta K \\ \Delta K + \Delta U &= W_{f_k} \\ \Rightarrow -\frac{1}{2}mv_1^2 &= -f_k d' \Rightarrow \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 = 15 d' \Rightarrow d' = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

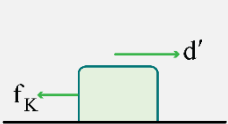
البته می‌توانیم این مسئله را با قضیه کار و انرژی هم حل کنیم.

روش دوم:

با توجه به اینکه مشخص نیست آیا اصطکاک وجود دارد یا خیر با فرض اینکه اصطکاک نیز کار انجام می‌دهد قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$\begin{aligned} W_F + W_{f_k} &= K_2 - K_1 \\ Fd \cos 37^\circ + W_{f_k} &= \frac{1}{2}mv_2^2 \Rightarrow 50 \times 2 \times 0.8 + W_{f_k} = \frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 \\ \Rightarrow 80 + W_{f_k} &= 50 \rightarrow W_{f_k} = -30 \text{ J} = -f_k d \xrightarrow{d=2} f_k = 15 \text{ N} \end{aligned}$$

در نتیجه هنگامی که نیروی F قطع می‌شود نیروی اصطکاک همچنان به جسم وارد شده و باعث می‌شود تندی آن کاهش یافته و بعد از مدتی متوقف شود.



$$\begin{aligned} W_{f_k} &= K_2 - K_1 \Rightarrow -f_k d' = -\frac{1}{2}mv_1^2 \\ \Rightarrow -15 \times d' &= -\frac{1}{2} \times 4 \times 5^2 \Rightarrow d' = \frac{50}{15} = \frac{10}{3} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- جسمی که دارای جرم ۵۰ kg است، توسط نیروی قائم F در راستای قائم به سمت بالا به حرکت درمی‌آید. اگر در مدت ۱۰ s تندی آن از ۴ m/s به ۸ m/s

برسد و در طول مسیر اندازه کار مقاومت هوا ۴۸۰۰ J باشد و توان متوسط نیروی F برابر ۲ kW فرض شود، جابه‌جایی جسم در این ۱۰ s چند متر است؟

$$(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$$

۲۸ (۴)

۲۸/۸ (۳)

۴۵/۲ (۲)

۴۷/۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

کار نیروهای مقاومت هوا و وزن

بهتر است ابتدا اطلاعات در مورد کار نیروهای مقاومت هوا و وزن داشته باشیم.

کار نیروی مقاومت هوا: نیروی مقاومت هوا همواره خلاف جهت حرکت به جسم وارد می‌شود، در نتیجه کار نیروی مقاومت هوا منفی است.

کار نیروی وزن به مسیر حرکت بین دو نقطه بستگی ندارد و از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$W_{mg} = \pm mgh$$

h: مقدار تغییر ارتفاع جسم است. (+): جسم به سمت پایین حرکت کند. (-): جسم به سمت بالا حرکت کند.

پاسخ شریعی:

ابتدا با استفاده از رابطه $P_{av} t = W_F$ کار نیروی F را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{av} t = W_F \Rightarrow 2 \times 10^3 \times 10 = W_F \Rightarrow W_F = 2 \times 10^4 \text{ J}$$

حال قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

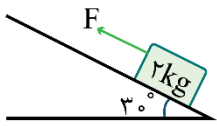
$$\begin{cases} W_F + W_{mg} + W_{\text{مقاومت هوا}} = K_2 - K_1 \\ W_{mg} = -mgh \Rightarrow \text{جسم به سمت بالا حرکت می‌کند} \\ W_{\text{مقاومت هوا}} = -4800 \text{ J} \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^4 - 50 \times 10 \times h - 4800 = \frac{1}{2} \times 50 (8^2 - 4^2)$$

$$20000 - 4800 - 1200 = 50 \times h \Rightarrow h = \frac{14000}{50} = 280 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- مطابق شکل زیر، جسمی تحت تأثیر نیروی F با سرعت ثابت $\frac{4}{5} \frac{m}{s}$ روی سطح شیبدار به سمت بالا حرکت می‌کند. اگر نیروی اصطکاک در طول مسیر



$30N$ باشد، توان متوسط نیروی F چند وات است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

(۱) ۸۰

(۲) ۱۶۰

(۳) ۴۰

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۳)

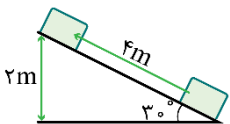
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

در مسائلی که علاوه بر نیروی F نیروهای دیگر هم کار انجام می‌دهند، برای محاسبه کار نیروی F بهتر است از قضیه کار و انرژی استفاده شود. جسم به سمت بالا در حال حرکت است، در نتیجه کار نیروی وزن $W_{mg} = -mgh$ که در آن h تغییر ارتفاع جسم است. نیروی اصطکاک در این شکل خلاف جهت جابه‌جایی است در نتیجه:

$$W_{f_k} = f_k d \cos 180^\circ = -f_k d$$

حال قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم: (فرض می‌کنیم زمان ۱s باشد در نتیجه جسم $4m$ روی سطح شیبدار جابه‌جا می‌شود)



$$W_F + W_{mg} + W_{f_k} = K_2 - K_1$$

$$W_F - mgh - f_k d = 0 \Rightarrow W_F - 2 \times 10 \times 2 - 3 \times 4 = 0$$

$$\Rightarrow W_F = 40 + 120 = 160 J$$

حال رابطه توان را می‌نویسیم:

$$P_{av} t = W_F \Rightarrow P \times 1 = 160 \Rightarrow P = 160 W$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- جعبه‌ای مطابق شکل توسط نیروی F با سرعت ثابت $20 \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. اگر نیروی اصطکاک $25N$ فرض شود، توان متوسط نیروی F چند وات



(۱) ۴۵۰

(۲) ۲۵۰

است؟

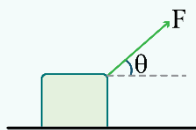
(۳) ۵۰۰

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

توان

مطابق شکل زیر، کار نیروی F برابر $W_F = Fd \cos \theta$ است



$$P_{av} = \frac{W_F}{\Delta t} = \frac{Fd \cos \theta}{\Delta t} \rightarrow P_{av} = F v_{av} \cos \theta$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t}$$

$$v_{av} = v$$

$$v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$$

اگر سرعت ثابت باشد، سرعت متوسط و لحظه‌ای برابرند:

اگر جسم با شتاب ثابت سرعتش را از v_1 به v_2 برساند:

پاسخ تشریحی:

$$v_{av} = v = 20 \frac{m}{s}$$

با توجه به اینکه سرعت ثابت است در نتیجه سرعت متوسط و لحظه‌ای برابرند:

و همین‌طور برآیند نیروها صفر است.



$$F_{net} = 0 \quad f_k = F = 25N$$

$$P = F v_{av} \cos 0^\circ = 25 \times 20 \times 1 = 500 W$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- جرم اتاقک بالابری به همراه بار آن 500 kg است. اگر در مدت 10 s از طبقه همکف شروع به حرکت کند و به طبقه دوم، در ارتفاع 6 m برود، توان متوسط موتور آسانسور تقریباً چند اسب بخار است؟ ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ و از نیروهای اتلافی صرف نظر شود)

۴ (۶)

۳ (۳/۵)

۲ (۵)

۱ (۴)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

آسانسور

در مسائل مربوط به توان آسانسور در حال حرکت چون ارتفاع تغییر می‌کند نیروی وزن کار انجام می‌دهد. بقیه نیروها مانند اصطکاک، مقاومت هوا را باید به نحوی در مسئله ذکر کرده باشند. در نتیجه برای محاسبه کار موتور آسانسور می‌توانیم از قضیه کار و انرژی جنبشی استفاده کنیم:

$$W_t = W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} + W_{f_k} + \dots = K_f - K_i$$

چند حالت خاص:

۱- اگر آسانسور با سرعت ثابت حرکت کند و نیروهای اتلافی نداشته باشیم:

$$W_{\text{موتور}} = -W_{\text{mg}}$$

۲- اگر آسانسور از حالت سکون سرعتش را به v برساند و از نیروهای اتلافی صرف نظر کنیم:

$$W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = K_f \rightarrow W_{\text{موتور}} = -W_{\text{mg}} + \frac{1}{2}mv^2$$

پاسخ شریعی:

ابتدا قضیه کار و انرژی جنبشی را می‌نویسیم:

$$\begin{cases} W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = K_f - K_i \\ W_{\text{موتور}} = mgh = 500 \times 10 \times 6 = 3000\text{ J} \end{cases} \Rightarrow W_{\text{موتور}} = mgh = 500 \times 10 \times 6 = 3000\text{ J}$$

$\Rightarrow W_{\text{mg}} = -mgh$ (آسانسور به سمت بالا حرکت می‌کند)

حال با نوشتن رابطه توان، توان موتور را محاسبه می‌کنیم:

$$P_{\text{av}} = \frac{W_{\text{موتور}}}{\Delta t} = \frac{3000}{10} = 300\text{ W}$$

هر اسب بخار معادل 746 W است.

$$P_{\text{av}} = \frac{300}{746} \approx 0.4\text{ hp}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- مصرف بنزین یک خودرو که با سرعت $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ در حال حرکت است. بعد از طی 100 km برابر 8 L است. اگر هر لیتر بنزین 32 MJ انرژی تولید کند و 80% درصد آن تلف شود، توان مفید خودرو چند وات است؟

۴ (۱۰۲۴۰)

۳ (۴۹۶۰۰)

۲ (۱۲۴۰۰)

۱ (۴۰۹۶۰)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

بازده

بازده: هر سامانه تنها بخشی از انرژی ورودی را به انرژی مورد نظر تبدیل می‌کند. نسبت انرژی مفید به انرژی ورودی را بازدهی می‌نامیم.

بازده را می‌توانیم به صورت زیر بر حسب درصد به دست آوریم:

$$\text{بازده} = \frac{\text{توان مفید}}{\text{توان کل}} \times 100 = \frac{\text{انرژی خروجی (کار مفید)}}{\text{انرژی ورودی (کار کل)}} \times 100$$

پاسخ شریعی:

ابتدا مدت زمان این جابه‌جایی را به دست می‌آوریم:

$$v = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow 72 = \frac{100}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{100}{72}\text{ h} = \frac{100}{72} \times 60 \times 60 = 500\text{ s}$$

حال انرژی مفید از سوختن بنزین را محاسبه می‌کنیم:

$$E = \frac{20}{100} \times 8 \times 32 \times 10^6 = 16 \times 32 \times 10^5 \text{ J}$$

$$P = \frac{16 \times 32 \times 10^5}{5000} = 10240 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- در یک ماشین نسبت توان تلف‌شده به توان مفید $\frac{1}{5}$ است. بازده این ماشین تقریباً چند درصد است؟

۷۶/۶ (۴)

۸۰ (۳)

۸۳/۳ (۲)

۷۵ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر انرژی ورودی (کل) را با x و خروجی (مفید) را با y و تلف شده را با z نمایش دهیم:

$$\text{بازده بر حسب درصد} = \frac{y}{x} \times 100 = (1 - \frac{z}{x}) \times 100$$

پاسخ تشریحی:

$$\frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{تلف‌شده}}} = 5 \Rightarrow P_{\text{مفید}} = 5P_{\text{تلف‌شده}}, P_{\text{کل}} = P_{\text{مفید}} + P_{\text{تلف‌شده}} = 6P_{\text{تلف‌شده}}$$

$$Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 = \frac{5P_{\text{تلف‌شده}}}{6P_{\text{تلف‌شده}}} \times 100 = \frac{5}{6} \times 100 = 83.3$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- تلمبه‌ای با توان ورودی ۱۵kW در هر ثانیه ۶۰L آب را تا ارتفاع ۱۵m مخزن فرستاده و آب را با تندی $\frac{5}{s}$ وارد مخزن می‌کند. بازده تلمبه بر حسب

درصد در کدام گزینه آمده است؟ ($\rho_{\text{آب}} = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

۵۵ (۴)

۷۲ (۳)

۶۰ (۲)

۶۵ (۱)

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

هنگامی که در مسئله بازده داریم:

$$\begin{cases} P_{\text{مفید}} = \frac{W}{\Delta t} \\ Ra = \frac{P_{\text{مفید}}}{P_{\text{کل}}} \times 100 \end{cases} \Rightarrow \frac{Ra}{100} P_{\text{کل}} \Delta t = W$$

ابتدا با استفاده از قضیه کار و انرژی جنبشی، W تلمبه را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} W_{\text{موتور}} + W_{\text{mg}} = K_2 - K_1 \\ m = \rho V = 1 \frac{\text{kg}}{\text{L}} \times 60 \text{ L} = 60 \text{ kg} \\ W_{\text{mg}} = -mgh \Rightarrow W_{\text{موتور}} - 60 \times 10 \times 15 = \frac{1}{2} \times 60 \times 5^2 \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{\text{موتور}} = 9000 + 750 = 9750$$

حال طبق رابطه توان داریم:

$$\frac{Ra}{100} P_{\text{کل}} \Delta t = W_{\text{موتور}} \Rightarrow \frac{Ra}{100} \times 15 \times 10^3 \times 1 = 9750 \Rightarrow Ra = \frac{9750}{150} = 65$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- آب ذخیره شده در پشت سد در پایین روی توربین های تولید انرژی الکتریکی که ۷۵ درصد از کار نیروی گرانش را به الکتریکی تبدیل می کنند، می ریزد.

در هر ثانیه چند لیتر آب از ارتفاع ۵۰m روی توربین بریزد تا بتوانیم توان خروجی ۱۵۰MW داشته باشیم؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2}, \rho_{\text{آب}} = 1 \frac{g}{cm^3})$

(۴) $4/25 \times 10^5$

(۳) $2/5 \times 10^5$

(۲) $2/25 \times 10^5$

(۱) 4×10^5

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۳)

بازده

طبق رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{kg}{m^3} \rightarrow \frac{g}{cm^3}$$

$$\frac{kg}{L} = \frac{g}{cm^3} \times 1000 \rightarrow \frac{kg}{m^3} = \frac{g}{cm^3}$$

با توجه به اینکه چگالی آب $1 \frac{kg}{L} = 1 \frac{g}{cm^3}$ است، می توان گفت جرم هر لیتر آب برابر ۱kg است.

برای سؤالاتی که مولد تولید برق داریم، می توان نوشت:

$$\frac{Ra}{100} (\frac{1}{2} mv^2 + mgh) = P_{\text{خروجی}} t$$

↓

اگر آب تندی اولیه داشته باشد

پاسخ تشریحی

$$\frac{Ra}{100} mgh = P_{\text{خروجی}} \times t$$

$$\frac{75}{100} \times m \times 10 \times 50 = 150 \times 10^6 \times 1 \Rightarrow m = \frac{15 \times 10^9}{75 \times 5 \times 10^2} = 4 \times 10^5 kg$$

با توجه به اینکه چگالی آب $1 \frac{kg}{L}$ است و جرم هر لیتر آب ۱kg است، پس حجم آب مورد نیاز برابر $4 \times 10^5 L$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۳- دماسنجی دمای ۱۰- درجه سلسیوس را ۱۵ و دمای ۴۰ درجه سلسیوس را ۴۵ نشان می دهد. معین کنید در چه دمایی برحسب فارنهایت هر دو دماسنج یک عدد را نشان می دهند؟

(۴) $116/5$

(۳) $84/5$

(۲) $94/5$

(۱) $126/5$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

مقیاس های دما

در SI یکای دما کلوین است که با نماد K نمایش داده می شود. یکای دیگر دما درجه سلسیوس است که معمولاً با °C نمایش داده می شود. دما برحسب کلوین را معمولاً با T نمایش می دهند و دما برحسب سلسیوس را معمولاً با θ نمایش می دهند.

مقیاس دما	نماد یکا	نحوه نمایش	رابطه تبدیل به مقیاس دیگر
سلسیوس	°C	θ	
کلوین	K	T	$T = \theta + 273 \rightarrow \Delta T = \Delta \theta$
فارنهایت	°F	F	$F = \frac{9}{5} \theta + 32 \rightarrow \Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta$

$$\frac{x - x_1}{x_2 - x_1} = \frac{y - y_1}{y_2 - y_1}$$

رابطه کلی دماسنجی بین دو درجه بندی به صورت مقابل است:

در رابطه بالا هنگامی که دماسنج اول x_1 را نشان می دهد دماسنج دوم y_1 و هنگامی که دماسنج اول x_2 را نشان می دهد، دماسنج دوم y_2 را نشان می دهد. حال X و Y دمای محیطی هستند که در دو درجه بندی اندازه گیری می شود.



$$\frac{\theta - \theta_1}{\theta_2 - \theta_1} = \frac{x - x_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{\theta - (-10)}{40 - (-10)} = \frac{\theta - 15}{45 - 15} \Rightarrow \frac{\theta + 10}{50} = \frac{\theta - 15}{30} \Rightarrow 3\theta + 30 = 5\theta - 75$$

$$105 = 2\theta \Rightarrow \theta = \frac{105}{2}$$

حال رابطه تبدیل مقیاس سلسیوس به فارنهایت را می نویسیم:

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32 \xrightarrow{\theta = \frac{105}{2}} F = \frac{9}{5} \times \frac{105}{2} + 32 = 126 / 5^\circ F$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- دو دماسنج که بر حسب کلون و فارنهایت درجه بندی شده اند را داخل ظرف آبی قرار می دهیم، تفاضل عددی که دو دماسنج نشان می دهند برابر ۲۳۳ و مجموع عدد آن ها ۳۳۳ است، اگر دمای آب را ۵۶/۶ درجه سلسیوس افزایش دهیم، دما بر حسب کلون چند درصد تغییر می کند؟

۱۰ (۴)

۲۵ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲/۵ (۱)

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} T - F = 233 \\ T + F = 333 \end{cases} \Rightarrow 2T = 566 \Rightarrow T = 283$$

برای درصد تغییرات می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\begin{cases} \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 \\ \Delta T = \Delta \theta = 56/6 \end{cases} \Rightarrow \frac{\Delta T}{T_1} \times 100 = \frac{56/6}{283} \times 100 = 0.2 \times 100 = 20$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- ضریب انبساط حجمی فلزی $^{-1} (^\circ F) 4 \times 10^{-5}$ است. ضریب انبساط طولی آن در SI کدام است؟

$\frac{1}{9} \times 10^{-5}$ (۴)

$\frac{2}{27} \times 10^{-5}$ (۳)

$\frac{2}{4} \times 10^{-5}$ (۲)

$\frac{3}{6} \times 10^{-5}$ (۱)

(متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



نوع انبساط	نماد	یکای ضریب انبساط	تعریف ضریب انبساط	رابطه
طولی	α	$\frac{1}{K}$	افزایش طول یک متر از میله ای وقتی دما یک درجه سلسیوس افزایش یابد.	$\Delta L = \alpha L_1 \Delta T$ $L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$
سطحی	تقریباً 2α	$\frac{1}{K}$	افزایش مساحت یک مترمربع از صفحه ای وقتی دما یک درجه سلسیوس افزایش یابد.	$\Delta A = 2\alpha A_1 \Delta T$ $A_2 = A_1 (1 + 2\alpha \Delta T)$
حجمی	جامدها $\beta \approx 3\alpha$	$\frac{1}{K}$	افزایش حجم یک متر مکعب از ماده وقتی دما یک درجه سلسیوس افزایش یابد.	$\Delta V = \beta V_1 \Delta T$ $V_2 = V_1 (1 + \beta \Delta T)$

بیشتر اجسام با افزایش دما حجم شان زیاد می شود و با کاهش دما حجم شان کم. این پدیده اساس ساخت برخی دماسنج هاست. بی توجهی به پدیده انبساط در ساختن پل ها، ساختمان ها، خط آهن، خطوط انتقال نیرو، خطوط انتقال سوخت و ... می تواند مشکلاتی را ایجاد کند. ضریب انبساط طولی علاوه بر جنس ماده به دما نیز اندکی وابسته است. رابطه های زیر در مورد چگالی جسم بعد از تغییر دما برقرار است:

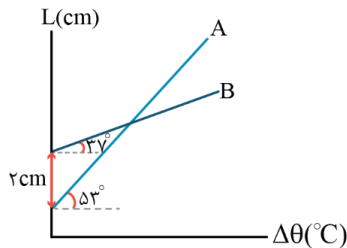
$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta T}, \quad \rho_2 \approx \rho_1 (1 - \beta \Delta T)$$

$$\beta = 4 \times 10^{-5} \frac{1}{^{\circ}\text{F}} \times \frac{1^{\circ}\text{F}}{\frac{5}{9} \text{K}} = 4 \times 10^{-5} \times \frac{9}{5} \text{K}^{-1} = 7.2 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

$$\beta = 3\alpha \rightarrow 7.2 \times 10^{-5} = 3\alpha \rightarrow \alpha = 2.4 \times 10^{-5} \text{K}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- نمودار زیر مربوط به تغییرات طول دو میله A و B می باشد. اگر ضریب انبساط طولی میله B، $\frac{9}{4}$ برابر میله A باشد، طول اولیه میله B چند cm است؟



$$(\sin 37^{\circ} = 0.6)$$

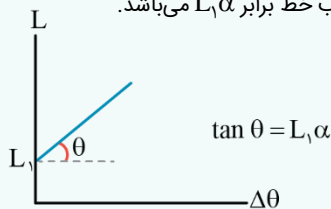
- ۸ (۱)
- ۱۰ (۲)
- ۱۲ (۳)
- ۱۴ (۴)

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۴)

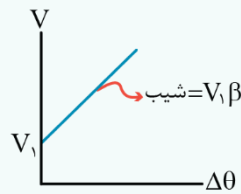
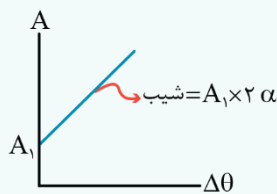
پاسخ: گزینه ۲

طول میله

در نمودار طول میله بر حسب تغییر دما، عرض از مبدأ همان طول اولیه میله است و طبق رابطه $L = L_0(1 + \alpha\Delta\theta)$ ، شیب خط برابر $L_0\alpha$ می باشد.



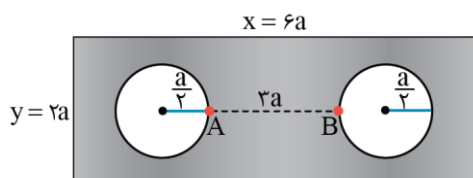
برای نمودار مساحت و حجم بر حسب تغییر دما نیز داریم:



$$\frac{L_{B_1} \alpha_B}{L_{A_1} \alpha_A} = \frac{\tan 37^{\circ}}{\tan 53^{\circ}} = \frac{3}{4} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{L_{B_1} \times \frac{9}{4} \alpha_A}{L_{A_1} \times \alpha_A} = \frac{9}{16} \Rightarrow \frac{L_{B_1}}{L_{B_1} - 2} = \frac{5}{4} \Rightarrow L_{B_1} = 1 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در شکل زیر، اگر دمای صفحه فلزی را 200°C افزایش دهیم، طول ضلع y به اندازه $1/5 \text{ cm}$ تغییر می کند. آن گاه فاصله AB سانتی متر می یابد و مساحت صفحه فلزی به اندازه تغییر می کند. ($\pi = 3$)



(۱) $2/5 \text{ cm}$ - افزایش $18a$

(۲) $2/5 \text{ cm}$ - کاهش $18a$

(۳) $2/25 \text{ cm}$ - افزایش $63/4 a$

(۴) $2/25 \text{ cm}$ - کاهش $63/4 a$

پاسخ سریعی:

$$\frac{\Delta y = r\alpha\Delta\theta}{\Delta_{AB} = r\alpha\Delta\theta} \Rightarrow \frac{1/\delta}{\Delta_{AB}} = \frac{r}{r} \Rightarrow \Delta_{AB} = \frac{r \times 1/\delta}{r} = r/\delta \text{ cm}$$

$$\Delta y = r\alpha\Delta\theta \Rightarrow \frac{r}{r} = r\alpha\Delta\theta \Rightarrow \alpha\Delta\theta = \frac{r}{ra}$$

حال برای محاسبه تغییر مساحت صفحه فلزی، ابتدا مساحت اولیه صفحه فلزی را محاسبه می کنیم:

$$A_1 = r\alpha \times \pi a - (r \times \pi \times (\frac{a}{r})^2) = r\alpha a^2 - \frac{r}{r} a^2 = \frac{r}{r} a^2$$

$$\Delta A = A_1 r\alpha\Delta\theta = \frac{r}{r} a^2 \times r \times \frac{r}{ra} = \frac{r}{r} a$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- حجم ظرف زیر، 450 cm^3 است و داخل آن 420 cm^3 مایع ریخته ایم. اگر ضریب انبساط حجمی مایع برابر $\frac{1}{K} \times 10^{-4}$ و ضریب انبساط طولی ظرف

$\frac{1}{K} \times 10^{-5}$ باشد، هنگامی که دما را 150°C افزایش دهیم



(۱) مایع ظرف را کامل پر می کند.

(۲) مایع ظرف را کامل پر نمی کند.

(۳) مایع به مقدار $16/35 \text{ cm}^3$ از ظرف بیرون می ریزد.

(۴) مایع به مقدار $15/9 \text{ cm}^3$ از ظرف بیرون می ریزد.

برای حل این گونه سؤالات می توانیم به صورت زیر عمل کنیم:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{فضای خالی}} + V_{\text{مایع بیرون ریخته شده}}$$

پاسخ سریعی:

$$\Delta V_{\text{مایع}} = V_1 \beta \Delta\theta = 420 \times 10^{-4} \times 150 = 50/4 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{ظرف}} = V_1 \alpha \Delta\theta = 450 \times 10^{-5} \times 150 = 4/05 \text{ cm}^3$$

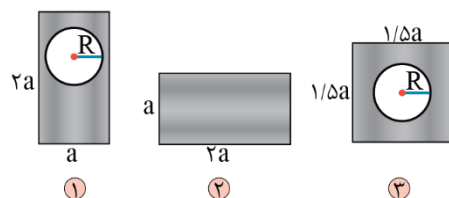
$$V_{\text{فضای خالی}} = 30 \text{ cm}^3$$

$$\Delta V_{\text{مایع}} = \Delta V_{\text{ظرف}} + V_{\text{فضای خالی}} + V_{\text{مایع بیرون ریخته شده}}$$

$$\Rightarrow V_{\text{مایع بیرون ریخته شده}} = 50/4 - 34/05 = 16/35 \text{ cm}^3$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- مطابق شکل زیر، جنس صفحات فلزی یکسان است. چند مورد از جملات زیر در اثر تغییر دمای یکسان صحیح است؟ ($\pi = 3$ ، $R = \frac{a}{r}$)



الف: تغییر ارتفاع شکل (۱) از بقیه بیشتر است.

ب: تغییر مساحت شکل (۳) از شکل (۲) بیشتر است.

ج: تغییر شعاع دایره در شکل (۱) بیشتر از (۳) است.

د: تغییر مساحت شکل (۱) و (۲) برابر است.

(۱)

(۲)

(۳)

(۴)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

انبساط طولی و سطحی

با توجه به روابط انبساط طولی و سطحی:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta A = A_1 \alpha \Delta \theta$$

- ✓ در تغییر دمای یکسان هر چه طول اولیه بیشتر باشد، تغییر طول آن نیز بیشتر است.
- ✓ در تغییر دمای یکسان هر چه مساحت اولیه بیشتر باشد، تغییر مساحت آن نیز بیشتر است.

پاسخ تشریحی:

بین سه شکل داده شده در مسئله چون ارتفاع اولیه شکل (۱) بیشتر است و تغییر دمای آن‌ها یکسان است، طبق رابطه $\Delta h = h_1 \alpha \Delta \theta$ ، تغییر ارتفاع شکل (۱) نیز بیشتر است، در نتیجه مورد (الف) صحیح است.
از طرفی شعاع دایره‌های هر دو شکل (۱) و (۳) برابر است و طبق رابطه $\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$ چون تغییر دما هم برابر است، تغییر شعاع دایره شکل‌های (۱) و (۳) برابر است، در نتیجه مورد (ج) نادرست است.
برای مقایسه تغییر مساحت‌ها ابتدا باید مساحت اولیه شکل‌ها را محاسبه کنیم:

$$(۱) \text{ مساحت اولیه شکل } = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$$

$$(۲) \text{ مساحت اولیه شکل } = \pi a \times a = \pi a^2$$

$$(۳) \text{ مساحت اولیه شکل } = \pi \left(\frac{a}{2}\right)^2 = \frac{\pi a^2}{4}$$

با توجه به اینکه تغییر دما یکسان است، شکلی که مساحت اولیه بیشتری دارد در نتیجه تغییر مساحت بیشتری دارد.

$$\Delta A_2 > \Delta A_3 > \Delta A_1$$

در نتیجه موارد (ب)، (ج) و (د) نادرست است.

گروه آموزشی ماز

۵۰- قطر یک کره فلزی در اثر افزایش دمای $\Delta \theta$ ، ۲ درصد افزایش می‌یابد، چگالی آن تقریباً درصد کاهش می‌یابد؟

- (۱) ۲ درصد کاهش می‌یابد (۲) ۴ درصد افزایش می‌یابد (۳) ۴/۵ درصد افزایش می‌یابد (۴) ۶ درصد کاهش می‌یابد

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

انبساط طولی و سطحی

رابطه چگالی با تغییر دما به صورت زیر اثبات می‌شود:

$$\left\{ \begin{array}{l} \rho_1 = \frac{m}{V_1} \\ V_2 = V_1(1 + \beta \Delta \theta) \end{array} \right. \rightarrow \rho_2 = \frac{m}{V_1(1 + \beta \Delta \theta)} = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta \theta}$$

که به صورت تقریبی نیز از آن استفاده می‌شود.

$$\rho_2 = \frac{\rho_1}{1 + \beta \Delta \theta} \times \frac{1 - \beta \Delta \theta}{1 - \beta \Delta \theta} = \frac{\rho_1(1 - \beta \Delta \theta)}{1 - \underbrace{\beta^2 \Delta \theta^2}_{\text{بسیار کوچک}}} \rightarrow \rho_2 \approx \rho_1(1 - \beta \Delta \theta)$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا با استفاده از رابطه انبساط طولی داریم:

$$\Delta d = d_1 \alpha \Delta \theta \xrightarrow{d_1=100, \Delta d=2} 2 = 100 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \alpha \Delta \theta = 0.02$$

حال رابطه تغییر چگالی بر حسب دما را می‌نویسیم:

$$\Delta \rho = -\rho_1 \beta \Delta \theta \xrightarrow{\rho_1=100} \Delta \rho = -100 \times 3 \alpha \Delta \theta = -100 \times 3 \times 0.02 = -6$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت پرتوهای با طول موج کمتر از ۷۰۰ نانومتر از دست می‌دهد.
- (۲) اتانول و روغن‌های گیاهی، نمونه‌هایی از سوخت‌هایی هستند که توسط جانداران ذره بینی، به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.
- (۳) پلاستیک‌های سبز، در ساختار خود اکسیژن دارند و در مدت زمان نسبتاً طولانی تجزیه شده و به طبیعت باز می‌گردند.
- (۴) لایه دوم هواکره، به دلیل وجود مقدار زیادی گاز اوزون، به لایه اوزون معروف است.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

اتانول و روغن‌های گیاهی، نمونه‌هایی از سوخت‌های سبز هستند. این سوخت‌ها زیست تخریب پذیر بوده و توسط جانداران ذره بینی، به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت پرتوهای فروسرخ یعنی پرتوهای با طول موج بیشتر از پرتوهای مرئی (طول موج پرتوهای مرئی بین ۴۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر است) از دست می‌دهد.



- ۳) پلاستیک‌های سبز، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل در ساختار آن‌ها اکسیژن نیز وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت زمان نسبتاً کوتاه تجزیه شده و به طبیعت باز می‌گردند.

- ۴) اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر می‌گویند که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

گروه آموزشی ماز

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) گاز اوزون، واکنش پذیری بیشتر و پایداری کمتری نسبت به دگرشکل دیگر اکسیژن دارد.
- (۲) جرم مولی آلوتروپی از اکسیژن که نقطه جوش بالاتری دارد، ۳ برابر آلوتروپ دیگر است.
- (۳) قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع سبب می‌شود که حجم آن‌ها به شدت کاهش یابد.
- (۴) در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

گاز اوزون و گاز اکسیژن، آلوتروپ‌های عنصر اکسیژن هستند. ویژگی این دو گاز را در جدول زیر می‌بینید:

نام دگر شکل	فرمول شیمیایی	جرم مولی	نقطه جوش (°C)
اکسیژن	O _۲	۳۲	-۱۸۳
اوزون	O _۳	۴۸	-۱۱۲

آلوتروپی از اکسیژن که نقطه جوش بالاتری دارد، اوزون با فرمول شیمیایی O_۳ است. جرم مولی O_۲، ۱/۵ برابر O_۳ می‌باشد؛ زیرا شمار اتم‌های آن، ۱/۵ برابر است:

$$\frac{m_{O_2}}{m_{O_3}} = \frac{2 m_O}{3 m_O} = 2/3$$

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ اکسیژن دارای دو آلوتروپ O_2 و O_3 است. گاز اوزون، واکنش پذیری بیشتر و پایداری کمتری نسبت به گاز اکسیژن دارد.
- ۲ قرار دادن بادکنک‌های پر شده از هوا، درون نیتروژن مایع سبب می‌شود که حجم آن‌ها به شدت کاهش یابد. زیرا دما با حجم رابطه مستقیم دارد و با کاهش دما، حجم نیز، کاهش می‌یابد.
- ۳ با توجه به واکنش پذیری بالای گاز اوزون، در صنعت از این گاز برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۵۳- حجم کدام یک از نمونه‌های زیر، بر حسب لیتر، از سایر نمونه‌ها بیشتر است؟ ($O = 16 : g.mol^{-1}$)

- ۱) نمونه‌ای از گاز اوزون در شرایط STP که دارای $1/80.6 \times 10^{24}$ اتم اکسیژن است.
- ۲) نمونه‌ای از گاز اکسیژن با دمای $136/5^\circ C$ و فشار $3 atm$ که 80 گرم جرم دارد.
- ۳) نمونه‌ای از $0/5$ مول گاز اوزون که دارای دمای $409/5 K$ و فشار $3 atm$ است.
- ۴) نمونه‌ای از گاز اکسیژن در شرایط STP که جرم آن 32 گرم است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا حجم گازهای داده در هر گزینه را به دست می‌آوریم:

۱) حجم گاز داده شده برابر است با:

$$? L O_3 = 1/80.6 \times 10^{24} O \times \frac{1 mol O}{6/0.2 \times 10^{23} O} \times \frac{1 mol O_3}{3 mol O} \times \frac{22/4 LO_3}{1 mol O_3} = 22/4$$

۲) به درسمانه زیر دقت کنید:

رابطه مقایسه‌ای قانون گازها برای مقایسه میان مولفه‌های مختلف دو نمونه گازی، به شرح زیر است:

$$\frac{PV}{T} \propto n \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{T_2}{T_1} \times \frac{P_1}{P_2} \times \frac{n_2}{n_1}$$

همچنین با کمک این رابطه می‌توانیم حجم مولی گازها را در شرایط مختلف، با مقایسه آن‌ها با حجم مولی گازها در شرایط استاندارد، به دست بیاوریم.

ابتدا شرایط داده شده را با شرایط STP مقایسه می‌کنیم تا حجم مولی گازها در شرایط داده شده به دست آید:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{3 \times V_2}{273 + 136/5} \rightarrow V_2 = 11/2$$

حال حجم گاز داده شده را به دست می‌آوریم:

$$? L O_3 = 80 g O_3 \times \frac{1 mol O_3}{32 g O_3} \times \frac{11/2 L O_3}{1 mol O_3} = 28$$

در این جا نیز، ابتدا شرایط داده شده را با شرایط STP مقایسه می‌کنیم تا حجم مولی گازها در شرایط داده شده به دست آید:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{3 \times V_2}{409/5} \rightarrow V_2 = 11/2$$

حال حجم گاز داده شده را به دست می‌آوریم:

$$? L O_3 = 0/5 mol O_3 \times \frac{11/2 L O_3}{1 mol O_3} = 5/6$$

۴) حجم گاز داده شده برابر است با:

$$? L O_3 = 32 g O_3 \times \frac{1 mol O_3}{32 g O_3} \times \frac{22/4 L O_3}{1 mol O_3} = 22/4$$

با توجه به محاسبات بالا، حجم گاز اکسیژن در گزینه دوم، بیشتر از سایر نمونه‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۵۴- بر اساس قانون آووگادرو،

- ۱) در شرایط استاندارد، گازها به نسبت‌های حجمی معینی با یکدیگر واکنش می‌دهند
- ۲) در دما و فشار ثابت، $22/4$ لیتر از گازهای گوناگون، برابر با یک مول از آن گاز است
- ۳) در فشار و دمای یکسان، یک مول از گازهای گوناگون، حجم ثابت و برابری دارند
- ۴) در فشار ثابت، با افزایش دما، حجم گازهای گوناگون نیز، افزایش می‌یابد

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

بر اساس قانون آووگادرو، در فشار و دمای یکسان، یک مول از گازهای گوناگون، حجم ثابت و برابری دارند. اگر این شرایط، شرایط استاندارد باشد، یعنی دما 0°C و فشار 1 atm باشد، حجم یک مول از گازهای گوناگون، برابر با $22/4$ لیتر است. در سایر شرایط، با استفاده از رابطه زیر، حجم مولی گازها را به دست می‌آوریم. یعنی شرایط داده شده را با شرایط استاندارد مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{P \times V}{T}$$

رابطه کلی قانون گازها به صورت زیر است:

$$PV = nRT \rightarrow \frac{PV}{T} \propto n$$

در این رابطه، P و V به ترتیب نشان دهنده فشار و حجم گاز مورد نظر هستند و T و n نیز نشان دهنده دما و شمار مول‌های ماده گازی مورد نظر هستند. به کمک این قانون، می‌توانیم تاثیر هر مولفه را بر سایر مولفه‌ها بررسی کنیم.

گروه آموزشی ماز

۵۵- در فشار ثابت، دمای ۳ مول گاز را $54/6^{\circ}\text{C}$ افزایش می‌دهیم تا حجم گاز $1/2$ برابر شود. اگر حجم اولیه گاز $16/8$ لیتر باشد، فشار چند اتمسفر است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا دمای مخلوط اولیه را به دست می‌آوریم:

$$\frac{P_1 \times V_1}{T_1} = \frac{P_2 \times V_2}{T_2} \rightarrow \frac{P \times V}{T_1} = \frac{P \times 1/2 V}{T_1 + 54/6} \rightarrow T_1 = 273$$

پس دمای مخلوط اولیه برابر با 273 درجه کلوین است. با توجه به اینکه حجم ۳ مول گاز برابر با $16/8$ لیتر شده است، یعنی حجم هر مول برابر با $5/6$ لیتر است. بنابراین در شرایط مورد نظر، حجم مولی گازها برابر با $5/6$ لیتر می‌باشد. اکنون شرایط مورد نظر را با شرایط استاندارد مقایسه می‌کنیم تا فشار به دست آید:

$$\frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{P \times V}{T} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{P \times 5/6}{273} \rightarrow P = 4$$

بنابراین فشار مخلوط گازی برابر با 4 atm است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- در ظرف روبه‌رو، واکنش برگشت پذیر $2\text{NO}_2 \rightleftharpoons \text{N}_2\text{O}_4$ انجام می‌شود. با توجه به شکل، در دمای ثابت، رابط بین دو محفظه را باز می‌کنیم (شکل پایین). کدام یک از وقایع زیر رخ داده است؟



(۱) فشار نصف شده و غلظت گاز قهوه‌ای رنگ افزایش یافته است.

(۲) فشار دو برابر شده و غلظت گاز قهوه‌ای رنگ افزایش یافته است.

(۳) فشار نصف شده و حجم مخلوط گازی دو برابر شده است.

(۴) فشار و حجم مخلوط گازی دو برابر شده است.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

در محفظه اول، دو گاز N_2O_4 و NO_2 وجود دارند. می‌دانیم که رنگ گاز NO_2 قهوه‌ای است. با توجه به شکل، پس از باز کردن رابط بین دو ظرف، حجم مخلوط گازها دو برابر می‌شود. با توجه به ثابت بودن دما و اینکه دما و فشار رابطه عکس با یکدیگر دارند، فشار مخلوط نصف می‌شود. همان‌طور که در شکل مشخص است، از میزان قهوه‌ای بودن مخلوط کاسته شده؛ پس می‌توان گفت که غلظت گاز قهوه‌ای رنگ NO_2 کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- مخلوطی به حجم ۵۶ لیتر از گازهای SO_3 و CO_2 با دمای $218/4\text{ K}$ و $1/6\text{ atm}$ ، دارای 208 گرم اکسیژن است. چند درصد حجمی این مخلوط را گاز

SO_3 تشکیل می‌دهد؟ ($O = 16\text{ g.mol}^{-1}$)

۷۰ (۴)

۵۰ (۳)

۴۰ (۲)

۶۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

ابتدا حجم مولی گازها را در شرایط داده شده به دست می آوریم:

$$\frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{P \times V}{T} \rightarrow \frac{1 \times 22/4}{273} = \frac{1/6 \times V}{218/4} \rightarrow V = 11/2 L$$

پس مجموع مول گازهای داده شده برابر است با:

$$\text{گاز } 1 \text{ mol} \times \frac{\text{گاز } 56 L}{11/2 L} = 5$$

بنابراین مجموع مول گازهای SO_3 و CO_2 برابر با ۵ است. حال مجموع مول اکسیژن موجود در این مخلوط را به دست می آوریم:

$$\text{گاز } 1 \text{ mol } O \times \frac{16 g O}{20.8 g O} = 13$$

اگر x مول SO_3 و y مول CO_2 در این مخلوط موجود باشد، $3x$ مول اتم اکسیژن مربوط به SO_3 و $2y$ مول اتم اکسیژن مربوط به CO_2 نیز داریم. پس می توان نوشت:

$$\begin{cases} x + y = 5 \\ 3x + 2y = 13 \end{cases} \rightarrow x = 3 \quad y = 2$$

بنابراین ۳ مول SO_3 و ۲ مول CO_2 در این مخلوط وجود دارد. درصد حجمی یک گاز با درصد مولی آن برابر است. پس داریم:

$$\frac{3}{5} \times 100 = 60\%$$

گروه آموزشی ماز

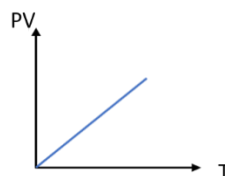
۵۸- کدام یک از نمودارهای زیر به صورت خطی و صعودی است؟

- ۱) تغییرات دما در لایه تروپوسفر برحسب ارتفاع
- ۲) تغییرات حاصل ضرب فشار در حجم (PV) برحسب دما (T) برای مقدار ثابتی از یک گاز
- ۳) تغییرات $\frac{P}{T}$ برحسب حجم (V) برای مقدار ثابتی از یک گاز
- ۴) تغییرات فشار برحسب حجم در دمای ثابت

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

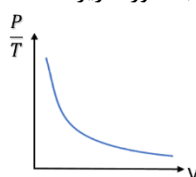
با توجه به رابطه ((عدد ثابت $= \frac{PV}{T}$))، می توان گفت تغییرات حاصل ضرب فشار در حجم (PV) با دما (T)، برای مقدار ثابتی از یک گاز، رابطه مستقیم دارد ($PV \propto T$). پس نمودار آن به صورت زیر است:



بررسی سایر گزینه ها:

۱) در لایه تروپوسفر، با هر کیلومتر افزایش ارتفاع، دما $6^\circ C$ افت می کند. پس نمودار دما برحسب ارتفاع در این لایه، به صورت خطی و نزولی است.

۳) تغییرات $\frac{P}{T}$ و حجم (V)، برای مقدار ثابتی از یک گاز، رابطه معکوس با یکدیگر دارند. هر گاه دو مقدار در یکدیگر ضرب شوند و حاصل آن ها عددی ثابت باشد، آن دو مقدار رابطه عکس با یکدیگر دارند. پس نمودار آن ها به صورت زیر است:



۴) در دمای ثابت، فشار یک گاز با حجم آن رابطه عکس دارد.

گروه آموزشی ماز

۵۹- در لایه اوزون، با انجام واکنش $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$ در جهت، پرتو تولید می‌شود.

(۴) برگشت - فرابنفش

(۳) رفت - فروسرخ

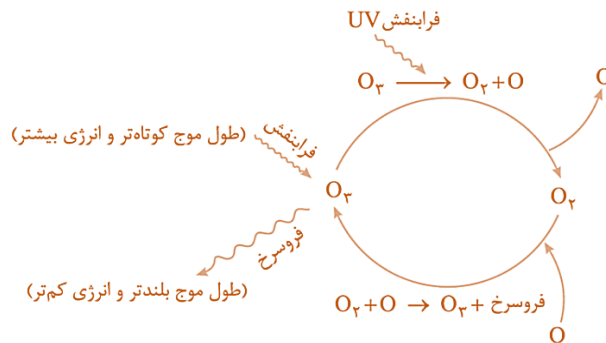
(۲) رفت - فرابنفش

(۱) برگشت - فروسرخ

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

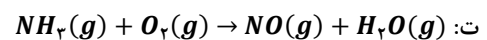
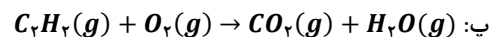
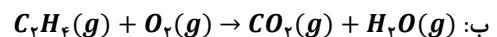
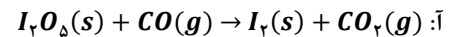
پاسخ تشریحی:

در معادله $2O_3 \rightleftharpoons 3O_2$ ، در واکنش برگشت پرتو فرابنفش جذب شده و در واکنش رفت پرتو فروسرخ آزاد می‌شود. با تکرار این چرخه، پرتوهای پرانرژی خورشید، به پرتوهایی با طول موج بیشتر و انرژی کمتر تبدیل می‌شود.



گروه آموزشی ماز

۶۰- با توجه به واکنش‌های زیر که در ظرف سر بسته و دمای ثابت انجام می‌گیرد، اگر واکنش‌دهنده‌ها به طور کامل مصرف شوند، به ترتیب در کدام ظرف افزایش فشار و در کدام ظرف کاهش فشار خواهیم داشت؟



(۴) ب و پ

(۳) پ و ت

(۲) آ و ب

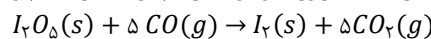
(۱) ت و پ

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

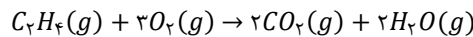
پاسخ تشریحی:

با توجه به اینکه واکنش‌ها در حجم (ظرف سر بسته) و دمای ثابت انجام می‌شود، اگر مجموع مول گازهای فراورده‌ها، بیشتر از مجموع مول گازهای واکنش دهنده‌ها باشد، با توجه به رابطه $(\frac{PV}{nT} = \text{عدد ثابت})$ ، فشار نیز افزایش می‌یابد اما اگر مجموع مول گازهای فراورده‌ها، کمتر از مجموع مول گازهای واکنش دهنده‌ها باشد، یعنی کاهش مقدار n داشته باشیم، فشار نیز کاهش می‌یابد. پس ابتدا واکنش‌ها را موازنه می‌کنیم و اختلاف مول مواد گازی را به دست می‌آوریم:

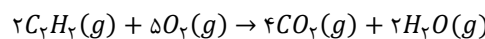
آ) ۵ مول گاز در سمت واکنش دهنده و ۵ مول گاز نیز در سمت فراورده وجود دارد؛ پس تغییر حجم و فشار در این واکنش نداریم.



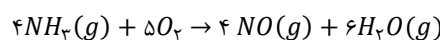
ب) در واکنش زیر، مجموع مول مواد گازی در دو طرف واکنش یکسان است. پس در این واکنش نیز، تغییر حجم و فشار نداریم.



پ) ۷ مول ماده گازی در سمت واکنش دهنده‌ها و ۶ مول ماده گازی در سمت فراورده‌ها داریم. پس مجموع مول مواد گازی کاهش یافته و فشار نیز کاهش می‌یابد.



ت) ۹ مول ماده گازی در سمت واکنش دهنده‌ها و ۱۰ مول ماده گازی در سمت فراورده‌ها داریم. پس مجموع مول مواد گازی افزایش یافته و فشار نیز افزایش می‌یابد.



گروه آموزشی ماز

- ۶۱- اکسید عنصر A در طبیعت به دو صورت AO_x و AO_{x+1} است. اگر $\frac{1}{2}$ مول از ترکیب AO_x دارای $10^{23} \times \frac{3}{612}$ اتم باشد، چند مورد از مطالب زیر، نمی تواند درست باشد؟ (عنصر A در دوره سوم جدول دوره ای قرار دارد).
- آ: ترکیب AO_x می تواند گازی بی رنگ و بی بو با خاصیت بسیار سمی باشد.
- ب: عنصر A ، در سمت چپ جدول دوره ای قرار داشته و اکسید آن خاصیت اسیدی دارد.
- پ: ترکیب AO_x می تواند یکی از آلاینده های حاصل از سوختن سوخت های فسیلی باشد.
- ت: واکنش $AO_x + O_2 \rightarrow AO_{x+1}$ می تواند یکی از واکنش های تولید صنعتی اسید سولفوریک باشد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

موارد (پ) و (ت) درست هستند.

عنصر A نمی تواند عنصری فلزی باشد. عناصر فلزی دوره سوم، سدیم، منیزیم و آلومینیم هستند که یک نوع اکسید تشکیل می دهند. پس AO_x مولکولی است که دارای $x + 1$ اتم است. اکنون مقدار x را به دست می آوریم:

$$\frac{10^{23} \times \frac{3}{612}}{1 \text{ mol } AO_x} \times \frac{x + 1 \text{ mol } AO_x}{1 \text{ mol } AO_x} \times \frac{6/0.2 \times 10^{23}}{1 \text{ mol } AO_x} \rightarrow x = 2$$

پس اکسیدهای مورد نظر به صورت AO_2 و AO_3 هستند. در میان عناصر دوره سوم، گوگرد چنین اکسیدهایی تشکیل می دهد؛ پس اکسیدهای مورد نظر SO_2 و SO_3 هستند.

بررسی موارد:

- آ: SO_2 گازی بسیار سمی نیست. (یادآوری: CO گازی بی رنگ، بی بو و بسیار سمی است).
- ب: عنصر A ، نافلزی است و در سمت راست جدول دوره ای قرار دارد. اکسید آن خاصیت اسیدی دارد. در سمت چپ جدول دوره ای، عمدتاً عناصر فلزی (به جز هیدروژن) قرار دارند.
- پ: SO_2 یکی از آلاینده های حاصل از سوختن سوخت های فسیلی می باشد.
- ت: واکنش $SO_2 + O_2 \rightarrow SO_3$ یکی از واکنش های تولید صنعتی اسید سولفوریک است. برای تولید این اسید، ابتدا گوگرد را می سوزانند و به SO_2 تبدیل می کنند. سپس بار دیگر SO_2 را با گاز اکسیژن واکنش داده و SO_3 تولید می کنند. از واکنش SO_3 با آب، اسید سولفوریک به دست می آید.



گروه آموزشی ماز

- ۶۲- در سیلندری با پیستون متحرک، مقداری گاز نیتروژن وجود دارد. با افزایش

(۱) مقدار گاز، فشار آن نیز، افزایش می یابد.

(۲) دمای گاز، فشار آن کاهش می یابد.

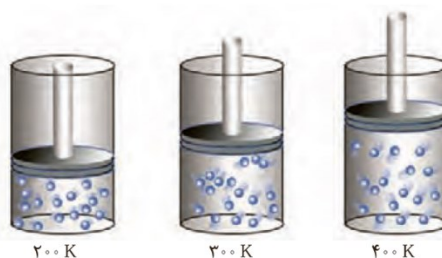
(۳) حجم گاز، دمای آن نیز، افزایش می یابد.

(۴) مقدار گاز، حجم آن کاهش می یابد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

هنگامی که گازی را در سیلندری با پیستون متحرک قرار می دهیم، فشار آن ثابت می ماند. پس با تغییر مقدار و یا حجم گاز، فشار تغییری نخواهد کرد. در فشار ثابت، با افزایش حجم، دما نیز افزایش می یابد. به شکل زیر دقت کنید. مقداری گاز در پیستون متحرک وجود دارد که با افزایش حجم، دما نیز افزایش یافته و فشار ثابت است (زیرا نیروی پیستون ثابت است):



۶۳- با استفاده از اکسید عناصر دسته جدول دوره‌ای، می‌توان کربن دی‌اکسید را به مواد تبدیل کرد.

(۴) S - معدنی جامد

(۳) p - معدنی جامد

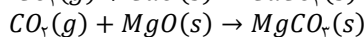
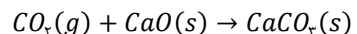
(۲) S - آلی مایع

(۱) p - آلی مایع

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

برای جلوگیری از ورود کربن دی‌اکسید تولید شده توسط نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی، این گاز را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند. این عناصر از جمله عناصر دسته S جدول دوره‌ای هستند. در این واکنش‌ها، مواد معدنی کلسیم کربنات و منیزیم کربنات به صورت جامد تولید می‌شود.



گروه آموزشی ماز

۶۴- اگر در شرایطی، بتوانیم ۳٪ از گاز نیتروژن موجود در هواکره را با اکسیژن واکنش دهیم، در شرایط استاندارد به تقریب چند لیتر هوا برای تولید ۱/۵

گرم گاز NO لازم است؟ ($N = 14, O = 16: g.mol^{-1}$)

(۴) ۲۴

(۳) ۴۸

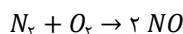
(۲) ۱۲

(۱) ۶۰

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

ابتدا واکنش تولید گاز NO از گازهای نیتروژن و اکسیژن را می‌نویسیم:



۷۸ درصد از حجم هواکره (تروپوسفر) را گاز نیتروژن تشکیل داده است. ابتدا باید ببینیم برای تولید ۱/۵ گرم گاز NO، به چند گرم گاز نیتروژن نیاز است. این مقدار گاز نیتروژن، تنها ۳٪ از گاز نیتروژن موجود در هواکره است. پس به میزان بسیار بیشتری نیتروژن وجود دارد که با گاز اکسیژن واکنش نمی‌دهد. پس از اینکه مقدار گاز نیتروژن مورد نیاز را به دست آوریم، مقدار هوایی که این مقدار نیتروژن را در خود دارد، محاسبه می‌کنیم:

$$L \text{ هوا} = \frac{100}{78} \times \frac{22.4}{1} \times \frac{100 \text{ mol NO (واکنش نداده)}}{3 \text{ mol NO (واکنش میدهد)}} \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol NO}} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{30 \text{ g NO}} \times \frac{1}{5} \text{ g NO} = 24 \text{ L}$$

پس برای تولید ۱/۵ گرم گاز NO، به تقریب به ۲۴ لیتر هوا نیاز است.

برای تمرین بیشتر مثال زیر را حل کنید.

برای سوختن کامل ۲۸ گرم گاز پنتن (C_5H_{10}) چند لیتر هوا، شامل ۲۰٪ اکسیژن، در شرایط STP لازم است؟ ($H = 1, C = 12: g.mol^{-1}$)

(۴) ۶۷۲

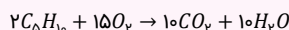
(۳) ۲۲۴

(۲) ۳۳۶

(۱) ۶۷/۲

پاسخ: گزینه ۲

واکنش سوختن پنتن به صورت زیر است:



مقدار هوای مورد نیاز برابر است با:

$$L \text{ هوا} = 28 \text{ g } C_5H_{10} \times \frac{1 \text{ mol } C_5H_{10}}{70 \text{ g } C_5H_{10}} \times \frac{15 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_5H_{10}} \times \frac{22.4 \text{ L } O_2}{1 \text{ mol } O_2} \times \frac{100 \text{ L هوا}}{20 \text{ L } O_2} = 336$$

پس ۳۳۶ لیتر هوا برای سوختن این مقدار از گاز پنتن، لازم است.

گروه آموزشی ماز

۶۵- با توجه به واکنش‌های سه مرحله‌ای تولید اوزون تروپوسفری از نیتروژن موجود در هواکره، کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

(۱) به ازای مصرف هر مول اکسید نیتروژن در واکنش‌های مرحله دوم و سوم، یک مول گاز اکسیژن نیز در هر واکنش مصرف می‌شود.

(۲) با مصرف هر مول گاز نیتروژن در این واکنش‌ها، در نهایت دو مول گاز اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.

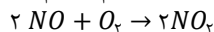
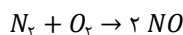
(۳) در واکنش سوم برخلاف واکنش دوم، از مقدار گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.

(۴) برای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، به ۲ مول گاز اکسیژن نیاز است.

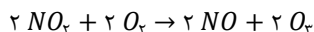
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی

از سوختن هر مول گاز N_2 به هنگام رعد و برق، طی دو مرحله، دو مول گاز NO_2 تولید می‌شود. بدین صورت که ابتدا ۲ مول NO تولید شده و سپس این دو مول NO ، مجدد می‌سوزد و دو مول NO_2 تولید می‌کند:



در مرحله بعد نیز، دو مول NO_2 مطابق معادله زیر، واکنش می‌دهد:



بررسی گزینه‌ها:

- ۱ به ازای مصرف هر مول اکسید نیتروژن در واکنش‌های مرحله دوم و سوم، به ترتیب نیم و یک مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. پس گزینه اول نادرست است.
- ۲ همان‌طور که در واکنش‌های بالا می‌بینید، با مصرف هر مول گاز نیتروژن در این واکنش‌ها، در نهایت دو مول گاز اوزون تروپوسفری تولید می‌شود.
- ۳ در واکنش سوم برخلاف واکنش دوم، NO_2 مصرف شده و از مقدار گاز قهوه‌ای رنگ هواکره کاسته می‌شود.
- ۴ در واکنش‌های بالا، برای تولید ۲ مول اوزون، مجموعاً ۴ مول گاز اکسیژن مصرف شده است؛ پس برای تولید هر مول اوزون تروپوسفری، به ۲ مول گاز اکسیژن نیاز است.

گروه آموزشی ماز

۶۶- در کارخانه‌ای ماهیانه، حداکثر ۴ کیلوگرم CO_2 تولید می‌شود. با استفاده از کدام منبع برق، برق بیشتری می‌توان تولید کرد؟

(۴) باد

(۳) زغال سنگ

(۲) گاز طبیعی

(۱) نفت خام

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

ترتیب مقدار کربن دی اکسید تولید شده، به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، در منابع مختلف به صورت زیر است:

زغال سنگ < نفت خام < گاز طبیعی < انرژی خورشید < گرمای زمین < باد

به ازای تولید کربن دی اکسید یکسان، منبعی که به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، CO_2 بیشتری تولید می‌کند، برق کمتری می‌تواند تولید کند. به عنوان مثال اگر برای تولید ۱۰۰۰ کیلووات ساعت برق، از زغال سنگ استفاده کنیم، ۹۰۰ کیلوگرم CO_2 تولید می‌شود اما اگر از منبع نفت خام استفاده کنیم، به ازای تولید ۱۳۰۰ کیلووات ساعت برق، این مقدار CO_2 تولید می‌شود. پس در صورتی که مقدار CO_2 تولید شده برای همه منابع یکسان باشد، منبعی که به ازای هر کیلووات ساعت تولید برق، CO_2 کمتری تولید کند، برق بیشتری تولید می‌کند (نسبت عکس).

گروه آموزشی ماز

۶۷- شکل روبه‌رو، اکسیدی از یکی از عناصر دوره دوم را نشان می‌دهد. کدام یک از مطالب زیر در مورد اتم مرکزی در ساختار داده شده، نادرست است؟



(۱) آرایش الکترونی آن در حالت آزاد، به زیرلایه $2p^2$ ختم می‌شود.

(۲) اکسید دو اتمی آن دارای جفت الکترون ناپیوندی در ساختار خود است.

(۳) مولکول نشان داده شده، از جمله گازهایی است که مانع خروج پرتوهای فرسرخ گسیل شده از زمین، می‌شود.

(۴) هر چقدر مقدار اکسید نشان داده شده در هواکره بیشتر باشد، ورود پرتوهای پرنرژژی خورشیدی کمتر بوده و دمای زمین کاهش خواهد یافت.

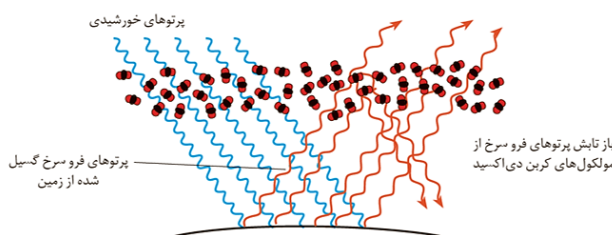
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و حفظی - ۱۰۰٪)

پاسخ تشریحی:

اکسیدی از عناصر دوره دوم که ساختار خطی داشته باشد، CO_2 است. پس اتم مرکزی در شکل نشان داده شده، کربن می‌باشد. هر چقدر مقدار CO_2 هواکره بیشتر باشد، مانع از خروج گرمای گسیل شده از زمین می‌شود و دمای زمین بالاتر خواهد رفت.

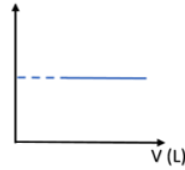
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ آرایش الکترونی کربن، به زیرلایه $2p^2$ ختم می‌شود. این عنصر در گروه ۱۴ قرار داشته و آرایش الکترونی فشرده آن به صورت $[He]2s^2 2p^2$ است.
- ۲ اکسید دو اتمی کربن، مولکول CO است که دارای ۲ جفت الکترون ناپیوندی و ۳ جفت الکترون پیوندی در ساختار خود است.
- ۳ CO_2 و H_2O از جمله گازهای گلخانه‌ای هستند که مانع خروج پرتوهای فرسرخ گسیل شده از زمین، می‌شوند.





۶۸- نمودار زیر، تغییرات کدام مورد بر حسب حجم، می‌تواند باشد؟ (P و V ، به ترتیب بیانگر فشار و حجم هستند).



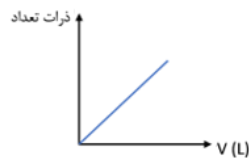
- آ: مول گاز
(۱) ب و ت
ب: PV (در دمای ثابت)
(۲) ب و پ
پ: $\frac{V}{T}$ (در فشار ثابت)
(۳) آ و ت
ت: P
(۴) آ و پ

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۰۰۲)

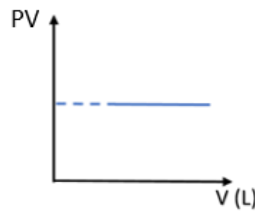
پاسخ شریقی:

موارد (ب) و (پ) درست هستند.

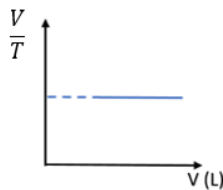
آ: حجم گاز با مول آن نسبت مستقیم دارد و نمودار مول گاز بر حسب حجم به صورت خطی است. به عنوان مثال با دو برابر کردن مول گاز در شرایط ثابت، حجم آن نیز، دو برابر می‌شود.



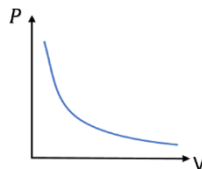
ب: با توجه به رابطه $(\frac{PV}{T} = \text{عدد ثابت})$ ، در شرایطی که دما ثابت باشد، حاصل PV ، همواره مقدار ثابتی است و با تغییرات حجم، تغییری نمی‌کند. پس نمودار PV بر حسب حجم به صورت زیر است:



پ: با توجه به رابطه $(\frac{PV}{T} = \text{عدد ثابت})$ ، در شرایطی که فشار ثابت باشد، حاصل $\frac{V}{T}$ ، همواره مقدار ثابتی است و با تغییرات حجم، تغییری نمی‌کند. پس نمودار $\frac{V}{T}$ بر حسب حجم به صورت زیر است:



ت: به طور کلی حجم با فشار رابطه عکس دارد و با افزایش حجم یک نمونه گاز، فشار آن کاهش می‌یابد.



گروه آموزشی ماز

۶۹- در واکنش سوختن گاز هیدروژن و تولید بخار آب، مقداری گرما آزاد می‌شود. اگر در ابتدا، واکنش دهنده‌ها در شرایط STP باشند و در پایان واکنش حجم مخلوط گازی ثابت بماند، دما چند درجه کلوین تغییر یافته است؟ (فشار ثابت است).

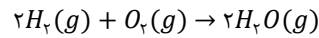
- (۱) $136/5$ (۲) $409/5$ (۳) 182 (۴) 455



پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



طی این واکنش، ۳ مول گاز، به ۲ مول گاز تبدیل می شود. پس اگر شرایط قبل و بعد از واکنش یکسان بود، انتظار داشتیم که حجم مخلوط کاهش یابد اما با توجه به صورت سوال، گرما آزاد شده و دما افزایش یافته است. از آن جا که فشار ثابت است، حجم نیز افزایش یافته است. اگر تصور کنیم که در ابتدا ۳ مول گاز در شرایط STP داشتیم، حجم آن برابر با 3×22.4 لیتر می شود. در نهایت نیز ۲ مول گاز با حجم مشابه داریم. پس حجم مولی گازها در شرایط پایان واکنش برابر با $1/5 \times 22.4$ لیتر است:

حال شرایط نهایی را با شرایط استاندارد مقایسه می کنیم:

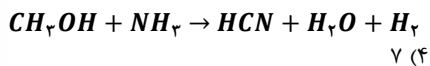
$$\frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{P \times V}{T} \rightarrow \frac{1 \times 22.4}{273} = \frac{1 \times 1/5 \times 22.4}{T} \rightarrow T = 40.9/5$$

مخلوط اولیه نیز در شرایط استاندارد بوده است. پس دمای مخلوط از ۲۷۳ به $40.9/5$ درجه کلوین تغییر یافته است. اختلاف آن ها برابر است با:

$$40.9/5 - 273 = 136/5$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- مجموع ضرایب مواد شرکت کننده در واکنش زیر، کدام است؟



۷ (۴)

۶ (۳)

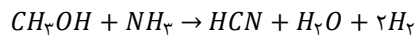
۸ (۲)

۱۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۲)

پاسخ تشریحی:

برای شروع موازنه به CH_3OH ضریب ۱ می دهیم. یا توجه به موازنه کربن و اکسیژن، HCN و H_2O نیز ضریب ۱ می گیرند. اکنون می توان نیتروژن را موازنه کرد. بنابراین به NH_3 نیز ضریب ۱ تعلق می گیرد. اکنون هیدروژن را موازنه می کنیم. واکنش نهایی به صورت زیر است:



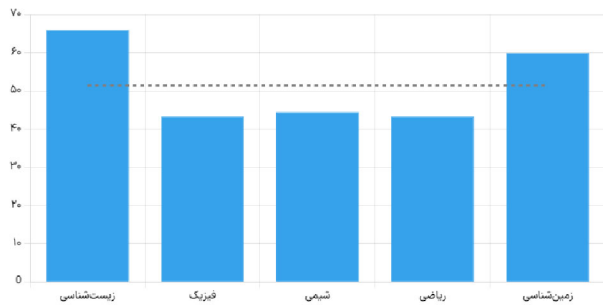
پس مجموع ضرایب برابر با ۶ است.

گروه آموزشی ماز

سلام! امیدوارم که حالت خوب باشه!

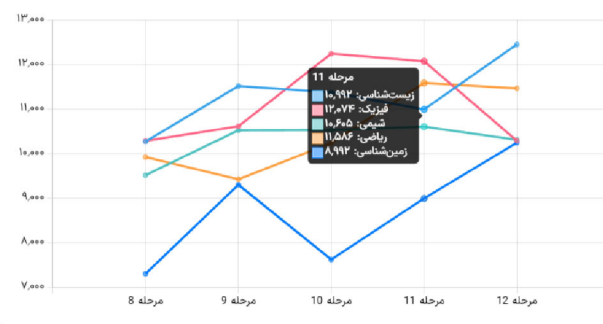
در آزمون‌های قبل، اطلاعات کلی ارائه شده در صفحه‌های اول تا سوم کارنامه آزمون‌های ماز رو به شما معرفی کردیم! در این بخش، می‌خوایم به طور خلاصه اطلاعات موجود در صفحه چهارم کارنامه رو بهت معرفی کنیم تا بتونی آزمون‌های خودت رو با موفقیت تحلیل کنی. در صفحه چهارم کارنامه آزمون‌های ماز، اطلاعات نموداری مختلف به شما ارائه شده است.

پراکندگی درصدهای شما نسبت به وضعیت کلی خودتان:

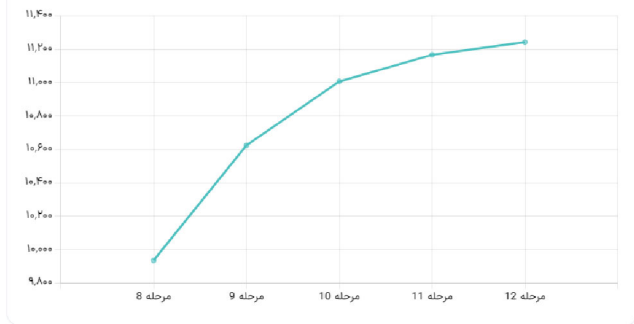


اولین نمودار، پراکندگی درصدهای مختلف شما نسبت به همدیگر و در مقایسه با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما نشان داده می‌شود. خط چین خاکستری، معادل با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما بوده و نمودار هر درس، در مقایسه با این خط مقایسه شده است. به طور کلی، باید سعی کنید درصدهای شما در دروس مختلف پراکندگی کمتری داشته باشد تا نتیجه بهتری را در آزمون‌ها بگیرید. توجه داشته باشید که همیشه یک درصد پاسخ‌گویی بسیار پایین، دو درصد پاسخ‌گویی بالای شما را خنثی کرده و ضربه زیادی به تراز نهایی شما وارد می‌کند.

روند تغییرات تراز دروس اختصاصی:

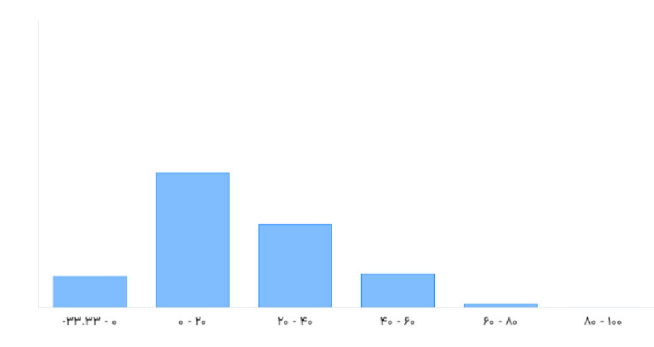


روند تغییرات تراز:



در نمودارهای دوم و سوم، روند تغییر تراز کل و تراز تک‌تک دروس شما مشخص شده است. باید سعی کنید که در طول سال، تراز کلی شما و تراز تک‌تک دروس شما روند افزایشی داشته باشد و ظاهر نمودار، همواره به صورت صعودی باشد. نمودار سینوسی (نموداری که مدام بین روند کاهشی و افزایشی تغییر فاز می‌دهد) و یا نمودار نزولی، شرایط ایده‌آلی را برای شما به وجود نیاورده و در نهایت، منجر به پیشرفت شما نمی‌شود. اگر در طول سال تحصیلی، همواره به دنبال بهبود روند مطالعاتی خود بوده، به صورت مدام ساعت مطالعه خود را افزایش دهید و با تحلیل درست آزمون، اشکالات خود در آزمون را رفع کنید، قطعاً نمودار روند تغییر تراز شما صعودی خواهد شد.

پراکندگی درصد شرکت‌کنندگان در این آزمون - درس "زیست‌شناسی":



در ادامه صفحه چهارم کارنامه ماز، نسبتی از داوطلبان که درصد پاسخ‌گویی آن‌ها در هر درس در بازه‌های مختلف قرار گرفته است، نشان داده شده است. طبیعاً هرچه قدر که یک درس درجه سختی بالاتری داشته باشد، بخش بیشتری از داوطلبان آن درس درصد پاسخ‌گویی پایین‌تری خواهند داشت و هرچه قدر که یک درس درجه سختی پایین‌تری داشته و آسان‌تر باشد، بخش بیشتری از داوطلبان آن درس درصد پاسخ‌گویی بالاتری خواهند داشت. با مشاهده این نمودارها، می‌توانید وضعیت کلی خود در مقایسه با سایر شرکت‌کنندگان آزمون را بسنجید.

چرا قرار از آزمون هام پاینه!

این سوال معمولاً بعد از مشاهده نتیجه آزمون به ذهن خیلی از بچه ها میاد! اما چرا این اتفاق رخ داده، چه کارهایی لازم هست انجام بدیم که بتونیم پیشرفت کنیم؟! در این مقاله می خواهیم عللی را که باعث می شوند دانش آموزان در آزمون ها پیشرفت نکنند را به شما آموزش بدهیم.

۱ روش صحیح مطالعه

گاهی اوقات شما روش صحیح مطالعه دروس را نمی دانید یا دروس محاسباتی را در زمان هایی قرار می دهید که ذهنتان خسته هست و کارایی بالایی ندارید. بهترین راه یادگیری شیوه صحیح مطالعه هر درس و داشتن یک برنامه ریزی درسی درست است. (در این راستا می توانید از دوره رایگان قطب نما در سایت ماز استفاده کنید.)

۲ فضای مطالعه

فضای مطالعاتی شما بسیار مهم است چون ارتباط مستقیمی با کیفیت مطالعتان دارد. دمای اتاق باید مطلوب باشد نه گرم که خوابتان بگیرد و نه سرد که تمرکزتان را بگیرد. از خانواده بخواهید فضای خانه را برایتان به نحوی در نظر بگیرند تا سرو صدا به حداقل خود برسد. تلفن همراه و هر چیزی که باعث می شود حواستان پرت شود را باید خارج از فضای مطالعه قرار دهید.

۳ افزایش تسلط با تمرین زیاد

در ابتدا لازم است ساعت مطالعه تان را در سطح مطلوبی نگه دارید و به صورت نوسانی مطالعه نداشته باشید. برای افزایش تسلط روی مباحث آزمون لازم است تست های فراوانی را حل کنید. با حل تست های مختلف می توانید متوجه شوید که از نظر طراحان چه نکاتی مهم است و باید در حین مطالعه به چه نکاتی توجه کنید. از حل تست آزمون های سال های گذشته غافل نشوید. ماز برای شما دسترسی آزاد و رایگانی را قرار داده است که با نصب اپلیکیشن دیجی ماز می توانید آرشیو آزمون ها را دانلود و از آن استفاده کنید.

۴ منابع متناسب با سطح خودتان

بهترین منبع برای شما، منبعی است که بتوانید از پس سوالاتشان بر بیایید و اعتماد بنفستان را از دست ندهید. شما در مرحله اول بهتر است سوالات یک منبع را حل کنید تا سطح تسلطتان افزایش پیدا کند. در مرحله بعدی می توانید به سراغ تست هایی با سطح بالاتر بروید.

۵ استفاده از استراتژی های آزمون

بهتر است زمان حل تست ها در منزل مدیریت زمان را تمرین کنید. در ادامه بهتر است تکنیک های ضربدر و منها را نیز تمرین کنید. به کمک این روش ها می توانید سرعت پاسخگویی خودتان را بالا ببرید و فرصت کنید تست های بیشتری را پاسخ بدهید.

در نظر داشته باشید برای افزایش سرعت پاسخگویی به تست ها فقط این تکنیک ها کمک کننده نیست! این تکنیک ها به همراه حل تست های فراوان به شما کمک می کنند تا سرعت عملتان بالا رود.



تکنیک‌ها و روش‌های آزمون دادن

آزمون دادن یکی از مهم‌ترین کارهایی است که دانش‌آموزان در سال کنکور انجام می‌دهند که بهتر است اصول درست آن را یاد بگیرند و به درستی پیاده کنند. به کمک **گام ۴** پیش‌رو می‌توانید از پس آزمون‌ها بهتر بربیایید.

گام اول : تقسیم زمان

زمان هر درس در ابتدای دفترچه نوشته شده است. شما لازم است آزمون را در ۸۰ درصد از زمان اعلامی تمام کنید.

گام دوم : تست شناسی

شما ۸۰ درصد زمان را لازم دارید و در مواجهه با هر تست، یکی از ۵ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

- ① تست را بلد هستید و می‌توانید در زمان مناسب حل کنید.
- ② تست را بلد هستید و زمان زیادی لازم است تا به جواب برسید.
- ③ در حل تست شک دارید، مبحث را فراموش کرده‌اید یا در رسیدن به جواب شک دارید.
- ④ مبحث آن را مطالعه کرده‌اید ولی نمی‌توانید تست را حل کنید.
- ⑤ آن مبحث را مطالعه نکرده‌اید.

گام سوم : استفاده از اطلاعات

تست‌های دسته اول را به سرعت حل کنید.
در دسته دوم و سوم کنار سوال علامت بزنید و اگر وقت اضاف آوردید به آن برگردید.
سوالات دسته چهارم و پنجم را حل نکنید و به سرعت از آن‌ها رد شوید.

گام چهارم : بازگشت

در ۸۰ درصد زمان سوالات را حل کنید. در ۲۰ درصد باقی مانده به سراغ سوالات دسته دوم و سوم بروید. در مدت زمانی که دارید هر تعداد از سوالات را که می‌توانید حل کنید.
در بازگشت به تست‌های دسته دوم و سوم بهتر است ابتدا به سراغ درسی بروید که در آن تسلط بالاتری دارید.

با تمرین و تکرار این روش‌ها می‌توانید تست‌ها را به درستی شناسایی کنید و تمام سوالات ساده و متوسط را حل کنید.





دیجی ماز ، کتابخانه ی دیجیتال ماز

دیجی ماز به پلتفرم الکترونیکی و آموزشی که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .



دیجی ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه ی کتاب هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببری



تولید کمتر کاغذ به
حفظ محیط زیستمون
کمک میکنه



هزینه ی کتاب های الکترونیکی
خیلی کمتر از کتاب های
چاپ شده است



یک بار هر کتابی رو میخری
ولی با هر چاپ جدید و
آپدیت محتوای کتاب ،
بهش دسترسی
کامل داری !



سری کتاب های بیست شو منتشر شد

— برای ۲۰ شرن در امتحان نهایی —

تهیه ی **کتاب های بیست شو** ،

هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه ی کتاب ها از طریق [سایت digimaze.org](http://digimaze.org)



[digimaze_org](https://www.digimaze.org)



AzmonVIP



digimaze.org