



کد کنترل

121

A

پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۰۳



پاسخنامه آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی – مرحله ۱۰

درس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان خشایار خاکی	علیرضا کاظمی بقا - حمیدرضا ولی پور
فیزیک	عباس غریبی	عباس غریبی	محمدجواد سورچی - نرجس تیمناک علیرضا ملک حسینی - محمد صادقی فرد
شیمی	علی ترابی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی محمد کهنه پوشی	سجاد سیف اللهی - عالیہ میرزایی محمد داوود آبادی فراهانی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

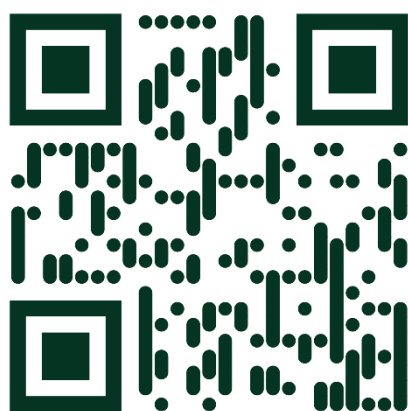


AzmonVIP



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیه روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون ها کمک می کنی (:



<https://B2n.ir/z42183>

مازی ها؛ میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)

آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰۱ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم آدرس سوال



AzmonVIP

۱- زاویه α متمم زاویه β و مکمل زاویه θ است. آن گاه کدام صحیح است؟

$\cot \alpha = -\tan \beta$ (۴)

$\sin \alpha = \sin \theta$ (۳)

$\cos \alpha = -\sin \beta$ (۲)

$\tan \alpha = \tan \theta$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

نکات:

(۱) نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه مکمل:

اگر α و β مکمل یکدیگر باشند، آن گاه سینوس آن‌ها با یکدیگر برابرند و کسینوس تانژانت و کتانژانت آن‌ها قرینه یکدیگرند. به عبارت دیگر:

$\sin \alpha = \sin \beta$

$\cos \alpha = -\cos \beta$

$\tan \alpha = -\tan \beta$

$\cot \alpha = -\cot \beta$

(۲) نسبت‌های مثلثاتی دو زاویه متمم:

اگر α و β دو زاویه متمم باشند، آن گاه سینوس یکی با کسینوس دیگری و تانژانت یکی با کتانژانت دیگری برابر است و برعکس. به عبارت دیگر:

$\sin \alpha = \cos \beta$

$\cos \alpha = \sin \beta$

$\tan \alpha = \cot \beta$

$\cot \alpha = \tan \beta$

پاسخ تشریحی:

زاویه α و β متمم و زاویه α و θ مکمل یکدیگرند، پس گزینه‌های ۱ و ۳ را با توجه به مورد اول نکته و گزینه‌های ۲ و ۴ را با توجه به مورد دوم نکته بررسی می‌کنیم:

بررسی گزینه‌ها:

$\tan \alpha = -\tan \theta$ ✗

$\cos \alpha = \sin \beta$ ✗

$\sin \alpha = \sin \theta$ ✓

$\cot \alpha = \tan \beta$ ✗

همانطور که مشاهده کردید، گزینه ۳ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۲- اگر α و β و $\frac{3\pi}{8}$ ، بر روی دایره مثلثاتی، سه رأس یک مثلث متساوی‌الاضلاع باشند، به طوری که α و β مثبت و کمتر از 2π باشند، حاصل $\alpha + \beta$ کدام است؟

$\frac{11\pi}{4}$ (۴)

$\frac{9\pi}{4}$ (۳)

$\frac{19\pi}{8}$ (۲)

$\frac{17\pi}{8}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

نکات:

(۱) زاویه محاطی: اندازه هر زاویه محاطی در دایره، برابر است با نصف کمان مقابل به آن.

(۲) تبدیل درجه به رادیان و برعکس: برای این تبدیل از تناسب زیر استفاده می‌کنیم:

زاویه به رادیان
 \uparrow
 $\frac{R}{D} = \frac{\pi}{180^\circ}$
 \downarrow
 زاویه به درجه

گام اول:

هر زاویه مثلث متساوی الاضلاع برابر 60° است و با توجه به مورد اول نکته می دانیم که هر زاویه محاطی، نصف کمان مقابل به آن است، پس کمان های مقابل به زوایای این مثلث مقدارشان 120° است.

گام دوم:

120° را با توجه مورد دوم نکته، به رادیان تبدیل می کنیم:

گام سوم:

با توجه به اینکه می خواهیم طول کمان هایمان $\frac{2\pi}{3}$ باشد و طبق گفته سوال، α و β از 2π کمتر و مثبت هستند، برای رسیدن به α و β به ترتیب یک $\frac{2\pi}{3}$ و دو تا $\frac{2\pi}{3}$ از $\frac{2\pi}{3}$ جلوتر می رویم:

$$\alpha = \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}$$

$$\beta = \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3} + \frac{2\pi}{3}$$

$$\alpha + \beta = \frac{9\pi + 16\pi + 9\pi + 16\pi + 16\pi}{24} = \frac{66\pi}{24} = \frac{11\pi}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۳- اگر $x = \sin \frac{5\pi}{3} \cos \frac{11\pi}{6} - \tan \frac{2\pi}{4}$ و $y = \cos \frac{4\pi}{3} \sin \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{5\pi}{4}$ باشد و همچنین $x + my = 2$ ، آن گاه m کدام است؟

$\frac{7}{5}$ (۴)

$\frac{5}{7}$ (۳)

$-\frac{7}{3}$ (۲)

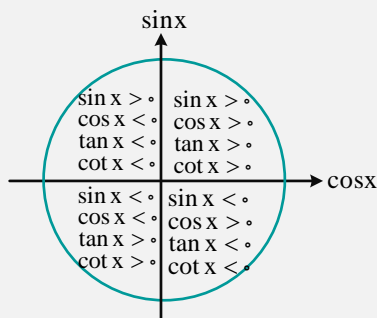
$-\frac{5}{3}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

نکات:

(۱) علامت نسبت های مثلثاتی نواحی دایره مثلثاتی:



(۲) نسبت های مثلثاتی زوایا به فرم $k\pi \pm \alpha$:

ابتدا $k\pi$ را حذف می کنیم و همان نسبت داده شده را فقط برای زاویه α می نویسیم و سپس مشخص می کنیم که $k\pi \pm \alpha$ در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می گیرد، اگر نسبت ها در آن ناحیه مثبت بود دیگر نیازی نیست که کاری انجام دهیم، اما اگر نسبت در آن ناحیه منفی بود، پشت حاصل، یک منفی قرار می دهیم (حواستان باشد که α را حاده فرض می کنیم)، مثلاً:

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

در ناحیه ۲، سینوس مثبت است.

$$\cos(\pi + \alpha) = -\cos \alpha$$

در ناحیه ۳، کسینوس منفی است.

$$\sin(\pi + \alpha) = -\sin \alpha$$

در ناحیه ۳، سینوس منفی است.

$$\tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha$$

در ناحیه ۱، تانژانت مثبت است.

گام اول:

x و y را با توجه به مورد دوم نکته به دست می آوریم:

$$x = \sin \frac{5\pi}{3} \cos \frac{11\pi}{6} - \tan \frac{2\pi}{4} = \sin(2\pi - \frac{\pi}{3}) \cos(2\pi - \frac{\pi}{6}) - \tan(\pi - \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow x = (-\sin \frac{\pi}{3})(\cos \frac{\pi}{6}) - (-\tan \frac{\pi}{4}) \Rightarrow x = (-\frac{\sqrt{3}}{2})(\frac{\sqrt{3}}{2}) + 1 \Rightarrow x = -\frac{3}{4} + 1 = \frac{1}{4}$$

$$y = \cos \frac{4\pi}{3} \sin \frac{7\pi}{6} + \tan \frac{5\pi}{4} = \cos(\pi + \frac{\pi}{3}) \sin(\pi + \frac{\pi}{6}) + \tan(\pi + \frac{\pi}{4})$$

$$\Rightarrow y = (-\cos \frac{\pi}{3})(-\sin \frac{\pi}{6}) + \tan \frac{\pi}{4} \Rightarrow y = (\frac{-1}{2})(\frac{-1}{2}) + 1 \Rightarrow y = \frac{1}{4} + 1 = \frac{5}{4}$$

گام دوم:

حالا که x و y را داریم، با استفاده از تساوی داده شده در سوال، خواسته مسئله که همان m است را به دست می آوریم:

$$x + my = 2 \Rightarrow \frac{1}{4} + \frac{\Delta m}{4} = 2 \Rightarrow \frac{\Delta m}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow \Delta m = 7 \Rightarrow m = \frac{7}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۴- با فرض $\tan \alpha = 0/2$ ، حاصل $\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 2 \sin(\alpha - \pi)}{\cos \alpha - \cos(\alpha - \frac{5\pi}{2})}$ برابر کدام است؟

(۱) $\frac{2}{4}$ (۲) $-\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $-\frac{3}{4}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

نسبت های مثلثاتی زوایا به فرم $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ (مضارب فرد $\frac{\pi}{2}$):

ابتدا $\frac{k\pi}{2}$ را حذف می کنیم و سپس اگر \sin داشتیم کسینوس α و اگر تانژانت داشتیم، کتانژانت α را می نویسیم (و بالعکس) و در مرحله بعدی تعیین می کنیم که $\frac{k\pi}{2} \pm \alpha$ در کدام ربع قرار می گیرد، اگر در آن ربع، نسبت خواسته شده مثبت بود، پشت نسبت جدید مثبت قرار می دهیم و اگر نسبت خواسته شده در آن ناحیه منفی بود، پشت نسبت جدید منفی قرار می دهیم (حواستون باشه α را حاده در نظر می گیریم). مثلاً:

$$\sin(\frac{3\pi}{2} + \alpha) = -\cos \alpha$$

ناحیه ۴

$$\cos(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\sin \alpha$$

ناحیه ۲

$$\tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = +\cot \alpha$$

ناحیه ۳

$$\cot(\frac{\pi}{2} - \alpha) = +\tan \alpha$$

ناحیه ۱

گام اول:

نسبت های موجود در صورت و مخرج کسر را به صورت جداگانه بر حسب α به دست می آوریم:

$$\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) = -\sin \alpha$$

ناحیه ۳

$$2 \sin(\alpha - \pi) = -2 \sin(\pi - \alpha) = -2(+\sin \alpha) = -2 \sin \alpha$$

ناحیه ۲

$$\cos(\alpha - \frac{5\pi}{2}) = \cos(\frac{5\pi}{2} - \alpha) = +\sin \alpha$$

ناحیه ۱

گام دوم:

کسر داده شده را با توجه به قدم اول ساده می کنیم:

$$\frac{\cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha) + 2 \sin(\alpha - \pi)}{\cos \alpha - \cos(\alpha - \frac{5\pi}{2})} = \frac{-\sin \alpha - 2 \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{-3 \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha}$$

گام سوم:

از آن جایی که در ابتدای سوال، $\tan \alpha$ داده شده است، صورت و مخرج کسر به دست آمده در قدم دوم را بر $\cos \alpha$ تقسیم می کنیم:

$$\frac{-3 \sin \alpha}{\cos \alpha - \sin \alpha} = \frac{\frac{-3 \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha - \sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{\frac{-3 \sin \alpha}{\cos \alpha}}{\frac{\cos \alpha}{\cos \alpha} - \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}} = \frac{-3 \tan \alpha}{1 - \tan \alpha} = \frac{-0/6}{0/8} = \frac{-3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۵- اگر $\tan \alpha = -2$ و $\tan(\frac{\pi}{6} + \theta) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار θ کدام می تواند باشد؟

(۴) $\alpha + \frac{\pi}{3}$

(۳) $\alpha + \frac{2\pi}{3}$

(۲) $\alpha + \frac{5\pi}{6}$

(۱) $\alpha + \frac{7\pi}{6}$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

روش اول:

ابتدا از روی $\tan \alpha = -2$ ، $\frac{1}{3}$ را می سازیم:

$$\tan \alpha = -2 \Rightarrow \cot \alpha = \frac{-1}{2} \Rightarrow -\cot \alpha = \frac{1}{2}$$

تساوی به دست آمده را با تساوی صورت سوال برابر قرار می دهیم:

$$\tan(\frac{\pi}{6} + \theta) = -\cot \alpha \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{6} + \theta) = \tan(\frac{\pi}{2} + \alpha)$$

$$\Rightarrow \frac{\pi}{6} + \theta = \frac{\pi}{2} + \alpha \Rightarrow \theta = \frac{\pi}{3} + \alpha$$

روش دوم:

گزینه ها را به جای θ در تساوی داده شده جای گذاری می کنیم:

$$\theta = \alpha + \frac{7\pi}{6} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{7\pi}{6}) = \tan(\frac{4\pi}{3} + \alpha) = \tan(\frac{4\pi}{3} + \alpha)$$

$$\theta = \alpha + \frac{5\pi}{6} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{5\pi}{6}) = \tan(\pi + \alpha) = \tan \alpha = -2 \neq \frac{1}{3}$$

$$\theta = \alpha + \frac{2\pi}{3} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{2\pi}{3}) = \tan(\frac{5\pi}{6} + \alpha)$$

$$\theta = \alpha + \frac{\pi}{3} \Rightarrow \tan(\frac{\pi}{6} + \alpha + \frac{\pi}{3}) = \tan(\frac{\pi}{2} + \alpha) = -\cot \alpha = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $A = \sin 5^\circ + \cos 5^\circ$ و $B = \sin 4^\circ - \cos 4^\circ$ باشد، حاصل $[A] + [B]$ کدام است؟ ([] ، علامت جزء صحیح بوده و زوایا بر حسب رادیان هستند)

(۴) ۱

(۳) صفر

(۲) -۱

(۱) -۲

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

هر رادیان تقریباً برابر ۵۷ درجه است.

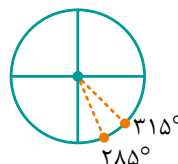
گام اول:

هر رادیان را تقریباً برابر ۵۷°، در نظر می گیریم و مقدار $[A]$ را محاسبه می کنیم:

$$A = \sin 5^\circ + \cos 5^\circ \Rightarrow A \approx \sin 285^\circ + \cos 285^\circ$$

با توجه به دایره مثلثاتی مقابل، به موقعیت زاویه ۲۸۵° نگاه کنید، به محور سینوس ها نزدیک تر است، پس اندازه سینوس از اندازه کسینوس بیشتر است، در نتیجه:

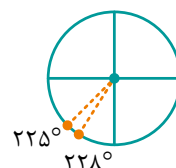
$$A \approx \sin 285^\circ + \cos 285^\circ \xrightarrow{-1 < A < 0} [A] = -1$$



گام دوم:

حالا به سراغ $[B]$ می رویم:

$$B = \sin 4^\circ - \cos 4^\circ \Rightarrow B \approx \sin 228^\circ - \cos 228^\circ \xrightarrow{-1 < B < 0, |\cos 4^\circ| < |\sin 4^\circ|} [B] = -1$$

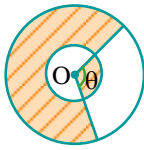


گام سوم:

$$[A] + [B] = -1 - 1 = -2$$

گروه آموزشی ماز

۷- نسبت شعاع‌های دو دایره هم‌مرکز شکل مقابل برابر $\frac{2}{4}$ است. اگر $\theta = \frac{2\pi}{3}$ باشد، نسبت مساحت ناحیه‌های هاشور زده چقدر است؟



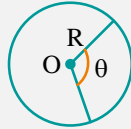
- (۱) $\frac{9}{12}$
(۲) $\frac{9}{24}$
(۳) $\frac{9}{52}$
(۴) $\frac{9}{48}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

مساحت قطاع مقابل به زاویه θ :

$$S_{\text{قطاع}} = \frac{\theta}{2\pi} (\pi R^2) = \frac{1}{2} R^2 \theta$$



گام اول:

شعاع دایره کوچک را r و شعاع دایره بزرگ را R در نظر می‌گیریم و با توجه به نکته بالا، مساحت ناحیه‌های هاشور خورده را به دست می‌آوریم:

$$S_1 = \frac{1}{2} r^2 \theta = \frac{\pi}{3} r^2$$

$$S_2 = \frac{1}{2} R^2 \left(2\pi - \frac{2\pi}{3} \right) - \frac{1}{2} r^2 \left(2\pi - \frac{2\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right) (R^2 - r^2)$$

گام دوم:

حالا نسبت مساحت قسمت‌های هاشور خورده را می‌نویسیم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{\frac{1}{2} \left(\frac{4\pi}{3} \right) (R^2 - r^2)}{\frac{\pi}{3} r^2} = \frac{\frac{1}{2} (4) (R^2 - r^2)}{r^2} = \frac{2(R^2 - r^2)}{r^2}$$

گام سوم:

با توجه به صورت سوال، به جای R قرار می‌دهیم $\frac{2}{4}r$ ، تا خواسته سوال را به دست آوریم:

$$\frac{S_2}{S_1} = \frac{2(R^2 - r^2)}{r^2} \Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = \frac{2 \left(\left(\frac{2}{4}r \right)^2 - r^2 \right)}{r^2} = \frac{2 \left(\frac{1}{4}r^2 - r^2 \right)}{r^2} = \frac{2 \left(-\frac{3}{4}r^2 \right)}{r^2} = -\frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{S_2}{S_1} = 2 \left(\frac{119}{25} \right) = \frac{238}{25} = 9.52$$

گروه آموزشی ماز

۸- با فرض $\frac{1}{4} = \frac{\tan(\alpha - \pi) - 2 \tan(\frac{3\pi}{2} - \alpha)}{\cot(\frac{\pi}{4} + \alpha) + 3 \cot(\pi - \alpha)}$ ، مقدار $\sin^2 \alpha$ چقدر است؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) $\frac{3}{4}$

(۱) ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

نکات:

(۱) کسینوس زوایای قرینه، با یکدیگر برابرند و سینوس، تانژانت و کتانژانت آن‌ها با یکدیگر قرینه‌اند، به عبارت دیگر:

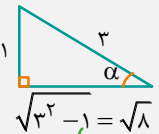
$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha$$

$$\cos(-\alpha) = \cos \alpha$$

$$\tan(-\alpha) = -\tan \alpha$$

$$\cot(-\alpha) = -\cot \alpha$$

۲) اگر اندازه یک نسبت مثلثاتی را داشته باشیم، اندازه نسبت‌های دیگر را می‌توانیم از طریق رسم یک مثلث فرضی به دست آوریم به عنوان مثال ببینید:



$$|\sin \alpha| = \frac{1}{3} \Rightarrow \begin{matrix} \uparrow \\ \text{مقابل} \\ \downarrow \\ \text{وتر} \end{matrix} \Rightarrow |\cos \alpha| = \frac{\sqrt{8}}{3}, |\tan \alpha| = \frac{1}{\sqrt{8}}, |\cot \alpha| = \sqrt{8}$$

اندازه ضلع سوم را به کمک فیثاغورس پیدا می‌کنیم

$\begin{matrix} \downarrow \\ \text{مجاور} \\ \downarrow \\ \text{وتر} \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \downarrow \\ \text{مقابل} \\ \downarrow \\ \text{مجاور} \end{matrix}$
 $\begin{matrix} \downarrow \\ \text{مجاور} \\ \downarrow \\ \text{مقابل} \end{matrix}$

دقت کنید که علامت نسبت مثلثاتی را با توجه به سایر اطلاعات سوال باید به دست آوریم.

گام اول:

با توجه به تساوی‌های زیر، کسر داده شده را بازنویسی می‌کنیم:

$$\tan(\alpha - \pi) = -\tan(\underbrace{\pi - \alpha}_{\text{ناحیه ۲}}) = -(-\tan \alpha) = \tan \alpha$$

$$\tan(\underbrace{\frac{3\pi}{2} - \alpha}_{\text{ناحیه ۳}}) = +\cot \alpha$$

$$\cot(\underbrace{\frac{\pi}{2} + \alpha}_{\text{ناحیه ۲}}) = -\tan \alpha$$

$$\cot(\underbrace{\pi - \alpha}_{\text{ناحیه ۲}}) = -\cot \alpha$$

حال کسر را بازنویسی می‌کنیم:

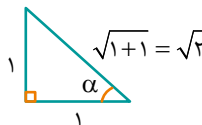
$$\frac{\tan \alpha - 2 \cot \alpha}{-\tan \alpha - 3 \cot \alpha} = \frac{1}{4} \Rightarrow 4 \tan \alpha - 8 \cot \alpha = -\tan \alpha - 3 \cot \alpha$$

$$\Rightarrow 5 \tan \alpha = 5 \cot \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \cot \alpha$$

$$\xrightarrow{\cot \alpha = \frac{1}{\tan \alpha}} \tan \alpha = \frac{1}{\tan \alpha} \Rightarrow \tan^2 \alpha = 1 \Rightarrow |\tan \alpha| = 1$$

گام دوم:

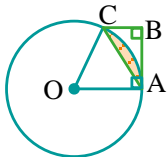
حال $|\tan \alpha|$ را داریم، $|\sin \alpha|$ را از طریق مثلث روبه‌رو به دست می‌آوریم:



$$|\sin \alpha| = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \sin^2 \alpha = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۹- در دایره شکل مقابل، $AB = \sqrt{3}BC = 3$ است. مساحت ناحیه هاشورزده چقدر است؟ $(\sin \frac{\pi}{3} \approx \frac{\sqrt{3}}{2})$



$$\frac{4\pi}{9} \quad (2)$$

$$\frac{5\pi}{12} \quad (4)$$

$$\frac{2\pi}{9} \quad (1)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (3)$$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

\widehat{BAC} زاویه ظلی مقابل به کمان \widehat{AC} است و \widehat{AOC} زاویه مرکزی روبه‌رو به کمان \widehat{AC} است. پس اگر اندازه \widehat{BAC} را α در نظر بگیریم، خواهیم داشت:

$$\widehat{BAC} = \alpha = \frac{\widehat{AC}}{2} \Rightarrow \widehat{AC} = 2\alpha$$

$$\widehat{AOC} = \widehat{AC} \Rightarrow \widehat{AOC} = 2\alpha$$

گام دوم:

از تساوی داده شده در صورت سوال خواهیم داشت:

$$AB = \sqrt{3}BC \Rightarrow \frac{BC}{AB} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3} \xrightarrow{0 < \alpha < 180^\circ} \alpha = \frac{\pi}{6} \Rightarrow 2\alpha = \frac{\pi}{3}$$

همان $\frac{\pi}{3}$ همان 60° است و همچنین OC و OA شعاع دایره هستند، پس مثلث OAC متساوی الاضلاع است. (۱)

گام سوم:

بار دیگر از تساوی داده شده در صورت سوال استفاده می‌کنیم و شعاع را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{3}BC = 3 \Rightarrow \begin{cases} AB = 3 \\ \sqrt{3}BC = 3 \Rightarrow BC = \frac{3}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

$$A \hat{B} C : AC = \sqrt{AB^2 + BC^2} \xrightarrow{(1)} R = \sqrt{9 + 3} = \sqrt{12}$$

گام چهارم:

حال برای به دست آوردن خواسته سوال، مساحت مثلث OAC را از مساحت قطاع OAC کم می‌کنیم:

$$S_{\text{هاشورخورده}} = \frac{1}{2} R^2 \theta - \frac{1}{2} R^2 (\sin \theta) = \frac{1}{2} R^2 \left(\frac{\pi}{3} - \sin \frac{\pi}{3} \right) = \frac{1}{2} \times 12 \times \frac{\pi}{18} = \frac{\pi}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر $\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5}$ باشد، حاصل $\cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) \sin(\alpha + \frac{5\pi}{6})$ کدام است؟

$-\frac{9}{25}$ (۴)

$\frac{9}{25}$ (۳)

$-\frac{16}{25}$ (۲)

$\frac{16}{25}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

تساوی داده شده را به صورت زیر در می‌آوریم:

$$\sin(\alpha - \frac{\pi}{6}) = \frac{4}{5} \Rightarrow \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{4}{5} \quad (۱)$$

گام دوم:

زوایای $\alpha + \frac{\pi}{3}$ و $\alpha + \frac{5\pi}{6}$ به ترتیب مکمل و متمم زاویه $\alpha - \frac{\pi}{6}$ به حساب می‌آیند. حال به کمک (۱) به سراغ حل خواسته سوال می‌رویم:

$$\left. \begin{aligned} \sin(\alpha + \frac{5\pi}{6}) &= \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{4}{5} \\ \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) &= \sin(\frac{\pi}{6} - \alpha) = -\frac{4}{5} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \cos(\alpha + \frac{\pi}{3}) \sin(\alpha + \frac{5\pi}{6}) = (-\frac{4}{5})(-\frac{4}{5}) = \frac{16}{25}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- اگر $a = \log_2 3$ و $1 + ab = \frac{1}{\log_5 2}$ باشد، مقدار $\log_5 3$ کدام است؟

$\frac{1}{b}$ (۴)

$\frac{1}{ab}$ (۳)

$\frac{a}{b}$ (۲)

$\frac{b}{a}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکات:

(۱) تغییر مبنا در لگاریتم: یکی از قواعد پرکاربرد لگاریتم، تغییر مبنا است:

$$\frac{\log_c^a}{\log_c^b} = \log_b^a$$

$$\frac{\log_3^5}{\log_3^7} = \log_3^5$$

(۲) جمع و تفریق لگاریتم‌های هم‌مبنای:

$$\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{(ab)}$$

$$\log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\left(\frac{a}{b}\right)}$$

(۳) عدد ۱ در سوالات لگاریتم: معمولاً در سوالات لگاریتم، به جای عدد ۱، قرار می‌دهیم \log_a^a (با توجه به اعداد سوال، a را تعیین می‌کنیم).

(۴) معکوس لگاریتم: یکی از قواعد پرکاربرد در لگاریتم، قاعده زیر است:

$$\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$$

گام اول:

ابتدا تساوی داده شده در صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$1 + ab = \frac{1}{\log_5^{\Delta}} \Rightarrow ab = \frac{1}{\log_5^{\Delta}} - 1 \xrightarrow{\text{مخرج مشترک}} ab = \frac{1 - \log_5^{\Delta}}{\log_5^{\Delta}}$$

$$\xrightarrow{1 = \log_5^5} ab = \frac{\log_5^5 - \log_5^{\Delta}}{\log_5^{\Delta}} \Rightarrow ab = \frac{\log_5^2}{\log_5^{\Delta}}$$

$$\Rightarrow ab = \log_5^{\frac{2}{\Delta}} \xrightarrow{a = \log_5^2} \log_5^2 \times b = \log_5^{\frac{2}{\Delta}} \Rightarrow b = \frac{\log_5^{\frac{2}{\Delta}}}{\log_5^2}$$

گام دوم:

با توجه به اینکه سوال از ما \log_5^{Δ} را می‌خواهد، برای اینکه بتوانیم از مورد اول نکته استفاده کنیم، در تساوی به دست آمده از گام اول، $\log_5^{\frac{2}{\Delta}} = \frac{1}{\log_5^{\Delta}}$ و

$$\log_5^{\frac{2}{\Delta}} = \frac{1}{\log_5^{\Delta}} \Rightarrow \log_5^2 \times b = \log_5^{\frac{2}{\Delta}} \Rightarrow b = \frac{\log_5^{\frac{2}{\Delta}}}{\log_5^2}$$

$$b = \frac{\log_5^{\frac{2}{\Delta}}}{\log_5^2} \Rightarrow b = \frac{\frac{1}{\log_5^{\frac{\Delta}{2}}}}{\frac{1}{\log_5^2}} \Rightarrow b = \frac{\log_5^2}{\log_5^{\frac{\Delta}{2}}} = \log_5^{2 \times \frac{2}{\Delta}} = \log_5^{\frac{4}{\Delta}} \Rightarrow b = \log_5^{\frac{4}{\Delta}} \Rightarrow \log_5^{\frac{4}{\Delta}} = \frac{1}{b}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b)$ باشد، حاصل $\frac{b}{a} + \frac{a}{b}$ کدام است؟

۴ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکات:

(۱) توان در لگاریتم:

$$\log_b^{a^n} = n \log_b^a, \log_{b^n}^a = \frac{1}{n} \log_b^a, \log_{b^m}^{a^n} = \frac{n}{m} \log_b^a$$

(۲) تساوی لگاریتمی: اگر دو لگاریتم با یکدیگر برابر باشند و مبنای آن‌ها یکسان باشد، عبارات جلوی لگاریتم‌ها را با هم برابر قرار می‌دهیم:

$$\log_c^a = \log_c^b \Rightarrow a = b$$

گام اول:

ابتدا به کمک طرفین وسطین و سپس به کمک قاعده توان در لگاریتم، تساوی داده شده در صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$\log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \frac{1}{2}(\log a + \log b) \Rightarrow 2 \log\left(\frac{a+b}{2}\right) = \log a + \log b \Rightarrow \log\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = \log(ab)$$

گام دوم:

با توجه به مورد دوم نکته، عبارات جلوی لگاریتم‌های به دست آمده در قدم اول را با یکدیگر برابر قرار می‌دهیم:

$$\left(\frac{a+b}{2}\right)^2 = ab \Rightarrow \frac{a^2 + b^2 + 2ab}{4} = ab \Rightarrow a^2 + b^2 = 2ab \Rightarrow \frac{a^2 + b^2}{ab} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{a^2}{ab} + \frac{b^2}{ab}}{1} = 2 \Rightarrow \frac{\frac{a}{b} + \frac{b}{a}}{1} = 2$$

خواسته سوال

گروه آموزشی ماز

۱۳- مجموع جواب‌های معادله $\log_7^{(m+4x)} = 1 + \log_7^4(m+4x)$ برابر $2m+1$ است. مقدار m کدام است؟

۰/۰۲ (۴)

۰/۱۵ (۳)

۰/۲۵ (۲)

۰/۰۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

نکات:

(۱) مفهوم اصلی تابع لگاریتم: $\log_a^x = b \Leftrightarrow a^b = x$

(۲) $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

(۳) در حل معادلات لگاریتمی، نیم‌نگاهی به تغییر متغیر داشته باشید.

گام اول:

ابتدا $\log_7^{(m+4x)}$ را برابر t در نظر می‌گیریم و همچنین طبق نکته گفته شده، می‌دانیم که $\log_7^{(m+4x)} = 2 \log_7^2(m+4x)$ برابر $\frac{2}{t}$ می‌شود، پس:

$$\log_7^{(m+4x)} = 1 + \log_7^4(m+4x) \Rightarrow t = 1 + \frac{2}{t} \xrightarrow{\times t} t^2 = t + 2 \Rightarrow t^2 - t - 2 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t = -1 \\ t = 2 \end{cases}$$

گام دوم:

حالا مقادیر به دست آمده را جای گذاری می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \log_7^{(m+4x)} = -1 &\Rightarrow m + 4x_1 = 7^{-1} \Rightarrow m + 4x_1 = \frac{1}{7} \xrightarrow{(+)} 2m + 4(x_1 + x_2) = \frac{9}{7} \\ \log_7^{(m+4x_2)} = 2 &\Rightarrow m + 4x_2 = 7^2 \Rightarrow m + 4x_2 = 49 \end{aligned}$$

$x_1 + x_2$ همان مجموع جواب‌های معادله است که در صورت سوال گفته شده است که برابر $2m+1$ است، پس:

$$2m + 4(x_1 + x_2) = \frac{9}{7} \Rightarrow 2m + 4(2m+1) = \frac{9}{7} \Rightarrow 10m + 4 = \frac{9}{7}$$

$$\Rightarrow 10m = \frac{1}{7} \Rightarrow m = \frac{1}{70} = ۰/۰۰۱۴$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر α و β ریشه‌های معادله $\log_3^{(3x)} \times \log_3^{(9x)} = 6$ باشد، حاصل $\log_9^{(\alpha\beta)}$ کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{2}$ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۲)

$-\frac{3}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا $\log_3^{(3x)}$ و $\log_3^{(9x)}$ را به صورت زیر می‌نویسیم و \log_3^x را برابر t در نظر می‌گیریم:

$$\log_3^{(3x)} = \log_3^3 + \log_3^x = 1 + t$$

$$\log_3^{(9x)} = \log_3^9 + \log_3^x = 2 + t$$

گام دوم:

با توجه به تساوی‌های به دست آمده، معادله داده شده در صورت سوال را بازنویسی می‌کنیم:

$$\log_7^{(3x)} \times \log_7^{(9x)} = 6 \Rightarrow (1+t)(2+t) = 6 \Rightarrow t^2 + 3t + 2 = 6$$

$$\Rightarrow t^2 + 3t - 4 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} \begin{cases} t = 1 \\ t = -4 \end{cases}$$

گام سوم:

\log_7^x را t در نظر گرفته بودیم، مقادیر به دست آمده را جای گذاری می‌کنیم:

$$\log_7^x = 1 \Rightarrow x = 7$$

$$\log_7^x = -4 \Rightarrow x = 7^{-4} \Rightarrow x = \frac{1}{2401}$$

گام چهارم:

α را برابر ۳ و β را برابر $\frac{1}{81}$ در نظر می‌گیریم، پس $\alpha\beta = \frac{1}{27}$ ، حال خواسته سوال را به دست می‌آوریم:

$$\log_9^{(\alpha\beta)} = \log_9^{\frac{1}{27}} = \log_9^{3^{-3}} = \frac{-3}{3} \log_9^3 = -\frac{3}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $(\log_7^a)^2 + (\log_7^a)(\log_7^{245}) = 1$ باشد، مقدار a کدام است؟

$$\frac{7}{5} \quad (4)$$

$$7 \quad (3)$$

$$5 \quad (2)$$

$$21 \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

گام اول:

ابتدا $(\log_7^a)^2 + (\log_7^a)(\log_7^{245}) = 1$ را به سمت راست معادله می‌بریم تا بتوانیم از اتحاد مزدوج استفاده کنیم:

$$(\log_7^a)^2 + (\log_7^a)(\log_7^{245}) = 1 \Rightarrow (\log_7^a)(\log_7^{245}) = \frac{1 - (\log_7^a)^2}{(1 + \log_7^a)(1 - \log_7^a)}$$

$$\xrightarrow{1 = \log_7^{245}} (\log_7^a)(\log_7^{245}) = \frac{(\log_7^{245} + \log_7^a)(\log_7^{245} - \log_7^a)}{\log_7^{245 \times 7} \log_7^{\frac{245}{7}}}$$

گام دوم:

با مقایسه طرفین تساوی به دست آمده، a را به دست می‌آوریم:

$$\Rightarrow (\log_7^a)(\log_7^{245}) = (\log_7^{245})(\log_7^5) \Rightarrow a = 5$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اختلاف ریشه‌های معادله $(\log 6)x^2 + (\log 4)x - \log \frac{3}{2} = 0$ چقدر است؟ ($\log 2 = 0.3$, $\log 3 = 0.4$)

$$\frac{4}{5} \quad (4)$$

$$\frac{1}{5} \quad (3)$$

$$\frac{4}{7} \quad (2)$$

$$\frac{1}{7} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا ضرایب معادله را به کمک قواعد لگاریتم ساده می‌کنیم و معادله را بازنویسی می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} \log 6 &= \log 2 + \log 3 = 0.3 + 0.4 = 0.7 \\ \log 4 &= \log 2^2 = 2 \log 2 = 2(0.3) = 0.6 \\ \log \frac{3}{2} &= \log 3 - \log 2 = 0.4 - 0.3 = 0.1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 0.7x^2 + 0.6x - 0.1 = 0$$

گام دوم:

با دقت به معادله به دست آمده متوجه می شویم که $a + c = b$ ، پس ریشه های معادله عبارتند از:

$$0/7x^2 + 0/6x - 0/1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_1 = -1 \\ x_2 = \frac{1}{7} \end{cases}$$

گام سوم:

$$|x_1 - x_2| = \left| -1 - \frac{1}{7} \right| = \frac{8}{7}$$

حال اختلاف ریشه های معادله را به دست می آوریم:

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $\log 2 + \log(3 + 2^x) = 2 \log(2^x - 1)$ باشد، حاصل 8^x کدام است؟

۲۱۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۲۵ (۲)

۲۷ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکات:

(۱) شروط مقابل در \log_b^a حتماً باید برقرار باشد: $a > 0, b > 0, b \neq 1$

(۲) یادآوری از توان ها: $(a^b)^c = a^{bc} = (a^c)^b$

گام اول:

ابتدا 2^x را برابر t در نظر می گیریم و سمت چپ و سمت راست تساوی را جداگانه بر حسب آن می نویسیم:

$$S \begin{cases} \log 2 + \log(3 + 2^x) = \log 2(3 + 2^x) = \log(6 + 2t) \\ 2 \log(2^x - 1) = \log(2^x - 1)^2 = \log(t - 1)^2 \end{cases} \Rightarrow \log(6 + 2t) = \log(t - 1)^2$$

گام دوم:

عبارت های مقابل لگاریتم های به دست آمده را با یکدیگر برابر قرار می دهیم:

$$\log(6 + 2t) = \log(t - 1)^2 \Rightarrow 6 + 2t = t^2 - 2t + 1 \Rightarrow t^2 - 4t - 5 = 0 \xrightarrow{a+c=b} \begin{cases} t = -1 \\ t = 5 \end{cases}$$

گام سوم:

با توجه به مورد اول نکته، t برابر -1 نمی تواند باشد، زیرا به ازای آن عبارت مقابل $\log(2^x - 1)$ منفی شود. پس $t = 5$. حال، جایگذاری می کنیم و خواسته سوال را به دست می آوریم:

$$t = 5 \Rightarrow 2^x = 5 \xrightarrow[\text{طبق مورد دوم نکات}]{\text{توان ۳}} 2^{3x} = 125 \Rightarrow 8^x = 125$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر $x = \alpha$ ، جواب معادله $3 - \log_7(x^2 - 7) = \log_7(x+1)$ باشد، مقدار $\log_4(2\alpha^2 + 9)$ کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا تساوی داده شده را به صورت زیر ساده می کنیم:

$$3 - \log_7(x^2 - 7) = \log_7(x+1) \Rightarrow \log_7(x^2 - 7) + \log_7(x+1) = 3 \xrightarrow{3 = \log_7 7^3 = \log_7 7^3} \log_7(x^2 - 7)(x+1) = \log_7 7^3$$

گام دوم:

حال عبارت های مقابل لگاریتم های به دست آمده را با یکدیگر برابر قرار می دهیم:

$$\log_7(x^2 - 7)(x+1) = \log_7 7^3 \Rightarrow (x^2 - 7)(x+1) = 7^3 \quad (۱)$$

$$\Rightarrow x^3 + x^2 - 7x - 15 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x^2 + 4x + 5) = 0 \Rightarrow x = 3 \Rightarrow \alpha = 3$$

خواست باشد! نوی رابطه (۱) به کمک حدس و آزمایش هم می توانستیم $x = 3$ رو به دست بیاریم.

گام سوم:

حالا که $\alpha = 3$ را به دست آورده ایم، به سراغ محاسبه خواسته سوال می رویم:

$$\log_9(3^{\alpha^2+9}) \xrightarrow{\alpha=3} \log_9 3^7 = \log_3 3^7 \Rightarrow \frac{7}{2} \log_3 3 = \frac{7}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- نسبت انرژی آزاد شده در دو زمین لرزه برابر ۳ است. اختلاف بزرگی این دو زمین لرزه چقدر است؟ ($\log 3 = \frac{12}{25}$)

۰/۳۲ (۴)

۰/۲۸ (۳)

۰/۳۶ (۲)

۰/۴۸ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نکات:

(۱) اگر M_1 و M_2 بزرگی دو زمین لرزه و E_1 و E_2 انرژی آزاد شده آن دو باشد، رابطه مقابل برقرار است:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{\frac{1}{5}(M_2 - M_1)}$$

(۲) اگر مجهول در توان وجود داشت، از دو طرف تساوی در مبنای یکسان لگاریتم می گیریم و سپس به کمک معادله لگاریتمی مجهول را پیدا می کنیم.

گام اول:

از رابطه داده شده در مورد اول نکته استفاده می کنیم:

$$\frac{E_2}{E_1} = 10^{\frac{1}{5}(M_2 - M_1)} \Rightarrow 3 = 10^{\frac{1}{5}(M_2 - M_1)}$$

گام دوم:

همانطور که می بینید مجهول در توان قرار دارد، پس برای به دست آوردن آن، از دو طرف تساوی در مبنای ۱۰ لگاریتم می گیریم:

$$3 = 10^{\frac{1}{5}(M_2 - M_1)} \Rightarrow \log 3 = \log 10^{\frac{1}{5}(M_2 - M_1)} \\ \frac{1}{5}(M_2 - M_1) \log 10$$

$$\frac{\log 3 = \frac{12}{25}}{\log 10 = 1} \Rightarrow \frac{12}{25} = \frac{1}{5}(M_2 - M_1) \Rightarrow 0/48 = \frac{1}{5}(M_2 - M_1) \Rightarrow M_2 - M_1 = \frac{0/48}{1/5} = 0/32$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- یک نوع عنصر در هر سال، ۱۲ درصد از جرم خود را از دست می دهد. پس از چند سال، ۲۲ درصد از جرم آن باقی می ماند؟ ($\log 2 = 0/3, \log 11 = \frac{52}{15}$)

۱۲ (۴)

۱۱ (۳)

۱۰ (۲)

۹ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

گام اول:

در پایان هر سال ۸۸ درصد از جرم باقی می ماند، به عبارت دیگر جرم در پایان هر سال $\frac{88}{100}$ برابر می شود، پس بعد از n سال، جرم $(\frac{88}{100})^n$ برابر می شود. حال

سوال گفته است که بعد از چند سال ۲۲ درصد جرم باقی ماند (جرم جسم $\frac{22}{100}$ برابر جرم اولیه می شود)، پس:

$$(\frac{88}{100})^n = \frac{22}{100}$$

گام دوم:

حال از دو طرف تساوی به دست آمده در مبنای ۲ لگاریتم می گیریم و به کمک قواعد لگاریتم جلو می رویم تا n را پیدا کنیم:

$$(\frac{88}{100})^n = \frac{22}{100} \Rightarrow \log_2 (\frac{88}{100})^n = \log_2 \frac{22}{100} \Rightarrow n \log_2 \frac{88}{100} = \log_2 \frac{22}{100}$$

$$\Rightarrow n(\log_2 88 - \log_2 100) = \log_2 22 - \log_2 100$$

$$\Rightarrow n(\frac{52}{15} + 3 - 2(\frac{10}{3})) = 1 + \frac{52}{15} - 2(\frac{10}{3}) \Rightarrow n \times (\frac{-3}{15}) = \frac{-33}{15} \Rightarrow n = 11$$

گروه آموزشی ماز

۲۱- چند مورد از گزاره‌های زیر در مورد تجانس درست است؟

- الف: در تجانس مستقیم نقطه M ، مرکز تجانس، بین نقطه M و مجانشش یعنی M' قرار می‌گیرد.
 ب: هر دو خط موازی فقط با تجانس مستقیم می‌توانند مجانس هم باشند.
 ج: تجانس شیب خط را حفظ می‌کند.
 د: تجانس اندازه زاویه را حفظ نمی‌کند.
 ه: هیچ‌گاه دو خط متقاطع نمی‌توانند مجانس یکدیگر باشند.

۴ (۴)

۳ (۳) صفر

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

همه چیز در مورد تجانس:

در این تبدیل، ابعاد شکل با نسبت $k \neq 0$ بزرگ یا کوچک می‌شود. به k نسبت تجانس می‌گویند.

موقعیت نقطه (A) و مجانشش (A') و مرکز تجانس (M)	علامت k	انواع تجانس
در این حالت، A و A' در یک طرف M قرار دارند.	مثبت	مستقیم
در این حالت، A و A' در دو طرف M قرار دارند.	منفی	معکوس

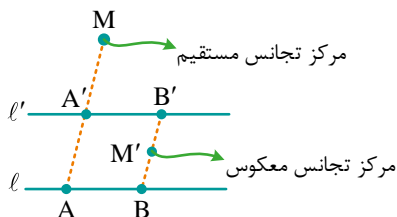
ویژگی‌های تجانس:

- تجانس در حالت کلی طولی نیست. این تبدیل فقط زمانی طولی است که $|k| = 1$ باشد.
- تجانس شیب خط و اندازه زاویه را تغییر نمی‌دهد. از این ویژگی نتیجه می‌گیریم که دو شکل زمانی مجانس یکدیگر هستند که اضلاع نظیرشان موازی باشد.
- در تجانس خط‌هایی که هر نقطه را به مجانشش وصل می‌کند، در مرکز تجانس هم‌رسی هستند.

پاسخ تشریحی:

موارد «الف»، «ج»، «د» عیناً در توضیحات بالا اشاره شده است، پس از بین این‌ها فقط مورد «ج» درست است. حال به بررسی سایر موارد می‌پردازیم.

بررسی سایر موارد:



ب) هر دو خط موازی هم می‌توانند با تجانس معکوس مجانس هم باشند و هم با تجانس مستقیم.

ه) همانطور که در توضیحات دیدید، تجانس شیب خط را حفظ می‌کند، پس هیچ‌گاه دو خط متقاطع نمی‌توانند مجانس یکدیگر باشند. در نتیجه موارد «ج» و «ه» درست هستند.

گروه آموزشی ماز

۲۲- مجانس یک مثلث متساوی‌الاضلاع با نسبت $\frac{1}{p}$ - و به مرکز محل برخورد میانه‌های آن مثلث کدام است؟

- یک مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه با همان مثلث و نسبت تشابه $\frac{1}{p}$ و در خارج آن مثلث
- یک مثلث متساوی‌الاضلاع متشابه با همان مثلث و نسبت تشابه $\frac{1}{p}$ و در داخل آن مثلث
- یک مثلث متساوی‌الاضلاع در داخل آن مثلث
- یک مثلث متساوی‌الاضلاع در خارج آن مثلث

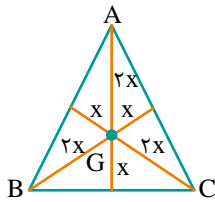
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

نکته:

- محل هم‌رسی میانه‌ها، طول آن‌ها را به نسبت ۲ به ۱ تقسیم می‌کند.
- از به هم وصل کردن وسط اضلاع مثلث متساوی‌الاضلاع، چهار مثلث هم‌نهشت به وجود می‌آید.
- تجانس یافته یک شکل با نسبت k ، با شکل اصلی با نسبت تشابه $|k|$ متشابه است.

گام اول:

ابتدا مثلث متساوی الاضلاع ABC را به همراه میانه‌های آن رسم می‌کنیم. (توجه داشته باشید که طبق نکته اول، نقطه G میانه‌ها را به نسبت ۱ به ۲ تقسیم می‌کند).

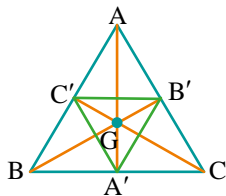


گام دوم:

می‌خواهیم سه رأس مثلث را تحت تجانس به نسبت $k = -\frac{1}{3}$ و به مرکز G به مجانسشان تبدیل کنیم، با توجه به نسبت تجانس، G بین رأس‌ها و مجانسشان قرار می‌گیرد، همچنین اگر A' ، B' و C' را به ترتیب مجانس A و B و C در نظر بگیریم، باید $AG = 2A'G$ ، $BG = 2B'G$ و $CG = 2C'G$.

گام سوم:

با توجه به توضیحات قدم قبلی و شکل قدم اول واضح است که A' و B' و C' بر روی وسط اضلاع BC، AC، AB (انتهای میانه وارد بر اضلاع) قرار می‌گیرد، این نقاط را به هم وصل می‌کنیم. با توجه به نکته دوم و سوم نکته، این مثلث یک مثلث متساوی الاضلاع است و با مثلث اصلی نیز با نسبت تشابه $k = \frac{1}{3}$ مشابه است و داخل آن قرار دارد، پس گزینه ۲ صحیح است.



گروه آموزشی ماز

۲۳- دایره $C(O, R)$ را به مرکز نقطه مفروض A روی دایره ابتدا با تجانس به نسبت $k=2$ تصویر نموده و سپس دایره به دست آمده را به همین مرکز و با نسبت تجانس $k'=-3$ تصویر می‌کنیم تا دایره $C(O', R')$ به دست آید. فاصله OO' چند برابر R است؟

(۴) ۵ برابر

(۳) ۱۲ برابر

(۲) ۶ برابر

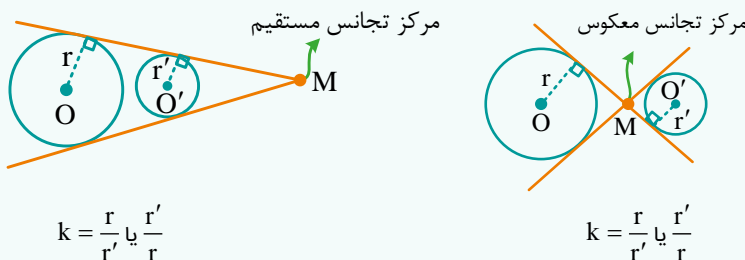
(۱) ۷ برابر

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

تجانس در دایره‌ها:

هر دو دایره دلخواه، مجانس یکدیگرند و نسبت تجانس آن‌ها برابر است با نسبت شعاع آن‌ها، دقت کنید که مرکز تجانس مستقیم دو دایره، محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی و مرکز تجانس معکوس دو دایره محل برخورد مماس مشترک‌های داخلی آن‌ها است.



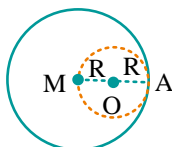
نکته:

دو دایره مماس داخل فقط مرکز تجانس مستقیم دارند و همچنین محل برخورد دو دایره مماس خارج، مرکز تجانس معکوس آن‌ها است.

گام اول:

ابتدا دایره $C(O, R)$ را رسم می‌کنیم و نقطه A را بر روی آن مشخص می‌کنیم (دقت کنید که مرکز تجانس اول (A) روی دایره است و علامت نسبت تشابه مثبت است، پس تجانس مستقیم می‌باشد. با توجه به نکته بالا، دو دایره مماس داخل‌اند. از طرفی می‌دانیم نسبت تجانس در دایره برابر نسبت اندازه شعاع آن‌ها است، پس:

$$\frac{MA}{OA} = |k| \Rightarrow \frac{MA}{R} = 2 \Rightarrow MA = 2R$$

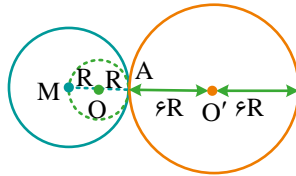


پس دایره مجانس، $C(M, 2R)$ است.

گام دوم:

حال به سراغ تجانس دوم می‌رویم، تجانس معکوس است و مرکز تجانس بر روی دایره $(M, 2R)$ قرار دارد. پس طبق نکته گفته شده در بالا، دو دایره مماس خارج‌اند. حال برای پیدا کردن شعاع دایره مجانس (R') طبق قدم اول عمل می‌کنیم:

$$\frac{O'A}{MA} = |k| \Rightarrow \frac{R'}{2R} = 2 \Rightarrow R' = 4R$$



گام سوم:

$$OO' = R + 4R = 5R$$

با توجه به شکلی که در گام دوم رسم کردیم، خواسته سوال برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۴- در مستطیل ABCD تعداد نقاطی که می‌توان به مرکز آن‌ها ضلع AB را روی CD تصویر کرد، کدام است؟

- (۱) یک نقطه (۲) دو نقطه (۳) بی‌شمار نقطه (۴) چنین نقطه‌ای وجود ندارد.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

مجانسان پاره‌خط:

هر دو پاره‌خط موازی مجانس یکدیگر هستند، حال دو حالت داریم:

(۱) طول پاره‌خط برابر نباشد: مراکز تجانس نقطه تلاقی قطر‌ها و نقطه تلاقی امتداد ساق‌های دوزنقه‌ای است که دو پاره‌خط، موازی قاعده‌های آن است.



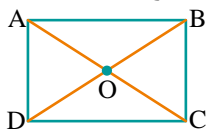
$$k = -\frac{A'B'}{AB} \text{ و تجانس معکوس}$$

$$k = \frac{A'B'}{AB} \text{ و تجانس مستقیم}$$

(۲) اگر طول دو پاره‌خط برابر باشد، فقط در تجانس معکوس به مرکز محل تلاقی قطر‌ها و نسبت تجانس ۱- مجانس یکدیگر هستند.

پاسخ تشریحی:

دو پاره‌خط AB و CD هم‌اندازه و موازی‌اند، پس طبق توضیحات بالا در تجانس به مرکز O (محل تلاقی قطر‌ها) مجانس یکدیگر هستند.



گروه آموزشی ماز

۲۵- یک زمین فنس کشی شده به شکل زیر داریم. می‌خواهیم بدون اضافه کردن طول فنس‌ها، مساحت زمین را به حداکثر مقدار خود برسانیم. برای این کار

نیاز به تبدیل خواهیم داشت.



(۱) ۲- بازتاب

(۲) ۱- بازتاب

(۳) ۲- انتقال

(۴) ۱- انتقال

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

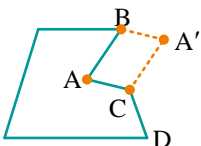
پاسخ: گزینه ۱

نکته:

در چندضلعی‌هایی که یک یا چند زاویه بزرگ‌تر از 180° دارند، می‌توانیم به کمک بازتاب، بدون اینکه محیط تغییر کند، مساحت را افزایش دهیم. (برای این کار، خط گذرا از رأس‌های کناری زاویه بزرگ‌تر از 180° را محور بازتاب در نظر می‌گیریم و رأس را نسبت به آن بازتاب می‌دهیم.)

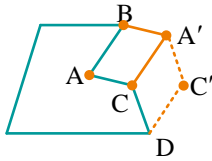
گام اول:

با توجه به نکته گفته شده، رأس A را نسبت به محور BC بازتاب می‌دهیم تا A' به دست آید. حال A' را به B و C وصل می‌کنیم.



گام دوم:

با دقت به شکل قبلی می‌بینیم که هنوز یک زاویه بزرگ‌تر از 180° (C) داریم، پس C را هم نسبت به محور $A'D$ بازتاب می‌دهیم تا C' به دست آید. از C' به A' و D وصل می‌کنیم. پس با دو تبدیل بازتاب بدون تغییر محیط بیشترین مساحت را ایجاد کردیم.



گروه آموزشی ماز

۲۶- یک سکه را پرتاب می‌کنیم. اگر پشت بیاید، ۴ سکه دیگر پرتاب می‌کنیم. با چه احتمالی دقیقاً یک بار رو می‌آید؟

$$\frac{1}{8} \quad (۴)$$

$$\frac{7}{8} \quad (۳)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۲)$$

$$\frac{5}{8} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

قانون احتمال کل: اگر چندین حادثه وابسته به یکدیگر رخ دهد و در آخر طراح، احتمال موردنظرش را در حالت‌های مختلف بخواند، ابتدا احتمال مطلوب در هر حالت را به کمک ضرب احتمال‌ها به دست می‌آوریم و سپس احتمال‌های به دست آمده برای هر حالت را با هم جمع می‌کنیم تا به خواسته سوال برسیم.
توجه! در سوالات قانون احتمال کل رسم نمودار درختی کمک زیادی به حل سوال می‌کند.

گام اول:

اگر سکه را پرتاب کنیم دو حالت ممکن است پیش بیاید، یا به احتمال $\frac{1}{2}$ رو می‌آید و یا به احتمال $\frac{1}{2}$ پشت می‌آید، خوب اگر رو بیاید که خواسته مسئله برآورده شده است، اما اگر پشت بیاید باید ۴ سکه دیگر را پرتاب کنیم. پس طبق نکته گفته شده از قانون احتمال کل استفاده می‌کنیم و نمودار مناسب آن را رسم می‌کنیم:

$$۱) \xrightarrow{\text{سکه رو بیاید}} \frac{1}{2}$$

$$۲) \xrightarrow{\text{سکه پشت بیاید}} \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{در پرتاب چهارسکه دقیقاً یکبار رو بیاید}} \frac{\binom{4}{1}}{2^4} = \frac{1}{4}$$

گام دوم:

احتمال‌های به دست آمده در هر ردیف را در هم ضرب می‌کنیم تا احتمال هر حالت پیدا شود. سپس احتمال‌های به دست آمده برای هر حالت را با یکدیگر جمع می‌کنیم:

$$\text{احتمال خواسته سوال} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2} + \frac{1}{8} = \frac{5}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- دو کیسه داریم، کیسه اول شامل ۳ مهره سفید و ۴ مهره سیاه و کیسه دوم شامل ۵ مهره سفید و ۳ مهره سیاه است. از کیسه اول، ۲ مهره به تصادف خارج می‌کنیم و در کیسه دوم می‌اندازیم. حال از کیسه دوم، یک مهره خارج می‌کنیم. با چه احتمالی سفید است؟

$$\frac{49}{70} \quad (۴)$$

$$\frac{37}{70} \quad (۳)$$

$$\frac{42}{70} \quad (۲)$$

$$\frac{41}{70} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

گام اول:

ابتدا احتمال خارج شدن دو مهره از کیسه اول را به دست می‌آوریم:

$$۱) \xrightarrow{\text{دو مهره سفید}} \frac{\binom{3}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{3}{21} = \frac{1}{7}$$

$$۲) \xrightarrow{\text{یکی سیاه و یکی سفید}} \frac{\binom{4}{1} \binom{3}{1}}{\binom{7}{2}} = \frac{4 \times 3}{21} = \frac{4}{7}$$

$$۳) \xrightarrow{\text{دو مهره سیاه}} \frac{\binom{4}{2}}{\binom{7}{2}} = \frac{6}{21} = \frac{2}{7}$$

گام دوم:

در قدم اول دیدید که دو مهره اضافه شده به کیسه دوم، سه حالت مختلف می‌توانند داشته باشند، پس در کیسه دوم، ۱۰ مهره موجود است. حالاتی مطلوب است که مهره خارج شده از کیسه دوم سفید باشد. پس احتمال خارج شدن مهره سفید را در ادامه حالات قدم اول به دست می‌آوریم:

$$۱) \xrightarrow{\text{یک مهره سفید}} \frac{1}{7} \xrightarrow{\text{دو مهره سفید}} \frac{7}{10}$$

$$۲) \xrightarrow{\text{یکی سیاه و یکی سفید}} \frac{4}{7} \xrightarrow{\text{یک مهره سفید}} \frac{6}{10}$$

$$۳) \xrightarrow{\text{دو مهره سیاه}} \frac{2}{7} \xrightarrow{\text{یک مهره سفید}} \frac{5}{10}$$

گام سوم:

حالا احتمال‌های به دست آمده برای هر حالت را در هم ضرب می‌کنیم تا احتمال هر حالت به دست آید و سپس احتمال‌های به دست آمده را با هم جمع می‌کنیم تا خواسته سوال به دست آید:

$$\text{احتمال بیرون آمدن مهره سفید از کیسه دوم} = \frac{1}{7} \times \frac{7}{10} + \frac{4}{7} \times \frac{6}{10} + \frac{2}{7} \times \frac{5}{10} = \frac{7}{70} + \frac{24}{70} + \frac{10}{70} = \frac{41}{70}$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- در آزمون‌های سراسری از سال گذشته، ۶۰٪ داوطلبان این آزمون دختر و مابقی پسر بوده‌اند. همچنین ۹۰٪ این دختران موفق به قبولی در آزمون سراسری و ۹۵٪ پسران در آزمون سراسری موفق شده‌اند. فردی را به تصادف انتخاب می‌کنیم و می‌بینیم که در آزمون‌های سراسری موفق شده است. با چه احتمالی پسر بوده است؟

$$\frac{29}{46} \quad (۴)$$

$$\frac{37}{46} \quad (۳)$$

$$\frac{27}{46} \quad (۲)$$

$$\frac{19}{46} \quad (۱)$$

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

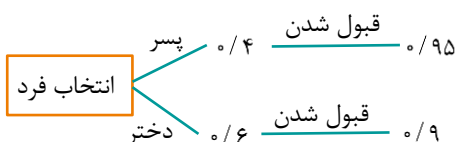
نکته:

قاعدهٔ بیز: در احتمال کل، احتمال قسمت‌های جزئی را پیدا می‌کردیم و سپس با جمع کردن احتمال‌های به دست آمده، به احتمال کل می‌رسیدیم. حالا تصور کنید که در سوال، پیشامد کل به عنوان گزارهٔ شرطی بیان شود و احتمال یکی از قسمت‌های جزئی خواسته شود؟ یعنی باید از کل به جزء برسیم، این سبک احتمال را قاعده بیز می‌نامیم. دقت کنید! قانون بیز فرمول مشخص دارد ولی پیشنهاد ما این است که این سوالات را با درک خود حل کنید، چرا که استفاده از فرمول ممکن است باعث گیج شدن شما شود.

$$P(A|B) = \frac{P(A) \times P(B|A)}{P(B)}$$

روش اول:

دقت کنید که اگر احتمال قبول شدن از ما خواسته شده بود از همان قانون احتمال کل استفاده می‌کردیم، ولی اینجا احتمال کل (قبولی) را به عنوان گزاره شرط به ما داده است، پس طبق نکته باید از قاعده بیز استفاده کنیم. نمودار مربوط به سوال را رسم می‌کنیم:



گام دوم:

احتمال کل (قبولی) را به وسیله قانون ضرب احتمال‌ها به دست می‌آوریم:

$$0/4 \times 0/95 + 0/6 \times 0/9$$

گام سوم:

مطلوب مسئله، ردیف اول یعنی انتخاب پسر از بین قبول شده‌ها است، پس احتمال این قسمت را محاسبه می‌کنیم:

$$0/4 \times 0/95$$

گام چهارم:

حالا برای به دست آوردن خواسته سوال، احتمال به دست آمده در قدم سوم را بر احتمال به دست آمده در مرحله دوم تقسیم می‌کنیم:

$$P(\text{قبولی} | \text{پسر}) = \frac{0/4 \times 0/95}{0/4 \times 0/95 + 0/6 \times 0/9} = \frac{4 \times 95}{4 \times 95 + 6 \times 90} = \frac{380}{920} = \frac{19}{46}$$

روش دوم:

این روش هم تقدیم به اونایی که عشق فرمول هستن:

$$P(\text{قبولی} | \text{پسر}) = \frac{P(\text{پسر}) \times P(\text{قبولی} | \text{پسر})}{P(\text{قبولی})} = \frac{0/4 \times 0/95}{0/4 \times 0/95 + 0/6 \times 0/9} = \frac{19}{46}$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در یک مسابقه اتومبیل‌رانی، احتمال به مقصد رسیدن راننده A برابر ۳۰٪ و راننده B برابر ۷۰٪ است. احتمال اینکه فقط یکی از این دو راننده به مقصد

برسد، چند درصد است؟

۵۱٪ (۴)

۹٪ (۳)

۴۹٪ (۲)

۵۸٪ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نکته:

(۱) پیشامدهای مستقل: اگر A و B دو پیشامد ناتهی باشند و رخ دادن پیشامد A هیچ تاثیری بر رخ دادن پیشامد B نداشته باشد، آن‌گاه می‌گوییم A و B دو پیشامد مستقل هستند و داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B)$$

توجه! اگر A و B مستقل باشند، آن‌گاه A', B', A, B نیز مستقل هستند.

(۲) برخی از قوانین احتمال:

(الف) اگر حداقل یکی از دو پیشامد A و B رخ دهد (اجتماع):

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$



(ب) اگر فقط A یا فقط B رخ دهد:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A - B) + P(B - A)$$



(پ) تبدیل تفاضل به اشتراک:

$$P(A - B) = P(A \cap B') \text{ یا } P(B - A) = P(B \cap A')$$

(ت) احتمال رخ ندادن A ($P(A')$):

$$P(A') = 1 - P(A)$$

روش اول:

$P(A)$ احتمال به مقصد رسیدن اتومبیل A و $P(B)$ احتمال به مقصد رسیدن اتومبیل B است، $P(A \cap B)$ احتمال به مقصد رسیدن هر دو تای آن‌ها با هم است، با توجه به مورد اول نکته، دو پیشامد A و B مستقل هستند. حال $P(A \cap B)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{30}{100} \times \frac{70}{100} \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{21}{100}$$

خواسته سوال (احتمال اینکه فقط یکی از راننده‌ها به مقصد برسد) همان $P(A \cup B) - P(A \cap B)$ است، پس با توجه به مورد دوم نکته، داریم:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) - P(A \cap B) = P(A) + P(B) - 2P(A \cap B)$$

$P(A \cap B)$ را در قدم اول محاسبه کردیم، پس:

$$P(A \cup B) - P(A \cap B) = \frac{30}{100} + \frac{70}{100} - 2\left(\frac{21}{100}\right) = \frac{30 + 70 - 42}{100} = \frac{58}{100} = 58\%$$

روشی دوم:

دقت کنید که با توجه به مورد دوم نکته، خواسته سوال را می‌توانیم $P(A - B) + P(B - A)$ نیز در نظر بگیریم:

$$P(A - B) + P(B - A) = P(A \cap B') + P(B \cap A') = P(A) \times P(B') + P(B) \times P(A')$$

$$= \frac{30}{100} \times \frac{30}{100} + \frac{70}{100} \times \frac{70}{100} = \frac{58}{100} = 0.58 = 58\%$$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر A و B پیشامد مستقل باشند و $P(A \cap B) = 0.7$ و $P(A' \cap B') = 0.2$ باشد، جمع مربعات احتمال‌های رخ دادن دو پیشامد A و B کدام است؟

۰/۵ (۴)

۰/۸۵ (۳)

۲/۲۵ (۲)

۲/۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

نکته:

(۱) قوانین دمورگان:

$$(A \cap B)' = A' \cup B'$$

$$(A \cup B)' = A' \cap B'$$

(۲) استفاده از اتحاد مربع دو جمله‌ای: هرگاه حاصل جمع یا حاصل ضرب و یا جمع مربعات دو پارامتر را داشتیم و یا آن‌ها را می‌خواستیم باید به سراغ اتحاد مربع دو جمله‌ای برویم.

گام اول:

ابتدا طبق قانون دمورگان $P(A' \cap B')$ را به صورت $P(A \cup B)'$ می‌نویسیم و طبق مورد دوم نکته سوال قبل، $P(A \cup B)$ را به دست می‌آوریم:

$$P(A' \cap B') = 0.2 \Rightarrow P(A \cup B)' = 0.2 \Rightarrow 1 - P(A \cup B) = 0.2 \Rightarrow P(A \cup B) = 0.8$$

گام دوم:

مانند گام اول طبق مورد دوم نکته سوال قبل، از فرمول اجتماع استفاده می‌کنیم:

$$P(A \cup B) = 0.8 \Rightarrow P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 0.8$$

طبق صورت سوال

$$P(A \cap B) = 0.7 \Rightarrow P(A) + P(B) - 0.7 = 0.8 \Rightarrow P(A) + P(B) = 1.5$$

گام سوم:

خواسته سوال $(P(A))^2 + (P(B))^2$ است. دقت کنید که A و B مستقل هستند، پس طبق صورت سوال:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 0.7$$

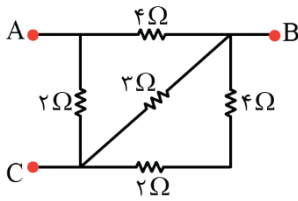
حالا حاصل ضرب $P(A)$ و $P(B)$ را داریم و حاصل جمع آن‌ها را هم در گام دوم به دست آوردیم. بنابراین برای محاسبه خواسته سوال به سراغ اتحاد مربع دو جمله‌ای می‌رویم:

$$(P(A) + P(B))^2 = (P(A))^2 + (P(B))^2 + 2(P(A)P(B))$$

$$\Rightarrow (P(A))^2 + (P(B))^2 = \underbrace{(P(A) + P(B))^2}_{1.5} - \underbrace{2(P(A)P(B))}_{0.7} \Rightarrow (P(A))^2 + (P(B))^2 = 2.25 - 1.4 = 0.85$$

گروه آموزشی ماز

۳۱- مقاومت الکتریکی بین دو نقطه A و B چند برابر مقاومت الکتریکی بین دو نقطه C و A است؟



- (۱) $\frac{3}{4}$
(۲) $\frac{4}{3}$
(۳) $\frac{5}{4}$
(۴) $\frac{4}{5}$

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



مدار تک حلقه



۱- هنگامی که دو مقاومت پشت سر هم بسته شده باشند، به اتصال آن‌ها سری یا متوالی می‌گوییم. در مقاومت‌های متوالی روابط زیر برقرار است.

$$R_{eq} = R_1 + R_2$$

$$I_{eq} = I_1 = I_2$$

$$V_{eq} = V_1 + V_2$$

۲- در مقاومت‌های متوالی، مقاومت معادل از تک تک مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

۳- در مقاومت‌های متوالی ولتاژ و توان مقاومت‌ها با اندازه آن‌ها رابطه مستقیم دارد.

$$\frac{V_2}{V_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1}$$

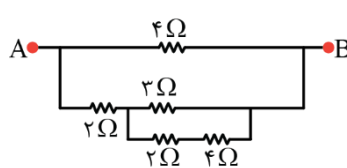
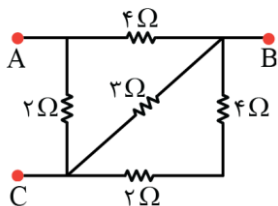
۴- هنگامی که دو سر دو مقاومت با سیم رسانا به هم متصل باشد، این دو مقاومت به صورت موازی به هم متصل شده‌اند. در مقاومت‌های موازی روابط زیر برقرار است.

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

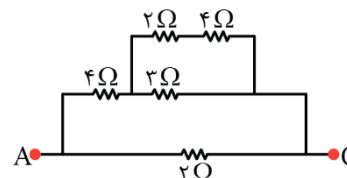
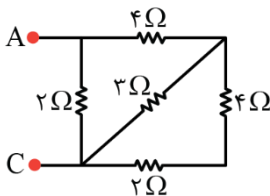
$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

$$V_{eq} = V_1 = V_2$$

پاسخ سرنی



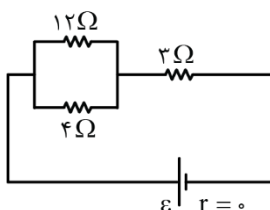
$$R_{AB} = 2\Omega$$



$$R_{AC} = \frac{6}{4} = 1/5 \Omega$$

گروه آموزشی ماز

۳۲- در مدار زیر چند درصد توان مصرفی کل مدار در مقاومت ۴Ω مصرف می‌شود؟



- (۱) ۱۲/۵ %
(۲) ۲۵ %
(۳) ۳۷/۵ %
(۴) ۴۰ %



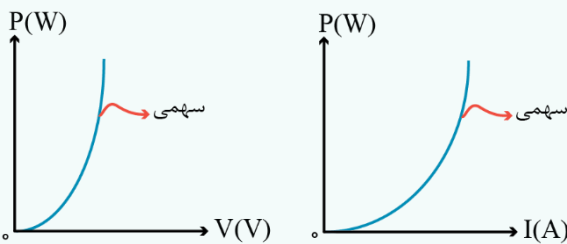
توان

۱- توان الکتریکی هر وسیله الکتریکی برابر حاصل ضرب اختلاف پتانسیل در جریان آن وسیله است.

$$P = VI$$

۲- برای یک مقاومت اهمی با توجه به رابطه $V = RI$ ، توان مقاومت از روابط زیر قابل محاسبه است:

$$\text{توان مصرفی مقاومت} : \begin{cases} P = VI \\ P = RI^2 \\ P = \frac{V^2}{R} \end{cases}$$

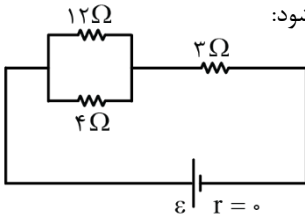


۳- نمودار توان مصرفی در یک مقاومت بر حسب ولتاژ و جریان آن مطابق شکل‌های زیر است.

پاسخ تشریحی:

مقاومت معادل اتصال موازی 3Ω بوده و این یعنی 50% توان به مقاومت 3Ω و 50% به اتصال موازی می‌رسد. در اتصال موازی، ولتاژ یکسان بوده و این یعنی

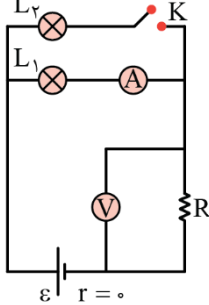
طبق رابطه $P = \frac{V^2}{R}$ ، توان با مقاومت، رابطه عکس داشته و بین دو مقاومت 4Ω و 12Ω به نسبت ۳ به ۱ تقسیم می‌شود:



$$4\Omega \text{ سهم توان } = \frac{3}{4} \times 50\% = 37.5\%$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- در مدار زیر، باتری، آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی هستند. با بسته شدن کلید K ولت‌سنج و آمپرسنج به ترتیب چگونه تغییر می‌کند؟



- (۱) کاهش - کاهش
- (۲) کاهش - افزایش
- (۳) افزایش - کاهش
- (۴) افزایش - افزایش

پاسخ تشریحی:

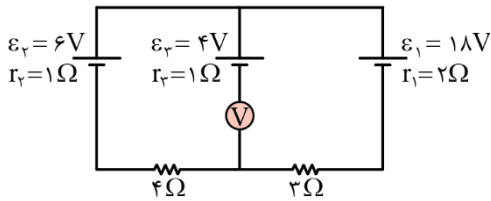
با اتصال کلید K، مقاومت کل مدار کاهش یافته و جریان اصلی مدار افزایش می‌یابد. به این ترتیب ولت‌متر که RI را نمایش می‌دهد، عدد بیشتری را نشان خواهد داد.

با توجه به اینکه نیروی محرکه ثابت است و $V_1 + V_2 = \varepsilon$ که در آن V_1 ولتاژ دو سر R و V_2 ولتاژ لامپ‌های موازی است با افزایش V_1 ناگزیر V_2 کاهش یافته و جریان عبوری از آمپرسنج نیز کمتر خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۳۴- در مدار مقابل، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟

- (۱) ۱۶
(۲) ۷/۵
(۳) ۸
(۴) ۹/۲



(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

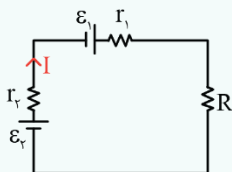


مدارهای تک حلقه چندباتری

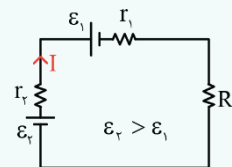
مدارهای تک حلقه‌ای که دارای یک باتری هستند را در تست‌های قبلی بررسی کردیم. در این قسمت به مدارهایی که دارای چند باتری هستند، می‌پردازیم.
۱- جریان در مدارهای تک حلقه چند باتری به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$I = \frac{\sum \varepsilon}{\sum r + R_{eq}}$$

در رابطه فوق، ε های باتری‌های هم‌جهت با هم جمع می‌شود و ε های باتری در خلاف جهت هم از یکدیگر کم می‌شود. به مثال زیر توجه کنید.



$$I = \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_r}{r_1 + r_r + R}$$



$$I = \frac{\varepsilon_r - \varepsilon_1}{r_1 + r_r + R}$$

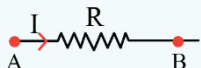
رابطه جریان هر یک از مدارهای زیر را بنویسید.

مثال:

همان‌طور که در مثال فوق دیدید، در مدارهای چند باتری، جهت جریان به گونه‌ای است که از سر مثبت برخی از باتری‌ها خارج می‌شود و به سر مثبت برخی از باتری‌ها وارد می‌شود که این موضوع باعث می‌شود برخی باتری‌ها در نقش تولیدکننده باشند و باقی باتری‌ها در نقش مصرف‌کننده باشند.
در مدارهای الکتریکی با حرکت از یک نقطه مدار و محاسبه اختلاف پتانسیل اجزای مختلف، می‌توانیم به نقاط دیگر مدار برسیم و اختلاف پتانسیل نقاط مختلف مدار را به دست آوریم. برای این کار از تکنیک پتانسیل‌نویسی استفاده می‌کنیم که به شرح زیر است:

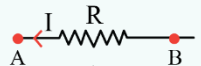
۱- هنگامی که به یک مقاومت الکتریکی (مقاومت درونی باتری یا سایر مقاومت‌های مدار) رسیدیم به صورت زیر عمل می‌کنیم:

الف: اگر در حال حرکت در جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI **کاهش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(-RI)$ است.



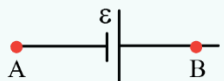
$$V_A - RI = V_B$$

ب: اگر در حال حرکت در خلاف جهت جریان بودیم، پتانسیل الکتریکی به اندازه RI **افزایش** می‌یابد و تغییرات ولتاژ برابر $(+RI)$ است.



$$V_A + RI = V_B$$

۲- هنگامی که به باتری آرمانی رسیدیم، اگر از سر مثبت باتری خارج شدیم، پتانسیل به اندازه ε زیاد می‌شود و تغییرات ولتاژ برابر $(+\varepsilon)$ است. همچنین اگر از سر منفی خارج شدیم، پتانسیل به اندازه ε کم می‌شود و تغییرات ولتاژ برابر $(-\varepsilon)$ است.

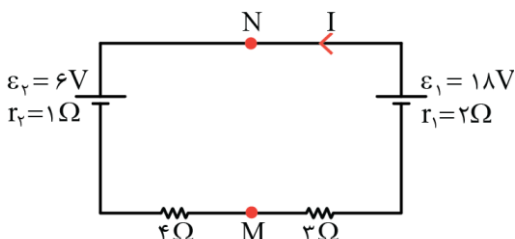


$$V_A + \varepsilon = V_B$$

۳- پتانسیل الکتریکی زمین که معمولاً با نماد \perp در مدار مشخص می‌شود، طبق قرارداد برابر صفر است.

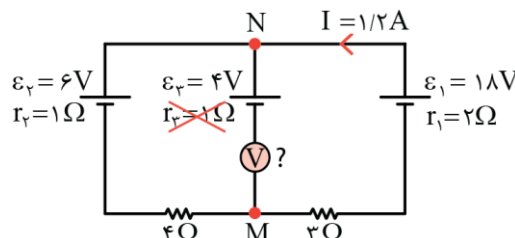
پاسخ شش‌شنبه

جریانی وارد شاخه میانی نشده و در تحلیل مدار اصلی، شاخه میانی را در نظر می‌گیریم:



$$I_{کل} = \frac{V_{کل}}{R_{کل}} = \frac{18 - 6}{10} = 1/2 A$$

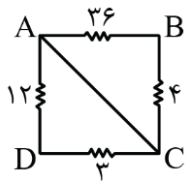
جریانی از شاخه میانی عبور نکرده و مقاومت درونی شاخه میانی بی‌تأثیر است.



$$V_N - V_M = \left\{ \begin{matrix} V + 4 \\ 18 - (2 + 3) \times 1/2 \end{matrix} \right\} \Rightarrow V + 4 = 12 \Rightarrow V = 8V$$



۳۵- در مدار شکل روبه‌رو مقاومت معادل بین سرهای A و B، چند برابر مقاومت معادل بین سرهای B و D است؟



$$\frac{2}{5} \quad (2)$$

(۱) صفر

$$\frac{3}{2} \quad (4)$$

$$\frac{3}{5} \quad (3)$$

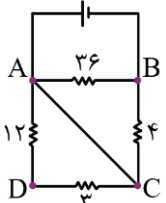
(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

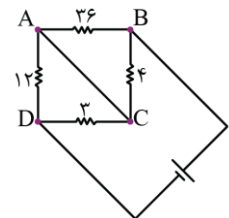


پاسخ تشریحی:

حالت (۱): مقاومت‌های ۱۲ و ۳ اهمی اتصال کوتاه می‌شوند.



$$R_{AB} = 36\Omega \parallel 4\Omega = \frac{36 \times 4}{36 + 4} = 3.6\Omega$$



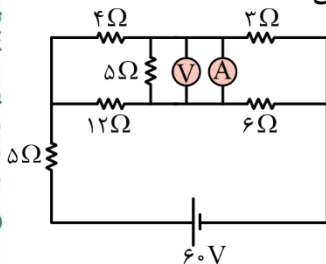
$$R_{BD} = (36 \parallel 4) + (12 \parallel 3) = 3.6 + 2.4 = 6\Omega$$

حالت (۲):

$$\frac{R_{AB}}{R_{BD}} = \frac{3.6}{6} = \frac{0.6}{1} = \frac{3}{5}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- در مدار مقابل، ولت‌سنج و آمپرسنج آرمانی هستند. از آمپرسنج چه جریانی برحسب آمپر و در کدام جهت عبور می‌کند؟



(۱) ۰.۵/، ↓

(۲) ۱/، ↓

(۳) ۰.۵/، ↑

(۴) ۱/، ↑

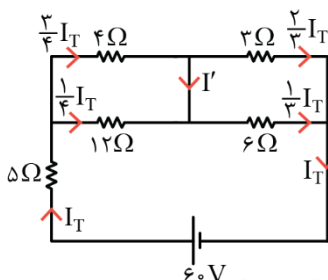
(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



پاسخ تشریحی:

هر چیزی موازی آمپرسنج ایده‌آل اتصال کوتاه می‌شود.



$$R_T = (4 \parallel 12) + (3 \parallel 6) + 5 = 10\Omega$$

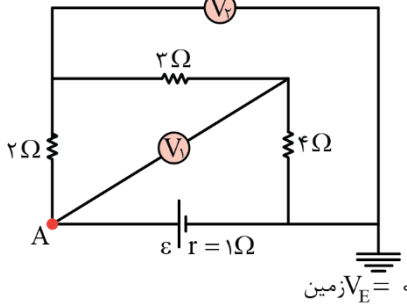
$$\Rightarrow I_T = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{60}{10} = 6A$$

$$\text{با بررسی گره پایین: } I' + \frac{1}{4}I_T = \frac{1}{3}I_T \Rightarrow I' = (\frac{1}{3} - \frac{1}{4})I_T = \frac{1}{12}I_T = \frac{1}{12} \times 6 = 0.5A$$

با توجه به جهت I' در شکل، جریان خواسته‌شده رو به پایین است.

گروه آموزشی ماز

۳۷- در مدار زیر عدد نشان داده شده توسط ولتسنج‌های آرمانی به اندازه ۴ ولت اختلاف دارد. پتانسیل نقطه A چند ولت است؟



- (۱) ۱۴
(۲) ۱۶
(۳) ۱۷/۵
(۴) ۱۸

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

ولتسنج (۱) جمع سهم ولتاژ مقاومت‌های ۲Ω و ۳Ω را نشان می‌دهد و ولتسنج (۲) جمع سهم ولتاژ مقاومت‌های ۳Ω و ۴Ω را نشان می‌دهد.

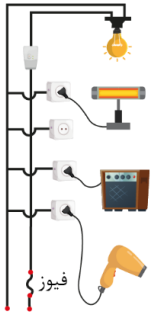
$$\left. \begin{aligned} V_1 &= (2+3)I \\ V_2 &= (4+3)I \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{فرض}} 4 = 2I \Rightarrow I = 2A$$

$$V_A - 2 \times 2 - 3 \times 2 - 4 \times 2 = 0 \Rightarrow V_A = 18V$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- یک لامپ رشته‌ای ۵۵ وات، یک بخاری برقی ۱۱۰۰ وات، یک دستگاه پخش صوت ۱۱۰ وات و یک سشوار ۲۲۰۰ وات در اختیار داشته و آن‌ها را مطابق شکل، به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی ۲۲۰ ولت وصل کرده‌ایم. اگر فیوز شکل برابر ۱۵ آمپر باشد، فیوز و توان مصرفی در مجموعه دستگاه‌ها برابر مجموع توان‌های مصرفی در هر یک از دستگاه‌ها

- (۱) نمی‌پرد - نمی‌باشد.
(۲) می‌پرد - نمی‌باشد.
(۳) نمی‌پرد - می‌باشد.
(۴) می‌پرد - می‌باشد.

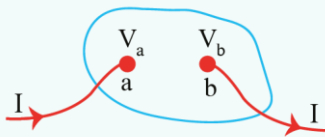


(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

توان الکتریکی یک قطعه الکتریکی

شکل زیر، یک عنصر الکتریکی (مثل مقاومت، باتری و...) را نشان می‌دهد که جریان الکتریکی به یک سر آن (a) وارد و از سر دیگر آن (b) خارج می‌شود. اگر فرض کنیم بار Δq در مدت زمان Δt از a تا b منتقل می‌شود، کار عامل خارجی برای انتقال این بار برابر است با:



$$W = (\Delta q)(\Delta V)$$

توان الکتریکی این عنصر از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{(\Delta q)(\Delta V)}{\Delta t} \xrightarrow{I = \frac{\Delta q}{\Delta t}} P = I\Delta V = I(V_b - V_a)$$

اگر طبق این رابطه $P > 0$ باشد، یعنی عنصر فوق به مدار انرژی می‌دهد و اگر $P < 0$ باشد، یعنی عنصر فوق از مدار انرژی می‌گیرد.

ابتدا جریانی که هر دستگاه لازم دارد به دست میاریم و از جمع زدن اون‌ها مقدار جریان کل مدار به دست میاد. اگر این جریان بیشتر از جریان فیوز بود پس فیوز می‌پرد اما اگر کمتر یا مساوی اون بود فیوز نخواهد پرید. با توجه به داده‌های سؤال برای هر دستگاه از $P = I\Delta V$ استفاده می‌کنیم:

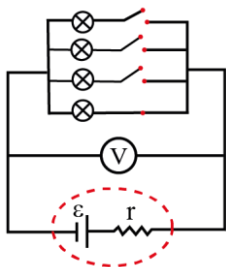
$$\left. \begin{array}{l} (1) \Rightarrow 55 = I_1 \times 220 \Rightarrow I_1 = 0.25 \text{ A} \\ (2) \Rightarrow 1100 = I_2 \times 220 \Rightarrow I_2 = 5 \text{ A} \\ (3) \Rightarrow 110 = I_3 \times 220 \Rightarrow I_3 = 0.5 \text{ A} \\ (4) \Rightarrow 2200 = I_4 \times 220 \Rightarrow I_4 = 10 \text{ A} \end{array} \right\} \rightarrow I_{\text{کل}} = 15.75 \text{ A}$$

جریان کل بیشتر از جریان فیوز هست، پس فیوز خواهد پرید!

هم‌چنین همواره توان مصرفی در مجموعه دستگاه‌ها برابر مجموع توان‌های مصرفی در هر یک از وسایل هست!

گروه آموزشی ماز

۳۹- در مدار شکل زیر، لامپ‌ها مشابه و مقاومت درونی مولد برابر با مقاومت هر یک از لامپ‌ها است. اگر کلیدهای باز مدار را یکی پس از دیگری ببندیم، عدد ولت‌سنج و توان خروجی از مولد به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کنند؟



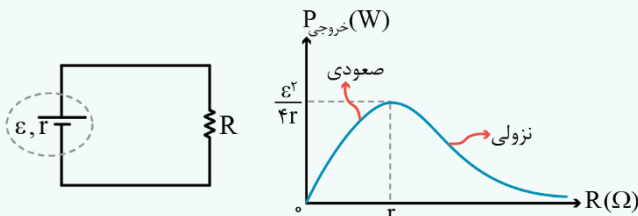
- (۱) افزایش - افزایش
- (۲) کاهش - افزایش
- (۳) افزایش - کاهش
- (۴) کاهش - کاهش

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

ولت‌سنج و توان

۱- در مدار تک حلقه زیر، نمودار توان خروجی باتری که برابر توان مصرفی در مقاومت‌های مدار است، برحسب مقاومت R به صورت زیر است.



۲- مطابق نمودار فوق، هنگامی که مقاومت معادل مدار بزرگ‌تر از مقاومت درونی باتری است ($R > r$)، نمودار توان خروجی نزولی است. این نکته به این معنی است که در حالت $R > r$ ، با افزایش مقاومت معادل مدار، توان خروجی از باتری کاهش می‌یابد.

۳- مطابق نمودار فوق، هنگامی که مقاومت معادل مدار کوچک‌تر از مقاومت درونی باتری است ($R < r$)، نمودار توان خروجی صعودی است. این نکته به این معنی است که در حالت $R < r$ ، با افزایش مقاومت معادل مدار، توان خروجی از باتری افزایش می‌یابد.

۴- همان‌طور که در نمودار توان خروجی می‌بینید، توان خروجی از باتری هنگامی بیشینه است که $R = r$ باشد. در این حالت توان خروجی از باتری برابر $\frac{\epsilon^2}{4r}$ می‌باشد.

۵- اگر به ازای دو مقاومت R_1 و R_2 ، توان خروجی باتری یکسان باشد، مقاومت درونی باتری واسطه هندسی مقاومت‌های R_1 و R_2 است، یعنی:

$$R_1 R_2 = r^2 \Rightarrow r = \sqrt{R_1 R_2}$$

با بستن پی‌درپی کلیدها، لامپ‌ها یکی پس از دیگری به صورت موازی با یکدیگر وارد مدار شده و مقاومت معادل آن‌ها دچار کاهش می‌شود. بنابراین مقاومت

معادل نیز کاهش یافته و مطابق رابطه $I = \frac{\epsilon}{R_T + r}$ با کاهش مقاومت معادل، جریان عبوری از مولد دچار افزایش می‌گردد.

ولت‌سنج، ولتاژ دو سر مولد یعنی $V = \epsilon - rI$ را نمایش می‌دهد که با افزایش جریان، مقدار عددی آن دچار کاهش خواهد شد.

از طرفی می‌دانیم به ازای $R_T = r$ توان خروجی از مولد بیشینه است. پس چون در ابتدای کار یکی از کلیدها بسته بود پس، $r = R$ (مقاومت هر یک از لامپ‌ها) بوده است با کاهش R_T می‌توان نتیجه گرفت $R_T < r$ شده و توان خروجی مولد کاهش خواهد یافت.

گروه آموزشی ماز

۴۰- دو وسیله الکتریکی مشابه که روی آن‌ها اعداد $200V$ و $1250W$ نوشته شده است را به صورت موازی به یکدیگر و به اختلاف پتانسیل الکتریکی $120V$ متصل می‌کنیم. انرژی الکتریکی مصرفی در این دو وسیله در مدت زمان 240 دقیقه چند کیلووات ساعت است؟ (مقاومت الکتریکی وسیله‌ها ثابت است)

۴/۵ (۴)

۱/۸ (۳)

۳/۶ (۲)

۳ (۱)

(ساده - محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



توان



اگر چند لامپ مشابه به یک منبع ولتاژ وصل شوند، توان مصرفی در هر لامپ و مجموعه را بررسی می‌کنیم:
۱- حالت موازی: مطابق شکل مقابل، در این حالت ولتاژ همه لامپ‌ها برابر V است و می‌توان نوشت:

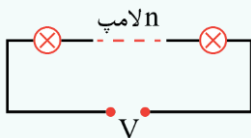
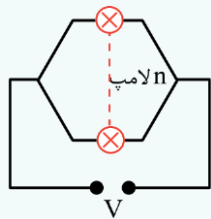
$$P = \frac{V^2}{R} \quad \text{توان هر لامپ}$$

$$P_{\text{کل}} = n \times P = \frac{nV^2}{R} \quad \text{توان مجموعه}$$

۲- حالت متوالی: در این حالت ولتاژ V بین لامپ‌ها تقسیم می‌شود و به هر یک ولتاژ $\frac{V}{n}$ می‌رسد، بنابراین داریم:

$$P = \frac{\left(\frac{V}{n}\right)^2}{R} = \frac{V^2}{n^2 R} \quad \text{توان هر لامپ}$$

$$P_{\text{کل}} = n \times P = \frac{V^2}{nR} \quad \text{توان مجموعه}$$



پاسخ تشریحی:

در ولتاژ و توان اسمی مثلاً $\begin{pmatrix} 200V \\ 1250W \end{pmatrix}$ یعنی اگر این وسیله را به ولتاژ $200V$ وصل کنیم توان آن $1250W$ می‌شود ولی اگر آن را به ولتاژ دیگری وصل کنیم باید:

$$P = \frac{V^2}{R_{\text{ثابت}}} \quad \frac{P_{\text{New}}}{P_{\text{Old}}} = \left(\frac{V_{\text{New}}}{V_{\text{Old}}} \right)^2$$

یعنی:

$$\frac{P_{\text{New}}}{1250} = \left(\frac{120}{200} \right)^2 \rightarrow P_{\text{New}} = 450W$$

یا راه دوم اینکه وسیله باید به ولتاژ $200V$ وصل می‌شد ولی الان به 120 ولت وصل شده یعنی ولتاژ $\frac{120}{200} = \frac{3}{5}$ برابر شده است پس:

$$P = \frac{V^2}{R} \rightarrow \frac{V}{R} \text{ برابر } \frac{3}{5} \rightarrow P \text{ برابر } \frac{36}{25}$$

$$P_{\text{New}} = \frac{36}{25} P_{\text{Old}} = 450W$$

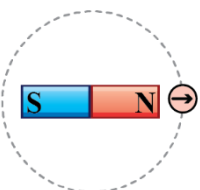
حال انرژی مصرفی در دو وسیله موازی که توان هر کدام $450W$ است از رابطه زیر قابل محاسبه است:

$$U = P \cdot t = \frac{2 \times 450}{1000} \times \left(\frac{240}{60} \right) = 3.6 \text{ kW.h}$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل مقابل، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه مغناطیسی که می‌تواند آزادانه حول محور قائم بچرخد، روی مسیر دایره‌ای

شکل به دور آهنربا $\frac{3}{4}$ دور می‌چرخد. در این مسیر، عقربه چند درجه دوران می‌کند؟



۱۸۰ (۱)

۲۷۰ (۲)

۳۶۰ (۳)

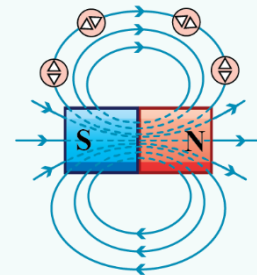
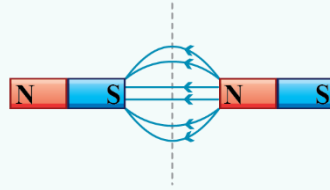
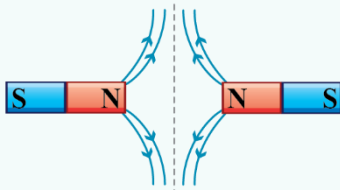
۵۴۰ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

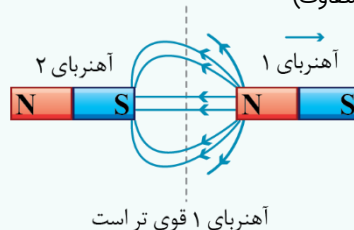
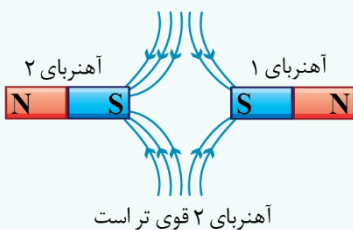
پاسخ: گزینه ۴

خطوط میدان اطراف آهنربا به صورت زیر است

الف: خطوط میدان اطراف دو آهنربای مشابه

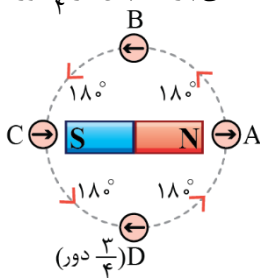


ب: خطوط میدان اطراف دو آهنربای غیرمشابه (آهنرباهایی با قدرت متفاوت)



پاسخ شریعی

با توجه به شکل مقابل، در جابه جایی از A تا B، عقربه 180° و از B تا C نیز 180° درجه و به همین ترتیب هر ربع دایره، 180° می چرخد. پس در $\frac{3}{4}$ دور، عقربه به اندازه $3 \times 180^\circ$ یعنی 540° می چرخد.



گروه آموزشی ماز

۴۲- کدام تفاوت در مورد مقایسه بار الکتریکی و قطب مغناطیسی، درست است؟

- (۱) اجسام دارای بار الکتریکی مثبت، قطب مغناطیسی دارند و اجسام دارای بار الکتریکی منفی، قطب مغناطیسی ندارند.
- (۲) در همه اجسام، قطب مغناطیسی وجود دارد ولی فقط برخی از اجسام، بار الکتریکی دارند.
- (۳) بارهای الکتریکی مثبت و منفی مجزا وجود دارند، اما تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد.
- (۴) قطبهای مغناطیسی فقط یک نوع هستند، اما بارهای الکتریکی دو نوع هستند.

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

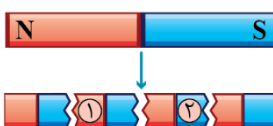
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ شریعی

بارهای مثبت و منفی مجزا وجود دارند، در حالی که هیچ گواه تجربی بر وجود تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد.

گروه آموزشی ماز

۴۳- در شکل مقابل آهنربای بزرگ تر شکسته و به ۴ قطعه تبدیل شده است. نام قطبهای شماره ۱ و ۲ به ترتیب از راست به چپ کدام است؟



- (۱) S و N
- (۲) N و N
- (۳) S و S
- (۴) N و S

قطب‌های آهنربا

۱- با اینکه در الکتریسیته بار تک‌قطبی (مثبت یا منفی) داریم، اما در مغناطیس، تک‌قطبی مغناطیسی نداریم، یعنی آهنربایی با یک قطب (N یا S) وجود ندارد و همواره آهنرباها دارای دو قطب N و S در کنار یکدیگر هستند.



۲- با شکستن یک آهنربا، قطعه‌های کوچک‌تر همواره دارای دو قطب N و S می‌شوند، نکته مهم این است که ترتیب قطب‌های N و S در قطعه‌های کوچک‌تر باید به نحوی باشد که اگر قطعه‌ها به یکدیگر چسبانده شدند، قطب‌های آهنربای حاصل، مانند قطب‌های آهنربای اولیه باشند، در شکل مقابل این موضوع را می‌بینید.

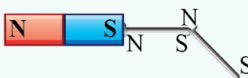


۳- قطب‌های هم‌نام مغناطیسی یکدیگر را دفع و قطب‌های ناهم‌نام یکدیگر را جذب می‌کنند.
۴- القای مغناطیسی همواره باعث جذب می‌شود. یعنی اگر یک آهنربا به یک آهن نزدیک شود، در نزدیک‌ترین نقطه آهن به آهنربا، قطب ناهم‌نام القا می‌شود و همین اتفاق باعث جذب آهن و آهنربا به سمت یکدیگر می‌شود.

مثال:



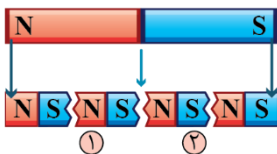
در شکل مقابل، نام قطب مغناطیسی سر میخ پایینی چیست؟



پاسخ: با توجه به نام‌گذاری مقابل، سر میخ پایینی، قطب N است.

پاسخ تشریحی

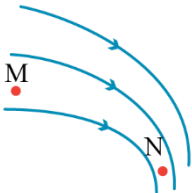
با توجه به نکات گفته شده در درسنامه، نام قطب‌های آهنرباهای کوچک‌تر را نوشته‌ایم. پس قطب شماره ۱، N و قطب شماره ۲، S است.



گروه آموزشی ماز

۴۴- شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی را در ناحیه‌ای از فضا نشان می‌دهد بردار میدان مغناطیسی در نقاط M و N به ترتیب از راست به چپ کدام

گزینه می‌تواند باشد؟

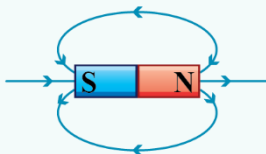


- ۱) ، ↘
- ۲) ، ↗
- ۳) ، ↖
- ۴) ، →

در مورد خطوط میدان مغناطیسی، نکات زیر دارای اهمیت است

۱- خطوط میدان در خارج از آهنربا از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند و در داخل آهنربا از قطب S به سمت قطب N هستند.
۲- با توجه به این‌که قطب‌های N و S همواره همراه هم هستند و تک‌قطبی مغناطیسی نداریم، خطوط میدان مغناطیسی همواره خطوط بسته‌ای می‌باشند.
۳- تراکم خطوط میدان مغناطیسی متناسب با شدت میدان است. هر چه میدان مغناطیسی قوی‌تر باشد، خطوط میدان مغناطیسی متراکم‌تر هستند.
۴- خطوط میدان مغناطیسی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه یک خط میدان می‌تواند بگذرد.
۵- جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خطوط میدان و در جهت آن‌هاست، بنابراین عقربه‌های مغناطیسی همواره به گونه‌ای قرار می‌گیرند که با خطوط میدان هم‌راستا باشند و قطب N آن‌ها در جهت میدان باشد.

مثال:

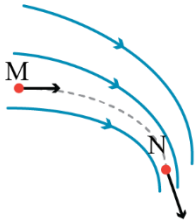


خطوط میدان اطراف یک آهنربای میله‌ای را رسم کنید.

با توجه به نکات فوق، می‌توان شکل بالا را برای خطوط میدان آهنربای میله‌ای در نظر گرفت. دقت کنید که در نزدیکی قطب‌ها، خطوط متراکم‌تر هستند.



میدان مغناطیسی در هر نقطه بر خط میدان مماس است. تراکم خطوط اطراف نقطه N بیشتر بوده و میدان در این نقطه بیشتر از نقطه M است و باید بردار میدان آن را بزرگ تر کشید.



گروه آموزشی ماز

۴۵- کدام یک از گزینه های زیر در مورد خطوط میدان مغناطیسی نادرست است؟

- (۱) خط های میدان همدیگر را قطع نمی کنند.
- (۲) تراکم زیاد خط های میدان در هر ناحیه ای از فضا نشان دهنده ی بزرگی میدان در آن نقاط است.
- (۳) جهت خط های میدان مغناطیسی همواره از قطب N به سمت قطب S است.
- (۴) خط های میدان مغناطیسی، خطوطی بسته هستند.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

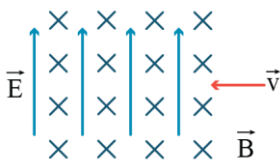


خط های میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می شوند. اما در داخل آهنربا، جهت خط های میدان مغناطیسی از قطب S به سمت قطب N است.

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل ذره ای به جرم $\frac{1}{3}$ گرم و بار الکتریکی $50 \mu C$ با سرعت $100 \frac{m}{s}$ در جهت شرق به غرب در معرض میدان مغناطیسی به شدت $1200 mT$ و

میدان الکتریکی یکنواخت به شدت $200 \frac{N}{C}$ (به طرف شمال) قرار می گیرد. نیروی خالص وارد بر این ذره چند میلی نیوتن است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)



- (۱) ۳
- (۲) ۵
- (۳) ۶
- (۴) ۷

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲



نیروی مغناطیسی



۱- اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر بار الکتریکی متحرک مطابق رابطه زیر محاسبه می شود.

$$F = qvB \sin \theta$$

- B: شدت میدان مغناطیسی
 θ : زاویه بین بردار میدان و سرعت
 q: اندازه بار الکتریکی
 v: تندی حرکت بار الکتریکی

۲- در مورد نیروی وارد بر بار الکتریکی متحرک به موارد زیر دقت کنید.

الف: بردار \vec{F} الزاماً بر بردارهای \vec{B} و \vec{v} عمود است.

ب: بردارهای \vec{B} و \vec{v} هر زاویه ای می توانند با هم داشته باشند.

ج: هنگامی که \vec{B} و \vec{v} بر هم عمودند، نیروی مغناطیسی بیشینه می شود و هنگامی که \vec{B} و \vec{v} هم راستا باشند، نیروی مغناطیسی صفر می شود. مثال:

بار الکتریکی q با سرعت \vec{v} وارد میدان مغناطیسی \vec{B} می شود و نیروی مغناطیسی \vec{F} به آن وارد می شود. چه تعداد از گزاره های زیر الزاماً صحیح است؟

الف: بردار \vec{F} بر بردار \vec{v} عمود است.

ب: بردار \vec{B} بر بردار \vec{v} عمود است.

ج: بردار \vec{B} بر بردار \vec{F} عمود است.

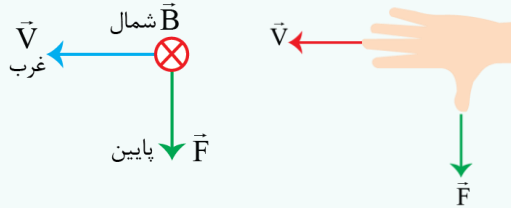
د: اگر \vec{v} بر \vec{B} عمود باشد، اندازه \vec{F} بیشینه می شود.

مطابق درسنامه فوق، عبارت های (الف)، (ج) و (د) الزاماً صحیح هستند، ولی عبارت (ب) می تواند صحیح باشد یا نباشد. بنابراین ۳ تا از عبارت های داده شده الزاماً صحیح هستند.



مثال:

بار الکتریکی $q = +10 \mu\text{C}$ با تندی $500 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ به سمت غرب پرتاب می‌شود و از میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت 4 T که جهت آن به سمت شمال است می‌گذرد. نیروی مغناطیسی وارد بر این بار چند نیوتون است و جهت آن به کدام سو می‌باشد؟ برای تعیین جهت نیرو مطابق قاعده دست راست می‌توان فهمید جهت نیروی مغناطیسی به سمت پایین است. به شکل زیر دقت کنید.



برای محاسبه اندازه نیرو هم می‌توان نوشت:

$$F = qvB \sin \alpha = 10 \times 10^{-6} \times 500 \times 4 \times \sin 90^\circ = 2 \times 10^{-3} \text{ N}$$

پاسخ تشریحی:

۳ نیروی الکتریکی (رو به شمال)، مغناطیسی (رو به جنوب) و وزن (درون سو) به ذره وارد می‌شوند.

$$F_E = E \cdot q = 2 \times 10^2 \times 50 \times 10^{-6} = 10 \text{ mN}$$

$$F_B = qvB \sin 90^\circ = 50 \times 10^{-6} \times 10^2 \times 4 \times 1 = 2 \text{ mN}$$

$$W = mg = 0.3 \times 10^{-3} \times 10 = 3 \text{ mN}$$

ابتدا بین نیروهای هم‌راستا و در خلاف جهت الکتریکی و مغناطیسی برآیند گرفته و حاصل را با نیروی وزن برآیند می‌گیریم:

$$F_{\text{خالص}} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5 \text{ mN}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- الکترونی به جرم m با تندی v در جهت شرق وارد میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی یکنواخت \vec{E} و \vec{B} می‌شود. اگر \vec{B} به طرف شمال باشد، جهت و اندازه \vec{E} چگونه باشد تا الکترون منحرف نشود؟ (از نیروی وزن صرف نظر کنید.)

- (۱) به طرف بالا، $v|\vec{B}|$ (۲) به طرف پایین، $v|\vec{B}|$ (۳) به طرف پایین، $\frac{|\vec{B}|}{v}$ (۴) به طرف بالا، $\frac{|\vec{B}|}{v}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

به تفاوت \vec{F}_B و \vec{F}_E توجه کنیم.

میدان \vec{E} بر ذره باردار نیرو وارد می‌کند حتی اگر ساکن باشد و جهت \vec{F}_E الزاماً هم‌امتداد با جهت \vec{E} است. (برای بار مثبت \vec{F}_E و \vec{E} هم‌جهت و برای بار منفی خلاف جهت)

به منظور آن‌که میدان \vec{B} بر ذره‌ای نیرو وارد کند ۳ شرط لازم است.

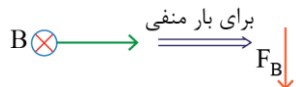
۱- ذره در حال حرکت در میدان است.

۲- ذره باردار باشد.

۳- جهت حرکت ذره در راستای خطوط میدان نباشد.

پاسخ تشریحی:

در این سؤال نیروهای \vec{F}_B و \vec{F}_E حاصل از میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی ترکیب شده‌اند. با توجه به جهت \vec{B} و \vec{v} برای الکترون، طبق قاعده دست راست، \vec{F}_B به طرف پایین است.



بنابراین \vec{F}_E باید به طرف بالا باشد تا برآیند نیروهای \vec{F}_B و \vec{F}_E صفر شود. چون بار الکترون منفی است، پس میدان الکتریکی باید به طرف پایین باشد.

از طرفی برای این‌که الکترون منحرف نشود، نیروهای مغناطیسی و الکتریکی باید هم‌اندازه باشند تا اثر هم را خنثی کنند، پس می‌توان نوشت:

$$|\vec{F}_E| = |\vec{F}_B| \rightarrow q|\vec{E}| = qv|\vec{B}| \rightarrow |\vec{E}| = v|\vec{B}|$$

۴۸- در کدام گزینه جهت نیروی الکترومغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان، به درستی نشان داده شده است؟



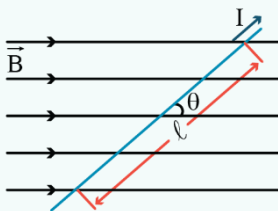
(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



نیروی وارد بر سیم حامل جریان در میدان مغناطیسی یکنواخت

اگر سیمی به طول L که از آن جریان I می‌گذرد، در یک میدان مغناطیسی به بزرگی B قرار گیرد، نیروی مغناطیسی وارد بر سیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

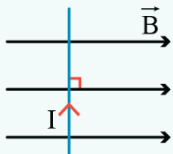


$$F = BIL \sin \alpha$$

نکته ۱: در این رابطه، α ، زاویه سیم (جهت جریان) و میدان مغناطیسی است.

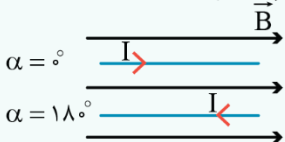
نکته ۲: L در این رابطه، طولی از سیم است که در میدان مغناطیسی قرار دارد.

نکته ۳: اگر سیم حامل جریان بر خطوط میدان مغناطیسی عمود باشد، $\alpha = 90^\circ$ شده و نیروی وارد بر سیم بیشینه می‌شود، یعنی:



$$\alpha = 90^\circ \rightarrow \sin \alpha = 1 \rightarrow F_{\max} = BIL$$

نکته ۴: اگر سیم حامل جریان، هم‌راستا با میدان مغناطیسی باشد، $\alpha = 0^\circ$ یا $\alpha = 180^\circ$ شده و نیروی وارد بر سیم برابر صفر می‌شود. یعنی:



$$\alpha = 0^\circ \text{ یا } 180^\circ \rightarrow \sin \alpha = 0 \rightarrow F_{\min} = 0$$

نکته ۵: قانون دست راست: اگر چهار انگشت دست راست طوری در جهت جریان قرار گیرد که در صورت خم شدن، جهت میدان را نشان دهد، در این صورت، انگشت شست، جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم خواهد بود.



طبق قاعده دست راست به طوری که چهار انگشت باز جهت جریان و انگشت شست، جهت نیرو و چهار انگشت بسته زاویه 90° .

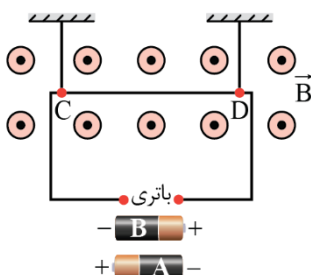
یادآوری:

جهت \odot ، جهت جریان برون سو و \otimes جهت جریان درون سو است.

گروه آموزشی ماز

۴۹- در شکل مقابل، سیم CD به طول 20 cm ، مقاومت $10\ \Omega$ و جرم 4 g عمود بر خط‌های میدان مغناطیسی یکنواخت و برون سویی با اندازه $B = 0.5\text{ T}$ قرار گرفته است. کدام باتری و با چه اختلاف پتانسیلی بر حسب ولت در مدار قرار گیرد تا سیم CD به حالت تعادل باقی بماند و بر نیروسنج‌ها نیرویی وارد

نشود؟ (باتری‌ها آرمانی هستند و $g = 10\ \frac{\text{N}}{\text{kg}}$)



(۱) باتری B و 0.4

(۲) باتری A و 0.4

(۳) باتری A و 4

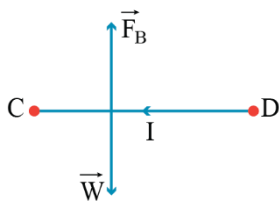
(۴) باتری B و 4



نیروی وزن سیم به سمت پایین به سیم وارد می شود، بنابراین نیروی مغناطیسی وارد بر سیم باید به سمت بالا باشد تا سیم در حالت تعادل باقی بماند. طبق قاعده دست راست، جریان سیم از D به C می باشد، بنابراین باتری B باید در مدار قرار گیرد. اکنون می توانیم جریان مدار را بیابیم، داریم:

$$\left. \begin{aligned} m &= 4g = 4 \times 10^{-3} \text{ kg} \\ L &= 20 \text{ cm} = 0.2 \text{ m} \\ B &= 0.5 \text{ T} \\ \theta &= 90^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow F_B = W \Rightarrow ILB = mg$$

$$\Rightarrow I \times 0.2 \times 0.5 = 4 \times 10^{-3} \times 10 \Rightarrow I = \frac{4 \times 10^{-2}}{10^{-1}} = 0.4 \text{ A}$$

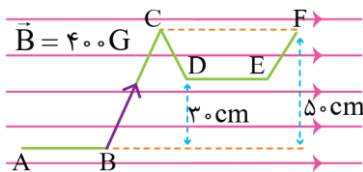


$$V = RI = 10 \times 0.4 = 4 \text{ V}$$

در نهایت با توجه به رابطه قانون اهم داریم:

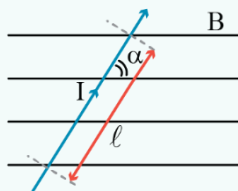
گروه آموزشی ماز

۵۰- در شکل زیر، جریان سیم ABCDEF برابر ۲A می باشد. برآیند نیروهای وارد بر کل سیم چند نیوتون و در کدام جهت است؟



- ۱) ۰/۰۶ - درون سو
- ۲) ۰/۰۶ - برون سو
- ۳) ۰/۳۶ - درون سو
- ۴) صفر

نیروی مغناطیسی



۱- نیرویی که توسط میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان وارد می شود، از رابطه مقابل پیروی می کند: $F = I l B \sin \theta$
 ۲- که در آن l بخشی از سیم حامل جریان است که در میدان مغناطیسی قرار دارد، I جریان گذرنده از سیم، B شدت میدان مغناطیسی خارجی است که سیم در آن قرار دارد و α زاویه بین جهت جریان و میدان مغناطیسی است.

$$\alpha = \pi \text{ یا } \alpha = 0 \rightarrow F = 0$$

الف: اگر سیم حامل جریان در راستای میدان قرار گیرد، نیرویی بر سیم وارد نمی شود.

ب: بیشینه نیروی وارد بر سیم هنگامی است که سیم عمود بر خطهای میدان مغناطیسی قرار دارد:

$$\alpha = \frac{\pi}{2} \rightarrow F_{\max} = I l B$$

۳- با توجه به رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان:

$$F_B = I l B \sin \theta \rightarrow B = \frac{F_B}{I l \sin \theta} \rightarrow [B] = \frac{N}{m \cdot A} = \text{تسلا}$$

در سیمهایی که شکل پیچیده دارند، کافی است ابتدای سیم را به انتهای آن وصل کنیم و l عمود بر میدان مغناطیسی را پیدا کنیم. به طور ساده همیشه گفت باید ببینید در راستای عمود بر میدان، انتهای سیم چقدر از ابتدای سیم بالاتر است.



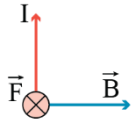
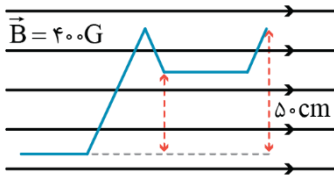
با توجه به نکته بالا و همانطور که از شکل پیدا است، انتهای سیم از ابتدای آن به اندازه 50 cm در جهت عمود بر میدان، بالاتر قرار گرفته است؛ بنابراین عمودی برابر 50 cm است و نیروی وارد بر سیم از رابطه زیر به دست می آید:

$$F = BIl_{\text{عمودی}}$$

بنابراین می توان نوشت:

$$F = 400 \times 10^{-4} \times 3 \times \frac{50}{100} = 0.6\text{ N}$$

با استفاده از قانون دست راست نیز می توان پی برد جهت نیروی وارد بر سیم، درونسو است.



گروه آموزشی ماز

۵۱- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) پوست میوه از ورود گاز اکسیژن به درون آن جلوگیری کرده ولی مقاومتی در برابر ورود جانداران ذره‌بینی ندارد.
- (۲) کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته می‌شوند و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- (۳) نمک سود کردن و تهیه ترشی از جمله راه‌های افزایش زمان ماندگاری مواد غذایی هستند.
- (۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به صورت تجربی اندازه‌گیری کرد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

اکسیژن گازی واکنش‌پذیر است که تمایل زیادی به واکنش با مواد دیگر دارد. اگر مواد غذایی در معرض اکسیژن قرار بگیرند، سریع‌تر فاسد می‌شوند. وجود پوست در میوه‌ها و خشکبار یک عامل طبیعی برای افزایش زمان ماندگاری آن‌ها است؛ زیرا مانع از ورود اکسیژن و جانداران ذره‌بینی به درون آن‌ها می‌شود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- (۲) بدن ما از غذا مواد گوناگونی دریافت می‌کند. این مواد شامل کربوهیدرات‌ها، پروتئین‌ها، چربی‌ها، آب، ویتامین‌ها و مواد معدنی بوده که سه ماده نخست، افزون بر تامین مواد اولیه برای سوخت و ساز یاخته‌ها، منابعی برای تامین انرژی آن‌ها نیز هستند. در این میان تنها کربوهیدرات‌ها هستند که در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- (۳) انسان همواره به دنبال راه‌هایی بوده که بتواند مواد غذایی را برای مدت‌های طولانی نگهداری کند. از جمله این راه‌ها می‌توان به خشک کردن میوه‌ها، تهیه ترشی و نمک سود کردن غذا اشاره کرد. تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، تاریک و خشک برای نگهداری غذاها در طولانی‌مدت، بهتر از محیط گرم، روشن و مرطوب است.
- (۴) آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (گرماسنجی) اندازه‌گیری کرد، زیرا برخی از آن‌ها مرحله‌ای از یک واکنش پیچیده هستند و برخی دیگر به آسانی انجام نمی‌شوند. آشکار است که تامین شرایط بهینه برای انجام آن‌ها بسیار دشوار است. شیمی‌دان‌ها برای تعیین آنتالپی چنین واکنش‌هایی، از روش‌های دقیق دیگری همانند قانون هس بهره می‌برند.

گروه آموزشی ماز

۵۲- نام چه تعداد از ایزومرهای اوکتان در آیوپاک به هگزان ختم می‌شود؟

(۴) ۹

(۳) ۸

(۲) ۷

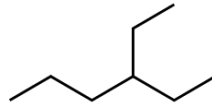
(۱) ۶

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

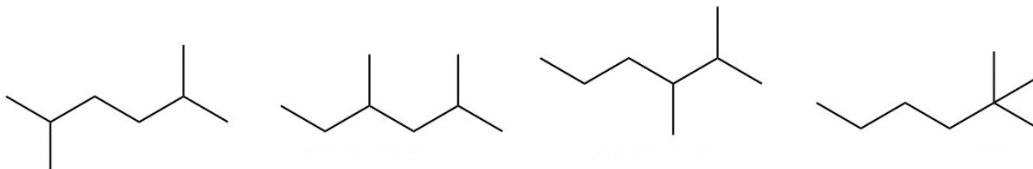
اوکتان، آلکانی هشت کربنه با فرمول شیمیایی C_8H_{18} است. اگر نام آلکانی ۸ کربنه به هگزان ختم شود، در ساختار آن ۲ اتم کربن در گروه یا گروه‌های آلکیلی قرار دارد. پس در ساختار این ماده یا یک شاخه اتیل یا دو شاخه متیل وجود دارد.

۱- یک شاخه اتیل: گروه اتیل بر روی کربن‌های اول و دوم و همچنین بر روی کربن‌های آخر و یکی مانده به آخر قرار نمی‌گیرد. پس این گروه تنها بر روی کربن شماره ۳ یا ۴ قرار می‌گیرد که یک مورد تکراری بوده و تنها یک ساختار برای این ماده می‌توان در نظر گرفت.

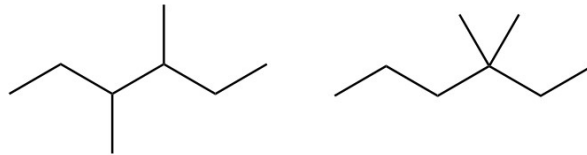


۲- دو شاخه متیل: گروه متیل بر روی کربن اول و آخر قرار نمی‌گیرد.

(الف) شاخه اول بر روی کربن دوم باشد: در این حالت شاخه دوم می‌تواند بر روی کربن دوم، سوم، چهارم یا پنجم باشد.



(ب) شاخه اول بر روی کربن سوم باشد: در این حالت شاخه دوم می‌تواند بر روی کربن سوم یا چهارم باشد. در این حالت اگر شاخه دوم بر روی کربن پنجم قرار گیرد، شماره گذاری از طرف مقابل انجام می‌شود و ترکیب حاصل تکراری و مشابه کربن دوم و چهارم خواهد شد.



اگر شاخه اول بر روی کربن چهارم یا پنجم باشد، زنجیره از طرف مقابل شماره گذاری می شود و ترکیبات حاصل، تکراری می شوند.

گروه آموزشی ماز

۵۳- بر اساس جدول زیر آنتالپی واکنش $OF_2(g) + H_2O(g) \rightarrow O_2(g) + 2HF(g)$ ، برابر با کیلوژول است و اگر HF در این واکنش به حالت فیزیکی مایع تولید شود، گرمای بین سامانه و محیط مبادله می شود.

پیوند	$O - F$	$O - H$	$O = O$	$H - F$
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۱۸۴	۴۶۳	۴۹۴	۵۶۵

(۴) ۱۶۵-، بیشتر

(۳) ۱۶۵-، کمتر

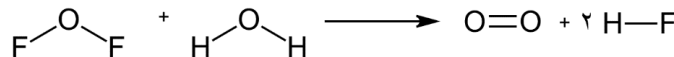
(۲) ۳۳۰-، بیشتر

(۱) ۳۳۰-، کمتر

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش انجام شده را می توان به صورت زیر نیز نمایش داد:



برای واکنش هایی که همه مواد شرکت کننده در واکنش در حالت گازی هستند، می توان از طریق آنتالپی پیوند مواد، آنتالپی واکنش را به دست آورد.

آنتالپی واکنش در حالت گازی:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}]$$

بر این اساس می توان نوشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [2\Delta H(O-F) + 2\Delta H(O-H)] - [\Delta H(O=O) + 2\Delta H(H-F)] \Rightarrow$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [(2 \times 184) + (2 \times 463)] - [494 + (2 \times 565)] \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = -330 \text{ kJ}$$

مقدار آنتالپی واکنش برابر با ۳۳۰- کیلوژول بوده و واکنش گرماده است.

اگر HF از حالت گاز به حالت مایع تبدیل شود، سطح انرژی فرآورده ها کاهش می یابد. در واکنش ها با کاهش سطح انرژی فرآورده ها، ΔH واکنش منفی تر می شود. تغییر آنتالپی این واکنش نیز منفی بوده و با منفی تر شدن، مقدار آن بزرگ تر می شود؛ در نتیجه مقدار گرمای بیشتری طی انجام واکنش آزاد می شود.

گروه آموزشی ماز

۵۴- کدام یک از عبارت های زیر درست است؟

(۱) میزان انرژی مورد نیاز هر فرد به سن فرد وابسته بوده و مقدار اضافی انرژی بدن به طور عمده به صورت کربوهیدرات ذخیره می شود.

(۲) در واکنش هایی با مواد گازی پیچیده، محاسبه مقدار آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند تفاوت آشکاری با داده های تجربی دارد.

(۳) با آزاد شدن انرژی حین فرآیند شکستن یک مول H_2 ، اتم های هیدروژن با سطح انرژی بیشتری نسبت به H_2 حاصل می شوند.

(۴) ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین برابر بوده و مقدار ارزش سوختی آن ها، نصف مقدار ارزش سوختی چربی ها است.

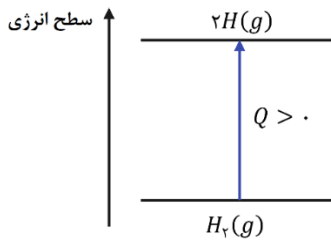
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

در واکنش هایی که همه مواد شرکت کننده در آن گازی شکل هستند، می توان از طریق میانگین آنتالپی پیوند واکنش دهنده ها و فرآورده ها، آنتالپی واکنش را محاسبه کرد. هرچه در این واکنش ها، مواد شرکت کننده ساده تر باشند، مقدار آنتالپی محاسبه شده با داده های تجربی همخوانی بیشتری دارد. به دیگر سخن به کار بردن میانگین آنتالپی پیوندها برای تعیین ΔH واکنش های گازی با مولکول های پیچیده تر اغلب در مقایسه با داده های تجربی، تفاوتی آشکار نشان می دهد.

بررسی سایر گزینه ها:

① میزان انرژی مورد نیاز هر فرد به وزن، سن و میزان فعالیت روزانه آن فرد بستگی دارد. هر مقدار اضافی از مواد و انرژی دریافتی از مواد غذایی، به طور عمده به صورت چربی در بدن ذخیره شده و باعث چاقی می شود.



اتم‌های هیدروژن ناپایدارتر از مولکول هیدروژن هستند؛ در نتیجه سطح انرژی اتم‌های هیدروژن بالاتر از سطح انرژی مولکول هیدروژن است، اما فرآیند تبدیل مولکول هیدروژن به اتم‌های گازی مجزا، فرآیندی گرماگیر بوده و طی آن گرما صرف شکستن پیوند $H-H$ می‌شود. آزاد شدن گرما در واکنش‌های گرماده اتفاق می‌افتد نه گرماگیر. شکل مقابل روند انجام این فرآیند را نشان می‌دهد:

ارزش سوختی کربوهیدرات‌ها با پروتئین‌ها برابر بوده و مقدار هر کدام از آن‌ها برابر با ۱۷ کیلوژول بر گرم است. ارزش سوختی چربی‌ها نیز برابر با ۳۸ کیلوژول بر گرم بوده که این مقدار بیش از دو برابر ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین است.

گروه آموزشی ماز

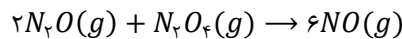
۵۵- اگر آنتالپی واکنش موازنه‌شده تولید هر یک از ترکیب‌های NO ، N_2O و N_2O_4 از عناصر سازنده به ترتیب برابر ۱۸۰، ۱۶۴ و ۹ کیلوژول باشد، آنتالپی واکنش $NO(g) + N_2O(g) \rightarrow N_2O_4(g)$ پس از موازنه برابر چند کیلوژول خواهد بود؟

(۱) -۷۴۳ (۲) -۳۶۷ (۳) +۷۴۳ (۴) +۳۶۷

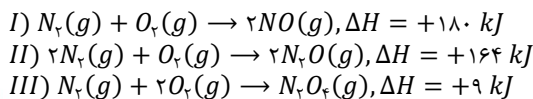
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله ۱۱۰۲)



معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



همچنین معادله ترموشیمیایی هر یک از واکنش‌های تولید ترکیب‌ها از عناصر سازنده به صورت زیر است:

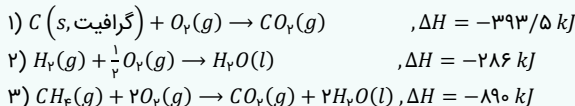


به کمک قانون هس، آنتالپی واکنش اولیه را حساب می‌کنیم:

قانون هس:

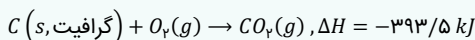
گرمای یک واکنش معین به راهی که برای انجام واکنش در پیش گرفته می‌شود، بستگی ندارد. بر اساس قانون هس، اگر معادله واکنش را بتوان از جمع دو یا چند معادله دیگر به دست آورد، ΔH آن واکنش را نیز می‌توان از جمع ΔH ‌های واکنش‌های دیگر محاسبه کرد.

به عنوان مثال، آنتالپی واکنش $CH_4(g) + 2H_2(g) \rightarrow C(s, \text{گرافیت}) + 2H_2O(l)$ را با استفاده از واکنش‌های زیر حساب می‌کنیم:

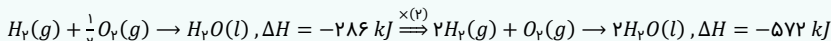


ابتدا از میان مواد شرکت‌کننده در واکنش‌ها، موادی که غیر تکراری هستند را انتخاب می‌کنیم و ضریب و جهت آن‌ها را مطابق واکنش اصلی قرار می‌دهیم؛ در این‌جا $C(s, \text{گرافیت})$ از واکنش اول، $H_2(g)$ از واکنش دوم و $CH_4(g)$ از واکنش سوم، غیر تکراری هستند؛ بنابراین واکنش‌ها را بر اساس ضریب این سه ماده در واکنش اصلی تغییر می‌دهیم:

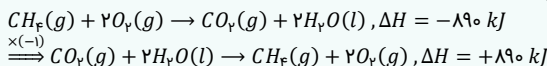
واکنش اول: ضریب و جهت $C(s, \text{گرافیت})$ مشابه واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را بدون تغییر قرار می‌دهیم.



واکنش دوم: ضریب $H_2(g)$ نصف واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را در ۲ ضرب می‌کنیم:



واکنش سوم: جهت $CH_4(g)$ برعکس واکنش اصلی است؛ پس این واکنش را در (-۱) ضرب می‌کنیم:

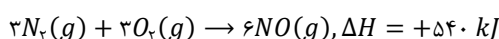


حال، ΔH واکنش اصلی را بر اساس قانون هس به دست می‌آوریم:

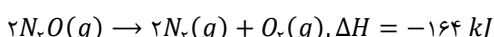
$$\Delta H = (-393/5) + (-572) + (+890) = -75/5 \text{ kJ}$$

توجه: اگر پس از نظر گرفتن مواد غیر تکراری، واکنشی باقی ماند، در میان مواد شرکت‌کننده در این واکنش به دنبال ماده‌ای می‌گردیم که در واکنش اصلی نبوده و تنها در یک واکنش دیگر دیده شود. ضریب این ماده را در این واکنش برابر واکنش دیگر قرار می‌دهیم، اما جهت آن را عکس قرار می‌دهیم، تا با یکدیگر حذف شوند و در واکنش مجموع نیایند.

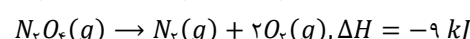
در میان مواد شرکت‌کننده در سه واکنش، $NO(g)$ در واکنش اول، $N_2O(g)$ در واکنش دوم و $N_2O_4(g)$ در واکنش سوم غیر تکراری هستند، پس ضریب و جهت این مواد را در این واکنش‌ها مطابق واکنش اصلی قرار می‌دهیم:



(۱) واکنش اول را در (+۳) ضرب می‌کنیم:



(۲) واکنش دوم را در (-۱) ضرب می‌کنیم:



(۳) واکنش سوم را نیز قرینه می‌کنیم:

آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش‌های تغییر یافته است؛ پس، آنتالپی واکنش اصلی را حساب می‌کنیم:

$$\Delta H = (+540) + (-164) + (-9) = +367 \text{ kJ}$$

پس تغییر آنتالپی این واکنش برابر ۳۶۷ کیلوژول است.

گروه آموزشی ماز

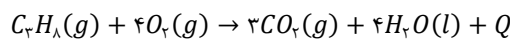
۵۶- کدام یک از عبارتهای زیر درست است؟

- (۱) مقدار آنتالپی سوختن پروپان، منفی‌تر از مقدار آنتالپی واکنش $C_3H_8(g) + 4O_2(g) \rightarrow 3CO_2(g) + 4H_2O(g)$ است.
- (۲) با استفاده از گرماسنج لیوانی می‌توان مقدار آنتالپی سوختن هگزان مایع را در فشار ثابت و به صورت تجربی اندازه‌گیری کرد.
- (۳) اتن نوعی سوخت سبز بوده و می‌توان آن را از پسماند گیاهانی مانند نیشکر، سویا و دیگر دانه‌های روغنی استخراج کرد.
- (۴) بر اساس قانون هس، اگر جای واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها عوض کنیم، مقدار آنتالپی واکنش معکوس می‌شود.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش سوختن پروپان، گرماده بوده و سطح انرژی فراورده‌ها در این واکنش، کمتر از واکنش‌دهنده‌ها است. مقدار Q در واکنش زیر، بیانگر مقدار آنتالپی سوختن پروپان است:



اگر در این واکنش حالت فیزیکی H_2O از مایع به گاز تبدیل شود، گرمای کمتری طی واکنش آزاد می‌شود؛ چون سطح انرژی $H_2O(g)$ ، بیشتر از سطح انرژی $H_2O(l)$ است. بر این اساس می‌توان گفت که مقدار آنتالپی سوختن پروپان، منفی‌تر (بیشتر) از مقدار آنتالپی واکنش داده شده در عبارت است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲- گرماسنج لیوانی برای تعیین آنتالپی فرآیندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند مناسب است. در واکنش سوختن هگزان، مواد شرکت کننده در واکنش در فاز یا حالت محلول قرار ندارند.

روش‌های اندازه‌گیری گرمای واکنش:

- ۱- روش مستقیم یا تجربی: در این روش، از گرماسنج استفاده می‌شود و به همین علت به آن روش گرماسنجی نیز گفته می‌شود. یکی از گرماسنج‌ها، گرماسنج لیوانی است که از آن برای به دست آوردن گرمای واکنش‌ها در فشار ثابت بهره می‌گیرند. گرمای به دست آمده از گرماسنج لیوانی، معادل با آنتالپی واکنش است. این گرماسنج برای تعیین آنتالپی فرآیندهای انحلال و واکنش‌هایی که در حالت محلول انجام می‌شوند مناسب است.
- ۲- روش غیر مستقیم: آنتالپی بسیاری از واکنش‌های شیمیایی را نمی‌توان به روش تجربی (گرماسنجی) اندازه‌گیری کرد. از روش‌های غیرمستقیم (غیر تجربی) برای به دست آوردن گرمای واکنش، می‌توان به قانون هس و بهره‌گیری از آنتالپی پیوند اشاره کرد.

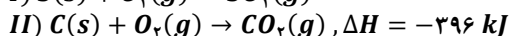
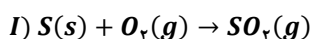
۳- سوخت‌های سبز علاوه بر داشتن اتم‌های کربن و هیدروژن، دارای اتم‌های اکسیژن نیز هستند. اتانول، یکی از سوخت‌های سبز است. سوخت‌های سبز از پسماند‌های گیاهانی مانند سویا، نیشکر و دیگر دانه‌های روغنی استخراج می‌شوند. دقت کنید که در ساختار اتن با فرمول مولکولی C_2H_4 ، هیچ اتم اکسیژنی وجود ندارد.

۴- برای محاسبه آنتالپی یک واکنش با قانون هس، اگر در حین انجام فرآیند، جای واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها را در یک واکنش جانبی (کمکی) عوض کنیم، مقدار آنتالپی آن واکنش قرینه می‌شود نه معکوس. برای مثال اگر آنتالپی واکنشی، ۲۰۰ کیلوژول باشد با انجام این کار مقدار آن به ۲۰۰- کیلوژول تبدیل می‌شود، درحالی که معکوس ۲۰۰ برابر با $\frac{1}{۲۰۰}$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- بر اساس واکنش‌های زیر، اگر ارزش سوختی گرافیت، دو برابر ارزش سوختی گوگرد باشد، از سوختن ۹/۶ گرم گوگرد چند کیلوژول انرژی آزاد شده و چند لیتر گاز گوگرد دی‌اکسید در شرایط استاندارد حاصل می‌شود؟

$$(C = 12, S = 32; g. mol^{-1})$$



$$۶/۷۲ - ۳۱۶/۸ (۴)$$

$$۶/۷۲ - ۱۵۸/۴ (۳)$$

$$۱۳/۴۴ - ۳۱۶/۸ (۲)$$

$$۱۳/۴۴ - ۱۵۸/۴ (۱)$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

انرژی آزاد شده به ازای سوختن کامل یک گرم از یک ماده، معادل با ارزش سوختی آن ماده است.

راه حل مساله: ارزش سوختی را از تقسیم آنتالپی سوختن بر جرم مولی به دست می‌آوریم. پس ابتدا ارزش سوختی کربن را محاسبه و به کمک آن ارزش سوختی گوگرد را مشخص می‌کنیم. سپس مقدار گرما و گاز تولیدشده از سوختن ۹/۶ گرم گوگرد را بر اساس استوکیومتری حساب می‌کنیم.

در واکنش (II)، یک مول گرافیت در واکنش سوختن شرکت کرده و ۳۹۶ کیلوژول گرما طی انجام واکنش آزاد شده است؛ در نتیجه آنتالپی سوختن گرافیت برابر با ۳۹۶- کیلوژول بر مول است. بنابراین ارزش سوختی گرافیت برابر است با:

ارزش سوختی:

انرژی تولید شده به ازای سوختن یک گرم ماده سوختنی، معادل با ارزش سوختی آن ماده بوده و یکای آن برحسب $kJ \cdot g^{-1}$ است. برای مثال اگر ارزش سوختی ماده‌ای برابر ۳۰ کیلوژول بر گرم است؛ بدین معناست که از سوختن یک گرم از آن ماده، ۳۰ کیلوژول انرژی تولید می‌شود. رابطه بین ارزش سوختی و آنتالپی سوختن یک ماده به صورت زیر است:

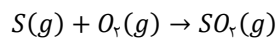
$$\text{ارزش سوختی } (kJ \cdot g^{-1}) = \frac{\text{آنتالپی سوختن } (kJ \cdot mol^{-1})}{\text{جرم مولی } (g \cdot mol^{-1})}$$

$$\text{ارزش سوختی} = \frac{|\text{آنتالپی سوختن}|}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \text{ارزش سوختی} = \frac{|-396|}{12} = 33 \text{ } kJ \cdot g^{-1}$$

طبق گفته سوال ارزش سوختی گرافیت، دو برابر ارزش سوختی گوگرد است؛ در نتیجه ارزش سوختی گوگرد برابر با ۱۶/۵ کیلوژول بر گرم است. مقدار انرژی آزاد شده از سوختن ۹/۶ گرم گوگرد برابر است با:

$$\text{انرژی } 16/5 \text{ } kJ \times \frac{9/6 \text{ } g}{1 \text{ } g} = 158/4 \text{ } kJ$$

معادله واکنش سوختن گوگرد به صورت زیر است:



مقدار حجم گاز گوگرد دی‌اکسید را نیز برحسب لیتر می‌توان به صورت زیر محاسبه کرد:

$$? L SO_2 = 9/6 \text{ } g S \times \frac{1 \text{ } mol S}{32 \text{ } g S} \times \frac{1 \text{ } mol SO_2}{1 \text{ } mol S} \times \frac{22/4 \text{ } L SO_2}{1 \text{ } mol SO_2} = 6/72 \text{ } L$$

حجم گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده در این واکنش در شرایط استاندارد برابر ۶/۷۲ لیتر است.

گروه آموزشی ماز

۵۸- چند مورد از عبارتهای زیر درست است؟

الف: در واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن، گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد.

ب: نام تجاری آب اکسیژنه، هیدروژن پراکسید بوده و در هر مولکول از آن، ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

پ: آنتالپی واکنش $C(s) + \frac{1}{2} O_2(g) \rightarrow CO(g)$ را نمی‌توان با روش تجربی و به طور مستقیم محاسبه کرد.

ت: اگر ارزش سوختی X_p برابر با ۲۰ واحد باشد، یعنی از سوختن هر مول از آن ماده، ۲۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

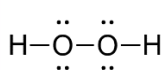
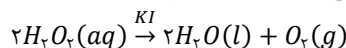
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی

عبارتهای (الف) و (پ) درست هستند.

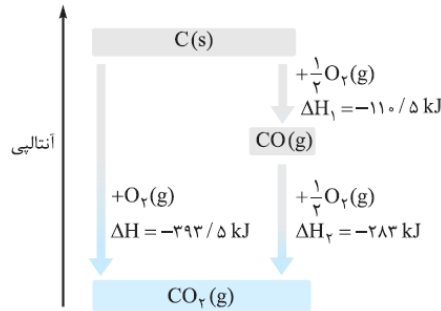
بررسی موارد:

الف: واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به آب و اکسیژن یک واکنش گرماده بوده و طی آن گرما از سامانه به محیط انتقال می‌یابد. کاتالیزگر این واکنش، پتاسیم یدید است که باعث افزایش سرعت واکنش تجزیه می‌شود. واکنش انجام شده به صورت زیر است:



ب: فرمول مولکولی هیدروژن پراکسید به صورت H_2O_2 بوده و ساختار لوویس مولکول H_2O_2 به صورت مقابل است. در هر مولکول از آن، ۴ جفت الکترون پيوندی (پیوند اشتراکی) و ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. نام تجاری این ماده آب اکسیژنه است و از آن برای ضدعفونی استفاده می‌شود.

پ: واکنش سوختن کامل گرافیت را می‌توان مجموعه‌ای از دو واکنش پی‌درپی مطابق نمودار زیر دانست:



مطابق نمودار، هم واکنش‌های جانبی مرحله ۱ و ۲ و هم واکنش اصلی، گرماده هستند. مقدار آنتالپی واکنش تبدیل گرافیت به کربن مونوکسید را نمی‌توان با روش تجربی (مستقیم) اندازه‌گیری کرد، چون CO تولید شده در این واکنش به سرعت با اکسیژن واکنش داده و به ماده پایدارتر CO₂ تبدیل می‌شود.

ت: ارزش سوختی یک ماده مقدار گرمای آزاد شده از سوختن یک گرم از آن ماده را برحسب کیلوژول نمایش می‌دهد. برای مثال اگر ارزش سوختی یک ماده، ۲۰ کیلوژول بر گرم باشد، یعنی از سوختن هر گرم (نه هر مول) از آن ماده، ۲۰ کیلوژول گرما آزاد شده است.

گروه آموزشی ماز

۵۹- یک وعده غذایی شامل ۳۰ گرم پنیر، ۳۰ گرم بادام زمینی و مقداری شیر، انرژی لازم برای شنای فردی به مسافت ۲۰ متر را تامین می‌کند. چند کیلوژول گرما باید به مقدار شیر موجود در این وعده غذایی داده شود تا دمای آن ۴°C افزایش یابد؟ (انرژی لازم برای هر متر شنا، ۲۰ کیلوکالری بوده و گرمای ویژه شیر برابر با ۴ ژول بر گرم بر درجه سانتی‌گراد است.)

ارزش سوختی	$\text{kJ} \cdot \text{g}^{-1}$
پنیر	۲۰
بادام زمینی	۲۳
شیر	۳

$$(1 \text{ cal} = 4/2 \text{ J})$$

$$3/0.4 \quad (1)$$

$$2/0.8 \quad (2)$$

$$2/1.8 \quad (3)$$

$$3/1.4 \quad (4)$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی

برای طی هر متر شنا توسط فرد، ۲۰ کیلوکالری (معادل با ۸۴ کیلوژول) انرژی صرف می‌شود.

راه حل مساله: ابتدا مقدار انرژی لازم برای شنا را محاسبه می‌کنیم که برابر مجموع انرژی آزاد شده از مواد موجود در غذا است. بر همین اساس جرم شیر را حساب کرده و سپس گرمای لازم برای افزایش دمای آن را به کمک رابطه تغییر دما و گرما به دست می‌آوریم.

پس برای طی مسافت ۲۰ متر شنا، ۱۶۸۰ کیلوژول انرژی نیاز است. انرژی به دست آمده از وعده غذایی، باید برابر با ۱۶۸۰ کیلوژول باشد، بر این اساس می‌توان، جرم شیر موجود در وعده غذایی را محاسبه کرد:

انرژی مقداری شیر + انرژی ۳۰ گرم بادام + انرژی ۳۰ گرم پنیر = انرژی به دست آمده از وعده غذایی برای طی ۲۰ متر شنا

$$1680 \text{ kJ} = \underbrace{(30 \times 20)}_{\text{پنیر}} + \underbrace{(30 \times 23)}_{\text{بادام زمینی}} + \underbrace{(x \times 3)}_{\text{شیر}} \Rightarrow x = 130 \text{ g}$$

جرم شیر به دست آمده در وعده غذایی، برابر با ۱۳۰ گرم بوده است.

$$Q = mc\Delta\theta$$

گرمای مبادله شده به ازای تغییرات دمای یک جسم:

مقدار انرژی لازم برای افزایش دمای این نمونه شیر به اندازه ۴ درجه سانتی‌گراد، برابر است با:

$$Q = mc\Delta\theta \Rightarrow Q = 130 \times 4 \times 4 = 2080 \text{ J} \Rightarrow Q = 2/0.8 \text{ kJ}$$

پس برای افزایش دمای ۱۳۰ گرم شیر باید ۲/۰۸ کیلوژول گرما به آن ماده داد.

گروه آموزشی ماز

۶۰- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با گاز مرداب نادرست هستند؟

الف: بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل داده و در هر مولکول از آن، ۴ پیوند اشتراکی یافت می‌شود.

ب: تولید آن از واکنش گرافیت با مقدار کافی گاز هیدروژن در مقیاس آزمایشگاهی دشوار خواهد بود.

پ: از تجزیه گیاهان به وسیله باکتری‌های هوازی در زیر آب تولید شده و مولکولی ناقطبی به شمار می‌رود.

ت: ارزش سوختی بیشتری نسبت به اتان داشته و میانگین آنتالپی هر پیوند در آن، بیشتر از آنتالپی پیوند $H-O$ است.

(۴) «الف» و «ت»

(۳) «پ» و «ت»

(۲) «ب» و «پ»

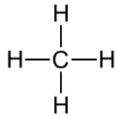
(۱) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

بررسی موارد:

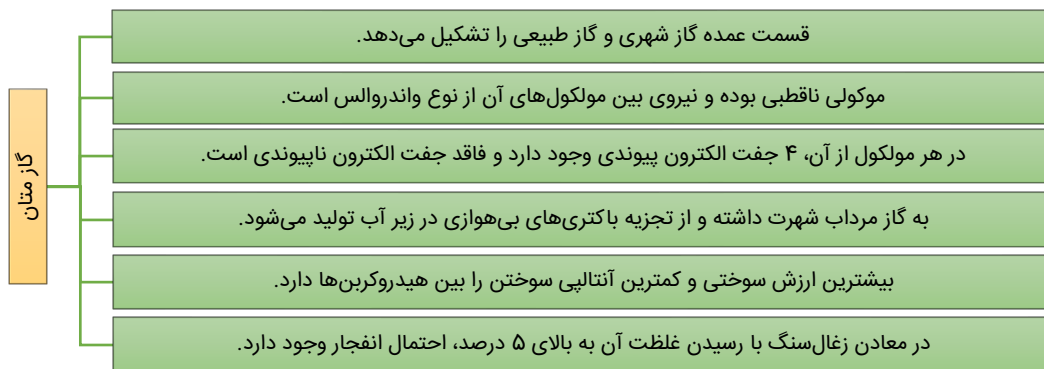
گاز متان (CH_4)، نخستین بار از سطح مردابها جمع آوری شده، از این رو به گاز مرداب شهرت دارد. بر این اساس گزینه‌های (پ) و (ت) نادرست هستند.



الف: متان، ساده‌ترین عضو آلکان‌ها بوده و بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. بر اساس ساختار مقابل، در هر مولکول از متان، ۴ جفت الکترون پیوندی (پیوند اشتراکی) یافت می‌شود.

ب: واکنش تولید گاز متان از عناصر سازنده یعنی گرافیت و گاز هیدروژن، مطابق معادله $CH_4(g) \rightarrow C(s) + 2H_2(g)$ (گرافیت، $C(s)$) است. اما چون شرایط بهینه برای انجام این واکنش در آزمایشگاه، بسیار دشوار و پرهزینه است، به همین دلیل برای تعیین آنتالپی این واکنش می‌توان از واکنش‌های دیگری بهره برد که پیش از این آنتالپی آن‌ها تعیین شده است.

پ: متان، ساده‌ترین عضو هیدروکربن‌ها بوده و مولکولی ناقطبی به حساب می‌آید. این گاز از تجزیه گیاهان توسط باکتری‌های بی‌هوازی در زیر آب نیز تولید می‌شود. نمودار زیر برخی از ویژگی‌های گاز متان را نمایش می‌دهد:



ت: متان در میان هیدروکربن‌ها، بیشترین ارزش سوختی را داشته و در هر مولکول از آن، فقط پیوند $C-H$ وجود دارد. با توجه به این که شعاع اتم اکسیژن کمتر از کربن است؛ پس می‌توان گفت که مقدار میانگین آنتالپی پیوند $O-H$ ، بیشتر از مقدار میانگین آنتالپی پیوند $C-H$ است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- ۵/۵۵ گرم کلسیم کلرید جامد را درون آب یک گرماسنج لیوانی حل می‌کنیم که طی آن دمای محلول از $40^\circ C$ به $45^\circ C$ می‌رسد. اگر گرمای ویژه محلول برابر $4/2 J \cdot g^{-1} \cdot ^\circ C^{-1}$ باشد، جرم آب موجود در درون گرماسنج چند گرم بوده است؟ (از انحلال هر مول کلسیم کلرید در آب، ۸۴ کیلوژول گرما آزاد می‌شود و از جذب گرما توسط بدنه گرماسنج صرفه‌نظر کنید. $Ca = 40; g \cdot mol^{-1}$, $Cl = 35/5$)

۱۴۴/۴۵ (۴)

۲۴۴/۴۵ (۳)

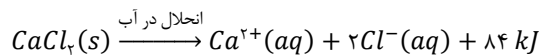
۱۹۴/۴۵ (۲)

۱۶۹/۴۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:



راه حل مساله: ابتدا گرمای حاصل از انحلال که موجب افزایش دمای محلول شده را حساب می‌کنیم. سپس جرم محلول و در نهایت آب را به کمک رابطه افزایش دما و گرما محاسبه می‌کنیم.

ابتدا مقدار گرمای آزادشده توسط ۵/۵۵ گرم کلسیم کلرید ($CaCl_2$) را محاسبه می‌کنیم:

$$? kJ = 5/55 g CaCl_2 \times \frac{1 mol CaCl_2}{111 g CaCl_2} \times \frac{84 kJ}{1 mol CaCl_2} = 4/2 kJ = 4200 J$$

اکنون می‌توانیم جرم محلول موجود در داخل گرماسنج را بدست آوریم:

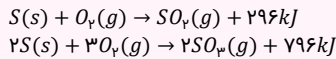
$$Q = mc(\theta_f - \theta_i) \Rightarrow 4200 = m \times 4/2 \times (45 - 40) \Rightarrow m = 200 g$$

جرم محلول موجود در داخل گرماسنج برابر با ۲۰۰ گرم بوده که ۵/۵۵ گرم از آن را کلسیم کلرید تشکیل داده است؛ در نتیجه ۱۹۴/۴۵ گرم از جرم محلول مربوط به آب است.



برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

اگر ۱۲۸ گرم گوگرد مطابق معادله‌های زیر در واکنش با گاز اکسیژن، ۱۵۴۱ کیلوژول گرما تولید کند، چند گرم گاز اکسیژن در کل این فرایند مصرف شده و نسبت جرم گاز گوگرد تری‌اکسید تولید شده به جرم گاز گوگرد دی‌اکسید تولید شده چقدر است؟ ($O = ۱۶, S = ۳۲ \text{ g.mol}^{-1}$)



$$۶/۲۵ - ۱۷۶ \text{ (۴)}$$

$$۸/۷۵ - ۱۷۶ \text{ (۳)}$$

$$۸/۷۵ - ۱۸۴ \text{ (۲)}$$

$$۶/۲۵ - ۱۸۴ \text{ (۱)}$$

پاسخ: گزینه ۲

کل گوگرد مصرف شده در واکنش‌ها برابر ۱۲۸ گرم (معادل با ۴ مول گوگرد) است. اگر مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش اول و دوم را به ترتیب برابر x و y مول در نظر بگیریم، گرمای تولید شده در واکنش اول و دوم به ترتیب برابر $۲۹۶x$ و $۳۹۸y$ (چون $۷۹۶ \times \frac{y}{۲}$) کیلوژول می‌شود؛ بنابراین داریم:

$$\begin{cases} ۲۹۶x + ۳۹۸y = ۱۵۴۱ \\ x + y = ۴ \end{cases} \Rightarrow x = ۰/۵ \text{ و } y = ۳/۵$$

البته، برای محاسبه مقدار گوگرد مصرف شده در این واکنش‌ها، می‌توانستیم مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش اول را برابر x مول و مقدار گوگرد مصرف شده در واکنش دوم را برابر $x - ۴$ مول در نظر بگیریم و بر این اساس، مقدار x را به دست آوریم. با توجه به محاسبات انجام شده، در واکنش اول ۰/۵ مول گوگرد و در واکنش دوم ۳/۵ مول گوگرد مصرف شده است. حال جرم اکسیژن مصرف شده در دو واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{واکنش اول: } ? \text{ g } O_2 = ۰/۵ \text{ mol } S \times \frac{۱ \text{ mol } O_2}{۱ \text{ mol } S} \times \frac{۳۲ \text{ g } O_2}{۱ \text{ mol } O_2} = ۱۶ \text{ g} \\ \text{واکنش دوم: } ? \text{ g } O_2 = ۳/۵ \text{ mol } S \times \frac{۳ \text{ mol } O_2}{۲ \text{ mol } S} \times \frac{۳۲ \text{ g } O_2}{۱ \text{ mol } O_2} = ۱۶۸ \text{ g} \end{cases} \Rightarrow \text{مجموع: } ? \text{ g } O_2 = ۱۶ + ۱۶۸ = ۱۸۴ \text{ g}$$

در نهایت جرم گوگرد دی‌اکسید، جرم گوگرد تری‌اکسید و نسبت خواسته شده را حساب می‌کنیم:

$$\begin{cases} \text{واکنش اول: } ? \text{ g } SO_2 = ۰/۵ \text{ mol } S \times \frac{۱ \text{ mol } SO_2}{۱ \text{ mol } S} \times \frac{۶۴ \text{ g } SO_2}{۱ \text{ mol } SO_2} = ۳۲ \text{ g} \\ \text{واکنش دوم: } ? \text{ g } SO_3 = ۳/۵ \text{ mol } S \times \frac{۲ \text{ mol } SO_3}{۲ \text{ mol } S} \times \frac{۸۰ \text{ g } SO_3}{۱ \text{ mol } SO_3} = ۲۴۰ \text{ g} \end{cases} \Rightarrow A = \frac{۲۴۰}{۳۲} = ۸/۷۵$$

پس در این دو واکنش ۱۸۴ گرم گاز اکسیژن مصرف می‌شود و نسبت خواسته شده در سوال برابر ۸/۷۵ است

گروه آموزشی ماز

۶۲- چند مورد از عبارات‌های زیر در مورد آلدهید موجود در بادام و کتون موجود در میخک درست است؟

الف: در هر دو مولکول فقط یک اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی با پیوند اشتراکی متصل نیست.

ب: آلدهید موجود در بادام، ترکیبی آروماتیک بوده و همانند کتون موجود در میخک، گروه عاملی کربونیل دارد.

پ: ترکیبی که باعث بو و طعم دارچین شده است همانند آلدهید موجود در بادام، آروماتیک بوده و گروه کربونیل دارد.

ت: شمار پیوندهای اشتراکی در هر مولکول از کتون موجود در میخک، ۵/۵ برابر شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

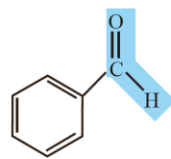
۲ (۲)

۱ (۱)

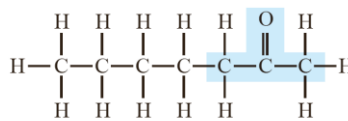
پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)



آلدهید و کتونی که بو و طعم بادام و میخک را تشکیل می‌دهند به ترتیب، بنزآلدهید و ۲-هپتانون نام دارند. ساختار این دو مولکول را در شکل زیر مشاهده می‌کنید:



بنزآلدهید

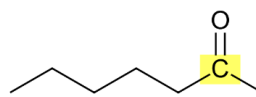
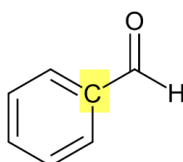


۲-هپتانون

بر این اساس، عبارات‌های (الف)، (ب) و (پ) درست هستند.



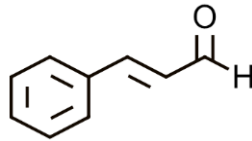
الف: در هر دو مولکول فقط یک اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیست. این دو اتم کربن را در شکل زیر با رنگ زرد مشخص کرده‌ایم:



ب: کربونیل ($C=O$)، دسته‌ای از گروه‌های عاملی است که به آلدهیدها و کتون‌ها نسبت داده می‌شود. همانطور که مشخص است در ساختار بنزآلدهید،

حلقه بنزنی وجود دارد؛ در نتیجه این مولکول ترکیبی آروماتیک به حساب می آید.

پ: ترکیبی که باعث ایجاد بو و طعم در دارچین می شود، آلدئیدی است که دارای حلقه بنزنی است؛ در نتیجه ترکیبی آروماتیک بوده و گروه عاملی کربونیل دارد. ساختار آن به صورت زیر است:



ت: فرمول مولکولی ۲-هپتانون به صورت $C_7H_{14}O$ بوده و در هر مولکول از آن، ۲۲ پیوند اشتراکی (جفت الکترون پیوندی) و ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بر این اساس، نسبت خواسته شده برابر با ۱۱ است.

گروه آموزشی ماز

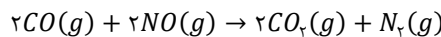
۶۳- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟ ($C = ۱۲, N = ۱۴, O = ۱۶: g.mol^{-1}$)

- (۱) در بین مولکول‌هایی که به طور عمده طعم و بوی رازیانه را ایجاد می کنند، امکان برقراری پیوند هیدروژنی وجود دارد.
- (۲) گروه‌های عاملی، آرایش منظمی از مولکول‌ها است که به مواد آلی دارای آن خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می بخشد.
- (۳) اگر اختلاف آنتالپی سوختن متان و اتان برابر ۶۷۰ کیلوژول باشد، آنتالپی سوختن بوتان به تقریب ۶۷۰ منفی تر از اتان خواهد بود.
- (۴) در معادله واکنشی که CO و NO در شیمی هواکره به مواد پایدارتر تبدیل می شوند، فراورده‌های واکنش، مولکول‌هایی ناقطبی هستند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

گازهای آلاینده همانند CO و NO از آگروز خودروها وارد هواکره می شوند. شیمی دان‌های هواکره انجام واکنش زیر را برای تبدیل این آلاینده‌ها به گازهایی پایدارتر و با آلاینده‌گی کمتر، طراحی کرده‌اند:



در این واکنش هر دو فراورده یعنی کربن دی اکسید و نیتروژن، ناقطبی هستند و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی کنند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱- مولکولی که بو و طعم رازیانه را ایجاد می کند، گروه عاملی اتری ($-O-$) دارد. در ساختار یک اتر، چون هیدروژن متصل به اکسیژن، نیتروژن و فلوئور وجود ندارد؛ در نتیجه در بین مولکول‌های یک اتر امکان برقراری پیوند هیدروژنی نیز وجود ندارد.

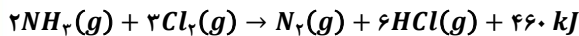
۲- گروه‌های عاملی آرایش منظمی از اتم‌ها است (نه مولکول‌ها) که به ترکیب آلی دارای خود، خواص فیزیکی و شیمیایی منحصر به فردی می بخشد.

۳- فرمول مولکولی متان و اتان به ترتیب به صورت CH_4 و C_2H_6 است. این دو مولکول در یک گروه CH_4 با یکدیگر تفاوت دارند که باعث اختلاف آنتالپی سوختن آن‌ها به اندازه ۶۷۰ کیلوژول شده است. فرمول مولکولی بوتان نیز به صورت C_4H_{10} است که در دو گروه ۲ گروه CH_4 با اتان تفاوت در ساختار دارد؛ در نتیجه تقریباً به اندازه 2×670 کیلوژول با اتان اختلاف آنتالپی سوختن خواهد داشت.

گروه آموزشی ماز

۶۴- اگر انرژی آزاد شده از سوختن کامل ۳۲ گرم پروپین در دمای اتاق، صرف تامین انرژی واکنش زیر شود، حجم فراورده با نقطه جوش بیشتر در شرایط استاندارد به تقریب چند لیتر است؟ (آنتالپی سوختن پروپین، برابر $-۱۹۰۰ kJ.mol^{-1}$ است.)

($H = ۱, C = ۱۲: g.mol^{-1}$)



۴۴۴ (۴)

۴۲۲ (۳)

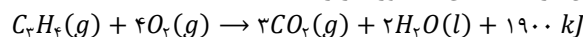
۴۵۶ (۲)

۴۷۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

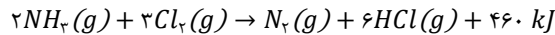
معادله موازنه شده واکنش سوختن کامل پروپین در دمای اتاق به صورت زیر است:



مقدار گرمای آزاد شده به ازای سوختن ۳۲ گرم پروپین را به صورت زیر محاسبه می کنیم:

$$? kJ = 32 g C_3H_6 \times \frac{1 mol C_3H_6}{40 g C_3H_6} \times \frac{1900 kJ}{1 mol C_3H_6} = 1520 kJ$$

معادله واکنش انجام شده نیز به صورت زیر است:



با توجه به اینکه HCl مولکولی قطبی بوده و جرم مولی بیشتری نیز نسبت به مولکول ناقطبی N_2 دارد؛ پس می توان گفت که نقطه جوش HCl بیشتر از نقطه جوش N_2 است. حجم گاز هیدروژن کلرید تولید شده در شرایط استاندارد برابر است با:

$$? L HCl = 1520 \text{ kJ انرژی} \times \frac{6 \text{ mol HCl}}{460 \text{ kJ انرژی}} \times \frac{22.4 \text{ L HCl}}{1 \text{ mol HCl}} \cong 444 \text{ L}$$

حجم گاز هیدروژن کلرید تولید شده به تقریب در شرایط استاندارد برابر ۴۴۴ لیتر است.

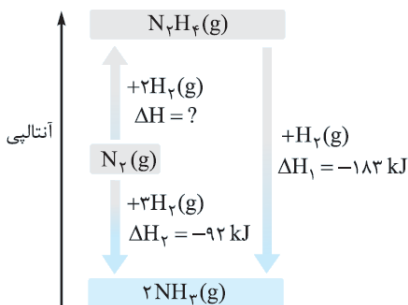
گروه آموزشی ماز

۶۵- در مرحله اول واکنش تولید آمونیاک در فرآیند هابر، فراورده، پایداری نسبت به واکنش دهنده ها دارد و گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط در مرحله اول، از مرحله دوم است.

- (۱) کمتری - کمتر (۲) کمتری - بیشتر (۳) بیشتری - بیشتر (۴) بیشتری - کمتر

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:



تهیه آمونیاک با روش هابر از گازهای نیتروژن و هیدروژن، در دو مرحله انجام می شود. در مرحله اول، گازهای نیتروژن و هیدروژن به گاز هیدرازین (N_2H_4) تبدیل می شوند. این مرحله گرماگیر ($\Delta H > 0$) بوده و آنتالپی آن با روش تجربی (مستقیم) به دست نمی آید. در مرحله دوم، هیدرازین با گاز هیدروژن واکنش داده و تبدیل به گاز آمونیاک می شود. این مرحله گرماده ($\Delta H < 0$) است. در کل می توان گفت که واکنش اصلی فرآیند هابر، گرماده است. در تصویر مقابل واکنش های مربوط به فرآیند هابر نشان داده شده است. در مرحله اول چون واکنش گرماگیر است، سطح انرژی فراورده (N_2H_4)، بالاتر از واکنش دهنده ها بوده، پس پایداری فراورده کمتر از واکنش دهنده ها است. مقدار گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط در مرحله اول واکنش، به اندازه فلش رو به بالا است، در حالی که این مقدار گرما در مرحله دوم به اندازه فلش طولانی تر رو به پایین است. همان طور که از شکل پیدا است، مقدار گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط در مرحله اول کمتر از مرحله دوم است.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد ترکیب مقابل درست هستند؟ ($H = 1, C = 12, O = 16: g.mol^{-1}$)

الف: درصد جرمی هیدروژن در آن کمتر از ۱۰ درصد است.

ب: از سوختن یک گرم از این ماده به تقریب ۳ گرم CO_2 تولید می شود.

پ: در ساختار آن ۱۱ اتم کربن، حداکثر با یک اتم هیدروژن پیوند کووالانسی دارد.

ت: تفاوت شمار پیوندهای میان اتم های C و H و شمار پیوندهای میان اتم های C و O برابر ۳۳ است.

- (۱) «الف» و «پ» (۲) «الف» و «ت» (۳) «ب» و «پ» (۴) «ب» و «ت»

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر $C_{24}H_{36}O_2$ است.

$$H \text{ (شمار پیوندهای سه گانه)} - 4 \text{ (شمار حلقه ها - شمار پیوندهای دو گانه - ۱ + شمار اتم های C)} = 2 \text{ (شمار اتم های H)}$$

$$m = 2 \times (24 + 1 - 5 - 2) = 36$$

عبارت های (ب) و (پ) درست هستند.

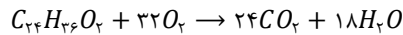
بررسی موارد:

الف: درصد جرمی هیدروژن در این ترکیب برابر است با:

$$H \text{ درصد جرمی} = \frac{\text{جرم اتم های H}}{\text{جرم مولکول}} \times 100 \Rightarrow A = \frac{36}{24 \times 12 + 36 + 2 \times 16} \times 100 = \frac{3600}{356} > 10\%$$

پس درصد جرمی هیدروژن در این ترکیب بیش از ۱۰ درصد است.

ب: واکنش سوختن این ترکیب به صورت زیر است:

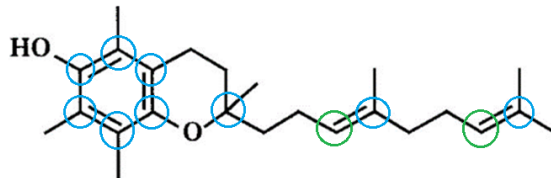


پس جرم کربن دی اکسید تولید شده از سوختن یک گرم از این ماده را حساب می کنیم:

$$? g CO_2 = 1 g C_{24}H_{36}O_7 \times \frac{1 \text{ mol } C_{24}H_{36}O_7}{356 g C_{24}H_{36}O_7} \times \frac{24 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } C_{24}H_{36}O_7} \times \frac{44 g CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} \cong 3 g$$

پس در این واکنش به تقریب ۳ گرم گاز کربن دی اکسید تولید می شود.

پ: در ساختار زیر کربن هایی که به یک اتم هیدروژن متصل هستند با دایره سبز رنگ و کربن هایی که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نیستند، با دایره آبی رنگ مشخص شده اند.



برای محاسبه شمار اتم های هیدروژن متصل به هر اتم کربن در ساختار ترکیب آلی، می توان تعداد خط های متصل به آن کربن را از ۴ کم کنیم.

ت: در ساختار این ماده ۳ پیوند میان اتم های کربن و اکسیژن وجود دارد. پس ۳ جفت الکترون میان اتم های کربن و اکسیژن دیده می شود. در ساختار این ماده ۳۶ اتم هیدروژن وجود دارد که یکی از آن ها به اتم اکسیژن و باقی به اتم های کربن متصل هستند؛ پس در آن ۳۵ جفت الکترون پیوندی میان اتم های هیدروژن و کربن دیده می شود. پس تفاوت این دو مقدار برابر ۳۲ جفت الکترون است.

گروه آموزشی ماز

۶۷- اگر قدر مطلق آنتالپی واکنش موازنه شده گاز کلر و هیدروژن برابر ۱۷۵ کیلوژول باشد، در واکنش تولید یک گرم هیدروژن برمید از گاز هیدروژن و بخار

برم به تقریب چند ژول گرما مبادله می شود؟ ($H = 1, Br = 80: g \cdot mol^{-1}$)

پیوند	Br - Br	Cl - Cl	H - Br	H - Cl
میانگین آنتالپی پیوند ($kJ \cdot mol^{-1}$)	۱۹۳	۲۴۲	۳۶۶	۴۳۱

(۴) ۱۵۸۰

(۳) ۱۱۸۰

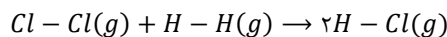
(۲) ۹۸۰

(۱) ۵۸۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



واکنش گاز کلر و هیدروژن به صورت زیر است:

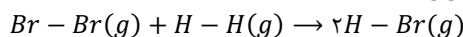


راه حل مساله: برای محاسبه آنتالپی واکنش تولید گاز هیدروژن برمید از عناصر گازی سازنده، باید آنتالپی پیوندهای شرکت کننده در آن واکنش را به دست آورد. به این منظور از آنتالپی واکنش تولید گاز هیدروژن کلرید برای محاسبه آنتالپی پیوند $H-H$ استفاده می شود. سپس آنتالپی واکنش مورد نظر را محاسبه و به کمک استوکیومتری مقدار گرما را به دست می آوریم.

این واکنش گرماده و آنتالپی آن منفی بوده و برابر ۱۷۵- کیلوژول است. با توجه به محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند، آنتالپی پیوند $H-H$ را حساب می کنیم:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \\ \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\Delta H(Cl - Cl) + \Delta H(H - H)] - [2\Delta H(H - Cl)] \Rightarrow -175 = (242 + \Delta H(H - H)) - (2 \times 431) \\ \Rightarrow \Delta H(H - H) &= 862 - 175 - 242 = 445 kJ \end{aligned}$$

معادله واکنش بخار برم و گاز هیدروژن نیز به صورت زیر است:



تغییر آنتالپی این واکنش را به کمک آنتالپی پیوندهای کووالانسی واکنش دهنده ها و فرآورده به دست می آوریم:

$$\begin{aligned} \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] \\ \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} &= [\Delta H(Br - Br) + \Delta H(H - H)] - [2\Delta H(H - Br)] = (193 + 445) - (2 \times 366) = -94 kJ \end{aligned}$$

پس مقدار آنتالپی واکنش برابر ۹۴ کیلوژول است. در نهایت مقدار گرمای تولید شده به ازای تولید یک گرم هیدروژن برمید را حساب می کنیم:

$$? kJ \text{ گرما} = 1 g HBr \times \frac{1 \text{ mol } HBr}{81 g HBr} \times \frac{94 kJ}{2 \text{ mol } HBr} \times \frac{1000 J}{1 kJ} \cong 580 J$$

پس در این واکنش به تقریب ۵۸۰ کیلوژول گرما آزاد می شود.

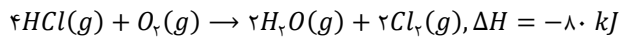
۶۸- کدام یک از گزینه‌های زیر در مورد واکنش موازنه‌نشده $HCl(g) + O_2(g) \rightarrow H_2O(g) + Cl_2(g), \Delta H = -80 \text{ kJ}$ درست است؟

- (۱) در این واکنش سطح انرژی فراورده‌ها بیشتر از واکنش‌دهنده‌ها است.
- (۲) برای تولید یک مول آب در این واکنش ۴۰ کیلوژول گرما مصرف می‌شود.
- (۳) با انجام این واکنش در ظرفی با پیستون متحرک، حجم ظرف واکنش کاهش می‌یابد.
- (۴) پیوندهای کووالانسی واکنش‌دهنده‌ها قوی‌تر از پیوندهای کووالانسی موجود در فراورده‌ها هستند.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



با توجه به منفی بودن تغییر آنتالپی واکنش، این واکنش گرماده است.

در این واکنش به ازای مصرف ۴ مول گاز هیدروژن کلرید و یک مول گاز اکسیژن (در مجموع ۵ مول واکنش‌دهنده گازی)، دو مول بخار آب و دو مول گاز کلر (در مجموع ۴ مول فراورده گازی) تولید می‌شود. پس با انجام این واکنش، شمار مولکول‌ها و در نتیجه حجم گاز (در فشار ثابت) کاهش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ تغییر آنتالپی واکنش از کم کردن آنتالپی واکنش‌دهنده‌ها از آنتالپی فراورده‌ها حاصل می‌شود. پس هنگامی که این مقدار منفی است، می‌توان گفت آنتالپی فراورده‌ها یا همان سطح انرژی آن‌ها بیشتر است. در واکنش‌های گرماده سطح انرژی واکنش‌دهنده‌ها کمتر از فراورده‌ها خواهد بود.
- ۲ این واکنش گرماده بوده و به هنگام انجام آن گرما تولید و آزاد می‌شود. به ازای تولید یک مول بخار آب در این واکنش ۴۰ کیلوژول گرما آزاد می‌گردد.
- ۴ تغییر آنتالپی در واکنش‌های گازی از کم کردن مجموع آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها از مجموع آنتالپی پیوندها در واکنش‌دهنده‌ها حاصل می‌شود. پس با توجه به منفی بودن این مقدار می‌توان نتیجه گرفت که آنتالپی پیوندها در فراورده‌ها بیشتر بوده و پیوندهای موجود در آن‌ها قوی‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۶۹- از سوختن کامل هر مول از کدام ترکیب زیر در دمای اتاق، گرمای بیشتری آزاد می‌شود؟

(۴) پروپین

(۳) پروپن

(۲) اتین

(۱) اتانول

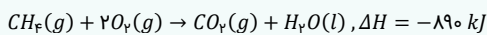
پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

به طور کلی گرمای آزادشده به ازای سوختن کامل هر مول ماده در دما و در فشار معین، معادل با آنتالپی سوختن آن ماده در آن شرایط است.

آنتالپی سوختن:

آنتالپی سوختن یک ماده، معادل با گرمای واکنشی در فشار ثابت و دمای 25°C است که در آن واکنش، یک مول از ماده در اکسیژن کافی می‌سوزد. چون مقدار اکسیژن کافی است، در نتیجه واکنش سوختن، کامل خواهد بود و چون در دمای 25°C است، حالت فیزیکی آب به صورت مایع است. واکنش سوختن، گرماده است؛ در نتیجه علامت آنتالپی واکنش سوختن، منفی است. برای مثال آنتالپی واکنش سوختن متان به صورت زیر است:



این واکنش نشان می‌دهد که به ازای سوختن کامل یک مول متان، ۸۹۰ کیلوژول گرما آزاد می‌شود. توالی زیر را در مورد آنتالپی‌های سوختن ترکیب‌های هم‌کربن به خاطر بسپارید:

آلکین > آلکن > آلکان: آنتالپی سوختن

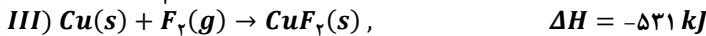
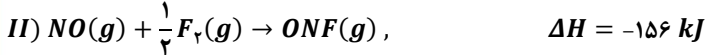
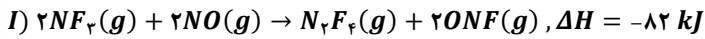
برای مثال ترتیب آنتالپی سوختن اتان، اتین و اتانول و اتین به صورت زیر است:

اتین > اتانول > اتن > اتان: آنتالپی سوختن

از بین دو گزینه اول، آنتالپی سوختن آلکن منفی‌تر از آلکین بود؛ در نتیجه آنتالپی سوختن اتانول منفی‌تر از اتین بوده و گزینه ۲ حذف می‌شود. بین گزینه‌های ۳ و ۴ نیز، آنتالپی سوختن آلکن، منفی‌تر از آلکین هم‌کربن است؛ در نتیجه آنتالپی سوختن پروپین، منفی‌تر از آنتالپی سوختن پروپین بوده و گزینه ۴ هم حذف می‌شود. آنتالپی سوختن آلکن‌ها منفی‌تر از آلکن‌های هم‌کربن است. بر این اساس آنتالپی سوختن اتن منفی‌تر از اتانول است. از طرفی آنتالپی سوختن پروپین از اتن نیز منفی‌تر است؛ پس می‌توان نتیجه گرفت که آنتالپی سوختن پروپین از آنتالپی سوختن اتانول منفی‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۷۰- با توجه به واکنش های ترموشیمیایی مقابل:



اگر ۲۰/۴ گرم فراورده یونی در واکنش $2NF_3(g) + Cu(s) \rightarrow N_2F_4(g) + CuF_2(s)$ تولید شود، چند کیلوژول انرژی بین سامانه و محیط مبادله می شود؟ ($F = 19, Cu = 64: g. mol^{-1}$)

۴۵/۷ (۴)

۶۰/۲ (۳)

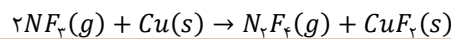
۹۱/۴ (۲)

۳۰/۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۱۰۲)

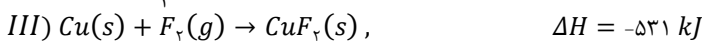
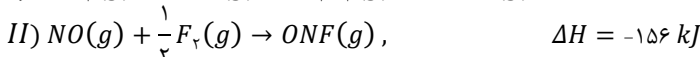
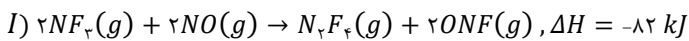


واکنش هدف به صورت زیر است:

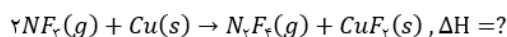
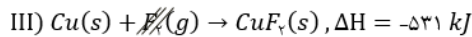
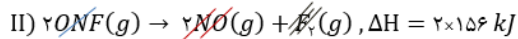
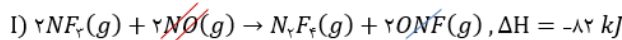


راه حل مساله: آنتالپی این واکنش را به کمک قانون هس محاسبه کرده و سپس با یک استوکیومتری، مقدار گرمای مبادله شده را به دست می آوریم.

شیمیدان ها برای تعیین آنتالپی واکنش هایی که مقدار آن با روش تجربی اندازه گیری نمی شود از روش های دقیقی مانند قانون هس بهره می برند. معادله واکنش های مطرح شده نیز به صورت زیر است:



با توجه به واکنش هدف، NF_3 در سمت واکنش دهنده ها است و چون فقط در واکنش (I)، NF_3 وجود دارد و ضریب آن با واکنش هدف برابر است؛ لذا واکنش (I) بدون تغییر است. در واکنش هدف Cu در سمت واکنش دهنده ها است؛ در نتیجه واکنش (III) نیز بدون تغییر نوشته می شود. در واکنش هدف ONF وجود ندارد؛ پس باید واکنش (II) حذف شود، برای این کار واکنش (II) باید در ۲- ضرب شود. در تصویر زیر روند انجام کار را مشاهده می کنید:



اکنون می توان ΔH واکنش هدف را به دست آورد:

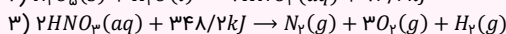
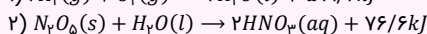
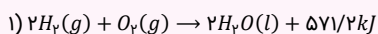
$$\Delta H_{\text{هدف}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 + \Delta H_3 \Rightarrow \Delta H_{\text{هدف}} = -82 + (2 \times 156) - 531 = -301 \text{ kJ}$$

واکنش هدف گرماده بوده و مقدار آنتالپی آن برابر با ۳۰۱- کیلوژول است. CuF_2 فراورده یونی این واکنش بوده و بر این اساس می توان نوشت:

$$\text{انرژی} = 301 \text{ kJ} \times \frac{1 \text{ mol } CuF_2}{102 \text{ g } CuF_2} \times \frac{20.4 \text{ g } CuF_2}{1 \text{ mol } CuF_2} = 60.2 \text{ kJ}$$

مقدار انرژی آزاد شده به ازای تولید ۲۰/۴ گرم CuF_2 ، برابر با ۶۰/۲ کیلوژول است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!
باتوجه به معادله های شیمیایی مقابل:



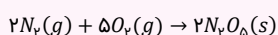
با تولید ۲۷۰ گرم N_2O_5 جامد از عناصر سازنده این ماده، کیلوژول گرما می شود. ($N_2O_5 = 108 \text{ g. mol}^{-1}$)

۴۰ - مصرف

۳۵ - آزاد

۴۰ - آزاد

پاسخ: گزینه ۱

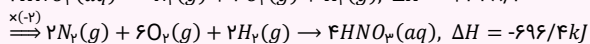
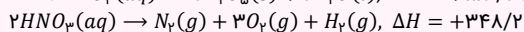
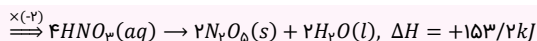


واکنش تولید N_2O_5 از عناصر N_2 و O_2 به صورت مقابل انجام می گیرد:

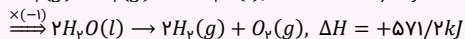
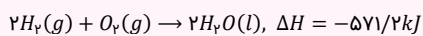
ابتدا با استفاده از قانون هس آنتالپی این واکنش را به دست می آوریم. برای استفاده از قانون هس در این واکنش به روش زیر عمل می کنیم:

۱) در میان مواد شرکت کننده در واکنش های اول تا سوم، تنها N_2O_5 در واکنش دوم و N_2 در واکنش سوم غیر تکراری هستند، پس ضریب و جهت این مواد را در این دو واکنش مطابق واکنش اصلی قرار می دهیم:





(۲) فقط واکنش اول مانده است. در میان مواد شرکت کننده در واکنش اول آب در واکنش اصلی نیست و در واکنش دوم دیده می شود. پس ضریب آب را در واکنش اول برابر واکنش دوم قرار می دهیم، اما جهت آن را به صورت عکس قرار می دهیم:



آنتالپی واکنش اصلی برابر مجموع آنتالپی واکنش های تغییر یافته است؛ پس، آنتالپی واکنش اصلی را حساب می کنیم:

$$\Delta H = (+153/2) + (-696/4) + (+571/2) = +28 kJ$$

با توجه به مثبت بودن آنتالپی واکنش، با انجام واکنش مورد نظر، گرما مصرف می گردد. در نهایت مقدار گرمای مصرف شده را حساب می کنیم:

$$? kJ = 270 g N_2O_5 \times \frac{1 mol N_2O_5}{108 g N_2O_5} \times \frac{28 kJ}{1 mol N_2O_5} = 35 kJ$$

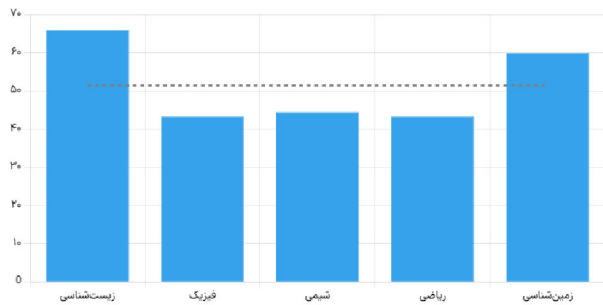
پس در این واکنش ۳۵ کیلوژول گرما مصرف می شود.

گروه آموزشی ماز

سلام! امیدوارم که حالت خوب باشه!

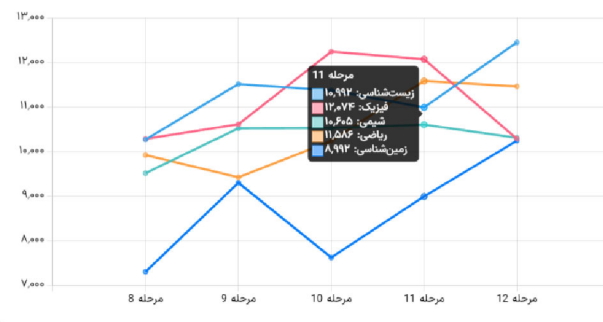
در آزمون‌های قبل، اطلاعات کلی ارائه شده در صفحه‌های اول تا سوم کارنامه آزمون‌های ماز رو به شما معرفی کردیم! در این بخش، می‌خوایم به طور خلاصه اطلاعات موجود در صفحه چهارم کارنامه رو بهت معرفی کنیم تا بتونی آزمون‌های خودت رو با موفقیت تحلیل کنی. در صفحه چهارم کارنامه آزمون‌های ماز، اطلاعات نموداری مختلف به شما ارائه شده است.

پراکندگی درصدهای شما نسبت به وضعیت کلی خودتان:

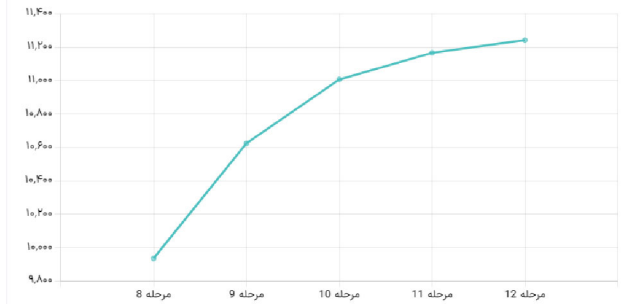


اولین نمودار، پراکندگی درصدهای مختلف شما نسبت به همدیگر و در مقایسه با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما نشان داده می‌شود. خط چین خاکستری، معادل با میانگین درصد پاسخ‌گویی شما بوده و نمودار هر درس، در مقایسه با این خط مقایسه شده است. به طور کلی، باید سعی کنید درصدهای شما در درس مختلف پراکندگی کمتری داشته باشد تا نتیجه بهتری را در آزمون‌ها بگیرید. توجه داشته باشید که همیشه یک درصد پاسخ‌گویی بسیار پایین، دو درصد پاسخ‌گویی بالای شما را خنثی کرده و ضربه زیادی به تراز نهایی شما وارد می‌کند.

روند تغییرات تراز دروس اختصاصی:

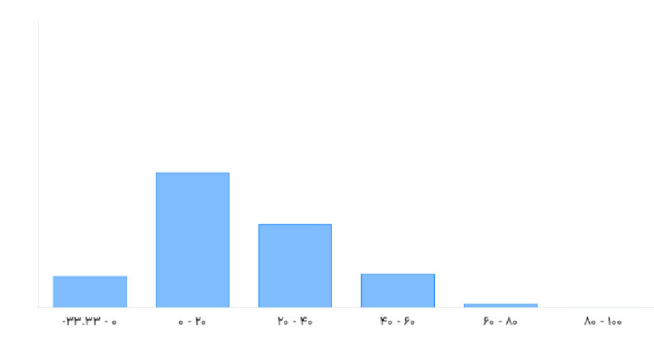


روند تغییرات تراز:



در نمودارهای دوم و سوم، روند تغییر تراز کل و تراز تک‌تک دروس شما مشخص شده است. باید سعی کنید که در طول سال، تراز کلی شما و تراز تک‌تک دروس شما روند افزایشی داشته باشد و ظاهر نمودار، همواره به صورت صعودی باشد. نمودار سینوسی (نموداری که مدام بین روند کاهشی و افزایشی تغییر فاز می‌دهد) و یا نمودار نزولی، شرایط ایده‌آلی را برای شما به وجود نیاورده و در نهایت، منجر به پیشرفت شما نمی‌شود. اگر در طول سال تحصیلی، همواره به دنبال بهبود روند مطالعاتی خود بوده، به صورت مدام ساعت مطالعه خود را افزایش دهید و با تحلیل درست آزمون، اشکالات خود در آزمون را رفع کنید، قطعاً نمودار روند تغییر تراز شما صعودی خواهد شد.

پراکندگی درصد شرکت‌کنندگان در این آزمون - درس "زیست‌شناسی":



در ادامه صفحه چهارم کارنامه ماز، نسبتی از داوطلبان که درصد پاسخ‌گویی آن‌ها در هر درس در بازه‌های مختلف قرار گرفته است، نشان داده شده است. طبیعاً هرچه قدر که یک درس درجه سختی بالاتری داشته باشد، بخش بیشتری از داوطلبان آن درس درصد پاسخ‌گویی پایین‌تری خواهند داشت و هرچه قدر که یک درس درجه سختی پایین‌تری داشته و آسان‌تر باشد، بخش بیشتری از داوطلبان آن درس درصد پاسخ‌گویی بالاتری خواهند داشت. با مشاهده این نمودارها، می‌توانید وضعیت کلی خود در مقایسه با سایر شرکت‌کنندگان آزمون را بسنجید.

تکنیک‌ها و روش‌های آزمون دادن

آزمون دادن یکی از مهم‌ترین کارهایی است که دانش‌آموزان در سال کنکور انجام می‌دهند که بهتر است اصول درست آن را یاد بگیرند و به درستی پیاده کنند. به کمک **گام ۴** پیش‌رو می‌توانید از پس آزمون‌ها بهتر بر بیایید.

گام اول : تقسیم زمان

زمان هر درس در ابتدای دفترچه نوشته شده است. شما لازم است آزمون را در ۸۰ درصد از زمان اعلامی تمام کنید.

گام دوم : تست شناسی

شما ۸۰ درصد زمان را لازم دارید و در مواجهه با هر تست، یکی از ۵ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

- ① تست را بلد هستید و می‌توانید در زمان مناسب حل کنید.
- ② تست را بلد هستید و زمان زیادی لازم است تا به جواب برسید.
- ③ در حل تست شک دارید، مبحث را فراموش کرده‌اید یا در رسیدن به جواب شک دارید.
- ④ مبحث آن را مطالعه کرده‌اید ولی نمی‌توانید تست را حل کنید.
- ⑤ آن مبحث را مطالعه نکرده‌اید.

گام سوم : استفاده از اطلاعات

تست‌های دسته اول را به سرعت حل کنید.
در دسته دوم و سوم کنار سوال علامت بزنید و اگر وقت اضاف آوردید به آن برگردید.
سوالات دسته چهارم و پنجم را حل نکنید و به سرعت از آن‌ها رد شوید.

گام چهارم : بازگشت

در ۸۰ درصد زمان سوالات را حل کنید. در ۲۰ درصد باقی مانده به سراغ سوالات دسته دوم و سوم بروید. در مدت زمانی که دارید هر تعداد از سوالات را که می‌توانید حل کنید.
در بازگشت به تست‌های دسته دوم و سوم بهتر است ابتدا به سراغ درسی بروید که در آن تسلط بالاتری دارید.

با تمرین و تکرار این روش‌ها می‌توانید تست‌ها را به درستی شناسایی کنید و تمام سوالات ساده و متوسط را حل کنید.



چرا قرار از آزمون هام پاینه!

این سوال معمولاً بعد از مشاهده نتیجه آزمون به ذهن خیلی از بچه ها میاد! اما چرا این اتفاق رخ داده، چه کارهایی لازم هست انجام بدیم که بتونیم پیشرفت کنیم؟! در این مقاله می خواهیم عللی را که باعث می شوند دانش آموزان در آزمون ها پیشرفت نکنند را به شما آموزش بدهیم.

۱ روش صحیح مطالعه

گاهی اوقات شما روش صحیح مطالعه دروس را نمی دانید یا دروس محاسباتی را در زمان هایی قرار می دهید که ذهنتان خسته هست و کارایی بالایی ندارید. بهترین راه یادگیری شیوه صحیح مطالعه هر درس و داشتن یک برنامه ریزی درسی درست است. (در این راستا می توانید از دوره رایگان قطب نما در سایت ماز استفاده کنید.)

۲ فضای مطالعه

فضای مطالعاتی شما بسیار مهم است چون ارتباط مستقیمی با کیفیت مطالعتان دارد. دمای اتاق باید مطلوب باشد نه گرم که خوابتان بگیرد و نه سرد که تمرکزتان را بگیرد. از خانواده بخواهید فضای خانه را برایتان به نحوی در نظر بگیرند تا سرو صدا به حداقل خود برسد. تلفن همراه و هر چیزی که باعث می شود حواستان پرت شود را باید خارج از فضای مطالعه قرار دهید.

۳ افزایش تسلط با تمرین زیاد

در ابتدا لازم است ساعت مطالعه تان را در سطح مطلوبی نگه دارید و به صورت نوسانی مطالعه نداشته باشید. برای افزایش تسلط روی مباحث آزمون لازم است تست های فراوانی را حل کنید. با حل تست های مختلف می توانید متوجه شوید که از نظر طراحان چه نکاتی مهم است و باید در حین مطالعه به چه نکاتی توجه کنید. از حل تست آزمون های سال های گذشته غافل نشوید. ماز برای شما دسترسی آزاد و رایگانی را قرار داده است که با نصب اپلیکیشن دیجی ماز می توانید آرشیو آزمون ها را دانلود و از آن استفاده کنید.

۴ منابع متناسب با سطح خودتان

بهترین منبع برای شما، منبعی است که بتوانید از پس سوالاتشان بر بیایید و اعتماد بنفستان را از دست ندهید. شما در مرحله اول بهتر است سوالات یک منبع را حل کنید تا سطح تسلطتان افزایش پیدا کند. در مرحله بعدی می توانید به سراغ تست هایی با سطح بالاتر بروید.

۵ استفاده از استراتژی های آزمون

بهتر است زمان حل تست ها در منزل مدیریت زمان را تمرین کنید. در ادامه بهتر است تکنیک های ضربدر و منها را نیز تمرین کنید. به کمک این روش ها می توانید سرعت پاسخگویی خودتان را بالا ببرید و فرصت کنید تست های بیشتری را پاسخ بدهید.

در نظر داشته باشید برای افزایش سرعت پاسخگویی به تست ها فقط این تکنیک ها کمک کننده نیست! این تکنیک ها به همراه حل تست های فراوان به شما کمک می کنند تا سرعت عملتان بالا رود.



دسترسی رایگان به آرشیو آزمون های ماز در سال تحصیلی گذشته

همه دانش آموزان مازی که در سال تحصیلی ۱۴۰۲-۱۴۰۳
در آزمون ماز شرکت می کنند

برای دسترسی به آرشیو کامل سوالات و پاسخنامه آزمون های
ماز در سال گذشته، تنها کافیست سه مرحله زیر را سیری کنید

✓ اپلیکیشن دیجی ماز را از سایت دیجی ماز (digimaze.org)
دانلود کنید.

✓ با شماره تماسی که در سایت ماز حساب کاربری ایجاد کرده اید
در اپلیکیشن دیجی ماز وارد شوید. (نیاز به ثبت نام نیست)

✓ در بخش (کتاب های من) فایل آرشیو آزمون ها را دانلود و استفاده کنید.

دانلود نسخه اندروید اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه iOS اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه دسکتاپ اپلیکیشن دیجی ماز



<https://B2n.ir/k43352>

تذکر

برای دانش آموزانی که از این به بعد در آزمون ماز (یا هر محصول ماز که شامل آزمون ماز
هست) ثبت نام کنند، حداکثر **ظرف مدت ۵ روز** این آرشیو در اپلیکیشن دیجی
ماز فعال می شود.



AzmonVIP