

کنکور پرمیوم

- محتوای آموزشی آمادگی کنکور ○
- پوشش آزمون‌ها ○

جهت استفاده از محتوا در کانال تلگرامی ما عضو باشید:

 @KONKOORPREMIUM



کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۰۳



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۱

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پرمیوم

KONKOORPREMIUM

۱- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ در کدام نقطه با آهنگ تغییر متوسط این تابع در بازه $[1, 2]$ برابر است؟

$\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ (۴)

$\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ (۳)

$\frac{10 - 5\sqrt{2}}{2}$ (۲)

$\frac{10 + 5\sqrt{2}}{2}$ (۱)

۲- اگر توابع $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه $x=2$ مشتق پذیر و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 3x + 2} = 4$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{g(2+h) - 5} = \frac{1}{4}$ باشد، مقدار $(f \times g)'(2)$ کدام است؟

۵۲ (۴)

۴۴ (۳)

۳۶ (۲)

۲۸ (۱)

۳- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = (x + [-x])\sqrt[3]{x}$ درست است؟

$f'_-(0) = +\infty, f'_+(0) = 0$ (۲)

$f'(0) = 0$ (۱)

$f'_-(0) = 0, f'_+(0) = +\infty$ (۴)

$f'_-(0) = 0, f'_+(0) = -\infty$ (۳)

۴- خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2x - 3\sqrt[3]{x} - 2$ در نقاطی به طول ۲ و α روی نمودار تابع، بر هم عمودند. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای α کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

$\frac{31}{8}$ (۲)

$\frac{33}{8}$ (۱)

۵- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{5x}{x^2 + 1}$ در نقطه $(3, f(3))$ ، نمودار این تابع را، در نقطه دیگری قطع می‌کند. طول این نقطه کدام است؟

$\frac{3}{4}$ (۴)

$\frac{3}{5}$ (۳)

$\frac{2}{3}$ (۲)

$\frac{1}{2}$ (۱)

۶- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x > 2 \\ \frac{c}{x} & x \leq 2 \end{cases}$ و $f'(2) = 4$ باشد، حاصل $a + b + c$ کدام است؟

-۲۴ (۴)

-۲۰ (۳)

-۱۶ (۲)

-۱۲ (۱)

۷- تابع $f(x) = x|x^2 - 3x| + x^2$ در نقطه $x = a$ مشتق پذیر نیست. مقدار $f'_+(a) - f'_-(a)$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

محل انجام محاسبات

۸- اگر $f(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ x^3 & x < 1 \end{cases}$ و $g(x) = \begin{cases} x^3 + x & x \geq 1 \\ x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} & x < 1 \end{cases}$ باشد، $h(x) = \text{gof}(x)$ کدام گزینه درست است؟

(۱) $h'(1) = 8$ و $h'_-(1)$ ناموجود (۲) $h'_-(1) = 8$ ناموجود

(۳) $h'_+(1) = 4$ و $h'_-(1) = \frac{8}{3}$ ناموجود (۴) $h'_+(1)$ ناموجود و $h'_-(1)$ ناموجود

۹- اگر $f(x) = 4\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 1 - x - 3$ باشد، مشتق تابع $y = \text{fof}(x)$ در $x = 8$ کدام است؟

(۱) $-\frac{25}{54}$ (۲) $\frac{23}{54}$ (۳) $-\frac{29}{36}$ (۴) $\frac{17}{36}$

۱۰- اگر تساوی $f(2x+1) = x^2 g(2x+2)$ به ازای هر مقدار x برقرار و $g'(5) = g''(5) = 2$ باشد، مقدار $f''(3)$ کدام است؟

(۱) ۶ (۲) $\frac{23}{2}$ (۳) ۱۲ (۴) $\frac{19}{2}$

۱۱- رابطه $f = \{(1, a+b), (2, a-3b), (1, 2a-1), (2, 4), (3, 2a-b)\}$ تابع است. مقدار $f(3)$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴) -۲

۱۲- مجموع اعدادی که در دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{2[x]-3x}$ قرار ندارند، کدام است؟

(۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

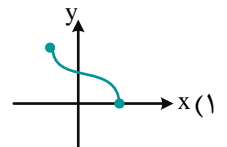
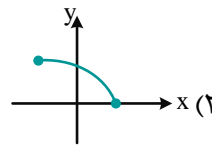
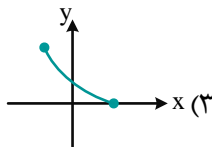
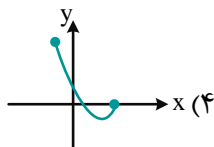
۱۳- در تابع $f(x) = -ax^2 + 4ax$ که $D_f = R_f = [0, 2]$ می باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

(۱) $\frac{113}{8}$ (۲) $\frac{105}{16}$ (۳) $\frac{137}{32}$ (۴) $\frac{117}{64}$

۱۴- اگر $f(x) = -\sqrt{x^4 - x^2} + x^3$ و $g(x) = \sqrt{2x - x^2}$ باشد، کدام گزینه در مورد تابع $y = \text{fog}(x)$ درست است؟
 (۱) تهی است. (۲) بی شمار زوج مرتب دارد. (۳) دو زوج مرتب دارد. (۴) سه زوج مرتب دارد.

۱۵- اگر $f(x) = 2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x}$ و $(f+g)(x) = 3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$ باشد، $D_f = D_g$ کدام گزینه نمودار تابع

$y = \frac{1}{6}f(x) - \frac{1}{3}g(x)$ را نشان می دهد؟



محل انجام محاسبات

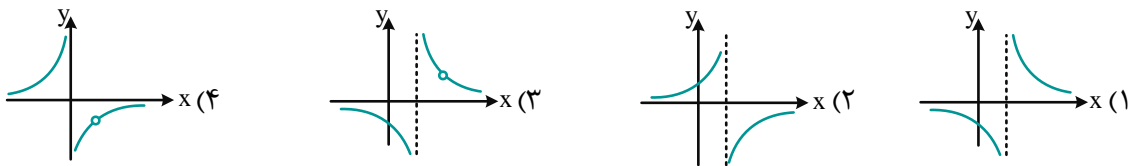
۱۶- تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2 - \sqrt{1-x^2}} + a \right]$ با تابع $g(x) = 1$ ($D_g = [-b, b]$) برابر می‌باشد. مقادیر ممکن برای $a+b$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

- (۱) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}]$ (۲) $[1, \frac{3}{2}]$ (۳) $[\frac{1}{2}, 1]$ (۴) $[\frac{3}{2}, 2]$

۱۷- اگر $f(x) = a\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ و $f^{-1}(4) = 64f^{-1}(28) = 64$ باشد، مقدار $f(\frac{1}{64})$ کدام است؟

- (۱) $\frac{1}{8}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{5}{8}$

۱۸- اگر $f(x) = \log_2^x$ و $f^{-1}(x) = 2^{g(x)}$ باشد، کدام گزینه نمودار تابع $g(x)$ را نشان می‌دهد؟



۱۹- حاصل عبارت $A = \frac{\log 60 + \log 2 \times \log 3}{\log 150 + \log 3 \times \log 5}$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\frac{1 + \log 3}{2 - \log 3}$ (۲) $\frac{1 + \log 2}{2 - \log 2}$ (۳) $\frac{1 + \log 5}{2 - \log 5}$ (۴) ۱

۲۰- معادله $\log_3^x = 2 \log_3^{(x-1)}$ چند جواب دارد؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) صفر

۲۱- در یک بیضی با خروج از مرکز $e = 0.5$ ، نسبت مساحت دایره محاطی بیضی به مساحت دایره محیطی این بیضی کدام است؟

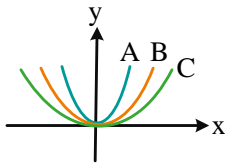
- (۱) 0.5 (۲) 0.75 (۳) 0.8 (۴) 0.85

۲۲- از نقطه $M(2, 3)$ دو مماس بر دایره $C: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ رسم نموده‌ایم. شیب و طول پاره‌خطی که نقاط تماس را به هم وصل می‌کند، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ کنکور پرمیوم

- (۱) $\frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{1}{3}$ (۳) $\frac{4\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3}$ (۴) $\frac{2\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3}$

محل انجام محاسبات

۲۳- در کدام یک از سهمی های زیر، کانون از رأس سهمی دورتر است؟



A (۱)

B (۲)

C (۳)

(۴) در هر سه مورد یکسان است.

۲۴- اگر $A(-3, 2, -1)$ و $B(3, -1, 5)$ دو نقطه از فضای \mathbb{R}^3 باشند، چند نقطه مانند M در این فضا وجود دارد به طوری که $|MA| + |MB| = 8$ باشد؟

(۱) صفر نقطه (۲) بی شمار نقطه (۳) دست کم یک نقطه (۴) فقط یک نقطه

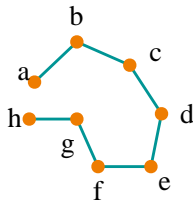
۲۵- کمترین فاصله دو نقطه $A(k+1, m, 3)$ و $B(k, 5, 1)$ از یکدیگر چقدر است؟

(۱) $\sqrt{5}$ (۲) ۲ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳

۲۶- گرافی از مرتبه ۴ و اندازه q ، مجموعه احاطه گر مینیمم یکتا دارد. q کدام نمی تواند باشد؟

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۲۷- گراف مقابل، چند مجموعه احاطه گر مینیمال، شامل هر دو رأس c و g دارد؟



(۱) ۴

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۲۸- به چند طریق می توان حروف $F F E E E D D D D$ را در کنار هم قرار داد به طوری که فقط ۲ حرف از بین حروف D ، کنار هم باشند؟

(۱) ۳۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۶۰ (۴) ۶۰۰

۲۹- چه تعداد از جملات حاصل از بسط عبارت $(3x^2 + y + z)^{17}$ ، بر یک جمله ای $x^9 y^2 z^3$ بخش پذیر است؟

(۱) ۳۶ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴) ۶۶

۳۰- به m طریق می توان از بین اعداد $1, 2, 3, \dots, 10$ دقیقاً ۴ عدد چنان انتخاب کرد که حاصل ضرب اعداد منتخب، مضرب ۴ باشد. مجموع ارقام m کدام است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۳ (۳) ۱۴ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۳۱- در یک جامعه آماری ۴۸ نفری، افراد برحسب گروه خونی شان در چهار گروه A، B، AB و O تقسیم بندی شده اند. اگر در نمایش نمودار دایره ای مربوط به آن جامعه، زوایای مرکزی گروه A و AB مکمل یکدیگر بوده و نیز زاویه مرکزی مربوط به گروه B از زاویه مرکزی مربوط به گروه O به اندازه ۷۵° بیشتر باشد، آن گاه فراوانی گروه خونی O کدام است؟ کنگور پرمیوم

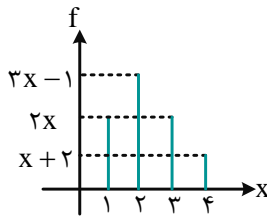
- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

۳۲- جدول فراوانی داده های آماری ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ مطابق جدول زیر است. اگر اختلاف درصد فراوانی نسبی داده های ۱۰ و ۱۱ برابر ۳۲ باشد، آن گاه $\sqrt{x} + 2y$ کدام می تواند باشد؟ ($y > x$)

داده	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی	۳	۷	۵	x	y

- ۱۹ (۱)
۲۰ (۲)
۲۱ (۳)
۲۲ (۴)

۳۳- در نمودار مقابل، میانگین داده ها برابر ۲/۴ است. فراوانی نسبی داده ۳ کدام است؟



- ۰/۱۶ (۱)
۰/۲۴ (۲)
۰/۲۸ (۳)
۰/۲ (۴)

۳۴- اگر میانگین داده های $1^2, 2^2, \dots, 7a_2, 7a_1 + 1^2, \dots, 7a_2 + 1^2, \dots, 7a_1 + 1^2$ برابر ۱۱۱/۶۵ و میانگین داده های a_1, a_2, \dots, a_7 برابر ۱۱/۵ باشد، آن گاه a_1 کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۵- اگر در ۱۰ داده طبیعی $a, b, 11, 3, 9, 4, 9, 7, 5$ میانگین، میانه و مد (که منحصر به فرد است) با هم برابر باشند، آن گاه برای $a + b$ چند مقدار متمایز یافت می شود؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

۳۶- اگر میانگین داده های جدول مقابل، برابر ۷۱/۹ باشد، آن گاه x کدام است؟

داده	۶۰	۶۷	۷۴	۸۱
فراوانی	۳	x	۱۶	۴

- ۲ (۱)
۵ (۲)
۷ (۳)
۹ (۴)

۳۷- اگر میانگین و واریانس داده های طبیعی و متمایز $a, b, 9, 15, 7$ به ترتیب برابر ۲۱/۲ و ۱۳ باشد، آن گاه برای $\{a, b\}$ چند جواب یافت خواهد شد؟

- صفر (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴)

محل انجام محاسبات

۳۸- اگر انحراف معیار داده‌های $a, 7, 7, 7, 7, 7$ با شرط $a > 7$ ، عددی بزرگ‌تر از ۲ باشد، آن گاه کمترین مقدار طبیعی ممکن برای a کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴)

۳۹- داده‌های زیر را در نمودار جعبه‌ای نمایش داده‌ایم. اگر میانگین داده‌های سمت چپ جعبه را a بنامیم، آن گاه مقدار تقریبی a کدام است؟ کنکور پرمیوم

۱, ۲, ۲, ۳, ۳, ۳, ۴, ۴, ۴, ۴, ..., ۱۲, ۱۲, ..., ۱۲

تا ۲ تا ۳ تا ۴ تا ۱۲

- ۴ / ۱۶ (۴) ۴ / ۹۱ (۳) ۵ / ۱۲ (۲) ۶ / ۵ (۱)

۴۰- میانگین و واریانس ۴۰ داده آماری، به ترتیب، برابر ۱۲ و ۹ است. اگر به هر یک از داده‌ها ۶ واحد اضافه کنیم، آن گاه معکوس ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

- ۶ (۴) ۲ (۳) ۱ / ۳ (۲) ۴ (۱)

محل انجام محاسبات

کد کنترل

122

A



پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۰۳



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۱

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی	ملاحظات
۱	فیزیک	۲۵	۴۱	۶۵	۳۳ دقیقه	۵۵ سوال ۶۳ دقیقه
۲	شیمی	۳۰	۶۶	۹۵	۳۰ دقیقه	

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پرمیوم

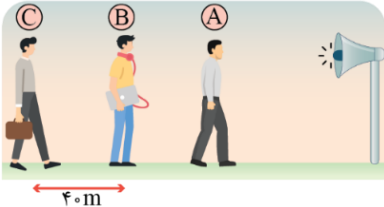
KONKOORPREMIUM

۴۱- توان متوسط یک چشمه صوت $W = 48 \times 10^{-4}$ است. تراز شدت صوت در فاصله 20m از این چشمه صوت چند دسی بل است؟

$$I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}, \pi = 3$$

- ۶۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

۴۲- در شکل زیر، تراز شدت صوتی که شخص B می شنود، ۱۴ دسی بل کمتر از تراز شدت صوتی است که شخص A می شنود و ۱۴ دسی بل بیشتر از تراز شدت صوتی است که شخص C می شنود. شخص A در چند متری بلندگو قرار دارد؟ $(\log 5 = 0.7)$



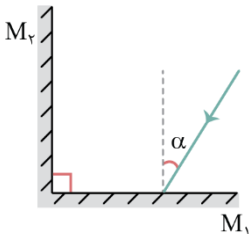
- ۲ (۱)
۱ (۲)
۴ (۳)
۵ (۴)

۴۳- اساس کار چه تعداد از دستگاه‌های زیر به درستی نوشته شده است؟

دستگاه	اساس کار
میکروفون سهموی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی
رادار دوپلری	مکان‌یابی پژواکی با امواج صوتی
دستگاه اندازه‌گیری تندی شارش خون	شکست موج
دستگاه لیتوتریپسی	بازتاب امواج مکانیکی

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

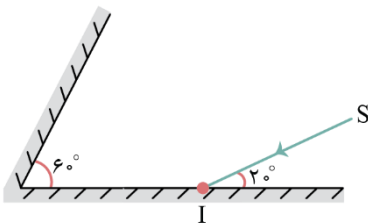
۴۴- در شکل زیر، پرتو نور با زاویه تابش α به آینه M_1 می‌تابد و پس از بازتابش از آینه M_1 با زاویه تابش 2α به آینه M_2 می‌تابد. زاویه بازتابش پرتو از آینه M_2 چند درجه است؟



- ۳۰ (۱)
۴۵ (۲)
۶۰ (۳)
۷۵ (۴)

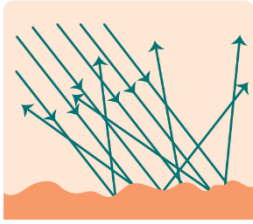
۴۵- در شکل زیر، پرتوی SI در مجموع پس از چند بازتاب از مجموعه آینه‌ها خارج می‌شود و زاویه بازتابش در آخرین بازتاب چند

درجه است؟



- ۴ و ۵۰ (۱)
۴ و ۴۰ (۲)
۳ و ۵۰ (۳)
۳ و ۴۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۴۶- کدام یک از عبارات‌های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟

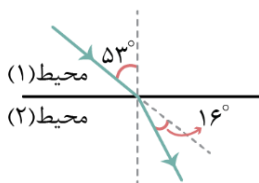
- (۱) این شکل بازتاب آینه‌ای نور را از یک سطح نشان می‌دهد.
- (۲) به دلیل این نوع بازتاب است که شما اجسام اطراف خود را می‌بینید.
- (۳) بازتابش امواج رادیویی از سطح کاغذ نمونه‌ای از این نوع بازتاب است.
- (۴) این نوع بازتاب زمانی رخ می‌دهد که ابعاد ناهمواری‌های سطح بسیار کوچک‌تر از طول موج نور باشد.

۴۷- دانش آموزی بین دو صخره قائم ایستاده است و فاصله او از صخره نزدیک‌تر ۴۰ درصد کمتر از فاصله‌اش از صخره دورتر است. دانش آموز بلندگویی با بسامد 500 Hz را به صدا درمی‌آورد و اولین پژواک صدا را 0.8 s زودتر از صدای پژواک دوم می‌شنود. اگر

طول موج صدای بلندگو در محیط برابر 64 cm باشد، فاصله دو صخره از هم چند متر است؟ @KonkooPremium

- (۱) ۳۲۰ (۲) ۳۴۰ (۳) ۵۱۲ (۴) ۵۴۴

۴۸- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک رنگی از محیط شفاف (۱) وارد محیط شفاف (۲) شده و به اندازه 16° از مسیر اولیه خود منحرف می‌شود. طول موج نور در محیط (۲) چند برابر طول موج نور در محیط (۱) است؟ $(\sin 53^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = 0.6)$

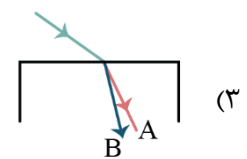
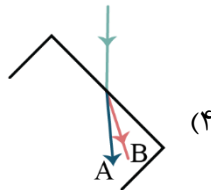
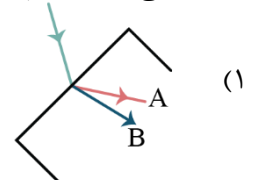
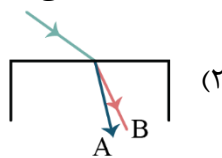


- (۱) $\frac{4}{3}$ (۲) $\frac{2}{3}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $\frac{1}{4}$

۴۹- پرتوی نور تک رنگی به طور مایل از هوا وارد محیط شفاف به ضریب شکست $\sqrt{3}$ می‌شود، به طوری که زاویه شکست، نصف زاویه تابش خواهد شد. این پرتوی نور پس از شکست چند درجه از راستای مستقیم، منحرف می‌شود؟ $(n_{\text{هوا}} = 1)$

- (۱) ۱۶ (۲) ۳۰ (۳) ۱۲ (۴) ۸

۵۰- در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نور A با بسامد $5 \times 10^{14}\text{ Hz}$ و نور B با طول موج 400 nm در هوا است، از هوا وارد شیشه می‌شود. کدام شکل، شکستی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$



محل انجام محاسبات

۵۱- گوشی های همراه با امواجی با بسامد حدود 2GHz کار می کنند. این امواج از کدام یک از موانع زیر به طور واضح پراشیده می شوند و به منطقه سایه مانع می رسند؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$ @KonkooPremium

الف: کتابی به ابعاد $10\text{cm} \times 15\text{cm} \times 3\text{cm}$

ب: آپارتمانی به ابعاد $20\text{m} \times 20\text{m} \times 20\text{m}$

ج: کامیونی به ابعاد $12\text{m} \times 4\text{m} \times 4\text{m}$

(۱) فقط الف (۲) الف و ب (۳) الف ، ب و ج (۴) فقط ب

۵۲- آزمایش یانگ را با دستگاهی یکسان در سه حالت انجام داده ایم. کدام مقایسه بین پهنای نوارهای تداخلی صحیح است؟

شرایط آزمایش	پهنای نوارهای تداخلی
با نور قرمز در خلأ	w_1
با نور سبز در خلأ	w_2
با نور سبز زیر آب	w_3

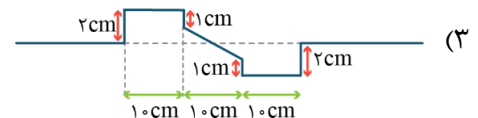
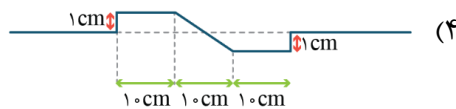
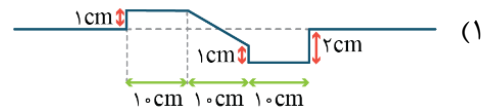
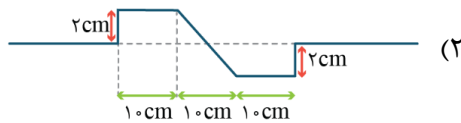
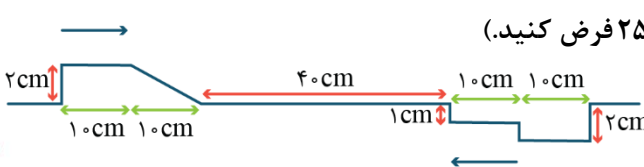
(۱) $w_1 > w_2 > w_3$

(۲) $w_3 > w_2 > w_1$

(۳) $w_1 > w_3 > w_2$

(۴) $w_3 > w_1 > w_2$

۵۳- مطابق شکل زیر، در لحظه $t=0$ دو موج درون طنابی در حال حرکت به سمت هم هستند. شکل موج برهم نهاده در لحظه $t=0.1\text{s}$ کدام است؟ (تندی انتشار دو موج را در طناب برابر $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ فرض کنید).



۵۴- سه بسامد متوالی یک تار به طول $1/2\text{m}$ با دو انتهای بسته برابر 180Hz ، 240Hz و 300Hz هستند. سرعت انتشار امواج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

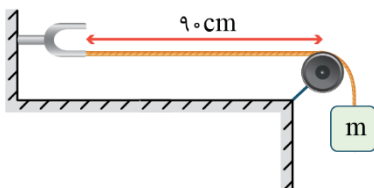
(۴) ۲۸۸

(۳) ۲۴۰

(۲) ۱۲۰

(۱) ۱۴۴

۵۵- مطابق شکل زیر، وزنه ای به جرم m به یک طناب بسته شده است و با دیپازونی با بسامد 100Hz ، امواج ایستاده ای با ۴ گره درون طناب ایجاد شده است. اگر جرم هر متر از طناب 50g باشد، جرم m چند کیلوگرم است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



(۱) ۹

(۲) ۱۸

(۳) ۲۷

(۴) ۳۶

محل انجام محاسبات

۵۶- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

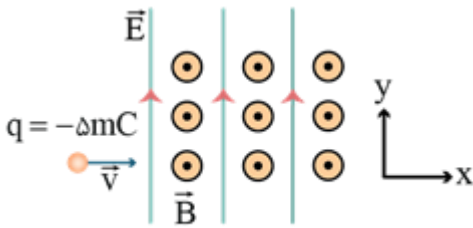
- الف: هیچ گواه تجربی بر وجود تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد. قطبهای مغناطیسی همواره به صورت زوج ظاهر می شوند.
 ب: میدان مغناطیسی، کمیتی فرعی و برداری است که یکای آن در SI، تسلا است.
 ج: بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضای پیرامون یک آهنربا در جهتی است که وقتی عقربه مغناطیسی در آن نقطه قرار می گیرد، قطب N عقربه آن جهت را نشان می دهد.
 د: خطوط میدان مغناطیسی، خطوط بسته ای هستند.
 ه: خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می شوند.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۵۷- یکای فرعی میدان مغناطیسی بر حسب یکاهای اصلی کدام گزینه است؟

(۱) $\frac{kg \cdot m}{A \cdot s^2}$ (۲) $\frac{kg}{A \cdot s^2}$ (۳) $\frac{kg \cdot m^2}{A \cdot s^2}$ (۴) $\frac{m}{A \cdot s^2}$

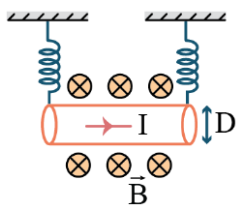
۵۸- در شکل زیر، ذره بارداری به جرم ۵۰ گرم و بار $-5mC$ وارد میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $200 \frac{N}{C}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی $0.1T$ می شود. اندازه سرعت ذره چند متر بر ثانیه باشد تا به محض ورود به میدانهای فوق، شتاب آن

$6 \frac{m}{s^2}$ و رو به پایین باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$) جهت شتاب گرانش \vec{g} رو به پایین و در جهت عکس محور y ها است. @KonkooPremium



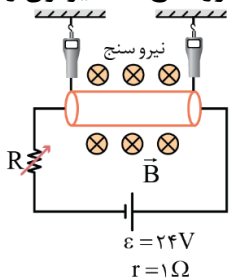
- (۱) ۲۴۰۰
 (۲) ۹۶۰۰
 (۳) ۲۰۰۰
 (۴) ۱۲۰۰

۵۹- مطابق شکل زیر، سیم حامل جریان I به چگالی ρ و قطر مقطع D توسط دو فنر که به دو انتهای سیم وصل هستند، از سقف آویزان شده و در میدان مغناطیسی درون سوی B قرار دارد. اگر از طرف سیم بر فنرها نیرویی وارد نشود، کدام رابطه زیر برای محاسبه چگالی سیم صحیح است؟



(۱) $\rho = \frac{IB}{\pi D^2} g$ (۲) $\rho = \frac{IB}{\pi D^2} g$
 (۳) $\rho = \frac{4IB}{\pi D^2} g$ (۴) $\rho = \frac{4IB}{\pi D^2} g$

۶۰- سیم راستی به طول یک متر و جرم ۱۰۰ گرم توسط دو نیروسنج که از دو انتهای آن به سقف آویزان شده است، در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سو با اندازه $0.5T$ تسلا قرار دارد. مقاومت R چند اهم باشد تا هر یک از نیروسنجها ۲ نیوتون را نشان

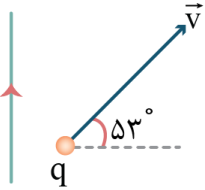


- دهند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

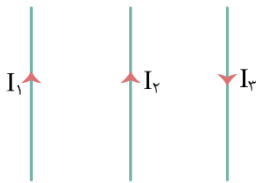
۶۱- در شکل زیر، ذره بارداری با بار $q = 5mC$ در میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های راست حامل جریان I_1 و I_2 با سرعت $\frac{m}{s} \times 10^4 \times 2$ در جهت نشان داده شده در حال حرکت است. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان در مکان

ذره برابر $B_1 = 0.6T$ و $B_2 = 0.2T$ باشد، نیروی وارد بر ذره باردار در این لحظه چند نیوتون و در چه جهتی است؟



- (۱) \swarrow ، ۴۰
- (۲) \searrow ، ۴۰
- (۳) \swarrow ، ۳۲
- (۴) \searrow ، ۳۲

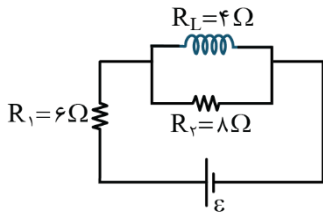
۶۲- در شکل زیر، جهت نیروی برآیند وارد بر سیم حامل جریان I_1 از طرف سیم‌های حامل جریان I_2 و I_3 به کدام جهت است؟



- (۱) \rightarrow
- (۲) \leftarrow
- (۳) \otimes
- (۴) \odot

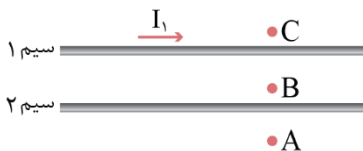
۶۳- در شکل زیر، سیملوله‌ای به طول ۵۰cm که دارای ۲۰۰ حلقه است، درون مداری قرار دارد. اگر پس از گذشت زمان طولانی، میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله حامل جریان برابر $T \times 10^{-4} \times 9/6$ باشد، توان مصرفی در مقاومت R_1 چند وات خواهد بود؟

$$\left(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T \cdot m}{A} \right)$$



- (۱) ۵۴
- (۲) ۲۱۶
- (۳) ۱۰۸
- (۴) ۱۳/۵

۶۴- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی برآیند حاصل از این سیم‌ها در نقطه A صفر باشد، جهت میدان مغناطیسی برآیند در نقاط B و C به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟



- (۱) \otimes ، \otimes
- (۲) \odot ، \otimes
- (۳) \otimes ، \odot
- (۴) \odot ، \odot

۶۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- الف: اتم‌های مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی ندارند به همین دلیل جذب آهنربا نمی‌شوند.
- ب: چون اتم‌های مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند، حضور میدان مغناطیسی خارجی نمی‌تواند در مواد دیامغناطیسی دوقطبی‌های مغناطیسی القا کند.
- ج: مواد فرومغناطیسی علاوه بر داشتن دوقطبی‌های مغناطیسی، حوزه مغناطیسی نیز دارند.
- د: مواد فرومغناطیسی نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائم و مواد فرومغناطیسی سخت برای ساختن آهنرباهای دائمی مناسب هستند.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

محل انجام محاسبات

- ۶۶- اگر یکی از اتم‌های اکسیژن موجود در مولکول کربن دی‌اکسید را با اتم گوگرد جایگزین کنیم،
 (۱) گشتاور دوقطبی این مولکول کاهش پیدا می‌کند. (۲) علامت بار جزئی اتم کربن در این مولکول تغییر می‌کند.
 (۳) دمای جوش یک نمونه از این ماده افزایش می‌یابد. (۴) ساختار این مولکول از خطی به خمیده تبدیل می‌شود.

۶۷- مقدار ۸۱ گرم گاز OF_2 با مقدار کافی گوگرد بر اساس معادله موازنه نشده $S(s) + OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$ واکنش می‌دهد. پس از اتمام این فرایند، تفاوت جرم فراورده‌های گازی تولید شده برابر با چند گرم بوده و برای اینکه درصد جرمی گاز SO_2 در میان فراورده‌ها به ۳۲٪ برسد، باید چند مول گاز هلیم را به این مخلوط گازی اضافه کنیم؟ @KonkooPremium

($S = 32$ و $F = 19$ و $O = 16$ و $He = 4 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۳۳ - ۱ (۲) ۴۱ - ۱ (۳) ۳۳ - ۴ (۴) ۴۱ - ۴

۶۸- در مولکول اتم(های) دارای بار جزئی منفی بوده و در مولکول نیز علامت بار جزئی اتم مرکزی مشابه به مولکول است.

- (۱) کلروفرم - مرکزی - گوگرد تری‌اکسید - کربن دی‌اکسید
 (۲) گوگرد تری‌اکسید - اکسیژن - آمونیاک - آب
 (۳) گوگرد دی‌اکسید - اکسیژن - متان - کربونیل سولفید
 (۴) اتین - مرکزی - گوگرد دی‌اکسید - هیدروژن سولفید

۶۹- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

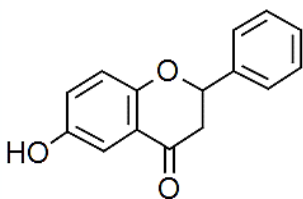
- (۱) مواد اولیه استفاده شده برای ساختن آثار به‌جامانده از گذشته، افزون بر فراوانی، باید در دسترس نیز باشند.
 (۲) گرافیت، یک جامد کووالانسی با ساختار دو بعدی بوده و همانند ید، در حالت جامد دارای سطحی کدر است.
 (۳) سیلیس، دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد و همانند منیزیم کلرید، در حالت مذاب رسانای جریان الکتریسیته است.
 (۴) فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین، در ساختار مولکولی سوخت‌های سبز و انواع آنزیم‌ها نیز یافت می‌شود.

۷۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

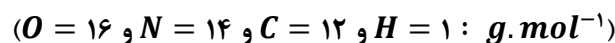
- آ: عدد اکسایش اتم مرکزی در یون کربنات، برابر با +۴ بوده و این اتم در یون مورد نظر دارای δ^- است.
 ب: مجموع الکترون‌های موجود در لایه آخر هر اتم فلزی، باعث ایجاد دریای الکترونی موجود در بلور آن فلز می‌شوند.
 پ: در محلولی از وانادیم که به رنگ سبز دیده می‌شود، در آرایش الکترونی کاتیون‌ها ۴ زیرلایه ۲ الکترونی وجود دارد.
 ت: کربونیل سولفید دارای ساختار خطی بوده و در آن، قدر مطلق بار جزئی کربن بیشتر از قدر مطلق بار سایر اتم‌ها است.

- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

۷۱- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید:



درصد جرمی کربن در این ترکیب، چند برابر درصد جرمی کربن در مولکول اویره است؟



- (۱) ۳/۷۵ (۲) ۷/۵ (۳) ۲/۵ (۴) ۵

۷۲- در واکنش موازنه نشده $CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$ مقدار ۹۶ گرم گاز اکسیژن مصرف شده است. جرم گاز آمونیاک مصرف شده در این واکنش برابر با چند گرم بوده و چند درصد از مولکول‌های فراورده تولید شده

طی این فرایند، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند؟ @KonkooPremium ($N = 14$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۶۸ - ۲۵ (۲) ۶۸ - ۱۰۰ (۳) ۳۴ - ۲۵ (۴) ۳۴ - ۱۰۰

محل انجام محاسبات



۷۳- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

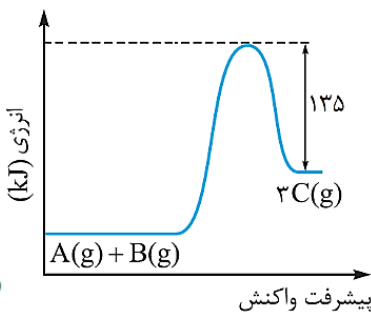
- ۱) بخاطر جابه‌جایی یون‌ها در اثر ضربه و ایجاد نیروی دافعه به دنبال آن، بلور جامد پتاسیم کلرید شکننده است.
- ۲) میانگین مقدار فروپاشی ΔH ترکیب‌های لیتیم فلئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.
- ۳) کلسیم سیلیکات، عضوی از خانواده ترکیب‌های یونی بوده و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر ۲ است.
- ۴) چون شعاع یون برمید بزرگ‌تر از یون منیزیم است، عدد کوئوردیناسیون آنیون در بلور منیزیم برمید، بیشتر از کاتیون است.

۷۴- با توجه به واکنش موازنه نشده $C_xH_y(g) + O_2(g) \rightarrow CO_2(g) + H_2O(g)$ ، چند مورد از مطالب زیر نادرست هستند؟

- آ: سطح انرژی واکنش دهنده‌ها در این واکنش از سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر است. ($O = 16$ و $C = 12 : g.mol^{-1}$)
 ب: اگر با مصرف $25/6$ گرم از C_xH_y ، $44/8$ لیتر گاز CO_2 در شرایط STP آزاد شود، نسبت $\frac{x}{y}$ برابر $1/25$ می‌شود.
 پ: اگر در دمای معین، سطح انرژی ذرات واکنش دهنده کمتر از E_a واکنش باشد، واکنش مورد نظر انجام نخواهد شد.
 ت: این واکنش در مبدل کاتالیستی انجام شده و باعث حذف هیدروکربن‌های نسوخته در گازهای خروجی از آگزوز می‌شود.

- ۱) صفر (۱) ۲) ۱ (۲) ۳) ۲ (۳) ۴) ۳ (۴)

۷۵- اگر انرژی فعال‌سازی واکنش نشان داده شده در نمودار مقابل برابر با 255 کیلوژول باشد، به‌ازای تولید 2 مول فرآورده در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می‌شود؟



- ۱) ۸۰ (۱)
 ۲) ۱۸۰ (۲)
 ۳) ۶۰ (۳)
 ۴) ۱۲۰ (۴)

۷۶- در یک خودرو به‌ازای طی هر کیلومتر مسافت در غیاب و در حضور مبدل، به ترتیب $1/75$ و $0/15$ گرم از یک آلکان نسوخته با جرم مولی $128 g.mol^{-1}$ وارد هوا می‌شود. توانایی مبدل مورد نظر در حذف هیدروکربن‌های نسوخته تقریباً برابر با چند درصد بوده و اگر این خودرو در زمان 75 دقیقه مسافت 196 کیلومتر را طی کند، سرعت متوسط تولید گاز کربن دی‌اکسید در این مدت چند گرم بر ساعت است؟ ($O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

@KonkooPremium

- ۱) $582/12 - 72/8$ (۱) ۲) $776/16 - 72/8$ (۲) ۳) $582/12 - 91/4$ (۳) ۴) $776/16 - 91/4$ (۴)

۷۷- با افزایش دما در یک واکنش، چند مورد از موارد زیر افزایش می‌یابند؟

- میانگین انرژی جنبشی ذرات
- مقدار گرمای مبادله شده در واکنش
- شمار ذراتی که در واحد زمان به فرآورده تبدیل می‌شوند.
- سطح انرژی واکنش دهنده‌ها
- انرژی فعال‌سازی واکنش

- ۱) ۱ (۱) ۲) ۲ (۲) ۳) ۳ (۳) ۴) ۴ (۴)

۷۸- از میان عناصر روی و پلاتین، کدام گزینه در رابطه با عنصری که انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن را به مقدار بیشتری کاهش می‌دهد، درست است؟

- ۱) این عنصر فلزی با تنها نافلز مایع موجود در جدول دوره‌ای در یک تناوب مشابه قرار گرفته است.
- ۲) این عنصر متعلق به گروه سوم جدول دوره‌ای بوده و در حالت جامد، سطح درخشان و صیقلی دارد.
- ۳) این عنصر حتی در حضور محیط‌های اسیدی هم با گاز اکسیژن واکنش نداده و دچار خوردگی نمی‌شود.
- ۴) با قرار دادن یک قطعه از این فلز در محلول آبی مس (II) سولفات، دمای محلول به تدریج افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات

۸۵- واکنش موازنه نشده $CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$ را در نظر بگیرید. اگر سرعت متوسط مصرف گاز متان در این واکنش برابر با $0.04 \text{ mol} \cdot s^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید بخار آب در این فرایند برابر با چند گرم بر دقیقه می‌شود؟ ($O = 16$ و $H = 1 : g \cdot mol^{-1}$) کتکور پرمیوم

- (۱) ۱۲۹/۶ (۲) ۹۷/۲ (۳) ۶۴/۸ (۴) ۴۸/۶

۸۶- در بررسی واکنش $2KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2KCl(s) + 3O_2(g)$ که در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام شدن بوده و دمای محیط واکنش به تدریج در حال افزایش یافتن است، داده‌های جدول زیر به دست آمده است:

t(s)	۰	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰
$[O_2](mol \cdot L^{-1})$	۰/۱	۰/۱۱۱	۰/۱۲۳	۰/۱۳۶۵	۰/۱۵۲

نسبت سرعت متوسط واکنش در ۴۰ ثانیه سوم، به سرعت متوسط واکنش در ۴۰ ثانیه دوم چقدر بوده و در طول ۴۰ ثانیه دوم واکنش، چند گرم ترکیب یونی در این واکنش تولید شده است؟ ($K = ۳۹$ و $Cl = ۳۵/۵ : g \cdot mol^{-1}$)

- (۱) ۴/۴۷ - ۱/۱۲۵ (۲) ۴/۴۷ - ۲/۲۵ (۳) ۲/۹۸ - ۱/۱۲۵ (۴) ۲/۹۸ - ۲/۲۵

۸۷- کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- با استفاده از گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای جذب شده در واکنش انحلال مقداری کلسیم کلرید در آب را محاسبه کرد.
- محیط‌های سرد، خشک و تاریک، برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط‌های گرم، روشن و مرطوب هستند.
- شمار اتم‌های هیدروژن در چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر ۵ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در قند جوانه گندم است.
- با افزایش شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، قدر مطلق گرمای سوختن مولی این مواد افزایش می‌یابد.

۸۸- در کدام یک از حالات زیر، واکنش حل شدن قرص جوشان در آب با سرعت بیشتری رخ می‌دهد؟

- یک عدد قرص در ۲ لیتر آب صفر درجه
- یک عدد قرص پودر شده در ۱ لیتر آب ۲۰ درجه
- دو عدد قرص پودر شده در ۲ لیتر آب صفر درجه
- نصف قرص در ۱ لیتر آب ۲۰ درجه

۸۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟ کتکور پرمیوم

- آ: شرایط و چگونگی انجام واکنش‌های شیمیایی مختلف، در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می‌شوند.
 ب: سرعت متوسط مصرف مواد در یک واکنش را همواره می‌توان با اندازه‌گیری تغییر جرم و یا فشار تعیین کرد.
 پ: در واکنش انفجار، از مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی گازهای داغ تولید می‌شود.
 ت: گرد زغال، نسبت به یک تکه زغال، سطح تماس بیشتری با گاز O_2 داشته و سرعت واکنش سوختن آن بیشتر است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۹۰- واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g), \Delta H = +110 kJ$ ، با وارد کردن ۶۶ لیتر گاز N_2O_5 با حجم مولی ۲۲ لیتر به یک سیلندر با پیستون متحرک آغاز شده است. اگر پس از گذشتن ۴ دقیقه، ۷۵٪ این گاز تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز NO_2 در طول این بازه زمانی، تقریباً برابر با چند $mol \cdot s^{-1}$ بوده و در این مدت چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

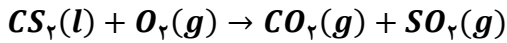
- (۱) $1.02/5 - 1/88 \times 10^{-2}$ (۲) $1.23/75 - 1/88 \times 10^{-2}$
 (۳) $1.02/5 - 1/55 \times 10^{-2}$ (۴) $1.23/75 - 1/55 \times 10^{-2}$

۹۱- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با بنزوئیک اسید درست است؟

- شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن با نفتالن برابر است.
- انحلال‌پذیری آن در آب در مقایسه با انحلال‌پذیری بنزن در آب بیشتر است.
- برخلاف یک نمونه از استیک اسید، از جمله موادی است که به صورت طبیعی یافت می‌شود.
- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن با شمار این الکترون‌ها در هریک از اجزای سازنده چربی‌ها برابر است.

محل انجام محاسبات

۹۲- اگر در واکنش سوختن ۵۷ گرم کربن دی سولفید مطابق واکنش موازنه نشده زیر، پس از گذشت ۴۵ ثانیه، ۲۵٪ از این ماده باقی مانده باشد، سرعت متوسط تولید گاز قطبی در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر دقیقه است و با فرض ادامه یافتن واکنش با همین سرعت، پس از چند ثانیه دیگر واکنش به طور کامل انجام خواهد شد؟ ($S = 32$ و $C = 12$: $g \cdot mol^{-1}$)



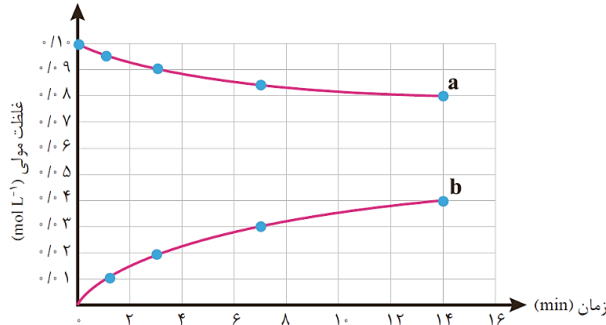
۱۵ - ۳۳/۶ (۴)

۱۲ - ۳۳/۶ (۳)

۱۵ - ۱۶/۸ (۲)

۱۲ - ۱۶/۸ (۱)

۹۳- با توجه به نمودار زیر، چند مورد از مطالب داده شده درست اند؟ $C_{12}H_{22}O_{11}(aq) + H_2O(l) \rightarrow 2C_6H_{12}O_6(aq)$



آ: منحنی های a و b در نمودار داده شده به ترتیب مربوط به غلظت مولی مالتوز و گلوکز هستند. کنکور پرمیوم

ب: نسبت سرعت متوسط واکنش در هفت دقیقه اول به هفت دقیقه دوم برابر با ۳ است.

پ: (مالتوز) \bar{R} در ۱۴ دقیقه نخست با (گلوکز) \bar{R} در سه دقیقه اول برابر است.

ت: میزان پیشرفت واکنش در طول مدت ۱۴ دقیقه برابر با ۲۰ درصد است.

ث: سرعت واکنش با گذشت زمان به تدریج کاهش یافته است.

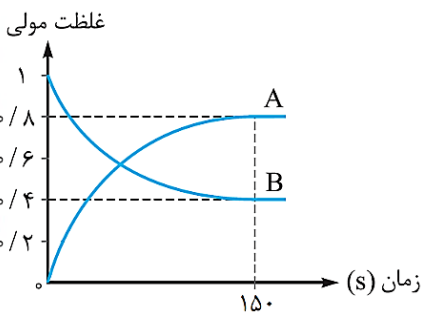
۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۹۴- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت مواد در واکنش تجزیه ترکیب B به ماده A را نشان می دهد. با توجه به این نمودار، سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای کار برابر با چند $mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ می شود؟



۰/۰۲ (۲)

۰/۰۸ (۱)

۰/۰۴ (۴)

۰/۱۶ (۳)

۹۵- کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟

(۱) اضافه کردن آب به ظرف واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، باعث کاهش سرعت واکنش می شود.

(۲) همه فراورده های حاصل از واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید، نمودار غلظت-زمان صعودی دارند.

(۳) با توجه به چهره آشکار رد پای غذا، حدود ۳۰٪ غذای فراهم شده در جهان، به مصرف نرسیده و به زیاله تبدیل می شود.

(۴) فلزهای قلیایی ۱ الکترون ظرفیتی داشته و با افزایش شعاع اتمی آن ها، سرعت واکنش این فلزها با آب سرد افزایش می یابد.

محل انجام محاسبات

بودجه بندی آزمون مرحله ۱۲ دوازدهم ریاضی

۱۷ اسفند

$\frac{3}{8}$ نیم سال دوم دوازدهم



$\frac{2}{8}$ پایه یازدهم



گسسته

هندسه

حسابان

آمار و احتمال

دوازدهم

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم + پایه مرتبط

آمار و احتمال:
آمار استنباطی
صفحه های ۱۰۳ تا ۱۲۷
ریاضی ۱:
آمار و احتمال
صفحه های ۱۵۲ تا ۱۷۰

ترکیبیات (شمارش)
صفحه های ۵۵ تا ۷۲
ریاضی ۱:
شمارش، بدون شمردن
صفحه های ۱۱۸ تا ۱۴۰

-

بردارها
صفحه های ۶۱ تا ۸۰

ریاضی ۱:
مثلثات
صفحه های ۲۸ تا ۴۶
حسابان ۱:
مثلثات، حد و پیوستگی
صفحه های ۹۱ تا ۱۵۱

مشتق + کاربردهای
مشتق
صفحه های ۱۰۲ تا ۱۲۶

شیمی

فیزیک

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم

شیمی ۲:
پوشاک، نیازی پایان ناپذیر
صفحه های ۹۷ تا ۱۲۱

شیمی، راهی به سوی آینده ای
روشن تر
صفحه های ۹۱ تا ۱۱۰

فیزیک ۲:
القای الکترومغناطیس و جریان
متناوب
صفحه های ۱۰۹ تا ۱۳۰

برهم کنش های موج / آشنایی با
فیزیک اتمی
صفحه های ۸۹ تا ۱۳۱



گروه آموزشی ماز

کنکور پرمیوم

KONKOORPREMIUM

کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۲/۱۲/۰۳



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۱

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مهرداد اسپیدکار - حمیدرضا ولی پور	کاظم اجلائی - رسول حاجی زاده سید جواد نظری	محدثه شیخعلی	ریاضیات
محمدجواد سورچی - مروارید شاه حسینی علیرضا ملک حسینی - محمد صادقی فرد	کامران ابراهیمی - سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده	فیزیک
فرهنگ امیری - سجاد سیفاللهی عالیه میرزایی - محمد چگینی	فرشاد هادیان فرد - فرهنگ امیری - سعید نوری	فرشاد هادیان فرد	شیمی

مدیر آزمون: رسول خنجری

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبه یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را از سال گذشته سخت‌تر طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور در سالیان اخیر، سخت شدن یک دفعه‌ای بعضی درس‌هاست. به این معنی که در هر سال به صورت تصادفی، تعدادی از دروس سخت‌تر از حد معمول طراحی می‌شوند.

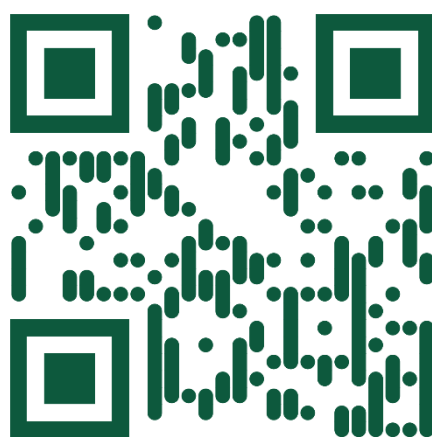
ما در آزمون‌های ماز نیز تا کنکور همین کار را خواهیم کرد و روند طراحی سؤالات ما دقیقاً به همین صورت خواهد بود. در هر آزمون به صورت تصادفی چند درس سخت‌تر از حد معمول طراحی خواهند شد تا بتوانیم شما را به چالش بکشیم و کنکور را دقیق‌تر از هر جای دیگری، برای شما شبیه‌سازی کنیم.

در این آزمون درس ریاضیات سخت‌تر طراحی شدند.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/e87496>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)
آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

۱- آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = \sqrt{10x - x^2}$ در کدام نقطه با آهنگ تغییر متوسط این تابع در بازه $[1, 2]$ برابر است؟

$\frac{5 + \sqrt{5}}{2}$ (۴)

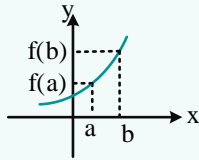
$\frac{5 - \sqrt{5}}{2}$ (۳)

$\frac{10 - 5\sqrt{2}}{2}$ (۲)

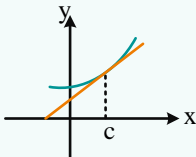
$\frac{10 + 5\sqrt{2}}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



آهنگ تغییرات متوسط: شیب خط قاطع $= \frac{f(b) - f(a)}{b - a}$ = آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[a, b]$



آهنگ لحظه‌ای تابع: شیب خط مماس $= f'(c)$ = آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = c$

آهنگ تغییرات تابع:



پاسخ شریعی:

دامنه تابع $f(x)$ بازه $[0, 10]$ می‌باشد. چرا؟ حال آهنگ متوسط تابع را به دست می‌آوریم:

آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[1, 2]$ $= \frac{f(2) - f(1)}{2 - 1} = \frac{4 - 3}{1} = 1$

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع یعنی همان مشتق تابع را، با آهنگ متوسط تابع، یعنی ۱، برابر قرار می‌دهیم.

تابع لحظه‌ای تابع: $f'(x) = \frac{10 - 2x}{2\sqrt{10x - x^2}} = 1 \Rightarrow 5 - x = \sqrt{10x - x^2} \xrightarrow{0 < x < 5} 25 + x^2 - 10x = 10x - x^2$
 توان ۲

$\Rightarrow 2x^2 - 20x + 25 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{10 + 5\sqrt{2}}{2} \text{ غ قق} \\ x = \frac{10 - 5\sqrt{2}}{2} \checkmark \end{cases}$

گروه آموزشی ماز

۲- اگر توابع $f(x)$ و $g(x)$ در نقطه $x=2$ مشتق پذیر و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x) - 2}{g(2+h) - 5} = \frac{1}{4}$ و $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 2}{x^2 - 2x + 2} = 4$ باشد، مقدار $(f \times g)'(2)$ کدام است؟

۵۲ (۴)

۴۴ (۳)

۳۶ (۲)

۲۸ (۱)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

نکته شیک از حد:

اگر حاصل $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ برابر عدد مشخص و حقیقی k باشد، در این صورت:

$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{f(a)}{0} = k$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود، در نتیجه صورت کسر یعنی $f(a)$ هم، صفر می‌شود. (۰ حدی)

$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = 0 \rightarrow \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \frac{0}{g(a)} = k \neq 0$

چون حاصل حد، عدد مشخص k می‌شود، پس حد باید مبهم $(\frac{0}{0})$ شود، در نتیجه مخرج کسر یعنی $g(a)$ هم، صفر می‌شود. (۰ حدی)

پاسخ تشریحی:

از $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 3x + 2} = 4$ و $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{g(2+h) - 5} = \frac{1}{4}$ طبق درسنامه می توان گفت که $f(2) = 3$ و $g(2) = 5$ می باشد. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - 3}{x^2 - 3x + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} \times \frac{1}{x - 1} = f'(2) \times \frac{1}{2 - 1} = f'(2) \Rightarrow f'(2) = 4$$

$$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{2h}{g(2+h) - 5} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{h}{g(2+h) - g(2)} \times 2 = 2 \times \frac{1}{g'(2)} \Rightarrow \frac{2}{g'(2)} = \frac{1}{4} \Rightarrow g'(2) = 8$$

$$(f \times g)'(2) = f'(2) \times g(2) + g'(2) \times f(2) = 4 \times 5 + 8 \times 3 = 44$$

حال به محاسبه مشتق می پردازیم:

گروه آموزشی ماز

۳- کدام گزینه در مورد تابع $f(x) = (x + [-x])\sqrt{x}$ درست است؟

(۱) $f'_+(0) = 0$, $f'_-(0) = +\infty$

(۲) $f'_-(0) = 0$, $f'_+(0) = +\infty$

(۳) $f'_-(0) = 0$, $f'_+(0) = -\infty$

(۴) $f'_-(0) = +\infty$, $f'_+(0) = 0$

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

درکوشی از مشتق:

برای مشتق گیری از توابع براکتی که درون براکت، عدد صحیح ایجاد می شود یا مشتق گیری از توابع قدرمطلق یا رادیکالی در نقاطی که درون قدرمطلق یا رادیکال صفر می شود و یا مشتق گیری از توابع چندضابطه ای در نقاط مرزی، بهتر است از تعریف مشتق استفاده کنیم.

پاسخ تشریحی:

مشتق های راست و چپ تابع در $x = 0$ را با تعریف مشتق محاسبه می کنیم. چرا؟ همچنین قبل از محاسبه حد، حاصل براکت را به دست می آوریم:

$$f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \xrightarrow{[-x] = -1} \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{(x-1)\sqrt{x}}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{x-1}{\sqrt{x}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{-1}{\sqrt{x}} = -\infty$$

$$f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \xrightarrow{[-x] = 0} \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x\sqrt{x}}{x-0} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \sqrt{x} = 0$$

گروه آموزشی ماز

۴- خطوط مماس بر نمودار تابع $f(x) = 2x - 3\sqrt{x-2}$ در نقاطی به طول ۲ و α روی نمودار تابع، بر هم عمودند. حاصل ضرب مقادیر ممکن برای α کدام است؟

(۱) $\frac{23}{8}$

(۲) $\frac{31}{8}$

(۳) ۳

(۴) ۴

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

مماس قائم:

توابع $f(x) = \sqrt[n]{x-a}$ ($m < n$ و هر دو فرد و m و n) و $g(x) = \sqrt[n]{|x-a|}$ در $x = a$ مشتق ناپذیر بوده و دارای مماس قائم هستند.

$$\begin{array}{cc} \begin{array}{c} \uparrow \\ x=a \\ \downarrow \end{array} & \begin{array}{l} f'_+(a) = +\infty \\ f'_-(a) = -\infty \end{array} & \begin{array}{c} x=a \\ \downarrow \\ \uparrow \end{array} & \begin{array}{l} f'_+(a) = -\infty \\ f'_-(a) = +\infty \end{array} \end{array}$$

پاسخ تشریحی:

طبق درسنامه می توان گفت تابع $f(x)$ در $x = 2$ مماس قائم دارد. بنابراین خط مماس بر نمودار تابع $f(x)$ در نقطه به طول α باید موازی محور x ها باشد. پس:

$$f'(x) = 2 - \frac{3}{3\sqrt{x-2}} \Rightarrow f'(\alpha) = 2 - \frac{1}{\sqrt{\alpha-2}} = 0 \Rightarrow \sqrt{(\alpha-2)^2} = \frac{1}{2} \xrightarrow{\text{توان } 3} (\alpha-2)^2 = \frac{1}{8} \Rightarrow \alpha - 2 = \pm \frac{1}{\sqrt{8}}$$

$$\alpha_1 = 2 + \frac{1}{\sqrt{8}}, \alpha_2 = 2 - \frac{1}{\sqrt{8}} \Rightarrow \alpha_1 \alpha_2 = (2 + \frac{1}{\sqrt{8}})(2 - \frac{1}{\sqrt{8}}) = 4 - \frac{1}{8} = \frac{31}{8}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۵- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{5x}{x^2+1}$ در نقطه $(3, f(3))$ ، نمودار این تابع را، در نقطه دیگری قطع می کند. طول این نقطه کدام است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{2}{3}$ ۳) $\frac{3}{5}$ ۴) $\frac{3}{4}$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

شاه کلید معادلات:

اگر $f(x)$ یک چندجمله‌ای و $x = k$ یک جواب معادله $f(x) = 0$ باشد، برای به دست آوردن سایر جواب‌های معادله، کافی است $f(x)$ را بر $x - k$ تقسیم کنیم. ببینید:

$$f(x) = 0 \xrightarrow{x=k \text{ جواب معادله است}} \begin{matrix} f(x) \\ \vdots \\ 0 \end{matrix} \begin{matrix} |x-k \\ q(x) \end{matrix} \Rightarrow (x-k)q(x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = k \\ q(x) = 0 \end{cases}$$

پاسخ شیبی:

ابتدا شیب خط مماس در نقطه به طول $x = 3$ را با کمک مشتق محاسبه می کنیم. ببینید:

$$f'(x) = \frac{5(x^2+1) - 2x \times 5x}{(x^2+1)^2} = \frac{5(1-x^2)}{(x^2+1)^2} \Rightarrow m = f'(3) = \frac{5(1-3^2)}{(3^2+1)^2} = -\frac{2}{5}$$

بنابراین معادله خط مماس به صورت زیر است:

$$y - y_0 = m(x - x_0) \Rightarrow y - \frac{3}{2} = -\frac{2}{5}(x - 3) \Rightarrow y = -\frac{2}{5}x + \frac{27}{10}$$

نقطه برخورد تابع $f(x)$ و خط $y = -\frac{2}{5}x + \frac{27}{10}$ را محاسبه می کنیم. پس:

$$\frac{5x}{x^2+1} = -\frac{2}{5}x + \frac{27}{10} \Rightarrow \frac{5x}{x^2+1} = \frac{-4x+27}{10} \Rightarrow -4x^3 - 4x + 27x^2 + 27 = 5 \cdot 0 \Rightarrow -4x^3 + 27x^2 - 54x + 27 = 0$$

چون خط مماس و تابع $f(x)$ در $x = 3$ برخورد دارند (مماس هستند) پس $x = 3$ یک جواب معادله فوق می باشد و برای به دست آوردن سایر جواب‌ها باید معادله را بر $x - 3$ تقسیم کنیم. بنابراین:

$$-4x^3 + 27x^2 - 54x + 27 = 0 \Rightarrow (x-3)(-4x^2 + 15x - 9) = 0 \Rightarrow (x-3)(x-3)(3-4x) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{3}{4} \end{cases}$$

پس طول نقطه مورد نظر $\frac{3}{4}$ است.

گروه آموزشی ماز

۶- اگر $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx & x > 2 \\ c & x \leq 2 \end{cases}$ و $f'(2) = 4$ باشد، حاصل $a+b+c$ کدام است؟

- ۱) -۱۲ ۲) -۱۶ ۳) -۲۰ ۴) -۲۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

ارتباط مشتق پذیری و پیوستگی:

اگر تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر باشد، آن گاه در $x = a$ پیوسته است و اگر تابع در $x = a$ ناپیوسته باشد، آن گاه در این نقطه مشتق ناپذیر است.

پیوستگی \Rightarrow مشتق پذیری

مشتق ناپذیری \Rightarrow ناپیوستگی



چون $f'(2) = 4$ است، پس تابع $f(x)$ در $x = 2$ مشتق پذیر و به دنبال آن پیوسته است. بنابراین: پیوستگی در $x = 2$:

$$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^+} ax^2 + bx = 4a + 2b \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{c}{x} = \frac{c}{2} \\ f(2) &= \frac{c}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = f(2) \Rightarrow 4a + 2b = \frac{c}{2} \quad (I)$$

مشتق پذیری در $x = 2$:

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & x > 2 \\ -\frac{c}{x^2} & x \leq 2 \end{cases} \Rightarrow f'_+(2) = 4a + b, f'_-(2) = -\frac{c}{4}$$

چون $f'(2) = 4$ است، پس:

$$f'_+(2) = f'_-(2) = 4 \Rightarrow 4a + b = -\frac{c}{4} = 4 \Rightarrow \begin{cases} c = -16 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{I \text{ در معادله } c = -16} \begin{cases} 4a + 2b = -8 \\ 4a + b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b = -12 \\ a = 4 \end{cases} \Rightarrow a + b + c = 4 - 12 - 16 = -24$$

گروه آموزشی ماز

۷- تابع $f(x) = x|x^2 - 3x| + x^2$ در نقطه $x = a$ مشتق پذیر نیست. مقدار $f'_+(a) - f'_-(a)$ کدام است؟

۳۰ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



نقاط مشتق ناپذیر توابع قدرمطلق:

تابع $f(x) = |x - a|$ در $x = a$ مشتق ناپذیر است (نقطه زاویه دار). اگر $g(x)$ تابعی مشتق پذیر در $x = a$ و $g(a) = 0$ باشد، آن گاه تابع $f(x) = g(x)|x - a|$ در $x = a$ مشتق پذیر بوده و مشتق آن صفر است.

$f(x) = |x - a| \Rightarrow x = a$ نقطه مشتق ناپذیری است.

$f(x) = g(x)|x - a| \Rightarrow$ بنابراین تابع $f(x)$ در $x = a$ مشتق پذیر بوده و مشتق آن صفر می شود.



$x = 0$ و $x = 3$ ریشه های درون قدرمطلق هستند. $x = 0$ نقطه مشتق پذیری بوده زیرا عبارت ضربی در قدرمطلق را صفر می کند، اما $x = 3$ نقطه مشتق ناپذیری تابع می باشد. بنابراین: $a = 3$.

$$x \rightarrow 3^+ \Rightarrow f(x) = x(x^2 - 3x) + x^2 \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 4x \Rightarrow f'_+(3) = 15$$

$$x \rightarrow 3^- \Rightarrow f(x) = -x(x^2 - 3x) + x^2 \Rightarrow f'(x) = -3x^2 + 4x \Rightarrow f'_-(3) = -3$$

$$f'_+(3) - f'_-(3) = 15 - (-3) = 18$$

پس:

گروه آموزشی ماز

$$8- \text{ اگر } f(x) = \begin{cases} x^2 + x & x \geq 1 \\ x^2 + \frac{2}{3}x + \frac{1}{3} & x < 1 \end{cases}, \text{ } g(x) = \begin{cases} x^2 & x \geq 1 \\ x^3 & x < 1 \end{cases} \text{ باشد، کدام گزینه درست است؟}$$

$$h'_-(1) \text{ و } h'_+(1) = 8 \quad (2) \text{ ناموجود}$$

$$h'(1) = 8 \quad (1)$$

$$h'_-(1) \text{ ناموجود و } h'_+(1) \text{ ناموجود} \quad (4)$$

$$h'_-(1) = \frac{1}{3}, h'_+(1) = 4 \quad (3)$$

(سخت - ترکیبی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی

ابتدا تابع $gof(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$x \geq 1 \Rightarrow f(x) = x^2 \geq 1 \Rightarrow gof(x) = g(f(x)) = (x^2)^3 + (x^2) = x^6 + x^2$$

$$x < 1 \Rightarrow f(x) = x^2 < 1 \Rightarrow gof(x) = g(f(x)) = (x^2)^2 + \frac{2}{3}(x^2) + \frac{1}{3} = x^4 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3}$$

$$h(x) = gof(x) = \begin{cases} x^6 + x^2 & x \geq 1 \\ x^4 + \frac{2}{3}x^2 + \frac{1}{3} & x < 1 \end{cases}$$

پس:

تابع $gof(x)$ در $x=1$ پیوسته است $\rightarrow h'(x) = (gof)'(x) = \begin{cases} 6x^5 + 2x & x > 1 \\ 4x^3 + 2x & x < 1 \end{cases}$

$$h'_+(1) = 6 + 2 = 8, h'_-(1) = 4 + 2 = 6 \Rightarrow h'(1) = 8$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۹- اگر $f(x) = 4\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 1 - x - 3$ باشد، مشتق تابع $y = fof(x)$ در $x=8$ کدام است؟

۱۷ / ۳۶ (۴)

-۲۹ / ۳۶ (۳)

۲۳ / ۵۴ (۲)

-۲۵ / ۵۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

مشتق ترکیب توابع

$$y = fog(x) \Rightarrow y' = g'(x) \times f'(g(x))$$

$$y = gof(x) \Rightarrow y' = f'(x) \times g'(f(x))$$

$$y = fof(x) \Rightarrow y' = f'(x) \times f'(f(x))$$

پاسخ سریعی

$$y = fof(x) \Rightarrow y' = f'(x) \times f'(f(x)) \xrightarrow{x=8} y' = f'(8) \times f'(f(8))$$

$$f(8) = 4\sqrt{8} + \sqrt[3]{8} - 1 - 8 - 3 = 4\sqrt{2} + 2 - 11 = 1$$

ابتدا $f(8)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = \frac{4(1 + \frac{1}{\sqrt{x}})}{2\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} - 1} - 1 \Rightarrow \begin{cases} f'(1) = \frac{2(1 + \frac{1}{1})}{\sqrt{1+1-1}} - 1 = \frac{4}{1} - 1 = 3 \\ f'(8) = \frac{2(1 + \frac{1}{\sqrt{8}})}{\sqrt{8+2-1}} - 1 = \frac{13}{18} - 1 = -\frac{5}{18} \end{cases}$$

حال از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم:

$$y' = f'(8) \times f'(f(8)) = f'(8) \times f'(1) = -\frac{5}{18} \times \frac{5}{3} = -\frac{25}{54}$$

پس جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۰- اگر تساوی $f(2x+1) = x^2 g(3x+2)$ به ازای هر مقدار x برقرار و $g'(5) = g''(5) = 2$ باشد، مقدار $f''(3)$ کدام است؟

۱۹ / ۲ (۴)

۱۲ (۳)

۲۳ / ۲ (۲)

۶ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

باز هم مشتق:

$$y = f(u) \Rightarrow y' = u'f'(u)$$

اگر u تابعی بر حسب x و مشتق‌پذیر باشد:

پاسخ شریعی:

$$2f'(2x+1) = 2xg(3x+2) + 3x^2g'(3x+2)$$

از طرفین تساوی داده شده مشتق می گیریم:
از طرفین تساوی بالا هم، مشتق می گیریم:

$$4f''(2x+1) = 2g(3x+2) + 6xg'(3x+2) + 6xg'(3x+2) + 9x^2g''(3x+2)$$

$x=1$ را در رابطه بالا قرار می دهیم:

$$4f''(3) = 2g(5) + 6g'(5) + 6g'(5) + 9g''(5) \Rightarrow 4f''(3) = 2 \times 2 + 6 \times 2 + 6 \times 2 + 9 \times 2 \Rightarrow 4f''(3) = 46 \Rightarrow f''(3) = \frac{23}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- رابطه $f = \{(1, a+b), (2, a-3b), (1, 2a-1), (2, 4), (3, 2a-b)\}$ تابع است. مقدار $f(3)$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) -۲ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ شریعی:

رابطه f زمانی تابع را نشان می دهد که زوج های مرتب با مولفه های اول یکسان نداشته باشد و یا زوج مرتب هایی که مولفه های اول یکسان دارند، دارای مولفه های دوم برابر باشند، بنابراین:

$$a+b = 2a-1 \Rightarrow a = b+1$$

$$a-3b = 4 \Rightarrow \begin{cases} a = b+1 \\ a-3b = 4 \end{cases} \xrightarrow{\text{معادله ۲ مجهول}} b = \frac{-3}{2} \text{ و } a = \frac{-1}{2} \Rightarrow f(3) = 2a-b \Rightarrow f(3) = 2\left(-\frac{1}{2}\right) - \left(-\frac{3}{2}\right) = \frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- مجموع اعدادی که در دامنه تابع $f(x) = \frac{x}{2[x]-3x}$ قرار ندارند، کدام است؟

- ۱ (۱) -۲ (۲) -۳ (۳) -۴ (۴)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

دامنه تقسیم دو تابع:

$$f(x) = \frac{p(x)}{q(x)} \Rightarrow D_f = D_p \cap D_q - \{x | q(x) = 0\}$$

جزء صحیح:

$$n \leq x < n+1 \xrightarrow{n \in \mathbb{Z}} [x] = n$$

پاسخ شریعی:

$$2[x] - 3x = 0 \Rightarrow [x] = \frac{3}{2}x$$

برای محاسبه دامنه تابع $f(x)$ ، باید ریشه های مخرج را محاسبه کنیم.

با روش تغییر متغیر، اگر $\frac{3}{2}x$ را برابر عدد صحیح k فرض کنیم، داریم:

$$[x] = \frac{3}{2}x = k \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} x = \frac{2k}{3} \Rightarrow \left[\frac{2k}{3} \right] = k \Rightarrow k \leq \frac{2k}{3} < k+1 \xrightarrow{\times 3} 3k \leq 2k < 3k+3$$

$$\begin{cases} 3k \leq 2k \Rightarrow k \leq 0 \\ 2k < 3k+3 \Rightarrow k > -3 \end{cases} \xrightarrow{k \leq 0 \wedge k > -3} -3 < k \leq 0 \xrightarrow{k \in \mathbb{Z}} k \in \{-2, -1, 0\}$$

$$k=0 \Rightarrow x=0 \text{ و } k=-1 \Rightarrow x = \frac{-2}{3} \text{ و } k=-2 \Rightarrow x = \frac{-4}{3}$$

چون دامنه تابع $f(x)$ ، کلیه اعداد حقیقی به جز ریشه های مخرج را شامل می شود، پس اعداد $0, -\frac{2}{3}, -\frac{4}{3}$ در دامنه تابع، قرار ندارند. بنابراین:

$$\text{مجموع اعدادی که در دامنه تابع } f(x) \text{ قرار ندارند} = 0 + \left(-\frac{2}{3}\right) + \left(-\frac{4}{3}\right) = -2$$

۱۳- در تابع $f(x) = -ax^2 + 4ax$ که $D_f = R_f = [0, 3]$ می باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

$\frac{117}{64}$ (۴)

$\frac{137}{32}$ (۳)

$\frac{105}{16}$ (۲)

$\frac{113}{8}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

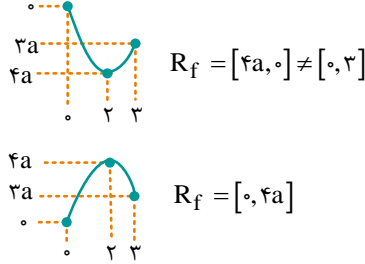
پاسخ: گزینه ۴



$$x_S = -\frac{4a}{2(-a)} = 2$$

$$y = -a \times 2^2 + 4a \times 2 = 4a \Rightarrow S(2, 4a)$$

$$f(0) = 0, f(3) = -9a + 12a = 3a$$



طول رأس سهمی $f(x) = -ax^2 + 4ax$ برابر است با:

بنابراین عرض نقطه رأس برابر است با:

مقدار تابع را در نقاط به طول $x = 0$ و $x = 3$ نیز محاسبه می کنیم:

اگر $a < 0$ باشد، دهانه سهمی رو به بالا است، بنابراین: پس a نمی تواند منفی باشد.

اگر $a > 0$ باشد، دهانه سهمی رو به پایین است، بنابراین:

$$D_f = R_f \Rightarrow [0, 4a] = [0, 3] \Rightarrow 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4} \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$$

اگر $a = 0$ باشد، آن گاه $f(x) = 0$ می شود ولی $D_f \neq R_f$ خواهد بود. پس ضابطه تابع $f(x)$ به صورت $f(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 3x$ می باشد. بنابراین:

$$f(a) = f\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{3}{4}\left(\frac{3}{4}\right)^2 + 3\left(\frac{3}{4}\right) = -\frac{27}{64} + \frac{9}{4} \Rightarrow f\left(\frac{3}{4}\right) = \frac{117}{64}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $f(x) = -\sqrt{x^4 - x^2} + x^3$ و $g(x) = \sqrt{2x - x^2}$ باشد، کدام گزینه در مورد تابع $y = fog(x)$ درست است؟

(۴) سه زوج مرتب دارد.

(۳) دو زوج مرتب دارد.

(۲) بی شمار زوج مرتب دارد.

(۱) تهی است.

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

دامنه ترکیب توابع:

$$D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\}$$

$$D_{gof} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$$



ابتدا دامنه توابع $f(x)$ و $g(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$D_f : x^4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{x^2(x^2 - 1)} \begin{matrix} -\infty & -1 & 0 & 1 & +\infty \\ + & - & 0 & - & + \end{matrix}$$

$$\Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup \{0\} \cup [1, +\infty)$$

$$D_g : 2x - x^2 \geq 0 \Rightarrow \frac{x}{2x - x^2} \begin{matrix} -\infty & 0 & 2 & +\infty \\ - & + & - & \end{matrix} \Rightarrow D_g = [0, 2]$$

حال دامنه تابع $y = fog(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$D_{fog} = \{x \mid x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2, \sqrt{2x - x^2} \in D_f\}$$

$$\sqrt{2x - x^2} \leq -1 \Rightarrow \text{غیرممکن}$$

$$\sqrt{2x - x^2} = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

$$\sqrt{2x - x^2} \geq 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 2x - x^2 \geq 1 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 \leq 0 \Rightarrow (x-1)^2 \leq 0 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین:

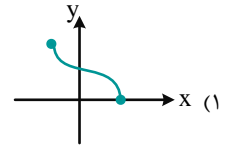
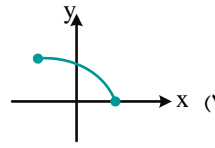
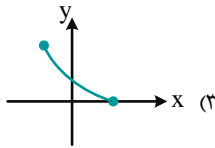
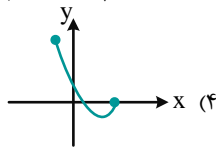
$$D_{f \circ g} = \{x \mid 0 \leq x \leq 2, x \in \{0, 1, 2\}\} = \{0, 1, 2\}$$

پس:

دامنه تابع $y = f \circ g(x)$ دارای ۳ عضو است، پس $f \circ g(x)$ سه زوج مرتب دارد.

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $f(x) = 2\sqrt{x+1} + 4\sqrt{1-x}$ ، $(f+g)(x) = 3\sqrt{2+2\sqrt{1-x^2}}$ و $D_f = D_g$ باشد، کدام گزینه نمودار تابع $y = \frac{1}{6}f(x) - \frac{1}{3}g(x)$ را نشان می‌دهد؟



(سخت - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



دامنه تابع $f(x)$ و $(f+g)(x)$ برابر $[-1, 1]$ است. چرا؟ پس دامنه تابع $g(x)$ نیز بازه $[-1, 1]$ می‌باشد.

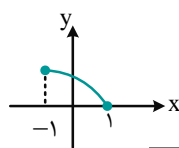
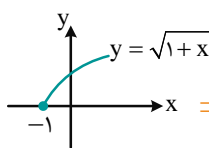
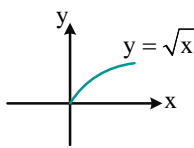
$$(f+g)^2(x) = 9(2+2\sqrt{1-x^2}) = 9(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})^2 \Rightarrow (f+g)(x) = 3(\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x})$$

$$f(x) + g(x) = 3\sqrt{1+x} + 3\sqrt{1-x} \Rightarrow \underbrace{2\sqrt{1+x} + 4\sqrt{1-x}}_{f(x)} + g(x) = 3\sqrt{1+x} + 3\sqrt{1-x} \Rightarrow g(x) = \sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}$$

بنابراین:

حاصل ضابطه تابع $y = \frac{1}{6}f(x) - \frac{1}{3}g(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$y = \frac{1}{6}f(x) - \frac{1}{3}g(x) \Rightarrow y = \frac{1}{6}(2\sqrt{1+x} + 4\sqrt{1-x}) - \frac{1}{3}(\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}) \Rightarrow y = \sqrt{1-x} \quad -1 \leq x \leq 1$$



بنابراین، نمودار تابع $y = \frac{1}{6}f(x) - \frac{1}{3}g(x)$ به صورت زیر است:

$$y = \sqrt{1-x} \quad \text{و} \quad -1 \leq x \leq 1$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- تابع $f(x) = \left[\frac{1}{2-\sqrt{1-x^2}} + a \right]$ با تابع $g(x) = 1$ برابر می‌باشد. مقادیر ممکن برای $a+b$ در کدام بازه قرار می‌گیرد؟

(۴) $[\frac{3}{2}, 2)$

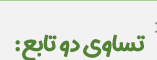
(۳) $[\frac{1}{2}, 1)$

(۲) $[1, \frac{3}{2})$

(۱) $[-\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



اگر دامنه و ضابطه تابع $f(x)$ به ترتیب با دامنه و ضابطه تابع $g(x)$ برابر باشد، دو تابع مساوی هستند.



دامنه تابع $f(x)$ را به دست می‌آوریم:

$$\left. \begin{aligned} 1-x^2 \geq 0 &\Rightarrow -1 \leq x \leq 1 \\ 2-\sqrt{1-x^2} = 0 &\Rightarrow 1-x^2 = 4 \Rightarrow x^2 = -3 \text{ (مخرج ریشه ندارد)} \end{aligned} \right\} \Rightarrow D_f = [-1, 1]$$

$$D_f = D_g = [-b, b] = [-1, 1] \Rightarrow b = 1$$

تابع $f(x)$ را با کمک دامنه آن، می‌سازیم تا حدود a به دست آید:

$$-1 \leq x \leq 1 \xrightarrow{\text{توان } 2} 0 \leq x^2 \leq 1 \Rightarrow 0 \leq 1-x^2 \leq 1 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} 0 \leq \sqrt{1-x^2} \leq 1 \xrightarrow{\times(-1)} -1 \leq -\sqrt{1-x^2} \leq 0 \xrightarrow{+2} 1 \leq 2-\sqrt{1-x^2} \leq 2$$

$$\xrightarrow{\text{معکوس}} \frac{1}{2} \leq \frac{1}{2-\sqrt{1-x^2}} \leq 1 \xrightarrow{+a} \frac{1}{2} + a \leq \frac{1}{2-\sqrt{1-x^2}} + a \leq 1+a$$

برای آن که تابع $f(x)$ و $g(x)$ با هم برابر شوند باید عبارت درون براکت در بازه $[1, 2]$ قرار بگیرد، بنابراین:

$$\frac{1}{2} + a \leq \frac{1}{2 - \sqrt{1-x^2}} + a \leq \frac{1+a}{2} \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2} + a \geq 1 \Rightarrow a \geq \frac{1}{2} \\ 1+a < 2 \Rightarrow a < 1 \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{2} \leq a < 1 \xrightarrow{a \geq \frac{1}{2} \cap a < 1} \frac{1}{2} \leq a < 1 \xrightarrow{\substack{+b \\ b=1}} \frac{3}{2} \leq a+b < 2 \Rightarrow a+b \in \left[\frac{3}{2}, 2\right)$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر $f(x) = a\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}$ و $f^{-1}(28) = 64f^{-1}(4)$ باشد، مقدار $f\left(\frac{1}{64}\right)$ کدام است؟

$\frac{5}{8}$ (۴)

$\frac{7}{8}$ (۳)

$\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{8}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

تابع وارون:

شرط معکوس پذیری یک تابع، یک به یک بودن آن است.

باز هم تابع معکوس:

$$f^{-1}(b) = a \Rightarrow f(a) = b$$

پاسخ شریعی:

فرض کنید: $f^{-1}(28) = 64f^{-1}(4) = m^6$ ، بنابراین:

$$f^{-1}(28) = m^6 \Rightarrow f(m^6) = 28 \Rightarrow a\sqrt{m^6} + \sqrt[3]{m^6} = 28 \Rightarrow am^3 + m^2 = 28 \quad (I)$$

$$64f^{-1}(4) = m^6 \Rightarrow f^{-1}(4) = \frac{m^6}{64} \Rightarrow f\left(\frac{m^6}{64}\right) = 4 \Rightarrow a\sqrt{\frac{m^6}{64}} + \sqrt[3]{\frac{m^6}{64}} = 4 \Rightarrow \frac{am^3}{8} + \frac{m^2}{4} = 4 \xrightarrow{\times 8} am^3 + 2m^2 = 32 \quad (II)$$

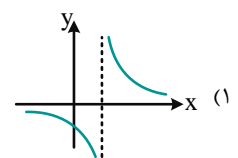
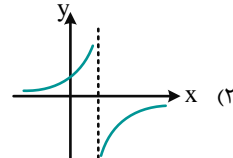
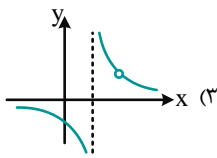
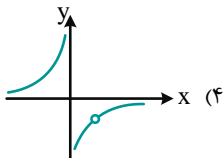
$$(II) - (I) \Rightarrow (am^3 + 2m^2) - (am^3 + m^2) = 32 - 28 \Rightarrow m^2 = 4 \Rightarrow m = \pm 2$$

$$m = 2 \Rightarrow 8a + 4 = 28 \Rightarrow 8a = 24 \Rightarrow a = 3 \Rightarrow f(x) = 3\sqrt{x} + \sqrt[3]{x} \Rightarrow f\left(\frac{1}{64}\right) = \frac{3}{8} + \frac{1}{4} = \frac{5}{8}$$

اگر $m = -2$ را در معادلات (I) یا (II) قرار دهیم $a = -3$ به دست می آید که در این حالت، تابع وارون پذیر نیست.

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر $f(x) = \log_2^x$ و $f^{-1}(x) = 2^{g(x)}$ باشد، کدام گزینه نمودار تابع $g(x)$ را نشان می دهد؟



(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۲)

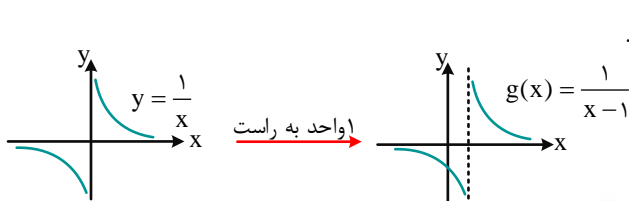
پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شریعی:

ابتدا ضابطه تابع $y = f^{-1}(x)$ را محاسبه می کنیم:

$$y = \log_2^x = \log_2^y + \log_2^x = \frac{1}{\log_2^x} + 1 \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{\log_2^x} \xrightarrow{\text{معکوس}} \log_2^x = \frac{1}{y-1} \Rightarrow x = 2^{\frac{1}{y-1}}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 2^{x-1} \Rightarrow g(x) = \frac{1}{x-1}$$



نمودار تابع $y = \frac{1}{x-1}$ را با کمک انتقال از روی نمودار $y = \frac{1}{x}$ رسم می کنیم.

۱۹- حاصل عبارت $A = \frac{\log 60 + \log 2 \times \log 3}{\log 150 + \log 3 \times \log 5}$ با کدام گزینه برابر است؟

- ۱) $\frac{1 + \log 3}{2 - \log 3}$ ۲) $\frac{1 + \log 2}{2 - \log 2}$ ۳) $\frac{1 + \log 5}{2 - \log 5}$ ۴) ۱

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

تعریف لگاریتم و قواعد آن:

$a^b = c \Leftrightarrow \log_a^c = b \quad (c > 0, a > 0, a \neq 1)$

۱) $\log_a^1 = 0$ ۶) $\log_b^a = \frac{\log_c^a}{\log_c^b} \quad c \neq 1, c > 0$ عدد دلخواه

۲) $\log_a^a = 1$ ۷) $\log_b^a = \frac{1}{\log_a^b}$

۳) $\log_c^a + \log_c^b = \log_c^{ab}$ ۸) $a^{\log_c^b} = b^{\log_c^a}$

۴) $\log_c^a - \log_c^b = \log_c^{\frac{a}{b}}$ ۹) $\log_1^a = \log a$

۵) $\log_b^{\frac{a^n}{m}} = \frac{n}{m} \log_b^a$ ۱۰) $\log 2 + \log 5 = 1$

پاسخ سریعی

عبارت‌های موجود در صورت و مخرج کسر را ساده می‌کنیم. ببینید:

$\log 60 + \log 2 \times \log 3 = \log 2 + \log 3 + \log 2 + \log 3 = (1 + \log 2) \times (1 + \log 3)$

$\log 150 + \log 3 \times \log 5 = \log 5 + \log 3 + \log 3 + \log 5 = (1 + \log 5) \times (1 + \log 3)$

$A = \frac{(1 + \log 2)(1 + \log 3)}{(1 + \log 5)(1 + \log 3)} = \frac{1 + \log 2}{1 + \log 5} \xrightarrow{\log 5 = 1 - \log 2} A = \frac{1 + \log 2}{2 - \log 2}$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

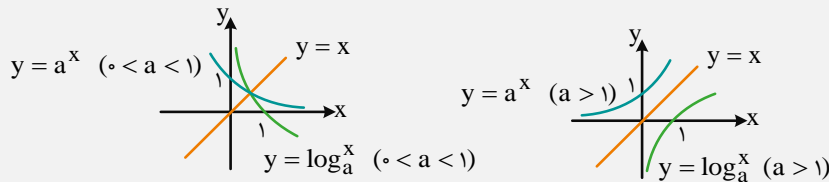
۲۰- معادله $\log_3^x = 2 \log_3^{(x-1)}$ چند جواب دارد؟

- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

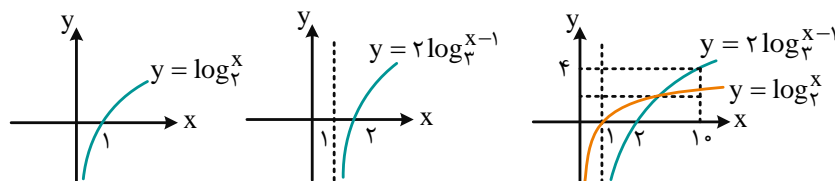
پاسخ: گزینه ۱

نمودار تابع نمایی و لگاریتمی:



پاسخ سریعی

نمودار هر دو تابع را با هم در یک دستگاه رسم می‌کنیم و با کمک روش هندسی، تعداد جواب‌های معادله را به دست می‌آوریم:



توجه کنید در $x = 10$ تابع $y = 2 \log_3 x^{-1}$ مقداری بیشتر از تابع $y = \log_3 x$ دارد. زیرا:

$$\underbrace{2 \log_3^4}_{4} > \underbrace{\log_3^0}_{\text{کمتر از 4}}$$

$$\underbrace{2 \log_3^1}_{0} < \underbrace{\log_3^2}_{1}$$

در $x = 2$ تابع $y = \log_3 x$ مقدار بیشتری از تابع $y = 2 \log_3 x^{-1}$ دارد، زیرا:

با توجه به نمودار دو تابع، فقط یک نقطه تقاطع وجود دارد که بین 2 تا 10 است، پس معادله 1 جواب دارد. به سادگی می توان دریافت که جواب معادله 4 است.

گروه آموزشی ماز

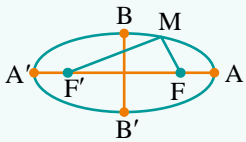
۲۱- در یک بیضی با خروج از مرکز $e = 0.5$ ، نسبت مساحت دایره محیطی بیضی به مساحت دایره محیطی این بیضی کدام است؟
 (۱) ۵/۰ (۲) ۷۵/۰ (۳) ۸/۰ (۴) ۸۵/۰

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

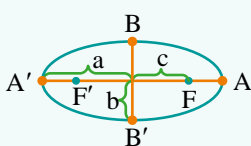
پاسخ: گزینه ۲

بیضی:

بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه است که مجموع فواصل هر نقطه روی آن، از ۲ نقطه ثابت به نام کانون‌ها، مقدار ثابتی معادل $2a$ (قطر بزرگ) باشد. ببینید:



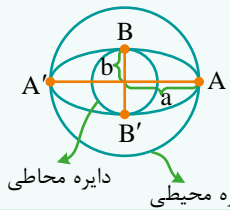
$$MF' + MF = 2a = \text{قطر بزرگ}$$



$$\left. \begin{array}{l} \text{قطر بزرگ} = 2a \\ \text{قطر کوچک} = 2b \\ \text{فاصله کانونی} = 2c \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{رابطه بین } a, b, c \\ a^2 = b^2 + c^2 \end{array}$$

$$e = \frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}}$$

رابطه کاربردی در بیضی:



دایره محاطی بیضی، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی و به شعاع $R = b$ می‌باشد که بر رأس‌های غیرکانونی بیضی، مماس می‌شود. دایره محیطی بیضی، دایره‌ای هم‌مرکز با بیضی و به شعاع $R' = a$ می‌باشد که بر رأس‌های کانونی بیضی، مماس است.

پاسخ شش‌پایه

$$\frac{\text{مساحت دایره محاطی}}{\text{مساحت دایره محیطی}} = \frac{\pi b^2}{\pi a^2} = \frac{b^2}{a^2} \xrightarrow{b^2 = a^2 - c^2} \frac{a^2 - c^2}{a^2} = 1 - \frac{c^2}{a^2} = 1 - \left(\frac{c}{a}\right)^2 = 1 - e^2 = 1 - 0.25 = 0.75$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- از نقطه $M(2, 3)$ دو مماس بر دایره $C: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0$ رسم نموده‌ایم. شیب و طول پاره خطی که نقاط تماس را به هم وصل می‌کند، به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

$$\frac{2\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3} \quad (4)$$

$$\frac{4\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3} \quad (3)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\sqrt{15}}{5}, \frac{-1}{3} \quad (1)$$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

مرکز و شعاع دایره:

اگر $C: x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره باشد، مختصات مرکز و شعاع دایره به صورت زیر به دست می‌آید:

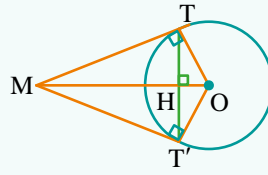
$$C: x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{مرکز دایره} \Rightarrow O\left(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}\right) \\ \text{شعاع دایره} \Rightarrow R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} \end{cases}$$

اگر از نقطه $M(x_M, y_M)$ خارج از دایره، دو مماس بر دایره رسم کنیم، اولاً دو مماس هم‌اندازه‌اند، همچنین می‌توان گفت: خط مماس، در نقطه تماس، بر شعاع دایره عمود است.

$$MT = MT' = \sqrt{C(x_M, y_M)}$$

$$C(x, y) = x^2 + y^2 + ax + by + c \Rightarrow OM \perp TT'$$

$$TH \times OM = OT \times MT$$



پاسخ تشریحی:

مرکز و شعاع دایره را محاسبه می‌کنیم:

$$C: x^2 + y^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow O(-\frac{a}{2}, -\frac{b}{2}) = (1, 0) \quad R = \frac{1}{2}\sqrt{a^2 + b^2 - 4c} = 2$$

$$OM \text{ شیب} = \frac{y_M - y_O}{x_M - x_O} = \frac{3 - 0}{2 - 1} = 3 \xrightarrow{OM \perp TT'} TT' \text{ شیب} = -\frac{1}{3}$$

$$OM = \sqrt{(2-1)^2 + (3-0)^2} = \sqrt{10}$$

حال OM و TM را محاسبه می‌کنیم:

$$TM = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2 \times 2 - 3} = \sqrt{6}$$

$$TH \times OM = TM \times OT \Rightarrow TH \times \sqrt{10} = \sqrt{6} \times 2 \Rightarrow TH = \frac{2\sqrt{6}}{\sqrt{10}} = \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{15}}{5} \xrightarrow{TT' = 2TH} TT' = \frac{4\sqrt{15}}{5}$$

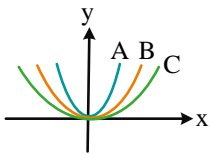
البته برای محاسبه MT از فیثاغورس نیز می‌توانستیم استفاده کنیم، بنابراین، جواب گزینه ۳ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۲۳- در کدام یک از سهمی‌های زیر، کانون از رأس سهمی دورتر است؟

- A (۱)
- B (۲)
- C (۳)

(۴) در هر سه مورد یکسان است.



(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

دوستان گوش کنید:

هر چه دهانه سهمی بازتر باشد، کانون از نقطه رأس، دورتر است.

پاسخ تشریحی:

با توجه به این که مبدأ مختصات، رأس هر سهمی می‌باشد، پس معادله سهمی‌ها به صورت $y = kx^2$ است. هر چقدر k بزرگ‌تر باشد، رشد سهمی سریع‌تر بوده و سهمی سریع‌تر به بی‌نهایت می‌رود و دهانه‌اش بسته‌تر است. برای درک بهتر، معادله سهمی را به صورت زیر در نظر می‌گیریم:

$$A: y = 3x^2 \text{ یا } x^2 = \frac{1}{3}y \Rightarrow 4a = \frac{1}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{12}$$

$$B: y = x^2 \Rightarrow 4a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{4}$$

$$C: y = \frac{1}{3}x^2 \text{ یا } x^2 = 3y \Rightarrow 4a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر $A(-3, 2, -1)$ و $B(3, -1, 5)$ دو نقطه از فضای \mathbb{R}^3 باشند، چند نقطه مانند M در این فضا وجود دارد به طوری که $|MA| + |MB| = 8$ باشد؟

(۴) فقط یک نقطه

(۳) دست‌کم یک نقطه

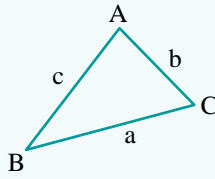
(۲) بی‌شمار نقطه

(۱) صفر نقطه

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

نامساوی مثلثی:



$$|b - c| < a < b + c$$

$$|a - c| < b < a + c$$

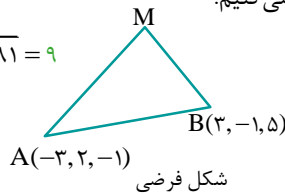
$$|a - b| < c < a + b$$

اگر $\triangle ABC$ یک مثلث در صفحه یا فضا باشد، می‌توان گفت:

پاسخ شریقی:

با A ، B و M یک مثلث ایجاد می‌کنیم. ابتدا طول ضلع AB را محاسبه می‌کنیم:

$$AB = \sqrt{(3+3)^2 + (-1-2)^2 + (5+1)^2} = \sqrt{81} = 9$$



طبق نامساوی مثلثی باید $MA + MB > 9$ باشد، پس $MA + MB$ نمی‌تواند ۸ باشد، یعنی نقطه‌ای برای M یافت نمی‌شود.

اگر M روی خطی وصل A و B باشد، مثلث ساخته نمی‌شود و می‌توان گفت:

$$MA + MB = AB \xrightarrow{AB=9} MA + MB = 9$$

پس $MA + MB$ نمی‌تواند ۸ باشد و باز هم نقطه‌ای برای M یافت نمی‌شود.

گروه آموزشی ماز

۲۵- کمترین فاصله دو نقطه $A(k+1, m, 3)$ و $B(k, 5, 1)$ از یکدیگر چقدر است؟

۳ (۴)

$\sqrt{6}$ (۳)

۲ (۲)

$\sqrt{5}$ (۱)

(آسان - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۱

فاصله ۲ نقطه:

فاصله دو نقطه $A(x_A, y_A, z_A)$ و $B(x_B, y_B, z_B)$ از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$|AB| = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

پاسخ شریقی:

$$|AB| = \sqrt{(k+1-k)^2 + (5-m)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{(\Delta-m)^2 + 5}$$

ابتدا فاصله دو نقطه را به دست می‌آوریم:

$$(\Delta-m)^2 \geq 0 \xrightarrow{+5} (\Delta-m)^2 + 5 \geq 5 \xrightarrow{\sqrt{\quad}} \sqrt{(\Delta-m)^2 + 5} \geq \sqrt{5} \Rightarrow \min(|AB|) = \sqrt{5}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۲۶- گرافی از مرتبه ۴ و اندازه q ، مجموعه احاطه‌گر مینیمم یکتا دارد. q کدام نمی‌تواند باشد؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)

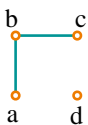
(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۴

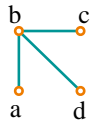
پاسخ شریقی:

گزینه‌ها را تحلیل می‌کنیم. ببینید:

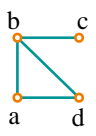
بررسی گزینه‌ها:



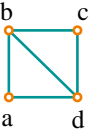
اگر $q = 2$ و گراف به صورت مقابل باشد، آن‌گاه مجموعه احاطه‌گر مینیمم آن یکتا بوده و به صورت $\{b, d\}$ است. توجه کنید برای درک بهتر، رئوس گراف را نام‌گذاری کردیم که تاثیری در یکتایی مجموعه احاطه‌گر مینیمم ندارد.



۲ اگر $q = 3$ و گراف به صورت مقابل باشد، آن گاه مجموعه احاطه گر مینیمم آن یکتا بوده و به صورت $\{b\}$ است.



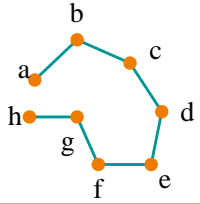
۳ اگر $q = 4$ و گراف به صورت مقابل باشد، آن گاه مجموعه احاطه گر مینیمم آن یکتا بوده و به صورت $\{b\}$ است.



۴ اگر $q = 5$ باشد، آن گاه گراف به صورت مقابل است و هر یک از دو رأس با درجه ۳ می توانند مجموعه احاطه گر مینیمم باشند، پس مجموعه احاطه گر مینیمم، یکتا نیست. توجه داریم که برای $q = 5$ گرافی با مدل دیگر وجود ندارد.

در گراف های فوق سعی کردیم همه رئوس را تا حد امکان به یک رأس وصل کنیم تا مجموعه احاطه گر، مینیمم شود. (به شرطی که رأس ایزوله نداشته باشد).

گروه آموزشی ماز



۲۷ - گراف مقابل، چند مجموعه احاطه گر مینیمال، شامل هر دو رأس c و g دارد؟

- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۴۰۲)



وجود دقیقاً یکی از دو رأس a یا b در مجموعه احاطه گر مینیمال، الزامی است. نیاز به رئوس d و h به خاطر وجود رئوس c و g در مجموعه احاطه گر مینیمال نیست. وجود دقیقاً یکی از دو رأس e یا f در مجموعه احاطه گر مینیمال الزامی است. بنابراین فقط ۳ مجموعه زیر با ویژگی های مورد نظر وجود دارد.

$D_1 = \{a, c, e, g\}$ $D_2 = \{a, c, f, g\}$ $D_3 = \{b, c, f, g\}$

مجموعه های احاطه گر دیگری مانند $\{a, c, d, g\}$ یا $\{b, c, e, g\}$ یا $\{b, c, d, g\}$ شامل رأس های c و g هستند، اما مینیمال نمی باشند.

گروه آموزشی ماز

۲۸ - به چند طریق می توان حروف $F F E E E D D D D$ را در کنار هم قرار داد به طوری که فقط ۲ حرف از بین حروف D کنار هم باشند؟

- ۳۰ (۱)
- ۳۰۰ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۶۰۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۳)

جایگشت اشیاء متمایز:

جایگشت n شیء متمایز، برابر $n!$ است. یعنی n شیء متمایز را به $n!$ روش، می توان کنار هم قرار داد.

جایگشت باتکرار:

اگر از بین n شیء، k شیء تکراری (مشابه) باشند ($k \leq n$)، آن گاه جایگشت کل اشیاء، برابر $\frac{n!}{k!}$ است.

ترکیب (انتخاب) k شیء از n شیء:

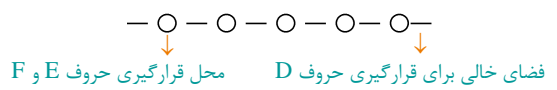
اگر بخواهیم از بین n شیء، k شیء را انتخاب کنیم (ترتیب اهمیتی ندارد)، این کار به $\binom{n}{k}$ روش، ممکن است.

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k! \times (n-k)!}$$



ابتدا تمام حروف E و F را مطابق شکل، با فاصله در یک ردیف کنار هم قرار می دهیم. این کار به $\frac{5!}{2! \times 3!}$ امکان پذیر است. ۶ فضای خالی ایجاد شده است.

ببینید:



کافی است از بین ۶ فضای خالی ایجاد شده، یکی را انتخاب و ۲ حرف D را در آن خانه کنار هم قرار دهیم، سپس از ۵ خانه خالی باقی مانده، ۲ خانه را انتخاب و در هر کدام یک حرف D قرار می‌دهیم. توجه داریم حروف D جایگشت ندارند، چرا؟

$$\frac{5!}{3! \times 2!} \times \binom{6}{1} \times \binom{5}{2} = 10 \times 6 \times 10 = 600$$

پس جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۹- چه تعداد از جملات حاصل از بسط عبارت $(3x^2 + y + z)^{17}$ ، بر یک جمله‌ای $x^a y^b z^c$ بخش پذیر است؟

- ۳۶ (۱) ۴۵ (۲) ۵۵ (۳) ۶۶ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

یادتون نره!

$$\binom{n+k-1}{k-1}$$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ برابر است با:

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی معادله $x_1 + x_2 + x_3 + \dots + x_k = n$ با شرط $x_1 \geq c_1, x_2 \geq c_2, \dots, x_k \geq c_k$ برابر است با:

$$\binom{n - (c_1 + c_2 + \dots + c_k) + k - 1}{k - 1}$$

پاسخ تشریحی:

تمام جملات بسط به فرم $(3x^2)^\alpha \times (y)^\beta \times (z)^\gamma$ هستند به شرطی که $\alpha + \beta + \gamma = 17$ باشد. جواب‌هایی از معادله مطلوب هستند که $\alpha \geq 5, \beta \geq 2, \gamma \geq 3$ باشد.

تعداد جواب‌های معادله ایجاد شده برابر $\binom{17 - (5 + 2 + 3) + 2}{2}$ یعنی $\binom{9}{2}$ می‌باشد که برابر ۳۶ است.

گروه آموزشی ماز

۳۰- به m طریق می‌توان از بین اعداد ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۰ دقیقاً ۴ عدد چنان انتخاب کرد که حاصل ضرب اعداد منتخب، مضرب ۴ باشد. مجموع ارقام m کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۳ (۲) ۱۴ (۳) ۱۵ (۴)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

متمم:

در برخی از مسائل شمارش، محاسبه تعداد حالت‌های رخ دادن یک عمل، بسیار طولانی یا سخت می‌باشد که در این صورت از روش متمم به صورت زیر استفاده می‌کنیم:
تعداد حالت‌های نامطلوب - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

پاسخ تشریحی:

$$\binom{10}{4} = 210$$

تعداد کل حالت‌های انتخاب ۴ عدد از بین ۱۰ عدد، برابر است با:

در دو حالت، حاصل ضرب اعداد منتخب مضرب ۴ نمی‌شود:

$$\binom{5}{4} = 5$$

الف: هر ۴ عدد انتخاب شده، فرد باشند که تعداد حالت‌ها برابر است با:

$$\binom{5}{3} \times \binom{3}{1} = 10 \times 3 = 30$$

ب: سه تا از اعداد انتخاب شده فرد و دیگری یکی از سه عدد ۲، ۶ یا ۱۰ باشد که تعداد این حالت‌ها نیز برابر است با:

$$210 - (5 + 30) = 175 \Rightarrow m = 175$$

پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر است با:

پس جواب سوال، $13 = 5 + 7 + 1$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

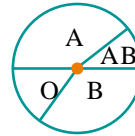
۳۱- در یک جامعه آماری ۴۸ نفری، افراد برحسب گروه خونی‌شان در چهار گروه A، B، AB و O تقسیم‌بندی شده‌اند. اگر در نمایش نمودار دایره‌ای مربوط به آن جامعه، زوایای مرکزی گروه A و AB مکمل یکدیگر بوده و نیز زاویه مرکزی مربوط به گروه B از زاویه مرکزی مربوط به گروه O به اندازه 75° بیشتر باشد، آن‌گاه فراوانی گروه خونی O کدام است؟

- ۵ (۱) ۶ (۲) ۷ (۳) ۸ (۴)

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:



شکل فرضی

$$\hat{A} + \hat{AB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{B} + \hat{O} = 180^\circ \xrightarrow{\hat{B} = \hat{O} + 75^\circ} 2\hat{O} + 75^\circ = 180^\circ$$

$$2\hat{O} = 180^\circ - 75^\circ \Rightarrow \hat{O} = 52.5^\circ$$

$$\frac{f_o}{n} = \frac{\hat{O}}{360^\circ} \Rightarrow \frac{f_o}{48} = \frac{52.5^\circ}{360^\circ} \Rightarrow f_o = 7$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۳۲- جدول فراوانی داده‌های آماری ۷، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱ مطابق جدول زیر است. اگر اختلاف درصد فراوانی نسبی داده‌های ۱۰ و ۱۱ برابر ۳۲ باشد، آن گاه $\sqrt{x} + 2y$ کدام می‌تواند باشد؟ ($y > x$)

داده	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی	۳	۷	۵	x	y

۱۹ (۱)

۲۰ (۲)

۲۱ (۳)

۲۲ (۴)

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

$$\frac{y}{15+x+y} - \frac{x}{15+x+y} = \frac{32}{100} \Rightarrow 25(y-x) = 8(15+x+y) \Rightarrow 17y - 33x = 120$$

با حل معادله سیاله فوق، جواب‌های x و y به دست می‌آیند. بنابراین:

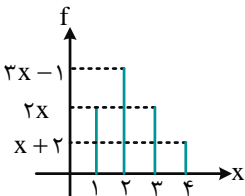
$$17y - 33x = 120 \Rightarrow -33x \equiv 120 \Rightarrow x \equiv 120 \Rightarrow x \equiv 120 \equiv 1 \Rightarrow x = 17k + 1 \text{ و } y = 33k + 9$$

$$\sqrt{x} + 2y = 1 + 2 \times 9 = 19$$

با در نظر گرفتن $k = 0$ ، $x = 1$ و $y = 9$ به دست می‌آید و جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۳- در نمودار مقابل، میانگین داده‌ها برابر ۲/۴ است. فراوانی نسبی داده ۳ کدام است؟



۰/۱۶ (۱)

۰/۲۴ (۲)

۰/۲۸ (۳)

۰/۲ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

برای محاسبه میانگین داده‌ها، از رابطه مقابل، استفاده می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{f_1 \times x_1 + f_2 \times x_2 + \dots + f_n \times x_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$$

$$\text{میانگین} = \frac{(2x) \times 1 + (3x-1) \times 2 + (2x) \times 3 + (x+2) \times 4}{(2x) + (3x-1) + (2x) + (x+2)} = 2/4 \Rightarrow 96x + 12 = 90x + 30 \Rightarrow 6x = 18 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{فراوانی نسبی داده مورد نظر (۳)} = \frac{f_3}{n} = \frac{2x}{(2x) + (3x-1) + (2x) + (x+2)} = \frac{6}{25} = 0/24$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- اگر میانگین داده‌های $1^2, 2^2, 3^2, \dots, 7a_7 + 10^2, \dots, 10^2, 7a_1 + 11/65$ برابر $11/65$ و میانگین داده‌های a_1, a_2, \dots, a_9 برابر $11/5$ باشد، آن گاه a_{10} کدام است؟

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

مجموع مربع اعداد:

$$1^2 + 2^2 + 3^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$$

$$1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \left(\frac{n(n+1)}{2}\right)^2$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا به کمک میانگین، مجموع ۹ داده a_1, a_2, \dots, a_9 را به دست می‌آوریم:

$$\bar{a} = \frac{a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9}{9} = 11/5 \Rightarrow a_1 + a_2 + \dots + a_9 = 103/5$$

با میانگین داده‌های $i^2, 7a_i + i^2$ ، داده a_{10} را پیدا می‌کنیم. ببینید:

$$\frac{(7a_1 + 1^2) + (7a_2 + 2^2) + \dots + (7a_9 + 9^2)}{10} = 111/65 \Rightarrow 7(a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_9 + a_{10}) + (1^2 + 2^2 + \dots + 9^2) = 1116/5$$

$$\Rightarrow 724/5 + 7a_{10} + 385 = 1116/5 \Rightarrow 7a_{10} = 1116/5 - 724/5 - 385 \Rightarrow 7a_{10} = 7 \Rightarrow a_{10} = 1$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- اگر در ۱۰ داده طبیعی $a, b, 11, 3, 9, 4, 7, 7, 5$ میانگین، میانه و مد (که منحصر به فرد است) با هم برابر باشند، آن گاه برای $a+b$ چند مقدار متمایز یافت می‌شود؟

۱ (۱) صفر ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به منحصر به فرد بودن مد، یکی از دو عدد a یا b برابر ۷ یا ۹ است. بنابراین ۲ حالت زیر را بررسی می‌کنیم:

اگر $a = 7$ باشد، آن گاه $\bar{x} = 7 = \text{مد} = \text{میانه}$ ، می‌شود، بنابراین مجموع داده‌ها برابر ۷۰ خواهد شد که از اینجا $b = 8$ است. ببینید:

۳, ۴, ۵, ۷, ۷, ۸, ۹, ۹, ۱۱

اگر $a = 9$ باشد، آن گاه به ازای هر مقداری از b ، میانه ۹ نمی‌شود، پس مسئله در این حالت جواب ندارد.

بنابراین $a+b = 15$ می‌شود و برای $a+b$ یک مقدار منحصر به فرد به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۳۶- اگر میانگین داده‌های جدول مقابل، برابر $71/9$ باشد، آن گاه x کدام است؟

داده	۶۰	۶۷	۷۴	۸۱
فراوانی	۳	x	۱۶	۴

۱ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

اگر داده‌ها را منهای ۶۰ و تقسیم بر ۷ کنیم، در این صورت برای میانگین هم، همین اتفاق می‌افتد، یعنی میانگین، منهای ۶۰ و تقسیم بر ۷ می‌شود. ببینید:

داده‌های جدید	۰	۱	۲	۳
فراوانی	۳	x	۱۶	۴

$$\text{میانگین داده‌های جدید} = \frac{71/9 - 60}{7} = 1/7 \Rightarrow 1/7 = \frac{3 \times 0 + 1 \times x + 2 \times 16 + 3 \times 4}{23 + x}$$

$$\Rightarrow 17x + 391 = 10x + 440 \Rightarrow 7x = 49 \Rightarrow x = 7$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر میانگین و واریانس داده‌های طبیعی و متمایز $a, b, 9, 15, 7$ به ترتیب برابر $13/2$ و 21 باشد، آن گاه برای $\{a, b\}$ چند جواب یافت خواهد شد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

واریانس داده‌ها:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \quad \text{یا} \quad \sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$$

انحراف معیار داده‌ها:

واریانس $\sigma = \sqrt{\text{انحراف معیار}}$

اگر از واریانس جذر بگیریم، انحراف معیار به دست می‌آید.

پاسخ تشریحی:

چون میانگین داده‌ها، برابر ۱۳ است، پس مجموع آن‌ها ۶۵ است. بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{7+15+9+a+b}{5} = 13 \Rightarrow 31+a+b=65 \Rightarrow a+b=34$$

با کمک واریانس، $a^2 + b^2$ را محاسبه می‌کنیم. پس:

$$\sigma^2 = \frac{7^2+15^2+9^2+a^2+b^2}{5} - 13^2 \Rightarrow 21/2+169 = \frac{49+225+81+a^2+b^2}{5} \Rightarrow 5 \times 190/2 = 355+a^2+b^2 \Rightarrow a^2+b^2=596$$

$$a^2+b^2=596 \xrightarrow{b=34-a} a^2+(34-a)^2=596 \Rightarrow 2a^2-68a+560=0 \xrightarrow{\div 2} a^2-34a+280=0$$

$$\Rightarrow (a-20)(a-14)=0 \Rightarrow \begin{cases} a=20 \Rightarrow b=14 \\ a=14 \Rightarrow b=20 \end{cases} \Rightarrow \{a, b\} = \{14, 20\}$$

بنابراین برای $\{a, b\}$ یک جواب یافت خواهد شد.

گروه آموزشی ماز

۳۸- اگر انحراف معیار داده‌های $a, 7, 7, 7, 7, 7$ با شرط $a > 7$ ، عددی بزرگ‌تر از ۲ باشد، آن گاه کمترین مقدار طبیعی ممکن برای a کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = \frac{35+a}{6}$ است. بنابراین:

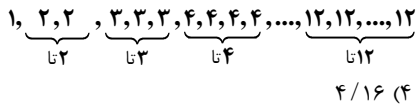
$$\sigma > 2 \Rightarrow \sigma^2 > 4 \Rightarrow \frac{(7-\frac{35+a}{6})^2 \times 5 + (a-\frac{35+a}{6})^2}{6} > 4 \Rightarrow 5 \times (\frac{7-a}{6})^2 + (\frac{5a-35}{6})^2 > 24$$

$$\Rightarrow 5(\frac{a-7}{6})^2 + 25(\frac{a-7}{6})^2 > 24 \Rightarrow (\frac{a-7}{6})^2 > \frac{4}{5} \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{a-7}{6} > \frac{2}{\sqrt{5}} \Rightarrow \frac{a-7}{6} > \frac{2\sqrt{5}}{5} \Rightarrow a > \frac{12\sqrt{5}}{5} + 7$$

$$\xrightarrow{a \in \mathbb{N}} a \geq 13 \Rightarrow \min(a) = 13$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- داده‌های زیر را در نمودار جعبه‌ای نمایش داده‌ایم. اگر میانگین داده‌های سمت چپ جعبه را a بنامیم، آن‌گاه مقدار تقریبی a کدام است؟



۴/۱۶ (۴)

۴/۹۱ (۳)

۵/۱۲ (۲)

۶/۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



تعداد کل داده‌ها $1+2+3+\dots+12=78$ تا می‌باشد. پس میانگین سی و نهمین و چهلمین عدد، همان میانه است. در نتیجه ۳۹ تا عدد، قبل از میانه قرار دارد. همچنین عدد وسط نیمه اول داده‌ها یعنی بیستمین عدد، همان چارک اول است. پس ۱۹ عدد، سمت چپ جعبه قرار دارد. داده‌های سمت چپ جعبه را ببینید:



$$\text{میانگین ۱۹ داده} = \frac{1+2 \times 2 + 3 \times 3 + 4 \times 4 + 5 \times 5 + 6 \times 6}{19} = \frac{1+4+9+16+25+24}{19} = \frac{79}{19} = \frac{4}{16}$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- میانگین و واریانس 40 داده آماری، به ترتیب، برابر 12 و 9 است. اگر به هر یک از داده‌ها 6 واحد اضافه کنیم، آن‌گاه معکوس ضریب تغییرات داده‌های جدید، کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

۱/۳ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

آمارشناسی:

داده‌های اولیه	x_1, x_2, \dots, x_n		داده‌های جدید	$ax_1 + b, ax_2 + b, \dots, ax_n + b$
میانگین	\bar{x}		میانگین	$a\bar{x} + b$
واریانس	σ^2	داده‌ها در a ضرب و با b جمع می‌شوند.	واریانس	$a^2 \sigma^2$
انحراف معیار	σ		انحراف معیار	$ a \sigma$
ضریب تغییرات	$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$		ضریب تغییرات	$CV' = \frac{ a \sigma}{a\bar{x} + b}$



با اضافه شدن 6 واحد به هر یک از داده‌ها، واریانس و انحراف معیار، تغییر نخواهد کرد ولی به میانگین، 6 واحد اضافه می‌شود.

$$\bar{x} = 12 + 6 = 18$$

$$\sigma = \sqrt{9} = 3$$

$$CV = \frac{\sigma \text{ داده‌های جدید}}{\bar{x} \text{ داده‌های جدید}} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{جواب} = \frac{1}{CV} = 6$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- توان متوسط یک چشمه صوت $W = 48 \times 10^{-4}$ است. تراز شدت صوت در فاصله 20m از این چشمه صوت چند دسی بل است؟

$(\pi = 3), I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ و از جذب انرژی در محیط صرف نظر کنید.

- ۶۰ (۱) ۸۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

موج صوتی

صوت، یک موج طولی است که توسط جسمی مرتعش مانند سیم گیتار یا دیافراگم یا صفحه مرتعش یک بلندگو تولید می‌شود که اصطلاحاً به این‌ها چشمه صوت گفته می‌شود، در هنگام انتشار صوت، مجموعه‌ای از تراکم‌ها و انبساط‌ها در محیط تشکیل می‌شود که از چشمه با تندی صوت دور می‌شوند.

تندی انتشار صوت

تندی صوت نیز مانند هر موج مکانیکی دیگری با رابطه $v = \lambda f$ به دست می‌آید و به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد. تندی صوت در جامدات بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از گازها است. تندی صوت علاوه بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد و با افزایش دمای محیط، تندی انتشار صوت در آن محیط بیشتر می‌شود.

شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر آهنگ متوسط انرژی است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار موج می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$P_{av} = \frac{E}{t \Delta t}$$

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

$\frac{W}{m^2} \uparrow$ $\frac{W}{m^2} \uparrow$
 \uparrow \downarrow
 I A

نکته:

✓ شدت صوت با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج صوتی متناسب است:

$I \propto A^2 f^2$

✓ شدت صوت با مربع فاصله از چشمه صوت نسبت معکوس دارد.

$I \propto \frac{1}{r^2}$

برای بررسی گستره وسیعی از شدت‌های صوت، ساده‌تر است به جای شدت صوت از تراز شدت صوت یا تراز صوتی استفاده کرد که به صورت رابطه لگاریتمی زیر تعریف می‌شود:

تراز شدت صوت بر حسب دسی بل $\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$

$(I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2})$

✓ اختلاف تراز شدت دو موج صوتی:

$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \beta = 20 \log \frac{r_1}{r_2}$

پاسخ تشریحی:

$I = \frac{P_{av}}{A} = \frac{P_{av}}{4\pi r^2}$

شدت این صوت در فاصله 20 متری از منبع صوت برابر است با:

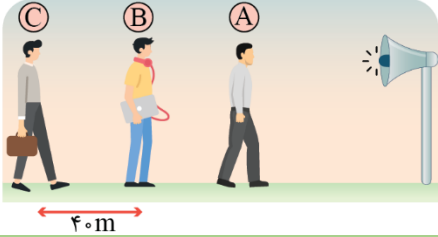
$\rightarrow I = \frac{48 \times 10^{-4}}{4 \times 3 \times (20)^2} = 10^{-6} \frac{W}{m^2}$

$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow \beta = 10 \log \frac{10^{-6}}{10^{-12}}$

تراز شدت صوت برابر است با:

$\rightarrow \beta = 10 \log 10^6 \rightarrow \beta = 60 \text{ dB}$

۴۲- در شکل زیر، تراز شدت صوتی که شخص B می شنود، ۱۴ دسی بل کمتر از تراز شدت صوتی است که شخص A می شنود و ۱۴ دسی بل بیشتر از تراز شدت صوتی است که شخص C می شنود. شخص A در چند متری بلندگو قرار دارد؟ ($\log 5 = 0.7$)



- ۱ (۲)
- ۲ (۱)
- ۳ (۴)
- ۴ (۵)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ تشریحی:

فرض کنیم فاصله A تا بلندگو X باشد. برای مقایسه صوتی که به دو شخص A و B می رسد، می توان نوشت:

$$\beta_A - \beta_B = 10 \log \frac{I_A}{I_B} = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_A} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{r_B}{r_A} \right)$$

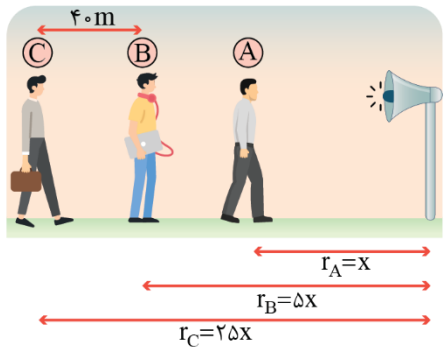
$$\rightarrow 14 = 20 \log \left(\frac{r_B}{x} \right) \rightarrow \log \left(\frac{r_B}{x} \right) = 0.7 \rightarrow \frac{r_B}{x} = 5 \rightarrow r_B = 5x$$

برای مقایسه شخص B و C نیز می توان نوشت:

$$\beta_B - \beta_C = 10 \log \left(\frac{r_B}{r_C} \right) = 10 \log \left(\frac{r_C}{r_B} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{r_C}{r_B} \right)$$

$$\rightarrow 14 = 20 \log \left(\frac{r_C}{5x} \right) \rightarrow \log \left(\frac{r_C}{5x} \right) = 0.7 \rightarrow \frac{r_C}{5x} = 5 \rightarrow r_C = 25x$$

در نهایت با توجه به شکل زیر می توان نوشت:



$$r_C - r_B = 40 \text{ m} \rightarrow 25x - 5x = 40 \rightarrow x = 2 \text{ m}$$

گروه آموزشی ماز

اساس کار	دستگاه
بازتاب امواج الکترومغناطیسی	میکروفون سهموی
مکان یابی پژواکی با امواج صوتی	رادار دوپلری
شکست موج	دستگاه اندازه گیری تندی شارش خون
بازتاب امواج مکانیکی	دستگاه لیتوتریپسی

۴۳- اساس کار چه تعداد از دستگاه های مقابل به درستی نوشته شده است؟

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۳۰۴)

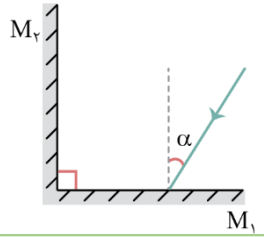
پاسخ تشریحی:

اساس کار دستگاهها مطابق جدول مقابل است:

اساس کار	دستگاه
بازتاب امواج صوتی	میکروفون سهموی
مکان یابی پژواکی با امواج الکترومغناطیسی	رادار دوپلری
مکان یابی پژواکی	دستگاه اندازه گیری تندی شارش خون
بازتاب امواج مکانیکی (معمولاً فراصوت)	دستگاه لیتوتریپسی

گروه آموزشی ماز

۴۴- در شکل زیر، پرتو نور با زاویه تابش α به آینه M_1 می‌تابد و پس از بازتابش از آینه M_1 با زاویه تابش 2α به آینه M_2 می‌تابد. زاویه بازتابش پرتو از آینه M_2 چند درجه است؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۶۰
- (۴) ۷۵

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۴۰۴)

قانون بازتاب عمومی

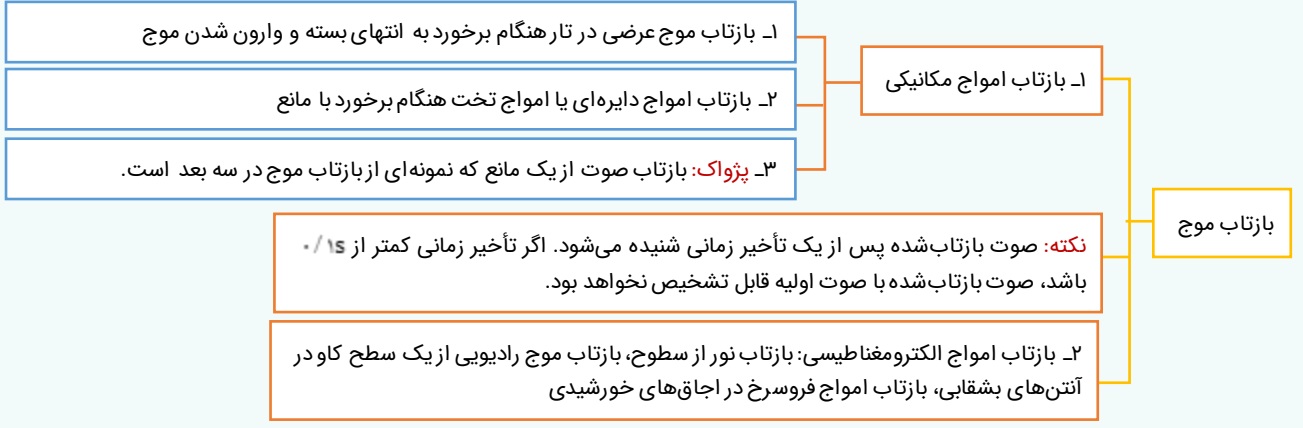
اگر زاویه بین پرتوی تابیده و خط عمود بر سطح مانع را با θ_1 (زاویه تابش) و زاویه بین پرتوی بازتابیده و خط عمود بر سطح مانع را با θ_2 (زاویه بازتابش) نشان دهیم در این صورت همواره زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است.

نکته ۱:

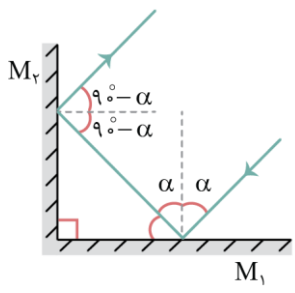
در بازتاب منظم (آینه‌ای)، پرتوهای بازتاب موازی اند اما در بازتاب نامنظم یا پخشیده این پرتوها به طور کاتوره‌ای در تمام جهات پراکنده می‌شوند.

نکته ۲:

اگر طول موج < ابعاد ناهمواری‌های سطح باشد، سطح هموار و بازتاب منظم است و اگر طول موج > ابعاد ناهمواری‌های سطح باشد، سطح ناهموار و بازتاب نامنظم است.



پاسخ تشریحی:



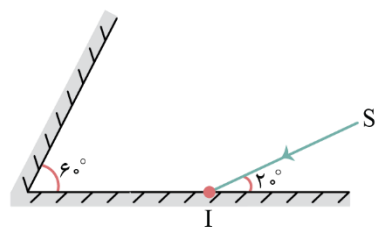
$$90 - \alpha = 2\alpha \rightarrow 3\alpha = 90 \rightarrow \alpha = 30^\circ$$

با توجه به شکل مقابل داریم:

از روی شکل واضح است که زاویه تابش به آینه M_2 برابر $90 - \alpha = 90 - 30^\circ = 60^\circ$ بوده و در نتیجه زاویه بازتابش از M_2 نیز 60° است.

گروه آموزشی ماز

۴۵- در شکل زیر، پرتوی SI در مجموع پس از چند بازتاب از مجموعه آینه‌ها خارج می‌شود و زاویه بازتابش در آخرین بازتاب چند درجه است؟

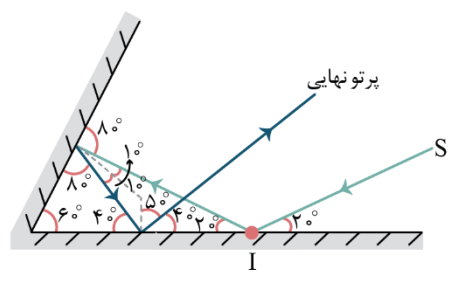


- (۱) ۴ و ۵۰
- (۲) ۴ و ۴۰
- (۳) ۳ و ۵۰
- (۴) ۳ و ۴۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)



مسیر پرتو را مطابق شکل مقابل رسم می کنیم:

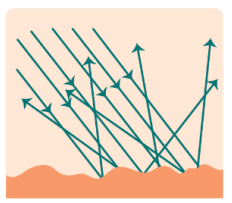


در رسم پرتوها از دو نکته کمک گرفته ایم:

- ۱- زاویه های تابش و بازتابش طبق قانون عمومی بازتاب برابرند.
- ۲- مجموع زاویه های داخلی مثلث برابر ۱۸۰ درجه است.

همانطور که می بینید پرتو در مجموع سه بار بازتاب شده است و زاویه بازتابش در آخرین بازتاب برابر ۵۰° است.

گروه آموزشی ماز



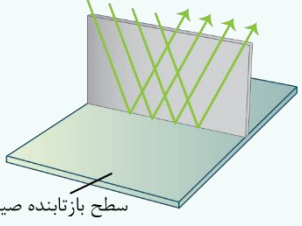
۴۶- کدام یک از عبارات های زیر در مورد شکل مقابل صحیح است؟

- ۱) این شکل بازتاب آینه ای نور را از یک سطح نشان می دهد.
- ۲) به دلیل این نوع بازتاب است که شما اجسام اطراف خود را می بینید.
- ۳) بازتابش امواج رادیویی از سطح کاغذ نمونه ای از این نوع بازتاب است.
- ۴) این نوع بازتاب زمانی رخ می دهد که ابعاد ناهمواری های سطح بسیار کوچک تر از طول موج نور باشد.

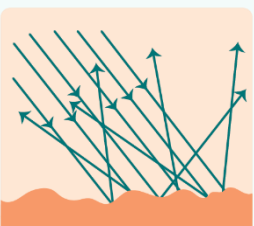
پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)



۱- بازتاب منظم یا آینه ای: اگر یک دسته پرتوی موازی به سطح صیقلی برخورد کنند، موازی یکدیگر نیز بازتاب می شوند که به این بازتاب، بازتاب منظم یا آینه ای می گویند.



۲- بازتاب نامنظم یا پخشنده: اگر دسته پرتویی موازی به یک سطح ناهموار برخورد کنند، در جهت های مختلف بازتاب می شوند که به این نوع بازتاب، بازتاب نامنظم یا پخشنده می گویند. این نوع بازتاب باعث می شود بتوانیم اجسام اطراف خود را ببینیم.



۳- در نکات فوق باید دقت کنید که منظور از سطح صیقلی، سطحی است که ابعاد ناهمواری های آن بسیار کوچک تر از طول موج نور است و منظور از سطح ناهموار، سطحی است که ابعاد ناهمواری های آن بزرگ تر از طول موج نور است. مثلاً ابعاد ناهمواری های کاغذ در حدود ۱۰ μm است، پس کاغذ برای نور مرئی با طول موجی در حدود ۵ μm، ناهموار محسوب می شود، در حالی که برای امواج رادیویی با طول موجی در حدود ۱m، هموار و صیقلی محسوب می شود.



با توجه به درسنامه فوق، گزینه (۲) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

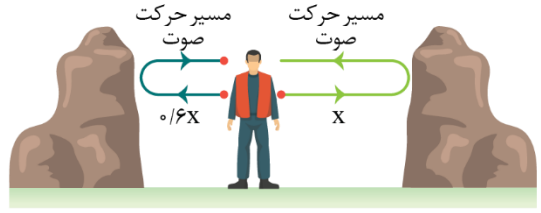
۴۷- دانش آموزی بین دو صخره قائم ایستاده است و فاصله او از صخره نزدیک تر ۴۰ درصد کمتر از فاصله اش از صخره دورتر است. دانش آموز بلندگویی با بسامد ۵۰۰ Hz را به صدا درمی آورد و اولین پژواک صدا را ۰/۸s زودتر از صدای پژواک دوم می شنود. اگر طول موج صدای بلندگو در محیط برابر ۶۴cm باشد، فاصله دو صخره از هم چند متر است؟

- ۳۲۰ (۱) ۳۴۰ (۲) ۵۱۲ (۳) ۵۴۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - محاسباتی - ۱۲۰۴)



فرض کنیم فاصله از صخره دورتر برابر X باشد، بنابراین فاصله از صخره نزدیکتر برابر $X/6$ است. با توجه به شکل زیر می توان نوشت:



برای پژواک اول: $\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} t_1$
 رابطه (۱): $\rightarrow 1/2x = v_{\text{صوت}} t_1$
 برای پژواک دوم: $\Delta x_{\text{صوت}} = v_{\text{صوت}} t_2$
 رابطه (۲): $\rightarrow 2x = v_{\text{صوت}} t_2$

از طرفی سرعت صوت در محیط برابر $v = \lambda f = 0.64 \times 500 = 320 \frac{m}{s}$ است. با کم کردن رابطه (۱) از (۲) می توان نوشت:

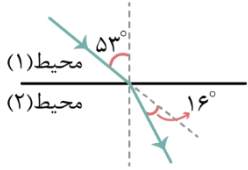
$2x - 1/2x = v_{\text{صوت}} (t_2 - t_1)$
 $\frac{v_{\text{صوت}} = 320 \frac{m}{s}}{t_2 - t_1 = 0.8s} \rightarrow 0.8x = 320 \times 0.8 \rightarrow x = 320m$

فاصله دو صخره از هم برابر $x + 0.6x = 1.6x = 1.6 \times 320 = 512m$ است.

گروه آموزشی ماز

۴۸- مطابق شکل زیر، پرتوی نور تک رنگی از محیط شفاف (۱) وارد محیط شفاف (۲) شده و به اندازه 16° از مسیر اولیه خود منحرف می شود. طول موج نور

در محیط (۲) چند برابر طول موج در محیط (۱) است؟ $(\sin 53^\circ = 0.8, \sin 37^\circ = 0.6)$



- (۱) $\frac{4}{3}$
- (۲) $\frac{2}{3}$
- (۳) $\frac{3}{4}$
- (۴) $\frac{1}{4}$

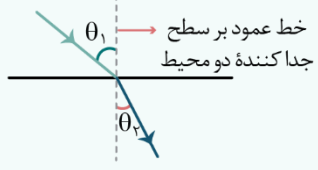
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

شکست موج

وقتی موج از یک محیط وارد محیط دیگر می شود، تندی موج تغییر کرده و ممکن است جهت انتشار موج نیز تغییر کند و اصطلاحاً موج شکست پیدا می کند. نکته: وقتی موج شکست پیدا می کند، بسامد آن تغییر نمی کند، ولی تندی و طول موج تغییر می کنند.

قانون شکست عمومی

مطابق شکل زیر، موج فرودی در هنگام عبور از مرز دو محیط، تغییر جهت می دهد. اگر تندی موج فرودی v_1 و تندی موج شکست یافته v_2 باشد، رابطه زیر همواره برقرار است که به آن قانون شکست عمومی می گویند:



$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$

- θ_2 : زاویه شکست
- θ_1 : زاویه تابش
- v_2 : تندی موج شکست
- v_1 : تندی موج تابش

حالت ۱: اگر موج از محیطی با تندی بیشتر (ضریب شکست کمتر) به محیطی با تندی کمتر (ضریب شکست بیشتر) برود، پرتوی موج بعد از شکست به خط عمود بر سطح جداکننده دو محیط نزدیک می شود:

$v_2 < v_1 \rightarrow \theta_2 < \theta_1$

حالت ۲: اگر موج از محیطی با تندی کمتر (غلظت بیشتر) وارد محیطی شود که در آن تندی موج بیشتر است (غلظت کمتر) پرتو موج بعد از شکست از خط عمود دور می شود:

$v_2 > v_1 \rightarrow \theta_2 > \theta_1$

همان طور که می دانیم هنگامی که موج از محیط (۱) وارد محیط (۲) می شود، بسامد موج ثابت ولی تندی و طول موج تغییر می کنند، بنابراین:

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_r}{v_i} = \frac{\lambda_r f}{\lambda_i f} \rightarrow \frac{\sin 37^\circ}{\sin 53^\circ} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i}$$

$$\rightarrow \frac{0.6}{0.8} = \frac{\lambda_r}{\lambda_i} \rightarrow \frac{\lambda_r}{\lambda_i} = \frac{3}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- پرتوی نور تک رنگی به طور مایل از هوا وارد محیط شفاف به ضریب شکست $\sqrt{3}$ می شود، به طوری که زاویه شکست، نصف زاویه تابش خواهد شد. این پرتوی نور پس از شکست چند درجه از راستای مستقیم، منحرف می شود؟ ($n_{\text{هوا}} = 1$)

۸ (۴)

۱۲ (۳)

۳۰ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

شکست امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی نیز با گذر از یک محیط به محیط دیگر شکست پیدا می کنند. به همین دلیل برای هر محیط ضریب شکست تعریف می کنند:

$$n = \frac{c}{v}$$

$$\text{تندی نور در خلأ (c): } 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$v \leftarrow$ تندی نور در محیط

نکته:

n همواره بزرگ تر یا مساوی ۱ است و بدون یکا است.

نکته:

ضریب شکست محیط با تندی موج در آن محیط رابطه عکس دارد:

$$\frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1}$$

قانون شکست اسنل:

$$\frac{\sin \theta_r}{\sin \theta_i} = \frac{v_r}{v_i} = \frac{n_i}{n_r} \rightarrow n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r$$

کنکور سراسری تجربی ۸۷

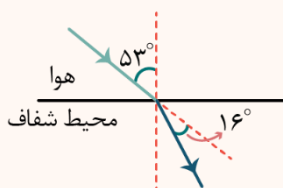
شکل زیر، پرتوی نوری را نشان می دهد که تحت زاویه تابش 53° از هوا وارد محیط شفاف شده و 16° منحرف می شود. ضریب شکست محیط چقدر است؟

$$(\sin 53^\circ = 0.8, \cos 53^\circ = 0.6)$$

$$\frac{4}{3} \quad (2) \qquad \frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{7}{5} \quad (4) \qquad \frac{6}{5} \quad (3)$$

پاسخ: گزینه ۲



$$\begin{cases} \theta_i = 53^\circ \\ \theta_r = 53^\circ - 16^\circ = 37^\circ \end{cases}$$

طبق قانون اسنل داریم:

$$n_i \sin \theta_i = n_r \sin \theta_r \rightarrow 1 \times \sin 53^\circ = n_r \times \sin 37^\circ$$

$$\rightarrow 0.8 = 0.6 n_r \rightarrow n_r = \frac{4}{3}$$

پاسخ تشریحی

اگر زاویه تابش را 2θ در نظر بگیریم، آن گاه طبق اطلاعات داده شده در سؤال، زاویه شکست برابر θ است، بنابراین با توجه به قانون شکست اسنل داریم:

$$n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2 \rightarrow 1 \times \sin \theta_1 = \sqrt{3} \times \sin \theta_2$$

$$\rightarrow \sin 2\theta = \sqrt{3} \sin \theta$$

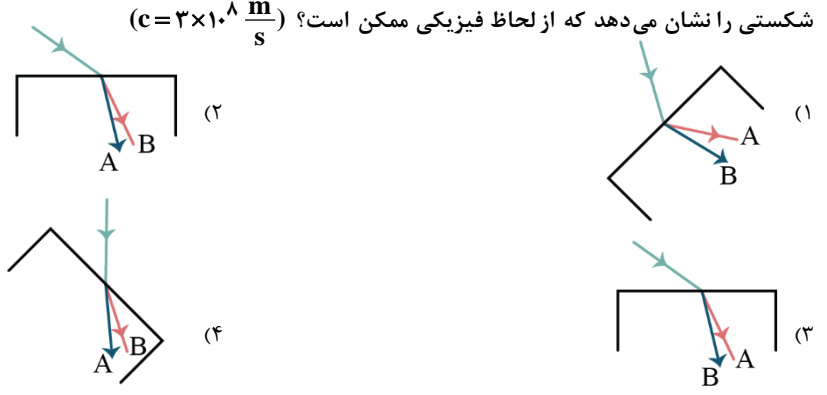
$$\rightarrow 2 \sin \theta \cos \theta = \sqrt{3} \sin \theta \rightarrow \cos \theta = \frac{\sqrt{3}}{2} \rightarrow \theta = 30^\circ$$

بنابراین:

$$\begin{cases} \theta_1 = 2\theta = 2 \times 30^\circ = 60^\circ \\ \theta_2 = \theta = 30^\circ \end{cases} \rightarrow D_{\text{انحراف}} = 60 - 30 = 30^\circ$$

گروه آموزشی ماز

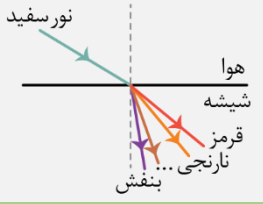
۵۰- در شکل‌های زیر، پرتوی فرودی که شامل نور A با بسامد $5 \times 10^{14} \text{ Hz}$ و نور B با طول موج 400 nm در هوا است، از هوا وارد شیشه می‌شود. کدام شکل، شکستی را نشان می‌دهد که از لحاظ فیزیکی ممکن است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)



پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۴)

نکته

ضریب شکست (n) یک محیط شفاف، برای طول موج‌های مختلف، متفاوت است. هر چه طول موج یک نور تابشی بیشتر باشد، ضریب شکست محیط برای آن کمتر است و انحراف کمتری پیدا می‌کند. بنابراین اگر یک نور ترکیبی مانند نور سفید را به مرز جدایی دو محیط (هوا و شیشه) بتابانیم، چنین وضعیتی را مشاهده می‌کنیم:



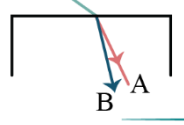
گام اول:

طول موج A برابر است با:

$$\lambda_A = \frac{c}{f_A} = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^{14}} = 6 \times 10^{-7} \text{ m} = 600 \text{ nm}$$

گام دوم:

طول موج B کمتر از A است، بنابراین پرتوی B بیشتر می‌شکند و به خط عمود بر سطح جداکننده دو محیط نزدیک‌تر می‌شود، بنابراین گزینه (۳) صحیح است.



گروه آموزشی ماز

۵۱- گوشی‌های همراه با امواجی با بسامد در حدود ۲GHz کار می‌کنند. این امواج از کدام یک از موانع زیر به‌طور واضح پراشیده می‌شوند و به منطقه سایه

مانع می‌رسند؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$

الف: کتابی به ابعاد $10cm \times 15cm \times 3cm$

ب: آپارتمانی به ابعاد $20m \times 20m \times 20m$

ج: کامیونی به ابعاد $12m \times 4m \times 4m$

- (۱) فقط الف (۲) الف و ب (۳) الف ، ب و ج (۴) فقط ب

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۴۰۴)

نکته:

هنگامی که یک موج به موانعی با ابعاد در حدود طول موج خود برخورد می‌کند، به وضوح به اطراف مانع گسترده می‌شود و پدیده پراش رخ می‌دهد. اگر ابعاد مانع خیلی بزرگ‌تر از طول موج باشد، پدیده پراش مشاهده نمی‌شود.

پاسخ تشریحی:

طول موج امواج رادیویی موبایل برابر است با:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{2 \times 10^9} = 0.15m = 15cm$$

ابعاد کتاب در حدود طول موج است، در حالی که ابعاد آپارتمان و کامیون بسیار بزرگ‌تر از طول موج است، بنابراین امواج از کتاب به‌طور واضح پراشیده می‌شوند.

گروه آموزشی ماز

۵۲- آزمایش ینگ را با دستگاهی یکسان در سه حالت انجام داده‌ایم. کدام مقایسه بین پهنای نوارهای تداخلی صحیح است؟

شرایط آزمایش	پهنای نوارهای تداخلی
با نور قرمز در خلأ	w_1
با نور سبز در خلأ	w_2
با نور سبز زیر آب	w_3

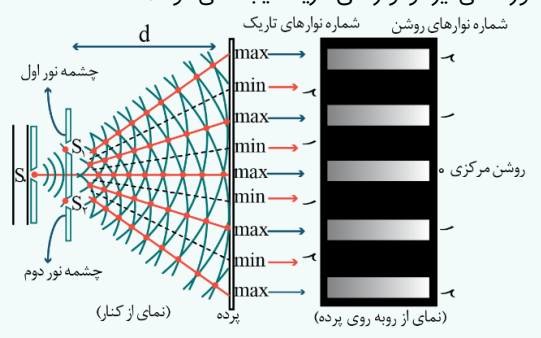
- (۱) $w_1 > w_2 > w_3$
 (۲) $w_3 > w_2 > w_1$
 (۳) $w_1 > w_3 > w_2$
 (۴) $w_3 > w_1 > w_2$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۴۰۴)

در مورد آزمایش ینگ (تداخل امواج نوری) به نکات زیر توجه کنید.

۱- این آزمایش نشان می‌دهد که پدیده تداخل برای نور هم مثل امواج مکانیکی رخ می‌دهد و در نتیجه ثابت می‌کند که نور نوعی موج است که به آن موج الکترومغناطیسی می‌گوییم.

۲- در این آزمایش از دو شکاف مشابه S_1 و S_2 نور تک‌فامی به یک پرده می‌تابد. در قسمت‌هایی از پرده که این دو نور هم‌فاز هستند، تداخل سازنده رخ می‌دهد و نوارهای روشن ایجاد می‌شوند و در قسمت‌هایی که نورها در فاز مخالف هستند، تداخل ویرانگر صورت می‌گیرد و نوارهای تاریک ایجاد می‌شوند. پهنای نوارهای تاریک و روشن با هم برابر است به شکل زیر دقت کنید.



۳- پهنای نوارهای ایجاد شده با طول موج نور استفاده شده متناسب است، بنابراین اگر از نور قرمز استفاده کنیم، پهنای نوارها زیاد خواهد بود و اگر از نور بنفش استفاده کنیم، پهنای نوارها کم خواهد بود.

۴- اگر محیط انجام آزمایش ینگ را تغییر دهیم، به دلیل تغییر ضریب شکست و سرعت نور، طول موج هم تغییر می‌کند، بنابراین پهنای نوارها هم تغییر خواهد کرد. همان‌طور که می‌دانید طول موج با ضریب شکست رابطه عکس دارد، پس ضخامت نوارها هم با ضریب شکست محیط رابطه عکس دارند. بنابراین خوب است تناسب زیر را به خاطر بسپاریم.

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2}$$

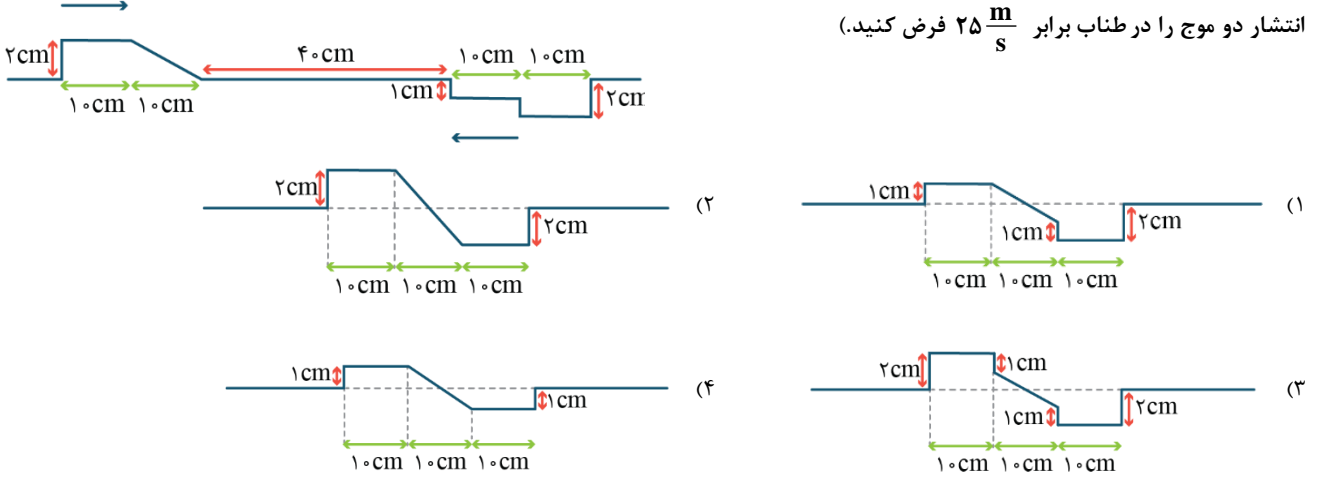
در رابطه بالا، w ضخامت هر نوار است.

پاسخ تشریحی

طول موج نور قرمز بیشتر از نور سبز است. همچنین با انجام آزمایش زیر آب، به دلیل کاهش سرعت نور، طول موج نور کاهش می‌یابد، بنابراین می‌توان نوشت:
 $\lambda_{\text{سبز}} > \lambda_{\text{قرمز}}$
 $\rightarrow w_1 > w_2 > w_3$

گروه آموزشی ماز

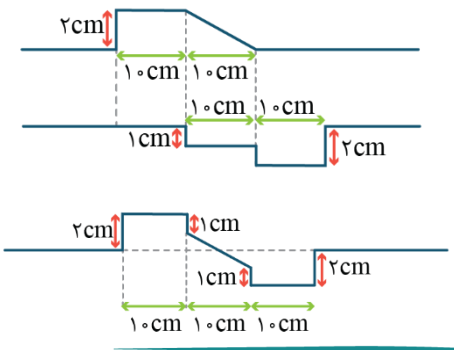
۵۳- مطابق شکل زیر، در لحظه $t=0$ دو موج درون طنابی در حال حرکت به سمت هم هستند. شکل موج برهم‌نهاده در لحظه $t=0.1s$ کدام است؟ (تندی انتشار دو موج را در طناب برابر $25 \frac{m}{s}$ فرض کنید).



پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۴۰۴)

پاسخ تشریحی

هر یک از امواج در مدت $0.1s$ به اندازه $\Delta x = v\Delta t = 25 \times 0.1 = 2.5cm$ پیشروی می‌کنند، بنابراین مطابق شکل زیر به هم می‌رسند. برای بهتر دیده شدن امواج، آن‌ها را در دو طناب نشان داده‌ایم.



با توجه به اصل برهم‌نهی، موج حاصل به صورت زیر خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۵۴- سه بسامد متوالی یک تار به طول $1/2m$ با دو انتهای بسته برابر $180 Hz$ ، $240 Hz$ و $300 Hz$ هستند. سرعت انتشار امواج عرضی در این تار چند متر بر ثانیه است؟

- ۱۴۴ (۱)
- ۱۲۰ (۲)
- ۲۴۰ (۳)
- ۲۸۸ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۴۰۴)

نکته

اختلاف دو بسامد متوالی امواج ایستاده در یک تار دو سر بسته برابر با بسامد اصلی تار است.

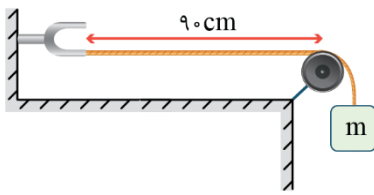
پاسخ تشریحی

با توجه به نکته فوق، بسامد اصلی تار برابر $60 Hz$ است. برای محاسبه سرعت انتشار امواج می‌توان نوشت:

$$f_1 = \frac{v}{2L} \rightarrow 60 = \frac{v}{2 \times 1/2} \rightarrow v = 144 \frac{m}{s}$$

گروه آموزشی ماز

۵۵- مطابق شکل زیر، وزنه‌ای به جرم m به یک طناب بسته شده است و با دی‌پازونی با بسامد 100 Hz ، امواج ایستاده‌ای با ۴ گره درون طناب ایجاد شده است. اگر جرم هر متر از طناب 50 g باشد، جرم m چند کیلوگرم است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$



است. اگر جرم هر متر از طناب 50 g باشد، جرم m چند کیلوگرم است؟ $(g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}})$

- ۹ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۲۷ (۳)
- ۳۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - محاسباتی - ۱۲۰۴)

گام اول:

با توجه به این که ۴ گره درون طناب ایجاد شده، هماهنگ سوم آن نواخته شده است، بنابراین می‌توان نوشت:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow f_3 = \frac{3v}{2L} \rightarrow 100 = \frac{3v}{2 \times 0.9} \rightarrow v = 60 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام دوم:

نیروی کشش طناب برابر است با:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow 60 = \sqrt{\frac{F}{50 \times 10^{-3}}} \rightarrow F = 180 \text{ N}$$

بنابراین وزن جسم برابر 180 N است، یعنی جرم آن $m = 18 \text{ kg}$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: هیچ گواه تجربی بر وجود تک‌قطبی مغناطیسی وجود ندارد. قطب‌های مغناطیسی همواره به صورت زوج ظاهر می‌شوند.

ب: میدان مغناطیسی، کمیتی فرعی و برداری است که یکای آن در SI، تسلا است.

ج: بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضای پیرامون یک آهنربا در جهتی است که وقتی عقربه مغناطیسی در آن نقطه قرار می‌گیرد، قطب N عقربه آن جهت را نشان می‌دهد.

د: خطوط میدان مغناطیسی، خطوط بسته‌ای هستند.

ه: خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهنربا از قطب N خارج و به قطب S وارد می‌شوند.

- ۲ (۱)
- ۳ (۲)
- ۴ (۳)
- ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی و خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۳)

میدان مغناطیسی

میدان مغناطیسی، کمیتی برداری است که یکای آن در SI برابر تسلا است. معمولاً میدان‌های مغناطیسی را با خطوط میدان نمایش می‌دهند که خوب است نکات زیر را در مورد آن‌ها بدانید.

۱- خطوط میدان در خارج از آهنربا از قطب N خارج شده و به قطب S وارد می‌شوند و در داخل آهنربا از قطب S به سمت قطب N هستند.

۲- با توجه به این که قطب‌های N و S همواره همراه هم هستند و تک‌قطبی مغناطیسی نداریم، خطوط میدان مغناطیسی همواره خطوط بسته‌ای می‌باشند.

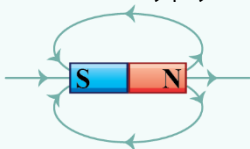
۳- تراکم خطوط میدان مغناطیسی متناسب با شدت میدان است. هر چه میدان مغناطیسی، قوی‌تر باشد، خطوط میدان مغناطیسی، متراکم‌تر هستند.

۴- خطوط میدان مغناطیسی یکدیگر را قطع نمی‌کنند و از هر نقطه یک خط میدان می‌تواند بگذرد.

۵- جهت میدان مغناطیسی در هر نقطه مماس بر خطوط میدان و در جهت آن‌هاست. بنابراین عقربه‌های مغناطیسی همواره به گونه‌ای قرار می‌گیرند که با خطوط میدان هم‌راستا باشند و قطب N آن‌ها در جهت میدان باشد.

مثال: خطوط میدان اطراف یک آهنربای میله‌ای را رسم کنید.

با توجه به نکات فوق، می‌توان شکل زیر را برای خطوط میدان آهنربای میله‌ای در نظر گرفت. دقت کنید که در نزدیکی قطب‌ها، خطوط، متراکم‌تر هستند.



پاسخ تشریحی:

تمامی عبارات صحیح هستند، بنابراین گزینه (۴) پاسخ صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- یکای فرعی میدان مغناطیسی بر حسب یکاهای اصلی کدام گزینه است؟

- (۱) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
- (۲) $\frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
- (۳) $\frac{\text{kg} \cdot \text{m}^2}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$
- (۴) $\frac{\text{m}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

در این قسمت یکاهای مختلف میدان مغناطیسی را با هم مرور می‌کنیم:

۱- یکای اصلی میدان مغناطیسی برابر تسلا (T) است.

۲- یکی دیگر از یکاهای رایج میدان مغناطیسی برابر گاوس (G) است که معادل $10^{-4} T$ می‌باشد.

$1G \equiv 10^{-4}T$ یا $1T \equiv 10^4G$

۳- برای بیان یکای تسلا بر حسب سایر یکاها می‌توانیم از روابط فیزیکی کمک بگیریم. مثلاً رابطه نیروی مغناطیسی وارد بر یک سیم حامل جریان الکتریکی را در نظر بگیریم.

$F = I\ell B \sin \theta \rightarrow N \equiv A \times m \times T$

$\rightarrow T \equiv \frac{N}{A \cdot m}$

از طرفی می‌دانیم $N \equiv \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}$ است، پس داریم:

$T \equiv \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$

۴- می‌توان یکای تسلا را بر حسب یکاهای غیراصلی مثل ژول (J) هم نوشت. کافی است که در نتایج قسمت قبل از $J \equiv N \cdot m$ استفاده کنیم:

$T = \frac{N}{A \cdot m} \xrightarrow{N \equiv \frac{J}{m}} T \equiv \frac{J}{A \cdot m^2}$

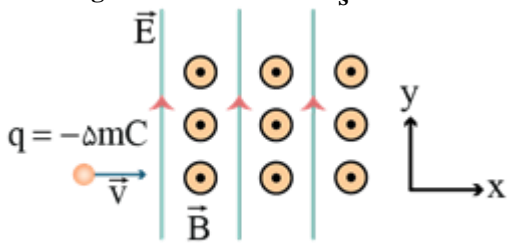
پاسخ تشریحی:

در نکته فوق، با کمک رابطه $F = BI\ell \sin \theta$ ، یکای میدان را به دست آوردیم. برای تمرین بیشتر طبق رابطه $F = |q|vB \sin \theta$ که نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی را به ما می‌دهد خواهیم داشت:

$$N = C \times \frac{m}{s} \times T \Rightarrow T = \frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}} \xrightarrow{A = \frac{C}{s}} T = \frac{N}{A \cdot m} \xrightarrow{N = \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2}} T = \frac{\text{kg}}{\text{A} \cdot \text{s}^2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در شکل زیر، ذره بارداری به جرم ۵۰ گرم و بار $-5mC$ وارد میدان الکتریکی یکنواخت \vec{E} به بزرگی $200 \frac{N}{C}$ و میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} به بزرگی $0.1T$ می‌شود. اندازه سرعت ذره چند متر بر ثانیه باشد تا به محض ورود به میدان‌های فوق، شتاب آن $6 \frac{m}{s^2}$ و رو به پایین باشد؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$) جهت شتاب گرانش \vec{g} رو به پایین و در جهت عکس محور y ها است.)



- (۱) ۲۴۰۰
- (۲) ۹۶۰۰
- (۳) ۲۰۰۰
- (۴) ۱۲۰۰

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی - ۱۱۰۳)

نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی

اگر ذره‌ای با بار (q) با سرعت \vec{v} در میدان مغناطیسی \vec{B} حرکت کند به شرطی که جهت حرکت بار موازی خطوط میدان \vec{B} نباشد، از طرف میدان بر ذره نیرویی وارد می‌شود که به آن نیروی مغناطیسی گفته می‌شود و اندازه آن از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$F = |q|vB \sin \theta$ زاویه بین \vec{v} و \vec{B} : θ

$\rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow F = 0$ یا $\theta = 180^\circ \rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow F = 0$ اگر حرکت ذره موازی خطوط میدان باشد

اگر $\theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = 1 \rightarrow F = F_{\max} = |q|vB$

یکای میدان مغناطیسی طبق روابط فوق در (SI) برابر با $\frac{N}{A \cdot m}$ بوده که برابر $\frac{N}{C \cdot \frac{m}{s}}$ خواهد شد که به آن تسلا گفته می‌شود و با نماد T نشان داده می‌شود. یکای

دیگر میدان مغناطیسی برابر گوس (G) است که داریم:

$1T = 10^4 G$

$1G = 10^{-4} T$

نکته ۱:

میدان مغناطیسی فقط به ذرات باردار متحرک نیرو وارد می‌کند ولی میدان الکتریکی هم به ذرات باردار ساکن و هم به ذرات باردار متحرک نیرو وارد می‌کند.

نکته ۲:

برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم به این صورت که اولاً نیروی مغناطیسی \vec{F} بر \vec{v} و \vec{B} عمود است:

$\vec{F} \perp \vec{B}$

$\vec{F} \perp \vec{v}$

علاوه بر این قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر بار مثبت به صورت زیر است:

شست باز: \vec{F} از کف دست خارج می‌شود: \vec{B} چهار انگشت دست راست در حالت باز: \vec{v}

نکته ۳:

برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار منفی دو روش وجود دارد:

روش ۱: قاعده دست راست را با دست چپ اجرا کنیم.

روش ۲: قاعده دست راست را به کار برده و در انتها جهت نیروی به دست آمده را معکوس می‌کنیم.

کنکور سراسری تجربی خارج ۹۸

ذره‌ای به جرم ۵g که دارای بار $50 \mu C$ است، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت با سرعت $2/5 \times 10^3 \frac{m}{s}$ در راستای افقی از جنوب به شمال پرتاب می‌شود. جهت

و اندازه میدان کدامیک از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد تا نیروی مغناطیسی، نیروی وزن را خنثی کند و ذره به مسیر مستقیم حرکت خود ادامه دهد؟ $(g = 10 \frac{N}{kg})$

۱) ۰/۰۴ تسلا در راستای افقی از شرق به غرب

۲) ۰/۰۴ تسلا در راستای افقی از غرب به شرق

۳) ۰/۴ تسلا در راستای افقی از شرق به غرب

۴) ۰/۴ تسلا در راستای افقی از غرب به شرق

پاسخ: گزینه ۴

چون بار ذره منفی است، طبق قاعده دست چپ، چهار انگشت دست چپ در جهت جنوب به شمال و F (انگشت شست) رو به بالا باید باشد تا mg را خنثی کند، در

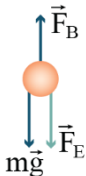
این صورت \vec{B} از غرب به شرق خواهد بود و داریم:

$|q|vB = mg \rightarrow 50 \times 10^{-6} \times 2/5 \times 10^3 \times B = 50 \times 10^{-3} \times 10 \rightarrow B = 0/4 (T)$

پاسخ تشریحی:

به ذره سه نیروی mg رو به پایین، \vec{F}_E رو به پایین و \vec{F}_B وارد می‌شود. برای اینکه شتاب حرکت ذره $\frac{m}{s}$ رو به پایین شود، باید \vec{F}_B رو به بالا باشد، در نتیجه

داریم:



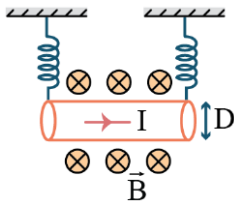
$mg + F_E - F_B = ma$

$\rightarrow mg + |q|E - |q|vB = ma \rightarrow |q|(vB - E) = m(g - a)$

$\rightarrow 50 \times 10^{-3} \times (0/17 - 200) = 50 \times 10^{-3} \times (10 - a)$

$\rightarrow 0/17 - 200 = 40 \rightarrow 0/17 = 240 \rightarrow v = 240 \frac{m}{s}$

۵۹- مطابق شکل زیر، سیم حامل جریان I به چگالی ρ و قطر مقطع D توسط دو فنر که به دو انتهای سیم وصل هستند، از سقف آویزان شده و در میدان مغناطیسی درون سوی B قرار دارد. اگر از طرف سیم بر فنرها نیرویی وارد نشود، کدام رابطه زیر برای محاسبه چگالی سیم صحیح است؟



$$\rho = \frac{IB}{\pi D^2} g \quad (2)$$

$$\rho = \frac{4IB}{\pi D^2} g \quad (4)$$

$$\rho = \frac{IB}{\pi D^2} g \quad (1)$$

$$\rho = \frac{4IB}{\pi D^2} g \quad (3)$$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان

هرگاه سیم حامل جریان در یک میدان مغناطیسی قرار گیرد، از طرف میدان مغناطیسی بر آن سیم نیرو وارد می‌شود. اندازه نیروی مغناطیسی که میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان وارد می‌کند از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = I\ell B \sin \theta$$

در رابطه فوق ℓ طول بخشی از سیم رسانا است که در میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} قرار دارد و θ زاویه‌ای است که امتداد سیم با خطوط میدان مغناطیسی می‌سازد:

اگر $\theta = 0^\circ$ یا $\theta = 180^\circ \rightarrow \sin \theta = 0 \rightarrow F = 0$

اگر $\theta = 90^\circ \rightarrow \sin \theta = 1 \rightarrow F = F_{\max} = I\ell B$

نیرویی که در میدان مغناطیسی بر سیم حامل جریان الکتریکی وارد می‌شود بر راستای سیم و نیز بر راستای میدان مغناطیسی، عمود است.

$$\vec{F} \perp \vec{B}$$

$$\vec{F} \perp \vec{I}$$

جهت نیروی وارد بر سیم حامل جریان از قاعده دست راست به صورت زیر تعیین می‌شود:

\vec{F} : شست باز

\vec{B} : از کف دست خارج می‌شود

\vec{I} : چهار انگشت دست راست در حالت باز

کنکور سراسری ریاضی خارج ۹۷

بردار میدان مغناطیسی یکنواختی در SI به صورت $\vec{B} = 0.6\vec{i} + 0.8\vec{j}$ است. اگر از سیم راستی جریان 50 آمپر در جهت \vec{j} عبور کند، اندازه نیروی مغناطیسی وارد بر 20 cm از این سیم که در این میدان قرار دارد، چند نیوتون است و اگر بردارهای \vec{i} و \vec{j} در این صفحه به صورت شکل زیر باشند، جهت این نیرو کدام است؟



- (۱) ← و ۶
- (۲) ⊗ و ۶
- (۳) ← و ۱۰
- (۴) ⊗ و ۱۰

پاسخ: گزینه ۲

میدان \vec{j} 0.8 چون با سیم حامل جریان، هم جهت است، نیرویی بر سیم وارد نمی‌کند و تنها 0.6 بر سیم نیرو وارد می‌کند که جهت نیرو طبق قانون دست راست درون سیم (⊗) بوده و مقدار آن طبق رابطه $F = I\ell B \sin \theta$ برابر است با:

$$F = 50 \times 0.2 \times 0.6 \times 1 \rightarrow F = 6 \text{ N}$$

پاسخ تشریحی

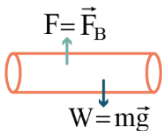
برای اینکه از طرف سیم، نیرویی بر فنرها وارد نشود، باید نیروی مغناطیسی $F = I\ell B$ و $W = mg$ که بر سیم حامل جریان وارد می‌شوند، هم اندازه در خلاف جهت هم باشند تا یکدیگر را خنثی کنند، پس:

$$mg = I\ell B$$

$$\rightarrow \rho V g = I\ell B$$

$$\rightarrow \rho A \ell g = I\ell B \rightarrow \rho A g = IB$$

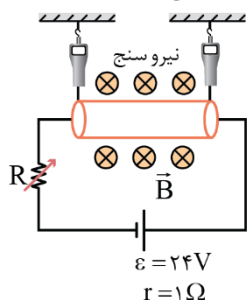
$$\rightarrow \rho \frac{\pi D^2}{4} g = IB \rightarrow \rho = \frac{4IB}{\pi D^2} g$$



گروه آموزشی ماز

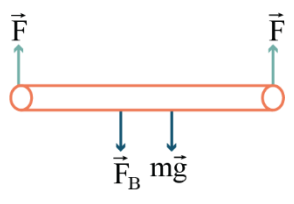
۶۰- سیم راستی به طول یک متر و جرم 100 گرم توسط دو نیروسنج که از دو انتهای آن به سقف آویزان شده است، در میدان مغناطیسی یکنواخت درون سوا

با اندازه 0.5 تسلا قرار دارد. مقاومت R چند اهم باشد تا هر یک از نیروسنج‌ها 2 نیوتون را نشان دهند؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)



- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)



نیروهای وارد بر سیم حامل جریان در شکل مقابل رسم شده‌اند:

در حال تعادل داریم:

$$mg + I\ell B = F + F$$

$$\rightarrow 0.1 \times 10 + I \times 1 \times 0.5 = 2 + 2$$

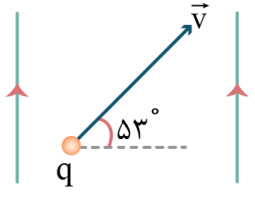
$$\rightarrow 0.5 I = 2 \rightarrow I = 4 \text{ A}$$

$$I = \frac{\epsilon}{R + r} \rightarrow 4 = \frac{24}{R + 1} \rightarrow R = 5 \Omega$$

با توجه به جریان مدار اصلی مدار داریم:

گروه آموزشی ماز

۶۱- در شکل زیر، ذره بارداری با بار $q = 5 \text{ mC}$ در میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های راست حامل جریان I_1 و I_2 با سرعت $2 \times 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در جهت نشان داده شده در حال حرکت است. اگر اندازه میدان مغناطیسی حاصل از سیم‌های حامل جریان در مکان ذره برابر $B_1 = 0.6 \text{ T}$ و $B_2 = 0.2 \text{ T}$ باشد، نیروی وارد بر ذره باردار در این لحظه چند نیوتون و در چه جهتی است؟



- (۱) ۰.۴۰
- (۲) ۰.۴۰
- (۳) ۰.۳۲
- (۴) ۰.۳۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۳)

میدان مغناطیسی حاصل از جریان الکتریکی

اورستد ضمن انجام آزمایش‌های الکترواستاتیکی مشاهده کرد که عقربه مغناطیسی در کنار سیم حامل جریان الکتریکی، منحرف می‌شود و با انجام آزمایش‌های بیشتر کشف کرد که عبور جریان الکتریکی از یک سیم رسانا، در اطراف آن یک میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد.

نکته:

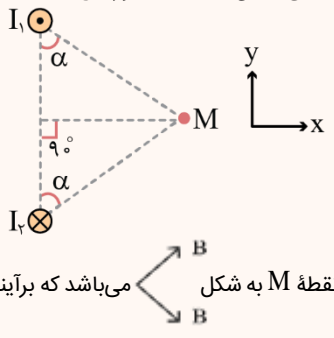
خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم بلند مستقیم حامل جریان به صورت دایره‌های هم‌مرکز در اطراف سیم حامل جریان هستند. جهت خط‌های میدان مغناطیسی سیم راست حامل جریان را می‌توان به کمک عقربه مغناطیسی تعیین کرد. علاوه بر آن با استفاده از قاعده دست راست نیز می‌توان این جهت را تعیین کرد.

قاعده دست راست برای تعیین جهت \vec{B} اطراف سیم راست حامل جریان:

سیم را در دست راست خود می‌گیریم به طوری که انگشت شست در جهت جریان الکتریکی باشد. جهت خم شدن چهار انگشت دست، خطوط میدان مغناطیسی را در اطراف سیم نشان می‌دهد.

کنکور سراسری ریاضی ۹۹

شکل زیر، مقطع دو سیم بلند و موازی را نشان می‌دهد که بر صفحه کاغذ عمودند و از آن‌ها جریان‌های برابر و در جهت‌های نشان داده شده عبور می‌کند. میدان مغناطیسی بر این نقطه M در کدام جهت است؟



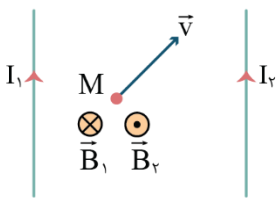
- (۱) در جهت محور X
- (۲) در جهت محور Y
- (۳) خلاف جهت محور X
- (۴) خلاف جهت محور Y

پاسخ: گزینه ۱

طبق قانون دست راست برای میدان حاصل از سیم راست حامل جریان در یک نقطه اطراف سیم حاصل از سیم‌ها در نقطه M به شکل می‌باشد که برآیند آن‌ها در جهت محور X خواهد بود.

پاسخ تشریحی

طبق قاعده دست راست برای میدان مغناطیسی حاصل از سیم حامل جریان، میدان حاصل از سیمهای حامل جریان I_1 و I_2 در نقطه M به ترتیب درون سو و برون سو هستند و داریم:

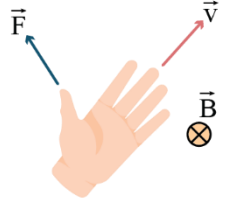


$$B_M = B_1 - B_2 = 0.6 - 0.2 = 0.4(T) \otimes$$

$$F = qvB \sin \theta$$

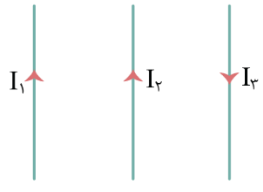
$$F = 5 \times 10^{-3} \times 2 \times 10^4 \times 0.4 \times 1 \rightarrow F = 40(N)$$

نکته مهم اینکه زاویه 53° در شکل، زاویه بین جهت حرکت ذره باردار و راستای افقی است و زاویه بین \vec{v} و \vec{B} برابر 90° می باشد. همچنین طبق قاعده دست راست برای تعیین جهت نیروی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی، جهت نیرو \vec{F} می باشد.



گروه آموزشی ماز

۶۲- در شکل زیر، جهت نیروی برآیند وارد بر سیم حامل جریان I_3 از طرف سیمهای حامل جریان I_1 و I_2 به کدام جهت است؟



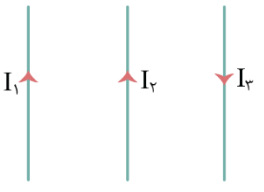
- (۱)
- ← (۲)
- ⊗ (۳)
- ⊙ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

نیروی بین سیمهای راست موازی حامل جریان

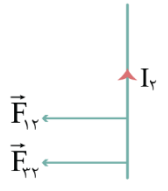
از آنجا که هر سیم حامل جریان در اطراف خود تولید میدان مغناطیسی می کند، پس می توان گفت هر سیم حامل جریان در نقش یک آهنربا ظاهر می شود، بنابراین دو سیم حامل جریان وقتی در نزدیکی یکدیگر قرار می گیرند بر یکدیگر نیرو وارد می کنند. اگر جریان سیمها هم جهت باشد، نیروی بین آنها راباشی و اگر جریان سیمها مختلف جهت باشد، نیروی بین آنها رانشی خواهد بود.

پاسخ تشریحی



چون I_1 و I_2 هم جهت هستند، پس نیروی بین سیمهای (۱) و (۲) جاذبه است. از طرفی چون I_2 و I_3 در خلاف جهت هم هستند، نیروی بین سیمهای (۲) و (۳) دافعه است.

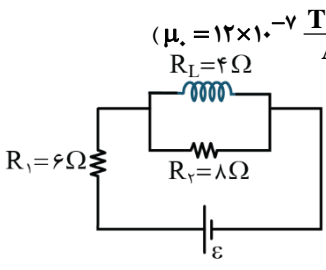
بنابراین نیروهای وارد بر سیم (۲) از طرف سیمهای دیگر به شکل زیر می باشد:



بنابراین برآیند نیروهای وارد بر سیم (۲) به سمت چپ (\leftarrow) می باشد و گزینه (۲) صحیح است.

گروه آموزشی ماز

۶۳- در شکل زیر، سیملوله ای به طول 50cm که دارای 200 حلقه است، درون مداری قرار دارد. اگر پس از گذشت زمان طولانی، میدان مغناطیسی یکنواخت درون سیملوله حامل جریان برابر $9/6 \times 10^{-4} T$ باشد، توان مصرفی در مقاومت R_1 چند وات خواهد بود؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

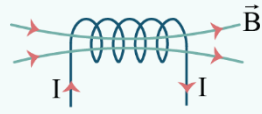


- ۵۴ (۱)
- ۲۱۶ (۲)
- ۱۰۸ (۳)
- ۱۳/۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی و ترکیبی - ۱۱۰۳)

میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان

سیملوله، سیم درازی است که به صورت مارپیچی بلند، پیچیده شده است. با عبور جریان الکتریکی از سیملوله در فضای اطراف آن میدان مغناطیسی به وجود می‌آید.



خطوط میدان داخل سیملوله بسیار متراکم‌تر از خط‌های میدان در خارج آن است و این نشان‌دهنده بزرگ‌تر بودن میدان در داخل سیملوله است. علاوه بر این خط‌های میدان در داخل سیملوله به ویژه در نقطه‌های نسبتاً دور از لبه‌های آن تقریباً موازی و هم‌فاصله‌اند و این نشانگر یکنواخت بودن میدان مغناطیسی درون سیملوله است. اگر قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به هم نزدیک باشند به این سیملوله، سیملوله آرمانی گفته می‌شود. بزرگی میدان مغناطیسی داخل سیملوله آرمانی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 N I}{l}$$

μ_0 : تراوایی مغناطیسی خلأ = $4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$ N: تعداد حلقه‌ها L: طول سیملوله

کنکور سراسری تجربی ۹۸

سیملوله‌ای به طول ۶۰ سانتی‌متر، دارای ۲۰۰ حلقه است و از آن جریان ۵A عبور می‌کند. میدان مغناطیسی درون سیملوله چند تسلا است؟ ($\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

(۱) 2×10^{-1} (۲) 2×10^{-3} (۳) $1/2 \times 10^{-1}$ (۴) $1/2 \times 10^{-3}$

پاسخ: گزینه ۲

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \rightarrow B = 12 \times 10^{-7} \times \frac{200 \times 5}{.6} \rightarrow B = 2 \times 10^{-3} T$$

پاسخ تشریحی

اگر جریان عبوری از سیملوله را I در نظر بگیریم، می‌توان نوشت:

$$B = \mu_0 \frac{NI}{l} \rightarrow 9/6 \times 10^{-4} = 12 \times 10^{-7} \times \frac{200 \times I}{.6} \rightarrow I = 2A$$

چون سیملوله با مقاومت R_p موازی بسته شده است، می‌توانیم بنویسیم:

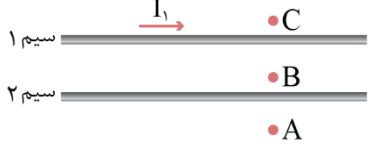
$$R_{LI} = R_p I_p \rightarrow 4 \times 2 = 8 \times I_p \rightarrow I_p = 1A$$

$$I_1 = I + I_p = 2 + 1 \rightarrow I_1 = 3A$$

$$P_1 = R_1 I_1^2 = 6 \times 3^2 \rightarrow P_1 = 54W$$

گروه آموزشی ماز

۶۴- شکل زیر، دو سیم موازی و بلند حامل جریان را نشان می‌دهد. اگر میدان مغناطیسی برآیند حاصل از این سیم‌ها در نقطه A صفر باشد، جهت میدان مغناطیسی برآیند در نقاط B و C به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی آمده‌اند؟

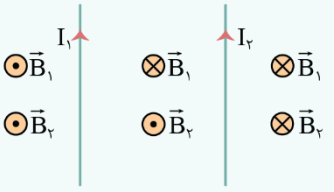


- (۱) \otimes, \otimes
- (۲) \otimes, \otimes
- (۳) \otimes, \odot
- (۴) \odot, \odot

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

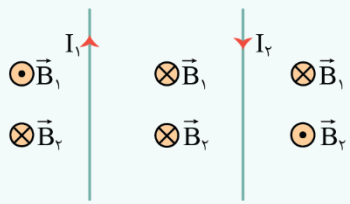
میدان مغناطیسی برآیند دو سیم موازی

اگر دو سیم موازی حامل جریان الکتریکی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان‌پذیر است که هر یک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد. **حالت اول: جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد.**



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی برآیند دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.

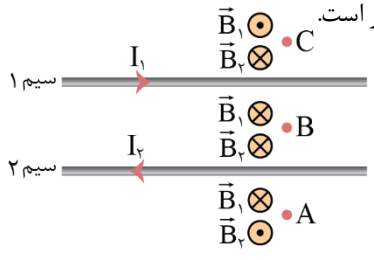
حالت دوم: جریان سیم‌ها در خلاف جهت یکدیگر باشد



در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در خارج از فاصله بین آن‌ها مخالف هم است و در نتیجه میدان مغناطیسی در خارج از فاصله بین دو سیم و نزدیک به سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر باشد. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.

پاسخ تشریحی:

میدان مغناطیسی سیم (۱) در نقطه A درون سیم است، بنابراین برای آن که میدان برآیند در این نقطه صفر شود، میدان سیم (۲) باید برون سیم باشد و در نتیجه طبق قاعده دست راست جهت میدان سیم‌ها در نقاط B و C مطابق شکل زیر است.



در نقطه B، میدان هر دو سیم درون سیم است و در نتیجه میدان مغناطیسی برآیند نیز درون سیم خواهد بود. در نقطه C، میدان سیم‌ها خلاف جهت هم است ولی چون جریان سیم (۱) بزرگ‌تر است (چرا؟) و فاصله نقطه C تا سیم (۱) کمتر است، میدان حاصل از سیم (۱) بزرگ‌تر خواهد بود و میدان مغناطیسی برآیند در جهت برون سیم خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر درست است؟

- الف: اتم‌های مواد پارامغناطیسی خاصیت مغناطیسی ندارند به همین دلیل جذب آهنربا نمی‌شوند.
 ب: چون اتم‌های مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند، حضور میدان مغناطیسی خارجی نمی‌تواند در مواد دیامغناطیسی دوقطبی‌های مغناطیسی القا کند.
 ج: مواد فرومغناطیسی علاوه بر داشتن دوقطبی‌های مغناطیسی، حوزه مغناطیسی نیز دارند.
 د: مواد فرومغناطیسی نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائم و مواد فرومغناطیسی سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی مناسب هستند.

۴ (۴)	۳ (۳)	۲ (۲)	۱ (۱)
-------	-------	-------	-------

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی و خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۱۰۳)

تقسیم‌بندی مواد از نظر خاصیت مغناطیسی

- ۱- **مواد پارامغناطیسی:** دوقطبی مغناطیسی دارند، حوزه مغناطیسی ندارند. دوقطبی‌ها به صورت کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند و میدان مغناطیسی خالص ایجاد نمی‌کنند با قرار دادن مواد پارامغناطیس درون میدان مغناطیسی قوی خارجی دوقطبی‌های آن مقدار مختصری در راستای خطوط میدان منظم می‌شوند: **اورانیوم - پلاتین - آلومینیوم - سدیم - اکسیژن و اکسید نیتروژن پارامغناطیس هستند.**
- ۲- **مواد دیامغناطیسی:** اتم‌های مواد دیامغناطیس نظیر **مس، نقره، سرب و بیسموت** به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند با وجود این، حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در این مواد شود.
- ۳- **مواد فرومغناطیسی:** اتم‌های این مواد به طور ذاتی دوقطبی مغناطیسی دارند. **آهن، نیکل و کبالت خالص** فرومغناطیس نرم و آلیاژهای آن‌ها فرومغناطیس سخت هستند. مواد فرومغناطیس حوزه مغناطیسی دارند از مواد فرومغناطیس نرم برای ساخت آهنرباهای غیردائمی و از فرومغناطیس سخت برای ساخت آهنرباهای دائمی استفاده می‌شود.

بررسی موارد:

- الف: اتم‌های مواد پارامغناطیسی، خاصیت مغناطیسی دارند اما دوقطبی‌های مغناطیسی وابسته به آن‌ها به طور کاتوره‌ای سمت‌گیری کرده‌اند، به همین دلیل میدان مغناطیسی خالصی ایجاد نمی‌کنند و جذب آهنربا نمی‌شوند. (×)
- ب: اتم‌های مواد دیامغناطیسی به طور ذاتی فاقد خاصیت مغناطیسی هستند با وجود این حضور میدان مغناطیسی خارجی می‌تواند سبب القای دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف سوی میدان خارجی در مواد دیامغناطیسی شود. (×)
- ج: درست است. (✓)
- د: درست است. (✓)

گروه آموزشی ماز

- ۶۶- اگر یکی از اتم‌های اکسیژن موجود در مولکول کربن دی‌اکسید را با اتم گوگرد جایگزین کنیم،
 (۱) گشتاور دوقطبی این مولکول کاهش پیدا می‌کند.
 (۲) علامت بار جزئی اتم کربن در این مولکول تغییر می‌کند.
 (۳) دمای جوش یک نمونه از این ماده افزایش می‌یابد.
 (۴) ساختار این مولکول از خطی به خمیده تبدیل می‌شود.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



اگر یکی از اتم‌های اکسیژن موجود در مولکول کربن دی‌اکسید (CO_2) را با اتم گوگرد جایگزین کنیم، مولکول مورد نظر به کربونیل سولفید (SCO) تبدیل می‌شود. با انجام این فرایند، یک مولکول ناقطبی (ترکیبی با گشتاور دوقطبی صفر) به مولکول قطبی (ترکیبی با گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر) تبدیل شده و علاوه بر آن، جرم مولی این ماده نیز افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت طی این فرایند دمای جوش ترکیب مورد نظر افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم که کربونیل سولفید و کربن دی‌اکسید، هر دو ساختار خطی داشته و هسته اتم‌های سازنده آن‌ها روی یک خط راست قرار می‌گیرند. در این دو مولکول، اتم مرکزی (کربن) دارای بار جزئی مثبت است.

مقایسه نقطه جوش مواد مختلف:

دمای جوش، دمایی است که یک ماده در آن شروع به جوشیدن کرده و از حالت مایع به حالت گاز در می‌آید. با افزایش قدرت نیروهای بین مولکولی در مواد مختلف، ذرات سازنده این مواد با قدرت بیشتری یکدیگر را جذب کرده و بر این اساس، ذرات آن ماده سخت‌تر از یکدیگر جدا شده و دمای جوش ماده مورد نظر افزایش پیدا می‌کند. در واقع می‌توان گفت دمای جوش مواد با قدرت نیروی بین مولکولی در آن‌ها رابطه مستقیم دارد. برای مقایسه دمای جوش مواد مولکولی مختلف، طبق مراحل زیر عمل می‌کنیم:

(۱) بررسی وجود پیوند هیدروژنی: پیوند هیدروژنی قوی‌ترین نوع از نیروهای بین مولکولی است. بر این اساس، اگر بین ذرات سازنده یک ماده پیوند هیدروژنی برقرار شود، آن ماده دمای جوش بالاتری دارد.

(۲) بررسی میزان قطبیت مواد: بین موادی با نیروی بین مولکولی وان‌دروالسی و جرم مولی نزدیک به هم، با افزایش میزان قطبیت، دمای جوش افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت دمای جوش یک ماده با میزان قطبیت ذرات سازنده آن ماده رابطه مستقیم دارد. به همین خاطر است که دمای جوش گاز نیتروژن پایین‌تر از گاز کربن مونوکسید است.

(۳) بررسی جرم مولی مواد: بین مواد ناقطبی مختلف، با افزایش جرم مولی، قدرت نیروهای بین مولکولی افزایش یافته و دمای جوش نیز بیشتر می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت دمای جوش مواد ناقطبی با جرم مولی ذرات سازنده آن‌ها رابطه مستقیم دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۷- مقدار ۸۱ گرم گاز OF_2 با مقدار کافی گوگرد بر اساس معادله موازنه‌نشده $S(s) + OF_2(g) \rightarrow SO_2(g) + SF_4(g)$ واکنش می‌دهد. پس از اتمام این فرایند، تفاوت جرم فراورده‌های گازی تولید شده برابر با چند گرم بوده و برای اینکه درصد جرمی گاز SO_2 در میان فراورده‌ها به ۳۲٪ برسد، باید چند مول گاز هلیوم را به این مخلوط گازی اضافه کنیم؟

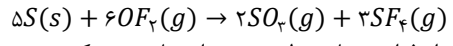
$(S = ۳۲$ و $F = ۱۹$ و $O = ۱۶$ و $He = ۴ : g. mol^{-1})$

(۱) ۳۳ - ۱ (۲) ۴۱ - ۱ (۳) ۳۳ - ۴ (۴) ۴۱ - ۴

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مسئله - ۱۲۰۳)



صورت موازنه شده این واکنش به شکل زیر است:



با توجه به معادله موازنه شده این واکنش، جرم هریک از فراورده‌های تولید شده را محاسبه می‌کنیم.

$$? g SF_4 = 81 g OF_2 \times \frac{1 mol OF_2}{54 g OF_2} \times \frac{3 mol SF_4}{6 mol OF_2} \times \frac{108 g SF_4}{1 mol SF_4} = 81 g$$

$$? g SO_2 = 81 g OF_2 \times \frac{1 mol OF_2}{54 g OF_2} \times \frac{2 mol SO_2}{6 mol OF_2} \times \frac{80 g SO_2}{1 mol SO_2} = 40 g$$

بر این اساس، داریم:

تفاوت جرم فراورده‌ها = $81 - 40 = 41 g$

بر اساس محاسبات بالا، تفاوت جرم فراورده‌های این واکنش برابر ۴۱ گرم است. برای محاسبه مقدار خواسته شده در صورت سؤال با استفاده از یک روش سریع‌تر، می‌توان گفت به‌ازای مصرف هر ۶ مول از گاز $OF_2(g)$ در این واکنش که جرمی معادل با ۳۲۴ گرم دارد، ۲ مول گاز گوگرد تری‌اکسید (که جرمی معادل با ۱۶۰ گرم دارد) و ۳ مول گاز گوگرد تترافلوئورید (که جرمی معادل با ۳۲۴ گرم دارد) تولید می‌شوند.

به عبارتی، می توان گفت به ازای مصرف ۶ مول $OF_2(g)$ در این واکنش، تفاوت جرم فرآورده های تولید شده برابر با ۱۶۴ گرم خواهد بود؛ پس داریم:

$$? g \text{ تفاوت جرم } = ۸۱ g OF_2 \times \frac{۱ mol OF_2}{۵۴ g OF_2} \times \frac{۱۶۴ g \text{ تفاوت جرم}}{۶ mol OF_2} = ۴۱ g$$

مخلوط گازی نهایی ایجاد شده در این فرایند، مجموعاً $۱۲۱ = ۴۰ + ۸۱$ گرم جرم دارد که ۴۰ گرم از آن توسط گاز گوگرد تری اکسید تشکیل شده است. بر این اساس، جرمی از گاز هلیوم که باید به مخلوط گازی اضافه شود را محاسبه می کنیم:

$$g \text{ جرم هلیوم} = ۴۰ \times ۱۰۰ \Rightarrow ۳۲ = \frac{۴۰}{۱۲۱ + \text{جرم هلیوم}} \times ۱۰۰ \Rightarrow \text{جرم } SO_3 \text{ در مخلوط} = \frac{\text{جرم } SO_3}{\text{جرم مخلوط}} \times ۱۰۰$$

با توجه به محاسبات بالا، باید به مخلوط مورد نظر مقدار ۴ گرم گاز هلیوم (معادل با ۱ مول گاز هلیوم) اضافه کنیم تا درصد جرمی گاز SO_3 در این مخلوط برابر با ۳۲٪ شود.

گروه آموزشی ماز

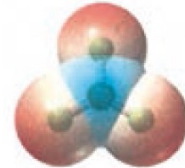
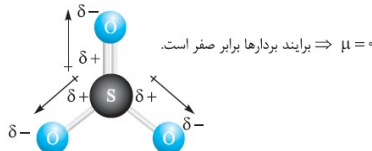
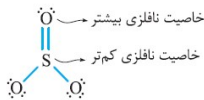
۶۸- در مولکول، اتم (های) دارای بار جزئی منفی بوده و در مولکول نیز علامت بار جزئی اتم مرکزی مشابه به مولکول است.

- (۱) کلروفرم - مرکزی - گوگرد تری اکسید - کربن دی اکسید
 (۲) گوگرد تری اکسید - اکسیژن - آمونیاک - آب
 (۳) گوگرد دی اکسید - اکسیژن - متان - کربونیل سولفید
 (۴) اتین - مرکزی - گوگرد دی اکسید - هیدروژن سولفید

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



تصویر زیر، نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول گوگرد تری اکسید را نشان می دهد:



همان طور که مشخص است، اتم های اکسیژن (اتم های کناری) موجود در این مولکول دارای بار جزئی منفی هستند. نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی مولکول های آمونیاک و آب نیز به صورت زیر است:



در این دو مولکول نیز اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی بوده و با رنگ قرمز مشخص شده است. جدول زیر، بار جزئی اتم مرکزی را در سایر مولکول های داده شده را نشان می دهد:

مولکول	فرمول مولکولی	اتم مرکزی	بار جزئی اتم مرکزی	رنگ اتم مرکزی در نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی
کلروفرم	$CHCl_3$	کربن	مثبت	آبی
گوگرد دی اکسید	SO_2	گوگرد	مثبت	آبی
کربن دی اکسید	CO_2	کربن	مثبت	آبی
متان	CH_4	کربن	منفی	قرمز
کربونیل سولفید	SCO	کربن	مثبت	آبی
هیدروژن سولفید	H_2S	گوگرد	منفی	قرمز

گروه آموزشی ماز

۶۹- کدام یک از عبارات های زیر نادرست است؟

- (۱) مواد اولیه استفاده شده برای ساختن آثار به جامانده از گذشته، افزون بر فراوانی، باید در دسترس نیز باشند.
 (۲) گرافیت، یک جامد کووالانسی با ساختار دو بعدی بوده و همانند یخ، در حالت جامد دارای سطحی کدر است.
 (۳) سیلیس، دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد و همانند منیزیم کلرید، در حالت مذاب رسانای جریان الکتریسیته است.
 (۴) فراوان ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین، در ساختار مولکولی سوخت های سبز و انواع آنزیم ها نیز یافت می شود.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / حفظی - ۱۴۰۳)

پاسخ سریعی:

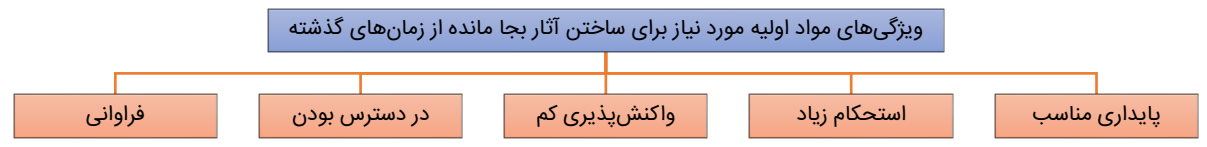
مواد کووالانسی، اغلب درجه سختی بسیار بالایی دارند. البته، توجه داریم که گرافیت با اینکه یک جامد کووالانسی است، اما ماده‌ای نرم است. سیلیس نیز یک جامد کووالانسی است؛ بنابراین دیرگداز بوده و سختی بالایی دارد. این ماده برخلاف جامدهای یونی مانند منیزیم کلرید، در حالت مذاب نارسانا است و جریان الکتریسته را از خود عبور نمی‌دهد.

مروری پرویزگی‌های سیلیس:

سیلیس یک جامد کووالانسی است که در آن تعداد بسیار زیادی از اتم‌ها توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده و یک شبکه غول‌آسا را به وجود آورده‌اند؛ به همین خاطر در ساختار این ماده مولکول‌های مجزا وجود ندارند. برای ذوب‌کردن یا خردکردن سیلیس و سایر جامدهای کووالانسی، باید بر پیوندهای اشتراکی بین اتم‌های موجود در این مواد غلبه کنیم. بر این اساس، جامدهای کووالانسی دیرگداز بوده و علاوه بر سختی زیاد، نقطه ذوب بالایی دارند. به‌عنوان مثال، پخته‌شدن نان سنگک بر روی دانه‌های درشت سنگ را می‌توان نشانه‌ای از مقاومت گرمایی سیلیس و دیرگدازبودن آن دانست.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) مواد اولیه مورد استفاده برای ساختن آثار بجا مانده از گذشتگان، افزون بر فراوان بودن، پایدار بودن و مستحکم بودن، باید در دسترس نیز باشند. نمودار زیر، خواص مواد اولیه استفاده شده برای ساختن این مواد را نشان می‌دهد:



۲) گرافیت یک جامد کووالانسی سیاه‌رنگ و کدر است که چینش اتم‌های کربن در آن به‌صورت دو بعدی است. در واقع، گرافیت ساختار لایه‌ای دارد و در هر لایه از آن، اتم‌های کربن مطابق با یک ساختار دوبعدی به یکدیگر متصل شده‌اند. از آن‌جا که بین لایه‌های مختلف سازنده گرافیت نیروی ضعیف وان‌دروالسی وجود دارد، این لایه‌ها می‌توانند به‌راحتی بر روی یکدیگر بلغزند و به‌همین خاطر، گرافیت برخلاف الماس ماده بسیار نرمی است. ید نیز یک ماده نافلزاتی است که به شکل مولکول‌های دواتمی جوهره‌سته دیده می‌شود و در حالت جامد، سطحی کدر خواهد داشت.

۴) فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته زمین اکسیژن است. پس از اکسیژن، سیلیسیم بیشترین فراوانی را در پوسته جامد زمین دارد. توجه داریم که سوخت سبز، سوختی است که در ساختار خود افزون بر عناصر کربن و هیدروژن، اتم‌های اکسیژن نیز دارد و از پسماند گیاهان به وجود می‌آید. به‌عنوان مثال، اتانول نوعی سوخت سبز است. علاوه بر سوخت‌های سبز، اتم اکسیژن در ساختار آنزیم‌ها، پروتئین‌ها، کربوهیدرات‌ها و آمینواسیدها نیز یافت می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۷۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: عدد اکسایش اتم مرکزی در یون کربنات، برابر با +۴ بوده و این اتم در یون مورد نظر دارای δ^- است.
 ب: مجموع الکترون‌های موجود در لایه آخر هر اتم فلزی، باعث ایجاد دریای الکترونی موجود در بلور آن فلز می‌شوند.
 پ: در محلولی از وانادیم که به رنگ سبز دیده می‌شود، در آرایش الکترونی کاتیون‌ها ۴ زیرلایه ۲ الکترونی وجود دارد.
 ت: کربونیل سولفید دارای ساختار خطی بوده و در آن، قدر مطلق بار جزئی کربن بیشتر از قدر مطلق بار سایر اتم‌ها است.
- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / حفظی - ۱۴۰۳)

پاسخ سریعی:

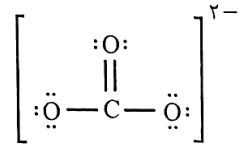
عبارتهای (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: فرمول شیمیایی یون کربنات به‌صورت CO_3^{2-} است. بین اتم‌های کربن و اکسیژن در این یون چند اتمی، پیوند کووالانسی وجود داشته و خصلت نافلزاتی اکسیژن در آن بیشتر از کربن است؛ در نتیجه به اتم مرکزی (اتم کربن)، بار جزئی مثبت (δ^+) تعلق می‌گیرد. عدد اکسایش اکسیژن در این یون، برابر با -۲ است. بر این اساس می‌توان عدد اکسایش کربن را به‌صورت زیر محاسبه کرد:

$$CO_3^{2-} \Rightarrow C + 3(-2) = -2 \Rightarrow C = 4$$

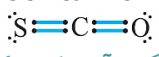
با توجه به محاسبات بالا، عدد اکسایش کربن در این یون برابر با ۴+ است. تصویر زیر، ساختار لوویس یون کربنات را نشان می‌دهد:



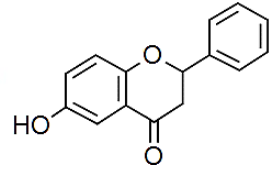
ب: الکترون‌های ظرفیتی هر فلز در تشکیل دریای الکترونی موجود در بلور آن فلز شرکت می‌کنند. به عنوان مثال، فلز مس (Cu) با آرایش الکترونی $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^9 4s^1 [Ar]$ را در نظر بگیرید. در ساختار بلوری فلز مس، الکترون‌های لایه آخر (لایه چهارم) و لایه یکی مانده به آخر (زیرلایه d از لایه سوم) مجموعاً الکترون‌های ظرفیت را تشکیل می‌دهند.

پ: اغلب فلزهای واسطه با اعداد اکسایش مختلفی در ترکیب‌های گوناگون ظاهر می‌شوند و یون‌های حاصل از این عناصر نیز اغلب رنگی هستند. وانادیم یکی از عناصر موجود در دسته d از تناوب چهارم است که می‌تواند یون‌هایی با رنگ متفاوت را ایجاد کند. محلولی از وانادیم که به رنگ سبز دیده می‌شود، حاوی یون‌های V^{3+} است. آرایش الکترونی این یون به صورت $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6 3d^2$ است. با توجه به آرایش الکترونی نوشته شده، در این یون ۴ زیرلایه ۲ الکترونی وجود دارد.

ت: چون خاصیت نافلزی گوگرد و اکسیژن بیشتر از کربن است، در مولکول کربونیل سولفید، اتم گوگرد و اتم اکسیژن بار جزئی منفی داشته و اتم کربن بار جزئی مثبت دارد. از آن‌جا که در یک گونه خنثی، مجموع مقدار بار مثبت و منفی تعلق گرفته به اتم‌ها برابر است، بنابراین قدر مطلق مقدار بار اتم کربن برابر با مجموع قدر مطلق بار اتم گوگرد و اکسیژن خواهد بود. با توجه به توضیحات داده شده، می‌توان گفت در مولکول مورد نظر قدر مطلق بار نسبی اتم کربن بیشتر از قدر مطلق بار نسبی دو اتم دیگر است. ساختار مولکول مورد نظر به صورت زیر است:



گروه آموزشی ماز



۵ (۴)

۲/۵ (۳)

۷/۵ (۲)

۳/۷۵ (۱)

۷۱- ترکیبی با ساختار مقابل را در نظر بگیرید:

درصد جرمی کربن در این ترکیب، چند برابر درصد جرمی کربن در مولکول اوره است؟

$$(O = 16 \text{ و } N = 14 \text{ و } C = 12 \text{ و } H = 1 : g. mol^{-1})$$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مسئله - ۱۲۰۳)



برای محاسبه تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در یک ترکیب آلی، به‌ازای هر حلقه و یا هر پیوند دوگانه، ۲ اتم هیدروژن و به‌ازای هر پیوند سه‌گانه نیز ۴ اتم هیدروژن از ترکیب کم می‌کنیم. ترکیب مورد نظر در ساختار مولکولی خود دارای ۱۵ اتم کربن، ۳ حلقه، ۷ پیوند دوگانه و ۳ اتم اکسیژن است، پس فرمول مولکولی آن به صورت $C_{15}H_{12}O_7$ خواهد بود. در رابطه با این ترکیب، داریم:

$$\text{درصد جرمی کربن در } C_{15}H_{12}O_7 = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times 15}{\text{جرم مولی } C_{15}H_{12}O_7} \times 100 = \frac{15 \times 12}{240} \times 100 = 75 \text{ درصد}$$

اطلاعات مربوط به مولکول اوره به صورت زیر است:

نام ماده	فرمول شیمیایی	ساختار	نوع ماده	حلال مناسب
اوره	$CO(NH_2)_2$	$O=C \begin{array}{l} \text{NH}_2 \\ \text{NH}_2 \end{array}$	مولکول قطبی	حلال قطبی (آب)

در رابطه با اوره نیز داریم:

$$\text{درصد جرمی کربن در } CO(NH_2)_2 = \frac{\text{جرم مولی کربن} \times 1}{\text{جرم مولی } CO(NH_2)_2} \times 100 = \frac{1 \times 12}{60} \times 100 = 20 \text{ درصد}$$

در قدم آخر، درصد جرمی کربن را در دو ترکیب داده شده مقایسه می‌کنیم:

$$\frac{\text{درصد جرمی کربن در } C_{15}H_{12}O_7}{\text{درصد جرمی کربن در } CO(NH_2)_2} = \frac{75}{20} = 3.75 \text{ برابر}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- در واکنش موازنه نشده $CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$ ، مقدار ۹۶ گرم گاز اکسیژن مصرف شده است. جرم گاز آمونیاک مصرف شده در این واکنش برابر با چند گرم بوده و چند درصد از مولکول‌های فراورده تولید شده طی این فرایند، در حضور میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند؟ ($N = 14$ و $H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)

۱۰۰ - ۳۴ (۴)

۲۵ - ۳۴ (۳)

۱۰۰ - ۶۸ (۲)

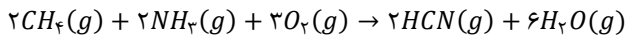
۲۵ - ۶۸ (۱)

(آسان - مسئله / مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

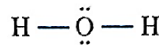
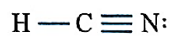
معادله موازنه‌شده واکنش به صورت زیر است:



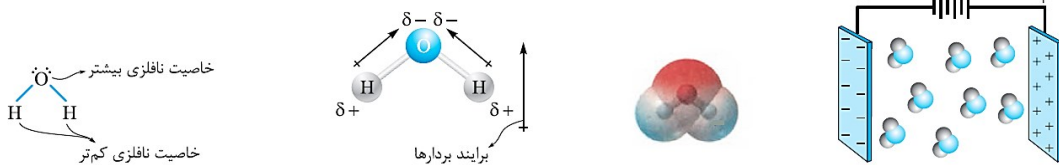
با توجه به معادله موازنه‌شده، به ازای مصرف ۲ مول آمونیاک، ۳ مول گاز اکسیژن مصرف می‌شود. بنابراین جرم آمونیاک مصرف‌شده را به ازای مصرف ۹۶ گرم گاز اکسیژن به دست می‌آوریم. بر این اساس، داریم:

$$? g NH_3 = 96 g O_2 \times \frac{1 mol O_2}{32 g O_2} \times \frac{2 mol NH_3}{3 mol O_2} \times \frac{17 g NH_3}{1 mol NH_3} = 34 g$$

در نتیجه مقدار آمونیاک مصرف شده برابر با ۳۴ گرم خواهد بود. همچنین با توجه به ساختار لوویس فراورده‌های تولید شده، می‌توان گفت که گشتاور دو قطبی مولکول‌های آب (H_2O) و هیدروژن سیانید (HCN) بزرگتر از صفر است. ساختار لوویس این مواد به صورت زیر است:



نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی آب نیز به صورت زیر است:



به علت قطبی بودن مولکول‌های آب و هیدروژن سیانید، نتیجه می‌گیریم که ۱۰۰٪ از مولکول‌های فراورده‌های تولید شده در این واکنش، در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۷۳- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- ۱) بخاطر جابه‌جایی یون‌ها در اثر ضربه و ایجاد نیروی دافعه به دنبال آن، بلور جامد پتاسیم کلرید شکننده است.
- ۲) میانگین مقدار فروپاشی ΔH ترکیب‌های لیتیم فلئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.
- ۳) کلسیم سیلیکات، عضوی از خانواده ترکیب‌های یونی بوده و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر ۲ است.
- ۴) چون شعاع یون برمید بزرگ‌تر از یون منیزیم است، عدد کوئوردیناسیون آنیون در بلور منیزیم برمید، بیشتر از کاتیون است.

(متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

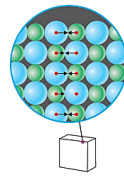
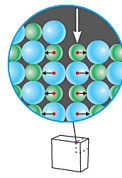
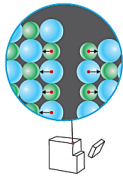
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

در بلور ترکیب‌های یونی، هر کاتیون با شمار معینی از آنیون‌ها و هر آنیون با شمار معینی از کاتیون‌ها احاطه شده است. به شمار نزدیک‌ترین یون‌های ناهم‌نام موجود در اطراف هر یون در شبکه بلور، عدد کوئوردیناسیون می‌گویند. در یک جامد بلوری با فرمول شیمیایی $A_m B_n$ که از کنار هم قرار گرفتن یون‌های A^{n+} و B^{m-} ایجاد شده است، نسبت میان عدد کوئوردیناسیون کاتیون به عدد کوئوردیناسیون آنیون برابر با $\frac{n}{m}$ می‌شود. به عبارت دیگر، نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون به آنیون در شبکه‌ی یک ترکیب یونی برابر با نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در فرمول شیمیایی آن ترکیب می‌شود. بر این اساس، با توجه به فرمول شیمیایی منیزیم برمید ($MgBr_2$)، عدد کوئوردیناسیون کاتیون‌ها در این ترکیب، ۲ برابر عدد کوئوردیناسیون آنیون‌ها در آن است. توجه داریم که نسبت میان عدد کوئوردیناسیون یون‌ها در شبکه بلوری یک ماده، هیچ رابطه‌ای با شعاع یون‌های موجود در بلور آن ماده ندارد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) در اثر وارد شدن ضربه به بلور یک جامد یونی مثل پتاسیم کلرید، ذرات سازنده این ماده (آن‌یون‌ها و کاتیون‌ها) جابه‌جا شده و یون‌های هم‌نام در کنار یکدیگر قرار می‌گیرند. دافعه ایجاد شده میان یون‌ها در این حالت، موجب جدا شدن دو قطعه از هم و خرد شدن این ماده جامد می‌شود. تصویر زیر، نمایی از این فرایند را نشان می‌دهد:

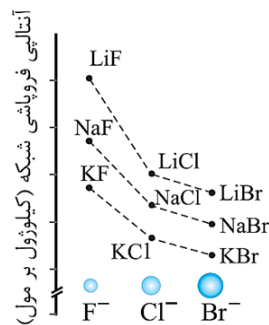


نیروهای دافعه در هنگام وارد شدن ضربه



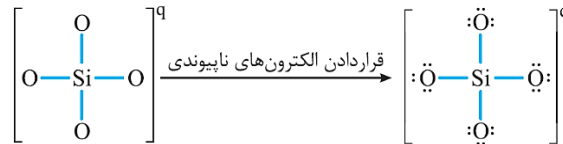
توجه داریم که علاوه بر ترکیب‌های یونی، مواد کووالانسی و مواد جامد مولکولی (مثل یخ، یه، گوگرد و ...) نیز در حالت جامد شکننده بوده و با وارد شدن نیرو به آن‌ها، خرد می‌شوند.

۲) نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:



با توجه به این نمودار، تفاوت آنتالپی فروپاشی فلئورید و کلرید هر فلز، بیشتر از تفاوت آنتالپی فروپاشی کلرید و برمید آن فلز است. بر این اساس، می‌توان گفت تفاوت فروپاشی ΔH لیتیم فلئورید و لیتیم کلرید، بیشتر از تفاوت فروپاشی ΔH لیتیم کلرید و لیتیم برمید است. با توجه به توضیحات داده شده، میانگین مقدار فروپاشی ΔH لیتیم فلئورید و لیتیم برمید، بیشتر از مقدار فروپاشی ΔH لیتیم کلرید است.

۳) سیلیسیم، از جمله عناصر اکسیژن دوست بوده و با قرار گرفتن در کنار اتم سیلیسیم، می‌تواند یون سیلیکات را ایجاد کند. علاوه بر سیلیسیم، گوگرد و فسفر نیز از جمله عناصر اکسیژن دوست موجود در جدول دوره‌ای به شمار رفته و در کنار اکسیژن، برخی از یون‌های چنداتی را ایجاد می‌کنند. ابتدا با توجه به ساختار لوویس یون سیلیکات، بار آن را تعیین می‌کنیم:



در نتیجه فرمول شیمیایی ترکیب یونی کلسیم سیلیکات به صورت Ca_2SiO_4 بوده و نسبت شمار کاتیون‌ها به آنیون‌ها در آن برابر ۲ است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- با توجه به واکنش موازنه نشده $\text{C}_x\text{H}_y(g) + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g) + \text{H}_2\text{O}(g)$ ، چند مورد از مطالب زیر نادرست هستند؟

($\text{O} = 16$ و $\text{C} = 12$: g. mol^{-1})

آ: سطح انرژی واکنش دهنده‌ها در این واکنش از سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر است.

ب: اگر با مصرف ۲۵/۶ گرم از C_xH_y ، ۴۴/۸ لیتر گاز CO_2 در شرایط STP آزاد شود، نسبت $\frac{x}{y}$ برابر ۱/۲۵ می‌شود.

پ: اگر در دمای معین، سطح انرژی ذرات واکنش دهنده کمتر از E_a واکنش باشد، واکنش مورد نظر انجام نخواهد شد.

ت: این واکنش در مبدل کاتالیستی انجام شده و باعث حذف هیدروکربن‌های نسوخته در گازهای خروجی از آگزوز می‌شود.

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(متوسط - مفهومی / مسئله - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

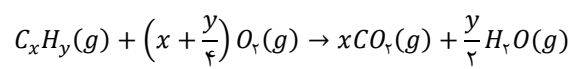


همه عبارات‌های داده شده درست بوده و هیچ عبارت نادرستی وجود ندارد.



آ: معادله داده شده، مربوط به فرایند سوختن هیدروکربن‌ها است. واکنش سوختن، همانند واکنش اکسایش، یک واکنش گرماده است؛ بنابراین سطح انرژی واکنش دهنده‌ها در آن از سطح انرژی فرآورده‌ها بالاتر است. در حد کتاب درسی شیمی دبیرستان، واکنش اکسایش گاز نیتروژن و تبدیل آن به نیتروژن مونوکسید، تنها واکنش اکسایشی است که با گرفتن انرژی همراه است.

ب: ابتدا واکنش سوختن این هیدروکربن را موازنه می کنیم:



در ادامه تعداد مول C_xH_y را حساب می کنیم:

$$? \text{ mol } C_xH_y = 44/8 \text{ L } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{22/4 \text{ L } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C_xH_y}{x \text{ mol } CO_2} = \frac{2}{x} \text{ mol } C_xH_y$$

پس $\frac{2}{x} \text{ mol}$ از C_xH_y ، به اندازه $25/6$ گرم جرم دارد؛ بنابراین داریم:

$$\frac{2}{x} \times (12x + y) = 25/6 \rightarrow 24 + \frac{2y}{x} = 25/6 \rightarrow \frac{y}{x} = \frac{1/6}{2} = \frac{1/6}{2} = 0/8 \Rightarrow \frac{x}{y} = \frac{1}{0/8} = \frac{10}{8} = 1/25$$

جرم مولی هیدروکربن

پ: انرژی ذرات واکنش دهنده به دمای آن ها بستگی دارد و با کاهش دما از مقدار این انرژی کاسته می شود. در دمای مورد نظر، انرژی ذرات واکنش دهنده از کمینه انرژی مورد نیاز برای شروع شدن واکنش (انرژی فعال سازی) کمتر است، بنابراین در این دما واکنش انجام نشده و سرعت انجام آن برابر صفر است. در این حالت، ذرات واکنش دهنده به صورت دست نخورده باقی می ماندند.

انرژی فعال سازی:

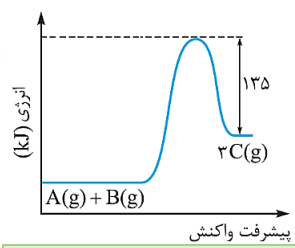
به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای شروع شدن یک واکنش شیمیایی، انرژی فعال سازی آن واکنش گفته می شود. به عبارت دیگر، برای آغاز شدن یک واکنش شیمیایی، واکنش دهنده ها باید مقدار معینی انرژی داشته باشند. یکی از راه های تأمین انرژی فعال سازی واکنش ها، دادن گرما به واکنش دهنده ها است. به عنوان مثال، با کشیدن نوک کبریت بر روی سطح زبر قوطی کبریت، مقداری گرما تولید می شود. این گرما انرژی فعال سازی واکنش را تأمین کرده و سبب سوختن کبریت می شود.

ت: واکنش داده شده، در مبدل های کاتالیستی خودروهای بنزینی انجام شده و باعث حذف هیدروکربن های نسوخته در گازهای خروجی از آگزوز خودروها و تبدیل آن به گازهای کم خطرتر CO_2 و H_2O می شود. توجه داریم که گازهای CO_2 و H_2O باعث ایجاد اثر گلخانه ای می شوند. تصویر زیر، نمایی از مبدل کاتالیستی مورد نظر را نشان می دهد:



گروه آموزشی ماز

۷۵- اگر انرژی فعال سازی واکنش نشان داده شده در نمودار مقابل برابر با ۲۵۵ کیلوژول باشد، به ازای تولید ۲ مول فراورده در این واکنش، چند کیلوژول گرما مبادله می شود؟

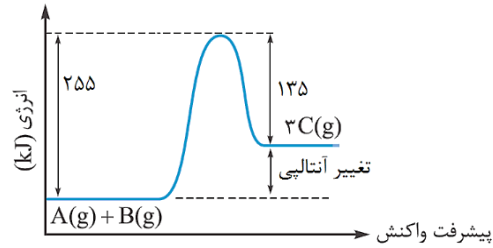


- ۸۰ (۱)
- ۱۸۰ (۲)
- ۶۰ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مسئله - ۱۳۰۴)



نمودار زیر، روند تغییر انرژی در واکنش مورد نظر را نشان می دهد:



با توجه به نمودار داده شده، مقدار تغییر آنتالپی واکنش را محاسبه می کنیم.

$$\Delta H = (\text{انرژی فعال سازی برگشت}) - (\text{انرژی فعال سازی رفت}) = (255) - (135) = 120 \text{ kJ}$$

با توجه به تغییر آنتالپی این واکنش، مقدار انرژی مبادله شده را محاسبه می کنیم.



$$انرژی ۱۲۰ kJ \times \frac{۲ mol C}{۳ mol C} = ۸۰ kJ$$

توجه داریم که این واکنش گرماگیر بوده و با افزایش سطح انرژی مواد شرکت کننده در آن همراه است.

گروه آموزشی ماز

۷۶- در یک خودرو به ازای طی هر کیلومتر مسافت در غیاب و در حضور مبدل، به ترتیب ۱/۷۵ و ۰/۱۵ گرم از یک آلکان نسوخته با جرم مولی $128 g \cdot mol^{-1}$ وارد هوا می شود. توانایی مبدل مورد نظر در حذف هیدروکربن های نسوخته تقریباً برابر با چند درصد بوده و اگر این خودرو در زمان ۷۵ دقیقه مسافت ۱۹۶ کیلومتر را طی کند، سرعت متوسط تولید گاز کربن دی اکسید در این مدت چند گرم بر ساعت است؟ ($H = 1$ و $O = 16$)

۱) $72/8 - 582/12$ ۲) $72/8 - 776/16$ ۳) $91/4 - 582/12$ ۴) $91/4 - 776/16$

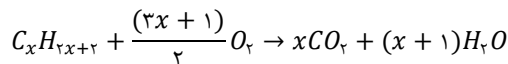
پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مسئله - ۱۲۰۴)



در این خودرو به ازای طی هر کیلومتر مسافت، مقدار $1/6 = 0/15 - 1/75$ گرم از این آلکان در مبدل کاتالیستی می سوزد و الباقی به صورت هیدروکربن نسوخته، وارد هوا می شود. در این رابطه، داریم:

$$درصد ۹۱/۴ \approx 100 \times \frac{1/6}{1/75} = درصد حذف هیدروکربن های نسوخته$$

واکنش سوختن کامل این آلکان به صورت زیر است:



جرم آلکان مصرف شده به ازای طی این مسافت، برابر با $313/6 g = 1/6 \times 196$ است. از طرفی با توجه به جرم مولی این آلکان که طبق فرض سوال برابر با ۱۲۸ گرم بر مول است، داریم:

$$128x + (2x + 2) = 14x + 2 = 128 \rightarrow x = 9$$

بنابراین از سوختن یک مول از این آلکان (C_9H_{20})، مقدار ۹ مول گاز کربن دی اکسید و ۱۰ مول بخار آب تولید می شود. در ادامه، به منظور محاسبه سرعت متوسط تولید گاز CO_2 ، ابتدا جرم گاز CO_2 تولید شده را حساب می کنیم:

$$? g CO_2 = 313/6 g C_9H_{20} \times \frac{1 mol C_9H_{20}}{128 g C_9H_{20}} \times \frac{9 mol CO_2}{1 mol C_9H_{20}} \times \frac{44 g CO_2}{1 mol CO_2} = 970/2 g$$

در نهایت، سرعت متوسط تولید گاز CO_2 را به دست می آوریم:

$$سرعت متوسط تولید گاز CO_2 = \frac{جرم گاز CO_2 تولید شده بر حسب گرم}{زمان بر حسب ساعت} = \frac{970/2}{75 \times \frac{1}{6}} = 776/16 g \cdot h^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۷۷- با افزایش دما در یک واکنش، چند مورد از موارد زیر افزایش می یابند؟

- میانگین انرژی جنبشی ذرات
- مقدار گرمای مبادله شده در واکنش
- شمار ذراتی که در واحد زمان به فراورده تبدیل می شوند.
- سطح انرژی واکنش دهنده ها
- انرژی فعال سازی واکنش

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)



موارد اول، دوم و پنجم درست هستند. با افزایش دما در یک واکنش، میانگین انرژی جنبشی ذرات و سطح انرژی واکنش دهنده ها افزایش می یابد، در نتیجه تعداد ذره های بیشتری می توانند در واحد زمان با عبور از سد انرژی فعال سازی به فراورده ها تبدیل شوند. توجه داریم که با افزایش دما، مقدار گرمای مبادله شده در واکنش و انرژی فعال سازی واکنش بدون تغییر باقی می ماند. در واقع، افزایش دمای محیط یک واکنش با تأمین انرژی فعال سازی مورد نیاز برای انجام شدن آن واکنش، منجر به افزایش سرعت آن واکنش می شود.

به حداقل مقدار انرژی مورد نیاز برای شروع شدن یک واکنش شیمیایی، انرژی فعال سازی گفته می شود. یکی از راه های تأمین انرژی فعال سازی واکنش ها، دادن گرما به واکنش دهنده ها است. به عنوان مثال، با کشیدن نوک کبریت بر روی سطح زبر قوطی کبریت، مقداری گرما تولید می شود. این گرما انرژی فعال سازی واکنش را تأمین کرده و سبب سوختن کبریت می شود. انرژی فعال سازی واکنش های شیمیایی را با نماد E_a نشان داده و مقدار آن را با یکای کیلوژول گزارش می کنند. توجه داریم که سرعت انجام هر واکنش، با انرژی فعال سازی آن واکنش رابطه معکوس داشته و کاتالیزورها با تغییر مسیر واکنش ها و کاهش مقدار انرژی فعال سازی آن ها، سرعت انجام شدن واکنش را افزایش می دهند.

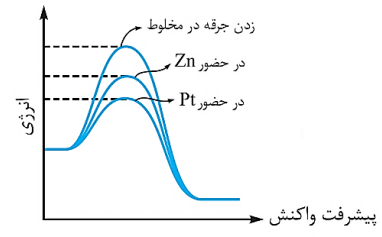
۷۸- از میان عناصر روی و پلاتین، کدام گزینه در رابطه با عنصری که انرژی فعال سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن را به مقدار بیشتری کاهش می دهد، درست است؟

- ۱) این عنصر فلزی با تنها نافلز مایع موجود در جدول دوره ای در یک تناوب مشابه قرار گرفته است.
- ۲) این عنصر متعلق به گروه سوم جدول دوره ای بوده و در حالت جامد، سطح درخشان و صیقلی دارد.
- ۳) این عنصر حتی در حضور محیط های اسیدی هم با گاز اکسیژن واکنش نداده و دچار خوردگی نمی شود.
- ۴) با قرار دادن یک قطعه از این فلز در محلول آبی مس (II) سولفات، دمای محلول به تدریج افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / حفظی - ۱۲۰۴)



پودر روی، در مقایسه با توری پلاتینی، انرژی فعال سازی واکنش میان گازهای H_2 و O_2 را به مقدار کمتری کاهش داده و به همین خاطر، این کاتالیزگر در مقایسه با یک توری پلاتینی سرعت واکنش را نیز به مقدار کمتری افزایش می دهد. نمودار زیر، روند تغییر مقدار انرژی فعال سازی واکنش مورد نظر را در حضور هر کاتالیزگر نشان می دهد:



عوامل موثر بر سرعت واکنش سوختن گاز H_2 :

مخلوط گازهای هیدروژن و اکسیژن را در غیاب کاتالیزگر می توان برای مدت طولانی نگه داشت. در این شرایط، هیچ واکنشی انجام نشده و مخلوط مورد نظر به صورت دست نخورده باقی می ماند؛ چرا که انرژی فعال سازی این واکنش خیلی بزرگ است. با ایجاد جرقه در مخلوط واکنش، انرژی فعال سازی آن تأمین شده و گازهای مورد نظر با سرعت خیلی بالایی با یکدیگر واکنش می دهند. از طرف دیگر، در صورت اضافه کردن کاتالیزگر مناسب (نمونه هایی از فلزهای Zn و Pt) به مخلوط واکنش نیز با کاهش انرژی فعال سازی آن، سرعت انجام شدن واکنش افزایش پیدا می کند.

توجه داریم که فلز پلاتین، متعلق به گروه شماره ۱۰ از تناوب ششم بوده و از جمله عناصر دسته d به شمار می رود. این عنصر فلزی، همانند طلا، پتانسیل کاهشی استاندارد بسیار بالایی داشته و با توجه به واکنش پذیری کم خود، در دسته فلزهای نجیب قرار می گیرد. این عنصر فلزی با محلول حاوی کاتیون مس واکنش نداده و حتی در حضور محیط های اسیدی هم با گاز اکسیژن واکنش نمی دهد و دچار خوردگی نمی شود.

گروه آموزشی ماز

۷۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: هر سه ماده آمونیاک، اوره و ویتامین (آ) در آب نامحلول بوده و تولید آن ها پس از انقلاب صنعتی آغاز شده است.
- ب: مقدار گاز کربن مونوکسید تولید شده توسط خودروها، بیشتر از مقدار گاز نیتروژن مونوکسید تولید شده است.
- پ: از طیفسنجی فرورسرخ می توان برای شناسایی آلاینده هایی مانند گاز CO و اکسیدهایی از نیتروژن استفاده کرد.
- ت: با کاهش غلظت اوزون در هوای شهرهای بزرگ، غلظت NO_2 به تدریج افزایش یافته و به حداکثر مقدار خود می رسد.
- ث: هوای آلوده به فرایند پوسیدگی خودروها سرعت بخشیده و محتوی گازهای آلاینده ای است که همه آن ها بوی بد دارند.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

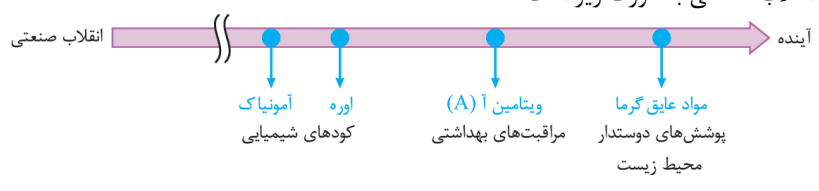
پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی / حفظی - ۱۲۰۴)



عبارتهای (ب) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: تولید هر سه ماده آمونیاک، اوره و ویتامین (آ) پس از انقلاب صنعتی آغاز شده است؛ ولی از بین این سه ماده تنها آمونیاک و اوره در آب محلول اند. روند تولید این مواد در سال های بعد از انقلاب صنعتی به صورت زیر است:





ب: گازهای کربن مونوکسید، گوگرد دی‌اکسید، نیتروژن مونوکسید و هیدروکربن‌های نسوخته از جمله آلاینده‌هایی هستند که در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی وارد هوا کره می‌شوند. جدول زیر، جرم برخی از آلاینده‌های تولیدشده توسط خودروها به‌ازای طی یک کیلومتر مسافت را نشان می‌دهد:

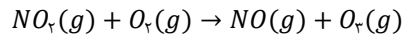
فرمول شیمیایی آلاینده	CO	C _x H _y	NO
مقدار آلاینده به‌ازای طی یک کیلومتر مسافت (گرم)	۵/۹۹	۱/۶۷	۱/۰۴

با توجه به جدول بالا، مقدار گاز کربن مونوکسید تولید شده توسط خودروها، تقریباً ۵ برابر بیشتر از مقدار گاز NO تولید شده توسط آن‌ها است.

گاز NO یکی از آلاینده‌های موجود در هوا است که براساس معادله $O_2(g) + N_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ از واکنش میان گازهای اکسیژن و نیتروژن تولید می‌شود. گاز نیتروژن به عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هوا کره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد. شرایط مورد نیاز برای انجام شدن واکنش میان گازهای اکسیژن و نیتروژن، فقط در دماهای بسیار بالا (مثل شرایط موجود در موتور خودروهای مختلف و شرایط ایجادشده به هنگام رعدوبرق) فراهم می‌شود.

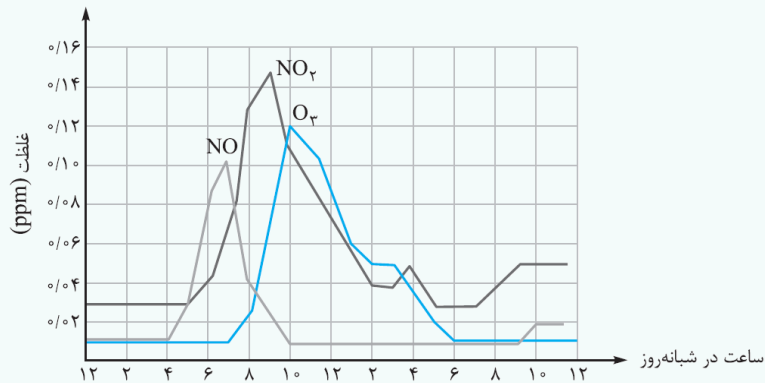
پ: یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی و مواد مختلف به کار می‌رود، طیف‌سنجی فروسرخ نام دارد. از این روش می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن در هوا کره و نیز شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده کرد. افزون بر طیف‌سنجی فروسرخ، می‌توان از برهم‌کنش پرتوهای فرابنفش، نور مرئی و امواج رادیویی نیز برای شناسایی مواد گوناگون بهره برد. دستگاه MRI، نمونه‌ای از کاربردهای طیف‌سنجی در علم پزشکی است.

ت: با گذشت زمان و مصرف شدن گاز نیتروژن دی‌اکسید در واکنش تولید اوزون تروپوسفری، غلظت این گاز در هوای شهرهای بزرگ کاهش یافته و به دنبال آن، غلظت گاز O_۳ به تدریج افزایش پیدا می‌کند. معادله واکنش تولید اوزون در لایه تروپوسفر به‌صورت زیر است:



توجه داریم که گاز اوزون از اکسیژن واکنش‌پذیرتر بوده و یک آلاینده سمی و خطرناک به شمار می‌آید، به‌طوری‌که حضور آن در هوایی که تنفس می‌کنیم، سبب سوزش چشم‌ها و آسیب‌دیدن ریه‌ها می‌شود.

نمودار زیر، روند تغییر غلظت سه مورد از گازهای آلاینده موجود در هوا کره را نشان می‌دهد:



همانطور که مشخص است، حداکثر غلظت گاز NO_۲ در هوای شهرهای بزرگ بیشتر از حداکثر غلظت گاز اوزون در هوا بوده و حداکثر غلظت گاز اوزون نیز بیشتر از حداکثر غلظت گاز NO است. گازهای NO و NO_۲، از جمله گونه‌های رادیکال آزاد موجود در هوای آلوده هستند که باعث ایجاد بیماری‌های تنفسی مختلف برای انسان می‌شوند.

ث: با رشد دانش و فناوری، گسترش صنایع گوناگون و با انجام رفتارهای نادرست، گازهای آلاینده وارد هوا شده و دسترسی به هوای پاک محدودتر شده است. گازهای SO_۲، NO_۲، نیتروژن مونوکسید، کربن مونوکسید، اوزون، مواد آلی فرار و ذرات معلق، از جمله گازهای آلاینده‌ی موجود در هوای آلوده هستند. به دلیل وجود این آلاینده‌ها، هوای آلوده بوی بدی دارد، چهره شهر را زشت می‌کند، به فرایند فرسودگی ساختمان‌ها و پوسیدگی خودروها سرعت می‌بخشد و سبب ایجاد و تشدید بیماری‌های تنفسی از جمله برونشیت، آسم و سرطان ریه و حتی مرگ می‌شود. توجه داریم که همه گازهای موجود در هوای آلوده الزاماً بوی بدی ندارند. برای مثال، گاز کربن مونوکسید یک گاز بی‌بو است. ساختار مولکولی این گاز به‌صورت زیر است:



کربن مونوکسید گازی بی‌رنگ، بی‌بو و بسیار سمی است. چگالی این گاز کمتر از هوا بوده و قابلیت انتشار آن در محیط بسیار زیاد است؛ به طوری‌که این گاز به سرعت در همه فضای اتاق پخش می‌شود. از آنجا که میل ترکیبی هموگلوبین خون با این گاز بسیار زیاد و بیش از ۲۰۰ برابر گاز اکسیژن است، مولکول‌های آن پس از اتصال به هموگلوبین از رسیدن اکسیژن به بافت‌های بدن جلوگیری می‌کنند. این ویژگی باعث مسمومیت فرد شده و سامانه عصبی او را فلج می‌کند و قدرت هرگونه اقدامی را از آن می‌گیرد. در چنین شرایطی، به فرد مسموم احساس خفگی دست داده و او سرانجام می‌میرد.

گروه آموزشی ماز

۸۰- کدام یک از عبارات‌های زیر درست است؟

- ۱) خواص فیزیکی و شیمیایی کاتالیزگرهای موجود در مبدل کاتالیستی، به ترتیب مشابه خواص عناصر مس و ژرمانیم است.
- ۲) با این‌که مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند، اما پس از مدتی کارایی آن کاهش یافته و قابل استفاده نیست.
- ۳) گاز هیدروژن از ذرات ناقطبی ساخته شده و یک نمونه آن، برخلاف فسفر سفید، در دمای اتاق شروع به سوختن می‌کند.
- ۴) مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی سبب اکسایش همه گازهای آلاینده وارد شده به ساختار درونی خود می‌شوند.



کاتالیزگرهای موجود در مبدل‌های کاتالیستی، بارها و بارها در واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌ها شرکت می‌کنند و مصرف نمی‌شوند؛ اما این کاتالیزگرها گاهی با برخی از مواد افزودنی موجود در سوخت‌ها وارد واکنش شده و کارایی خود را از دست می‌دهند. در این شرایط، کارایی مبدل کاتالیستی کاهش پیدا کرده و این مبدل دیگر قابل استفاده نیست.

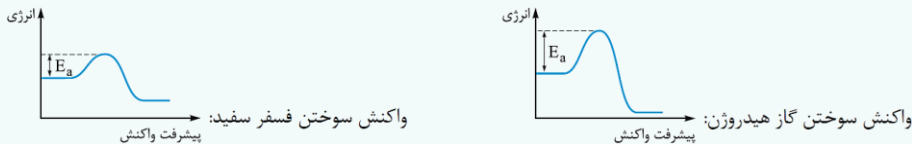


۱ شیمی‌دان‌ها با قراردادن کاتالیزگرهای مناسب بر سر راه گازهای خروجی از موتور خودروها، توانستند واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌های تولیدشده در موتور خودروها را با سرعت بالاتری به انجام برسانند و با این روش، مقدار زیادی از گازهای آلاینده را به فرآورده‌های بی‌خطر یا کم‌خطر تبدیل کنند. کاتالیزگرهای استفاده‌شده توسط شیمی‌دان‌ها شامل عناصر فلزی رودیم، پالادیم و پلاتین هستند که در قالب مبدل‌های کاتالیستی بر سر راه گازهای خروجی از موتور خودروها قرار می‌گیرند. کارایی مبدل‌های کاتالیستی، به نوع کاتالیزگرهای موجود در آن‌ها و شرایط استفاده از کاتالیزگرها بستگی دارد. به عنوان مثال، این مبدل‌ها را می‌توان به شکل یک قطعه سرامیکی ساخت که به شکل توری درآمده و فلزهای رودیم، پالادیم و پلاتین بر روی آن‌ها نشانداده شده است. توجه داریم که کاتالیزگرهای مورد نظر، از جمله عناصر فلزی بوده و خواص شیمیایی آن‌ها مشابه خواص شیمیایی عنصر ژرمانیم (یک عنصر شبه‌فلزی از گروه ۱۴ جدول دوره‌ای) نخواهد بود.

۳ چون مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن در حضور گاز اکسیژن زیاد است، یک نمونه از این گاز، برخلاف یک نمونه فسفر سفید، در دمای اتاق نمی‌سوزد.

تاثیر مقدار انرژی فعال‌سازی بر سرعت واکنش‌ها:

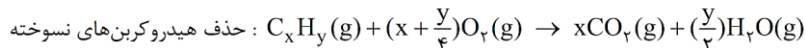
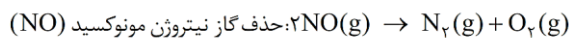
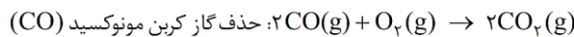
برای مقایسه سرعت انجام شدن واکنش‌های شیمیایی مختلف، می‌توانیم مقدار انرژی فعال‌سازی این واکنش‌ها را با یکدیگر مقایسه کنیم. در این حالت، هر واکنشی که انرژی فعال‌سازی کمتری داشته باشد، در شرایط آسان‌تر و با سرعت متوسط بیشتری انجام می‌شود. به عنوان مثال، فسفر سفید برخلاف گاز هیدروژن در هوا و دمای اتاق می‌سوزد؛ چرا که انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن این ماده، کوچکتر از انرژی فعال‌سازی واکنش سوختن گاز هیدروژن است. نمودارهای زیر، مربوط به واکنش سوختن این دو ماده است:



۴ در واکنش $2NO(g) \rightarrow N_2(g) + O_2(g)$ ، برخلاف واکنش سوختن هیدروکربن‌ها و کربن مونوکسید، عدد اکسایش نیتروژن در نیتروژن مونوکسید از ۲+ به صفر رسیده و بنابراین گاز آلاینده کاهش یافته است. تصویر زیر، نمایی از مبدل کاتالیستی خودروهای بنزینی را نشان می‌دهد:



معادله واکنش‌های انجام شده در این مبدل‌ها به صورت زیر است:



دانش شیمی و فناوری‌های آن، نقش پررنگی در گذر از تنگناها و رسیدن به زندگی مدرن امروزی داشته است. برخی از فناوری‌های مهم شیمیایی و نتایج حاصل از آن‌ها به شرح زیر هستند:

- شناسایی و تولید مواد بی‌حس‌کننده و آنتی‌بیوتیک ← هموارشدن راه برای انجام جراحی‌های گوناگون
- شناسایی و تولید کودهای شیمیایی مناسب ← تأمین غذای جهان
- مبدل‌های کاتالیستی ← کاهش دادن آلودگی‌های ناشی از مصرف بنزین
- صنایع الکترونیک ← گسترش فناوری تولید صفحه‌های نمایشگر در وسایل الکترونیکی
- تصفیه آب ← جلوگیری از گسترش انواع بیماری‌ها از جمله وبا
- تولید بنزین ← سرعت‌دادن به فرایند حمل‌ونقل در جهان
- تولید پلاستیک ← دگرگون کردن صنعت تولید پوشاک و صنعت بسته‌بندی مواد غذایی و دارویی



۸۱- اگر آنتالپی سوختن اتین برابر $-1299/2 \text{ kJ} \cdot \text{mol}^{-1}$ باشد، با انرژی حاصل از سوختن $1/3 \text{ g}$ اتین در مدت ۱۵۰ ثانیه، دمای چند گرم آب را می توان از 20°C به نقطه جوش رساند و سرعت متوسط تولید بخار آب در واکنش سوختن برابر چند مول بر دقیقه می شود؟ (بازده واکنش برابر ۹۰٪ و گرمای ویژه آب را برابر با $4 \text{ J} \cdot \text{g}^{-1} \cdot ^\circ\text{C}^{-1}$ در نظر بگیرید. $H = 1$ و $C = 12$)

- (۱) $182/7 - 0.45$ (۲) $121/8 - 0.45$ (۳) $182/7 - 0.18$ (۴) $121/8 - 0.18$

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مسئله - ۱۱۰۲)



واکنش سوختن کامل اتین به صورت مقابل انجام می شود:

$$2C_2H_2 + 5O_2 \rightarrow 4CO_2 + 2H_2O$$

به ازای سوختن کامل یک مول از گاز اتین، $1299/2 \text{ kJ}$ گرما آزاد می شود؛ بنابراین مقدار نظری انرژی حاصل از سوختن $1/3 \text{ g}$ اتین برابر است با:

$$? J = 1/3 \text{ g } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 \text{ g } C_2H_2} \times \frac{1299/2 \text{ kJ}}{1 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{10^3 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} = 64960 \text{ J}$$

در ادامه، مقدار عملی انرژی آزاد شده را حساب می کنیم:

$$\text{مقدار نظری} = \frac{\text{مقدار عملی}}{100} \times 100 \rightarrow 90 = \frac{x}{64960} \times 100 \rightarrow x = 58464 \text{ J}$$

در نهایت با توجه به رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، جرم آب را به دست می آوریم:

$$m = \frac{Q}{c\Delta\theta} = \frac{58464}{4 \times (100 - 20)} = 182/7 \text{ g}$$

توجه داریم که اتین اولین عضو خانواده آلکین ها است. در گذشته گاز اتین را با نام گاز استیلن می خواندند. در این رابطه، به خاطر داشته باشید که جوش کاربیدی یک نوع جوشکاری است که در آن از سوختن گاز اتین، دمای لازم برای جوش دادن قطعه های فلزی و برشکاری فلزها تأمین می شود. با توجه به معادله واکنش سوختن اتین، مقدار بخار آب تولید شده در این فرایند را محاسبه می کنیم.

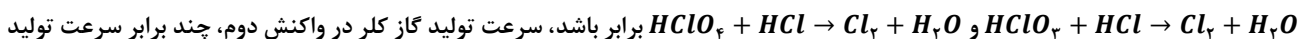
$$? \text{ mol } H_2O = 1/3 \text{ g } C_2H_2 \times \frac{1 \text{ mol } C_2H_2}{26 \text{ g } C_2H_2} \times \frac{2 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } C_2H_2} \times \frac{90 \text{ mol } H_2O \text{ عملی}}{100 \text{ mol } H_2O \text{ نظری}} = 0.45 \text{ mol}$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید بخار آب را به دست می آوریم:

$$\bar{R}_{H_2O} = \frac{\Delta n(H_2O)}{\Delta t} = \frac{0.45 \text{ mol } H_2O}{150 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.18 \text{ mol} \cdot \text{min}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۸۲- اگر سرعت متوسط مصرف نمونه پرکلریک اسید ($HClO_4$) در واکنش های موازنه نشده



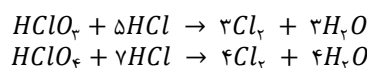
این گاز در واکنش اول می شود؟

- (۱) $1/33$ (۲) 0.75 (۳) $1/5$ (۴) 0.66

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)



معادله موازنه شده این واکنش ها به شکل زیر است:



نسبت میان سرعت متوسط مصرف یا تولید هر دو ماده در یک واکنش شیمیایی، برابر با نسبت میان ضرایب استوکیومتری آن دو ماده خواهد بود. برای به دست آوردن سرعت تولید گاز کلر در هریک از این واکنش ها، باید سرعت مصرف $HClO_4$ را در ضریب استوکیومتری آن ماده ضرب کنیم. از آنجا که سرعت مصرف نمونه $HClO_4$ در این واکنش ها برابر با هم است، سرعت متوسط مصرف این ماده را برابر با x مول بر دقیقه در نظر می گیریم. در این حالت، سرعت تولید کلر در واکنش دوم، برابر $4x$ و سرعت تولید کلر در واکنش اول برابر با $3x$ می شود. بر این اساس، می توان گفت سرعت تولید گاز کلر در واکنش دوم، $1/33$ برابر سرعت تولید این گاز در واکنش اول است.

گروه آموزشی ماز

۸۳ - کدام مطلب درست است؟

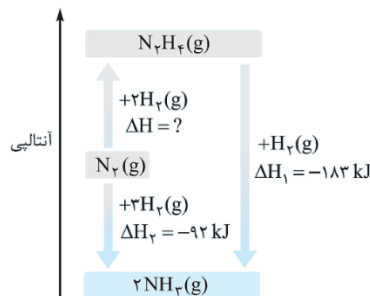
- ۱) اگر رنگ مخلوطی از گازهای NO_2 و N_2O_4 افزایش یابد، همانند فرایند میعان، گرما آزاد می شود.
- ۲) افزودن محلول KI به ظرف حاوی محلول هیدروژن پراکسید، سبب آزاد شدن مقدار گرمای بیشتری در واکنش می شود.
- ۳) علامت ΔH مرحله‌ای از فرایند تولید NH_3 که به روش تجربی قابل اندازه‌گیری نیست، همانند فرایند فرازش مثبت است.
- ۴) گرمای مبادله شده در واکنش‌های شیمیایی، به‌طور عمده ناشی از تفاوت انرژی جنبشی مواد واکنش‌دهنده و فراورده است.

(سخت - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

تولید هیدرازین با استفاده از گازهای هیدروژن و نیتروژن، مرحله‌ای از فرایند تولید آمونیاک است که ΔH آن به روش تجربی قابل اندازه‌گیری نیست. این مرحله از واکنش تولید آمونیاک، گرماگیر بوده و همانند فرایند فرازش (تبدیل یک ماده از حالت جامد به گاز) علامت ΔH آن مثبت است. شکل زیر مراحل تولید گاز آمونیاک طبق فرایند هابر را نشان می‌دهد:



بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) واکنش تعادلی انجام شده در ظرف به صورت $N_2O_4 + Q \rightleftharpoons 2NO_2$ است. گاز N_2O_4 یک ماده بی‌رنگ بوده و گاز NO_2 نیز یک ماده قهوه‌ای رنگ است. گرما دادن به مخلوط واکنش، باعث تجزیه گاز N_2O_4 و جابه‌جایی تعادل در جهت رفت و افزایش مقدار NO_2 و پررنگ شدن مخلوط تعادلی می‌شود. توجه داریم که فرایند میعان، برخلاف واکنش رفت در فرایند گفته شده، گرماده است.

۲) محلول پتاسیم یدید، کاتالیزگر فرایند تجزیه هیدروژن پراکسید (H_2O_2) است. توجه داریم که کاتالیزگر، با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید را افزایش می‌دهد. در واقع، کاتالیزگر تاثیری بر مقدار کلی گرمای مبادله شده در این فرایند ندارد و با صرفاً با کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، سرعت واکنش را افزایش می‌دهد.

۴) مقدار گرمای آزاد شده در واکنش‌های شیمیایی، ناشی از تفاوت انرژی گرمایی (مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها) در مواد واکنش‌دهنده و فراورده نیست، زیرا در دمای ثابت تفاوت چشمگیری میان انرژی گرمایی مواد واکنش‌دهنده و فراورده وجود ندارد. شیمی‌دان‌ها گرمای جذب یا آزاد شده در واکنش‌ها را به‌طور عمده وابسته به تفاوت میان انرژی پتانسیل مواد واکنش‌دهنده و فراورده می‌دانند. انرژی پتانسیل یک ماده، انرژی نهفته شده در آن است. انرژی که ناشی از نیروهای نگه‌دارنده ذرات سازنده آن ماده خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۸۴ - کدام موارد از عبارتهای زیر در رابطه با لیکوپن درست است؟

- آ: عناصر موجود در ساختار این ماده، در ساختار روغن زیتون نیز یافت می‌شوند.
 ب: این ترکیب، نوعی هیدروکربن بوده و عضوی از خانواده آلکن‌ها به‌شمار می‌رود.
 پ: یک نمونه از این ماده، برخلاف چربی موجود در مقداری گوشت، با بخار برم واکنش می‌دهد.
 ت: بر اثر سوزاندن این ترکیب، شمار مول‌های آب تولید شده کمتر از شمار مول‌های گاز CO_2 تولید شده است.
- ۱) آ و پ ۲) آ و ت ۳) ب و پ ۴) ب و ت

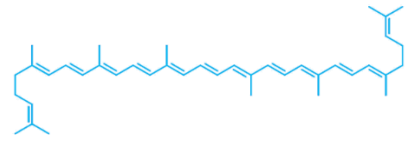
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

برنامه غذایی محتوی سبزیجات و میوه‌های گوناگون، نقش بازدارندگی موثری در برابر بروز سرطان‌ها و پیری زودرس دارند. این خوراکی‌ها محتوی ترکیب‌های آلی سیرنشده‌ای (ترکیب‌های حاوی پیوندهای دوگانه و سه‌گانه کربن-کربن) به نام ریزمغذی‌ها هستند که در حفظ سلامت بافت‌ها و اندام‌ها دخالت دارند. هرچند نقش کامل این مواد هنوز به‌طور دقیق مشخص نشده است، اما برخی از آنها به‌عنوان بازدارنده از انجام واکنش نامطلوب و ناخواسته در بدن به دلیل حضور رادیکال‌ها جلوگیری می‌کنند. با این توصیف، مصرف خوراکی‌های محتوی بازدارنده‌ها سبب به دام افتادن و جذب رادیکال‌ها شده و با کاهش مقدار

آن‌ها، از سرعت واکنش‌های ناخواسته کاسته شود. لیکوپن یکی از انواع بازنده‌ها است که در هندوانه و گوجه‌فرنگی وجود دارد. ساختار مولکول‌های سازنده این ماده به صورت زیر است:



از آن‌جا که مولکول‌های لیکوپن فقط شامل اتم‌های کربن و هیدروژن می‌شوند، این ماده همانند آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها در دسته‌ی هیدروکربن‌ها قرار می‌گیرد. فرمول شیمیایی لیکوپن به صورت $C_{11}H_{18}$ بوده و در ساختار آن مجموعاً ۱۰۸ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها وجود دارد. با توجه به وجود ۱۳ پیوند دوگانه‌ی کربن-کربن در ساختار لیکوپن، این ماده یک هیدروکربن سیرنشده به حساب می‌آید. در رابطه با لیکوپن، عبارت‌های (آ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

- آ:** در ساختار لیکوپن، عناصر کربن و هیدروژن وجود دارند. در ساختار روغن زیتون نیز همانند سایر چربی‌ها، عناصر کربن، هیدروژن و اکسیژن یافت می‌شوند.
- ب:** هرچند که لیکوپن نوعی هیدروکربن است، اما چون بیش از یک پیوند دوگانه در ساختار آن وجود دارد، این ماده نوعی آلکن به شمار نمی‌رود.
- پ:** چربی موجود در گوشت، از مولکول‌های سیرنشده تشکیل شده و به همین خاطر، با بخار برم واکنش می‌دهد. لیکوپن نیز در ساختار خود دارای تعدادی پیوند دوگانه کربن-کربن بوده و با بخار برم واکنش می‌دهد.
- ت:** بر اثر سوختن آلکن‌ها (انواعی از هیدروکربن‌های خطی با یک پیوند دوگانه کربن-کربن)، شمار مول‌های آب و کربن دی‌اکسید تولید شده با هم برابر است. با افزایش شمار پیوندهای دوگانه در ساختار یک هیدروکربن، تعداد اتم‌های هیدروژن موجود در ساختار آن ماده کمتر شده و بر این اساس، تعداد مول‌های آب تولید شده بر اثر سوختن ماده مورد نظر نیز کاهش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت چون در ساختار لیکوپن تعدادی پیوند دوگانه وجود دارد، بر اثر سوزاندن این ترکیب، شمار مول‌های آب تولید شده قطعاً کمتر از شمار مول‌های گاز CO_2 تولید شده است.

گروه آموزشی ماز

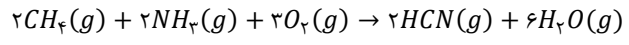
۸۵- واکنش موازنه نشده $CH_4(g) + NH_3(g) + O_2(g) \rightarrow HCN(g) + H_2O(g)$ را در نظر بگیرید. اگر سرعت متوسط مصرف گاز متان در این واکنش برابر با $0.4 \text{ mol} \cdot s^{-1}$ باشد، سرعت متوسط تولید بخار آب در این فرایند برابر با چند گرم بر دقیقه می‌شود؟ ($H = 1$ و $O = 16$)

۴۸/۶ (۴)
۶۴/۸ (۳)
۹۷/۲ (۲)
۱۲۹/۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مسئله - ۱۱۰۲)



معادله موازنه شده واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



در قدم اول، مقدار گاز متان مصرف شده در طول یک دقیقه را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ mol } CH_4 = 1 \text{ min زمان} \times \frac{60 \text{ s زمان}}{1 \text{ min زمان}} \times \frac{0.4 \text{ mol } CH_4}{1 \text{ s زمان}} = 24 \text{ mol}$$

در قدم بعد، جرم بخار آب تولید شده در طول همین بازه‌ی زمانی را محاسبه می‌کنیم.

$$? \text{ g } H_2O = 24 \text{ mol } CH_4 \times \frac{6 \text{ mol } H_2O}{2 \text{ mol } CH_4} \times \frac{18 \text{ g } H_2O}{1 \text{ mol } H_2O} = 1296 \text{ g}$$

در قدم آخر، سرعت متوسط تولید مولکول‌های آب را محاسبه می‌کنیم.

$$\bar{R}_{H_2O} = \frac{\Delta m(H_2O)}{\Delta t} = \frac{1296 \text{ g } H_2O}{1 \text{ min}} = 1296 \text{ g} \cdot \text{min}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۸۶- در بررسی واکنش $2KClO_3(s) \xrightarrow{\Delta} 2KCl(s) + 3O_2(g)$ که در یک ظرف ۵ لیتری در حال انجام شدن بوده و دمای محیط واکنش به تدریج در حال افزایش یافتن است، داده‌های جدول زیر به دست آمده است:

$t(s)$	۰	۴۰	۸۰	۱۲۰	۱۶۰
$[O_2](\text{mol} \cdot L^{-1})$	۰/۱	۰/۱۱۱	۰/۱۲۳	۰/۱۳۶۵	۰/۱۵۲

نسبت سرعت متوسط واکنش در ۴۰ ثانیه سوم، به سرعت متوسط واکنش در ۴۰ ثانیه دوم چقدر بوده و در طول ۴۰ ثانیه دوم واکنش، چند گرم ترکیب

یونی در این واکنش تولید شده است؟ ($K = 39$ و $Cl = 35.5$: $\text{g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

- ۲/۹۸ - ۲/۲۵ (۴)
۲/۹۸ - ۱/۱۲۵ (۳)
۴/۴۷ - ۲/۲۵ (۲)
۴/۴۷ - ۱/۱۲۵ (۱)



۴۰ ثانیه دوم و سوم به ترتیب معادل با بازه‌های زمانی ۴۰ تا ۸۰ ثانیه و ۸۰ تا ۱۲۰ ثانیه هستند. ابتدا سرعت متوسط واکنش را در هر یک از این دو بازه زمانی محاسبه می‌کنیم:

$$\bar{R}_r(O_2) = \frac{(0/123 - 0/111)}{40} = 0/0003 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\bar{R}_r(O_2) = \frac{(0/1365 - 0/123)}{40} = 0/0003375 \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

و در نهایت نسبت خواسته شده را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\bar{R}_r(\text{واکنش})}{\bar{R}_r(\text{واکنش})} = \frac{\frac{1}{3} \bar{R}_r(O_2)}{\frac{1}{3} \bar{R}_r(O_2)} = \frac{\bar{R}_r(O_2)}{\bar{R}_r(O_2)} = \frac{0/0003375}{0/0003} = 1/125$$

البته، چون طول این بازه‌های زمانی یکسان بوده و با هم برابر است، برای مقایسه سرعت واکنش در این دو بازه می‌توانستیم صرفاً نسبت میان تغییر غلظت گاز اکسیژن در این دو بازه را محاسبه کنیم. در این حالت، داریم:

$$\frac{\bar{R}_r(\text{واکنش})}{\bar{R}_r(\text{واکنش})} = \frac{\Delta[O_2] \text{ ثانیه } 80 \text{ تا } 120}{\Delta[O_2] \text{ ثانیه } 40 \text{ تا } 80} = \frac{0/0135}{0/012} = 1/125$$

حجم ظرف واکنش برابر با ۵ لیتر بوده و در طول مدت زمان ۴۰ تا ۸۰ ثانیه، غلظت گاز اکسیژن به اندازه ۰/۰۱۲ مول بر لیتر تغییر کرده است، پس می‌توان گفت در طول این بازه ۰/۰۶ مول اکسیژن در واکنش $2KClO_3(s) \rightarrow 2KCl(s) + 3O_2(g)$ تولید شده است. بر این اساس، داریم:

$$? \text{ g } KCl = 0/06 \text{ mol } O_2 \times \frac{2 \text{ mol } KCl}{3 \text{ mol } O_2} \times \frac{74/5 \text{ g } KCl}{1 \text{ mol } KCl} = 2/98 \text{ g}$$

گروه آموزشی ماز

۸۷ - کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

- ۱) با استفاده از گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای جذب شده در واکنش انحلال مقداری کلسیم کلرید در آب را محاسبه کرد.
- ۲) محیط‌های سرد، خشک و تاریک، برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط‌های گرم، روشن و مرطوب هستند.
- ۳) شمار اتم‌های هیدروژن در چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر ۵ برابر شمار اتم‌های هیدروژن در قند جوانه گندم است.
- ۴) با افزایش شمار پیوندهای اشتراکی در آلکان‌ها، قدر مطلق گرمای سوختن مولی این مواد افزایش می‌یابد.

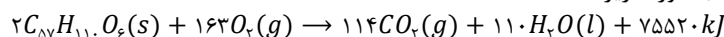


یکی از وسایل مورد استفاده برای اندازه‌گیری مستقیم گرمای واکنش‌ها، گرماسنج لیوانی است. این دستگاه ساده با استفاده از دو لیوان یک‌بار مصرف، یک درپوش عایق، یک دماسنج و یک همزن ساخته می‌شود. برای تعیین گرمای یک واکنش به کمک این گرماسنج، مقدار مشخصی از محلول‌ها یا مواد واکنش‌دهنده را در مجاورت با یکدیگر قرار داده و پس از تکمیل شدن واکنش، دمای نهایی محلول موجود در گرماسنج را اندازه‌گیری می‌کنیم. در مرحله بعد، با توجه به تغییر دمای محتویات گرماسنج $(\Delta\theta)$ و با استفاده از رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، مقدار گرمای مبادله شده در واکنش مورد نظر را در فشار ثابت به دست می‌آوریم. توجه داریم که فرایند انحلال کلسیم کلرید در آب، گرما ده است و با استفاده از گرماسنج لیوانی، می‌توان مقدار گرمای آزاد شده در این فرایند را محاسبه کرد.



۲) تجربه نشان می‌دهد که محیط سرد، خشک و تاریک برای نگهداری انواع مواد غذایی مناسب‌تر از محیط گرم، روشن و مرطوب است. نگهداری اغلب مواد غذایی در سردخانه‌ها تأییدی بر این تجربه است. در واقع عوامل محیطی مانند رطوبت، اکسیژن، نور و دما در چگونگی و زمان نگهداری غذا مؤثرند. در محیط مرطوب، میکروب‌ها شروع به رشد و تکثیر نموده تا جایی که ماده غذایی کپک زده و سرانجام فاسد می‌شود، اما در محیط خشک امکان رشد این جانداران ذره بینی وجود ندارد. از این رو می‌توان خشکبار را آسان تر و به مدت طولانی تری در این محیط نگهداری کرد.

۳) قند جوانه گندم، مالتوز با فرمول شیمیایی $C_{12}H_{22}O_{11}$ است که در واکنش با آب به دو مولکول گلوکز تبدیل می‌شود. چربی ذخیره شدن در کوهان شتر نیز یک ماده با فرمول شیمیایی $C_{57}H_{111}O_6$ است. با سوختن چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر، علاوه بر انرژی، آب مورد نیاز بدن حیوان نیز تامین می‌شود. واکنش اکسایش این ماده به صورت زیر است:



پس نسبت خواسته شده برابر است با:

$$A = \frac{110}{22} = 5$$

۴ در آلکان ها با افزایش شمار پیوندهای اشتراکی که معادل با افزایش تعداد اتمها و جرم مولی آنها است، گرمای سوختن مولی افزایش می یابد.

مقایسه مقدار گرمای آزاد شده در سوختن هیدروکربن ها:

بین نمونه های مختلفی از هیدروکربن ها، مقدار گرمای حاصل از سوختن نمونه ای که جرم بیشتری داشته باشد در مقایسه با سایر نمونه ها بیشتر است. مثلا گرمای حاصل از سوختن یک مول اتان (۳۰ گرم اتان) در مقایسه با مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول پروپان (۴۴ گرم پروپان) کمتر است چراکه جرم ۱ مول اتان در مقایسه با جرم ۱ مول پروپان کمتر است. به عنوان مثالی دیگر، گرمای حاصل از سوختن نیم مول ۲-بوتن (۲۸ گرم ۲-بوتن) در مقایسه با مقدار گرمای حاصل از سوختن یک مول متان (۱۶ گرم متان) بیشتر است چراکه جرم نیم مول ۲-بوتن در مقایسه با جرم ۱ مول متان بیشتر است.

گروه آموزشی ماز

۸۸- در کدام یک از حالات زیر، واکنش حل شدن قرص جوشان در آب با سرعت بیشتری رخ می دهد؟

- ۱) یک عدد قرص در ۲ لیتر آب صفر درجه
- ۲) یک عدد قرص پودر شده در ۱ لیتر آب ۲۰ درجه
- ۳) دو عدد قرص پودر شده در ۲ لیتر آب صفر درجه
- ۴) نصف قرص در ۱ لیتر آب ۲۰ درجه

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۲)



سرعت واکنش قرص جوشان در آب به تعداد قرص (به شرطی که غلظت را افزایش دهد)، سطح تماس قرص با محلول موجود در اطراف خود (قرص کامل یا پودر شده)، وجود یا عدم وجود کاتالیزگر در محیط واکنش، دمای آب و حجم آب (به شرطی که غلظت را تغییر دهد) بستگی دارد. با افزایش دمای آب و یا پودر کردن قرص مورد نظر، سرعت واکنش این ماده با محلول اطراف آن افزایش پیدا می کند. با افزایش سرعت واکنش مورد نظر، سرعت تولید گاز در این محلول نیز افزایش پیدا خواهد کرد.

آهنگ انجام واکنش ها:

سرعت واکنش، نشان می دهد که آن تغییر شیمیایی در چه گستره ای از زمان رخ می دهد. هرچه گستره زمانی که یک واکنش شیمیایی در آن اتفاق می افتد کوتاه تر باشد، آهنگ انجام آن واکنش تندتر بوده و فرایند مورد نظر سریع تر انجام می شود. شیمی دان ها آهنگ انجام شدن واکنش ها را در گستره معینی از زمان با نام سرعت واکنش بیان می کنند. گستره زمانی انجام واکنش های شیمیایی به عوامل مختلفی بستگی داشته و می تواند از چند صدم ثانیه تا چند سده (قرن) را در بگیرد. برای مثال، انفجار، یک واکنش شیمیایی بسیار سریع است که در آن از مقدار کمی ماده منفجره به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می شود. زمان انجام واکنش ها به عوامل مختلفی مثل دما، غلظت، نوع مواد واکنش دهنده، کاتالیزگر و سطح تماس واکنش دهنده ها وابسته است؛ به گونه ای که برای کاهش یا افزایش سرعت انجام واکنش ها می توان این عوامل را تغییر داد.

گروه آموزشی ماز

۸۹- چه تعداد از عبارتهای زیر درست است؟

- آ: شرایط و چگونگی انجام واکنش های شیمیایی مختلف، در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می شوند.
- ب: سرعت متوسط مصرف مواد در یک واکنش را همواره می توان با اندازه گیری تغییر جرم و یا فشار تعیین کرد.
- پ: در واکنش انفجار، از مقدار کمی ماده منفجر شونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می شود.
- ت: گرد زغال، نسبت به یک تکه زغال، سطح تماس بیشتری با گاز O_۲ داشته و سرعت واکنش سوختن آن بیشتر است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

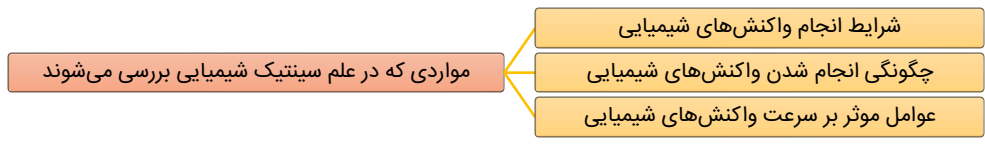
پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)



عبارتهای (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: شرایط و چگونگی انجام واکنش های شیمیایی، از جمله مواردی است که در علم سینتیک شیمیایی بررسی می شوند. نمودار زیر، مواردی که در علم سینتیک بررسی می شوند را نشان می دهد:





توجه داریم که اندازه‌گیری گرمای آزاد شده در واکنش‌های شیمیایی و تأثیری که این گرما بر حالت مواد دارد، در علم ترمودینامیک شیمیایی بررسی می‌شود. انسان همواره در طول تاریخ در جست‌وجوی روش‌هایی بوده که بتواند مواد غذایی را برای مدت‌های طولانی‌تری سالم نگه داشته و ذخیره کند. نمک سود کردن ماهی، تهیه ترشی و خشک‌کردن میوه‌ها، نمونه‌هایی از این روش‌ها هستند. سینتیک شیمیایی، شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی آهنگ یا همان سرعت تغییرات شیمیایی در واکنش‌ها، شرایط و چگونگی انجام شدن واکنش‌ها و عوامل مؤثر بر آهنگ واکنش‌ها می‌پردازد. با آشنایی و درک سینتیک شیمیایی، می‌توان روش‌های گوناگون نگهداری سالم مواد غذایی را یافت و آن‌ها را گسترش داد.

ب: به کمک اندازه‌گیری فشار، تنها سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد گازی شرکت کننده در یک واکنش را می‌توان تعیین کرد. در نقطه مقابل، اندازه‌گیری جرم را می‌توان برای تعیین سرعت هر حالتی از ماده به کار گرفت.

برای محاسبه سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد شرکت کننده در یک واکنش شیمیایی، باید از کمیت‌های قابل اندازه‌گیری مواد شرکت‌کننده در آن واکنش مانند جرم، فشار، غلظت و یا حجم استفاده کنیم. برای این منظور، یک بازه زمانی به طول Δt را در نظر گرفته و تغییر مقدار کمیت مورد نظر (Δn) را در طول آن بازه به دست می‌آوریم. سرعت متوسط مصرف یا تولید ماده مورد نظر (\bar{R}) برابر می‌شود با:

$$\bar{R} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t}$$

از آنجا که غلظت مواد جامد (s) یا مایع خالص (l) ثابت بوده و با تغییر مقدار این مواد، تغییری در مقدار غلظت آن‌ها ایجاد نمی‌شود، برای بیان سرعت متوسط مصرف یا تولید این گروه از مواد، حتماً باید از تغییر تعداد مول‌های ماده مورد نظر استفاده کنیم. این درحالی است که برای بیان سرعت متوسط تولید یا مصرف مواد گازی (g) یا محلول (aq)، می‌توانیم از تغییر تعداد مول‌ها یا تغییر غلظت این مواد استفاده کنیم. توجه داریم که سرعت همواره کمیتی مثبت است اما علامت تغییر تعداد مول‌های واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان منفی می‌شود (واکنش‌دهنده‌ها در طول زمان مصرف می‌شوند، پس $n_1 > n_2$ بوده و $\Delta n < 0$ است). بر این اساس، با قرار دادن مقدار Δn در نماد قدرمطلق، سرعت واکنش عددی مثبت به دست می‌آید.

پ: انفجار، واکنش شیمیایی بسیار سریعی است که در آن، از مقدار کمی ماده منفجرشونده به حالت جامد یا مایع، حجم زیادی از گازهای داغ تولید می‌شود. چون این واکنش با افزایش شدید حجم مواد همراه است، موج انفجار را ایجاد می‌کند.

ت: اگر یک تکه زغال را به دو تکه کوچک‌تر تقسیم کنیم، سطح تماس زغال با اکسیژن موجود در محیط اطراف افزایش می‌یابد. اگر فرایند تقسیم کردن و خرد کردن زغال را ادامه دهیم، نهایتاً گرد زغال به دست می‌آید که سطح تماس بسیار زیادی دارد و در نتیجه راحت‌تر با اکسیژن هوا وارد واکنش شده و سرعت واکنش سوختن آن بیش‌تر است.

گروه آموزشی ماز

۹۰- واکنش $2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$, $\Delta H = +110 kJ$ ، با وارد کردن ۶۶ لیتر گاز N_2O_5 با حجم مولی ۲۲ لیتر به یک سیلندر با پیستون متحرک آغاز شده است. اگر پس از گذشتن ۴ دقیقه، ۷۵٪ این گاز تجزیه شود، سرعت متوسط تولید گاز NO_2 در طول این بازه زمانی، تقریباً برابر با چند $mol \cdot s^{-1}$ بوده و در این مدت چند کیلوژول گرما آزاد می‌شود؟

$$(۱) \quad 1.02/5 - 1/88 \times 10^{-2}$$

$$(۲) \quad 1.23/75 - 1/88 \times 10^{-2}$$

$$(۳) \quad 1.02/5 - 1/55 \times 10^{-2}$$

$$(۴) \quad 1.23/75 - 1/55 \times 10^{-2}$$

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



پاسخ سریعی

در صورت تجزیه شدن ۷۵ درصد از گاز N_2O_5 ، حجم آن به $16/5 L$ می‌رسد، پس در طول این بازه $49/5$ لیتر از این ماده تجزیه شده است. ابتدا حساب می‌کنیم که در بازه زمانی ۴ دقیقه، چند مول گاز NO_2 تولید می‌شود. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } NO_2 = (66 - 16/5) L N_2O_5 \times \frac{1 \text{ mol } N_2O_5}{22 L N_2O_5} \times \frac{4 \text{ mol } NO_2}{2 \text{ mol } N_2O_5} = 4/5 \text{ mol } NO_2$$

بنابراین سرعت متوسط تولید گاز NO_2 برابر است با:

$$\text{سرعت متوسط تولید گاز } NO_2 = \frac{+\Delta n(NO_2)}{\Delta t} = \frac{4/5 \text{ mol}}{4 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} = 1/1875 \times 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

در نهایت، با توجه به معادله واکنش، مقدار گرمای آزاد شده را به دست می‌آوریم:

$$? \text{ kJ} = 4/5 \text{ mol } NO_2 \times \frac{110 \text{ kJ}}{4 \text{ mol } NO_2} = 123/75 \text{ kJ}$$

گروه آموزشی ماز

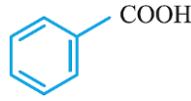
۹۱- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با بنزوئیک اسید درست است؟

- (۱) شمار پیوندهای دوگانه در ساختار آن با نفتالن برابر است.
- (۲) انحلال‌پذیری آن در آب در مقایسه با انحلال‌پذیری بنزن در آب بیشتر است.
- (۳) برخلاف یک نمونه از استیک اسید، از جمله موادی است که به صورت طبیعی یافت می‌شود.
- (۴) شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در آن با شمار این الکترون‌ها در هریک از اجزای سازنده چربی‌ها برابر است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / حفظی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

بنزوئیک اسید با ساختار زیر، ساده ترین کربوکسیلیک اسید آروماتیک است که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد و همانطور که می دانیم، در صنعت از آن به عنوان نگهدارنده استفاده می شود. توجه داریم که نگهدارنده ها نوعی افزودنی هستند که به مواد خوراکی یا غذاها افزوده شده و سرعت واکنش های شیمیایی که منجر به فساد ماده غذایی می شود را کاهش می دهند.



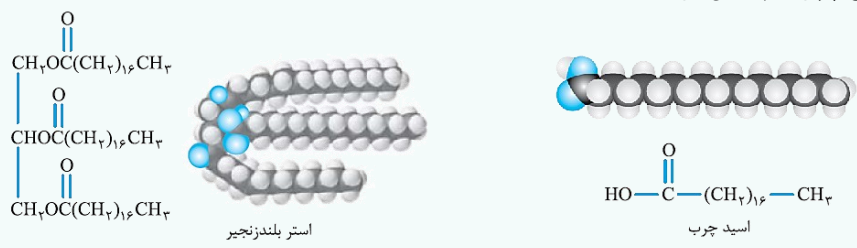
چون این ماده در ساختار مولکولی خود یک عامل کربوکسیل داشته و این بخش از مولکول مورد نظر قطبی است، پس انحلال پذیری این ماده در آب نسبت به یک ترکیب ناقطبی مثل بنزن بیشتر خواهد بود.

پرسی سایر گزینه ها:

- ۱ در ساختار مولکول بنزوئیک اسید، ۳ پیوند کربن-کربن دوگانه و یک پیوند کربن-اکسیژن دوگانه وجود دارد. این در حالی است که در ساختار نفتالن، ۵ پیوند کربن-کربن دوگانه یافت می شود.
- ۳ بنزوئیک اسید، به صورت طبیعی در برخی از میوه ها از جمله تمشک و توت فرنگی یافت می شود. استیک اسید نیز در برخی از مواد طبیعی مثل سرکه یافت می شود. فورمیک اسید نیز به صورت طبیعی در بدن مورچه سرخ وجود دارد.
- ۴ بنزوئیک اسید دارای ۲ اتم اکسیژن و روی هر اتم اکسیژن آن نیز ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد. بر این اساس، می توان گفت بنزوئیک اسید در ساختار خود مجموعاً ۴ جفت الکترون ناپیوندی دارد. توجه داریم که چربی ها مخلوطی از اسیدهای چرب و استرهای سنگین سه عاملی هستند. هر مولکول از استرهای سه عاملی، ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم های سازنده خود دارد.

اجزای سازنده چربی ها:

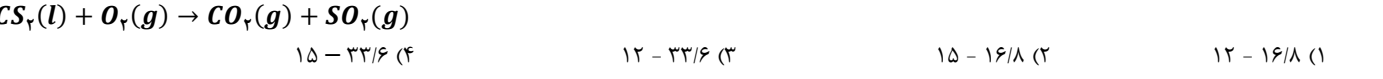
چربی ها، مخلوطی از اسیدهای چرب (کربوکسیلیک اسیدهایی با زنجیر بلند کربنی و جرم مولکولی زیاد) و استرهای بلند زنجیر (استرهایی با جرم مولی زیاد) هستند. تصویر زیر، ساختار مولکولی انواع چربی ها را نشان می دهد:



هر یک از مولکول های سازنده چربی ها (اسیدهای چرب و استرهای چرب با جرم مولی زیاد)، از یک بخش قطبی (بخش آب دوست) و یک بخش ناقطبی (بخش چربی دوست) و یا آبگریز تشکیل شده است. از آنجا که بخش اعظم این مولکول ها ناقطبی است، پس بخش ناقطبی مولکول به راحتی بر بخش قطبی آن غلبه کرده و در نتیجه مولکول های چربی در مجموع، ناقطبی به حساب می آیند و در حلال های قطبی مانند آب حل نمی شوند.

گروه آموزشی ماز

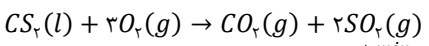
۹۲- اگر در واکنش سوختن ۵۷ گرم کربن دی سولفید مطابق واکنش موازنه نشده زیر، پس از گذشت ۴۵ ثانیه، ۲۵٪ از این ماده باقی مانده باشد، سرعت متوسط تولید گاز قطبی در شرایط استاندارد برابر با چند لیتر بر دقیقه است و با فرض ادامه یافتن واکنش با همین سرعت، پس از چند ثانیه دیگر واکنش به طور کامل انجام خواهد شد؟ ($C = 12$ و $S = 32$)



پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر است:



ابتدا حساب می کنیم که پس از گذشت $0.75 \text{ min} = 45 \text{ s}$ ، چند لیتر گاز SO_2 تولید می شود:

$$57 \text{ g} \times \frac{100 - 25}{100} = 42.75 \text{ g}$$



$$? L SO_2 = 42/75 g CS_2 \times \frac{1 \text{ mol } CS_2}{76 g CS_2} \times \frac{2 \text{ mol } SO_2}{1 \text{ mol } CS_2} \times \frac{22/4 L SO_2}{1 \text{ mol } SO_2} = 25/2 L$$

بنابراین سرعت متوسط تولید گاز SO_2 برابر خواهد بود با:

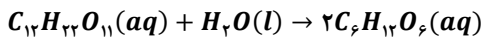
$$SO_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\text{حجم گاز } SO_2 \text{ تولید شده}}{\text{زمان}} = \frac{25/2}{0/75} = 33/6 L \cdot \text{min}^{-1}$$

تا ثانیه ۴۵ از واکنش مورد نظر، ۷۵ درصد از گاز SO_2 تولید شده و تا انتهای واکنش نیز ۲۵ درصد دیگر از آن یعنی $8/4 L = 25/2 \times 25/75$ از این گاز تولید می شود. حالا با توجه به رابطه سرعت متوسط واکنش، زمان مورد نیاز برای تولید باقیمانده گاز SO_2 را حساب می کنیم:

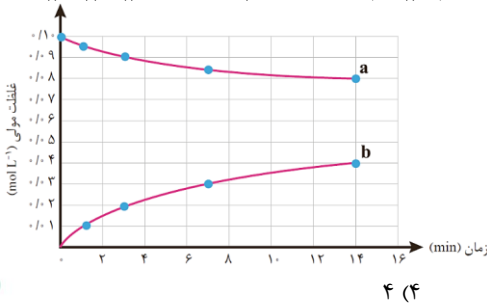
$$SO_2 \text{ سرعت متوسط تولید} = \frac{\text{حجم گاز } SO_2 \text{ تولید شده}}{t} \rightarrow t = \frac{8/4}{33/6} \text{ min} \times \frac{60 s}{1 \text{ min}} = 15 s$$

به جز روابط بالا، می توانستیم با یک تناسب ساده نیز پاسخ درست قسمت دوم این سوال را پیدا کنیم؛ به این نحو که اگر برای مصرف ۷۵٪ از کربن دی سولفید به ۴۵ ثانیه زمان نیاز داشته باشیم، برای مصرف ۲۵٪ باقیمانده از آن به ۱۵ ثانیه زمان نیاز خواهیم داشت.

گروه آموزشی ماز



۹۳- با توجه به نمودار زیر، چند مورد از مطالب داده شده درست اند؟



آ: منحنی های a و b در نمودار داده شده به ترتیب مربوط به غلظت مولی مالتوز و گلوکز هستند.

ب: نسبت سرعت متوسط واکنش در هفت دقیقه اول به هفت دقیقه دوم برابر با ۳ است.

پ: (مالتوز) \bar{R} در ۱۴ دقیقه نخست با (گلوکز) \bar{R} در سه دقیقه اول برابر است.

ت: میزان پیشرفت واکنش در طول مدت ۱۴ دقیقه برابر با ۲۰ درصد است.

ث: سرعت واکنش با گذشت زمان به تدریج کاهش یافته است.

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

(سخت - مفهومی / مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

به جز مورد (پ)، سایر عبارتهای داده شده درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در هر بازه زمانی، شیب منحنی a نصف منحنی b است. از طرفی، منحنی a نزولی و منحنی b صعودی است. علاوه بر این، تغییر غلظت ماده مربوط به منحنی a ، نصف میزان تغییر غلظت ماده مربوط به منحنی b است. بر این اساس، می توان گفت منحنی a به واکنش دهنده مالتوز ($C_{12}H_{22}O_{11}$) و منحنی b نیز به فراورده گلوکز ($C_6H_{12}O_6$) مربوط است.

ب: سرعت متوسط واکنش با سرعت متوسط مصرف مالتوز برابر است و داریم:

$$\frac{\text{سرعت متوسط واکنش در ۷ دقیقه اول}}{\text{سرعت متوسط واکنش در ۷ دقیقه دوم}} = \frac{\frac{0/03 - 0}{7}}{\frac{0/04 - 0/03}{7}} = \frac{0/03}{0/01} = 3$$

پ: در رابطه با سرعت های متوسط داده شده داریم:

$$\bar{R}_{\text{(مالتوز)}} = \frac{-\Delta[\text{مالتوز}]}{\Delta t} = \frac{-(0/08 - 0/10)}{14} = \frac{0/02}{14} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

$$\bar{R}_{\text{(گلوکز)}} = \frac{\Delta[\text{گلوکز}]}{\Delta t} = \frac{(0/02 - 0)}{3} = \frac{0/02}{3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

همانطور که مشخص است، مقدار مخرج در کسرهای به دست آمده متفاوت بوده و به همین خاطر، مقدار این دو کسر برابر نخواهد شد.

ت: در رابطه با درصد پیشرفت واکنش، داریم:

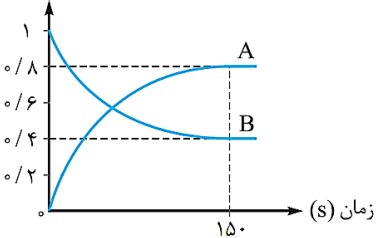
$$100 - \frac{\text{غلظت مولی مالتوز پس از ۱۴ دقیقه}}{\text{غلظت مولی مالتوز اولیه}} \times 100 = 100 - \frac{0/08}{0/10} \times 100 = 20\%$$

در واقع از ۱ مول مالتوز اولیه موجود در هر لیتر محلول، ۰/۲ مول آن تجزیه شده و ۰/۸ مول آن باقی مانده است. پس درصد پیشرفت واکنش مورد نظر برابر با ۲۰ درصد می شود.

ت: طبق نمودار داده شده، در طول زمان شیب نمودار غلظت-زمان برای هر دو ماده کاهش یافته است. از طرفی، می‌دانیم که سرعت لحظه‌ای مصرف یا تولید هر ماده، برابر با شیب نمودار در آن لحظه است. با توجه به کاهش شیب نمودار، می‌توان گفت سرعت این واکنش در طول بازه زمانی نشان داده شده به تدریج کاهش یافته است.

گروه آموزشی ماز

غلظت مولی



۹۴- نمودار مقابل، روند تغییر غلظت مواد در واکنش تجزیه ترکیب B به ماده A را نشان می‌دهد. با توجه به

این نمودار، سرعت متوسط واکنش از ابتدا تا انتهای کار برابر با چند $mol \cdot L^{-1} \cdot min^{-1}$ می‌شود؟

- (۱) ۰/۰۸
- (۲) ۰/۰۲
- (۳) ۰/۱۶
- (۴) ۰/۰۴

(متوسط - مسئله - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۱



در طول بازه ۱۵۰ ثانیه، غلظت ماده A به اندازه ۰/۸ مول بر لیتر تغییر کرده و از صفر مول بر لیتر به ۰/۸ مول بر لیتر رسیده است. در طول همین بازه زمانی، غلظت ماده B نیز از ۱ مول بر لیتر به ۰/۴ مول بر لیتر رسیده است؛ پس می‌توان گفت تغییر غلظت این ماده برابر با ۰/۶ مول بر لیتر بوده است. با توجه به توضیحات داده شده، داریم:

$$\Delta[A] = 0.8 \text{ mol} \cdot L^{-1} \quad \Delta[B] = -0.6 \text{ mol} \cdot L^{-1}$$

در واکنش‌های شیمیایی، تغییر غلظت هر ماده متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده است. با توجه به تغییر غلظت این دو ماده، می‌توان گفت معادله واکنش شیمیایی انجام شده به صورت $4A \rightarrow 3B$ است. با توجه به معادله این واکنش شیمیایی، سرعت متوسط آن را در طول بازه زمانی بین صفر تا ۱۵۰ ثانیه محاسبه می‌کنیم.

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\Delta[A]}{\text{ضریب} \times \Delta t} = \frac{0.8 \text{ mol} \cdot L^{-1}}{4 \times 150 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}}} = 0.8 \text{ mol} \cdot L^{-1} \cdot \text{min}^{-1}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، سرعت متوسط این واکنش برابر با ۰/۰۸ مول بر لیتر بر دقیقه است.

رابطه سرعت مصرف یا تولید مواد با ضریب استوکیومتری آنها:

می‌دانیم که شیب نمودار مول-زمان برای هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده در معادله موازنه شده‌ی واکنش است. به عبارت دیگر، اگر ضریب استوکیومتری شرکت‌کننده‌ها یکسان نباشد، سرعت متوسط آن‌ها نیز متفاوت از یکدیگر خواهد بود. شیمی‌دان‌ها برای درک آسان‌تر روند پیشرفت واکنش‌های مختلف در واحد زمان، از یک مفهوم کاربردی به نام سرعت متوسط واکنش استفاده می‌کنند. سرعت متوسط واکنش، از تقسیم سرعت متوسط مصرف یا تولید هر یک از مواد شرکت‌کننده در واکنش مورد نظر بر ضریب استوکیومتری آن ماده به دست می‌آید. به عنوان مثال، در واکنش شیمیایی نمادین $2A(g) + 3B(g) \rightarrow C(g) + 2D(g)$ ، برای محاسبه‌ی سرعت متوسط واکنش در بازه‌ی زمانی Δt به روش زیر عمل می‌کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{|\Delta n_A|}{\nu_A \Delta t} = \frac{|\Delta n_B|}{\nu_B \Delta t} = \frac{|\Delta n_C|}{\nu_C \Delta t} = \frac{|\Delta n_D|}{\nu_D \Delta t} \implies \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{R_A}{\nu_A} = \frac{R_B}{\nu_B} = \frac{R_C}{\nu_C} = \frac{R_D}{\nu_D}$$

یکاهای مورد استفاده برای بیان سرعت متوسط واکنش‌ها مشابه به یکاهای مورد استفاده برای بیان سرعت متوسط مصرف یا تولید مواد مختلف است.

گروه آموزشی ماز

۹۵- کدام یک از عبارات‌های زیر نادرست است؟

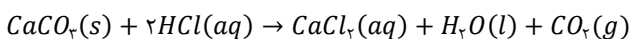
- (۱) اضافه کردن آب به ظرف واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید، باعث کاهش سرعت واکنش می‌شود.
- (۲) همه فراورده‌های حاصل از واکنش کلسیم کربنات با هیدروکلریک اسید، نمودار غلظت-زمان صعودی دارند.
- (۳) با توجه به چهره آشکار ردپای غذا، حدود ۳۰٪ غذای فراهم شده در جهان، به مصرف نرسیده و به زباله تبدیل می‌شود.
- (۴) فلزهای قلیایی ۱ الکترون ظرفیتی داشته و با افزایش شعاع اتمی آن‌ها، سرعت واکنش این فلزها با آب سرد افزایش می‌یابد.

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ: گزینه ۲



معادله واکنش کلسیم کربنات با محلول هیدروکلریک اسید به صورت زیر است:



از بین فراورده‌های حاصل از این واکنش، نمودار غلظت-زمان $CO_2(g)$ و $CaCl_2(aq)$ صعودی ولی نمودار غلظت-زمان برای $H_2O(l)$ ثابت است. توجه داریم که غلظت مواد جامد (s) و مایع خالص (l) مقدار ثابتی است و در واکنش‌ها با گذشت زمان تغییر نمی‌کند. در واقع، مقدار غلظت این مواد در طول زمان ثابت باقی می‌ماند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ اضافه کردن آب به ظرف واکنش تجزیه محلول هیدروژن پراکسید (H_2O_2)، باعث کاهش غلظت این ماده و در نتیجه کاهش سرعت واکنش تجزیه آن می‌شود. توجه داریم که هیدروژن پراکسید به گاز اکسیژن و آب تجزیه می‌شود. محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید (در نقش کاتالیزگر)، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد.

۳ ردپای ایجاد شده در صنایع غذایی، دو چهره پنهان و آشکار دارد که به شرح زیر هستند:

✓ چهره آشکار ردپای غذا: سالانه حدود ۳۰٪ از منابع غذایی که در جهان فراهم می‌شود به مصرف نمی‌رسد و قبل از مصرف، به زباله تبدیل شده و یا از بین می‌رود. این در حالی است که به ازای هر هفت نفر در جهان، یک نفر گرسنه است.

✓ چهره پنهان ردپای غذا: یکی از چهره‌های پنهان این ردپا، شامل همه منابعی می‌شود که در تهیه غذا از آغاز تا سر سفره سهم داشته‌اند. مدیریت منابع، نیروی انسانی برای تولید و تأمین مواد اولیه و انرژی، فراوری، ابزار و دستگاه‌های مورد نیاز، بسته بندی، حمل و نقل، آب و انرژی مصرفی و زمین‌های بایر از جمله این منابع هستند. چهره پنهان دیگر این ردپا، تولید گازهای گلخانه‌ای به ویژه گاز کربن دی‌اکسید است.

۴ فلزهای قلیایی، معادل با عناصر فلزی موجود در گروه اول جدول دوره‌ای هستند. در گروه اول جدول دوره‌ای، فلزهای قلیایی لیتیم (Li)، سدیم (Na)، پتاسیم (K)، روبیدیم (Rb)، سزیم (Cs) و فرانسیم (Fr) وجود دارند. با افزایش شعاع اتمی فلزهای قلیایی از بالا به پایین در گروه اول جدول تناوبی، میزان واکنش پذیری این فلزها افزایش یافته و در نتیجه سرعت واکنش فلزها با آب سرد افزایش پیدا می‌کند. توجه داریم که فلزهای قلیایی بطور کلی به شدت با آب سرد واکنش می‌دهند و طی این فرایند، یک محلول بازی به همراه گاز هیدروژن تولید می‌شود.

سلام دوست مازی من!

امیدوارم که حالت خیلی خیلی خوب باشه و آخرین ماه از این سال شمسی رو به خوبی شروع کرده باشی! داریم به کنکور اردیبهشت‌ماه نزدیک و نزدیک‌تر میشیم و با توجه به اینکه امسال، کنکور اردیبهشت‌ماه برای بار اولی هست که داره در کشور برگزار میشه، شما باید با یک برنامه‌ریزی خیلی دقیق و حساب شده خودتون رو برای این کنکور آماده کنید. مطمئن باش که اگر یک استراتژی خیلی دقیق و منطقی برای مطالعه درس‌ها در طول دو ماه آینده داشته باشی، در کنکور میتونی یک نتیجه خیلی خوب بگیری و سال دیگه، همین موقع‌ها، داری درباره تجربیات این روزهای خودت با بچه‌های کنکوری سال‌های بعد صحبت میکنی! بدون شک، برنده‌های کنکور امسال کسایی هستن که برای انجام هرکاری، یک استراتژی منطقی و یک برنامه‌ریزی درست دارن ...

بچه‌ها دقت کنید که ایام باقیمانده تا کنکور اردیبهشت، شامل روزها بسیاری مهمی میشن و شما نتیجه تلاش درست و اصولی در این دوران رو به وضوح در کنکور خودتون خواهید دید! هرچی به کنکور نزدیک‌تر میشیم، اهمیت روزها برامون بیشتر میشن و برای گرفتن یک نتیجه خوب، باید تلاش خیلی بیشتری بکنیم! مطابق با برنامه آزمون‌های ماز، سه هفته آینده بازه بسیار مهمی برای شما به حساب میاد چون باید سعی کنید درس‌های خودتون رو در طول این مدت تموم کنین و دوران جمع‌بندی خودتون رو هرچه زودتر آغاز کنید! سعی کنید برای این ایام یک برنامه دقیق و منطقی بریزید و بر اساس اون جلو برید. دقت کنید که زود تموم کردن درس‌ها الزاما مهم نیست و خوب تموم کردن اون‌ها، قطعاً اهمیت خیلی بیشتری داره!

توجه کنید که فصل ۴ کتاب شیمی دوازدهم، به طور کلی شامل ۳ بخش میشه! در بخش اول، مفاهیم مربوط به انرژی فعال‌سازی بررسی شده، در بخش دوم مفاهیم مربوط به تعادل بررسی شده و در بخش سوم هم مطالبی از بحث شیمی آلی مطرح شده! بخش‌های اول و سوم، مطالب خیلی خوش‌دستی رو شامل میشن و حتی بخش زیادی از نکات اون‌ها، در سایر فصل‌های شیمی هم تکرار شده! سعی کنید این بخش‌ها رو خیلی خوب بخونید و با حل تست کافی، تسلط خوبی روی اون‌ها پیدا کنید ...

موفق باشید!

دکتر فرشاد هادیان‌فرد

سلام دوست خوب من!

در آزمون‌های قبل، اطلاعات کلی ارائه شده در صفحه‌های اول و دوم کارنامه آزمون‌های ماز رو به شما معرفی کردیم! در این بخش، می‌خوایم به طور خلاصه اطلاعات موجود در صفحه سوم کارنامه رو بهت معرفی کنیم تا بتونی به خوبی، از این اطلاعات استفاده کنی و آزمون‌های خودت رو با موفقیت تحلیل کنی. در صفحه سوم کارنامه آزمون‌های ماز، هریک دروس به صورت جزئی و بر اساس سرفصل‌های سازنده آن تحلیل شده و وضعیت شما در هر فصل از آن درس به صورت تفکیک شده مشخص می‌شود. این صفحه از کارنامه، حاوی اطلاعات بسیار مهمی بوده و به مقدار زیادی در راستای تحلیل آزمون و بهبود تراز به شما کمک می‌کند.

شیمی

۳ غلط	۸ صحیح	۱۵ تعداد سوال	۵۳.۳۳٪ درصد خام	۴۶.۶۷٪ درصد	فصل ۳ دهم
۲ غلط	۴ صحیح	۱۰ تعداد سوال	۴۰٪ درصد خام	۳۳.۳۳٪ درصد	فصل ۱ دوازدهم
۰ غلط	۳ صحیح	۵ تعداد سوال	۶۰٪ درصد خام	۶۰٪ درصد	فصل ۲ دوازدهم

در صفحه سوم کارنامه، هر درس به سرفصل‌های مختلف سازنده آن تفکیک شده و وضعیت شما در هر بخش مشخص می‌شود. برای مثال، اگر در یک آزمون از ۲ یا ۳ فصل مختلف درس شیمی سوال مطرح شده باشد، در این بخش از کارنامه، وضعیت پاسخ‌گویی شما به سوالات هر فصل مشخص می‌شود. هر فصلی از یک درس که در آن درصد پاسخ‌گویی کمتری داشته باشید، باید در برنامه‌ریزی هفته‌های آینده شما قرار بگیرد تا با مطالعه مجدد آن، وضعیت خود در آن فصل را بهبود ببخشید.

برای مثال، فرض کنید که در یک آزمون، از فصل‌های ۱ و ۲ شیمی دهم سوال مطرح شده است. اگر درصد پاسخ‌گویی شما در فصل ۱ شیمی دهم برابر با ۷۵٪ بوده و درصد پاسخ‌گویی شما در فصل ۲ شیمی دهم برابر با ۲۵٪ باشد، شما باید مطالعه مطالب مربوط به فصل ۲ شیمی دهم را در برنامه‌ریزی هفته‌های آینده خود لحاظ کنید تا در آزمون‌های بعد در کنکور، بتوانید با شرایط بهتری به سوالات این فصل پاسخ بدهید.

دسترسی رایگان به آرشیو آزمون های ماز در سال تحصیلی گذشته

همه دانش آموزان مازی که در سال تحصیلی ۱۴۰۲_۱۴۰۳

در آزمون ماز شرکت می کنند

برای دسترسی به آرشیو کامل سوالات و پاسخنامه آزمون های
ماز در سال گذشته، تنها کافیست سه مرحله زیر را سپری کنید

✓ اپلیکیشن دیجی ماز را از سایت دیجی ماز (digimaze.org)
دانلود کنید.

✓ با شماره تماسی که در سایت ماز حساب کاربری ایجاد کرده اید
در اپلیکیشن دیجی ماز وارد شوید. (نیاز به ثبت نام نیست)

✓ در بخش **(کتاب های من)** فایل آرشیو آزمون ها را دانلود و استفاده کنید.

دانلود نسخه اندروید اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه iOS اپلیکیشن دیجی ماز



دانلود نسخه دسکتاپ اپلیکیشن دیجی ماز



<https://B2n.ir/k43352>

تذکر

برای دانش آموزانی که از این به بعد در آزمون ماز (یا هر محصول ماز که شامل آزمون ماز هست) ثبت نام کنند، حداکثر **ظرف مدت ۵ روز** این آرشیو در اپلیکیشن دیجی ماز فعال می شود.

چرا تراز آزمون‌ها پائینه!

این سوال معمولاً بعد از مشاهده نتیجه آزمون به ذهن خیلی از بچه‌ها می‌آید! اما چرا این اتفاق رخ داده، چه کارهایی لازم هست انجام بدیم که بتونیم پیشرفت کنیم؟! در این مقاله می‌خواهیم عللی را که باعث می‌شوند دانش‌آموزان در آزمون‌ها پیشرفت نکنند را به شما آموزش بدهیم.

۱ روش صحیح مطالعه

گاهی اوقات شما روش صحیح مطالعه دروس را نمی‌دانید یا دروس محاسباتی را در زمان‌هایی قرار می‌دهید که ذهنتان خسته هست و کارایی بالایی ندارید. بهترین راه یادگیری شیوه صحیح مطالعه هر درس و داشتن یک برنامه ریزی درسی درست است. (در این راستا می‌توانید از دوره رایگان قطب نما در سایت ما استفاده کنید.)

۲ فضای مطالعه

فضای مطالعاتی شما بسیار مهم است چون ارتباط مستقیمی با کیفیت مطالعتان دارد. دمای اتاق باید مطلوب باشد نه گرم که خوابتان بگیرد و نه سرد که تمرکزتان را بگیرد. از خانواده بخواهید فضای خانه را برایتان به نحوی در نظر بگیرند تا سروصدا به حداقل خود برسد. تلفن همراه و هر چیزی که باعث می‌شود حواستان پرت شود را باید خارج از فضای مطالعه قرار دهید.

۳ افزایش تسلط با تمرین زیاد

در ابتدا لازم است ساعت مطالعه‌تان را در سطح مطلوبی نگه دارید و به صورت نوسانی مطالعه نداشته باشید. برای افزایش تسلط روی مباحث آزمون لازم است تست‌های فراوانی را حل کنید. با حل تست‌های مختلف می‌توانید متوجه شوید که از نظر طراحان چه نکاتی مهم است و باید در حین مطالعه به چه نکاتی توجه کنید. از حل تست آزمون‌های سال‌های گذشته غافل نشوید. ما برای شما دسترسی آزاد و رایگانی را قرار داده‌ایم که با نصب اپلیکیشن دیجی‌ماز می‌توانید آرشیو آزمون‌ها را دانلود و از آن استفاده کنید.

۴ منابع متناسب با سطح خودتان

بهترین منبع برای شما، منبعی است که بتوانید از پس سوالاتشان بر بیایید و اعتماد بنفستان را از دست ندهید. شما در مرحله اول بهتر است سوالات یک منبع را حل کنید تا سطح تسلطتان افزایش پیدا کند. در مرحله بعدی می‌توانید به سراغ تست‌هایی با سطح بالاتر بروید.

۵ استفاده از استراتژی‌های آزمون

بهتر است زمان حل تست‌ها در منزل مدیریت زمان را تمرین کنید. در ادامه بهتر است تکنیک‌های ضربدر و منزها را نیز تمرین کنید. به کمک این روش‌ها می‌توانید سرعت پاسخگویی خودتان را بالا ببرید و فرصت تست‌های بیشتری را پاسخ بدهید.

در نظر داشته باشید برای افزایش سرعت پاسخگویی به تست‌ها فقط این تکنیک‌ها کمک‌کننده نیست! این تکنیک‌ها به همراه حل تست‌های فراوان به شما کمک می‌کنند تا سرعت عملتان بالا رود.



دوپینگ ماز

معجزه جمع بندی

- ✓ پوشش کامل کنکور اردیبهشت + امتحان نهایی + کنکور تیرماه
- ✓ جمع بندی صفر تا صد مطالب پیش روی مبحثی و فصلی
- ✓ سوالات احتمالی و پیش بینی کنکور

II مرحله کنکور سراسری ۵ سال اخیر
به همراه پاسخ اختصاصی ماز



آزمون تشریحی شبیه ساز نهایی
(دروس عمومی و اختصاصی)



آزمون های جامع تالیفی ماز
شبیه ساز کنکور ۱۴۰۳



جمع بندی تمام مطالب



دوپینگ دارای ضمانت نامه بازگشت وجه است و در صورت عدم رضایت شما، طبق متن ضمانت نامه، هزینه شما برگشت خواهد یافت.

تکنیک‌ها و روش‌های آزمون دادن

آزمون دادن یکی از مهم‌ترین کارهایی است که دانش‌آموزان در سال کنکور انجام می‌دهند که به‌تراست اصول درست آن را یاد بگیرند و به درستی پیاده کنند. به کمک **گام ۴** پیش‌رو می‌توانید از پس آزمون‌ها بهتر بربیایید.

گام اول : تقسیم زمان

زمان هر درس در ابتدای دفترچه نوشته شده است. شما لازم است آزمون را در ۸۰ درصد از زمان اعلامی تمام کنید.

گام دوم : تست شناسی

شما ۸۰ درصد زمان را لازم دارید و در مواجهه با هر تست، یکی از ۵ حالت زیر اتفاق می‌افتد:

- ① تست را بلد هستید و می‌توانید در زمان مناسب حل کنید.
- ② تست را بلد هستید و زمان زیادی لازم است تا به جواب برسید.
- ③ در حل تست شک دارید، مبحث را فراموش کرده‌اید یا در رسیدن به جواب شک دارید.
- ④ مبحث آن را مطالعه کرده‌اید ولی نمی‌توانید تست را حل کنید.
- ⑤ آن مبحث را مطالعه نکرده‌اید.

گام سوم : استفاده از اطلاعات

تست‌های دسته اول را به سرعت حل کنید.
در دسته دوم و سوم کنار سوال علامت بزنید و اگر وقت اضاف آوردید به آن برگردید.
سوالات دسته چهارم و پنجم را حل نکنید و به سرعت از آن‌ها رد شوید.

گام چهارم : بازگشت

در ۸۰ درصد زمان سوالات را حل کنید. در ۲۰ درصد باقی مانده به سراغ سوالات دسته دوم و سوم بروید. در مدت زمانی که دارید هر تعداد از سوالات را که می‌توانید حل کنید.
در بازگشت به تست‌های دسته دوم و سوم به‌تراست ابتدا به سراغ درسی بروید که در آن تسلط بالاتری دارید.

با تمرین و تکرار این روش‌ها می‌توانید تست‌ها را به درستی شناسایی کنید و تمام سوالات ساده و متوسط را حل کنید.





دیجی ماز ، کتابخانه ی دیجیتال ماز

دیجی ماز به پلتفرم الکترونیکی و آموزشی که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .



دیجی ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه ی کتاب هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببری



تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه



هزینه ی کتاب های الکترونیکی خیلی کمتر از کتاب های چاپ شده است



یک بار هر کتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب، بهش دسترسی کامل داری!



سری کتاب های تارگان ماز منتشر شد

کامل ترین سلاح هر کنکوری

تهیه ی کتاب تارگان ریاضی و فیزیک،

هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه ی کتاب ها از طریق [سایت digimaze.org](http://digimaze.org)