

آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه دهم

مرحله هفتم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

تاریخ برگزاری: ۱۰/ اسفند/ ۱۴۰۳

بودجه بندی دروس

ریاضی (۱)	هندسه (۱)
فصل ۵ صفحه ۹۴ تا ۱۱۷	فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۵۴ تا ۶۴
فیزیک (۱)	شیمی (۱)
فصل ۴ (تا ابتدای روش های انتقال گرما) صفحه ۸۳ تا ۱۱۱	فصل ۲ (از ابتدای چه بر سر هواکره می آوریم؟) صفحه ۶۶ تا ۸۴

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضی	۲۰	۱	۲۰	۳۵ دقیقه
هندسه	۱۰	۲۱	۳۰	۲۰ دقیقه
فیزیک	۲۰	۳۱	۵۰	۳۰ دقیقه
شیمی	۲۰	۵۱	۷۰	۲۵ دقیقه
مجموع	۷۰ سؤال			۱۱۰ دقیقه

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سوالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سوالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سوالات کنکور سراسری طراحی می شود.

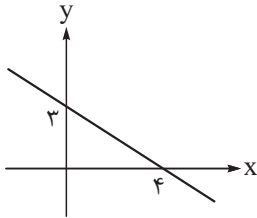


ریاضی دهم

۱- هرگاه $f = \{(2, 3n^2 - 1), (1, 4), (3, \frac{1}{n}), (2, 2n), (n, 2)\}$ تابع باشد، حاصل ضرب اعضای برد f کدام است؟

- (۱) ۲۴ (۲) ۱۶ (۳) -۱۶ (۴) -۲۴

۲- نمودار تابع خطی $y = f(x)$ به شکل زیر است. دامنه تعریف $y = \sqrt{6 - f(x-1)}$ به صورت $[a, +\infty)$ است. $f(a)$ کدام است؟



- (۱) $-\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{21}{4}$ (۳) $\frac{3}{4}$ (۴) $-\frac{21}{4}$

۳- نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, 6)$ و $(3, 6)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض k قطع می‌کند. اگر برد تابع برابر $[4, +\infty)$ باشد مقدار k کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۲ (۳) ۸ (۴) ۹

۴- تابع خطی گذرنده از نقاط $A(2, 5)$ و $B(-1, -4)$ است. هرگاه $y = af(x) + 4x$ تابع ثابت باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) -۳ (۲) -۵ (۳) -۴ (۴) -۶

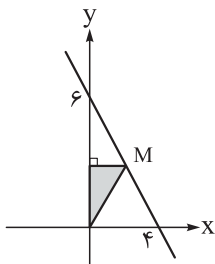
۵- فرض کنید f تابعی خطی با دامنه $[-1, 3]$ و برد $[1, 9]$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $f(2)$ کدام است؟

- (۱) ۱۴ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۰

۶- اگر $f(x)$ تابع خطی باشد به طوری که $y = f(x) + \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$ برای $x > 0$ همانی باشد، کدام تابع ثابت است؟

- (۱) $y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$, $x > 0$ (۲) $y = f(x) - \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$, $x < 2$ (۳) $y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$, $x > 2$ (۴) $y = f(x) - \sqrt{4x^2 - 12x + 9}$, $x < 3$

۷- در شکل زیر مساحت مثلث رنگی را به صورت تابعی بر حسب طول نقطه M نوشته‌ایم، ضابطه آن کدام است؟



$$S(x) = \frac{1}{4}x(12 - 4x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 2 \quad (1)$$

$$S(x) = \frac{1}{2}x(12 - 3x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 4 \quad (2)$$

$$S(x) = \frac{1}{2}x(6 - 4x) \quad , \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}x(12 - 3x) \quad , \quad 0 \leq x \leq 4 \quad (4)$$

محل انجام محاسبات

۸- اگر f تابعی خطی باشد و دامنه تعریف تابع $y_1 = \sqrt{f(x) - 4x}$ برابر \mathbb{R} و دامنه تعریف $y_2 = \sqrt{5x - f(x)}$ بازه $[2, +\infty)$ باشد، مقدار $f(3)$ کدام است؟

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۲ (۳) ۱۳ (۴) ۱۴

۹- اگر تابع $f(x) = (ax + 3)(x + b) + 4x^2$ را k واحد در امتداد محور عرض‌ها انتقال دهیم، به یک تابع همانی می‌رسیم، k کدام است؟

- (۱) $k = \frac{2}{3}$ (۲) $k = -\frac{2}{3}$ (۳) $k = -\frac{3}{2}$ (۴) $k = \frac{3}{2}$

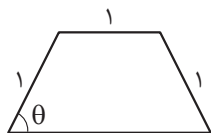
۱۰- اگر تابع $f(x) = 4a + (b - 2)x$ ثابت و تابع $g(x) = 4bx - (2a + 1)x$ همانی باشد، مقدار $f(a) + g(b)$ چه عددی است؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۴

۱۱- اشتراک دامنه و برد تابع $y = 3 - \sqrt{2 - |x|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲- مساحت دوزنقه شکل مقابل، تابعی از θ است، ضابطه این تابع کدام است؟



- (۱) $\sin \theta(1 + \cos \theta)$ (۲) $\cos \theta(1 + \sin \theta)$
(۳) $\sin \theta(1 - \cos \theta)$ (۴) $\cos \theta(1 - \sin \theta)$

۱۳- اگر تابع $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + a\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ در بازه $[x_1, +\infty)$ تابع ثابت باشد، مقدار a چه عددی است؟

- (۱) -۱ (۲) ۲ (۳) -۲ (۴) ۱

۱۴- نمودار تابع $f(x) = |x|$ را سه واحد به راست و چهار واحد به پایین انتقال می‌دهیم. مساحت محدود به نمودار جدید با محور x ها چه قدر است؟

- (۱) ۱۸ (۲) ۹ (۳) ۱۶ (۴) ۸

۱۵- اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x + a + 2b & x \geq -3 \\ -x - 2a + b & x < -3 \end{cases}$ را سه واحد در امتداد محور x ها به راست انتقال دهیم، بر نمودار

تابع $y = |x|$ منطبق می‌گردد. مقدار $f(5a)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۹ (۳) ۸ (۴) ۱۵

محل انجام محاسبات

۱۶- $f(x) = x^2 + 4x$ مفروض است. نمودار توابع $y_1 = f(x-3)$ و $y_2 = f(x) + 3$ در نقطه‌ای با کدام عرض یکدیگر را قطع می‌کنند؟

- (۱) ۲ (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) صفر

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ 3 & 0 < x \leq 2 \\ -x + 3 & x > 2 \end{cases}$$

۱۷- نمودار تابع قطعه‌ای $f(x)$ از کدام ناحیه مختصات عبور نمی‌کند؟

- (۱) اول (۲) دوم (۳) سوم (۴) چهارم

۱۸- با کدام انتقال، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = |x+4| - 1$ بر نمودار تابع همانی منطبق می‌گردد؟

- (۱) یک واحد بالا (۲) ۳ واحد راست (۳) ۳ واحد چپ (۴) یک واحد پایین

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x+a & x \geq 0 \end{cases}$$

۱۹- اگر $f(4) = f(-4)$ باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) -۱۶ (۳) -۲۴ (۴) ۸

۲۰- برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 3x+k & x \leq 0 \end{cases}$ چهار عدد صحیح را شامل نمی‌شود. با فرض صحیح بودن k ، مجموع این چهار عدد کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) -۳

- (۳) -۱۰ (۴) -۶

هندسه دهم

۲۱- عکس کدام یک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

- (۱) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به هر قاعده، هم‌اندازه‌اند.
 (۲) در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرهای مساوی یکدیگرند.
 (۳) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل یکدیگرند.
 (۴) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل یکدیگرند.
- ۲۲- یک n ضلعی محدب چهار زاویه 130° دارد و سایر زاویه‌های آن همگی برابر 160° هستند. از دو رأس غیرمجاور این n ضلعی محدب، در مجموع چند قطر می‌گذرد؟

۱۷ (۱) ۱۸ (۲) ۲۳ (۳) ۲۴ (۴)

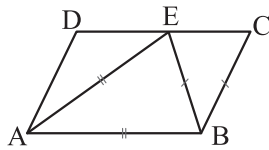
۲۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $\hat{B} = 75^\circ$ و $BC = 12$ است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴)

۲۴- در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه یکی از زوایای حاده 27° درجه است. زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر، چند درجه است؟

۳۳ (۱) ۳۶ (۲) ۴۲ (۳) ۴۵ (۴)

۲۵- در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. اگر AE نیمساز زاویه A ، $AE = AB$ و $BE = BC$ باشد، اندازه زاویه \hat{BAD} چند درجه است؟



۴۵ (۱)

۴۸ (۲)

۶۰ (۳)

۷۲ (۴)

۲۶- در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، $AB = 12$ ، $BC = 8$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه C و D در نقطه O یکدیگر را قطع کنند، مساحت مثلث OCD کدام است؟

۱۶ (۲) $8\sqrt{3}$ (۱)

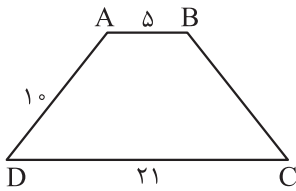
۳۶ (۴) $18\sqrt{3}$ (۳)

۲۷- در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه نظیر وتر برابر ۵ و طول یک ضلع زاویه قائمه برابر ۸ است. فاصله پای ارتفاع نظیر وتر از میانه نظیر وتر کدام است؟

۱/۴۴ (۴) ۱/۳۴۴ (۳) ۱/۲۸ (۲) ۱/۴۲۸ (۱)

محل انجام محاسبات

۲۸- در دوزنقه متساوی الساقین ABCD، فاصله رأس D از خط شامل ضلع BC کدام است؟



(۱) $14/4$

(۲) $12/6$

(۳) $11/5$

(۴) $10/8$

۲۹- در یک متوازی الاضلاع، نیمسازهای زوایای داخلی یکدیگر را روی اضلاع بزرگ تر متوازی الاضلاع قطع کرده اند.

مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد این نیمسازها، چه کسری از مساحت متوازی الاضلاع است؟

(۴) $\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{3}{8}$

(۲) $\frac{1}{4}$

(۱) $\frac{1}{6}$

۳۰- در چهارضلعی ABCD، $AB = CD$ است. اگر وسط قطرهای AC و BD را به ترتیب M و N و وسط اضلاع AD

و BC را به ترتیب P و Q بنامیم، در مورد MN و PQ کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) برهم عمودند ولی برابر نیستند.

(۲) با هم برابرند ولی برهم عمود نیستند.

(۳) با هم برابرند و برهم عمودند.

(۴) وضعیت آنها بستگی به برابری AD و BC دارد.

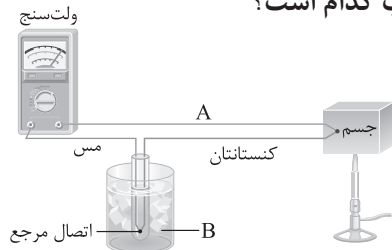
محل انجام محاسبات

فیزیک دهم

۳۱- اگر دمای جسمی بر حسب درجه سلسیوس ۲۵ درصد افزایش یابد، دمای آن 54°F تغییر می‌کند. دمای نهایی جسم چند کلوین است؟

- (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۵۰ (۳) ۳۹۳ (۴) ۴۲۳

۳۲- شکل زیر، طرحی از یک دماسنج ترموکوپل را نشان می‌دهد. A و B به ترتیب کدام است؟



(۱) مس - آب و یخ 0°C

(۲) کستانتان - آب 100°C

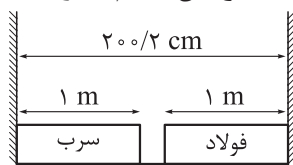
(۳) مس - آب 100°C

(۴) کستانتان - آب و یخ 0°C

۳۳- یک بزرگراه از بخش‌های بتونی با طول ۲۵ m ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای 10°C بتون‌ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری از تاب برداشتن بتون در دمای 50°C ، مهندسان باید چه فاصله‌ای را بر حسب سانتی‌متر بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟ $(\alpha_{\text{بتون}} = 1/4 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$

- (۱) ۲/۱ (۲) ۱/۰۵ (۳) ۲/۸ (۴) ۱/۴

۳۴- دو میله فولادی و سربی بین دو دیواره ثابت قرار دارند. دمای دو میله را چند درجه فارنهایت افزایش دهیم تا دو میله به یکدیگر برسند؟ $(\alpha_{\text{فولاد}} = 1/1 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}, \alpha_{\text{سرب}} = 2/9 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$



(۱) ۱۲۲ (۲) ۵۰

(۳) ۳۲۳ (۴) ۹۰

۳۵- یک میله فولادی بر اثر افزایش دمای 50°C ، طول آن ۰/۰۶ درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای ورقه فولادی را 25°C افزایش دهیم، مساحت آن چند برابر می‌شود؟

- (۱) ۰/۰۰۰۶ (۲) ۰/۰۰۰۳ (۳) ۱/۰۰۰۶ (۴) ۱/۰۰۰۳

۳۶- در مخزنی استوانه‌ای، مقداری بنزین تا ارتفاع ۴ m ریخته شده است. اگر در دمای 95°F ، فاصله بین سطح بنزین تا دهانه ظرف ۱۰ cm باشد، حداقل در چه دمایی بر حسب کلوین، بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ $(\alpha_{\text{بنزین}} = 10^{-3} \frac{1}{\text{K}})$ و از انبساط مخزن صرف نظر شود.

- (۱) ۳۳۳ (۲) ۶۰ (۳) ۳۹۳ (۴) ۱۲۰

۳۷- کره فلزی با شعاع ۲ cm و جرم ۲۵۶ g در دمای 30°C قرار دارد. اگر دمای کره به 80°C برسد، چگالی آن چند کیلوگرم بر متر مکعب و چگونه تغییر می‌کند؟ $(\alpha_{\text{فلز}} = 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}, \pi = 3)$

(۱) ۴ - کاهش می‌یابد. (۲) ۱۲ - کاهش می‌یابد.

(۳) ۴ - افزایش می‌یابد. (۴) ۱۲ - افزایش می‌یابد.

محل انجام محاسبات



۳۸- دمای مقداری آب در فشار 1 atm را از 280 K به 275 K می‌رسانیم. چگالی آب در این فرایند چگونه تغییر می‌کند؟
 (۱) ثابت می‌ماند.
 (۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.
 (۴) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

۳۹- اگر ۲۰ درصد از جرم مایعی کاهش یابد، ظرفیت گرمایی آن 400 واحد SI تغییر می‌کند. ظرفیت گرمایی مایع در حالت جدید، در SI کدام است؟

(۱) 2400

(۲) 2000

(۳) 1600

(۴) 400

۴۰- توان یک گرمکن برقی 750 W است و این گرمکن دمای 160 g از یک مایع را در مدت 40 s از 20° C به 50° C می‌رساند. چند درصد از گرمای گرمکن به مایع رسیده است؟ $(c_{\text{مایع}} = 2/5 \frac{\text{J}}{\text{g.K}})$

(۱) $28/5$

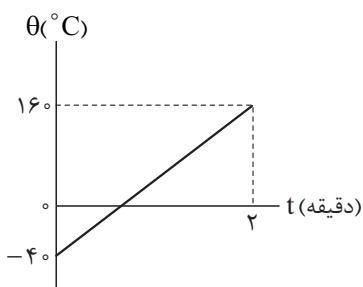
(۲) 40

(۳) 60

(۴) $71/5$

۴۱- نمودار تغییرات دما بر حسب زمان جسمی با جرم 1 kg که توسط دستگاهی با توان ثابت به آن گرما می‌دهیم، مطابق شکل مقابل است. این دستگاه، حداکثر چند گرم یخ 0° C در فشار 1 atm را در مدت 56 s می‌تواند ذوب کند؟ $(L_F = 336 \text{ kJ / kg})$

$c_{\text{جسم}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.



(۱) 4

(۲) 500

(۳) 1

(۴) 250

۴۲- ظرفیت گرمایی گرماسنجی 420 J / K و درون آن 300 g آب با دمای 25° C در حال تعادل است. اگر 200 g آب با دمای 10° C به آب درون گرماسنج اضافه کنیم، دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس می‌شود؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$ و از اتلاف انرژی و مبادله گرما با خارج از مجموعه صرف نظر شود.

(۱) 17

(۲) 16

(۳) 20

(۴) 40

۴۳- برای اندازه‌گیری گرمای ویژه فلزی، قطعه‌ای 200 گرمی از آن را تا 95° C گرم می‌کنیم، سپس آن را در گرماسنجی با ظرفیت گرمایی 180 J / K که حاوی 100 g آب با دمای اولیه 10° C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه 20° C شود، گرمای ویژه این فلز در SI کدام است؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}})$ و از اتلاف انرژی و مبادله گرما با خارج از مجموعه صرف نظر شود.

(۱) 160

(۲) 400

(۳) 520

(۴) 800

محل انجام محاسبات



۴۴- کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

(الف) دمای مایع در طول فرایند تبخیر سطحی، ثابت می ماند.

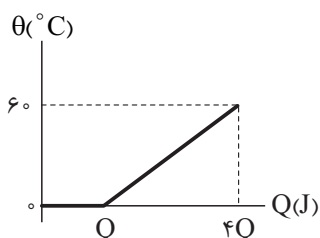
(ب) از دمایا به عنوان حسگرهای گرمایی استفاده می شود.

(پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن، افزایش می یابد.

(ت) در فرایندهای تغییر حالت (تغییر فاز)، انرژی درونی ماده تغییر می کند.

(۱) «الف» و «ت» (۲) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ» (۴) «الف» و «پ»



۴۵- در محفظه عایقی، ۵۰۰g یخ و مقداری آب در فشار ۱ atm در تعادل گرمایی قرار دارند و نمودار تغییرات دمای مجموعه بر حسب گرمای گرفته شده، مطابق شکل روبه رو است. مقدار آب اولیه موجود در ظرف چند گرم بوده است؟

($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ و از اتلاف انرژی و تبادل گرما بین محفظه و سایر اجسام چشم پوشی کنید.)

(۱) ۲۵۰۰ (۲) ۱۰۰۰

(۳) ۱۵۰۰ (۴) ۲۰۰۰

۴۶- در فشار ۱ atm، اگر ۸۰ درصد از حداقل گرمای لازم برای ذوب کردن ۵۰g یخ 0°C را به ۸۰g آب 25°C بدهیم،

دمای آب به چند درجه سلسیوس می رسد؟ ($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2$)

(۱) ۳۵ (۲) ۴۰ (۳) ۶۵ (۴) ۱۵

۴۷- در فشار ۱ atm، مقدار گرمایی که نیمی از ۱ kg یخ 1°C را به آب 0°C تبدیل می کند، حداکثر چند درصد از

۴/۵ kg یخ 4°C را می تواند ذوب کند؟ ($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$)

(۱) ۱۲/۵ (۲) ۲۵

(۳) ۱۱/۸ (۴) ۲۳/۶

۴۸- در یک محفظه، جسمی با جرم ۷۵۰g و دمای 0°C در حال تعادل گرمایی قرار دارد. اگر در این محفظه، مقدار

۳۲g بخار آب 100°C در فشار ۱ atm وارد کنیم، پس از برقراری تعادل گرمایی، چند گرم بخار آب در محفظه باقی

می ماند؟ ($L_V = 2200 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{جسم}} = 0/8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg.K}}$ و در این آزمایش ۶۰۰۰J گرما جذب محفظه شده و جسم تغییر حالت نمی دهد.)

(۱) ۷/۵ (۲) ۲۴/۵

(۳) ۲ (۴) ۳۰

محل انجام محاسبات



۴۹- در یک محفظه، 150 g یخ با دمای 0°C قرار دارد. در فشار یک اتمسفر، چند گرم بخار آب 100°C وارد محفظه کنیم تا در نهایت درون محفظه، آب با دمای 50°C داشته باشیم؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, L_V = 2256 \text{ kJ/kg}, L_F = 336 \text{ J/g})$ و در این آزمایش 1944 J گرما جذب محفظه شده است.

۳۹ (۴)

۴۱ (۳)

۳۴ (۲)

۳۲ (۱)

۵۰- کدام موارد از عبارات‌های زیر، دربارهٔ دماسنج‌ها درست است؟

الف) دماسنج مقاومت پلاتینی، دقت کم‌تری نسبت به دماسنج ترموکوپل دارد.

ب) مزیت استفاده از دماسنج ترموکوپل این است که با دستگاهی که دمای آن را اندازه‌گیری می‌کند، به حالت تعادل گرمایی می‌رسد.

پ) دماسنج بیشینه - کمینه نوعی از دماسنج‌های مایعی است.

ت) دماسنج تابشی براساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می‌کند.

(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

(۴) «پ» و «ت»

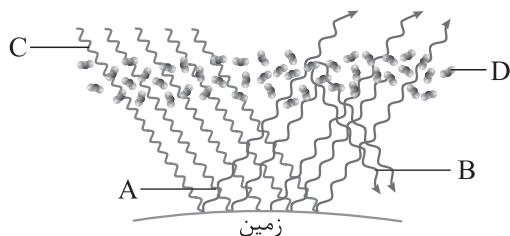
(۳) «ب» و «ت»

محل انجام محاسبات

شیمی دهم

۵۱- با توجه به شکل زیر، درستی یا نادرستی عبارتهای زیر، در کدام گزینه آمده است؟

- طول موج پرتوهای C از طول موج پرتوهای A، کوتاه تر است.
- همه پرتوهای A و C به ترتیب به وسیله مولکولهای D و زمین جذب می شوند.
- با افزایش مقدار مولکولهای D در هواکره، حجم آب اقیانوسها بالاتر می رود.
- لایه پلاستیکی شفاف اطراف گلخانه، با به دام انداختن برخی از پرتوهای A و بازتاب پرتوهای B، میانگین دمای هوای داخل گلخانه را افزایش می دهد.



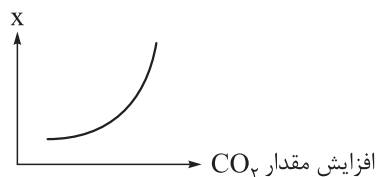
(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

(۲) نادرست - درست - درست - درست

(۳) درست - نادرست - درست - درست

(۴) درست - نادرست - درست - نادرست

۵۲- نمودار زیر مربوط به روند تغییرات کلی چه تعداد از کمیت های زیر (X) نمی تواند باشد؟



• میانگین جهانی سطح آب های آزاد

• میانگین جهانی دمای سطح زمین

• مساحت برف در نیمکره شمالی

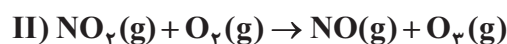
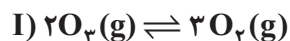
(۱) صفر

(۲) ۳

(۳) ۲

(۴) ۱

۵۳- با توجه به واکنش های زیر، کدام مطلب درست است؟



- (۱) احتمال انجام واکنش (II) در یک روز بارانی بیشتر از یک روز آفتابی است.
- (۲) واکنش (I) در لایه ای از هواکره انجام می شود که روند تغییر دما و فشار در آن، عکس یکدیگرند.
- (۳) قهوه ای رنگ بودن هوای آلوده را می توان به فرآورده نیتروژن دار واکنش (II) نسبت داد.
- (۴) با انجام واکنش (I) در هواکره، درصد حجمی اوزون در هوا بیشتر از درصد حجمی اکسیژن می شود.

۵۴- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- الف) در ساختار همه آلاینده های خارج شده از اگزوز خودروها، اتم اکسیژن وجود دارد.
- ب) یکی از کاربردهای گاز اوزون در صنعت، از بین بردن عاملی است که می تواند سوخت سبز را به مواد ساده تر تجزیه کند.
- پ) به شکل های مختلف مولکولی یا بلوری عنصرها و ترکیبها، آلوتروپ گفته می شود.
- ت) سنگ های متخلخل زیر زمین، مکان مناسبی برای دفن مهم ترین گاز گلخانه ای به حساب می آیند.

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ

(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

محل انجام محاسبات



۵۵- عنصر آنتیموان (Sb) طی واکنش زیر تولید می‌شود:



اگر ۸۵ گرم از ترکیب Sb_2S_3 با m گرم فلز آهن به طور کامل واکنش داده و ۶۱ گرم عنصر آنتیموان تولید شود، m و جرم مولی آنتیموان (بر حسب گرم بر مول) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($S = ۳۲, Fe = ۵۶ : \text{g.mol}^{-1}$)

(۱) ۱۲۲ - ۴۲

(۲) ۲۱ - ۱۵۸

(۳) ۱۵۸ - ۴۲

(۴) ۲۱ - ۱۲۲

۵۶- چند مورد از مطالب زیر در مورد مولکول اوزون، درست است؟

- واکنش پذیری آن از اکسیژن بیشتر است.
- در لایه استراتوسفر، غلظت آن کم تر از گاز اکسیژن است.
- در دمای ۱۳°C ، حالت فیزیکی آن متفاوت با حالت فیزیکی اکسیژن است.
- نسبت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی به جفت‌الکترون‌های ناپیوندی مولکول آن با همین نسبت در مولکول اکسیژن، برابر است.

(۴) ۳

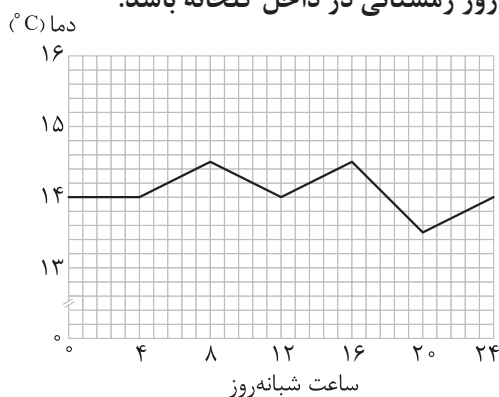
(۳) ۱

(۲) ۲

(۱) ۴

۵۷- کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

الف) در واکنش تبدیل یک مولکول اوزون به یک مولکول اکسیژن و اتم اکسیژن، پیوند یگانه $\text{O} - \text{O}$ شکسته می‌شود.
ب) نمودار زیر می‌تواند مربوط به تغییرات دما در شبانه‌روز و در یک روز زمستانی در داخل گلخانه باشد.



پ) PCl_3 ، فسفر کلرید نام دارد و به عنوان حشره کش می‌توان از آن استفاده کرد.

ت) با تبدیل مولکول اکسیژن و اتم اکسیژن به مولکول اوزون در هواکره، پرتوهای فروسرخ مصرف می‌شود.

(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

(۴) ب - پ

(۳) پ - ت

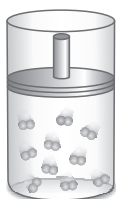
محل انجام محاسبات



۵۸- درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) پلاستیک‌های سبز در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه شده و به طبیعت بازمی‌گردند.
 - (۲) فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به 50° سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.
 - (۳) کربن دی‌اکسید تولیدشده در نیروگاه‌ها را در واکنش با آهک، می‌توان به یک ترکیب آلی تبدیل کرد.
 - (۴) قیمت تمام‌شده تولید پلاستیک‌ها با پایه نفتی در کارخانه، کمتر از پلاستیک‌های زیست‌تخریب‌پذیر است.
- ۵۹- نمونه‌ای $12/8$ گرمی از گاز اکسیژن با دمای 0°C و فشار 1 atm در ظرفی با پیستون روان مطابق شکل داده شده موجود است. اگر در این شرایط، 8 گرم گاز آرگون به ظرف وارد کنیم، حجم ظرف چند میلی‌لیتر خواهد شد؟

($\text{Ar} = 40, \text{O} = 16 : \text{g.mol}^{-1}$)



(۱) ۳۳۶۰

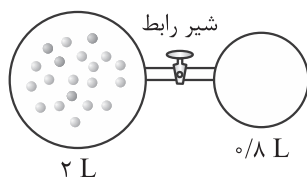
(۲) ۶۷۲۰

(۳) ۴۴۸۰

(۴) ۱۳۴۴۰

۶۰- کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) ساختار هر ماده، تعیین‌کننده خواص و رفتار آن است.
 - (۲) واکنش تولید سولفوریک اسید و نیتریک اسید در صنعت، شامل چندین واکنش گازی متوالی است.
 - (۳) با اکسایش چربی ذخیره‌شده در کوهان شتر، آب مورد نیاز جانور تأمین می‌شود.
 - (۴) در واکنش اکسایش یک ماده برخلاف واکنش سوختن آن، انرژی تولید نمی‌شود.
- ۶۱- در ظرف سمت چپ، مقداری گاز اکسیژن در فشار مشخص و در دمای 312°C موجود است. اگر شیر رابط بین دو محفظه باز شود، دمای مولکول‌های گاز برحسب کلویین در همان فشار، چند درصد افزایش می‌یابد و به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟



(۱) $40 - 819$

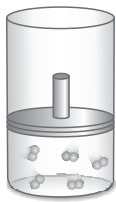

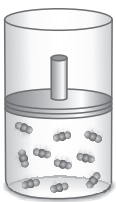
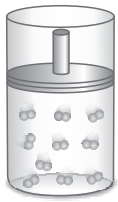

(۲) $40 - 546$

(۳) $60 - 819$

(۴) $60 - 546$

محل انجام محاسبات

۶۲- با توجه به جدول زیر که مربوط به برخی ویژگی‌های چند نمونه گاز در فشار یک اتمسفر و دمای ۲۵ درجه سلسیوس می‌باشد، کدام گزینه درست است؟ ($H = 1, He = 4, C = 12, O = 16, Ne = 20 : g.mol^{-1}$) (هر ذره معادل با ۰/۰۵ مول است).

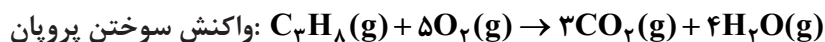
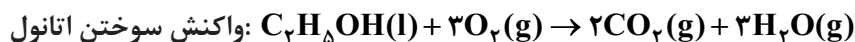
شماره نمونه	۱	۲	۳	۴	۵
گاز	H_2	Ne	CO_2	O_2	He
ظرف محتوی گاز					

(۱) حجم گاز موجود در ظرف ۲، $\frac{1}{4}$ حجم مولی گازها در شرایط STP است.
 (۲) جرم گاز موجود در ظرف ۳، از مجموع جرم گازهای سه ظرف ۱، ۲ و ۵ بیشتر است.
 (۳) با توجه به جدول می‌توان نتیجه گرفت که حجم یک مول از گازهای مختلف در شرایط یکسان، با هم متفاوت است.
 (۴) در جرم برابری از گازهای موجود در ظرف ۱ و ۴ در شرایط یکسان، نسبت حجم گاز اکسیژن به گاز هیدروژن بیشتر از ۱/۰ است.

۶۳- مقدار CO_2 تولیدشده به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، از کدام منبع بیشتر از سایر منابع است؟

- (۱) گرمای زمین
 (۲) باد
 (۳) انرژی خورشیدی
 (۴) گاز طبیعی

۶۴- برای تأمین انرژی یک فرایند، در نیروگاه A از ۹۲۰ کیلوگرم اتانول و در نیروگاه B از ۹۲۰ کیلوگرم پروپان در یک سال استفاده شده است. تفاوت تعداد درخت‌های تنومند لازم برای از بین بردن ردپای کربن دی‌اکسید این دو نیروگاه برای فرایند مورد نظر، در یک سال، کدام است؟ ($H = 1, C = 12, O = 16 : g.mol^{-1}$)، هر درخت تنومند، سالانه ۵۰ کیلوگرم CO_2 را جذب می‌کند.



(۱) ۱۲

(۳) ۳۶

محل انجام محاسبات



۶۵- مقدار برابری از گاز X در سه سیلندر با پیستون روان مطابق شکل زیر موجود است. کدام مورد در رابطه با آن،

درست است؟ (دما در هر سیلندر، ثابت است.)

سیلندر A سیلندر B سیلندر D

۲۰۰ K ۳۰۰ K ۴۰۰ K

- (۱) روند تغییر حجم و دما در شکل داده شده، مشابه روند افزایش حجم بادکنک‌های پر شده از هوا در درون نیتروژن مایع است.
 (۲) اگر مقداری گاز X را وارد سیلندر B کنیم، در دمای ثابت چگالی گاز X ثابت می‌ماند.
 (۳) با بالا کشیدن پیستون در سیلندر A، اگر فشار ثابت بماند، دما کاهش می‌یابد.
 (۴) اگر مقداری گاز X وارد سیلندر D شود، حجم مولکول‌های گاز X افزایش می‌یابد.
- ۶۶- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با واکنش تولید آمونیاک به روش هابر، درست است؟

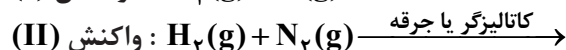
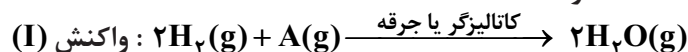
- نقطه جوش فراورده از نقطه جوش هر دو واکنش دهنده بیشتر است.
- فراورده این واکنش به عنوان کود، به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
- نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش دهنده به فراورده در معادله موازنه شده آن برابر ۲ است.
- در حضور کاتالیزگر آهن و در دما و فشار مناسب، واکنش دهنده‌ها به طور کامل به فراورده تبدیل می‌شوند.

۱ (۴) ۲ (۳) ۳ (۲) ۴ (۱)

۶۷- با ورود مقدار کافی گاز اکسیژن به یک ظرف حاوی ۴ مول از گازهای متان و بوتان (C_4H_{10})، مخلوط به طور کامل می‌سوزد. اگر اختلاف حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن متان و بوتان در شرایط STP برابر ۱۹۰/۴ لیتر باشد، درصد مولی گاز متان در مخلوط اولیه چه قدر است؟ (فراورده‌های واکنش سوختن، آب و گاز کربن دی‌اکسید است.)

۱ (۳۷/۵) ۲ (۶۲/۵) ۳ (۴۰/۵) ۴ (۵۹/۵)

۶۸- با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟



- اگر از هوا در پر کردن و تنظیم باد تایر خودرو استفاده شود، مقداری گاز A نیز وارد تایر می‌شود.
- با انجام واکنش (II) در دما و فشار اتاق، مولکولی با ۳ پیوند اشتراکی حاصل می‌شود.
- اگر در واکنش (II)، به جای H_2 از مولکول A استفاده شود، گازی با مولکول‌های دو اتمی در حضور رعد و برق حاصل می‌شود.
- با کاهش دما در مخلوط واکنش دهنده‌های هر دو واکنش، ابتدا گاز A تغییر حالت می‌دهد.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



۶۹- در واکنش اکسایش هر مول گلوکز در بدن، مول گاز تولید می‌شود و اگر اختلاف شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در نمونه‌ای از گلوکز برابر با $10^{22} \times 18/54$ باشد، حجم گاز مصرف‌شده اکسیژن برابر با لیتر است. (حجم هر مول گاز، برابر با ۲۵ لیتر است.)

۱۵ - ۶ (۴)

۱۵ - ۱۲ (۳)

۲۲/۵ - ۶ (۲)

۲۲/۵ - ۱۲ (۱)

۷۰- مطابق جدول زیر، دو نمونه از مخلوط گازی شامل متان (CH_4) و اتیلن (C_2H_4) موجود است. اگر در دما و فشار معین، ۳۰ mL از نمونه (I) با ۷۰ mL گاز اکسیژن به طور کامل بسوزد، در همان دما و فشار، چند میلی‌لیتر گاز اکسیژن برای سوختن کامل ۳۰ mL از نمونه (II) نیاز است؟

نمونه	نسبت حجم متان به اتیلن در مخلوط
I	$\frac{a}{b}$
II	$\frac{b}{a}$

۵۰ (۱)

۶۰ (۲)

۸۰ (۳)

۱۰۰ (۴)

مهم‌ترین ویژگی‌های آزمون‌های خیلی سبز در پایه‌های دهم و یازدهم:

- ۱- برگزاری دست‌کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
- ۲- برگزاری آزمون‌های ویژه برای زمان‌های خاص (میان‌ترم، ترم، پس از عیدو...)
- ۳- امکان جبران عقب‌ماندگی‌ها یا دوره‌مطالب برای تثبیت آن‌ها

پاسخ‌نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی @Kheilisabz_edit در همه پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

پاسخ نامہ آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایہ دہم

مرحلہ ہفتم

رشتہ ریاضی

سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳

تاریخ برگزاری: ۱۰/اسفند/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
ریاضی	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان
ہندسہ	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاہر شعاعی - حسین ہاشمی طاہری - صبا مہدوی
فیزیک	علیرضا عبداللہی - علیرضا گونہ - فرزاد نامی - حامد نبی منصور - محمد مہدی یوسفی چہرقانی
شیمی	یاسر عبداللہی - محمد کھنہ پوشی - امیرمحمد کنگرانی

نام درس	مستعمل درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامہ	کارشناسان علمی	ویراستاران بہ ترتیب حروف الفبا
ریاضی	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع زاده مهرداد کیوان	شقایق راہبریان	سجاد داوطلب شقایق راہبریان	زہرا جالینوسی فرزانہ خاکپاش منصور زرکش اصفہانی
ہندسہ	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانہ خاکپاش	زہرا جالینوسی	منصور زرکش اصفہانی ماہان فنی فر ابوالفضل ناصری
فیزیک	علیرضا گونہ	علیرضا گونہ	محمد جواد سورچی	امیر محمودی انزلی	محمد سادہ مدیا عیدی پارسا مرادی
شیمی	یاسر عبداللہی	محمد کھنہ پوشی	محمد کھنہ پوشی	یاسر عبداللہی	احسان رحیمی ہومن زندگی علیرضا کرمانی

سرپرست محتوایی: فاطمہ آقاچانیپور

ویژہ دہمی ہای ۱۴۰۳



آزمون آزمائشی خلی سیر

الناز علی یاری زاده	سرپرست تولید
نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - راضیه سادات خلدی نسب زہرا صفری - فاطمہ علی اکبری - محیا غنی فرد زہرا فرہادی مہر - محمد محمودی - مریم مسلمی زاده نادرہ نازاوری - ساعدہ نمازی	ویراستاران فنی
مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور	رسام
سحر ازلی تاش - مریم حسین زاده - زہرا داراخانی سپیدہ سخابی - الہام سہرابی - طاہرہ صادق نژاد مائدہ صبری - نیلوفر فرخجستہ - مہدیہ گل پور دریا لطفی - لیلا نعمت پور	صفحه آرایی



هرگاه $f = \{(2, 3n^2 - 1), (1, 4), (3, \frac{1}{n}), (2, 2n), (n, 2)\}$ تابع باشد، حاصل ضرب اعضای برد f کدام است؟

۲۴ (۱)

۱۶ (۲)

-۱۶ (۳)

-۲۴ (۴)

مشاوره اگر Base حل سؤالات تابع بودن یا نبودن زوج مرتبی را یاد بگیرید، متوجه خواهید شد که این سؤالات جزء سؤالات درصدبیار آزمون‌ها هستند.

Hint

دینس Box

در هر تابع زوج مرتبی، زوج مرتب‌های با مؤلفه اول یکسان، مؤلفه دوم یکسان دارند.

در نمایش زوج مرتبی توابع، مؤلفه اول هیچ دو زوج مرتبی نباید یکسان باشد؛ اگر مؤلفه اول دو زوج مرتب یکسان بود، باید مؤلفه دوم آن‌ها نیز برابر باشد. مثال:

$$f = \{(1, a), (5, 3), (4, 6), (1, 2)\}$$

$$\text{تابع } f \Rightarrow a = 2$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** f تابع است و دو زوج مرتب $(2, 3n^2 - 1)$ و $(2, 2n)$ دارای مؤلفه‌های اول برابر هستند. پس باید مؤلفه‌های دومشان نیز برابر باشند:

$$\left. \begin{matrix} (2, 3n^2 - 1) \\ (2, 2n) \end{matrix} \right\} \Rightarrow 3n^2 - 1 = 2n \Rightarrow 3n^2 - 2n - 1 = 0 \xrightarrow{a+b+c=0} n_1 = 1, n_2 = \frac{c}{a} = \frac{-1}{3}$$

گام دوم: یک بار $n = 1$ و بار دیگر $n = \frac{-1}{3}$ را در f قرار می‌دهیم تا به بررسی تابع شدن یا نشدن f در هر حالت بپردازیم:

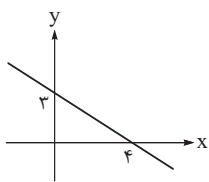
غ.ق. $n = 1 \Rightarrow f = \{(2, 2), (1, 4), (3, 1), (2, 2), (1, 2)\}$ (زیرا دو زوج مرتب با مؤلفه اول یکسان و مؤلفه دوم متفاوت داریم).

غ.ق. $n = \frac{-1}{3} \Rightarrow f = \{(2, \frac{-2}{3}), (1, 4), (3, -3), (2, \frac{-2}{3}), (\frac{-1}{3}, 2)\} \Rightarrow n = \frac{-1}{3}$

گام سوم: حاصل ضرب اعضای برد f برابر است با:

$$f = \{(2, \frac{-2}{3}), (1, 4), (3, -3), (\frac{-1}{3}, 2)\} \xrightarrow{\text{حاصل ضرب}} \frac{-2}{3} \times 4 \times (-3) \times 2 = 16$$

نمودار تابع خطی $y = f(x)$ به شکل زیر است. دامنه تعریف $y = \sqrt{6-f(x-1)}$ به صورت $[\alpha, +\infty)$ است. $f(\alpha)$ کدام است؟



$$\frac{21}{4} \quad (2)$$

$$-\frac{3}{4} \quad (1)$$

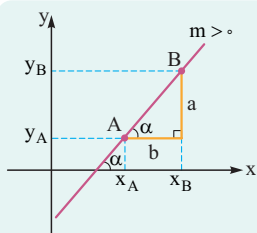
$$-\frac{21}{4} \quad (4)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

با توجه به نمودار، معادله خط f را به دست آورده و در y جای گذاری کنید. دقت کنید که در $y, f(x-1)$ را باید جای گذاری کنید.

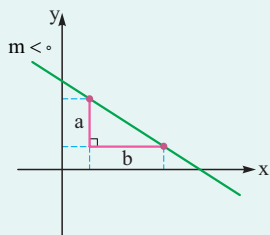
Hint

درس Box



$$\text{شیب خط } AB = m_{AB} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{a}{b} = \tan \alpha$$

اگر شیب خط منفی باشد و مثلثی به صورت مقابل در هر کجای خط درست کنیم، $m = -\frac{a}{b}$ می شود.



$$\text{شیب مثبت: } m = \frac{\text{ارتفاع مثلث}}{\text{طول قاعده}} = \frac{a}{b} \quad \text{شیب منفی: } m = -\frac{\text{ارتفاع مثلث}}{\text{طول قاعده}} = -\frac{a}{b}$$

نوشتن معادله خط: برای به دست آوردن معادله خط نیاز به شیب خط (m) و یک نقطه (x_0, y_0) روی آن داریم. در این صورت معادله خط برابر است با $y - y_0 = m(x - x_0)$.

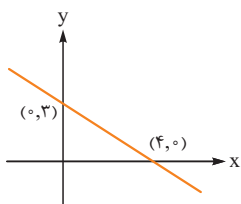
برای نوشتن معادله خطی که از دو نقطه داده شده عبور می کند، اول شیب را به دست می آوریم و بعد با انتخاب یکی از نقطه ها معادله خط را می نویسیم.

$$y = mx + b$$

معادله خطی با شیب m و عرض از مبدأ b (محل برخورد با محور y ها) برابر است با:

تعیین دامنه تابع های رادیکالی

فرد n	زوج n	$\sqrt[n]{\quad}$
همان دامنه را به دست می آوریم.	را حل می کنیم.	دامنه



$$\Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{3 - 0}{0 - 4} = -\frac{3}{4}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{4}(x - 0)$$

$$\Rightarrow y - 3 = -\frac{3}{4}x \Rightarrow y = -\frac{3}{4}x + 3 \Rightarrow f(x) = -\frac{3}{4}x + 3$$

گام اول: در نمودار، دو نقطه از خط f ، داده شده است؛ پس با به دست آوردن شیب

خط، به راحتی می توان معادله خط را نوشت:

پاسخ خیلی تشریحی

گام دوم: $f(x) = \frac{-3}{4}x + 3$ را داریم، پس $f(x-1)$ برابر است با:

$$f(x-1) = \frac{-3}{4}(x-1) + 3 = \frac{-3}{4}x + \underbrace{\frac{3}{4} + 3}_{\frac{15}{4}} = \frac{-3}{4}x + \frac{15}{4}$$

پس $y = \sqrt{6 - f(x-1)}$ برابر است با: $y = \sqrt{6 - (\frac{-3}{4}x + \frac{15}{4})} = \sqrt{6 + \frac{3}{4}x - \frac{15}{4}} = \sqrt{\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}}$

گام سوم: با توجه به این که دامنه y است، پس برای پیدا کردن α ، نیاز داریم که دامنه y را به دست آوریم.

$$y = \sqrt{\frac{3}{4}x + \frac{9}{4}} \xrightarrow{\text{«}\geq\text{ زیر رادیکال}} \frac{3}{4}x + \frac{9}{4} \geq 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x \geq \frac{-9}{4} \Rightarrow x \geq -3$$

پس دامنه y شد: $[-3, +\infty)$ ، بنابراین $\alpha = -3$.

گام چهارم: $f(\alpha)$ برابر است با:

$$f(x) = \frac{-3}{4}x + 3 \Rightarrow f(\alpha) = f(-3) = \frac{-3}{4}(-3) + 3 = \frac{9}{4} + 3 = \frac{21}{4}$$

ریاضیات

نمودار تابعی، یک سهمی است که از نقاط $(1, 6)$ و $(3, 6)$ می‌گذرد و محور y ها را در نقطه‌ای به عرض k قطع می‌کند. اگر برد تابع برابر $(4, +\infty)$ باشد مقدار k کدام است؟

۹ (۴)

۸ (۳)

۱۲ (۲)

۱۰ (۱)

۳

مشاوره نوشتن سریع معادله سهمی در حالت‌های مختلف را حتماً بلد باشید.

Hint

درسی Box

نوشتن معادله سهمی

نکته تکمیلی	ضابطه سهمی	چیزهایی که داریم.	
برای محاسبه a ، مختصات یک نقطه دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.	$y = a(x - x_1)(x - x_2)$	x_1 و x_2 صفرهای سهمی‌اند.	۱
برای محاسبه a ، مختصات یک نقطه دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.	$y = a(x - x_1)^2$	سهمی در x_1 بر محور x ها مماس است.	۲
برای محاسبه a ، مختصات یک نقطه دیگر را در سهمی صدق می‌دهیم.	$y = a(x - x_S)^2 + y_S$	نقطه (x_S, y_S) رأس سهمی است.	۳
با حل ۳ معادله، ۳ مجهول ضرایب را پیدا می‌کنیم. اگر نقطه‌ای به مختصات $(c, 0)$ داشتیم، از آن شروع می‌کنیم.	$y = ax^2 + bx + c$	سه نقطه از سهمی	۴

$$x_S = \frac{x_1 + x_2}{2}$$

طول رأس برابر با میانگین ریشه‌های سهمی است:

نکته

گام اول: با توجه به این که نقاط داده شده، عرض یکسانی دارند، پس x رأس سهمی (x_S) برابر است با میانگین طول دو نقطه:

$$\begin{cases} (1, 6) \\ (3, 6) \end{cases} \Rightarrow \frac{1+3}{2} = \frac{4}{2} = 2$$

عرض رأس سهمی (y_S) هم با توجه به این که برد تابع $(4, +\infty)$ است، برابر است با ۴.

گام دوم: پس طبق مورد (۳) درس باکس، با توجه به داشتن $(x_S, y_S) = (2, 4)$ به راحتی می‌توان معادله سهمی را نوشت.

$$y = a(x - x_S)^2 + y_S \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 4$$

برای به دست آوردن a ، یکی از نقاط داده شده را در معادله قرار می‌دهیم:

$$\xrightarrow{(1, 6) \text{ عضو سهمی}} 6 = a(1 - 2)^2 + 4 \Rightarrow 6 = a + 4 \Rightarrow a = 2$$

پس معادله به صورت $y = 2(x - 2)^2 + 4$ درمی‌آید.

گام سوم: در نقطه‌ای که نمودار، محور y را قطع می‌کند، دارای $x = 0$ است. پس با قراردادن $x = 0$ ، y مورد نظر را به دست می‌آوریم:

$$y = 2(x - 2)^2 + 4 \xrightarrow{x=0} y = 2(0 - 2)^2 + 4 = 2(4) + 4 = 12$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴ تابع خطی گذرنده از نقاط $A(2, 5)$ و $B(-1, -4)$ است. هرگاه $y = af(x) + 4x$ تابع ثابت باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

- ۱) -3 ۲) -5 ۳) -4 ۴) -6

معادله خط f را بنویسید و در تابع ثابت y جای گذاری کنید.

Hint

درسی Box

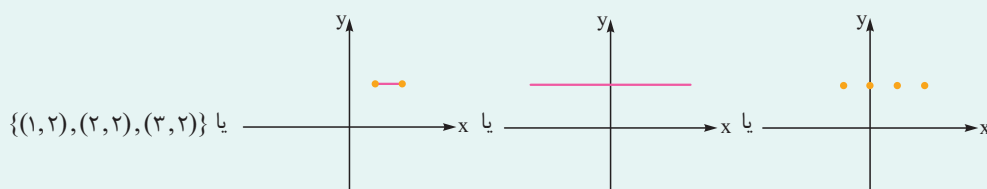
تابع ثابت و همانی

تابع ثابت: تابعی را که در آن تمام عضوهای دامنه به یک عدد خاص نظیر می‌شوند، تابع ثابت می‌گوییم.

۱) ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ (یک عدد) است؛ پس اگر در ضابطه تابع، x دیده شود، باید کاری کنیم تا از بین برود (ضربش را صفر می‌کنیم).

۲) برد تابع ثابت، یک عضو دارد. اگر تابع ثابت را با زوج‌های مرتب نمایش دهیم، مؤلفه دوم همه زوج مرتب‌ها یکسان است.

مثال: همه تابع‌های زیر ثابت هستند (دقت کنید که دامنه تابع هر چه باشد، مهم نیست).



گام اول: با داشتن دو نقطه از خط، معادله خط را می‌نویسیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\begin{cases} A(2, 5) \\ B(-1, -4) \end{cases} \Rightarrow m = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = \frac{-4 - 5}{-1 - 2} = \frac{-9}{-3} = 3$$

نوشتن معادله خط: $y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - 5 = 3(x - 2) \Rightarrow y = 3x - 1 \Rightarrow f(x) = 3x - 1$

گام دوم: تابع داده شده $y = af(x) + 4x$ را می‌سازیم:

$$y = af(x) + 4x \xrightarrow{f(x)=3x-1} y = a(3x - 1) + 4x = 3ax - a + 4x = (3a + 4)x - a$$

گام سوم: چون تابع به دست آمده، تابعی ثابت است، پس ضریب x باید صفر شود:

$$3a + 4 = 0 \Rightarrow 3a = -4 \Rightarrow a = \frac{-4}{3}$$

گام چهارم: $f(a)$ یا همان $f(\frac{-4}{3})$ برابر است با:

$$f(\frac{-4}{3}) = 3(\frac{-4}{3}) - 1 = -4 - 1 = -5$$

فرض کنید f تابعی خطی با دامنه $[-1, 3]$ و برد $[1, 9]$ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $f(2)$ کدام است؟

۱۰ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۴ (۱)

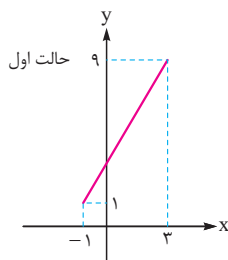


Hint

تابع خطی f را در دو شیب مثبت و منفی در نظر بگیرید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: حالت اول: اگر شیب خط مورد نظر مثبت باشد، معادله خط f برابر است با:



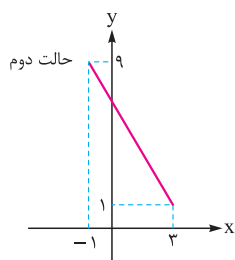
$$\left. \begin{matrix} (-1, 1) \\ (3, 9) \end{matrix} \right\} m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{3 - (-1)} = \frac{8}{4} = 2$$

$$(-1, 1) \in f \xrightarrow{f(x) = 2x + h} \underbrace{f(-1)}_1 = 2(-1) + h \Rightarrow h = 1 + 2 = 3$$

پس معادله خط در حالت اول به صورت $f(x) = 2x + 3$ درآمد که در این صورت $f(2)$ برابر است با:

$$f(2) = 2(2) + 3 = 4 + 3 = 7$$

گام دوم: حالت دوم: اگر شیب خط مورد نظر منفی باشد، معادله خط f برابر است با:



$$\left. \begin{matrix} (3, 1) \\ (-1, 9) \end{matrix} \right\} m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{9 - 1}{-1 - 3} = \frac{8}{-4} = -2$$

$$(3, 1) \in f \xrightarrow{f(x) = -2x + h} \underbrace{f(3)}_1 = -2(3) + h \Rightarrow h = 1 + 6 = 7$$

پس معادله خط در این حالت به صورت $f(x) = -2x + 7$ درمی آید که در این صورت $f(2)$ برابر است با:

$$f(2) = -2(2) + 7 = -4 + 7 = 3$$

گام سوم: مجموع مقادیر ممکن برای $f(2)$ برابر است با:

$$3 + 7 = 10$$

چون تابع f خطی است، پس در صورتی که دامنه و برد تابع معلوم باشد، مجموع مقادیر ممکن برای $f(a)$ که $a \in D_f$ باشد، برابر مجموع ابتدا و انتهای برد تابع است، یعنی داریم: مجموع مقادیر $f(2) = 1 + 9 = 10$

تیزبازی

۶ اگر $f(x)$ تابع خطی باشد به طوری که $y = f(x) + \sqrt{9x^2 + 6x + 1}$ برای $x > 0$ همانی باشد. کدام تابع ثابت است؟

$$y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}, \quad x > 0 \quad (1)$$

$$y = f(x) - \sqrt{4x^2 - 12x + 9}, \quad x < 2 \quad (2)$$

$$y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9}, \quad x > 2 \quad (3)$$

$$y = f(x) - \sqrt{4x^2 - 12x + 9}, \quad x < 3 \quad (4)$$

مشاوره آشنابودن با حالت بسط داده شده اتحادها، به حل سوالات از این دست، کمک زیادی می کند.



Hint

دربسی Box

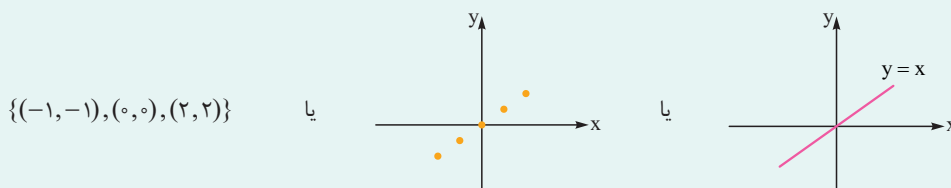
نکته

زیر رادیکال را به صورت اتحاد مربع دو جمله ای نوشته و آن را از زیر رادیکال بیرون بیاورید. حواستان به دامنه های داده شده هم باشد.

تابع همانی: تابعی که به هر عضو دامنه، همان عدد را نسبت بدهد، مثلاً $f(1) = 1$ یا $f(-2) = -2$ یا ...

ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ یا $y = x$ است (نیمساز ناحیه اول و سوم)؛ پس اگر صورت ظاهری تابع به شکل دیگری باشد، باید کاری کنیم که $f(x) = x$ شود.

مثال: همه تابع های زیر همانی هستند (دقت کنید که تابع همانی ممکن است دامنه های مختلفی داشته باشد).



گام اول: طبق فرض سؤال، y برای $x > 0$ همانی است. منتها قبل از بررسی همانی بودن y ، بیایید y را کمی ساده کنیم. اگر کمی

دقت کنید، عبارت زیر رادیکال، گسترده اتحاد مربع دو جمله ای است:

$$y = f(x) + \sqrt{9x^2 + 6x + 1} \Rightarrow y = \underbrace{f(x)}_{ax+b} + \sqrt{(3x+1)^2} = ax + b + \underbrace{|3x+1|}_{\text{به ازای } x > 0 \text{ های مثبت است.}} = ax + b + 3x + 1 = (a+3)x + b + 1$$

گام دوم: پس y به فرم $y = (a+3)x + b + 1$ درآمد. حالا سؤال گفته که y همانی است. پس با توجه به تعریف تابع همانی، ضریب x ، عدد یک و مقدار $b + 1$ باید برابر صفر شود:

$$\text{ضریب } x: a + 3 = 1 \Rightarrow a = -2$$

$$b + 1 = 0 \Rightarrow b = -1$$

گام سوم: پس $f(x)$ به فرم $f(x) = -2x - 1$ درآمد. حالا برای بررسی خواسته سؤال باید تک به تک گزینه ها را با جای گذاری $f(x)$ در آن ها بررسی کنیم:

$$(1) \text{ گزینه } y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Rightarrow y = -2x - 1 + \sqrt{(2x-3)^2} \begin{cases} x > \frac{3}{2}: y = -2x - 1 + 2x - 3 = -4 \\ 0 < x < \frac{3}{2}: y = -2x - 1 - 2x + 3 = -4x + 2 \end{cases}$$

این گزینه به ازای $x > \frac{3}{2}$ تابع ثابت است نه به ازای $x > 0$. زیرا همان طور که مشخص است، به ازای $0 < x < \frac{3}{2}$ این تابع ثابت نیست.

$$(2) \text{ گزینه } y = f(x) - \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Rightarrow y = -2x - 1 - \sqrt{(2x-3)^2} \begin{cases} 2 > x > \frac{3}{2}: y = -2x - 1 - 2x + 3 = -4x + 2 \\ x < \frac{3}{2}: y = -2x - 1 + 2x - 3 = -4 \end{cases}$$

این عبارت به ازای $x < \frac{3}{2}$ تابع ثابت است؛ پس نمی توان گفت که به ازای $x < 2$ نیز تابع ثابت است، زیرا در بازه $\frac{3}{2} < x < 2$ تابع ثابت نخواهد بود.

$$(3) \text{ گزینه } y = f(x) + \sqrt{4x^2 - 12x + 9} \Rightarrow y = -2x - 1 + \sqrt{(2x-3)^2} \Rightarrow x > \frac{3}{2}: y = -2x - 1 + 2x - 3 = -4$$

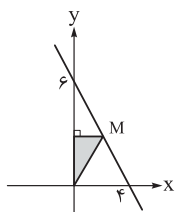
همان طور که مشخص است، این عبارت به ازای $x > \frac{3}{4}$ تابع ثابت است؛ پس به ازای $x > 2$ نیز قطعاً تابع ثابت است.

$$(4) \text{ گزینه } y=f(x)-\sqrt{4x^2-12x+9} \Rightarrow y=-2x-1-\sqrt{\frac{(2x-3)^2}{|2x-3|}} \begin{cases} 3 > x > \frac{3}{4}: y=-2x-1-2x+3=-4x+2 \times \\ x < \frac{3}{4}: y=-2x-1+2x-3=-4 \text{ ثابت} \end{cases}$$

این عبارت به ازای $x < \frac{3}{4}$ ، تابعی ثابت است، ولی نمی توان گفت به ازای $x < 3$ نیز تابع ثابت است، چون همان طور که مشخص

است به ازای $\frac{3}{4} < x < 3$ تابع ثابت نیست.

در شکل زیر، مساحت مثلث رنگی را به صورت تابعی برحسب طول نقطه M نوشته‌ایم، ضابطه آن کدام است؟



$$S(x) = \frac{1}{4}x(12 - 4x), \quad 0 \leq x \leq 2 \quad (1)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}x(12 - 3x), \quad 0 \leq x \leq 4 \quad (2)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}x(6 - 4x), \quad 0 \leq x \leq \frac{3}{2} \quad (3)$$

$$S(x) = \frac{1}{4}x(12 - 3x), \quad 0 \leq x \leq 4 \quad (4)$$



معادله خط را نوشته و طول و عرض نقطه M را با استفاده از یک پارامتر خاص بنویسید.

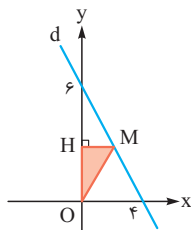


Hint

گام اول: با به دست آوردن معادله خط d ، می‌توانیم مختصات نقطه M را که روی این خط

پاسخ خیلی تشریحی ✓

قرار دارد، مشخص کنیم. دو نقطه از خط d را داریم. پس می‌توان معادله خط را نوشت.



$$\left. \begin{array}{l} (4, 0) \\ (0, 6) \end{array} \right\} m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 0}{0 - 4} = \frac{6}{-4} = \frac{-3}{2}$$

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow (y - 0) = \frac{-3}{2}(x - 4) \Rightarrow y = \frac{-3}{2}x + 6$$

گام دوم: پس مختصات نقطه M که روی خط d است، به صورت $M \left(\begin{array}{l} \alpha \\ \frac{-3}{2}\alpha + 6 \end{array} \right)$ است. مساحت مثلث رنگی برابر است با:

$$S = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{y_M \times x_M}{2}$$

$$S = \frac{\left(\frac{-3}{2}\alpha + 6\right)(\alpha)}{2} = \frac{\left(\frac{-3\alpha + 12}{2}\right)(\alpha)}{2} = \left(\frac{-3\alpha + 12}{4}\right)(\alpha) = \frac{1}{4}(\alpha)(12 - 3\alpha)$$

با توجه به نمودار $0 \leq \alpha \leq 4$.



ریاضیات

اگر f تابعی خطی باشد و دامنه تعریف تابع $y_1 = \sqrt{f(x) - 4x}$ برابر \mathbb{R} و دامنه تعریف $y_2 = \sqrt{5x - f(x)}$ بازه $[2, +\infty)$ باشد، مقدار $f(3)$

کدام است؟

۱۴ (۴)

۱۳ (۳)

۱۲ (۲)

۱۱ (۱)



Hint

فرم کلی معادله خط $(ax + b)$ را نوشته و هر جا $f(x)$ داریم، جای گذاری کنید و با تحلیل دامنه زیر رادیکال مقادیر مجهول را به دست آورید.

دروس Box

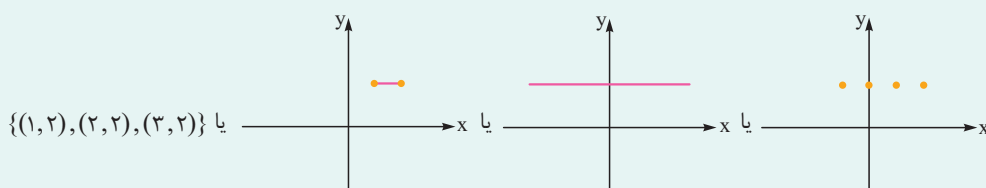
نکته

تابع ثابت، تابعی را که در آن تمام عضوهای دامنه به یک عدد خاص نظیر می شوند، تابع ثابت می گوئیم.

(۱) ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ (یک عدد) است؛ پس اگر در ضابطه تابع، x دیده شود، باید کاری کنیم تا از بین برود (ضربش را صفر می کنیم).

(۲) برد تابع ثابت، یک عضو دارد. اگر تابع ثابت را با زوج های مرتب نمایش دهیم، مؤلفه دوم همه زوج مرتب ها یکسان است.

مثال: همه تابع های زیر ثابت هستند (دقت کنید که دامنه تابع هر چه باشد، مهم نیست).



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** f تابعی خطی است، پس شکل کلی آن به صورت $ax + b$ است. با جای گذاری آن در y_1 داریم:

$$y_1 = \sqrt{f(x) - 4x} = \sqrt{ax + b - 4x} = \sqrt{(a-4)x + b}$$

با توجه به این که دامنه این عبارت برابر \mathbb{R} است، پس ضریب x را باید صفر بگیریم (که با جای گذاری هر x دلخواهی زیر رادیکال منفی نشود).

$$a - 4 = 0 \Rightarrow a = 4$$

گام دوم: با به دست آمدن a ، y_2 به صورت زیر درمی آید:

$$y_2 = \sqrt{5x - f(x)} = \sqrt{5x - ax - b} = \sqrt{5x - 4x - b} = \sqrt{x - b}$$

$$y_2 \text{ دامنه: } x - b \geq 0 \Rightarrow x \geq b$$

گام سوم: دامنه y_2 به صورت روبه رو است:

$$b = 2$$

طبق فرض سؤال دامنه y_2 ، برابر $x \geq 2$ است، پس:

گام چهارم: پس $f(x) = ax + b = 4x + 2$ و $f(3)$ برابر است با:

$$f(3) = 4(3) + 2 = 14$$

۹ اگر تابع $f(x) = (ax + 3)(x + b) + 4x^2$ را k واحد در امتداد محور عرض‌ها انتقال دهیم، به یک تابع همانی می‌رسیم. k کدام است؟

$$k = -\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$k = \frac{2}{3} \quad (1)$$

$$k = \frac{3}{4} \quad (4)$$

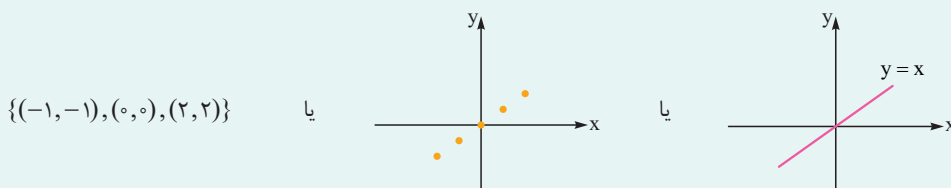
$$k = -\frac{3}{4} \quad (3)$$

$f(x)$ را ساده کرده و با توجه به همانی بودن آن، ضرایب x و x^2 را تحلیل کنید.

تابع همانی: تابعی که به هر عضو دامنه، همان عدد را نسبت بدهد، مثلاً $f(1) = 1$ یا $f(-2) = -2$...

ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ یا $y = x$ است (نیمساز ناحیه اول و سوم)؛ پس اگر صورت ظاهری تابع به شکل دیگری باشد، باید کاری کنیم که $f(x) = x$ شود.

مثال: همه تابع‌های زیر همانی هستند (دقت کنید که تابع همانی ممکن است دامنه‌های مختلفی داشته باشد).



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: تابع f را ساده می‌کنیم:

$$f(x) = (ax + 3)(x + b) + 4x^2 \Rightarrow f(x) = ax^2 + abx + 3x + 3b + 4x^2 = (a + 4)x^2 + (ab + 3)x + 3b$$

گام دوم: حالا f را k واحد در راستای محور عرض‌ها انتقال می‌دهیم. برای این که f تابعی همانی باشد، ضریب x^2 و عدد ثابت باید صفر باشد و ضریب x باید یک باشد:

$$\text{ضریب } x^2: a + 4 = 0 \Rightarrow a = -4$$

$$\text{ضریب } x: ab + 3 = 1 \xrightarrow{a=-4} -4b + 3 = 1 \Rightarrow -4b = -2 \Rightarrow b = \frac{1}{2}$$

$$\text{عدد ثابت: } 3b + k = 0 \Rightarrow k = -3b \xrightarrow{b=\frac{1}{2}} k = -\frac{3}{2}$$

۱۰ اگر تابع $f(x) = 4a + (b-2)x$ ثابت و تابع $g(x) = 4bx - (2a+1)x$ همانی باشد، مقدار $f(a) + g(b)$ چه عددی است؟

۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

۱۰ (۲)

۸ (۱)



Hint راه حل ثابت این گونه سوالات: تحلیل ضریب x ، x^2 و ...

درسی Box

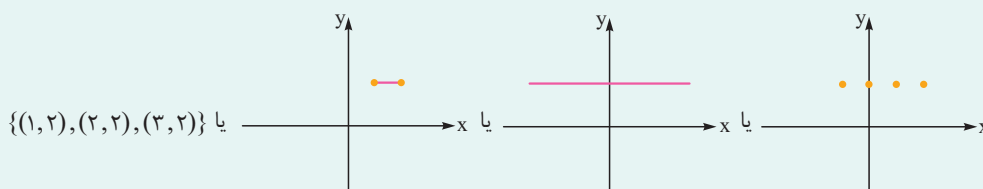
تابع ثابت و همانی

تابع ثابت: تابعی را که در آن تمام عضوهای دامنه به یک عدد خاص نظیر می‌شوند، تابع ثابت می‌گوییم.

(۱) ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ (ک یک عدد) است؛ پس اگر در ضابطه تابع، x دیده شود، باید کاری کنیم تا از بین برود (ضریبش را صفر می‌کنیم).

(۲) برد تابع ثابت، یک عضو دارد. اگر تابع ثابت را با زوج‌های مرتب نمایش دهیم، مؤلفه دوم همه زوج مرتب‌ها یکسان است.

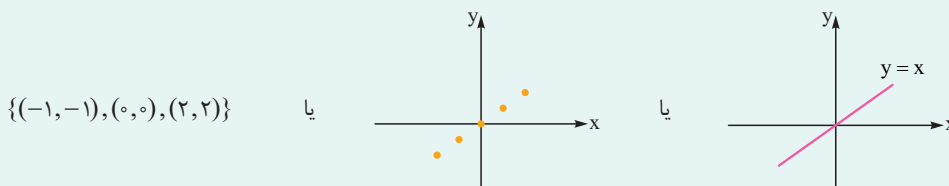
مثال: همه تابع‌های زیر ثابت هستند (دقت کنید این که دامنه تابع هرچه باشد، مهم نیست).



تابع همانی: تابعی که به هر عضو دامنه، همان عدد را نسبت بدهد، مثلاً $f(1) = 1$ یا $f(-2) = -2$...

ضابطه تابع همانی $f(x) = x$ یا $y = x$ است (نیمساز ناحیه اول و سوم)؛ پس اگر صورت ظاهری تابع به شکل دیگری باشد، باید کاری کنیم که $f(x) = x$ شود.

مثال: همه تابع‌های زیر همانی هستند (دقت کنید که تابع همانی ممکن است دامنه‌های مختلفی داشته باشد).



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: f تابعی ثابت است، پس ضریب x باید صفر باشد:

$$f(x) = 4a + (b-2)x \xrightarrow{\text{ضریب } x=0} b-2=0 \Rightarrow b=2$$

g تابعی همانی است، پس ضریب x باید یک و عدد ثابت باید صفر باشد:

$$g(x) = 4bx - (2a+1)x = (4b-2a-1)x \xrightarrow{b=2} g(x) = (7-2a)x \Rightarrow 7-2a=1 \Rightarrow 2a=6 \Rightarrow a=3$$

گام دوم: با به دست آمدن a و b ، توابع f و g را کامل می‌کنیم:

$$f(x) = 4a + (b-2)x \xrightarrow{\substack{a=3 \\ b=2}} f(x) = 12 \Rightarrow f(a) = f(3) = 12$$

$$g(x) = x \Rightarrow g(b) = g(2) = 2$$

گام سوم: مجموع این دو مقدار برابر است با:

$$f(a) + g(b) = f(3) + g(2) = 12 + 2 = 14$$

اشتراک دامنه و برد تابع $y = 3 - \sqrt{2 - |x|}$ شامل چند عدد صحیح است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)

مشاوره برای حل این سؤال، تسلط به نمودار $|x|$ و \sqrt{x} خیلی کمک کننده است.

معادلات و نامعادلات قدرمطلق

درس‌Box

$$|\text{☁}| = |a| \Rightarrow \text{☁} = \pm a$$

$$|\text{☁}| = a \xrightarrow{a > 0} \text{☁} = \pm a$$

$$|\text{☁}| \geq a \xrightarrow{a > 0} \text{☁} \geq a \text{ یا } \text{☁} \leq -a$$

$$|\text{☁}| \leq a \xrightarrow{a > 0} -a \leq \text{☁} \leq a$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: برای به دست آوردن دامنه عبارت رادیکالی $(\sqrt{\text{☁}})$ ، باید زیر رادیکال بزرگتر مساوی صفر باشد. $(\text{☁} \geq 0)$

$$2 - |x| \geq 0 \Rightarrow |x| \leq 2 \Rightarrow -2 \leq x \leq 2 \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$$

گام دوم: برد عبارت داده شده را نیز به صورت زیر به دست می آوریم.

$$|x| \geq 0 \Rightarrow -|x| \leq 0 \Rightarrow 2 - |x| \leq 2 \Rightarrow \sqrt{2 - |x|} \leq \sqrt{2}$$

از طرفی رادیکال همواره بزرگتر یا مساوی صفر است، پس داریم:

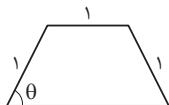
$$0 \leq \sqrt{2 - |x|} \leq \sqrt{2} \xrightarrow{\times (-1)} -\sqrt{2} \leq -\sqrt{2 - |x|} \leq 0$$

$$\xrightarrow{+3} 3 - \sqrt{2} \leq 3 - \sqrt{2 - |x|} \leq 3 \xrightarrow{\text{اعداد صحیح}} y \in \{2, 3\}$$

گام سوم: اشتراک دامنه و برد به دست آمده در گام اول و گام دوم برابر است با:

$$\{-2, -1, 0, 1, 2\} \cap \{2, 3\} = \{2\}$$

پس اشتراک دامنه و برد، شامل یک عضو است.



مساحت دوزنقه شکل مقابل، تابعی از θ است، ضابطه این تابع کدام است؟

۱۲

(۱) $\sin \theta(1 + \cos \theta)$

(۲) $\cos \theta(1 + \sin \theta)$

(۳) $\sin \theta(1 - \cos \theta)$

(۴) $\cos \theta(1 - \sin \theta)$



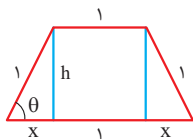
مشاوره در این گونه سوالات (منظورم سؤالاتی هست که عبارتی رو باید برحسب یک زاویه بنویسید.) اولین سعی شما در حل سؤال، ساختن یک مثلث قائم الزاویه و استفاده از نسبت‌های مثلثاتی باشد.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی

ارتفاع دوزنقه را کشیده و یک مثلث قائم الزاویه و دارای زاویه θ بسازید.

گام اول: مساحت دوزنقه را برحسب زاویه θ می‌خواهیم. پس در دوزنقه داده شده، خطوط زیر را اضافه کرده و از نسبت‌های مثلثاتی استفاده می‌کنیم.



$$\begin{cases} \sin \theta = \frac{h}{1} = h \\ \cos \theta = \frac{x}{1} = x \end{cases}$$

گام دوم: مساحت دوزنقه برابر است با: $\frac{\text{ارتفاع} \times (\text{مجموع دو قاعده})}{2}$ ، با جای‌گذاری مقادیر به دست آمده داریم:

$$S = \frac{(1+x+x+1) \times h}{2} = \frac{2(1+x) \times h}{2} = (1+x) \times h = (1+\cos \theta) \times \sin \theta$$

۱۳ اگر تابع $f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + a\sqrt{x^2 - 2x + 1}$ در بازه $[x_1, +\infty)$ تابع ثابت باشد، مقدار a چه عددی است؟

۱ (۴)

-۲ (۳)

۲ (۲)

-۱ (۱)



Hint زیر رادیکال‌ها را به صورت اتحاد مربع دوجمله‌ای بنویسید.

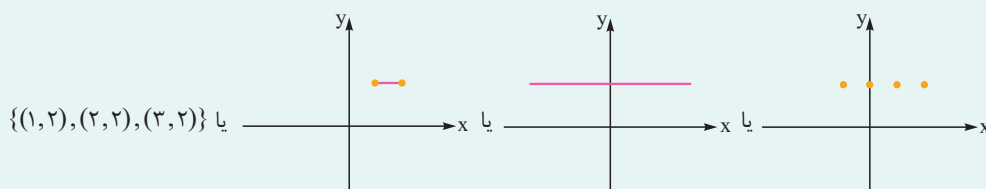
دنبش‌Box

تابع ثابت، تابعی را که در آن تمام عضوهای دامنه به یک عدد خاص نظیر می‌شوند، تابع ثابت می‌گوییم.

۱) ضابطه تابع ثابت $f(x) = k$ (یک عدد) است؛ پس اگر در ضابطه تابع، x دیده شود، باید کاری کنیم تا از بین برود (ضریبش را صفر می‌کنیم).

۲) برد تابع ثابت، یک عضو دارد. اگر تابع ثابت را با زوج‌های مرتب نمایش دهیم، مؤلفه دوم همه زوج مرتب‌ها یکسان است.

مثال: همه تابع‌های زیر ثابت هستند (دقت کنید که دامنه تابع هرچه باشد، مهم نیست).



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: هر کدام از عبارات زیر رادیکال را می‌توان به صورت اتحاد مربع دوجمله‌ای نوشت (از شر رادیکال فاصله شیم):

$$f(x) = \sqrt{4x^2 - 4x + 1} + a\sqrt{x^2 - 2x + 1} = \sqrt{(2x-1)^2} + a\sqrt{(x-1)^2} \Rightarrow f(x) = |2x-1| + a|x-1|$$

گام دوم: با توجه به بازه $[x_1, +\infty)$ که سؤال داده و تابع f ما در آن ثابت است؛ می‌توانیم x_1 را پیدا کنیم:

این تابع به ازای بازه‌های زیر تعریف می‌شود.

$$\left. \begin{array}{l} (1) x \geq 1 \\ (2) \frac{1}{2} \leq x < 1 \\ (3) x < \frac{1}{2} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \text{چون سؤال گفته} \\ [x_1, +\infty) \end{array} \rightarrow \text{پس بازه ۱ رو انتخاب می‌کنیم.}$$

$$f(x) = \underbrace{|2x-1|}_{x \geq \frac{1}{2}} + \underbrace{a|x-1|}_{x \geq 1} \Rightarrow f(x) = 2x-1 + a(x-1) = 2x-1 + ax-a = (2+a)x - a - 1$$

اشتراک $x \geq 1$ یا $[1, +\infty)$

گام سوم: برای آن که f تابع ثابت باشد، ضریب x باید صفر شود. پس:

$$2+a=0 \Rightarrow a=-2$$

نمودار تابع $f(x) = |x|$ را سه واحد به راست و چهار واحد به پایین انتقال می‌دهیم. مساحت محدود به نمودار جدید با محور x ها چه قدر است؟ **۱۴**

- ۱۸ (۱) ۹ (۲)
 ۱۶ (۳) ۸ (۴)

مشاوره تسلط روی رسم نمودارهای مختلف (خط، قدر مطلق، سهمی و ...) در حل خیلی سوالات به شما کمک می‌کند.

Hint برای حل راحت‌تر، نمودار نهایی را رسم کنید.

دکتر Box

تبدیل نمودارها (با شرط $a > 0$ و $b > 0$)

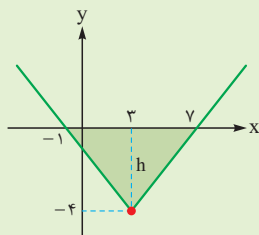
نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی	اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.
a واحد راست	$f(x - a)$	جای x ها، $x - a$ می‌گذاریم.
a واحد چپ	$f(x + a)$	جای x ها، $x + a$ می‌گذاریم.
b واحد بالا	$f(x) + b$	b تا به ضابطه اضافه می‌کنیم.
b واحد پایین	$f(x) - b$	b تا از ضابطه کم می‌کنیم.
نسبت به محور x ها	$-f(x)$	کل ضابطه را قرینه می‌کنیم.
نسبت به محور y ها	$f(-x)$	جای x ها، $-x$ می‌گذاریم.
نسبت به مبدأ	$-f(-x)$	هر دو کار بالا با هم!
نسبت به خط $x = k$	$f(2k - x)$	جای x ها، $2k - x$ می‌گذاریم.
نسبت به خط $y = k$	$2k - f(x)$	کل ضابطه را قرینه می‌کنیم و سپس $2k$ تا به آن اضافه می‌کنیم.

گام اول: با انتقال $f(x) = |x|$ ، 3 واحد به راست، ضابطه به صورت $f(x) = |x - 3|$ درمی‌آید.

با انتقال $f(x) = |x - 3| - 4$ ، 4 واحد به پایین، ضابطه به صورت $f(x) = |x - 3| - 4$ درمی‌آید.

گام دوم: برای سهولت در به دست آوردن مساحت محدود به نمودار با محور x ها،

نمودار را رسم می‌کنیم:



ارتفاع مثلث رسم‌شده به وضوح 4 واحد است.

برای به دست آوردن اندازه قاعده مثلث، نیاز داریم تا نقاط تقاطع نمودار با محور افقی را به دست آوریم. (پس y را صفر می‌گذاریم و x های تقاطع را به دست می‌آوریم.)

$$y = |x - 3| - 4 \xrightarrow{y=0} |x - 3| - 4 = 0 \Rightarrow |x - 3| = 4 \Rightarrow x - 3 = \pm 4 \Rightarrow x = -1, 7$$

گام سوم: مساحت مثلث برابر است با:

$$S_{\text{مثلث}} = \frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{2} = \frac{4 \times 8}{2} = 16$$

۱۵ اگر نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x+a+2b & x \geq -3 \\ -x-2a+b & x < -3 \end{cases}$ را سه واحد در امتداد محور x ها به راست انتقال دهیم، بر نمودار تابع $y = |x|$ منطبق می‌گردد. مقدار $f(5a)$ کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۹ (۲)
۸ (۳) ۱۵ (۴)

مشاوره گاهی اوقات با داشتن یک دید باز، می‌توان مسئله را با روش بهتری حل کرد. الان کافیه به جای انتقال ۳ واحدی $f(x)$ به راست، $y = |x|$ را ۳ واحد به چپ منتقل کنیم.

Hint $y = |x|$ را ۳ واحد به چپ انتقال دهید.

پاسخ خیلی تشریحی گام اول: $y = |x|$ با انتقال ۳ واحدی به چپ، به صورت $y = |x+3|$ درمی‌آید.

$$y = |x+3|: \begin{cases} x+3 & x \geq -3 \\ -x-3 & x < -3 \end{cases}$$

$$f(x) = \begin{cases} x+a+2b & x \geq -3 \\ -x-2a+b & x < -3 \end{cases}$$

گام دوم: با مقایسه تابع دوضابطه‌ای به دست آمده با صورت سؤال، عبارات معادل هم را برابر قرار می‌دهیم:

$$\begin{cases} a+2b=3 \\ -2a+b=-3 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} a+2b=3 \\ -4a+b=-3 \end{cases} \Rightarrow 5b=3 \Rightarrow b=\frac{3}{5}$$

حالا b را در یکی از دو عبارت جای‌گذاری می‌کنیم:

$$a+2b=3 \xrightarrow{b=\frac{3}{5}} a+2\left(\frac{3}{5}\right)=3 \Rightarrow a=3-\frac{6}{5}=\frac{9}{5}$$

گام سوم: نوبت به دست آوردن $f(5a)$ یعنی همان $f(9)$ می‌رسد. چون ۹ بزرگ‌تر مساوی -3 است، پس از عبارت بالایی در تابع دوضابطه‌ای $f(x)$ استفاده می‌کنیم:

$$f(x) = x+3$$

$$f(9) = 9+3 = 12$$

ریاضیات

۱۶

$f(x) = x^2 + 4x$ مفروض است. نمودار توابع $y_1 = f(x-3)$ و $y_2 = f(x) + 3$ در نقطه‌ای با کدام عرض یکدیگر را قطع می‌کنند؟

۲ (۱)

-۱ (۲)

۱ (۳)

صفر (۴)

مشاوره نکته حل این سؤال، فقط در برابر قراردادن ضابطه دو نمودار در نقطه تقاطع است که پی‌بردن به این نکته، نیازمند تسلط شما بر این مبحث است.



Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

جایی که دو نمودار یکدیگر را قطع می‌کنند، دارای طول و عرض برابر هستند. (در آن نقطه می‌توان ضابطه دو نمودار را برابر هم قرار داد.)

گام اول: هر کدام از y_1 و y_2 را با توجه به ضابطه آن‌ها و همچنین ضابطه $f(x)$ به دست می‌آوریم:

$$y_1 = f(x-3) = (x-3)^2 + 4(x-3) = x^2 - 6x + 9 + 4x - 12 = x^2 - 2x - 3$$

$$y_2 = f(x) + 3 = x^2 + 4x + 3$$

گام دوم: y_1 را برابر y_2 قرار می‌دهیم تا ببینیم این دو نمودار در نقطه‌ای با کدام طول یکدیگر را قطع می‌کنند:

$$x^2 + 4x + 3 = x^2 - 2x - 3 \Rightarrow 6x = -6 \Rightarrow x = -1$$

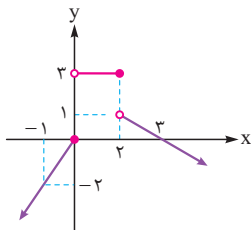
گام سوم: برای پیدا کردن عرض نقطه تقاطع کافی است $x = -1$ را در یکی از ضابطه‌های دو تابع قرار دهیم.

$$y_1 = x^2 - 2x - 3 = (-1)^2 - 2(-1) - 3 = 1 + 2 - 3 = 0$$

نمودار تابع قطعه‌ای $f(x) = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ 3 & 0 < x \leq 2 \\ -x + 3 & x > 2 \end{cases}$ از کدام ناحیه مختصات عبور نمی‌کند؟ **۱۷**

- (۱) اول 
 (۲) دوم
 (۳) سوم
 (۴) چهارم

پاسخ خیلی تشریحی ✓ نمودار تابع چندضابطه‌ای f را به ترتیب در دامنه‌های داده‌شده رسم می‌کنیم:



ضابطه اول: $f(x) = 2x$ در دامنه $x \leq 0$: $\begin{array}{c|c} x & 0 & -1 \\ \hline y & 0 & -2 \end{array}$ (در عدد دادن به x ها، به دامنه دقت کنید. مثلاً در این جا نمی‌توانستیم عدد ۱ بدهیم.)

ضابطه دوم: $f(x) = 3$ در دامنه $0 < x \leq 2$

ضابطه سوم: $f(x) = -x + 3$ در دامنه $x > 2$: $\begin{array}{c|c} x & 2 & 3 \\ \hline y & 1 & 0 \end{array}$

پس همان‌طور که از نمودار رسم‌شده مشخص است، تابع f از ربع دوم عبور نمی‌کند.

۱۸

با کدام انتقال، قسمتی از نمودار تابع $f(x) = |x + 4| - 1$ بر نمودار تابع همانی منطبق می‌گردد؟

(۱) یک واحد بالا

(۲) ۳ واحد راست

(۳) ۳ واحد چپ

(۴) یک واحد پایین

Hint با به دست آوردن ریشه داخل قدرمطلق، تابع را به صورت دوضابطه‌ای نوشته و ادامه حل نیاز به تحلیل دارد.



درسی Box

تبدیل نمودارها (با شرط $a > 0$ و $b > 0$)

نمودار چه می‌شود؟	نماد ریاضی	اتفاقی که برای ضابطه می‌افتد.
a واحد راست	$f(x - a)$	جای xها، $x - a$ می‌گذاریم.
a واحد چپ	$f(x + a)$	جای xها، $x + a$ می‌گذاریم.
b واحد بالا	$f(x) + b$	b تا به ضابطه اضافه می‌کنیم.
b واحد پایین	$f(x) - b$	b تا از ضابطه کم می‌کنیم.
نسبت به محور xها	$-f(x)$	کل ضابطه را قرینه می‌کنیم.
نسبت به محور yها	$f(-x)$	جای xها، $-x$ می‌گذاریم.
نسبت به مبدأ	$-f(-x)$	هر دو کار بالا با هم!
نسبت به خط $x = k$	$f(2k - x)$	جای xها، $2k - x$ می‌گذاریم.
نسبت به خط $y = k$	$2k - f(x)$	کل ضابطه را قرینه می‌کنیم و سپس $2k$ تا به آن اضافه می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ضابطه تابع را با حذف قدرمطلق ساده‌تر می‌کنیم. (این‌طوری تحلیل همه‌پی برامون راحت‌تره.)

$$f(x) = \underbrace{|x + 4|}_{x = -4} - 1 \begin{cases} x + 3 & x \geq -4 \\ -x - 5 & x < -4 \end{cases}$$

گام دوم: در ضابطه بالایی، اگر نمودار ۳ واحد به سمت راست منتقل شود، به جای x، قرار می‌دهیم $x - 3$:

$$f(x) = x + 3 \xrightarrow{x \Rightarrow x-3} f(x) = x - 3 + 3 = x$$

که در این صورت تابع f بر نمودار تابع همانی منطبق می‌شود. برای ضابطه پایینی، هیچ‌وقت این اتفاق نمی‌افتد، زیرا شیب تابع همانی یک است ولی شیب ضابطه پایینی -1 است و بنابراین هیچ‌وقت نمی‌تواند بر این تابع منطبق شود.

گام سوم: پس جواب انتهایی، انتقال نمودار ۳ واحد به سمت راست است که در گزینه (۲) به آن اشاره شده است.

۱۹ اگر $f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x+a & x \geq 0 \end{cases}$ و $f(4) = f(-4)$ باشد، مقدار $f(a)$ کدام است؟

۸ (۴)

-۲۴ (۳)

-۱۶ (۲)

۱۲ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: مقدار تابع را در نقاطی که با هم برابر هستند، می‌نویسیم تا مقدار a به دست آید.

$$f(x) = \begin{cases} 2x & x < 0 \\ x+a & x \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} f(-4) = 2(-4) = -8 \\ f(4) = 4+a \end{cases} \Rightarrow f(4) = f(-4) \Rightarrow 4+a = -8 \Rightarrow a = -12$$

گام دوم: برای به دست آوردن $f(a)$ یا همان $f(-12)$ باید از ضابطه بالایی استفاده کنیم، پس داریم:

$$f(-12) = 2(-12) = -24$$

۲۰. برد تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 & x > 0 \\ 3x+k & x \leq 0 \end{cases}$ چهار عدد صحیح را شامل نمی‌شود. با فرض صحیح بودن k ، مجموع این چهار عدد کدام است؟

(۲) -۳

(۱) -۴

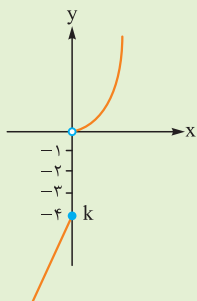
(۴) -۶

(۳) -۱۰



مشاوره سوالی کاملاً تحلیلی. اگر در آزمون موفق به پاسخ‌گویی نشدید، اشکالی ندارد. الان حل آن را خوانده و شیوه حل را یاد بگیرید.

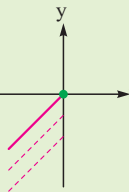
پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: هر یک از توابع داده‌شده را در دامنه مورد نظر رسم می‌کنیم:



ضابطه اول x^2 در $x > 0$.

ضابطه دوم: $3x+k$ در $x \leq 0$: برای رسم این ضابطه، با توجه به نداشتن مقدار k ، می‌دانیم که شیب مثبت است و باید در $x \leq 0$

رسم شود. مثلاً این طوری. حالا چون برد این تابع دوضابطه‌ای، یه تعدادی عدد صحیح را شامل نمی‌شود، پس



باید از k یا همان عرض از مبدأ، در y های کوچک‌تر از صفر و با فاصله ۴ تا عدد صحیح از مبدأ باشد.

گام دوم: این چهار عدد برابر شدند با صفر، -۱، -۲، و -۳ که مجموع این چهار عدد برابر است با:

$$\text{مجموع} = 0 - 1 - 2 - 3 = -6$$

۲۱ عکس کدام یک از قضیه‌های زیر درست نیست؟

- (۱) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به هر قاعده، هم‌اندازه‌اند.
- (۲) در هر دوزنقه متساوی الساقین، قطرهای مساوی یکدیگرند.
- (۳) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مقابل، مکمل یکدیگرند.
- (۴) در هر دوزنقه متساوی الساقین، زاویه‌های مجاور به ساق‌ها، مکمل یکدیگرند.

مشاوره به جملات متن کتاب درسی و صورت قضیه‌ها و عکس آن‌ها دقت کنید. این عبارت‌ها و جملات معمولاً در امتحان نهایی در قالب سؤال‌های درست یا نادرست و یا پر کردن جاهای خالی مطرح می‌شوند.



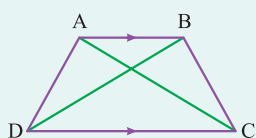
به عکس قضیه‌ها دقت کنید و این‌که کدام ویژگی حالت عمومی داشته و به‌طور کلی به دوزنقه تعلق دارد.

Hint

دوزنقه متساوی الساقین

درس‌Box

دوزنقه‌ای که دو ساق آن مساوی باشند، دوزنقه متساوی الساقین نامیده می‌شود. فرض کنید یک چهار ضلعی دوزنقه متساوی الساقین باشد، در این صورت دو زاویه مجاور به هر قاعده با یکدیگر مساوی و قطرهای با هم برابرند و برعکس.



$$۱) AD = BC \Leftrightarrow \hat{A} = \hat{B}$$

$$۲) AD = BC \Leftrightarrow \hat{C} = \hat{D}$$

$$۳) AD = BC \Leftrightarrow AC = BD$$

با توجه به این‌که در دوزنقه زاویه‌های مجاور به ساق‌ها مکمل یکدیگرند، پس از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \end{cases} \xrightarrow{۲, ۱} \begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases}$$

به بررسی گزینه‌ها می‌پردازیم:

پاسخ خیلی تشریحی

گزینه (۱): عکس قضیه: اگر در یک دوزنقه، زوایای مجاور به هر قاعده هم‌اندازه باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.

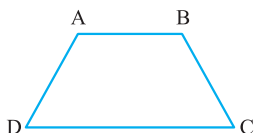
اثبات درستی این قضیه و عکس آن در فعالیت ۷ صفحه ۶۲ کتاب درسی هندسه ۱ بررسی شده است.

گزینه (۲): عکس قضیه: اگر در یک دوزنقه، قطرهای مساوی هم باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.

اثبات درستی این قضیه و عکس آن در فعالیت ۸ صفحه ۶۳ کتاب درسی هندسه ۱ بررسی شده است.

گزینه (۳): عکس قضیه: اگر در یک دوزنقه، هر دو زاویه مقابل، مکمل یکدیگر باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.

اثبات:



$$\begin{cases} \hat{A} + \hat{C} = 180^\circ \\ \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \end{cases} \Rightarrow \hat{C} = \hat{D} \Rightarrow \text{دوزنقه } ABCD \text{ متساوی الساقین است}$$

گزینه (۴): عکس قضیه: اگر در یک دوزنقه، زاویه‌های مجاور به هر ساق، مکمل یکدیگر باشند، آن دوزنقه متساوی الساقین است.

عکس قضیه لزوماً برقرار نیست، چرا که در هر دوزنقه دلخواه نیز زوایای مجاور به ساق‌ها مکمل هم هستند.

یک n ضلعی محدب چهار زاویه 13° دارد و سایر زاویه‌های آن همگی برابر 16° هستند. از دو رأس غیرمجاور این n ضلعی محدب، در

مجموع چند قطر می‌گذرد؟

۱۷ (۱)

۱۸ (۲)

۲۳ (۳)

۲۴ (۴)

مشاوره مسائل و تست‌های ترکیبی

از دو میحث تعداد قطرهای و مجموع زوایای n ضلعی محدب معمولاً از سؤالات پرتکرار چند ضلعی‌ها در آزمون‌های آزمایشی و امتحانات مدارس هستند و امکان طرح این دسته از سؤالات در امتحان نهایی نیز وجود دارد. همچنین در کنکور ریاضی داخل دی ۱۴۰۱ نیز سؤالی در مورد تعداد قطرهای n ضلعی طرح گردیده است.

Hint

به غیرمجاور بودن دو رأس و در نتیجه وجود یک قطر مشترک بین آن‌ها دقت کنید.

دستی Box

۱) از هر رأس یک n ضلعی محدب، $n-3$ قطر می‌گذرد و در نتیجه تعداد قطرهای یک n ضلعی محدب برابر است با:

$$\frac{n(n-3)}{2}$$

۲) مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر $180^\circ \times (n-2)$ است.

۳) مجموع زوایای خارجی هر n ضلعی محدب همواره برابر 360° است.

گام اول: مجموع زوایای داخلی هر n ضلعی محدب برابر $180^\circ \times (n-2)$ است، پس با توجه به فرض سؤال داریم:

$$4 \times 13^\circ + (n-4) \times 16^\circ = (n-2) \times 180^\circ$$

$$\Rightarrow 52^\circ + 16^\circ n - 64^\circ = 180^\circ n - 360^\circ \Rightarrow 2^\circ n = 24^\circ \Rightarrow n = 12$$

گام دوم: از هر رأس یک n ضلعی محدب، $n-3$ قطر می‌گذرد، پس از هر رأس یک دوازده ضلعی محدب، ۹ قطر و از دو رأس در مجموع ۱۸ قطر عبور می‌کند، ولی چون دو رأس غیرمجاور هستند، پس یک قطر مشترک دارند (بین دو رأس، یک قطر وجود دارد) و در نتیجه مجموع تعداد قطرهای گذرنده از این دو رأس برابر ۱۷ است.

به جای استفاده از مجموع زوایای داخلی n ضلعی، می‌توان از مجموع زوایای خارجی آن که همواره برابر 360° است، استفاده کرد. هر زاویه داخلی 13° ، معادل یک زاویه خارجی 5° و هر زاویه داخلی 16° ، معادل یک زاویه خارجی 2° است؛ بنابراین داریم:

$$4 \times 5^\circ + (n-4) \times 2^\circ = 360^\circ \Rightarrow 20^\circ + 2^\circ n - 8^\circ = 360^\circ \Rightarrow 2^\circ n = 24^\circ \Rightarrow n = 12$$

و خواسته سؤال مانند گام دوم روش قبل به دست می‌آید.

پاسخ خیلی تشریحی

به چور دیگه

۲۳ در مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$)، $\hat{B} = 75^\circ$ و $BC = 12$ است. مساحت این مثلث کدام است؟

۱۶ (۱)

۱۸ (۲)

۲۴ (۳)

۳۲ (۴)

مشاوره این سؤال براساس تمرین ۵ صفحه ۶۴ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است و امکان طرح سؤال مشابهی (مرتبط با ویژگی زاویه 15° در مثلث قائم‌الزاویه) در امتحان نهایی نیز وجود دارد.

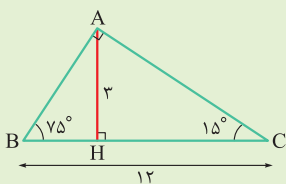
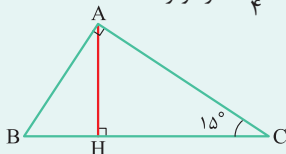
Hint

درسی

دقت کنید که اندازه زاویه C در این مثلث برابر 15° است و از رابطه طول ارتفاع وارد بر وتر استفاده کنید.

اگر مثلث قائم‌الزاویه‌ای یک زاویه 15° داشته باشد، آن‌گاه اندازه ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ اندازه وتر است.

$$\hat{C} = 15^\circ \Rightarrow AH = \frac{1}{4}BC$$



گام اول: در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم: **پاسخ خیلی تشریحی** ✓

$$\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow 90^\circ + 75^\circ + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{C} = 15^\circ$$

بنابراین طول ارتفاع وارد بر وتر در این مثلث، $\frac{1}{4}$ طول وتر است، یعنی داریم:

$$AH = \frac{1}{4}BC = \frac{1}{4} \times 12 = 3$$

گام دوم: مساحت مثلث ABC برابر است با:

$$S_{ABC} = \frac{1}{2}AH \times BC = \frac{1}{2} \times 3 \times 12 = 18$$

در یک مثلث قائم‌الزاویه، اندازه یکی از زوایای حاده ۲۷ درجه است. زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر، چند درجه است؟

۳۳ (۱)

۳۶ (۲)

۴۲ (۳)

۴۵ (۴)

مشاوره اثبات رابطه طول میانه وارد بر وتر که در فعالیت صفحه ۶۰ کتاب درسی هندسه ۱ مورد بررسی قرار گرفته، یکی از سوالات بسیار مهم کتاب درسی است که در امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ نیز مطرح شده است.

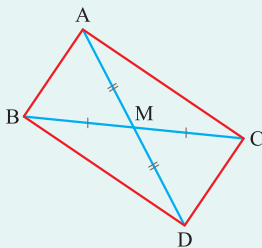
Hint

درس Box

به مثلث‌های متساوی‌الساقین و قائم‌الزاویه موجود در شکل سؤال دقت کنید.

قضیه: اندازه میانه وارد بر وتر در هر مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازه آن وتر است.

مثلث قائم‌الزاویه ABC ($\hat{A} = 90^\circ$) را در نظر بگیرید. میانه AM را رسم کرده و آن را از سمت M به اندازه خودش امتداد می‌دهیم تا نقطه D حاصل شود:



در چهارضلعی $ABDC$ ، قطرها منصف یکدیگرند و $\hat{A} = 90^\circ$ ، پس این چهارضلعی مستطیل است. در مستطیل قطرها برابر یکدیگرند، پس داریم:

$$AD = BC \Rightarrow 2AM = BC \Rightarrow AM = \frac{1}{2}BC$$

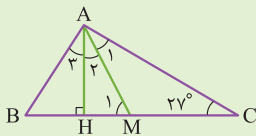
یعنی اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.

زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر در یک مثلث قائم‌الزاویه، برابر است با قدرمطلق تفاضل دو زاویه حاده مثلث.

نکته

گام اول: مطابق شکل فرض کنید AM و AH به ترتیب میانه و ارتفاع وارد بر وتر باشند،

پاسخ خیلی تشریحی ✓



می‌دانیم طول میانه وارد بر وتر، نصف طول وتر است، پس داریم:

$$\triangle AMC : AM = MC = \frac{1}{2}BC \Rightarrow \hat{A}_1 = \hat{C} = 27^\circ$$

$$\triangle AMC : \hat{M}_1 \text{ زاویه خارجی است} : \hat{M}_1 = \hat{A}_1 + \hat{C} = 2 \times 27^\circ = 54^\circ$$

گام دوم: مجموع زوایای داخلی هر مثلث برابر 180° است، پس در مثلث AMH داریم:

$$\hat{A}_r + \hat{M}_1 + \hat{H} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_r + 54^\circ + 90^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A}_r = 36^\circ$$

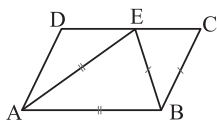
با توجه به نکته موجود در درس باکس داریم:

به‌جور دیگر

$$\hat{C} = 27^\circ \xrightarrow{\hat{A}=90^\circ} \hat{B} = 90^\circ - 27^\circ = 63^\circ$$

$$\text{زاویه بین میانه و ارتفاع وارد بر وتر} = |\hat{B} - \hat{C}| = |63^\circ - 27^\circ| = 36^\circ$$

در شکل زیر، چهارضلعی $ABCD$ متوازی‌الاضلاع است. اگر AE نیمساز زاویه A ، $AE = AB$ و $BE = BC$ باشد، اندازه زاویه



$\hat{B}AD$ چند درجه است؟

۴۸ (۲)

۴۵ (۱)

۷۲ (۴)

۶۰ (۳)



به کمک قضیه خطوط موازی و مورب و مثلث‌های متساوی‌الساقین، رابطه بین زاویه‌ها را بنویسید.

Hint

دربش Box

ویژگی‌های متوازی‌الاضلاع

- (۱) در متوازی‌الاضلاع، هر دو ضلع مقابل هم‌اندازه‌اند و برعکس، اگر در یک چهارضلعی، ضلع‌های مقابل دوجه‌دو هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۲) در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل‌اند و برعکس، هر چهارضلعی که هر دو زاویه مجاور آن مکمل باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- (۳) در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مقابل هم‌اندازه‌اند و برعکس، اگر در یک چهارضلعی، هر دو زاویه مقابل هم‌اندازه باشند، چهارضلعی متوازی‌الاضلاع است.
- (۴) در متوازی‌الاضلاع، قطرهای آن یکدیگر را نصف می‌کنند و برعکس، هر چهارضلعی که قطرهای آن نصف یکدیگر باشند، متوازی‌الاضلاع است.
- (۵) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم‌اندازه و موازی باشند، متوازی‌الاضلاع است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: AE نیمساز زاویه A است، پس فرض می‌کنیم $\hat{BAE} = \hat{EAD} = \alpha$ باشد؛ در این صورت $\hat{A} = 2\alpha$ است. همچنین

اندازه زاویه \hat{ABE} را برابر β در نظر می‌گیریم؛ بنابراین در مثلث متساوی‌الساقین ABE داریم:

$$AE = AB \Rightarrow \hat{AEB} = \hat{ABE} = \beta$$

گام دوم: در مثلث متساوی‌الساقین AEB فرض کنیم $\hat{AEB} = \hat{ABE} = \beta$. در متوازی‌الاضلاع، اندازه زوایای مقابل برابرند؛ پس

$$\hat{C} = \hat{A} = 2\alpha \text{ داریم.}$$

$$\hat{BEC} : BE = BC \Rightarrow \hat{BEC} = \hat{C} = 2\alpha$$

از طرفی طبق قضیه خطوط موازی و مورب داریم:

$$CD \parallel AB \text{ و مورب } BE \Rightarrow \beta = 2\alpha$$

گام سوم: در مثلث AEB داریم:

$$\alpha + \beta + \beta = 180^\circ \xrightarrow{\beta=2\alpha} \alpha + 2\alpha + 2\alpha = 180^\circ \Rightarrow 5\alpha = 180^\circ \Rightarrow \alpha = 36^\circ \Rightarrow \hat{A} = 2\alpha = 72^\circ$$

در متوازی‌الاضلاع $ABCD$ ، $AB = 12$ ، $BC = 8$ و $\hat{A} = 120^\circ$ است. اگر نیمسازهای دو زاویه C و D در نقطه O یکدیگر را قطع

کنند، مساحت مثلث OCD کدام است؟

(۱) $8\sqrt{3}$

(۲) ۱۶

(۳) $18\sqrt{3}$

(۴) ۳۶

مشاوره این سؤال براساس تمرین صفحه ۶۴ طراحی شده است که به ویژگی‌های مرتبط با زوایای 30° ، 45° و 60° در مثلث قائم‌الزاویه می‌پردازد. توجه کنید که نتیجه این تمرین کتاب به کمک نسبت مثلثاتی سینوس یک کمان نیز حاصل می‌شود.

Hint

دربین Box

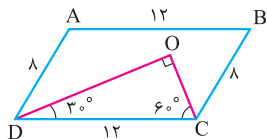
به زوایای 30° و 60° در مثلث OCD توجه کنید.

(۱) اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 30° در یک مثلث قائم‌الزاویه، نصف اندازه وتر است.

(۲) اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 45° در یک مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{2}}{2}$ اندازه وتر است.

(۳) اندازه ضلع روبه‌رو به زاویه 60° در یک مثلث قائم‌الزاویه، $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اندازه وتر است.

گام اول: می‌دانیم در متوازی‌الاضلاع، هر دو زاویه مقابل، برابر یکدیگر و هر دو زاویه مجاور، مکمل یکدیگرند، پس داریم:



$$\hat{A} = 120^\circ \Rightarrow \begin{cases} \hat{C} = 120^\circ \\ \hat{D} = 60^\circ \end{cases}$$

و OD و OC به ترتیب نیمساز زوایای \hat{C} و \hat{D} هستند، پس داریم:

$$\left. \begin{aligned} \hat{OCD} &= \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ \\ \hat{ODC} &= \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \hat{COD} = 180^\circ - (60^\circ + 30^\circ) = 90^\circ$$

گام دوم: مثلث OCD قائم‌الزاویه است. می‌دانیم در مثلث قائم‌الزاویه، اندازه اضلاع روبه‌رو به زوایای 30° و 60° و به ترتیب $\frac{1}{2}$ و $\frac{\sqrt{3}}{2}$ اندازه وتر است، پس داریم:

$$\hat{ODC} = 30^\circ \Rightarrow OC = \frac{1}{2} DC = \frac{1}{2} \times 12 = 6$$

$$\hat{OCD} = 60^\circ \Rightarrow OD = \frac{\sqrt{3}}{2} DC = \frac{\sqrt{3}}{2} \times 12 = 6\sqrt{3}$$

$$S_{OCD} = \frac{1}{2} OC \times OD = \frac{1}{2} \times 6 \times 6\sqrt{3} = 18\sqrt{3}$$

۲۷

در یک مثلث قائم‌الزاویه، طول میانه نظیر وتر برابر ۵ و طول یک ضلع زاویه قائمه برابر ۸ است. فاصله پای ارتفاع نظیر وتر از میانه نظیر وتر

کدام است؟

(۱) $1/428$

(۲) $1/28$

(۳) $1/344$

(۴) $1/44$

مشاوره این سؤال با توجه به رابطه اندازه میانه وارد بر وتر در مثلث قائم‌الزاویه و با الهام از سؤالی از کنکور تجربی داخل ۸۹ طراحی شده است.

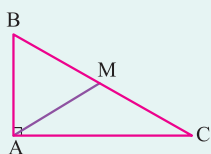


طول عمود رسم شده از پای ارتفاع نظیر وتر بر میانه وارد بر وتر

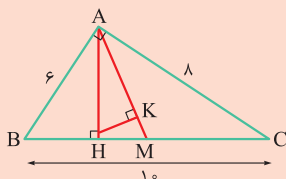
Hint ابتدا طول وتر و سپس طول ضلع قائمه دیگر را پیدا کنید.

(۱) در هر مثلث قائم‌الزاویه اندازه میانه وارد بر وتر، نصف اندازه وتر است.

(۲) اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث قائم‌الزاویه است.



$$\hat{A} = 90^\circ \Rightarrow \text{میانه باشد} \Rightarrow AM = \frac{1}{2} BC$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ **گام اول:** طول میانه وارد بر وتر برابر ۵ است، پس داریم:

$$AM = \frac{1}{2} BC \Rightarrow 5 = \frac{1}{2} BC \Rightarrow BC = 10$$

$$\Delta ABC: AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AB^2 + 8^2 = 10^2 \Rightarrow AB^2 = 36 \Rightarrow AB = 6$$

گام دوم: طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه ABC داریم:

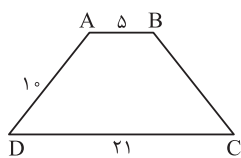
$$AH \times BC = AB \times AC \Rightarrow AH \times 10 = 6 \times 8 \Rightarrow AH = 4/8$$

$$\Delta AMH: MH^2 = AM^2 - AH^2 = 5^2 - (4/8)^2 = (5 - 4/8)(5 + 4/8) = 1/96 \Rightarrow MH = 1/4$$

گام سوم: از نقطه H (پای ارتفاع وارد بر وتر)، عمود HK را بر میانه AM رسم می‌کنیم. طبق روابط طولی در مثلث قائم‌الزاویه AMH داریم:

$$HK \times AM = AH \times MH \Rightarrow HK \times 5 = 4/8 \times 1/4 \Rightarrow HK = 1/344$$

۲۸ در دوزنقه متساوی الساقین ABCD، فاصله رأس D از خط شامل ضلع BC کدام است؟



طول عمود رسم شده از D بر ضلع BC

۱۴/۴ (۱)

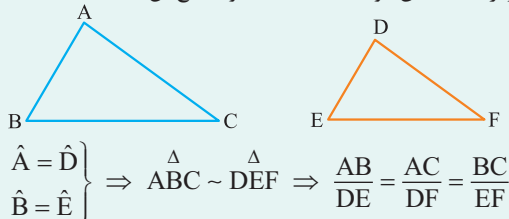
۱۲/۶ (۲)

۱۱/۵ (۳)

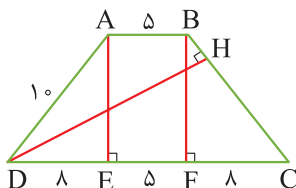
۱۰/۸ (۴)

از رأس D عمودی بر BC رسم کنید و به دنبال مثلثی متشابه با مثلث قائم الزاویه ایجاد شده باشید.

هرگاه دو زاویه از مثلثی نظیر به نظیر با دو زاویه از مثلث دیگری برابر باشند، این دو مثلث متشابه اند و اضلاع آن‌ها متناسب اند.



گام اول: ابتدا از دو رأس A و B، عمودهای AE و BF را بر قاعده CD رسم می‌کنیم. دو مثلث قائم الزاویه AED و BFC هم‌نهشت هستند، پس $DE = CF$ و در نتیجه داریم:



$$DE + EF + CF = DC \Rightarrow DE + AB + DE = DC$$

$$\Rightarrow 2DE = DC - AB \Rightarrow DE = \frac{21 - 5}{2} = 8 \Rightarrow CF = 8$$

پس در مثلث قائم الزاویه BFC، داریم:

گام دوم: از رأس D، عمود DH را بر ساق BC رسم می‌کنیم. دو مثلث قائم الزاویه BFC و DHC در زاویه حاده C مشترک‌اند، پس متشابه‌اند. نسبت اضلاع متناظر را برای دو مثلث می‌نویسیم:

$$\frac{DH}{BF} = \frac{CD}{BC} \Rightarrow \frac{DH}{6} = \frac{21}{10} \Rightarrow DH = \frac{6 \times 21}{10} = 12/6$$

Hint

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی

در یک متوازی‌الاضلاع، نیمسازهای زوایای داخلی یکدیگر را روی اضلاع بزرگ‌تر متوازی‌الاضلاع قطع کرده‌اند. مساحت چهارضلعی حاصل از برخورد این نیمسازها، چه کسری از مساحت متوازی‌الاضلاع است؟

$$\frac{1}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{1}{6} \quad (۱)$$

$$\frac{1}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{3}{8} \quad (۳)$$

مشاوره این سؤال با نگاه به تمرین ۳ صفحه ۶۳ کتاب درسی هندسه (۱) طراحی شده است. حل این تمرین را به خوبی یاد بگیرید، چون می‌تواند یکی از سؤال‌های احتمالی امتحان نهایی باشد.

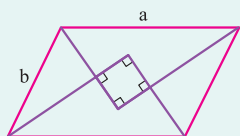
Hint

درسی Box

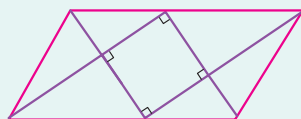
نقاط برخورد نیمسازها که روی دو ضلع بزرگ‌تر متوازی‌الاضلاع هستند را به یکدیگر وصل کنید.

از برخورد نیمسازهای داخلی هر متوازی‌الاضلاع، یک مستطیل حاصل می‌شود. اگر طول و عرض متوازی‌الاضلاع را به ترتیب با a و b نمایش دهیم، آن‌گاه:

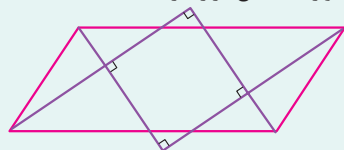
(۱) اگر $a < 2b$ باشد، هر چهار رأس مستطیل درون متوازی‌الاضلاع قرار دارند.



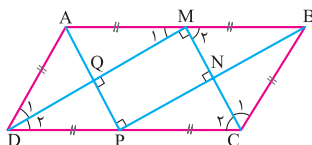
(۲) اگر $a = 2b$ باشد، دو رأس مستطیل درون متوازی‌الاضلاع و دو رأس دیگر روی اضلاع بزرگ‌تر متوازی‌الاضلاع قرار دارند.



(۳) اگر $a > 2b$ باشد، دو رأس مستطیل درون متوازی‌الاضلاع و دو رأس دیگر بیرون متوازی‌الاضلاع قرار دارند.



گام اول: ابتدا نیمسازهای زوایای داخلی متوازی‌الاضلاع ABCD را رسم می‌کنیم. مطابق شکل داریم:



$$AB \parallel DC \text{ و } MD \text{ مورب} \Rightarrow \hat{M}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\hat{D}_1 = \hat{D}_1} \hat{M}_1 = \hat{D}_1 \xrightarrow{\Delta AMD} AM = AD \quad (۱)$$

گام دوم: به طریق مشابه داریم:

$$AB \parallel DC \text{ و } MC \text{ مورب} \Rightarrow \hat{M}_2 = \hat{C}_2 \xrightarrow{\hat{C}_2 = \hat{C}_2} \hat{M}_2 = \hat{C}_2 \xrightarrow{\Delta BMC} BM = BC \quad (۲)$$

با توجه به برابری AD و BC، از روابط (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم: $AM = BM$.

یعنی نقطه M وسط ضلع AB قرار دارد و به روش مشابه می‌توان نشان داد نقطه P وسط ضلع CD واقع است.

گام سوم: نقاط M و P را به یکدیگر وصل می‌کنیم. با توجه به این که $AM = DP$ و $BM = CP$ است، پس هر کدام از دو چهارضلعی AMPD و BMPC متوازی‌الاضلاع هستند. از طرفی می‌دانیم با رسم قطره‌های هر متوازی‌الاضلاع، چهار مثلث هم‌نهشت پدید می‌آید، پس داریم:

$$\left. \begin{array}{l} S_{MPQ} = \frac{1}{4} S_{AMPD} \\ S_{MPN} = \frac{1}{4} S_{BMPC} \end{array} \right\} \xrightarrow{+} S_{MPQ} + S_{MPN} = \frac{1}{4} (S_{AMPD} + S_{BMPC}) \Rightarrow S_{MNPQ} = \frac{1}{4} S_{ABCD}$$

۳۰ در چهارضلعی $ABCD$ ، $AB = CD$ است. اگر وسط قطرهای AC و BD را به ترتیب M و N و وسط اضلاع AD و BC را به ترتیب

P و Q بنامیم، در مورد MN و PQ کدام گزینه همواره درست است؟

(۱) برهم عمودند ولی برابر نیستند.

(۲) با هم برابرند ولی برهم عمود نیستند.

(۳) با هم برابرند و برهم عمودند.

(۴) وضعیت آن‌ها بستگی به برابری AD و BC دارد.

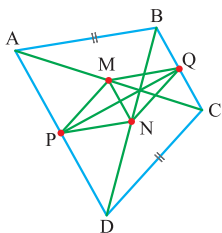
مشاوره این سؤال مشابه تمرین ۷ صفحه ۶۴ کتاب درسی هندسه ۱ طراحی شده است. در تمرین کتاب وسط‌های اضلاع چهارضلعی به‌طور متوالی به هم وصل شده‌اند، ولی در این سؤال وسط دو ضلع مقابل و وسط دو قطر چهارضلعی به هم وصل گردیده‌اند.

Hint

پاسخ خیلی تشریحی ✓

عکس قضیهٔ تالس را در مثلث‌های ایجاد شده به کار ببرید.

گام اول: وسط اضلاع AD و BC و وسط قطرهای AC و BD را مطابق شکل به‌طور متوالی به هم وصل می‌کنیم تا چهارضلعی $MPNQ$ حاصل شود.



در مثلث ADC داریم:

$$\frac{AM}{MC} = \frac{AP}{PD} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} MP \parallel CD \Rightarrow \frac{MP}{CD} = \frac{AM}{AC} = \frac{1}{2} \Rightarrow MP = \frac{1}{2} CD$$

در مثلث BDC داریم:

$$\frac{BN}{ND} = \frac{BQ}{QC} = 1 \xrightarrow{\text{عکس قضیهٔ تالس}} NQ \parallel CD \Rightarrow \frac{NQ}{CD} = \frac{BN}{BD} = \frac{1}{2} \Rightarrow NQ = \frac{1}{2} CD$$

با توجه به روابط فوق نتیجه می‌گیریم $MP = NQ$ و $MP \parallel NQ$ ، یعنی چهارضلعی $MPNQ$ متوازی‌الاضلاع است.

گام دوم: مشابه روابط گام اول داریم $MQ = NP = \frac{1}{2} AB$. از طرفی $AB = CD$ ، پس اضلاع چهارضلعی $MPNQ$ برابر یکدیگرند و در نتیجه این چهارضلعی لوزی است. می‌دانیم قطرهای لوزی برهم عمودند؛ بنابراین $MN \perp PQ$ ، ولی MN و PQ لزوماً برابر نیستند.

اگر دمای جسمی برحسب درجه سلسیوس ۲۵ درصد افزایش یابد، دمای آن 54°F تغییر می‌کند. دمای نهایی جسم چند کلونین است؟

(۱) ۱۲۰

(۲) ۱۵۰

(۳) ۳۹۳

(۴) ۴۲۳



Hint

اول تغییر دما رو برحسب درجه سلسیوس به دست بیار، بعدش با داشتن درصد تغییر دما، دمای اولیه و نهایی رو برحسب درجه سلسیوس حساب کن و در نهایت دمای نهایی رو برحسب کلونین به دست بیار.

درس‌Box

رابطه بین مقیاس دما برحسب کلونین و درجه سلسیوس به صورت زیر است:

دما برحسب کلونین (K)

$$T = \theta + 273$$

دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$)

رابطه بین مقیاس دما برحسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس به صورت زیر است:

دما برحسب درجه فارنهایت ($^{\circ}\text{F}$)

$$F = 1/8\theta + 32$$

دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$)

رابطه تغییر دما برحسب مقیاس‌های درجه سلسیوس، کلونین و درجه فارنهایت به صورت زیر است:

$$\Delta T = \Delta \theta$$

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta = 1/8\Delta T$$

ΔT : تغییر دما برحسب کلونین (K)

$\Delta\theta$: تغییر دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$)

ΔF : تغییر دما برحسب درجه فارنهایت ($^{\circ}\text{F}$)

گام اول: تغییر دما را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم: پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\Delta F = 1/8\Delta\theta \xrightarrow{\Delta F = 54^{\circ}\text{F}} 54 = 1/8\Delta\theta \Rightarrow \Delta\theta = 3^{\circ}\text{C}$$

گام دوم: دمای اولیه و نهایی را برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم. با توجه به درصد افزایش دما برحسب درجه سلسیوس، داریم:

$$\frac{\Delta\theta}{\theta_1} \times 100 = 25 \xrightarrow{\Delta\theta = 3^{\circ}\text{C}} \frac{3^{\circ}}{\theta_1} = 0/25 \Rightarrow \theta_1 = 12^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow{\substack{\Delta\theta = 3^{\circ}\text{C} \\ \theta_1 = 12^{\circ}\text{C}}} 3^{\circ} = \theta_2 - 12^{\circ} \Rightarrow \theta_2 = 15^{\circ}\text{C}$$

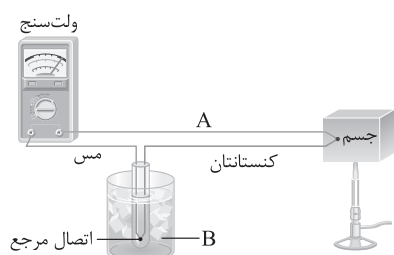
گام سوم: دمای نهایی جسم را برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T_2 = \theta_2 + 273 \xrightarrow{\theta_2 = 15^{\circ}\text{C}} T_2 = 15^{\circ} + 273 = 423 \text{ K}$$

گزینۀ (۲) دمای نهایی را برحسب درجه سلسیوس داده است، نه کلونین! گول نخوری

فیزیک

۳۲ شکل زیر، طرحی از یک دماسنج ترموکوپل را نشان می‌دهد. **A** و **B** به ترتیب کدام است؟



(۱) مس - آب و یخ $^{\circ}\text{C}$

(۲) کنستانتان - آب $^{\circ}\text{C}$

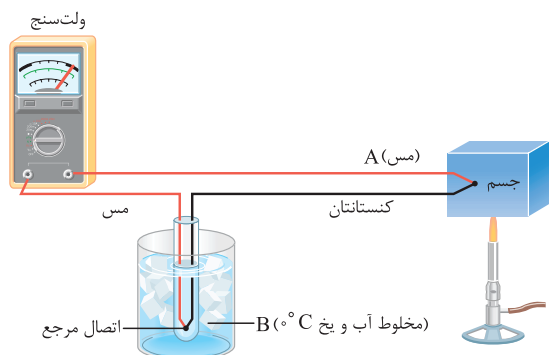
(۳) مس - آب $^{\circ}\text{C}$

(۴) کنستانتان - آب و یخ $^{\circ}\text{C}$

مشاوره شکل دماسنج‌ها رو توی کتاب درسی با دقت یاد بگیر. کنکور نوبت اول رشته تجربی ۱۴۰۳ از دماسنج پیشینه - کمینه سؤال اومد. ممکنه سال دیگه ترموکوپل بیاد. نگفتیا...

مطابق شکل زیر، جنس هر دو سیم متصل به ولت‌سنج یکسان و مس است و اتصال مرجع در مخلوط آب و یخ $^{\circ}\text{C}$ قرار دارد.

✓ پاسخ خیلی تشریحی



فیزیک

۳۳

یک بزرگراه از بخش‌های بتونی با طول ۲۵ m ساخته شده است. این بخش‌ها در دمای 1°C بتون ریزی و عمل آورده شده‌اند. برای جلوگیری

از تاب برداشتن بتون در دمای 5°C ، مهندسان باید چه فاصله‌ای را بر حسب سانتی‌متر بین این قطعه‌ها در نظر بگیرند؟

$$(\alpha_{\text{بتون}} = 1/4 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}})$$

۲/۱ (۱)

۱/۰۵ (۲)

۲/۸ (۳)

۱/۴ (۴)



درس‌Box

اگر دمای جسمی با طول اولیه L_1 به اندازه $\Delta\theta$ تغییر کند، طول آن به اندازه ΔL تغییر می‌کند و رابطه انبساط طولی به صورت زیر است:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta$$

↑
طول اولیه

← تغییر طول

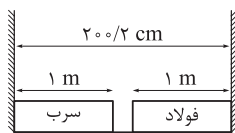
↓
ضریب انبساط طولی ($\frac{1}{\text{K}}$)

تغییر دما بر حسب (K) یا ($^{\circ}\text{C}$)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ کافی است داده‌ها را در رابطه زیر جای‌گذاری کنیم.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta\theta \quad \xrightarrow{L_1 = 25 \text{ m}, \Delta\theta = 5 - 1 = 4^{\circ}\text{C}, \alpha = 1/4 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}} \Delta L = 25 \times 1/4 \times 10^{-5} \times 4 = 1/4 \times 10^{-2} \text{ m} = 1/4 \text{ cm}$$

دو میله فولادی و سری بین دو دیواره ثابت قرار دارند. دمای دو میله را چند درجه فارنهایت افزایش دهیم تا دو میله به یکدیگر برسند؟



$$(\alpha_{\text{سرب}} = 2/9 \times 10^{-5} \frac{1}{K}, \alpha_{\text{فولاد}} = 1/1 \times 10^{-5} \frac{1}{K})$$

۱۲۲ (۱)

۵۰ (۲)

۳۲۳ (۳)

۹۰ (۴)

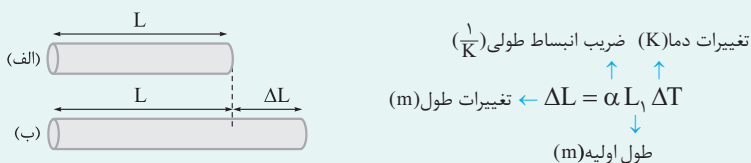


Hint

اول فاصله دو میله از همدیگر رو به دست بیار و برابر با مجموع تغییر طول دو میله قرار بده، بعدش با داشتن طول اولیه میله‌ها و ضریب انبساط طولی دو میله، تغییر دمای میله‌ها را برحسب درجه سلسیوس حساب کن و در نهایت تغییر دما رو برحسب درجه فارنهایت به دست بیار.

درس‌Box

(۱) میله‌ای به طول L را در نظر بگیر (شکل الف)، اگر دمای میله را افزایش دهیم، طول میله هم افزایش پیدا می‌کند (شکل ب)، این افزایش طول (ΔL) به تغییرات دما، طول اولیه و جنس آن بستگی دارد و رابطه آن به صورت زیر است:



تغییرات دما برحسب درجه سلسیوس $\Delta T = \Delta \theta$ (°C) ← تغییرات دما برحسب کلونین (K)

(۲) رابطه تغییر دما برحسب درجه فارنهایت با تغییر دما برحسب درجه سلسیوس به صورت زیر است:

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta$$

تغییر دما برحسب °C تغییر دما برحسب °F

گام اول: مجموع تغییر طول دو میله را به دست می‌آوریم. با توجه به این که فاصله اولیه میله‌ها از هم 20 cm است، درمی‌یابیم مجموع

تغییر طول دو میله باید 20 cm باشد تا میله‌ها به هم برسند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\Delta L_{\text{سرب}} + \Delta L_{\text{فولاد}} = 20 \text{ cm} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}$$

گام دوم: طبق رابطه انبساط طولی و با داشتن مجموع تغییر طول دو میله، تغییر دمای دو میله را حساب می‌کنیم:

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \Rightarrow \Delta L_{\text{سرب}} + \Delta L_{\text{فولاد}} = (L_1 \text{ سرب} \alpha_{\text{سرب}} \Delta \theta) + (L_1 \text{ فولاد} \alpha_{\text{فولاد}} \Delta \theta)$$

$$\frac{L_1 \text{ سرب} = L_1 \text{ فولاد} = 1 \text{ m}, \Delta L_{\text{سرب}} + \Delta L_{\text{فولاد}} = 2 \times 10^{-2} \text{ m}}{\alpha_{\text{سرب}} = 2/9 \times 10^{-5} \frac{1}{K}, \alpha_{\text{فولاد}} = 1/1 \times 10^{-5} \frac{1}{K}} \rightarrow 2 \times 10^{-3} = (1 \times 2/9 \times 10^{-5} \times \Delta \theta) + (1 \times 1/1 \times 10^{-5} \times \Delta \theta)$$

$$\Rightarrow 2 \times 10^{-3} = 4 \times 10^{-5} \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 50^\circ \text{C}$$

گام سوم: تغییر دمای دو میله را برحسب درجه فارنهایت به دست می‌آوریم:

$$\Delta F = 1/8 \Delta \theta \xrightarrow{\Delta \theta = 50^\circ \text{C}} \Delta F = 1/8 \times 50 = 90^\circ \text{F}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

یک میله فولادی بر اثر افزایش دمای 5°C ، طول آن 0.06% درصد افزایش می‌یابد. اگر دمای ورقه فولادی را 25°C افزایش دهیم، مساحت آن چند برابر می‌شود؟

(۱) 0.0006

(۲) 0.0003

(۳) $1/0006$

(۴) $1/0003$



Hint

درستی Box

اول فولاد α رو به دست بیار و بعدش ببین با افزایش دمای ورقه فولادی مساحتش چند برابر می‌شه.

اگر دمای یک جسم به اندازه $\Delta\theta$ تغییر کند، درصد تغییر طول و درصد تغییر مساحت آن از رابطه‌های زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{تغییر دما (}^{\circ}\text{C یا K)} & \uparrow \\ \text{درصد تغییر طول} &= \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100 \\ & \downarrow \text{ضریب انبساط طولی (} \frac{1}{\text{K}} \text{)} \\ \text{درصد تغییر مساحت} &= \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta\theta \times 100 \\ & \downarrow \text{ضریب انبساط سطحی (} \frac{1}{\text{K}} \text{)} \end{aligned}$$

گام اول: با توجه به درصد تغییر طول میله فولادی، ضریب انبساط طولی (α) فولاد را به دست می‌آوریم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\text{درصد تغییر طول} = \frac{\Delta L}{L_1} \times 100 = \alpha \Delta\theta \times 100 \Rightarrow 0.06 = \alpha \times 5 \times 100 \Rightarrow \alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$$

گام دوم: درصد تغییر مساحت ورقه فولادی را حساب می‌کنیم:

$$\text{درصد تغییر مساحت} = \frac{\Delta A}{A_1} \times 100 = 2\alpha \Delta\theta \times 100$$

$$\frac{\alpha = 1/2 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}}{\Delta\theta = 25^{\circ}\text{C}} \rightarrow \text{درصد تغییر مساحت} = 2 \times 1/2 \times 10^{-5} \times 25 \times 100 = 0.06$$

بنابراین داریم:

$$0.06 = \frac{A_2 - A_1}{A_1} \times 100 \Rightarrow 0.0006 A_1 = A_2 - A_1 \Rightarrow A_2 = 1.0006 A_1$$

در مخزنی استوانه‌ای، مقداری بنزین تا ارتفاع ۴ m ریخته شده است. اگر در دمای 95°F ، فاصله بین سطح بنزین تا دهانه طرف ۱۰ cm باشد، حداقل در چه دمایی برحسب کلونین، بنزین از ظرف سرریز می‌شود؟ $(\beta_{\text{بنزین}} = 10^{-3} \frac{1}{\text{K}})$ و از انبساط مخزن صرف نظر شود.

دمایی که ظرف لبریز از بنزین می‌شود، چند کلونین است؟

(۱) ۳۳۳

(۲) ۶۰

(۳) ۳۹۳

(۴) ۱۲۰

(۱) حجم بیشتر اجسام با افزایش دما زیاد می‌شود. اگر دمای جامد یا مایع با حجم اولیه V_1 را به اندازه ΔT افزایش بدهیم، حجم جسم به اندازه ΔV افزایش می‌یابد. این افزایش حجم از رابطه زیر به دست می‌آید:

تغییرات دما برحسب کلونین (K)

$$\Delta V = \beta V_1 \Delta T, \Delta T = \Delta \theta \rightarrow (^{\circ}\text{C})$$

ضریب انبساط حجمی $(\frac{1}{\text{K}})$

در رابطه بالا، کافی است یکاهای V_1 و ΔV یکسان باشند.

(۲) رابطه بین دما برحسب کلونین و درجه سلسیوس به صورت زیر است:

دما برحسب کلونین (K)

$$T = \theta + 273$$

دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$)

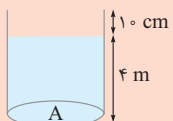
(۳) یکی از یکاهای رایج دما، درجه فارنهایت است. رابطه بین دما برحسب درجه فارنهایت و درجه سلسیوس به صورت زیر است:

دما برحسب درجه فارنهایت ($^{\circ}\text{F}$)

$$F = \frac{9}{5}\theta + 32$$

دما برحسب درجه سلسیوس ($^{\circ}\text{C}$)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ مطابق شکل زیر داریم:



$$V_1 = Ah_1 = A \times 4 = 4A$$

$$\Delta V = A \Delta h = A \times 0.1 = 0.1A$$

$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \Rightarrow 0.1A = 4A \times 10^{-3} \times \Delta \theta \Rightarrow \Delta \theta = 25^{\circ}\text{C}$$

حالا دمای اولیه و دمای نهایی را برحسب درجه سلسیوس حساب می‌کنیم:

$$F = 1.8\theta + 32 \xrightarrow{F_1 = 95^{\circ}\text{F}} 95 = 1.8\theta_1 + 32 \Rightarrow 63 = 1.8\theta_1 \Rightarrow \theta_1 = 35^{\circ}\text{C}$$

$$\Delta \theta = \theta_2 - \theta_1 \xrightarrow{\Delta \theta = 25^{\circ}\text{C}} 25 = \theta_2 - 35 \Rightarrow \theta_2 = 60^{\circ}\text{C}$$

در نهایت دمای نهایی را برحسب کلونین به دست می‌آوریم:

$$T = \theta + 273 \Rightarrow T_2 = 60 + 273 = 333 \text{ K}$$

فیزیک

۳۷

کره فلزی با شعاع ۲ cm و جرم ۲۵۶ g در دمای ۳۰°C قرار دارد. اگر دمای کره به ۸°C برسد، چگالی آن چند کیلوگرم بر متر مکعب و چگونه تغییر می کند؟ ($\pi = 3$ ، $\alpha = 10^{-5} \frac{1}{K}$)

(۱) - کاهش می یابد.

(۲) - کاهش می یابد.

(۳) - افزایش می یابد.

(۴) - افزایش می یابد.



اول چگالی اولیه کره رو به دست بیار. بعدش طبق رابطه $\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta\theta$ تغییرات چگالی رو حساب کن.

رابطه تغییر چگالی جسم جامد با تغییر دما، به صورت زیر است.

تغییر دما ($^{\circ}C$) $\rightarrow \Delta\rho = -\rho_1(\alpha\Delta\theta)$ ← تغییر چگالی (Kg/m^3)

ضریب انبساط طولی ($\frac{1}{K}$) چگالی اولیه (Kg/m^3)

Hint

درس Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: چگالی اولیه کره را به دست می آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{256}{\frac{4}{3} \times 3 \times (2)^3} = \frac{256}{32} = 8 \text{ g/cm}^3 \times \frac{1000 \text{ kg/m}^3}{1 \text{ g/cm}^3} = 8000 \text{ kg/m}^3$$

گام دوم: تغییر چگالی کره را حساب می کنیم:

$$\Delta\rho = -\rho_1\beta\Delta\theta \xrightarrow{\substack{\rho_1=8000 \text{ kg/m}^3 \\ \beta=3\alpha=3 \times 10^{-5} \frac{1}{K}, \Delta\theta=8-30=-22^{\circ}C}} \Delta\rho = -8000 \times 3 \times 10^{-5} \times 22 = -52.8 \text{ kg/m}^3$$

بنابراین چگالی کره، ۱۲ kg/m^۳ کاهش می یابد.

دمای مقداری آب در فشار 1 atm را از 280 K به 275 K می‌رسانیم. چگالی آب در این فرایند چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) ثابت می‌ماند.

(۲) افزایش می‌یابد.

(۳) ابتدا کاهش سپس افزایش می‌یابد.

(۴) ابتدا افزایش سپس کاهش می‌یابد.

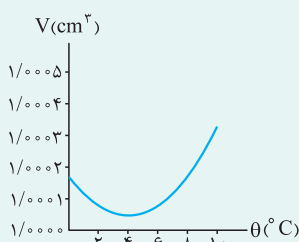


اول دمای آب را در ابتدا و انتهای فرایند برحسب درجه سلسیوس به دست بیار و بعدش تغییر چگالی آب رو بررسی کن.

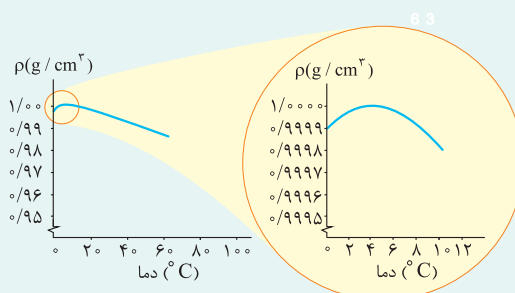
Hint

حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش و در نتیجه چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد، ولی رفتار آب در محدوده دمایی 0°C تا 4°C متفاوت است. شکل‌های (الف) و (ب) به ترتیب، نمودار تغییرات حجم برحسب دما و نمودار تغییرات چگالی برحسب دما را برای آب (شیرین) نشان می‌دهد. به نمودارهای زیر توجه کنید:

درس‌Box



(الف)



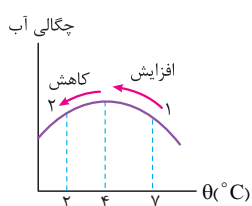
(ب)

با توجه به نمودارها درمی‌یابیم که از 4°C تا صفر درجه سلسیوس، حجم آب در حال افزایش و طبق رابطه چگالی $(\rho = \frac{m}{V})$ ، با ثابت ماندن جرم و افزایش حجم آب، چگالی آن در حال کاهش است.

گام اول: دمای آب را در ابتدا و انتهای فرایند برحسب درجه سلسیوس به دست می‌آوریم: **پاسخ خیلی تشریحی**

$$T = \theta + 273 \Rightarrow \begin{cases} 280 = \theta_1 + 273 \Rightarrow \theta_1 = 7^\circ\text{C} \\ 275 = \theta_2 + 273 \Rightarrow \theta_2 = 2^\circ\text{C} \end{cases}$$

گام دوم: طبق نمودار زیر، تغییر چگالی آب را وقتی دمای آن از 7°C به 2°C می‌رسد، بررسی می‌کنیم:



بنابراین چگالی آب ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.

۳۹

اگر ۲۰ درصد از جرم مایعی کاهش یابد، ظرفیت گرمایی آن ۴۰۰ واحد SI تغییر می‌کند. ظرفیت گرمایی مایع در حالت جدید، در SI کدام است؟

با توجه به این‌که جرم مایع کاهش یافته است، ظرفیت گرمایی آن نیز کاهش می‌یابد.

(۱) ۲۴۰۰

(۲) ۲۰۰۰

(۳) ۱۶۰۰

(۴) ۴۰۰



درس‌Box

ظرفیت گرمایی: به مقدار گرمایی که نیاز است تا دمای یک جسم به اندازه یک کلوین افزایش یابد، ظرفیت گرمایی جسم می‌گوییم. ظرفیت گرمایی جسم به جنس جسم و جرم آن بستگی دارد و رابطه آن به صورت زیر است:

$$C = mc \rightarrow \left(\frac{J}{kg \cdot K}\right) \leftarrow \text{ظرفیت گرمایی (J/K)}$$

جرم جسم (kg)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ طبق رابطه $C = mc$ می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{m_2}{m_1} \times \frac{c_2}{c_1} \quad c_1 = c_2, \quad m_2 = m_1 - \frac{20}{100} m_1 = 0.8 m_1$$

$$C_2 = C_1 - 400$$

$$\frac{C_1 - 400}{C_1} = \frac{0.8 m_1}{m_1} \times 1 \Rightarrow \frac{C_1 - 400}{C_1} = 0.8 \Rightarrow 0.8 C_1 = C_1 - 400$$

$$\Rightarrow 0.2 C_1 = 400 \Rightarrow C_1 = 2000 \text{ J/K}$$

$$\Rightarrow C_2 = C_1 - 400 = 2000 - 400 = 1600 \text{ J/K}$$

فیزیک

۴۰. توان یک گرمکن برقی ۷۵۰ W است و این گرمکن دمای ۱۶۰ g از یک مایع را در مدت ۴۰ s از ۲۰°C به ۵۰°C می‌رساند. چند درصد

از گرمای گرمکن به مایع رسیده است؟ ($c_{\text{مایع}} = ۲/۵ \frac{\text{J}}{\text{g.K}}$)

$$c_{\text{مایع}} = ۲۵۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

۲۸/۵ (۱)

۴۰ (۲)

۶۰ (۳)

۷۱/۵ (۴)

صرف افزایش دمای مایع شده است.

Hint اول طبق رابطه $Q = Pt$ گرمای گرمکن رو حساب کن، بعدش طبق رابطه $Q = mc\Delta\theta$ ، گرمایی که صرف تغییر دمای مایع می‌شه رو به دست بیار و در نهایت نسبت گرمای داده‌شده به مایع به گرمای گرمکن رو به صورت درصدی حساب کن.

دروس Box

(۱) گرمایی که فقط صرف تغییر دمای جسم می‌شود، از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta$$

تغییر دما (K یا °C) جرم (kg) ← گرمایی Q (J) ← ظرفیت گرمایی mc

گرمای ویژه (J/K) $\left(\frac{\text{J}}{\text{kg.K}}\right)$

(۲) آهنگ مصرف انرژی را توان می‌گوییم و رابطه آن به صورت زیر است:

$$P = \frac{E}{t}$$

انرژی (J) ← توان (W) ← زمان (s)

پاسخ خیلی تشریحی گام اول: گرمای گرمکن را به دست می‌آوریم:

$$Q = Pt = \frac{P = 750 \text{ W}}{t = 40 \text{ s}} \rightarrow Q = 750 \times 40 = 30000 \text{ J}$$

گام دوم: گرمایی را که صرف تغییر دمای مایع می‌شود، به دست می‌آوریم:

$$Q' = mc\Delta\theta = \frac{m = 160 \text{ g} = 0.16 \text{ kg}}{c = 2500 \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}, \Delta\theta = 50 - 20 = 30 \text{ }^\circ\text{C}} \rightarrow Q' = 0.16 \times 2500 \times 30 = 12000 \text{ J}$$

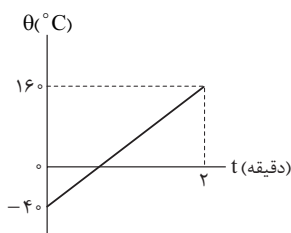
گام سوم: نسبت گرمایی که صرف افزایش دمای مایع شده به گرمای گرمکن را به صورت درصدی حساب می‌کنیم:

$$\frac{Q'}{Q} \times 100 = \frac{12000}{30000} \times 100 = 40\%$$

بنابراین ۴۰ درصد از گرمای گرمکن به مایع رسیده است.

نمودار تغییرات دما بر حسب زمان جسمی با جرم 1 kg که توسط دستگاهی با توان ثابت به آن گرما می‌دهیم، مطابق شکل زیر است. این دستگاه، حداکثر چند گرم یخ $^{\circ}\text{C}$ در فشار 1 atm را در مدت 56 s می‌تواند ذوب کند؟ ($L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{جسم}} = 900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)

و از اتلاف انرژی صرف نظر کنید.)



وقتی که همه گرمای دستگاه به یخ منتقل شود.

۴ (۱)

۵۰۰ (۲)

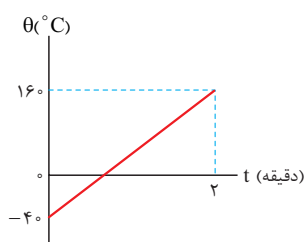
۱ (۳)

۲۵۰ (۴)



اول با توجه به نمودار، توان متوسط مفید دستگاه رو حساب کن. بعدش گرمای ایجاد شده توسط دستگاه در مدت 56 s رو به دست بیار و در نهایت حساب کن ببین این گرما می‌تونه چند گرم یخ $^{\circ}\text{C}$ رو ذوب کنه.

Hint



گام اول: با توجه به نمودار شکل زیر، توان متوسط مفید دستگاه را حساب می‌کنیم:

$$Q = mc\Delta\theta \quad \frac{m=1 \text{ kg}, c=900 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{\Delta\theta=16-(-40)=200^{\circ}\text{C}} \rightarrow Q = 1 \times 900 \times 200 = 180000 \text{ J}$$

$$P = \frac{Q}{t} \Rightarrow P = \frac{180000}{2 \times 60} = 1500 \text{ W}$$

گام دوم: گرمایی را که دستگاه در مدت 56 s ایجاد می‌کند، به دست می‌آوریم:

$$Q = Pt \quad \frac{P=1500 \text{ W}}{t=56 \text{ s}} \rightarrow Q = 1500 \times 56 = 84000 \text{ J}$$

گام سوم: جرم یخ $^{\circ}\text{C}$ را که این دستگاه می‌تواند ذوب کند، حساب می‌کنیم:

$$Q = mL_F \quad \frac{Q=84000 \text{ J}}{L_F=336000 \text{ J/kg}} \rightarrow 84000 = 336000 \times m \Rightarrow m = 0.25 \text{ kg} = 250 \text{ g}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

۴۲

ظرفیت گرمایی گرماسنجی 420 J/K و درون آن 300 g آب با دمای 25°C در حال تعادل است. اگر 200 g آب با دمای 10°C به آب درون گرماسنج اضافه کنیم، دمای تعادل مجموعه چند درجه سلسیوس می‌شود؟ ($c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف انرژی و مبادله گرما با خارج از مجموعه صرف نظر شود.)

۱۷ (۱)

۱۶ (۲)

۲۰ (۳)

۴۰ (۴)

درس‌Box

اگر دو یا چند ماده با دمای متفاوت در تماس با هم قرار گیرند، پس از مدتی به دمای تعادل می‌رسند. در صورتی که هیچ‌یک از مواد تغییر حالت نداشته باشد، دمای تعادل طبق قانون پایستگی انرژی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + \dots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + \dots}$$

اگر برای یک ماده ظرفیت گرمایی (C) را داشتیم، می‌توانیم در رابطه بالا به جای mc ، مقدار C را قرار دهیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ طبق رابطه زیر، دمای تعادل را حساب می‌کنیم:

(۱) ماده 25°C : 300 g آب

(۲) ماده 25°C : گرماسنج با دمای

(۳) ماده 10°C : 200 g آب

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + C_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + C_2 + m_3 c_3}$$

$$\frac{m_1 = 0/3 \text{ kg}, c_1 = c_2 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}}{C_2 = 420 \text{ J/K}, \theta_1 = \theta_2 = 25^\circ \text{C}, m_3 = 0/2 \text{ kg}, \theta_3 = 10^\circ \text{C}} \rightarrow \theta = \frac{(0/3 \times 4200 \times 25) + (420 \times 25) + (0/2 \times 4200 \times 10)}{(0/3 \times 4200) + (420) + (0/2 \times 4200)}$$

$$\Rightarrow \theta = \frac{(75 \times 420) + (25 \times 420) + (20 \times 420)}{(3 \times 420) + (420) + (2 \times 420)} = \frac{120 \times 420}{6 \times 420} = 20^\circ \text{C}$$

برای اندازه‌گیری گرمای ویژه فلزی، قطعه‌ای ۲۰۰ گرمی از آن را تا 95°C گرم می‌کنیم، سپس آن را در گرماسنجی با ظرفیت گرمایی

180 J/K که حاوی 100 g آب با دمای اولیه 1°C است، می‌اندازیم. اگر دمای نهایی مجموعه 2°C شود، گرمای ویژه این فلز در SI

کدام است؟ $c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و از اتلاف انرژی و مبادله گرما با خارج از مجموعه صرف نظر شود.

۱۶۰ (۱)

۴۰۰ (۲)

۵۲۰ (۳)

۸۰۰ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به این که رسیدن به تعادل گرمایی، بدون تغییر حالت اتفاق افتاده است، می‌توانیم بنویسیم:

(۱) قطعه فلز

(۲) آب

(۳) گرماسنج

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3}$$

$$\frac{\theta = 2^{\circ}\text{C}, m_1 = 200 \text{ g} = 0.2 \text{ kg}, \theta_1 = 95^{\circ}\text{C}}{m_2 = 100 \text{ g} = 0.1 \text{ kg}, c_2 = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \theta_2 = \theta_3 = 1^{\circ}\text{C}, m_3 c_3 = C_3 = 180 \text{ J/K}} \rightarrow 200 = \frac{(0.2 \times c_1 \times 95) + (0.1 \times 4200 \times 1) + (180 \times 1)}{(0.2 c_1) + (0.1 \times 4200) + (180)}$$

$$\Rightarrow 200 = \frac{19c_1 + 4200 + 180}{0.2c_1 + 4200 + 180} = \frac{19c_1 + 6000}{0.2c_1 + 6000} \Rightarrow 4c_1 + 12000 = 19c_1 + 6000 \Rightarrow 15c_1 = 6000 \Rightarrow c_1 = 400 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$$

کدام موارد از عبارتهای زیر درست است؟

- (الف) دمای مایع در طول فرایند تبخیر سطحی، ثابت می‌ماند.
 (ب) از دما پیاپی به عنوان حسگرهای گرمایی استفاده می‌شود.
 (پ) گرمای نهان تبخیر آب با افزایش دمای آن، افزایش می‌یابد.
 (ت) در فرایندهای تغییر حالت (تغییر فاز)، انرژی درونی ماده تغییر می‌کند.

(۱) «الف» و «ت»

(۲) «ب» و «ت»

(۳) «ب» و «پ»

(۴) «الف» و «پ»



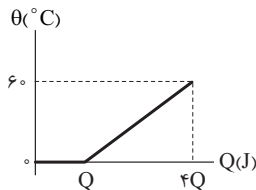
پاسخ خیلی تشریحی ✓

از بین عبارتهای داده‌شده، عبارتهای «ب» و «ت» درست هستند.

علت نادرستی عبارتهای «الف» و «پ»:

عبارت «الف» نادرست است؛ زیرا فرایند تبخیر، فرایندی گرماگیر است؛ در نتیجه در اثر تبخیر سطحی دمای مایع کاهش می‌یابد.
 عبارت «پ» نادرست است؛ زیرا با افزایش دمای آب، فاصله بین مولکولی در حالت مایع افزایش و نیروی چسبندگی بین مولکول‌ها کاهش می‌یابد و در نتیجه با افزایش دما، مولکول‌ها ساده‌تر می‌توانند از سطح آزاد مایع فرار کنند و به گرمای کم‌تری نیاز است.

در محفظه عایقی، 500 g یخ و مقداری آب در فشار 1 atm در تعادل گرمایی قرار دارند و نمودار تغییرات دمای مجموعه بر حسب گرمای گرفته شده، مطابق شکل موجود در ظرف چند گرم بوده است؟ ($c_{\text{آب}} = 4/2 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ، $L_F = 336 \text{ kJ/kg}$ و از اتلاف انرژی و تبادل گرما بین محفظه و سایر اجسام چشم‌پوشی کنید.)



۲۵۰۰ (۱)

۱۰۰۰ (۲)

۱۵۰۰ (۳)

۲۰۰۰ (۴)

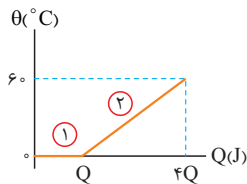


درس‌Box

گرمای نهان ذوب: مقدار گرمای لازم برای تبدیل 1 kg جسم جامد به مایع در نقطه ذوب آن را گرمای نهان ذوب می‌گوییم و رابطه آن به صورت مقابل است.

$$\begin{cases} Q_{\text{ذوب}} = +mL_F & \text{گرماگیر} \\ Q_{\text{انجماد}} = -mL_F & \text{گرماده} \end{cases} \quad L_F: \text{گرمای نهان ذوب}$$

گام اول: نسبت گرمای لازم برای ذوب یخ به گرمای لازم برای افزایش دمای مجموعه را به دست می‌آوریم. با توجه به نمودار تغییرات دما بر حسب گرمای گرفته شده در شکل روبه‌رو، داریم:



(۱) تبدیل 500 g یخ 0°C به 500 g آب 0°C .

(۲) تبدیل $m + 500$ گرم آب 0°C به $m + 500$ گرم آب 6°C .

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{Q}{3Q} = \frac{1}{3}$$

گام دوم: جرم آب اولیه موجود در محفظه را حساب می‌کنیم:

$$Q_1 = m_1 L_F = 0/5 \times 336000 = 168000 \text{ J}$$

$$Q_2 = (m_1 + m_2) c \Delta\theta = (0/5 + m) \times 4200 \times 60$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{168000}{(0/5 + m) \times 4200 \times 60} = \frac{40}{(0/5 + m) \times 60} = \frac{2}{3(0/5 + m)}$$

$$\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{1}{3} \rightarrow \frac{2}{3(0/5 + m)} = \frac{1}{3} \Rightarrow 0/5 + m = 2 \Rightarrow m = 1/5 \text{ kg} = 1500 \text{ g}$$

۴۶ در فشار ۱ atm، اگر ۸۰ درصد از حداقل گرمای لازم برای ذوب کردن ۵۰ g یخ ۰°C را به ۸۰ g آب ۲۵°C بدهیم، دمای آب به چند

درجه سلسیوس می‌رسد؟ ($L_F = ۳۳۶ \text{ kJ/kg}$, $c_{\text{آب}} = ۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$)

۳۵ (۱)

۴۰ (۲)

۶۵ (۳)

۱۵ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: گرمای لازم برای ذوب ۵۰ g یخ ۰°C و تبدیل آن به آب ۰°C را حساب می‌کنیم:

$$Q = mL_F \frac{m=۵۰\text{g}=۰/۰۵\text{kg}}{L_F=۳۳۶۰۰۰\text{J/kg}} \rightarrow Q = ۰/۰۵ \times ۳۳۶۰۰۰ = ۱۶۸۰۰۰\text{J}$$

گام دوم: مقدار گرمایی را که به آب ۲۵°C منتقل می‌کنیم، حساب می‌کنیم. با توجه به این که ۸۰ درصد گرمای لازم برای ذوب یخ را به آب منتقل می‌کنیم، می‌توانیم بنویسیم:

$$Q' = \frac{۸۰}{۱۰۰} Q \xrightarrow{Q=۱۶۸۰۰۰\text{J}} Q' = ۰/۸ \times ۱۶۸۰۰۰\text{J}$$

گام سوم: دمای نهایی آب را به دست می‌آوریم:

$$Q' = m'c\Delta\theta \xrightarrow{Q'=۰/۸ \times ۱۶۸۰۰۰\text{J}} ۰/۸ \times ۱۶۸۰۰۰ = ۰/۸ \times ۴۲۰۰ \times \Delta\theta$$

$$m'=۸۰\text{g}=۰/۰۸\text{kg}, c=۴۲۰۰ \frac{\text{J}}{\text{kg.K}}$$

$$\Rightarrow \Delta\theta = ۴۰^\circ\text{C} \Rightarrow \theta_f - ۲۵ = ۴۰ \Rightarrow \theta_f = ۶۵^\circ\text{C}$$

۴۷ در فشار ۱ atm، مقدار گرمایی که نیمی از ۱ kg یخ -1°C را به آب 0°C تبدیل می‌کند، حداکثر چند درصد از $4/5 \text{ kg}$ یخ 0°C را می‌تواند ذوب کند؟ $(L_F = 336 \text{ kJ/kg}, c_{\text{یخ}} = 2/1 \frac{\text{J}}{\text{g}\cdot\text{K}})$

یعنی در شرایطی که اتلاف گرما نداشته باشیم.

یعنی ۱ kg یخ -1°C ابتدا به ۱ kg یخ صفر تبدیل، سپس $0/5 \text{ kg}$ از آن ذوب می‌شود.

(۱) ۱۲/۵

(۲) ۲۵

(۳) ۱۱/۸

(۴) ۲۳/۶

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: گرمای لازم برای تبدیل نیمی از ۱ kg یخ -1°C به آب صفر درجهٔ سلسیوس را حساب می‌کنیم:

$$-1^{\circ}\text{C} \text{ یخ } 1 \text{ kg} \xrightarrow{Q_1} 0^{\circ}\text{C} \text{ یخ } 1 \text{ kg} \xrightarrow{Q_2} \begin{cases} 0/5 \text{ kg آب } 0^{\circ}\text{C} \\ 0/5 \text{ kg یخ } 0^{\circ}\text{C} \end{cases}$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = m_1 c_1 \Delta\theta + m_2 L_F$$

$$\Rightarrow Q = (1 \times 2100 \times 10) + (0/5 \times 336000) = 210000 + 168000 = 378000 \text{ J}$$

گام دوم: جرم یخ 0°C را که در اثر ۳۷۸۰۰۰ J گرما ذوب می‌شود، حساب می‌کنیم:

$$Q = mL_F \Rightarrow 378000 = m \times 336000 \Rightarrow m = \frac{9}{16} \text{ kg}$$

گام سوم: درصد یخ ذوب‌شده از $4/5 \text{ kg}$ یخ را به دست می‌آوریم:

$$\frac{m}{m'} \times 100 = \frac{9}{16} \times 100 = \frac{2}{4/5} \times 100 = \frac{100}{8} = 12/5\%$$

بنابراین ۱۲/۵ درصد از $4/5 \text{ kg}$ یخ 0°C ذوب می‌شود.

به‌جور دیگر ➔ با توجه به این که فقط آب و یخ داریم، می‌توانیم یخ را معادل $0/5$ و L_F را معادل 80 در نظر بگیریم.

بنابراین داریم:

$$Q = m_1 c_1 \Delta\theta + m_2 L_F = (1 \times 0/5 \times 10) + (0/5 \times 80) = 45$$

$$\Rightarrow 45 = m \times 80 \Rightarrow m = \frac{45}{80} \text{ kg}$$

$$\Rightarrow \frac{m}{m'} \times 100 = \frac{45}{80} \times 100 = \frac{100}{4/5} = 12/5\%$$

در یک محفظه، جسی با جرم 750 g و دمای 100°C در حال تعادل گرمایی قرار دارد. اگر در این محفظه، مقدار 32 g بخار آب 100°C در فشار 1 atm وارد کنیم، پس از برقراری تعادل گرمایی، چند گرم بخار آب در محفظه باقی می‌ماند؟ ($L_V = 2200 \text{ kJ/kg}$ ، $c_{\text{جسم}} = 0.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$)
و در این آزمایش 6000 J گرما جذب محفظه شده و جسم تغییر حالت نمی‌دهد.

$$7/5 \quad (1)$$

$$24/5 \quad (2)$$

$$2 \quad (3)$$

$$30 \quad (4)$$

درس‌Box

(۱) اگر دو یا چند جسم با دماهای متفاوت در تماس با هم قرار گیرند، آن قدر با هم گرما مبادله می‌کنند تا نهایتاً هم‌دما شوند و به تعادل گرمایی برسند. دمای یکسان نهایی همه آن اجسام را دمای تعادل می‌نامیم.
طبق قانون پایستگی انرژی، جمع جبری گرماهای مبادله‌شده بین اجسام تا رسیدن به تعادل گرمایی برابر با صفر است؛ بنابراین می‌توانیم بگوییم:

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + \dots = 0$$

(۲) روابط مربوط به تبخیر و میعان به صورت زیر است:

$$\begin{cases} Q_{\text{تبخیر}} = +mL_V & \text{گرماگیر} \\ Q_{\text{میعان}} = -mL_V & \text{گرماده} \end{cases} \quad L_V: \text{گرمای نهان تبخیر}$$

طبق قانون پایستگی انرژی می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_{\text{محفظه}} + Q_{\text{میعان}} + Q_{\text{جسم}} = 0$$

با توجه به این که در نهایت مقداری بخار 100°C باقی مانده است، درمی‌یابیم دمای تعادل 100°C است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$750 \text{ g} \text{ جسم با دمای } 100^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_1}$$

$$m_2 \text{ بخار آب } 100^\circ \text{C} \xrightarrow{Q_2}$$

$$m_1 c_1 \Delta\theta - m_2 L_V + Q_{\text{محفظه}} = 0 \Rightarrow m_2 L_V = m_1 c_1 \Delta\theta + Q_{\text{محفظه}}$$

$$\xrightarrow{L_V = 2200 \text{ kJ/kg} = 2/2 \times 10^6 \text{ J/kg}, Q_{\text{محفظه}} = 6000 \text{ J}} \\ m_1 = 750 \text{ g} = 0.75 \text{ kg}, c_1 = 0.8 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}} = 800 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}, \Delta\theta = 100^\circ \text{C}}$$

$$m_2 \times 2/2 \times 10^6 = \underbrace{(0.75 \times 800 \times 100)}_{66000} + 6000 \Rightarrow m_2 = \frac{6/6 \times 10^4}{2/2 \times 10^6} = 3 \times 10^{-2} \text{ kg} = 30 \text{ g}$$

بنابراین از 32 g بخار آب 100°C ، 30 g بخار آب به آب 100°C تبدیل می‌شود؛ در نتیجه 2 g بخار آب باقی می‌ماند.

۴۹

در یک محفظه، 150 g یخ با دمای 0°C قرار دارد. در فشار یک اتمسفر، چند گرم بخار آب 100°C وارد محفظه کنیم تا در نهایت درون محفظه، آب با دمای 50°C داشته باشیم؟ $(c_{\text{آب}} = 4200 \frac{\text{J}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ ، $L_V = 2256 \text{ kJ/kg}$ ، $L_F = 336 \text{ J/g}$ و در این آزمایش 1944 J گرما جذب محفظه شده است.)

۳۲ (۱)

۳۴ (۲)

۴۱ (۳)

۳۹ (۴)

مشاوره این سؤال ازون سؤالای سیاه‌چاله‌س. می‌دونی چرا؟ چون ظاهرش شبیه سؤال آسوناس ولی وقتی درگیر محاسباتش می‌شی، خیلی وقتتو می‌گیره. آگه نوبی آزمون وقت نداشتی به نظرم از این سؤال فرار کن!

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به این که دمای تعادل برابر با 50°C است، درمی‌یابیم فرایندها، تبدیل بخار آب 100°C به آب 100°C و تبدیل آب 100°C به آب 50°C و از طرفی، تبدیل 150 g یخ 0°C به 150 g آب 0°C و تبدیل آب 0°C به آب 50°C هستند؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$Q_1 = -m L_V \quad \text{گرمای تبدیل بخار } 100^\circ\text{C} \text{ به آب } 100^\circ\text{C}$$

$$Q_2 = mc\Delta\theta \quad \text{گرمای تبدیل آب } 100^\circ\text{C} \text{ به آب } 50^\circ\text{C}$$

$$Q_3 = m' L_F \quad \text{گرمای تبدیل یخ } 0^\circ\text{C} \text{ به آب } 0^\circ\text{C}$$

$$Q_4 = m' c \Delta\theta' \quad \text{گرمای تبدیل آب } 0^\circ\text{C} \text{ به آب } 50^\circ\text{C}$$

$$Q_5 = 1944 \text{ J} \quad \text{گرمای جذب شده توسط محفظه}$$

$$Q_1 + Q_2 + Q_3 + Q_4 + Q_5 = 0 \Rightarrow -m L_V + mc\Delta\theta + m' L_F + m' c \Delta\theta' + Q_5 = 0$$

$$\Rightarrow m(L_V - c\Delta\theta) = m'(L_F + c\Delta\theta') + Q_5$$

$$\Rightarrow m \frac{21000}{246600} (2256000 + 4200 \times 50) = 0/15 \frac{21000}{54600} (336000 + 4200 \times 50) + 1944$$

$$\Rightarrow m = \frac{81900}{246600} \frac{0/15(546000) + 1944}{246600} \Rightarrow m = \frac{83844}{246600} = 0/34 \text{ kg} = 34 \text{ g}$$

فیزیک

۵۰

کدام موارد از عبارت‌های زیر، دربارهٔ دماسنج‌ها درست است؟

- الف) دماسنج مقاومت پلاتینی، دقت کم‌تری نسبت به دماسنج ترموکوپل دارد.
 ب) مزیت استفاده از دماسنج ترموکوپل این است که با دستگاهی که دمای آن را اندازه‌گیری می‌کند، به حالت تعادل گرمایی می‌رسد.
 پ) دماسنج بیشینه - کمینه نوعی از دماسنج‌های مایعی است.
 ت) دماسنج تابشی براساس آشکارسازی شدت تابش گرمایی کار می‌کند.

۱) «الف» و «ب»

۲) «الف» و «پ»

۳) «ب» و «ت»

۴) «پ» و «ت»

مشاوره حفظیات قسمت اول فصل‌های کتاب دهم، همیشه جایگاه ویژه‌ای توی کنکور و آزمون‌دارن. حتماً به خلاصهٔ خوب ارزش داشته باش تا به راحتی بتونی سؤالاشو جواب بدی.



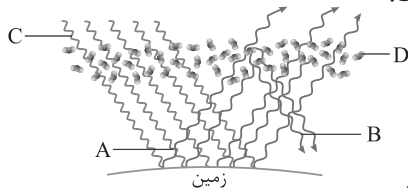
پاسخ خیلی تشریحی ✓

از بین عبارت‌های داده‌شده، موارد «پ» و «ت» درست هستند.

علت نادرستی عبارت‌های «الف» و «ب»:

عبارت «الف» نادرست است، زیرا دقت دماسنج مقاومت پلاتینی که یک دماسنج معیار است، بیشتر از دماسنج ترموکوپل است.
 عبارت «ب» نادرست است؛ زیرا مزیت دماسنج ترموکوپل این است که خیلی سریع با دستگاهی که دمای آن را اندازه می‌گیرد به تعادل گرمایی می‌رسد. (نه این‌که رسیدن به تعادل گرمایی مزیت محسوب شود).

با توجه به شکل زیر، درستی یا نادرستی عبارت‌های زیر، در کدام گزینه آمده است؟



- طول موج پرتوهای C از طول موج پرتوهای A، کوتاه‌تر است.
- همه پرتوهای A و C به ترتیب به وسیله مولکول‌های D و زمین جذب می‌شوند.
- با افزایش مقدار مولکول‌های D در هوا کره، حجم آب اقیانوس‌ها بالاتر می‌رود.
- لایه پلاستیکی شفاف اطراف گلخانه، با به دام انداختن برخی از پرتوهای A و بازتاب پرتوهای B، میانگین دمای هوای داخل گلخانه را افزایش می‌دهد.

(۲) نادرست - درست - درست - درست

(۱) درست - درست - نادرست - نادرست

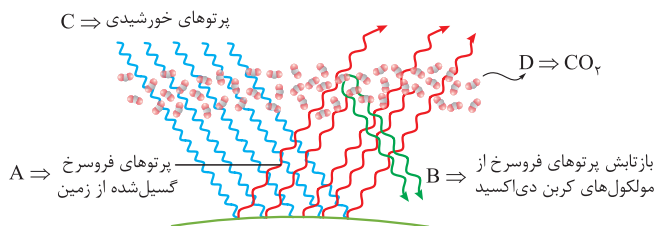
(۴) درست - نادرست - درست - نادرست

(۳) درست - نادرست - درست - درست



با توجه به شکل زیر، به سراغ بررسی تک‌تک عبارت‌ها می‌رویم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



عبارت اول: درست - پرتوهای C، پرتوهای گسیل شده از خورشید را نشان می‌دهد که انرژی بیشتری نسبت به پرتوهای فرسرخ (A) دارد. می‌دانیم که هر چه انرژی یک پرتو بیشتر باشد، طول موج آن کوتاه‌تر است.

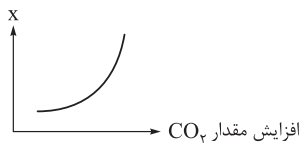
عبارت دوم: نادرست - مطابق شکل زیر، بخش عمده‌ای از (نه همه) پرتوهای خورشیدی توسط زمین جذب می‌شود. همچنین گازهای گلخانه‌ای مانند CO_2 ، مانع از خروج قسمتی از پرتوهای فرسرخ بازتابیده شده از زمین می‌شوند.



عبارت سوم: درست - با افزایش مقدار گازهای گلخانه‌ای، سهم خروج پرتوهای فرسرخ از زمین کاهش می‌یابد و روند گرم شدن زمین را تسهیل می‌کند. با گرم شدن زمین، یخ‌های قطبی ذوب می‌شود و سطح آب اقیانوس‌ها بالا می‌آید. عبارت چهارم: درست - اساس کار لایه پلاستیکی گلخانه این است که مانع از خروج کامل پرتوهای بازتابیده شده از گلخانه می‌شود و در نتیجه دمای گلخانه افزایش می‌یابد.

نمودار زیر مربوط به روند تغییرات کلی چه تعداد از کمیت‌های زیر (X) نمی‌تواند باشد؟

۵۲



- میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد
- میانگین جهانی دمای سطح زمین
- مساحت برف در نیمکره شمالی

۱ (۴)

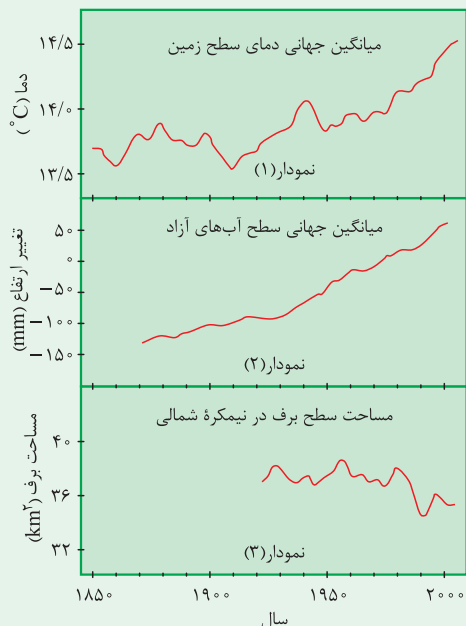
۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



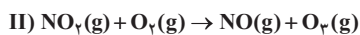
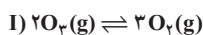
مطابق نمودارهای زیر، با افزایش مقدار CO_2 :



- (۱) میانگین جهانی دمای سطح زمین افزایش می‌یابد.
- (۲) میانگین جهانی سطح آب‌های آزاد افزایش می‌یابد.
- (۳) مساحت سطح برف در نیمکره شمالی رو به کاهش است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ بر این اساس، نمودار رسم‌شده نمی‌تواند مساحت سطح برف در نیمکره شمالی را نشان دهد.

با توجه به واکنش‌های زیر، کدام مطلب درست است؟



(۱) احتمال انجام واکنش (II) در یک روز بارانی بیشتر از یک روز آفتابی است.

(۲) واکنش (I) در لایه‌ای از هواکره انجام می‌شود که روند تغییر دما و فشار در آن، عکس یکدیگرند.

(۳) قهوه‌ای‌رنگ بودن هوای آلوده را می‌توان به فراورده نیتروژن‌دار واکنش (II) نسبت داد.

(۴) با انجام واکنش (I) در هواکره، درصد حجمی اوزون در هوا بیشتر از درصد حجمی اکسیژن می‌شود.

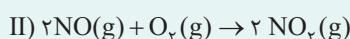
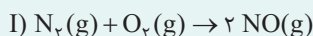


درباره Box

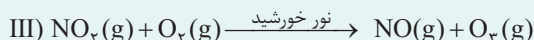
در رابطه با اوزون تروپوسفری به موارد زیر توجه کنید:

(۱) در تروپوسفر با نقش زیان‌بار و مضر اوزون مواجه هستیم در حالی که در استراتوسفر، نقش مفید و حفاظتی اوزون آشکار است، به طوری که وجود آن در هوایی که تنفس می‌کنیم سبب سوزش چشمان و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.

(۲) گاز نیتروژن به عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، واکنش‌پذیری بسیار کمی دارد و به طور معمول با اکسیژن واکنش نمی‌دهد، اما تنها هنگام رعد و برق، دما در آن ناحیه به اندازه‌ای بالا می‌رود که گاز نیتروژن با اکسیژن هوا ترکیب شده و به اکسیدهای نیتروژن تبدیل می‌شود.



(۳) از سوی دیگر، در هوای آلوده شهرهای صنعتی و بزرگ، به مقدار قابل توجهی اکسیدهای نیتروژن وجود دارد. این گازها در واقع از واکنش گازهای نیتروژن و اکسیژن درون موتور خودرو در دمای بالا به وجود می‌آیند. از آنجا که گاز نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) به رنگ قهوه‌ای است، هوای آلوده شامل این گاز به رنگ قهوه‌ای روشن دیده می‌شود. در این شرایط و حضور نور خورشید، با انجام واکنش زیر در تروپوسفر مقداری گاز اوزون تولید می‌شود که همان اوزون تروپوسفری است.



واکنش برگشت‌پذیر $2\text{O}_3(\text{g}) \rightleftharpoons 3\text{O}_2(\text{g})$ در لایه استراتوسفر انجام می‌شود. در این لایه با افزایش ارتفاع، فشار هوا کاهش و دمای آن افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): واکنش (II) در حضور نور خورشید انجام می‌شود. بنابراین احتمال حضور آن در یک روز آفتابی بیشتر از یک روز بارانی است.

گزینه (۳): فراورده نیتروژن‌دار واکنش (II)، گاز NO بوده که گازی بی‌رنگ است. علت قهوه‌ای بودن هوای کلان‌شهرها به دلیل واکنش‌دهنده نیتروژن‌دار واکنش (II) یعنی NO_2 است.

گزینه (۴): با توجه به این که واکنش برگشت‌پذیر است، مقدار O_3 مصرف‌شده دوباره تولید می‌شود و مقدار O_2 تولیدشده دوباره مصرف می‌شود. بر این اساس درصد حجمی این گازها تغییر نمی‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

جانداران ذره‌بینی

- الف) در ساختار همه آلاینده‌های خارج شده از آگزوز خودروها، اتم اکسیژن وجود دارد.
 ب) یکی از کاربردهای گاز اوزون در صنعت، از بین بردن عاملی است که می‌تواند سوخت سبز را به مواد ساده‌تر تجزیه کند.
 پ) به شکل‌های مختلف مولکولی یا بلوری عنصرها و ترکیب‌ها، آلوتروپ گفته می‌شود.
 ت) سنگ‌های متخلخل زیر زمین، مکان مناسبی برای دفن مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای به حساب می‌آیند.

CO₂

(۲) الف - ت

(۱) الف - پ

(۴) ب - ت

(۳) ب - پ



پاسخ خیلی تشریحی ✓

موارد «ب» و «ت» درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در اثر سوزاندن سوخت‌های فسیلی، انواع آلاینده‌ها وارد هواکره می‌شود. مطابق شکل زیر، در ساختار C_xH_y (هیدروکربن نسوخته) اتم اکسیژن وجود ندارد و این ماده از آگزوز خودرو خارج می‌شود.



ب) در صنعت از گاز اوزون برای گندزدایی میوه‌ها، سبزیجات و از بین بردن جانداران ذره‌بینی درون آب استفاده می‌شود. هم‌چنین می‌دانیم که سوخت سبز، سوختی زیست‌تخریب‌پذیر است و توسط جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.
 پ) دگرشکل (آلوتروپ)، به هر یک از شکل‌های مولکولی یا بلوری یک عنصر گفته می‌شود و برای ترکیب‌ها به کار نمی‌رود.
 ت) CO₂ مهم‌ترین گاز گلخانه‌ای است. کربن دی‌اکسید را می‌توان به جای رهاکردن در هواکره در مکان‌های عمیق و امن در زیر زمین ذخیره و نگهداری کرد. سنگ‌های متخلخل در زیر زمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت که خالی از این مواد هستند، جاهای مناسبی برای دفن این گاز هستند.

۵۵

عنصر آنتیموان (Sb) طی واکنش زیر تولید می‌شود:



اگر ۸۵ گرم از ترکیب Sb_2S_3 با m گرم فلز آهن به طور کامل واکنش داده و ۶۱ گرم عنصر آنتیموان تولید شود، m و جرم مولی آنتیموان (برحسب گرم بر مول) به ترتیب از راست به چپ کدام است؟ ($\text{S} = ۳۲$, $\text{Fe} = ۵۶$; g.mol^{-1})

- (۱) $۱۲۲ - ۴۲$ (۲) $۱۵۸ - ۲۱$
 (۳) $۱۵۸ - ۴۲$ (۴) $۱۲۲ - ۲۱$



Hint

ابتدا واکنش را موازنه کن، سپس از طریق جرم مصرف‌شده Sb_2S_3 ، به جرم مصرف‌شده آهن (m گرم) و جرم تولیدشده Sb (۶۱ گرم) برس. با یکی از معادله‌ها، جرم مولی Sb و با معادله دیگر، مقدار m محاسبه می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اگر جرم مولی Sb را برابر x در نظر بگیریم، برای به دست آوردن جرم تولیدشده Sb و جرم مصرف‌شده Fe با روش ضریب تبدیل، به صورت زیر عمل می‌کنیم:

$$۶۱ \text{ g Sb} = ۸۵ \text{ g Sb}_2\text{S}_3 \times \frac{۱ \text{ mol Sb}_2\text{S}_3}{(۲x + ۹۶) \text{ g Sb}_2\text{S}_3} \times \frac{۲ \text{ mol Sb}}{۱ \text{ mol Sb}_2\text{S}_3} \times \frac{x \text{ g Sb}}{۱ \text{ mol Sb}}$$

$$\Rightarrow ۶۱ = \frac{۸۵ \times ۲ \times x}{۲x + ۹۶} \Rightarrow ۱۲۲x + ۵۸۵۶ = ۱۷۰x \Rightarrow ۴۸x = ۵۸۵۶ \Rightarrow x = ۱۲۲ \text{ g.mol}^{-1}$$

$$m \text{ g Fe} = ۸۵ \text{ g Sb}_2\text{S}_3 \times \frac{۱ \text{ mol Sb}_2\text{S}_3}{(۲x + ۹۶) \text{ g Sb}_2\text{S}_3} \times \frac{۳ \text{ mol Fe}}{۱ \text{ mol Sb}_2\text{S}_3} \times \frac{۵۶ \text{ g Fe}}{۱ \text{ mol Fe}} \Rightarrow m = \frac{۸۵ \times ۳ \times ۵۶}{۲x + ۹۶}$$

$$\xrightarrow{x=۱۲۲} \frac{۸۵ \times ۳ \times ۵۶}{(۲ \times ۱۲۲) + ۹۶} = \frac{۸۵ \times ۳ \times ۵۶}{۳۴ \times ۱۰} \Rightarrow m = ۴۲ \text{ g}$$

استفاده از کسر تناسب:

په چور دیگه

$$\frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} = \frac{\text{جرم}}{\text{جرم مولی} \times \text{ضریب}} \Rightarrow \frac{۸۵}{۲x + ۹۶} = \frac{m}{۳ \times ۵۶} = \frac{۶۱}{۲x}$$

(I)

$$\xrightarrow{\text{معادله (I)}} \frac{۸۵}{۲x + ۹۶} = \frac{۶۱}{۲x} \xrightarrow{\frac{a-c}{b} = \frac{a-c}{b-d}} \frac{۸۵-۶۱}{۹۶} = \frac{۶۱}{۲x} \Rightarrow \frac{۱}{۴} = \frac{۶۱}{۲x} \Rightarrow x = ۱۲۲ \xrightarrow{\text{معادله (II)}} m = ۴۲$$

(II)

چند مورد از مطالب زیر در مورد مولکول اوزون، درست است؟

- واکنش پذیری آن از اکسیژن بیشتر است.
- در لایه استراتوسفر، غلظت آن کم تر از گاز اکسیژن است.
- در دمای -۱۳°C ، حالت فیزیکی آن متفاوت با حالت فیزیکی اکسیژن است.
- نسبت شمار جفت الکترون های پیوندی به جفت الکترون های ناپیوندی مولکول آن با همین نسبت در مولکول اکسیژن، برابر است.

۳ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

۴ (۱)

درس Box

در جدول زیر مقایسه بین دو گاز O_3 و O_2 را مشاهده می کنید.

نام گاز	اکسیژن	اوزون
فرمول شیمیایی	O_2	O_3
نقطه جوش	کم تر (-۱۸۳°C)	بیشتر (-۱۱۲°C)
تبدیل شدن به حالت مایع	سخت تر	آسان تر
واکنش پذیری	کم تر	بیشتر
پایداری	بیشتر	کم تر
انحلال پذیری در آب	کم تر	بیشتر
رنگ در حالت مایع	آبی روشن	آبی تیره
ساختار لوویس	$\text{O}=\text{O}$	$\text{O}=\text{O}-\text{O}$
شمار پیوندهای اشتراکی	۲	۳
شمار جفت الکترون های ناپیوندی	۴	۶

پاسخ خیلی تشریحی ✓ همه عبارتهای داده شده درست اند.

بررسی عبارت ها:

عبارت اول: واکنش پذیری گاز O_3 از O_2 بیشتر است.

عبارت دوم: با این که قسمت عمده گاز اوزون در لایه استراتوسفر قرار دارد، ولی مقدار آن نسبت به گاز اکسیژن بسیار کم تر است.

عبارت سوم: گازها در نقاط پایین تر از نقطه جوش خود به حالت مایع و در نقاط بالاتر از آن به حالت گاز هستند.

دمای -۱۳°C پایین تر از نقطه جوش O_3 بوده و این ماده در این دما به حالت مایع است؛ از طرفی بالاتر از نقطه جوش O_2 بوده و اکسیژن در این دما به حالت گاز است.

عبارت چهارم:
$$\text{O}_2 \Rightarrow \text{O}=\text{O} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت الکترون پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{2}{4} = 0.5$$

$$\text{O}_3 \Rightarrow \text{O}=\text{O}-\text{O} \Rightarrow \frac{\text{شمار جفت الکترون پیوندی}}{\text{شمار جفت الکترون ناپیوندی}} = \frac{3}{6} = 0.5$$

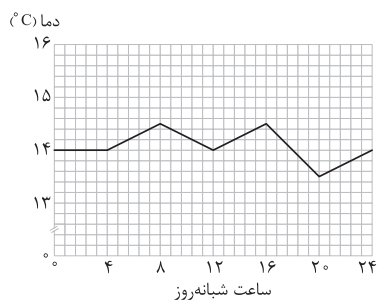
کدام موارد از مطالب زیر، نادرست است؟

(الف) در واکنش تبدیل یک مولکول اوزون به یک مولکول اکسیژن و اتم اکسیژن، پیوند یگانه $O-O$ شکسته می‌شود.

(ب) نمودار زیر می‌تواند مربوط به تغییرات دما در شبانه‌روز و در یک روز زمستانی در داخل گلخانه باشد.

(پ) PCl_3 ، فسفر کلرید نام دارد و به عنوان حشره‌کش می‌توان از آن استفاده کرد.

(ت) با تبدیل مولکول اکسیژن و اتم اکسیژن به مولکول اوزون در هواکره، پرتوهای فرسرخ مصرف می‌شود.



(۲) الف - ت

(۱) الف - ب

(۴) ب - پ

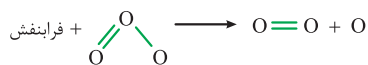
(۳) پ - ت



پاسخ خیلی تشریحی ✓ عبارتهای «پ» و «ت» نادرست‌اند.

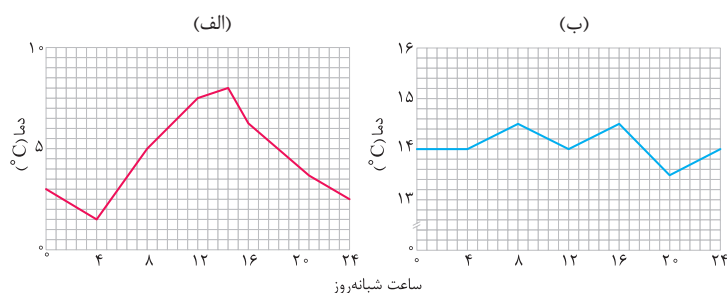
بررسی عبارتهای:

(الف) هنگامی که تابش پرتوهای فرابنفش به مولکولهای O_3 در لایه اوزون برخورد می‌کند، O_3 می‌شکند و به یک اتم اکسیژن (O) و یک مولکول اکسیژن (O_2) تبدیل می‌شود. واکنش انجام‌شده به صورت زیر است:

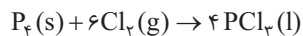


همان‌طور که مشخص است، پیوند $O-O$ در ساختار O_3 شکسته شده است.

(ب) لایه پلاستیکی دور گلخانه، مانع از خروج کامل پرتوهای خورشیدی از آن می‌شود، بنابراین در یک روز زمستانی، دمای درون گلخانه بیشتر از محیط بیرون گلخانه است و تغییر دما در درون گلخانه نیز کم‌تر است. نمودار (الف) تغییر دمای بیرون گلخانه و نمودار (ب) تغییر دمای درون گلخانه را در یک روز زمستانی نشان می‌دهد.

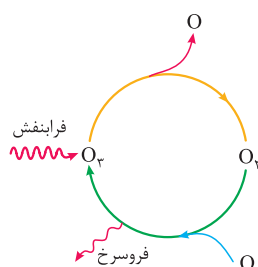


(پ) نام PCl_3 ، فسفر تری‌کلرید بوده و یک ماده تجاری مهم است که در تهیه حشره‌کش‌ها کاربرد فراوانی دارد. این ترکیب مطابق



معادله شیمیایی زیر تهیه می‌شود:

(ت) در واکنش $O_2(g) + O(g) \rightarrow O_3(g)$ ، پرتوهای فرسرخ تولید می‌شوند نه مصرف!



درستی یا نادرستی کدام گزینه با دیگر گزینه‌ها متفاوت است؟

زیست‌تخریب‌پذیر

(۱) پلاستیک‌های سبز در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه شده و به طبیعت بازمی‌گردند.

(۲) فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود.

CaO

(۳) کربن دی‌اکسید تولیدشده در نیروگاه‌ها را در واکنش با آهک، می‌توان به یک ترکیب آلی تبدیل کرد.

(۴) قیمت تمام‌شده تولید پلاستیک‌ها با پایه نفتی در کارخانه، کم‌تر از پلاستیک‌های زیست‌تخریب‌پذیر است.



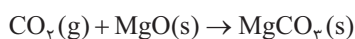
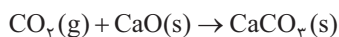
پاسخ خیلی تشریحی ✓

برای رسیدن به پاسخ سؤال، درستی و نادرستی همه گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱): درست - پلاستیک‌های سبز (زیست‌تخریب‌پذیر)، پلیمرهایی هستند که بر پایه مواد گیاهی مانند نشاسته ساخته می‌شوند و به همین دلیل در ساختار آن‌ها اکسیژن نیز وجود دارد. این پلاستیک‌ها در مدت‌زمان نسبتاً کوتاهی تجزیه می‌شوند و به طبیعت بازمی‌گردند.

گزینه (۲): درست - شواهد نشان می‌دهند که فصل بهار در نیمکره شمالی زمین، نسبت به ۵۰ سال گذشته در حدود یک هفته زودتر آغاز می‌شود؛ چون میانگین دمای زمین طی ۵۰ سال اخیر، افزایش یافته است.

گزینه (۳): نادرست - کربن دی‌اکسید تولیدشده در نیروگاه‌ها و مراکز صنعتی را با منیزیم اکسید یا کلسیم اکسید واکنش می‌دهند.



CaCO_3 (کلسیم کربنات) و MgCO_3 (منیزیم کربنات)، دو ترکیب معدنی هستند.

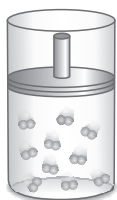
گزینه (۴): درست - برخی از کشورها در پی تولید پلاستیک‌های زیست‌تخریب‌پذیرند، در حالی که قیمت تمام‌شده تولید پلاستیک‌ها با پایه نفتی در کارخانه کم‌تر است. تولید پلاستیک‌های زیست‌تخریب‌پذیر در درازمدت از هزینه‌های اقتصادی، زیست‌محیطی و اجتماعی یک کشور می‌کاهد.

۵۹

نمونه‌ای ۱۲/۸ گرمی از گاز اکسیژن با دمای °C و فشار ۱ atm در ظرفی با پیستون روان مطابق شکل داده شده موجود است. اگر در این شرایط، ۸ گرم گاز آرگون به ظرف وارد کنیم، حجم ظرف چند میلی لیتر خواهد شد؟ ($Ar = 40, O = 16 : g.mol^{-1}$)

فشار ثابت

شرایط STP



۶۷۲۰ (۲)

۳۳۶۰ (۱)

۱۳۴۴۰ (۴)

۴۴۸۰ (۳)



دمای °C و فشار ۱ atm، شرایط استاندارد یا STP است. هر مول گاز در این شرایط، حجمی معادل با ۲۲/۴ لیتر دارد. دقت کنید که برای به دست آوردن حجم یک گاز، نوع گاز اهمیتی ندارد. برای مثال یک مول گاز O_2 در شرایط STP حجمی معادل با ۲۲/۴ لیتر دارد. یک مول گاز N_2 ، NH_3 و ... نیز همان حجم را دارند.



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: به دست آوردن مول گاز O_2 و Ar:

$$? \text{ mol } O_2 = 12/8 \text{ g } O_2 \times \frac{1 \text{ mol } O_2}{32 \text{ g } O_2} = 0/4 \text{ mol}$$

$$? \text{ mol Ar} = 8 \text{ g Ar} \times \frac{1 \text{ mol Ar}}{40 \text{ g Ar}} = 0/2 \text{ mol}$$

گام دوم: آرگون، گازی نجیب است و با O_2 واکنش نمی‌دهد. در ظرف در مجموع ۰/۶ مول گاز وجود دارد که حجم آن در شرایط STP برابر است با:

$$? \text{ mL گاز} = 0/6 \text{ mol گاز} \times \frac{22/4 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 13440 \text{ mL}$$

۶۰. کدام مورد، نادرست است؟

- (۱) ساختار هر ماده، تعیین کننده خواص و رفتار آن است.
- (۲) واکنش تولید سولفوریک اسید و نیتریک اسید در صنعت، شامل چندین واکنش گازی متوالی است.
- (۳) با اکسایش چربی ذخیره شده در کوهان شتر، آب مورد نیاز جانور تأمین می شود.
- (۴) در واکنش اکسایش یک ماده برخلاف واکنش سوختن آن، انرژی تولید نمی شود.



در رابطه با واکنش سوختن و اکسایش یک ماده به نکات زیر توجه کنید:

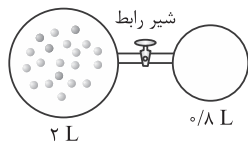
- (۱) در واکنش سوختن، ماده با سرعت و با شدت با O_2 واکنش داده و انرژی تولید می کند؛ در حالی که به واکنش آرام مواد با O_2 که با تولید انرژی همراه است، واکنش اکسایش می گویند.
- (۲) هر دو واکنش سوختن و اکسایش، گرماده هستند و انرژی تولید می کنند، ولی سرعت تولید گرما در دو واکنش متفاوت است. هم در واکنش سوختن و هم در واکنش اکسایش، مقداری انرژی آزاد می شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

در ظرف سمت چپ، مقداری گاز اکسیژن در فشار مشخص و در دمای 312°C موجود است. اگر شیر رابط بین دو محفظه باز شود، دمای

۶۱

مولکول‌های گاز برحسب کلون در همان فشار، چند درصد افزایش می‌یابد و به چند درجه سلسیوس می‌رسد؟



$$546 - 40 \quad (2)$$

$$819 - 40 \quad (1)$$

$$546 - 60 \quad (4)$$

$$819 - 60 \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

چون شمار مولکول‌های گاز و فشار آن ثابت می‌ماند، براساس قانون گازها می‌توان نوشت:

$$\frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2}$$

در این رابطه، دما برحسب کلون نوشته می‌شود، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{V_2}{V_1} = \frac{2 + 0.8}{2} = \frac{2.8}{2} = 1.4$$

دما برحسب کلون، $1/4$ برابر شده است؛ در نتیجه دمای گاز به اندازه 40% افزایش می‌یابد.

برای حل قسمت دوم داریم:

$$\frac{V_1}{T_1} = \frac{V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{2}{312 + 273} = \frac{2.8}{T_2} \Rightarrow T_2 = 819 \text{ K}$$

دما برحسب درجه سلسیوس برابر است با:

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \Rightarrow 819 = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \Rightarrow \theta = 546^{\circ}\text{C}$$

۶۲ با توجه به جدول زیر که مربوط به برخی ویژگی‌های چند نمونه گاز در فشار یک اتمسفر و دمای ۲۵ درجه سلسیوس می‌باشد، کدام گزینه درست است؟ (هر ذره معادل با ۰/۵ مول است.) ($H = 1, He = 4, C = 12, O = 16, Ne = 20 : g \cdot mol^{-1}$)

شماره نمونه	۱	۲	۳	۴	۵
گاز	H_2	Ne	CO_2	O_2	He
ظرف محتوی گاز					

۱) حجم گاز موجود در ظرف ۲، $\frac{1}{4}$ حجم مولی گازها در شرایط STP است.

۲) جرم گاز موجود در ظرف ۳، از مجموع جرم گازهای سه ظرف ۱، ۲ و ۵ بیشتر است.

۳) با توجه به جدول می‌توان نتیجه گرفت که حجم یک مول از گازهای مختلف در شرایط یکسان، با هم متفاوت است.

۴) در جرم برابری از گازهای موجود در ظرف ۱ و ۴ در شرایط یکسان، نسبت حجم گاز اکسیژن به گاز هیدروژن بیشتر از ۱/۰ است.

در جدول زیر، ارتباط هر یک از کمیت‌های n, V, P, T را با یکدیگر مشاهده می‌کنید.

درسی Box

علت	نوع ارتباط	شرایط	رابطه بین دو کمیت در گازها
با افزایش فشار به پیستون، مولکول‌های گازی متراکم می‌شود و حجم کاهش می‌یابد.	معکوس	در دمای ثابت	رابطه بین حجم و فشار
با افزایش دما، جنب و جوش مولکول‌های گازی افزایش می‌یابد؛ در نتیجه فشار گاز به دیواره ظرف نیز افزایش می‌یابد.	مستقیم	در حجم ثابت	رابطه بین فشار و دما
با افزایش دما، جنب و جوش مولکول‌های گاز افزایش می‌یابد و باعث افزایش حجم ظرف می‌شوند.	مستقیم	در فشار ثابت	رابطه بین حجم و دما
با بیشتر شدن مقدار یک گاز، حجم اشغال شده توسط گاز افزایش می‌یابد.	مستقیم	در دما و فشار ثابت	رابطه بین حجم و مقدار مول گاز

پاسخ خیلی تشریحی ✓ جرم گازهای موجود در ظرف‌های ۱، ۲، ۳ و ۵ برابر است با:

$$1 \text{ ظرف} \Rightarrow H_2 \text{ ذره } 5 \times \frac{0/05 \text{ mol } H_2}{H_2 \text{ ذره } 1} \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} = 0/5 \text{ g}$$

$$2 \text{ ظرف} \Rightarrow Ne \text{ ذره } 5 \times \frac{0/05 \text{ mol } Ne}{Ne \text{ ذره } 1} \times \frac{20 \text{ g } Ne}{1 \text{ mol } Ne} = 5 \text{ g}$$

$$3 \text{ ظرف} \Rightarrow CO_2 \text{ ذره } 10 \times \frac{0/05 \text{ mol } CO_2}{CO_2 \text{ ذره } 1} \times \frac{44 \text{ g } CO_2}{1 \text{ mol } CO_2} = 22 \text{ g}$$

$$5 \text{ ظرف} \Rightarrow He \text{ ذره } 20 \times \frac{0/05 \text{ mol } He}{He \text{ ذره } 1} \times \frac{4 \text{ g } He}{1 \text{ mol } He} = 4 \text{ g}$$

مجموع جرم گازهای موجود در ظرف‌های ۱، ۲ و ۳ برابر ۹/۵ گرم است که از جرم گاز موجود در ظرف ۳، کم‌تر است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): در شرایط STP، دما برابر 0°C بوده و در شرایط سؤال، دما برابر 25°C است. از آنجا که فشار ثابت است، با افزایش دما، حجم مولی گازها افزایش می‌یابد.

در ظرف ۲، $5 \times 0 / 05$ که معادل $25/0$ یا $\frac{1}{4}$ مول گاز است، موجود است. بنابراین، اگر شرایط ظرف ۲، STP باشد، حجم گاز موجود ۲ آن، $\frac{1}{4}$ حجم مولی گازها در شرایط STP است. ولی چون دمای این ظرف از دمای شرایط STP بیشتر است، حجم گاز موجود در این ظرف، بیش از $\frac{1}{4}$ برابر حجم مولی گازها در شرایط STP است.

گزینه (۳): طبق قانون آووگادرو، در شرایط یکسان، حجم یک مول از گازهای گوناگون با هم برابر است.

گزینه (۴): جرم گاز اکسیژن و هیدروژن را با هم برابر و برابر x گرم در نظر می‌گیریم. در این شرایط یک مول از گازهای گوناگون، حجمی معادل V لیتر اشغال می‌کنند.

حجم گاز O_2 برابر است با:

$$\text{حجم گاز O}_2 = x \text{ g O}_2 \times \frac{1 \text{ mol O}_2}{32 \text{ g O}_2} \times \frac{V \text{ L O}_2}{1 \text{ mol O}_2} = \frac{xV}{32} \text{ L}$$

حجم گاز H_2 برابر است با:

$$\text{حجم گاز H}_2 = x \text{ g H}_2 \times \frac{1 \text{ mol H}_2}{2 \text{ g H}_2} \times \frac{V \text{ L H}_2}{1 \text{ mol H}_2} = \frac{xV}{2} \text{ L}$$

بنابراین می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{حجم گاز O}_2}{\text{حجم گاز H}_2} = \frac{\frac{xV}{32}}{\frac{xV}{2}} = \frac{1}{16} < 0/1$$

مقدار CO_2 تولیدشده به ازای تولید هر کیلووات ساعت برق، از کدام منبع بیشتر از سایر منابع است؟

۶۳

- (۱) گرمای زمین
(۲) باد
(۳) انرژی خورشیدی
(۴) گاز طبیعی



پاسخ خیلی تشریحی ✓

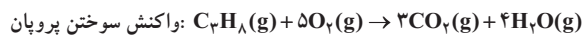
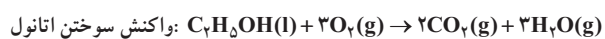
مقایسه رد پای CO_2 ایجادشده از منابع گوناگون تولید انرژی الکتریکی، به صورت زیر است:

باد > گرمای زمین > انرژی خورشید > گاز طبیعی > نفت خام > زغال سنگ: مقایسه رد پای CO_2

بنابراین مقدار CO_2 تولیدشده از گاز طبیعی نسبت به بقیه موارد، بیشتر است.

۶۴

برای تأمین انرژی یک فرایند، در نیروگاه A از ۹۲۰ کیلوگرم اتانول و در نیروگاه B از ۹۲۰ کیلوگرم پروپان در یک سال استفاده شده است. تفاوت تعداد درخت‌های تنومند لازم برای از بین بردن رد پای کربن دی‌اکسید این دو نیروگاه برای فرایند مورد نظر، در یک سال، کدام است؟ (H = ۱, C = ۱۲, O = ۱۶ : g.mol⁻¹)، هر درخت تنومند، سالانه ۵۰ کیلوگرم CO_۲ را جذب می‌کند.



۴۸ (۴)

۳۶ (۳)

۲۰ (۲)

۱۲ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ ابتدا جرم گاز CO_۲ تولیدشده در نیروگاه A را محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ kg CO}_2 = 920 \text{ kg C}_7\text{H}_5\text{OH} \times \frac{1 \text{ mol C}_7\text{H}_5\text{OH}}{96 \text{ g C}_7\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{2 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_7\text{H}_5\text{OH}} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 1760 \text{ kg}$$

جرم گاز CO_۲ تولیدشده در نیروگاه B نیز برابر است با:

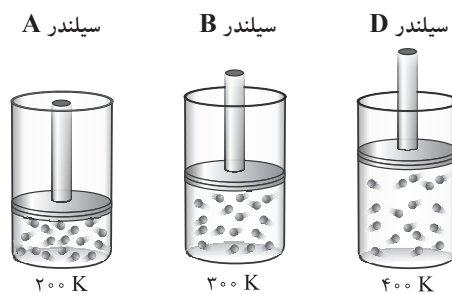
$$? \text{ kg CO}_2 = 920 \text{ kg C}_3\text{H}_8 \times \frac{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8}{44 \text{ g C}_3\text{H}_8} \times \frac{3 \text{ mol CO}_2}{1 \text{ mol C}_3\text{H}_8} \times \frac{44 \text{ g CO}_2}{1 \text{ mol CO}_2} = 2760 \text{ kg}$$

اکنون می‌توان اختلاف تعداد درختان برای جذب CO_۲ در هر نیروگاه را به دست آورد:

$$? \text{ درخت} = (2760 - 1760) \text{ kg CO}_2 \times \frac{1 \text{ درخت}}{50 \text{ kg CO}_2} = 20$$

مقدار برابری از گاز X در سه سیلندر با پیستون روان مطابق شکل زیر موجود است. کدام مورد در رابطه با آن، درست است؟ (دما در هر

سیلندر، ثابت است.)



فشار ثابت

(۱) روند تغییر حجم و دما در شکل داده شده، مشابه روند افزایش حجم بادکنک‌های پرشده از هوا در درون نیتروژن مایع است.

(۲) اگر مقداری گاز X را وارد سیلندر B کنیم، در دمای ثابت چگالی گاز X ثابت می‌ماند.

(۳) با بالا کشیدن پیستون در سیلندر A، اگر فشار ثابت بماند، دما کاهش می‌یابد.

(۴) اگر مقداری گاز X وارد سیلندر D شود، حجم مولکول‌های گاز X افزایش می‌یابد.



با توجه به این که گاز در سیلندری با پیستون روان حضور دارد، فشار گاز ثابت بوده و دما نیز در سیلندر A ثابت است. چگالی یک

گاز به دما و فشار آن گاز وابسته است؛ در نتیجه اگر دما و فشار یک گاز ثابت باشد، چگالی گاز نیز ثابت می‌ماند.

دقت کنید که طبق فرمول چگالی ($\text{چگالی} = \frac{\text{جرم}}{\text{حجم}}$)، با افزودن گاز X به سیلندر، جرم و حجم به یک نسبت افزایش می‌یابند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه (۱): قراردادن بادکنک‌های پرشده از هوا، درون نیتروژن مایع سبب می‌شود که حجم آن‌ها به شدت کاهش یابد، زیرا با کاهش

دمای گاز، حجم نیز کاهش می‌یابد.

گزینه (۳): با بالا کشیدن پیستون مربوط به سیلندر A، حجم آن افزایش می‌یابد. در فشار ثابت، با افزایش حجم یک گاز، دمای

آن نیز افزایش می‌یابد.

گزینه (۴): در دما و فشار ثابت با ورود مقدار گاز X به سیلندر D، حجم سیلندر و در نتیجه حجم گازهای موجود در آن افزایش

می‌یابد. دقت کنید که حجم هر مولکول گاز تغییری نمی‌کند، بلکه مولکول‌های گاز، حجم بیشتری از ظرف را اشغال می‌کنند.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با واکنش تولید آمونیاک به روش هابر، درست است؟

- نقطه جوش فراورده از نقطه جوش هر دو واکنش‌دهنده بیشتر است.
- فراورده این واکنش به عنوان کود، به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.
- نسبت مجموع ضرایب استوکیومتری مواد واکنش‌دهنده به فراورده در معادله موازنه‌شده آن برابر ۲ است.
- در حضور کاتالیزگر آهن و در دما و فشار مناسب، واکنش‌دهنده‌ها به طور کامل به فراورده تبدیل می‌شوند.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

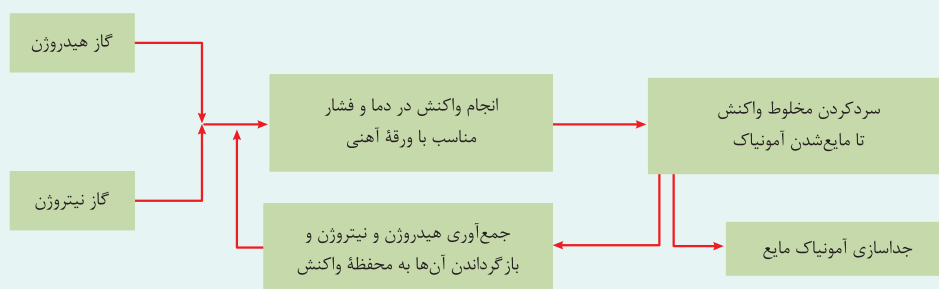


فرایند هابر

درس‌Box

۱) فرایند هابر $(N_2(g) + 3H_2(g) \rightleftharpoons 2NH_3(g))$ ، یک واکنش برگشت‌پذیر بوده و در ظرف واکنش، مخلوطی از هر سه گاز N_2 ، H_2 و NH_3 وجود دارد.

۲) نقطه جوش NH_3 ، بسیار بیشتر از H_2 و N_2 است، لذا اگر مخلوط واکنش را سرد کنیم، ابتدا گاز NH_3 به صورت مایع از ظرف خارج می‌شود.



۳) برخی از ویژگی‌های مواد شرکت‌کننده در فرایند هابر در جدول زیر آورده شده است:

نام ماده	فرمول مولکولی	ساختار لوویس	نقطه جوش (°C)
نیتروژن	N_2	$:N \equiv N:$	-۱۹۶
هیدروژن	H_2	$H-H$	-۲۵۳
آمونیاک	NH_3	$H-\ddot{N}-H$ H	-۳۳

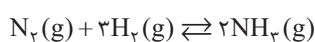
پاسخ خیلی تشریحی ✓ موارد اول، دوم و سوم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: فراورده واکنش، آمونیاک است و نقطه جوش بیشتری نسبت به گازهای هیدروژن و نیتروژن دارد.

عبارت دوم: کشاورزان کودهای شیمیایی نیتروژن‌دار را به خاک می‌افزایند. یکی از این کودها، آمونیاک است که به طور مستقیم به خاک تزریق می‌شود.

عبارت سوم: معادله موازنه‌شده واکنش به صورت مقابل است:



نسبت خواسته‌شده $= \frac{4}{2} = 2$

عبارت چهارم: اگر مخلوط گازهای H_2 و N_2 از روی یک ورقه آهنی (کاتالیزگر) در دما و فشار مناسب عبور داده شود، با انجام واکنش، مقدار قابل توجهی آمونیاک تولید می‌شود؛ اما همه واکنش‌دهنده‌ها به فراورده تبدیل نخواهد شد، زیرا این واکنش برگشت‌پذیر است.

با ورود مقدار کافی گاز اکسیژن به یک ظرف حاوی ۴ مول از گازهای متان و بوتان (C_4H_{10})، مخلوط به طور کامل می‌سوزد. اگر اختلاف حجم گاز CO_2 حاصل از سوختن متان و بوتان در شرایط STP برابر $190/4$ لیتر باشد، درصد مولی گاز متان در مخلوط اولیه چه قدر است؟ (فراورده‌های واکنش سوختن، آب و گاز کربن دی‌اکسید است.)

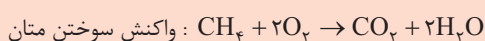
$$\begin{array}{ll} 37/5 (1) & 62/5 (2) \\ 40/5 (3) & 59/5 (4) \end{array}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓

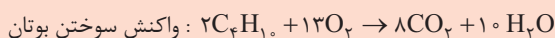
گام اول: اگر مول گاز CH_4 را برابر x و مول گاز C_4H_{10} را برابر y در نظر بگیریم، داریم:
از طرفی اختلاف حجم گاز CO_2 تولیدشده را می‌توان به اختلاف مول آن تبدیل کرد:

$$\text{اختلاف } CO_2 = \text{اختلاف حجم } CO_2 = 190/4 \text{ L} = \text{اختلاف مول } CO_2 = 8/5 \text{ mol}$$

گام دوم: مقدار مول گاز CO_2 در دو واکنش سوختن را محاسبه می‌کنیم:



$$? \text{ mol } CO_2 = x \text{ mol } CH_4 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{1 \text{ mol } CH_4} = x \text{ mol}$$



$$? \text{ mol } CO_2 = y \text{ mol } C_4H_{10} \times \frac{8 \text{ mol } CO_2}{2 \text{ mol } C_4H_{10}} = 4y \text{ mol}$$

$$4y - x = 8/5$$

اختلاف مول CO_2 تولیدشده در دو واکنش برابر $8/5$ است، بنابراین می‌توان نوشت:

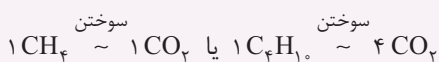
گام سوم: با حل دستگاه زیر، مقادیر x و y محاسبه می‌شود:

$$\begin{cases} x + y = 4 \\ 4y - x = 8/5 \end{cases} \Rightarrow x = 1/5 \text{ mol}, y = 2/5 \text{ mol}$$

گام چهارم: درصد مولی گاز CH_4 در نمونه اولیه به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\text{درصد مولی متان} = \frac{\text{مول متان}}{\text{مول مخلوط}} \times 100 = \frac{1/5}{4} \times 100 = 37/5$$

در واکنش سوختن کامل هیدروکربن‌ها (مثل متان و ...)، همیشه ضریب هیدروکربن را ۱ و ضریب CO_2 را برابر با تعداد اتم‌های کربن، هیدروکربن در نظر بگیر:

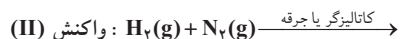
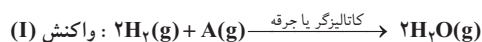


با انجام این کار دیگر، نیازی به موازنه کامل واکنش سوختن نیست.

اگر از سوختن کامل مخلوطی از پروپین (C_3H_6) و پروپین (C_3H_4)، $29/12$ لیتر گاز اکسیژن در شرایط STP مصرف شده و حجم گاز کربن دی‌اکسید حاصل، $8/96$ لیتر کم‌تر از حجم گاز اکسیژن مصرفی باشد، در مخلوط اولیه جرم پروپین چند برابر جرم پروپین بوده است؟ ($H = 1, C = 12 : g \cdot mol^{-1}$) (کنکور تهرمی - ۱۴۰۳)

$$\begin{array}{ll} 0/47 (1) & 0/50 (2) \\ 2/0 (3) & 2/10 (4) \end{array}$$

با توجه به واکنش‌های زیر، چند مورد از مطالب داده شده درست است؟



- اگر از هوا در پرکردن و تنظیم باد تایر خودرو استفاده شود، مقداری گاز A نیز وارد تایر می‌شود.
- با انجام واکنش (II) در دما و فشار اتاق، مولکولی با ۳ پیوند اشتراکی حاصل می‌شود.
- اگر در واکنش (II)، به جای H_2 از مولکول A استفاده شود، گازی با مولکول‌های دو اتمی در حضور رعد و برق حاصل می‌شود.
- با کاهش دما در مخلوط واکنش‌دهنده‌های هر دو واکنش، ابتدا گاز A تغییر حالت می‌دهد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)



گاز N_2 ، فراوان‌ترین جزء سازنده هواکره (۷۸٪ حجمی) است. این مولکول در مقایسه با مولکول‌های O_2 ، واکنش‌پذیری بسیار کمتری داشته و در حضور جرقه یا کاتالیزگر نمی‌تواند با گاز H_2 در دمای اتاق واکنش دهد. به همین دلیل، آقای هابر شرایط واکنش را بارها تغییر داد تا به شرایط بهینه برای انجام واکنش برسد.

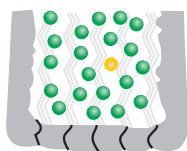


مولکول A، معادل با O_2 و بر این اساس موارد اول، سوم و چهارم درست‌اند.

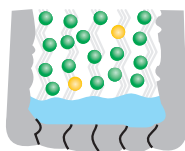
پاسخ خیلی تشریحی ✓

بررسی عبارت‌ها:

عبارت اول: در شکل زیر، پرشدن تایر خودرو با هوا و گاز N_2 را مشاهده می‌کنید.



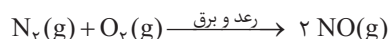
● نیتروژن ۹۵٪
● اکسیژن ۵٪



● نیتروژن ۷۸٪
● اکسیژن ۲۱٪
● آب ۱٪

عبارت دوم: در دمای اتاق، واکنش تولید آمونیاک از گازهای هیدروژن و نیتروژن، حتی در حضور کاتالیزگر یا جرقه انجام نمی‌شود.

عبارت سوم: در حضور رعد و برق، واکنش زیر انجام می‌شود:



مولکول‌های NO، دو اتمی هستند و نیتروژن مونواکسید نام دارند.

عبارت چهارم: با کاهش دما، ابتدا گازی که نقطه جوش بیشتری داشته باشد، به حالت مایع درآمده و می‌توان آن را از مخلوط جدا

کرد. چون نقطه جوش O_2 (-183°C)، بیشتر از نقطه جوش N_2 (-196°C) و H_2 (-253°C) است، ابتدا گاز O_2 به حالت

مایع درمی‌آید.

۶۹

در واکنش اکسایش هر مول گلوکز در بدن، مول گاز تولید می‌شود و اگر اختلاف شمار اتم‌های کربن و هیدروژن در نمونه‌ای از گلوکز برابر با $10^{22} \times 18/54$ باشد، حجم گاز مصرف‌شده اکسیژن برابر با لیتر است. (حجم هر مول گاز، برابر با ۲۵ لیتر است.)

$$2) \quad 22/5 - 6$$

$$1) \quad 22/5 - 12$$

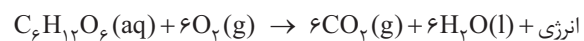
$$4) \quad 15 - 6$$

$$3) \quad 15 - 12$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به واکنش زیر، H_2O حالت فیزیکی مایع دارد و از اکسایش هر مول گلوکز در بدن، ۶ مول گاز CO_2 حاصل می‌شود.



در هر مولکول از گلوکز، ۶ اتم کربن و ۱۲ اتم هیدروژن وجود دارد؛ بنابراین می‌توان نوشت:



بر این اساس، می‌توان حجم گاز O_2 مصرف‌شده را به دست آورد:

$$? L O_2 = \frac{10^{22} \times 18}{54} H \text{ و } C \text{ اختلاف} \times \frac{1 \text{ mol H و } C \text{ اختلاف}}{6/10^3 \times 10^{22} H \text{ و } C \text{ اختلاف}} \times \frac{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}{6 \text{ mol H و } C \text{ اختلاف}} \times \frac{6 \text{ mol } O_2}{1 \text{ mol } C_6H_{12}O_6}$$

$$\times \frac{25 L CO_2}{1 \text{ mol } O_2} = 22/5 L$$

۷۰

مطابق جدول زیر، دو نمونه از مخلوط گازی شامل متان (CH_4) و اتیلن (C_2H_4) موجود است. اگر در دما و فشار معین، 30 mL از نمونه (I) با 70 mL گاز اکسیژن به طور کامل بسوزد، در همان دما و فشار، چند میلی‌لیتر گاز اکسیژن برای سوختن کامل 30 mL از نمونه (II) نیاز است؟

نمونه	نسبت حجم متان به اتیلن در مخلوط
I	$\frac{a}{b}$
II	$\frac{b}{a}$

۱۰۰ (۴)

۸۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

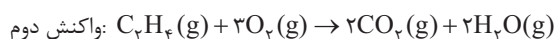
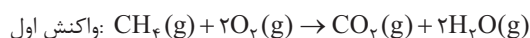


در گازها، نسبت‌های مولی برابر با نسبت‌های حجمی هستند. برای مثال می‌توان نوشت:

$$\frac{\text{مول گاز A}}{\text{حجم گاز A}} = \frac{\text{مول گاز B}}{\text{حجم گاز B}}$$

به عنوان نمونه، در واکنش $\text{A(g)} \rightarrow 2\text{B(g)}$ ، با توجه به ضرایب، اگر ۱ مول گاز A مصرف شود، ۲ مول گاز B تولید می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که اگر V لیتر گاز A مصرف شود، ۲V لیتر گاز B تولید می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل متان (CH_4) و اتیلن (C_2H_4) به صورت زیر است:



گام دوم: در نمونه (I)، نسبت حجمی (مولی) گاز متان به اتیلن برابر $\frac{a}{b}$ است؛ بنابراین اگر مقدار حجم گاز متان را a میلی‌لیتر و مقدار حجم گاز اتیلن را b میلی‌لیتر در نظر بگیریم، برای نمونه (I) می‌توان نوشت:

$$a + b = 30 \text{ mL}$$

از طرفی حجم گاز O_2 مصرف‌شده در دو واکنش برابر است با:

$$\text{در واکنش اول: } a \text{ mL CH}_4 \times \frac{2 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mL CH}_4} = 2a \text{ mL}$$

$$\text{در واکنش دوم: } b \text{ mL C}_2\text{H}_4 \times \frac{3 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mL C}_2\text{H}_4} = 3b \text{ mL}$$

$$\text{مجموع حجم گاز O}_2 = 2a + 3b = 70 \text{ mL} \quad \text{در دو واکنش}$$

با حل دستگاه زیر، مقادیر a و b به دست می‌آید:

$$\begin{cases} a + b = 30 \\ 2a + 3b = 70 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 20 \text{ mL} \\ b = 10 \text{ mL} \end{cases}$$

گام سوم: در نمونه (II)، نسبت حجمی یا مولی گاز متان به اتیلن برابر $\frac{b}{a}$ است؛ بنابراین اگر 10 mL متان و 20 mL اتیلن بسوزد، حجم گاز O_2 مصرف‌شده در دو واکنش را می‌توان به صورت زیر به دست آورد:

$$\left. \begin{array}{l} \text{در واکنش اول: } 10 \text{ mL CH}_4 \times \frac{2 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mL CH}_4} = 20 \text{ mL} \\ \text{در واکنش دوم: } 20 \text{ mL C}_2\text{H}_4 \times \frac{3 \text{ mL O}_2}{1 \text{ mL C}_2\text{H}_4} = 60 \text{ mL} \end{array} \right\} \Rightarrow \text{مجموع حجم O}_2 = 80 \text{ mL}$$