

# آزمون آزمایشی خیلی سبز

پایه یازدهم

مرحله هفتم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴

تاریخ برگزاری: ۱۰/ اسفند/ ۱۴۰۳

بودجه بندی دروس

حسابان (۱)	آمار و احتمال	هندسه (۲)
فصل ۳ (درس ۲ و ۳) و فصل ۴ (درس ۱ و ۲) صفحه ۸۰ تا ۱۰۴	فصل ۲ (درس ۳ از ابتدای قانون ضرب احتمال) و فصل ۳ (درس ۱) صفحه ۵۲ تا ۷۹	فصل ۲ (درس ۱ از ابتدای تجانس و درس ۲) صفحه ۴۳ تا ۵۸
فیزیک (۲)	شیمی (۲)	
فصل ۲ (از ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) و فصل ۳ (تا ابتدای نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک در میدان مغناطیسی) صفحه ۶۷ تا ۸۸	فصل ۲ (از ابتدای آنتالپی، همان محتوای انرژی است تا ابتدای سرعت تولید یا مصرف مواد شرکت کننده در واکنش از دیدگاه کمی) صفحه ۶۵ تا ۸۵	

مدت پاسخگویی	تا شماره	از شماره	تعداد سؤال	مواد امتحانی
۳۰ دقیقه	۲۰	۱	۲۰	حسابان
۲۰ دقیقه	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه
۲۰ دقیقه	۴۰	۳۱	۱۰	آمار و احتمال
۳۰ دقیقه	۶۰	۴۱	۲۰	فیزیک
۲۰ دقیقه	۸۰	۶۱	۲۰	شیمی
۱۲۰ دقیقه		سؤال ۸۰		مجموع

این آزمون نمره منفی دارد.

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

دفتر چه سؤالات آزمون های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینیه ها، نوع صفحه آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه ترین حالت به دفتر چه سؤالات کنکور سراسری طراحی می شود.





## حسابان یازدهم

۱- حاصل عبارت  $\frac{1}{1 + \log_{\sqrt{5}} 3} + \frac{1}{1 + \log_3 \sqrt{5}}$  کدام است؟

- (۱) ۱ (۲)  $2 \log_{\sqrt{5}} 3$  (۳)  $2 \log_3 \sqrt{5}$  (۴) ۲

۲- حاصل عبارت  $\frac{\log_2 24}{\log_{96} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) -۳ (۴) -۲

۳- اگر  $x = 1$  یکی از جواب‌های معادله  $\log_{2x} x = m - \frac{2m-1}{\log_2 2x} + (\log_2 x)^2$  باشد، حاصل ضرب جواب‌های دیگر معادله کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{2}$  (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۴

۴- اگر  $\frac{1}{\log_2 \alpha} + \frac{1}{\log_3 \alpha} + \frac{1}{\log_6 \alpha} = \frac{3}{2}$  باشد، حاصل  $[\alpha]$  کدام است؟ ( $[\ ]$  نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۱۱ (۲) ۱۰ (۳) ۹ (۴) ۸

۵- جواب ناصحیح معادله  $\sqrt{\log_3 x} + 3 = \frac{1}{\log_{8x} 2}$  را به صورت  $\alpha^{\log \beta \alpha}$  نوشته‌ایم، اگر  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو طبیعی باشند، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

۶- اگر دامنه تابع  $f(x) = \log_m(x^2 - (m+1)x + 2m)$  برابر  $\mathbb{R}$  باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $m$  شامل چند عدد صحیح است؟

- (۱) ۵ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۶

۷- اعداد  $m$  و  $n$  طبیعی و کوچک‌تر از ۲۰۰ هستند. در این صورت به ازای چند زوج مرتب  $(m, n)$  تساوی  $\log_n m + 12 \log_m n = 7$  برقرار است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷ (۴) ۸

۸- مجموع جواب‌های معادله  $\log_3 x + \frac{3}{x} + (\log_3 x)^2 = 1$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{8}{9}$  (۲)  $\frac{28}{9}$  (۳)  $\frac{35}{9}$  (۴)  $\frac{37}{9}$

محل انجام محاسبات



۹- اگر  $\log_{bc} a = a$ ،  $\log_{ac} b = b$  و  $\log_{ab} c = c$  باشد، کدام نتیجه‌گیری الزاماً درست است؟

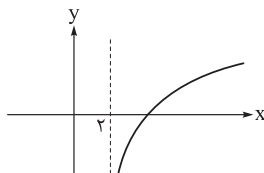
$$(1+a)(1+b)(1+c) = 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1 \quad (1)$$

$$\left(1 + \frac{1}{a}\right)\left(1 + \frac{1}{b}\right)\left(1 + \frac{1}{c}\right) = 1 \quad (4)$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+\frac{1}{c}} = 1 \quad (3)$$

۱۰- نمودار تابع  $f(x) = \log_7(x-a)$  به صورت زیر است. مقدار  $f(34)$  کدام است؟



$$4 \quad (2)$$

$$\frac{5}{2} \quad (1)$$

$$\frac{15}{7} \quad (4)$$

$$8 \quad (3)$$

۱۱- طول کمان نظیر زاویه مرکزی به اندازه  $20^\circ$  در دایره‌ای به شعاع ۲۷ سانتی‌متر، چند سانتی‌متر است؟

$$2\pi \quad (4)$$

$$9\pi \quad (3)$$

$$3\pi \quad (2)$$

$$6\pi \quad (1)$$

۱۲- زاویه  $22/5^\circ$  بر حسب رادیان کدام است؟

$$\frac{\pi}{4} \quad (4)$$

$$\frac{\pi}{12} \quad (3)$$

$$\frac{\pi}{16} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{8} \quad (1)$$

۱۳- انتهای کمان‌های متناظر با زوایای  $\frac{\pi}{6}$ ،  $\frac{5\pi}{6}$ ،  $\frac{3\pi}{2}$  رادیان را روی دایره مثلثاتی به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم.

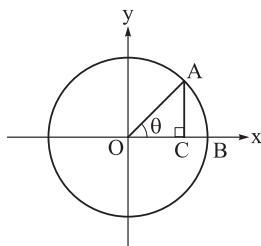
مساحت مثلث حاصل کدام است؟

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \quad (4)$$

$$\frac{4}{3}\sqrt{3} \quad (3)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (1)$$



۱۴- در شکل مقابل  $\widehat{AC} = \pi$  است. حاصل  $\frac{\sin \theta}{\theta}$  کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$\frac{2}{\pi} \quad (4)$$

$$3 \quad (3)$$

۱۵- حاصل  $\tan \frac{3\pi}{20} + \cot \frac{15\pi}{12} + \tan \frac{17\pi}{20} + \cot \frac{9\pi}{12}$  کدام است؟

$$\text{صفر} \quad (4)$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} \quad (3)$$

$$1 \quad (2)$$

$$-1 \quad (1)$$

محل انجام محاسبات



۱۶- اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\sin(13\alpha + 12\beta) + \sin(3\alpha + 2\beta)}{\cos(6\alpha + 5\beta) + \cos(8\alpha + 9\beta)}$  کدام است؟

- (۱) -۲ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۱۷- اگر  $3x + 5y = \frac{7\pi}{4}$  باشد، حاصل عبارت  $\cos 6x + \sin 10y$  کدام است؟

- (۱) صفر (۲)  $\sin 6x$  (۳)  $\cos 10y$  (۴)  $-2 \sin 6x$

۱۸- حاصل  $\frac{2 \sin 101^\circ - \cos 169^\circ}{\sin 439^\circ}$  کدام است؟

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۹- اگر  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos^5\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \cos^3(\pi - \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) + \cos(2\pi - \alpha)}$  کدام است؟

$$\frac{13\sqrt{2} - 7}{9} \quad (۲) \qquad \frac{7\sqrt{2} - 13}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{13\sqrt{2} - 9}{7} \quad (۴) \qquad \frac{9\sqrt{2} - 13}{7} \quad (۳)$$

۲۰- اگر  $\cot \alpha = 3$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{2 \sin(\pi - \alpha) + \cos \alpha}{3 \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) - 2 \cos \alpha}$  کدام است؟

- (۱)  $-\frac{5}{9}$  (۲)  $\frac{9}{5}$  (۳)  $-\frac{9}{5}$  (۴)  $\frac{5}{9}$

محل انجام محاسبات





## هندسه یازدهم

۲۱- کدام یک از گزاره‌های زیر، لزوماً درست نیست؟

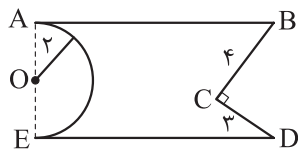
- (۱) تجانس، شیب خطها را حفظ می‌کند.  
 (۲) تجانس، اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.  
 (۳) تجانس، طولیاست.  
 (۴) نسبت تجانس، عددی حقیقی و غیرصفر است.
- ۲۲- مربع ABCD را با تجانسی که مرکز آن محل تلاقی قطرهای و نسبت تجانس آن  $(\frac{1}{3})$  است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۲۴ باشد، محیط مربع ABCD کدام است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۲۴ (۳)  $12\sqrt{3}$  (۴)  $8\sqrt{3}$

۲۳- از بین مثلث‌هایی به مساحت ۱۵ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۲ واحد مشترک هستند، کم‌ترین مقدار محیط کدام است؟

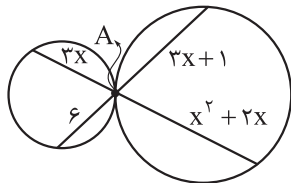
- (۱) ۲۰ (۲) ۲۵ (۳) ۳۰ (۴) ۳۶

۲۴- با استفاده از تبدیل بازتاب، مساحت شکل زیر را بدون تغییر در محیط آن افزایش داده‌ایم. میزان افزایش مساحت کدام است؟ (O مرکز نیم‌دایره است.)



- (۱)  $2\pi + 6$  (۲)  $4\pi + 12$  (۳)  $2\pi + 12$  (۴)  $4\pi + 24$

۲۵- در شکل زیر، دو دایره در نقطه A بر هم مماس‌اند. مقدار x کدام است؟



- (۱)  $\frac{3}{2}$   
 (۲) ۲  
 (۳) ۳  
 (۴)  $\frac{9}{2}$

۲۶- در تجانس به مرکز M و نسبت k، نقطه  $A'(3, 7)$  مجانس نقطه  $A(0, 1)$  و نقطه  $B'(7, 7)$  مجانس نقطه  $B(1, 1)$  است. مختصات نقطه M کدام است؟

- (۱)  $(-1, -1)$  (۲)  $(0, 0)$  (۳)  $(-2, -2)$  (۴)  $(-\frac{3}{2}, -\frac{3}{2})$

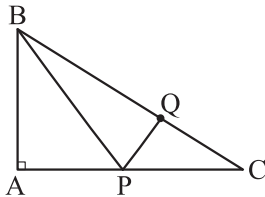
## محل انجام محاسبات



۲۷- در مثلث  $ABC$ ،  $AM$  و  $BN$  میانه‌های نظیر ضلع‌های  $BC$  و  $AC$  هستند. تصویر  $M$  در تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  را  $M'$  و تصویر  $N$  در تجانس به مرکز  $B$  و نسبت  $\frac{2}{3}$  را  $N'$  می‌نامیم. حاصل  $\frac{M'N'}{AM}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{1}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{3}{4}$

۲۸- در شکل زیر، از نقطه  $B$  به نقطه‌ای مانند  $P$  واقع بر  $AC$  و سپس از  $P$  به نقطه  $Q$  واقع بر  $BC$  رفته‌ایم. اگر  $BQ = 3CQ$  و طول مسیر شکسته  $BPQ$  کم‌ترین مقدار ممکن باشد، نسبت  $\frac{PC}{AP}$  کدام است؟



- (۱)  $\frac{9}{20}$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $\frac{4}{5}$  (۴)  $\frac{2}{3}$

۲۹- نقاط  $A(-2, 8)$ ،  $B(1, m)$ ،  $C(2, m)$  و  $D(7, 2)$  را در نظر بگیرید. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای  $ABCD$  کدام است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

۳۰- در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $AB = 6$ ،  $AC = 8$  و  $\hat{A} = 90^\circ$ )، تصویر وتر  $BC$  در تجانس به مرکز  $A$ ، از نقطه هم‌رسی نیمسازهای مثلث می‌گذرد. مساحت بین ضلع  $BC$  و تصویرش تحت این تجانس و محدود به مثلث کدام است؟

- (۱)  $\frac{95}{6}$  (۲) ۱۹ (۳) ۱۶ (۴)  $\frac{95}{7}$



### آمار و احتمال

۳۱- دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد روشده ۴ باشد»، «حاصل ضرب

اعداد روشده فرد باشد» و «اختلاف دو عدد روشده مضرب ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

$$(1) A \text{ و } B \quad (2) A \text{ و } C$$

$$(3) B \text{ و } C \quad (4) \text{ هر سه پیشامد مستقل‌اند.}$$

۳۲- احتمال قهرمانی تیم رئال مادرید در لالیگا برابر  $\frac{9}{10}$  و احتمال قبولی مهسا در امتحان نهایی درس آمار و احتمال

برابر  $\frac{6}{10}$  است. با چه احتمالی رئال مادرید قهرمان می‌شود ولی مهسا در امتحان رد می‌شود؟

$$(1) \frac{36}{100} \quad (2) \frac{4}{10} \quad (3) \frac{54}{100} \quad (4) \frac{6}{10}$$

۳۳-  $A$  و  $B$  دو پیشامد مستقل‌اند، به طوری که احتمال رخ دادن  $B$  نصف احتمال رخ دادن  $A$  است. اگر

$$P((A - B) \cup (B - A)) = \frac{1}{4}$$

باشد، احتمال این که  $B$  رخ دهد ولی  $A$  رخ ندهد، کدام است؟  $(P(A) \neq 1)$

$$(1) \frac{1}{4} \quad (2) \frac{1}{8} \quad (3) \frac{3}{8} \quad (4) \frac{5}{8}$$

۳۴- در یک کلاس ۳ نفر عینکی و چپ‌دست، ۵ نفر عینکی و راست‌دست،  $x$  نفر بدون عینک و چپ‌دست و ۱۵ نفر بدون

عینک و راست‌دست هستند. در این کلاس «عینکی بودن» و «راست‌دست بودن» مستقل‌اند.  $x$  کدام است؟

$$(1) 6 \quad (2) 9 \quad (3) 10 \quad (4) 12$$

۳۵- در جعبه‌ای ۴ توپ سیاه و ۳ توپ سفید وجود دارد. از این جعبه در هر مرحله به تصادف و به طور پی‌درپی توپ

خارج می‌کنیم تا به دومین توپ سفید برسیم. با چه احتمالی حداکثر در سه مرحله به این هدف می‌رسیم؟

$$(1) \frac{9}{35} \quad (2) \frac{13}{35} \quad (3) \frac{17}{35} \quad (4) \frac{18}{35}$$

۳۶- در یک امتحان تستی سه‌گزینه‌ای، ۵ سؤال مطرح شده است. اگر یک دانش‌آموز به تمام سؤالات به طور تصادفی

پاسخ داده باشد، با چه احتمالی دقیقاً به دو سؤال پاسخ درست داده است؟

$$(1) \frac{8}{243} \quad (2) \frac{10}{243}$$

$$(3) \frac{40}{243} \quad (4) \frac{80}{243}$$

محل انجام محاسبات

۳۷- از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای ..... و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای ..... استفاده می‌شود. کدام گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

- (۱) پیوسته - گسسته و کیفی  
 (۲) گسسته - پیوسته و کیفی  
 (۳) کیفی - گسسته و پیوسته  
 (۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

۳۸- جدول زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. مقدار  $a + 2b - c$  کدام است؟

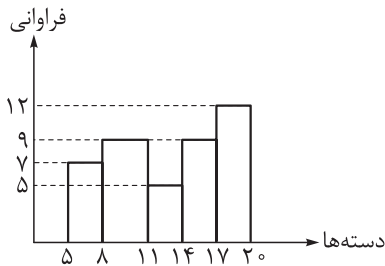
شماره دسته	قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی
۱	$130 \leq H < 150$	۵	$0/25$
۲	$150 \leq H < 170$	۱۱	a
۳	$170 \leq H < 190$	۳	b
۴	$190 \leq H < 210$	x	c

- (۱)  $0/6$  (۲)  $0/7$  (۳)  $0/8$  (۴)  $0/9$

۳۹- فراوانی نسبی دسته‌ای  $\frac{3}{10}$  است. اگر ۱۰ داده به این دسته اضافه کنیم و فراوانی مابقی دسته‌ها ثابت بماند، درصد فراوانی این دسته ۱۴ درصد زیاد می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۲۲ (۴) ۲۴

۴۰- در نمودار بافت‌نگاشت زیر داده‌های ۶، ۹، ۱۰، ۱۵ و ۱۶ را حذف می‌کنیم و به جای آن‌ها داده‌های ۷، ۱۹ و ۱۹ را اضافه می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای برای داده‌های جدید، اختلاف زاویه مرکزی دسته‌های ۸ - ۵ و ۱۱-۱۴ چند درجه است؟



- (۱) ۱۵  
 (۲) ۱۸  
 (۳) ۵۴  
 (۴) ۶۳



## فیزیک یازدهم

۴۱- روی یک بخاری برقی دو عدد  $220V$  و  $1100W$  نوشته شده است. این بخاری را به اختلاف پتانسیل  $220V$  وصل

می‌کنیم. در این حالت، چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

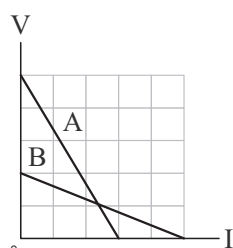
الف) مقاومت الکتریکی این بخاری،  $44\Omega$  است.

ب) انرژی الکتریکی مصرفی این بخاری در هر شبانه روز  $26/4kWh$  است.

پ) جریان عبوری از این بخاری،  $4A$  است.

۱ (۲)      ۲ (۳)      ۳ (۴)      صفر (۱)

۴۲- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌های  $A$  و  $B$  بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها به شکل زیر

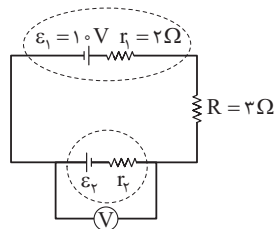


است. بیشینه توان خروجی باتری  $A$ ، چند برابر بیشینه توان خروجی باتری  $B$  است؟

۱ (۳)      ۲ (۲)      ۳ (۱)      ۴ (۳)

۳ (۳)      ۴ (۴)      ۵ (۳)      ۵ (۳)

۴۳- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت  $R$  برابر  $27W$  باشد، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۵ (۱)

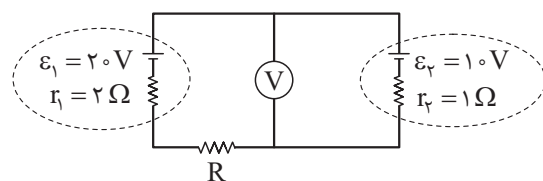
۵/۷ (۲)

۱۰ (۳)

۱۵ (۴)

۴۴- در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱)،  $\frac{4}{3}$  برابر توان ورودی باتری (۲) است. به ترتیب از راست به چپ، مقاومت  $R$

برابر چند اهم و مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



۱۲، ۲ (۱)

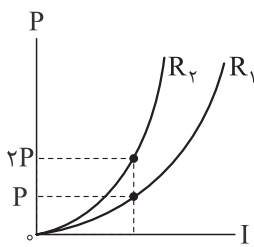
۱۲، ۱ (۲)

۸، ۲ (۳)

۸، ۱ (۴)

محل انجام محاسبات

۴۵- نمودار توان مصرفی بر حسب جریان عبوری از دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به شکل زیر است. اگر این دو مقاومت را به صورت موازی به باتری آرمانی با نیروی محرکه  $8V$  متصل کنیم، توان خروجی باتری برابر با  $12W$  می‌شود. مقاومت  $R_2$



چند اهم است؟

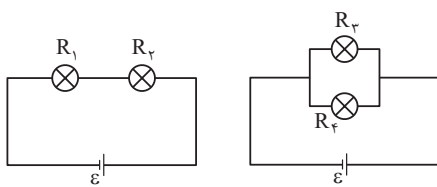
(۱) ۴

(۲) ۸

(۳) ۱۲

(۴) ۱۶

۴۶- در مدارهای شکل زیر، مقاومت الکتریکی لامپ‌ها مساوی و در هر دو مدار، نیروی محرکه باتری آرمانی یکسان است.



مدار (۱)

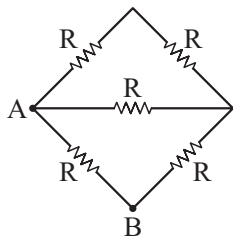
مدار (۲)

اگر توان مصرفی مقاومت  $R_1$  برابر  $10W$  باشد، کدام مورد درست است؟

(۱) توان مصرفی مقاومت  $R_2$  برابر  $20W$  است.(۲) توان خروجی باتری مدار (۱)، برابر  $40W$  است.(۳) توان مصرفی مقاومت  $R_2$  برابر با مجموع توان مصرفی مقاومت‌های مدار (۱) است.

(۴) توان خروجی باتری مدار (۲)، برابر توان خروجی باتری مدار (۱) است.

۴۷- در شکل زیر، اگر مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر  $20\Omega$  باشد، R چند اهم است؟



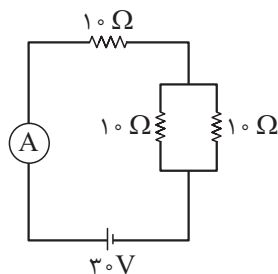
(۱) ۱۶

(۲) ۲۴

(۳) ۳۲

(۴) ۴۰

۴۸- در مدار شکل مقابل، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟



(۱) ۱

(۲) ۱/۵

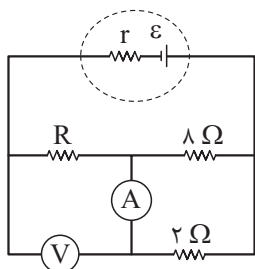
(۳) ۲

(۴) ۳

محل انجام محاسبات



۴۹- در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی،  $2A$  و ولتسنج آرمانی،  $10V$  را نشان می‌دهند. مقاومت  $R$  چند اهم است؟



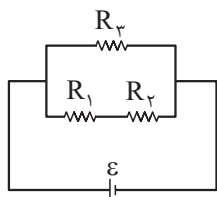
(۱) ۲

(۲)  $2/5$ 

(۳) ۴

(۴) ۵

۵۰- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی سه مقاومت با هم برابر باشند، مقاومت  $R_3$ ، چند برابر مقاومت  $R_1$  است؟



(۱) ۱

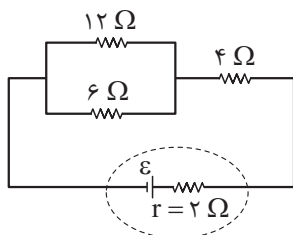
(۲) ۲

(۳) ۳

(۴) ۴

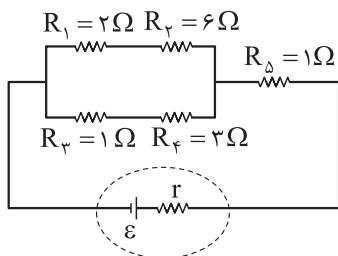
۵۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت  $4$  اهمی را برداشته و به جای آن یک مقاومت  $14$  اهمی جایگزین کنیم، توان خروجی

باتری چند برابر می‌شود؟

(۱)  $\frac{1}{2}$ (۲)  $\frac{1}{4}$ (۳)  $\frac{3}{4}$ (۴)  $\frac{9}{16}$ 

۵۲- در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومتی که بیش‌ترین توان مصرفی را دارد، برابر با  $60W$  باشد، توان خروجی

باتری چند وات است؟



(۱) ۱۶۵

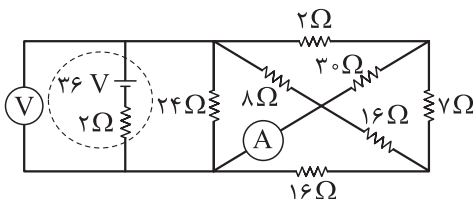
(۲) ۱۷۵

(۳) ۱۸۰

(۴) ۲۴۰

محل انجام محاسبات

۵۳- در مدار شکل زیر، ولتسنج آرمانی،  $24V$  را نشان می‌دهد. جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی چند آمپر است؟

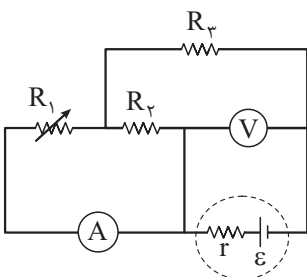


(۱) ۳

(۲) ۴

(۳)  $\frac{13}{3}$ (۴)  $\frac{17}{3}$ 

۵۴- در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت  $R_1$ ، مقادیری که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به



ترتیب از راست به چپ، چگونه تغییر می‌کنند؟

(۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

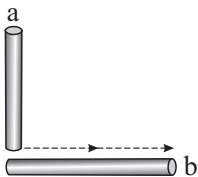
(۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

۵۵- دو میله  $a$  و  $b$  که ظاهری مشابه دارند، در اختیار داریم. می‌دانیم یکی از این میله‌ها آهنی و دیگری آهنرباست.

مطابق شکل زیر میله  $a$  را در جهت نشان داده شده، روی میله  $b$  حرکت می‌دهیم. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله ثابت بماند، میله  $a$  آهنرباست.(ب) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله ثابت بماند، میله  $b$  آهنرباست.(پ) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله، متغیر باشد، میله  $a$  آهنرباست.(ت) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله، متغیر باشد، میله  $b$  آهنرباست.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

۵۶- شکل زیر یک آهنربای میله‌ای شکسته شده را نشان می‌دهد که میخی به یک انتهای آن جذب شده است. قطب‌های

ناحیه‌های (۱) و (۲) به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



(۱) N, N

(۲) S, S

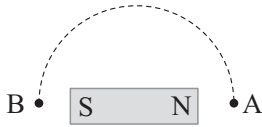
(۳) S, N

(۴) N, S

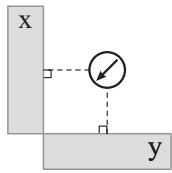
محل انجام محاسبات



۵۷- یک آهنربای میله‌ای مطابق شکل زیر، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه مغناطیسی که آزادانه می‌تواند حول محور قائم بچرخد به آرامی روی مسیر نیم‌دایره‌ای شکل از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. در این مسیر، عقربه چند درجه و در چه جهتی دوران می‌کند؟

(۲)  $180^\circ$ ، ساعتگرد(۱)  $180^\circ$ ، پادساعتگرد(۴)  $360^\circ$ ، ساعتگرد(۳)  $360^\circ$ ، پادساعتگرد

۵۸- در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای کاملاً مشابه، به صورت عمود برهم در محل خود ثابت شده‌اند. با توجه به جهت‌گیری عقربه مغناطیسی در محل برخورد عمودمنصف‌های این دو آهنربا، قطب‌های X و Y به ترتیب از راست به



چپ کدام‌اند؟

(۱) N, N

(۲) S, S

(۳) S, N

(۴) N, S

۵۹- کدام یک از موارد زیر، درباره میدان مغناطیسی زمین نادرست است؟

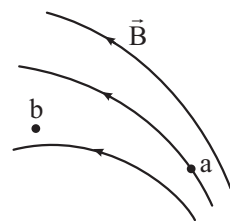
(۱) طرح خط‌های آن مانند طرح خط‌های یک آهنربای میله‌ای بزرگ است.

(۲) جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم به طور کامل وارون می‌شود.

(۳) در بیشتر نقاط زمین، میدان مغناطیسی موازی با سطح افقی زمین است.

(۴) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی آن است.

۶۰- شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای از فضا را نشان می‌دهد. بردار میدان مغناطیسی در نقاط a و b، به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟ (طول هر بردار نشان‌دهنده اندازه میدان مغناطیسی است.)



(۱) ،

(۲) ،

(۳) ،

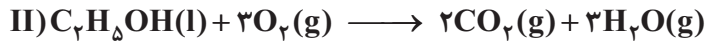
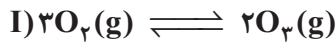
(۴) ،

محل انجام محاسبات



## شیمی یازدهم

۶۱- با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده، کدام مطلب نادرست است؟



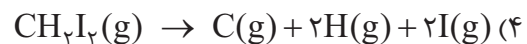
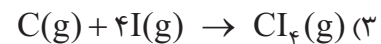
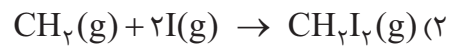
۱) علامت  $\Delta H$  واکنش (I) در جهت رفت، قرینه علامت  $\Delta H$  واکنش (II) است.

۲) ترکیب آلی موجود در واکنش (II) برخلاف اتان، سوخت سبز به شمار می‌آید.

۳) آنتالپی واکنش (II) هم‌ارز با آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار اتاق است.

۴) واکنش (I) در جهت برگشت برخلاف واکنش فتوسنتز، یک فرایند گرماده محسوب می‌شود.

۶۲- اگر میانگین آنتالپی پیوندهای  $C-H$  و  $C-I$  به ترتیب برابر با ۴۱۴ و ۲۰۷ کیلوژول بر مول باشد؛  $\Delta H$  کدام واکنش برابر با  $-۸۲۸$  کیلوژول است؟



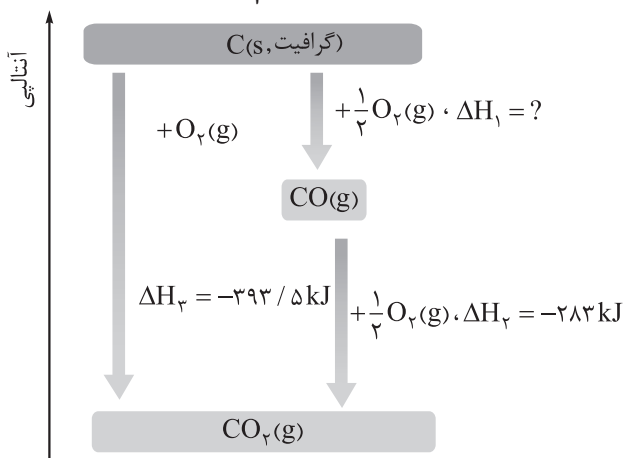
۶۳- براساس نمودار داده شده، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

الف) اگر به جای گرافیت، از الماس استفاده شود؛ مقدار  $\Delta H_f$  بیشتر از  $393/5 \text{ kJ}$  خواهد شد.

ب) در شرایط انجام واکنش‌ها،  $CO(g)$  نسبت به  $CO_2(g)$ ، سطح انرژی بالاتری دارد و پایدارتر است.

پ) تفاوت مقدار  $\Delta H_1$  با مقدار  $\Delta H_f$  برابر با  $127/5 \text{ kJ}$  است.

ت) مجموع آنتالپی پیوندها در  $CO_2(g)$  از مجموع آنتالپی پیوندها در  $CO(g)$  و  $\frac{1}{2}O_2(g)$ ، بیشتر است.



۱) ب - پ

۲) الف - پ

۳) ب - ت

۴) الف - ت

محل انجام محاسبات



۶۴- کدام مولکول زیر، ایزومری از ۲- هپتانون است؟



۶۵- اگر آنتالپی سوختن چهار ترکیب آلی اتان، اتانول، پروپن و پروپین در دما و فشار اتاق بر حسب کیلوژول بر مول برابر  $-۲۰۵۸$ ،  $-۱۹۳۸$ ،  $-۱۵۶۰$  و  $-۱۳۶۸$  باشد؛ کدام یک از اعداد داده شده مربوط به آنتالپی سوختن اتانول است؟

(۱)  $-۱۳۶۸$  (۲)  $-۱۵۶۰$  (۳)  $-۱۹۳۸$  (۴)  $-۲۰۵۸$

۶۶- درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیه گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) آهنک واکنش تجزیه سلولز کاغذ، بسیار کم‌تر از آهنک واکنش سوختن گلوکز است.
  - (۲) از گرماسنج لیوانی می‌توان برای تعیین آنتالپی انحلال آمونیوم نترات در آب استفاده کرد.
  - (۳) اگر یک قطعه زغال مکعبی را از وسط نصف کنیم؛ سطح تماس آن با محیط، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
  - (۴) تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید گاز متان از واکنش مستقیم میان گرافیت و گاز هیدروژن، بسیار دشوار است.
- ۶۷- اگر در واکنش  $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$ ، به ازای مصرف  $4/8$  لیتر گاز در شرایط استاندارد،  $11/25$  کیلوژول گرما از محیط گرفته شود؛ میانگین آنتالپی پیوند  $N-H$  بر حسب کیلوژول بر مول کدام است؟

H—H	N≡N	N—N	پیوند
۴۳۶	۹۴۵	۱۶۳	آنتالپی پیوند (kJ.mol <sup>-1</sup> )

(۱) ۳۵۱ (۲) ۳۹۱ (۳) ۳۱۹ (۴) ۳۱۵

۶۸- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- هیدروکربنی که بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد، به گاز مرداب معروف است.
- کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- بنزوئیک اسید که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد، جزء طعم‌دهنده‌های مواد غذایی محسوب می‌شود.
- نام تجاری هیدروژن پراکسید، آب‌اکسیژنه است و می‌توان آن را از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن تولید کرد.

(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۶۹- با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی تبخیر آب بر حسب  $Q_1$  و  $Q_2$ ، چند کیلوژول بر مول است؟



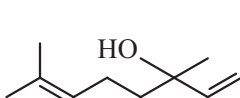
$$Q_1 - 2Q_2 \quad (۲)$$

$$Q_2 - 2Q_1 \quad (۱)$$

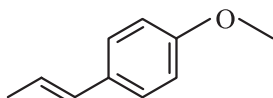
$$\frac{Q_1 - Q_2}{2} \quad (۴)$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{2} \quad (۳)$$

۷۰- کدام مطلب، درباره ترکیب‌هایی با ساختارهای «پیوند-خط» زیر، نادرست است؟ ( $\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$ )



ترکیب (I)



ترکیب (II)

(۱) ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب ترکیب‌های آلی موجود در گشنیز و رازیانه است.

(۲) در ساختار هر دو ترکیب، دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نمی‌باشد.

(۳) اختلاف نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به تعداد اتم‌های کربن در دو ترکیب داده شده برابر ۶/۰ است.

(۴) برای سوزاندن کامل ۷۴ گرم ترکیب دارای گروه عاملی اتری، به ۱۰۰ گرم گاز اکسیژن نیاز است.

۷۱- نمونه‌ای از یک نوع هیدروکربن خالص، در گاز اکسیژن سوخته و ۲۶/۴ گرم گاز کربن دی‌اکسید، ۷/۲ گرم آب و

۳۸۷/۶ کیلوژول انرژی تولید می‌کند، ارزش سوختی این ترکیب چند کیلوژول بر گرم است؟

( $\text{O} = ۱۶, \text{C} = ۱۲, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$ )

$$۵۰/۰۰ \quad (۲)$$

$$۴۸/۴۵ \quad (۱)$$

$$۵۲/۶۳ \quad (۴)$$

$$۴۹/۴۵ \quad (۳)$$

۷۲- در چند مورد از موارد زیر، اثر عامل مؤثر بر سرعت واکنش به درستی بیان شده است؟

(الف) قاووت زودتر از مغز آفتابگردان، پسته و ... فاسد می‌شود. ← اثر نوع مواد واکنش دهنده

(ب) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن

دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. ← اثر غلظت

(پ) بیمارانی که مشکل تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن دارند. ← اثر سطح

تماس میان ذره‌های واکنش دهنده

(ت) برای نگهداری طولانی مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئینی، آن‌ها را به حالت منجمد ذخیره می‌کنند. ← اثر دما

$$۴ \quad (۴)$$

$$۳ \quad (۳)$$

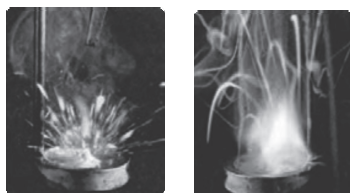
$$۲ \quad (۲)$$

$$۱ \quad (۱)$$

محل انجام محاسبات



۷۳- شکل‌های روبه‌رو مربوط به واکنش فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد است؛ درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب چگونه است؟ (فراوردهٔ واکنش‌ها، هیدروکسید فلز و گاز هیدروژن است.)



(A)

(B)

- فلز موجود در ظرف (A) با هالوژن مایع جدول تناوبی، هم‌دوره است.
- شعاع اتمی فلز موجود در ظرف (B)، بیشتر از شعاع اتمی فلز موجود در ظرف (A) است.

- در فلز موجود در ظرف (B)، تعداد زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون، یک واحد کم‌تر از تعداد الکترون‌های دارای عدد کوانتومی  $l=0$  است.

• با فرض برابری حجم دو محلول مورد نظر، به ازای مصرف جرم یکسان از دو فلز سدیم و پتاسیم، غلظت مولی محلول ظرف (A) نسبت به غلظت مولی محلول ظرف (B)، کم‌تر خواهد شد.

(۱) نادرست - نادرست - درست - نادرست (۲) درست - درست - درست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست (۴) نادرست - درست - نادرست - نادرست

۷۴- هیدروکورتیزون، دارویی است که پزشکان از آن برای درمان بیماری پوستی استفاده می‌کنند. با توجه به فرمول

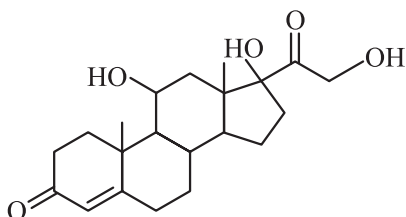
ساختاری این ماده، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )

(الف) هر مولکول از این ترکیب دارای ۵۶ اتم است.

(ب) این ترکیب دارای دو گروه عاملی آلدهیدی و سه گروه عاملی هیدروکسیل است.

(پ) شمار پیوندهای  $C-C$  در این ترکیب، چهار برابر شمار پیوندهای  $C-H$  در بنزآلدهید است.

(ت) در این ترکیب، نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی هیدروژن برابر  $8/4$  است.



(۱) ب و پ

(۲) الف و پ

(۳) ب و ت

(۴) الف و ت

۷۵- اگر درصد جرمی کربوهیدرات، پروتئین و چربی یک نمونه شیر به ترتیب برابر با ۵،  $3/5$  و  $2/5$  باشد؛ یک لیوان شیر  $250$  گرمی، به تقریب برای چند روز می‌تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان  $75$  بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش قلب را  $1J$  در نظر بگیرید.)

ماده غذایی	کربوهیدرات	پروتئین	چربی
ارزش سوختی ( $kJ.g^{-1}$ )	۱۷	۱۷	۳۸

۳ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)

محل انجام محاسبات



۷۶- در واکنش تولید گاز آمونیاک به روش هابر، علامت  $\Delta H$  واکنش مرحله دوم، ..... علامت  $\Delta H$  واکنش مرحله اول، ..... است و گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط در واکنش مرحله اول، ..... از واکنش مرحله دوم می باشد.

- (۱) همانند - مثبت - بیشتر  
(۲) برخلاف - مثبت - بیشتر  
(۳) همانند - منفی - کم تر  
(۴) برخلاف - منفی - کم تر

۷۷- از واکنش سوختن کامل  $1/3$  گرم از یک ترکیب آلی گازی شکل،  $65$  کیلوژول گرما آزاد می شود. اگر آنتالپی سوختن این ترکیب برابر  $1300$  - کیلوژول بر مول باشد؛ چگالی آن در شرایط STP، به تقریب چند گرم بر لیتر است؟

- (۱)  $1/61$  (۲)  $1/16$  (۳)  $1/25$  (۴)  $1/52$

۷۸- درباره واکنش تبدیل گاز دی نیتروژن تترا اکسید به گاز نیتروژن دی اکسید، کدام مورد نادرست است؟

- (۱) با افزایش دما، شدت رنگ در ظرف واکنش افزایش می یابد.  
(۲) در شرایط یکسان، سطح انرژی  $N_2O_4(g)$  بالاتر از سطح انرژی  $NO_2(g)$  است.  
(۳) نماد Q در معادله واکنش، سمت واکنش دهنده ها نوشته می شود.  
(۴) اگر به جای فراورده گازی، فراورده مایع تولید شود؛ آنتالپی واکنش مورد نظر کاهش می یابد.

۷۹- کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

الف) محلول بی رنگ پتاسیم پرمنگنات در واکنش با یک اسید آلی در دمای بالا، به سرعت بنفش رنگ می شود.  
ب) امروزه از ادویه ها برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز، جلوگیری از التهاب و پیشگیری از سرطان استفاده می شود.

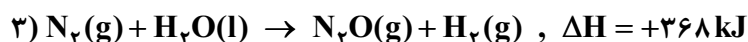
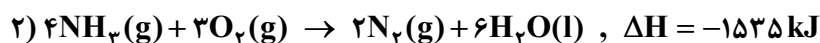
پ) بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش ها و تأثیر گرما بر حالت ماده به ترتیب در ترموشیمی و سینتیک شیمیایی بررسی می شود.

ت) تفاوت داده های تجربی و عدد به دست آمده به کمک آنتالپی های پیوند در واکنش سوختن گاز هیدروژن، کم تر از واکنش سوختن گاز اتان است.

- (۱) پ - ت (۲) الف - پ (۳) ب - ت (۴) الف - ب

۸۰- با توجه به واکنش های زیر، اگر تفاوت جرم واکنش دهنده های مصرف شده در واکنش  $4NH_3(g) + 3N_2O(g) \rightarrow 4N_2(g) + 6H_2O(l)$ ،  $49$  گرم باشد؛ در این واکنش به تقریب چند کیلوژول گرما با محیط

اطراف مبادله می شود؟ ( $O = 16, N = 14, H = 1 : g.mol^{-1}$ )



- (۱)  $1410$  (۲)  $1014$

- (۳)  $705$  (۴)  $507$

محل انجام محاسبات

مهم ترین ویژگی های آزمون های خیلی سبز در پایه های دهم و یازدهم:

- ۱- برگزاری دست کم یک آزمون در ماه بر اساس روال تدریس در مدرسه
- ۲- برگزاری آزمون های ویژه برای زمان های خاص (میان ترم، ترم، پس از عیدو...)
- ۳- امکان جبران عقب ماندگی ها یا دوره همطالب برای تثبیت آنها

پاسخ نامه تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحه  
شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.



azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش آموزان گرامی؛

نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می توانید  
از طریق آیدی @Kheilisabz\_edit در همه پیام رسان ها با ما به اشتراک بگذارید.





# پاسخ نامه آزمون آزمایشی خلی سبز

پایه یازدهم

مرحله هفتم

رشته ریاضی

سال تحصیلی ۱۴۰۳-۰۴ تاریخ برگزاری: ۱۰/اسفند/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	فرشاد حسن زاده - عادل حسینی - محمدرضا راسخ - مجید رفعتی - علی شهبازی محمد گودرزی - میلاد منصوری - محمدسجاد نقیه - جهانبخش نیکنام
هندسه	امیرحسین ابومحبوب - محمدطاہر شعاعی - حسین هاشمی طاهری - صبا مہدوی
آمار و احتمال	مسعود شفیعی - عطا صادقی - سروش موئینی
فیزیک	یاشار انگوتی - نوید شاهی
شیمی	امیرمحمد کنگرانی - محدثه ملک پور

نام درس	مستول درس	گزینشگر	مؤلف پاسخ نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	محمدسجاد نقیه	محمدسجاد نقیه	عادل حسینی	محمد گودرزی	سعید خان بابائی محمدرضا راسخ
هندسه	امیرحسین ابومحبوب	امیرحسین ابومحبوب	فرزانه خاکپاش	زہرا جالینوسی	منصور زرکش اصفہانی ماہان فنی فر ابوالفضل ناصری
آمار و احتمال	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	مسعود شفیعی	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی علیرضا کاظمی بقا	منصور زرکش اصفہانی فرزانه خاکپاش ماہان فنی فر
فیزیک	نوید شاهی	یاشار انگوتی	علیرضا عبداللہی	علیرضا عبداللہی	بہارہ اسداللہی مریم گلی حسنلو ماہان فنی فر امیر محمودی انزلی
شیمی	یاسر عبداللہی	محدثہ ملک پور	محدثہ ملک پور	یاسر عبداللہی	احسان رحیمی متین قنبری صدرا عبادی

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور



# آزمون آزمائشی خلی سبز

الناز علی باری زاده	سرپرست تولید
نیلوفر اعتمادی - نیوشا پیمان - راضیہ سادات خلدی نسب زہرا صفری - فاطمہ علی اکبری - محیا غنی فرد زہرا فرہادی مہر - محمد محمودی - مریم مسلمی زاده نادرہ نازاوری - ساعدہ نمازی	ویراستاران فنی
مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور	رسام
صدف امام - مریم حسین زاده سپیدہ سخائی - الہام سہرابی - طاہرہ صادق نژاد مائدہ صبری - نیلوفر فرخجستہ - مہدیہ گل پور دریا لطفی - لیلا نعمت پور	صفحہ آرائی



۱ حاصل عبارت  $\frac{1}{1 + \log_{\sqrt{\Delta}} 3} + \frac{1}{1 + \log_3 \sqrt{\Delta}}$  کدام است؟

۲ (۴)

۲  $\log_3 \sqrt{\Delta}$  (۳)۲  $\log_{\sqrt{\Delta}} 3$  (۲)

۱ (۱)



ویژگی‌های لگاریتم

درس Box

مثال	ویژگی	ردیف
$\log_{\Delta} \Delta = 1$	$\log_a a = 1$	۱
$\log_{19} 1 = 0$	$\log_a 1 = 0$	۲
$\log 3 + \log 5 = \log 15$ , $\log 12 = \log 3 + \log 4$	$\log_{\circ} a + \log_{\circ} b = \log_{\circ} ab$	۳
$\log 21 - \log 3 = \log 7$ , $\log 4 = \log 28 - \log 7$	$\log_{\circ} a - \log_{\circ} b = \log_{\circ} \frac{a}{b}$	۴
$\log_{\Delta} 3^2 = \frac{2}{3} \log_{\Delta} 3$	$\log_{b^n} a^m = \frac{m}{n} \log_b a$	۵
$3^{\log_{\sqrt{2}} 16} = 16^{\log_{\sqrt{2}} 3} = 16^2$	$a^{\log_c b} = b^{\log_c a}$	۶
$\log_6 6 = \frac{\log 6}{\log 6}$	$\log_b a = \frac{\log_{\circ} a}{\log_{\circ} b}$	۷

از ویژگی (۷) نتیجه می‌گیریم که:

$$\log_b a = \frac{\log_a a}{\log_a b} = \frac{1}{\log_a b} \Rightarrow \boxed{\log_b a = \frac{1}{\log_a b}}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با توجه به مبناهای متفاوت لگاریتم که در عبارت می‌بینیم، عدد ۱ را به دو طریق متفاوت می‌نویسیم:

$$1 = \log_{\sqrt{\Delta}} \sqrt{\Delta} = \log_3 3$$

و عبارت را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$A = \frac{1}{\log_{\sqrt{\Delta}} \sqrt{\Delta} + \log_{\sqrt{\Delta}} 3} + \frac{1}{\log_3 3 + \log_3 \sqrt{\Delta}}$$

گام دوم: حالا از ویژگی‌های لگاریتم استفاده می‌کنیم و داریم:

$$A = \frac{1}{\log_{\sqrt{\Delta}} 3 \sqrt{\Delta}} + \frac{1}{\log_3 3 \sqrt{\Delta}} = \log_{3 \sqrt{\Delta}} \sqrt{\Delta} + \log_{3 \sqrt{\Delta}} 3 = \log_{3 \sqrt{\Delta}} 3 \sqrt{\Delta} = 1$$

اگر X و Y معکوس یکدیگر باشند، اتحاد زیر را داریم:

$$\frac{1}{1+x} + \frac{1}{1+y} = 1$$

و در این سوال  $\log_3 \sqrt{\Delta}$  و  $\log_{\sqrt{\Delta}} 3$  معکوس یکدیگرند، پس حاصل برابر ۱ است.

به‌جور دیگر

حاصل عبارت  $\frac{\log_2 24}{\log_{46} 2} - \frac{\log_2 192}{\log_{12} 2}$  کدام است؟

۲

-۲ (۴)

-۳ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



عددهای ۱۲، ۲۴، ۹۶ و ۱۹۲ رو به عامل‌های اولش تجزیه کن و بعدش از ویژگی ساده لگاریتم استفاده کن.

Hint

گام اول: ابتدا با تغییر جایگاه آرگومان و مینا در عبارت‌های  $\log_{96} 2$  و  $\log_{12} 2$ ، عبارت اصلی را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم:

$$B = \log_2 96 \times \log_2 24 - \log_2 192 \times \log_2 12$$

گام دوم: اعداد ۱۲ و ۲۴ و ۹۶ و ۱۹۲ را تجزیه می‌کنیم:

$$12 = 2^2 \times 3 \quad 24 = 2^3 \times 3 \quad 96 = 2^5 \times 3 \quad 192 = 2^6 \times 3$$

$$\Rightarrow B = (\log_2 (2^5 \times 3))(\log_2 (2^3 \times 3)) - (\log_2 (2^6 \times 3))(\log_2 (2^2 \times 3))$$

گام سوم: از خاصیت ضرب به جمع استفاده می‌کنیم:

$$B = (\log_2 2^5 + \log_2 3)(\log_2 2^3 + \log_2 3) - (\log_2 2^6 + \log_2 3)(\log_2 2^2 + \log_2 3)$$

$$= (5 + \log_2 3)(3 + \log_2 3) - (6 + \log_2 3)(2 + \log_2 3)$$

گام چهارم: برای سادگی در نوشتن،  $\log_2 3$  را  $x$  در نظر می‌گیریم، داریم:

$$B = (5 + x)(3 + x) - (6 + x)(2 + x) = 15 + 8x + x^2 - (12 + 8x + x^2) = 15 - 12 = 3$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓



اگر  $x = 1$  یکی از جواب‌های معادله  $(\log_r x)^2 + \frac{2m-1}{\log_r 2x} - \log_{rx} x = m$  باشد، حاصل ضرب جواب‌های دیگر معادله کدام است؟

۴ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

 $\frac{1}{2}$  (۱)

۳



**Hint** تغییر متغیر  $t = \log_r x$  واضح، نیست؟

**پاسخ خیلی تشریحی** گام اول: در ابتدا باید مقدار  $m$  را به دست آوریم. برای این کار  $x = 1$  را در معادله جای گذاری می‌کنیم:

$$(\log_r 1)^2 + \frac{2m-1}{\log_r 2} - \log_{r2} 1 = m \Rightarrow 0 + 2m - 1 - 0 = m \Rightarrow m = 1$$

گام دوم: حالا باید معادله زیر را حل کنیم:

$$(\log_r x)^2 + \frac{1}{\log_r 2x} - \log_{rx} x = 1$$

$$\Rightarrow (\log_r x)^2 + \log_{rx} 2 - \log_{rx} x = 1$$

$$\Rightarrow (\log_r x)^2 - \underbrace{(\log_{rx} 2 - \log_{rx} x)}_{\log_{rx} 2x=1} = 1 \Rightarrow (\log_r x)^2 + \log_{rx} \frac{2}{x} = 1$$

$$\Rightarrow (\log_r x)^2 + \frac{\log_r 2 - \log_r x}{\log_r 2 + \log_r x} = 1 \Rightarrow (\log_r x)^2 + \frac{1 - \log_r x}{1 + \log_r x} = 1$$

گام سوم: با تغییر متغیر  $t = \log_r x$  داریم:

$$t^2 + \frac{1-t}{1+t} = 1 \Rightarrow t^2 + t^2 + 1 - t = 1 + t \Rightarrow t^2 + t^2 - 2t = 0$$

$$\Rightarrow t(t^2 + t - 2) = t(t+2)(t-1) = 0 \Rightarrow t = -2, 0, 1$$

گام چهارم: حالا از روی مقادیر  $t$ ، مقادیر  $x$  را پیدا می‌کنیم:

$$\begin{cases} t_1 = \log_r x_1 = 0 \Rightarrow x_1 = r^0 = 1 \\ t_2 = \log_r x_2 = 1 \Rightarrow x_2 = r^1 = r \\ t_3 = \log_r x_3 = -2 \Rightarrow x_3 = r^{-2} = \frac{1}{r^2} \end{cases}$$

پس حاصل ضرب جواب‌های دیگر معادله برابر  $\frac{1}{r}$  است.

اگر  $\frac{1}{\log_2 \alpha} + \frac{1}{\log_3 \alpha} + \frac{1}{\log_5 \alpha} = \frac{3}{2}$  باشد، حاصل  $[\alpha]$  کدام است؟ ( $[\ ]$  نماد جزء صحیح است.)

۸ (۴)

۹ (۳)

۱۰ (۲)

۱۱ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: با جابه جایی آرگومان و مبنا داریم:

$$\log_{\alpha} 2 + \log_{\alpha} 3 + \log_{\alpha} 5 = \frac{3}{2}$$

$$\Rightarrow \log_{\alpha} (2 \times 3 \times 5) = \frac{3}{2} \Rightarrow \log_{\alpha} (30) = \frac{3}{2} \Rightarrow \alpha^{\frac{2}{3}} = 30$$

گام دوم: طرفین تساوی بالا را به توان  $\frac{2}{3}$  می‌رسانیم:

$$\Rightarrow \alpha = 30^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{30^2} = \sqrt[3]{900}$$

عدد ۹۰۰ بین ۷۲۹ و ۱۰۰۰ قرار دارد:

$$9^3 < 900 < 10^3 \Rightarrow 9 < \alpha < 10 \Rightarrow [\alpha] = 9$$

جواب ناصحیح معادله  $\sqrt{\log_3 x} + 3 = \frac{1}{\log_{\lambda x} 2}$  را به صورت  $\alpha^{\log \beta \alpha}$  نوشته ایم. اگر  $\alpha$  و  $\beta$  هر دو طبیعی باشند، حاصل  $\alpha + \beta$  کدام است؟

۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۲ (۱)



## حل معادلات لگاریتمی

## درس Box

برای حل معادلات لگاریتمی به کمک ویژگی‌های لگاریتم تا جای ممکن معادله را ساده می‌کنیم تا به یکی از دو حالت زیر برسیم:

حرکت چرخشی

$$\log_a \bigcirc = b \Rightarrow \bigcirc = a^b$$

$$\log_a \square = \log_a \bigcirc \Rightarrow \square = \bigcirc$$

تذکر: بعد از به دست آوردن جواب‌ها حتماً باید آن‌ها را چک کنیم تا در دامنه موجود باشند، در غیر این صورت قابل قبول نیستند.

گام اول: معادله را به صورت زیر بازنویسی می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$\sqrt{\log_3 x} + 3 = \log_3 \lambda x = \log_3 \lambda + \log_3 x$$

$$\Rightarrow \sqrt{\log_3 x} = \log_3 x \Rightarrow \log_3 x = (\log_3 x)^2$$

گام دوم: از ویژگی تغییر مبنا استفاده می‌کنیم و داریم:

$$\log_3 x = \log_3 x \times \log_3 2$$

$$\Rightarrow \log_3 2 \times \log_3 x = (\log_3 x)^2 \Rightarrow \begin{cases} \log_3 x = 0 \Rightarrow x = 3^0 = 1 \\ \log_3 x = \log_3 2 \Rightarrow x = 2^{\log_3 2} \end{cases}$$

گام سوم: پس با توجه به فرض سؤال  $\alpha = 2$  و  $\beta = 3$  و در نتیجه  $\alpha + \beta = 5$  است.

## ریاضیات

۶ اگر دامنه تابع  $f(x) = \log_m(x^2 - (m+1)x + 2m)$  برابر  $\mathbb{R}$  باشد، مجموعه مقادیر قابل قبول برای  $m$  شامل چند عدد صحیح است؟

۶ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

۵ (۱)



از شرط دلتای عبارت درجه دوم استفاده کن. **Hint**



پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: برای این که دامنه تابع،  $\mathbb{R}$  باشد عبارت  $x^2 - (m+1)x + 2m$  همواره باید مثبت باشد و این زمانی رخ می دهد که  $\Delta$  ی این عبارت منفی باشد، زیرا ضریب  $x^2$  در آن مثبت است:

$$\Rightarrow \Delta = (m+1)^2 - 4(2m) = m^2 + 2m + 1 - 8m = m^2 - 6m + 1 < 0$$

$$\Rightarrow (m-3)^2 - 8 < 0 \Rightarrow -2\sqrt{2} < m-3 < 2\sqrt{2}$$

$$\Rightarrow 3 - 2\sqrt{2} < m < 3 + 2\sqrt{2} \quad (1)$$

گام دوم: شرط دیگر مربوط به مبنای لگاریتم است:

$$m > 0, m \neq 1 \quad (2)$$

گام سوم: از اشتراک (۱) و (۲) داریم:

$$m \in (3 - 2\sqrt{2}, 3 + 2\sqrt{2}) - \{1\}$$

که شامل اعداد صحیح ۲، ۳، ۴ و ۵ است.



اعداد  $m$  و  $n$  طبیعی و کوچکتر از  $200$  هستند. در این صورت به ازای چند زوج مرتب  $(m, n)$  تساوی  $\log_n m + 12 \log_m n = 7$  برقرار است؟

۸ (۴)

۷ (۳)

۶ (۲)

۵ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: می‌دانیم  $\log_m n$  معکوس  $\log_n m$  است:

$$\Rightarrow \log_n m + \frac{12}{\log_n m} = 7$$

و با تغییر متغیر  $k = \log_n m$  داریم:

$$k + \frac{12}{k} = 7 \Rightarrow k^2 - 7k + 12 = 0 \Rightarrow (k-3)(k-4) = 0 \Rightarrow k = 3 \text{ یا } 4$$

گام دوم: پس داریم:

$$\begin{cases} \log_n m = 3 \Rightarrow m = n^3 & (1) \\ \log_n m = 4 \Rightarrow m = n^4 & (2) \end{cases}$$

چون  $m$  و  $n$  اعداد طبیعی کوچکتر از  $200$  هستند، در رابطه (۱) مقادیر ۲، ۳، ۴ و ۵ برای  $n$  و در رابطه (۲) مقادیر ۲ و ۳ برای  $n$  قابل قبول هستند.

در نتیجه، ۶ زوج مرتب  $(m, n)$ ،  $(8, 2)$ ،  $(27, 3)$ ،  $(64, 4)$ ،  $(125, 5)$ ،  $(16, 2)$  و  $(81, 3)$  برای  $(m, n)$  قابل قبول است.

مجموع جواب‌های معادله  $\log_{3x} \frac{3}{x} + (\log_3 x)^2 = 1$  کدام است؟



$$\frac{37}{9} \quad (4)$$

$$\frac{35}{9} \quad (3)$$

$$\frac{28}{9} \quad (2)$$

$$\frac{8}{9} \quad (1)$$



عبارت اول معادله رو ساده کن و از تغییر متغیر استفاده کن.



گام اول: با استفاده از تغییر مبنا عبارت  $\log_{3x} \frac{3}{x}$  را ساده می‌کنیم:

پاسخ خیلی تشریحی ✓

$$\log_{3x} \frac{3}{x} = \frac{\log_3 \frac{3}{x}}{\log_3 3x} = \frac{\log_3 3 - \log_3 x}{\log_3 3 + \log_3 x} = \frac{1 - \log_3 x}{1 + \log_3 x}$$

گام دوم: حالا با تغییر متغیر  $p = \log_3 x$  داریم:

$$\frac{1-p}{1+p} + p^2 = 1 \Rightarrow \frac{p^2 + p^2 - p + 1}{p+1} = 1 \Rightarrow p^2 + p^2 - p + 1 = p + 1$$

$$\Rightarrow p^2 + p^2 - 2p = p(p^2 + p - 2) = p(p+2)(p-1) = 0$$

$$\Rightarrow p = 0 \text{ یا } -2 \text{ یا } 1$$

گام سوم: و حالا جواب‌های معادله اصلی را پیدا می‌کنیم:

$$\log_3 x = 0 \Rightarrow x_1 = 3^0 = 1, \quad \log_3 x = -2 \Rightarrow x_2 = 3^{-2} = \frac{1}{9}$$

$$\log_3 x = 1 \Rightarrow x_3 = 3^1 = 3$$

در نتیجه، مجموع جواب‌ها برابر است با:

$$x_1 + x_2 + x_3 = \frac{37}{9}$$



اگر  $\log_{ab} c = c$  و  $\log_{ac} b = b$  و  $\log_{bc} a = a$  باشد، کدام نتیجه گیری الزاماً درست است؟ ۹

$$\frac{1}{1+a} + \frac{1}{1+b} + \frac{1}{1+c} = 1 \quad (1)$$

$$(1+a)(1+b)(1+c) = 1 \quad (2)$$

$$\frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+\frac{1}{c}} = 1 \quad (3)$$

$$\left(1+\frac{1}{a}\right)\left(1+\frac{1}{b}\right)\left(1+\frac{1}{c}\right) = 1 \quad (4)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: هر کدام از عبارت‌های داده شده را معکوس می‌کنیم:

$$\log_a bc = \frac{1}{a}, \log_b ac = \frac{1}{b}, \log_c ab = \frac{1}{c}$$

و اگر به طرفین هر تساوی ۱ واحد اضافه کنیم، داریم:

$$1 + \log_a bc = \frac{1}{a} + 1 \Rightarrow \log_a abc = \frac{1}{a} + 1$$

$$1 + \log_b ac = \frac{1}{b} + 1 \Rightarrow \log_b abc = \frac{1}{b} + 1$$

$$1 + \log_c ab = \frac{1}{c} + 1 \Rightarrow \log_c abc = \frac{1}{c} + 1$$

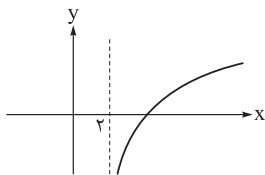
گام دوم: مجدداً عبارت‌های به دست آمده را معکوس می‌کنیم:

$$\log_{abc} a = \frac{1}{1+\frac{1}{a}}, \log_{abc} b = \frac{1}{1+\frac{1}{b}}, \log_{abc} c = \frac{1}{1+\frac{1}{c}}$$

و اگر طرفین آن‌ها را با هم جمع کنیم، داریم:

$$\log_{abc} a + \log_{abc} b + \log_{abc} c = \log_{abc} abc = 1 \Rightarrow \frac{1}{1+\frac{1}{a}} + \frac{1}{1+\frac{1}{b}} + \frac{1}{1+\frac{1}{c}} = 1$$

۱۰. نمودار تابع  $f(x) = \log_4(x-a)$  به صورت زیر است. مقدار  $f(34)$  کدام است؟



$\frac{5}{2}$  (۱)

۴ (۲)

۸ (۳)

$\frac{15}{7}$  (۴)

### درس‌Box

#### دامنه توابع لگاریتمی

برای به دست آوردن دامنه توابع به شکل  $y = \log_{g(x)} f(x)$ ، باید اشتراک مجموعه جواب‌های نامساوی‌های زیر را به دست آوریم:

$$f(x) > 0$$

$$g(x) > 0$$

$$g(x) \neq 1$$

تذکر: حتماً باید دامنه توابع را قبل از ساده کردن به دست آوریم چراکه ممکن است با ساده کردن تابع، دامنه تغییر کند. نگاه کنید:

$$\underbrace{\log x^2}_{\text{دامنه } x \in \mathbb{R} - \{0\}} = \underbrace{2 \log x}_{\text{دامنه } x > 0}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: دامنه تابع از روی ضابطه، به صورت زیر به دست می‌آید:

$$x - a > 0 \Rightarrow x > a$$

و با توجه به نمودار، دامنه تابع  $x > 2$  است. با این مقایسه نتیجه می‌گیریم که  $a = 2$  است.

گام دوم: پس داریم:

$$f(x) = \log_4(x-2)$$

$$\Rightarrow f(34) = \log_4 32 = \log_{4^2} 2^5 = \frac{5}{2} \log_2 2 = \frac{5}{2}$$

۱۱ طول کمان نظیر زاویه مرکزی به اندازه  $۲۰^\circ$  در دایره‌ای به شعاع ۲۷ سانتی‌متر، چند سانتی‌متر است؟

۲π (۴)

۹π (۳)

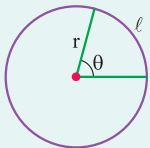
۳π (۲)

۶π (۱)



$$l = r\theta$$

در دایره زیر به شعاع  $r$ ، اگر  $l$  طول کمان روبه‌رو به زاویه  $\theta$  باشد، آن‌گاه خواهیم داشت:



توجه: در رابطه بالا،  $r$  و  $l$  هم‌واحدند و  $\theta$  برحسب رادیان است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا زاویه را بر حسب رادیان می‌نویسیم:

$$۲۰^\circ = ۲۰^\circ \times \frac{\pi}{۱۸۰^\circ} = \frac{\pi}{9} \text{ rad}$$

گام دوم: و طول کمان روبه‌رو به این زاویه برابر است با:

$$L = (۲۷ \text{ cm})\left(\frac{\pi}{9} \text{ rad}\right) = ۳\pi \text{ cm}$$

دکتر Box

زاویه  $۲۲/۵^\circ$  بر حسب رادیان کدام است؟

۱۲



$$\frac{\pi}{8} \quad (۱)$$

$$\frac{\pi}{۱۶} \quad (۲)$$

$$\frac{\pi}{۱۲} \quad (۳)$$

$$\frac{\pi}{۴} \quad (۴)$$

### درس‌Box

تبدیل رادیان به درجه و بالعکس

اگر  $D$  اندازه زاویه  $\alpha$  بر حسب درجه و  $R$  اندازه زاویه  $\alpha$  بر حسب رادیان باشد، آن‌گاه:

$$\frac{D}{۱۸۰^\circ} = \frac{R}{\pi}$$

توجه: از تناسب بالا واضح است که هر  $\pi$  رادیان دقیقاً برابر  $۱۸۰^\circ$  است. از آن‌جا که  $\pi$  تقریباً برابر  $۳/۱۴$  است، هر رادیان تقریباً برابر  $۵۷^\circ$  است.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ کافی است زاویه داده شده را در  $\frac{\pi}{۱۸۰^\circ}$  ضرب کنیم:

$$۲۲/۵^\circ = \frac{۴۵^\circ}{۲} \times \frac{\pi}{۱۸۰^\circ} = \frac{\pi}{۸} \text{ rad}$$

۱۳ انتهای کمان‌های متناظر با زوایای  $\frac{\pi}{6}$ ,  $\frac{5\pi}{6}$ ,  $\frac{3\pi}{4}$  را روی دایره مثلثاتی به طور متوالی به هم وصل می‌کنیم. مساحت مثلث حاصل

کدام است؟

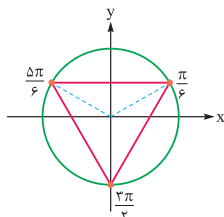
$$\frac{3\sqrt{3}}{4} \quad (۲)$$

$$\frac{3\sqrt{3}}{2} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{3}\sqrt{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{3}\sqrt{3} \quad (۳)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: دستورالعمل سؤال را پیگیری می‌کنیم و نقاط گفته‌شده را روی دایره مثلثاتی مشخص می‌کنیم:



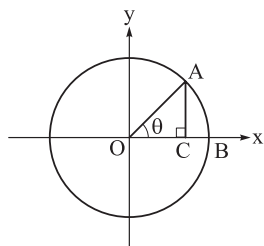
گام دوم: با توجه به این که  $\sin(\pi - \frac{\pi}{6}) = \sin \frac{5\pi}{6} = \sin \frac{\pi}{6}$  است مثلث رسم‌شده، متساوی‌الساقین است و داریم:

$$\text{قاعده مثلث} = 2 \cos \frac{\pi}{6} = 2 \left( \frac{\sqrt{3}}{2} \right) = \sqrt{3}$$

$$\text{ارتفاع مثلث} = 1 + \sin \frac{\pi}{6} = 1 + \frac{1}{2} = \frac{3}{2}$$

پس مساحت آن برابر می‌شود با:

$$S = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} \right) (\sqrt{3}) = \frac{3}{4} \sqrt{3}$$



$$\frac{1}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{\pi} \quad (4)$$

۱۴ در شکل مقابل  $\frac{3\widehat{AB}}{AC} = \pi$  است. حاصل  $\frac{\sin \theta}{\theta}$  کدام است؟

$$\frac{\pi}{3} \quad (1)$$

$$3 \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ طول کمان AB برابر  $R\theta$  است. AC هم که برابر  $R \sin \theta$  است که در آن‌ها R شعاع دایره است:

$$\Rightarrow \frac{3|\widehat{AB}|}{AC} = \frac{3R\theta}{R \sin \theta} = \pi \Rightarrow \frac{\theta}{\sin \theta} = \frac{\pi}{3} \Rightarrow \frac{\sin \theta}{\theta} = \frac{3}{\pi}$$



۱۵ حاصل  $\tan \frac{3\pi}{2} + \cot \frac{15\pi}{12} + \tan \frac{17\pi}{2} + \cot \frac{9\pi}{12}$  کدام است؟

صفر (۴)

 $\frac{\sqrt{3}}{3}$  (۳)

۱ (۲)

-۱ (۱)

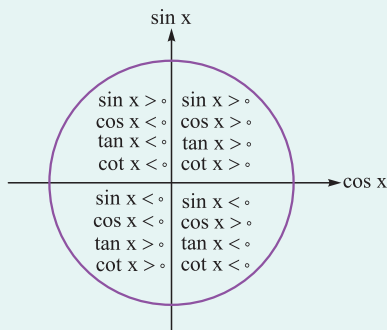


دو زاویه مکمل می‌بینی و دو زاویه که مجموعشون  $2\pi$  می‌شه.

**Hint**

**دزسی Box**

علامت نسبت‌ها در ربع‌های مختلف دایره مثلثاتی



نسبت‌های مثلثاتی زوایا به فرم  $k\pi \pm \alpha$ .

زاویه  $\alpha$  را حاده در نظر می‌گیریم، در آن طرف مساوی همان نسبت را برای  $\alpha$  می‌نویسیم (مثلاً  $\sin(k\pi \pm \alpha) = \sin \alpha$ ) سپس مشخص می‌کنیم که  $k\pi \pm \alpha$  در کدام ناحیه مثلثاتی قرار می‌گیرد، اگر نسبت مورد نظر در آن ناحیه مثبت بود، پشت حاصل مثبت و اگر منفی بود، پشت حاصل منفی قرار می‌دهیم، نگاه کنید:

ربع چهارم ( $\sin < 0$ )  
 $\sin(2\pi - \alpha) = \ominus \sin \alpha$

ربع دوم ( $\cos < 0$ )  
 $\cos(3\pi - \alpha) = \ominus \cos \alpha$

ربع دوم ( $\sin > 0$ )  
 $\sin(\pi - \alpha) = \oplus \sin \alpha$

ربع سوم ( $\tan > 0$ )  
 $\tan(\pi + \alpha) = \oplus \tan \alpha$

نسبت‌های مثلثاتی زوایا به فرم  $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$  (فرد  $k$ ):

$\alpha$  را حاده در نظر می‌گیریم، اگر  $\sin$  داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم  $\cos \alpha$  (و بالعکس) و اگر  $\tan$  داشتیم در آن طرف مساوی می‌نویسیم  $\cot \alpha$  (و بالعکس) و سپس تعیین می‌کنیم که  $\frac{k\pi}{4} \pm \alpha$  در کدام ربع مثلثاتی قرار می‌گیرد، اگر نسبت اولیه در آن جا مثبت بود پشت حاصل، مثبت قرار می‌دهیم و اگر منفی بود پشت حاصل، منفی قرار می‌دهیم. نگاه کنید:

ربع چهارم ( $\sin < 0$ )  
 $\sin\left(\frac{3\pi}{4} + \alpha\right) = \ominus \cos \alpha$

ربع دوم ( $\cos < 0$ )  
 $\cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \ominus \sin \alpha$

ربع سوم ( $\tan > 0$ )  
 $\tan\left(\frac{3\pi}{4} - \alpha\right) = \oplus \cot \alpha$

ربع دوم ( $\cot < 0$ )  
 $\cot\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = \ominus \tan \alpha$

خلاصه بگم!  $k\pi$  نسبت رو عوض نمی‌کنه، ولی  $\frac{k\pi}{4}$  (فرد  $k$ ) نسبت رو عوض می‌کنه. برای تعیین علامت هم کافیه ببینی که عبارت داخل پرانتز در کدام ربع قرار می‌گیره.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: زوایای  $\frac{۱۷\pi}{۲}$  و  $\frac{۳\pi}{۲}$  مکمل هستند:

و برای دو زاویه دیگر داریم:

$$\frac{۳\pi}{۲} + \frac{۱۷\pi}{۲} = \pi \Rightarrow \tan \frac{۱۷\pi}{۲} = \tan(\pi - \frac{۳\pi}{۲}) = -\tan \frac{۳\pi}{۲}$$

$$\frac{۱۵\pi}{۱۲} = \frac{۵\pi}{۴}, \quad \frac{۹\pi}{۱۲} = \frac{۳\pi}{۴}$$

$$\Rightarrow \frac{۵\pi}{۴} = ۲\pi - \frac{۳\pi}{۴} \Rightarrow \cot(\frac{۵\pi}{۴}) = -\cot \frac{۳\pi}{۴}$$

$$\tan \frac{۳\pi}{۲} - \cot \frac{۳\pi}{۴} - \tan \frac{۳\pi}{۲} + \cot \frac{۳\pi}{۴} = ۰$$

گام دوم: پس حاصل عبارت برابر است با:

۱۶ اگر  $\alpha + \beta = \frac{\pi}{6}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\sin(13\alpha + 12\beta) + \sin(3\alpha + 2\beta)}{\cos(6\alpha + 5\beta) + \cos(8\alpha + 9\beta)}$  کدام است؟

-۱ (۴)

۱ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: کمان‌های داده شده در عبارت را می‌سازیم:

$$\alpha + \beta = \frac{\pi}{6} \Rightarrow \begin{cases} 3\alpha + 2\beta = 3(\alpha + \beta) - \beta = \frac{\pi}{2} - \beta \\ 6\alpha + 5\beta = 6(\alpha + \beta) - \beta = \pi - \beta \\ 8\alpha + 9\beta = 9(\alpha + \beta) - \alpha = \frac{3\pi}{2} - \alpha \\ 13\alpha + 12\beta = 12(\alpha + \beta) + \alpha = 2\pi + \alpha \end{cases}$$

گام دوم: سپس حاصل عبارت را حساب می‌کنیم:

$$\frac{\sin(13\alpha + 12\beta) + \sin(3\alpha + 2\beta)}{\cos(6\alpha + 5\beta) + \cos(8\alpha + 9\beta)} = \frac{\sin(2\pi + \alpha) + \sin(\frac{\pi}{2} - \beta)}{\cos(\pi - \beta) + \cos(\frac{3\pi}{2} - \alpha)} = \frac{\sin \alpha + \cos \beta}{-\cos \beta - \sin \alpha} = -1$$

## ریاضیات

اگر  $3x + 5y = \frac{7\pi}{4}$  باشد، حاصل عبارت  $\cos 6x + \sin 10y$  کدام است؟ ۱۷

$\sin 6x$ (۲)	(۱) صفر <span style="border: 1px solid green; border-radius: 50%; padding: 2px;">●</span>
$-2 \sin 6x$ (۴)	$\cos 10y$ (۳)

**Hint** بین  $6x$  و  $10y$  چه رابطه‌ای با هم می‌سازن.

پاسخ خیلی تشریحی گام اول:

$$(3x + 5y) \times 2 = 6x + 10y = \frac{7\pi}{2} = 3\pi + \frac{\pi}{2}$$

گام دوم: حال حاصل عبارت را به دو طریق می‌توانیم حساب کنیم:

$$\cos 6x + \sin 10y = \begin{cases} \cos(6x) + \sin\left(\frac{7\pi}{2} - 6x\right) = \cos 6x - \cos 6x = 0 \\ \cos\left(\frac{7\pi}{2} - 10y\right) + \sin 10y = -\sin 10y + \sin 10y = 0 \end{cases}$$



حاصل  $\frac{2 \sin 101^\circ - \cos 169^\circ}{\sin 439^\circ}$  کدام است؟ ۱۸

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



اگر دقت کنی، زاویه‌هایی که داده با نزدیک‌ترین مضرب  $90^\circ$  به اون‌ها،  $11^\circ$  اختلاف دارن، پس همه رو بر حسب  $11^\circ$  بنویس.

Hint

اگر مضرب صحیح  $\frac{\pi}{p}$  با کمان  $\theta$  جمع شده باشد، برای محاسبه نسبت مورد نظر به روش زیر عمل می‌کنیم:

دزنس Box

علامت نسبت اولیه به ازای کمان اولیه

$$\begin{pmatrix} \sin \\ \cos \\ \tan \\ \cot \end{pmatrix} \left( \frac{k\pi}{p} + \theta \right) = \begin{cases} \begin{pmatrix} \sin \\ \cos \\ \tan \\ \cot \end{pmatrix} (\theta), & k \text{ زوج باشد,} \\ \begin{pmatrix} \cos \\ \sin \\ \cot \\ \tan \end{pmatrix} (\theta), & k \text{ فرد باشد,} \end{cases}$$

نسبت تغییر نمی‌کند.

نسبت مثلثاتی تغییر می‌کند.

$$\sin \Leftrightarrow \cos$$

$$\tan \Leftrightarrow \cot$$

مضرب فرد است، نسبت عوض می‌شود.

$$\cos\left(\frac{7\pi}{2} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

اما در ربع سوم منفی است.

مثال:

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: زاویه‌های داده‌شده را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$101^\circ = 90^\circ + 11^\circ$$

$$169^\circ = 180^\circ - 11^\circ$$

$$439^\circ = 450^\circ - 11^\circ$$

پس داریم:

$$\sin 101^\circ = \sin(90^\circ + 11^\circ) = \cos 11^\circ$$

$$\cos 169^\circ = \cos(180^\circ - 11^\circ) = -\cos 11^\circ$$

$$\sin(439^\circ) = \sin(450^\circ - 11^\circ) = \cos 11^\circ$$

گام دوم: پس حاصل عبارت برابر است با:

$$\frac{2 \cos 11^\circ - (-\cos 11^\circ)}{\cos 11^\circ} = 3$$

۱۹ اگر  $\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sqrt{2}$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{\cos^5\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) + \cos^3(\pi - \alpha)}{\sin(\pi - \alpha) + \cos(2\pi - \alpha)}$  کدام است؟

$$\frac{13\sqrt{2}-7}{9} \quad (۲)$$

$$\frac{7\sqrt{2}-13}{9} \quad (۱)$$

$$\frac{13\sqrt{2}-9}{7} \quad (۴)$$

$$\frac{9\sqrt{2}-13}{7} \quad (۳)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا عبارت خواسته سؤال را ساده می‌کنیم تا ببینیم به چه چیزهایی نیاز داریم:

$$\cos\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \sin \alpha$$

$$\cos(\pi - \alpha) = -\cos \alpha$$

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha$$

$$\cos(2\pi - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\Rightarrow X = \frac{\sin^5 \alpha - \cos^3 \alpha}{\sin \alpha + \cos \alpha}$$

گام دوم: حال از فرض سؤال، نسبت‌های  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  را حساب می‌کنیم. دقت کنید که مقدار عبارت X مستقل از علامت‌های  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  است.

$$\tan\left(\frac{\pi}{4} - \alpha\right) = \cot \alpha = \sqrt{2}$$

از مثلث قائم‌الزاویه استفاده می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{3}} \\ \cos \alpha = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \end{cases}$$

گام سوم: می‌رویم سراغ محاسبه مقدار X:

$$X = \frac{\left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^5 - \left(\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}\right)^3}{\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{\frac{1}{9\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2}}{3\sqrt{3}}}{\frac{1+\sqrt{2}}{\sqrt{3}}} = \frac{1-6\sqrt{2}}{9(1+\sqrt{2})} = \frac{(1-6\sqrt{2})(\sqrt{2}-1)}{9(\sqrt{2}+1)(\sqrt{2}-1)} = \frac{7\sqrt{2}-13}{9}$$

۲۰. اگر  $\cot \alpha = 3$  باشد، حاصل عبارت  $\frac{2 \sin(\pi - \alpha) + \cos \alpha}{3 \cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) - 2 \cos \alpha}$  کدام است؟

$$\frac{5}{9} \quad (4)$$

$$-\frac{9}{5} \quad (3)$$

$$\frac{9}{5} \quad (2)$$

$$-\frac{5}{9} \quad (1)$$



**Hint** سعی کن بدون محاسبه  $\sin \alpha$  و  $\cos \alpha$  در عبارت خواسته سؤال،  $\cot \alpha$  رو ایجاد کنی.

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ گام اول: ابتدا خواسته سؤال را ساده تر می نویسیم:

$$\sin(\pi - \alpha) = \sin \alpha \quad , \quad \cos\left(\frac{\pi}{4} + \alpha\right) = -\sin \alpha$$

$$\Rightarrow Y = \frac{2 \sin \alpha + \cos \alpha}{-3 \sin \alpha - 2 \cos \alpha}$$

$$Y = -\frac{2 + \cot \alpha}{3 + 2 \cot \alpha}$$

$$Y = -\frac{5}{9}$$

و با تقسیم صورت و مخرج بر  $\sin \alpha$  داریم:

گام دوم:  $\cot \alpha = 3$  را جای گذاری می کنیم:

۲۱

کدام یک از گزاره‌های زیر، لزوماً درست نیست؟

- (۱) تجانس، شیب خط‌ها را حفظ می‌کند.
- (۲) تجانس، اندازه زاویه‌ها را حفظ می‌کند.
- (۳) تجانس، طولی‌ها را حفظ می‌کند.
- (۴) نسبت تجانس، عددی حقیقی و غیرصفر است.



**مشاوره** این سؤال براساس تعریف تجانس در صفحه ۴۳ و فعالیت‌های صفحه‌های ۴۴ تا ۴۷ کتاب درسی هندسه ۲ طراحی شده است. احتمال طرح سؤالاتی در قالب درست نادرست و یا پرکردن جاهای خالی مشابه گزینه‌های این سؤال در امتحان نهایی وجود دارد.

Hint

**دستی‌Box**

با در نظر گرفتن یک نقطه در صفحه و یک مرکز تجانس دلخواه و رسم مجانس نقطه به ازای چند نسبت تجانس متفاوت، به راحتی می‌توانید طولیایی تجانس را بررسی کنید.

**تعریف تجانس:** اگر  $O$  نقطه‌ای ثابت در صفحه و  $k \neq 0$  یک عدد حقیقی باشد، نقطه  $M'$  را مجانس نقطه  $M$  در تجانس به مرکز  $O$  و نسبت تجانس  $k$  گوئیم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

(الف) سه نقطه  $O$ ،  $M$  و  $M'$  روی یک خط راست باشند.

$$(ب) OM' = |k| OM$$

اگر  $k$  مثبت باشد، نقاط  $M$  و  $M'$  در یک طرف نقطه  $O$  قرار می‌گیرند.



اگر  $k$  منفی باشد، نقطه  $O$  بین نقاط  $M$  و  $M'$  قرار می‌گیرد.

بررسی گزینه‌ها: پاسخ خیلی تشریحی

- گزینه (۱): تجانس، شیب خط‌ها را همواره حفظ می‌کند.
- گزینه (۲): تجانس، اندازه زاویه‌ها را همواره حفظ می‌کند.
- گزینه (۳): تجانس در حالت کلی طولی نیست. (طولیایی فقط به ازای  $|k| = 1$  اتفاق می‌افتد).
- گزینه (۴): طبق تعریف تجانس، نسبت تجانس همواره عددی حقیقی و غیرصفر است.



۲۲

مربع ABCD را با تجانس که مرکز آن محل تلاقی قطرهای و نسبت تجانس آن  $(-\frac{1}{3})$  است، تصویر می‌کنیم. اگر مساحت بین مربع و تصویرش برابر ۲۴ باشد، محیط مربع ABCD کدام است؟

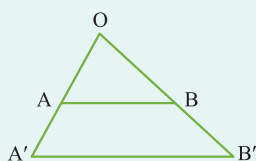
- ۱) ۱۲      ۲) ۲۴  
۳)  $۱۲\sqrt{3}$       ۴)  $۸\sqrt{3}$

**مشاوره** این سؤال براساس تمرین ۳ صفحه ۴۹ کتاب درسی هندسه ۲ طراحی شده است و احتمال طرح سؤالی مشابه با آن در امتحان نهایی وجود دارد.

Hint

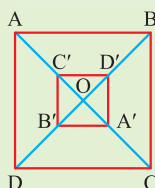
درسی Box

مثبت یا منفی بودن نسبت تجانس، تأثیری در نسبت مساحت‌ها ندارد.



در تجانس، شکل اولیه و تصویر آن متشابه هستند و نسبت این تشابه با قدرمطلق نسبت تجانس برابر است، بنابراین تجانس با نسبت  $k$  طول پاره‌خطها و محیط شکل‌ها را  $|k|$  برابر و مساحت شکل‌ها را  $k^2$  برابر می‌کند. به عنوان مثال اگر  $A'$  و  $B'$  به ترتیب مجانس نقاط  $A$  و  $B$  تحت تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  باشند، آن‌گاه داریم:

$$\frac{OA'}{OA} = \frac{OB'}{OB} = \frac{A'B'}{AB} = |k| \Rightarrow \frac{\text{محیط } \triangle OA'B'}{\text{محیط } \triangle OAB} = |k|, \quad \frac{S_{OA'B'}}{S_{OAB}} = k^2$$



**گام اول:** مطابق شکل، مربع  $A'B'C'D'$  مجانس مربع ABCD تحت تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $(-\frac{1}{3})$  است. نسبت مساحت‌های دو مربع برابر است با:

$$\frac{S_{A'B'C'D'}}{S_{ABCD}} = \left(-\frac{1}{3}\right)^2 \Rightarrow S_{A'B'C'D'} = \frac{1}{9} S_{ABCD}$$

**گام دوم:** با فرض  $S_{ABCD} = S$  و طبق فرض سؤال داریم:

$$S_{ABCD} - S_{A'B'C'D'} = 24 \Rightarrow S - \frac{1}{9}S = 24 \Rightarrow \frac{8}{9}S = 24 \Rightarrow S = 27 \xrightarrow{AB=a} a^2 = 27 \Rightarrow a = 3\sqrt{3}$$

بنابراین محیط مربع برابر  $4a = 12\sqrt{3}$  است.

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓

۲۳ از بین مثلث‌هایی به مساحت ۱۵ واحد مربع که در ضلعی به اندازه ۱۲ واحد مشترک هستند، کم‌ترین مقدار محیط کدام است؟

۲۵ (۲)

۲۰ (۱)

۳۶ (۴)

۳۰ (۳)

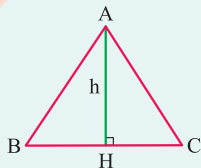


**مشاوره** این سؤال مشابه سؤالی از کنکور ریاضی داخل ۱۴۰۲ طراحی شده است.

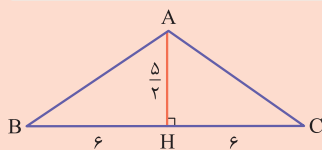
**Hint**

**دروس Box**

با رسم شکل مناسب و محاسبه ارتفاع مثلث، حالت مناسب برای کم‌ترین مقدار محیط را به راحتی تشخیص می‌دهید.



فرض کنید در مثلث ABC، طول ضلع BC و طول ارتفاع AH مقادیری ثابت باشند. در این صورت محیط مثلث ABC در صورتی دارای کم‌ترین مقدار ممکن است که مثلث متساوی‌الساقین باشد، یعنی ارتفاع AH، میانه نظیر ضلع BC نیز باشد.



**گام اول:** طبق درس باکس، کم‌ترین مقدار محیط مربوط به حالتی است که مثلث ABC، متساوی‌الساقین باشد. در این صورت با فرض  $BC = 12$  داریم:

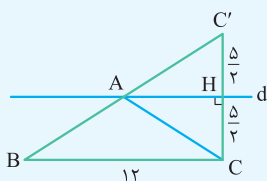
$$S_{ABC} = \frac{1}{2} AH \times BC \Rightarrow 15 = \frac{1}{2} AH \times 12 \Rightarrow AH = \frac{5}{2}$$

**گام دوم:** در مثلث قائم‌الزاویه ABH داریم:

$$AB^2 = AH^2 + BH^2 = \left(\frac{5}{2}\right)^2 + 6^2 = \frac{25}{4} + 36 = \frac{169}{4} \Rightarrow AB = \frac{13}{2}$$

$$\Delta \text{ محیط } ABC = AB + AC + BC = \frac{13}{2} + \frac{13}{2} + 12 = 25$$

با توجه به روش قبل، رأس سوم مثلث (رأس A) روی خطی مانند d موازی با ضلع BC و به فاصله  $\frac{5}{2}$  از آن قرار دارد.



طبق دستور هرون برای یافتن نقطه A روی خط d به گونه‌ای که  $AB + AC$  کم‌ترین مقدار ممکن باشد، بازتاب نقطه C را نسبت به خط d پیدا کرده و  $C'$  می‌نامیم و سپس  $C'$  را به B وصل می‌کنیم تا خط d را در نقطه A قطع کند. در مثلث قائم‌الزاویه BCC' داریم:

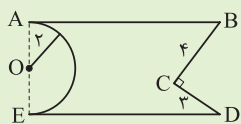
$$BC'^2 = BC^2 + CC'^2 = 12^2 + 5^2 = 169 \Rightarrow BC' = 13$$

$$\min(AB + AC) = BC' = 13$$

$$\min(\Delta \text{ محیط } ABC) = \min(AB + AC) + BC = 13 + 12 = 25$$

**په‌چور دیگه**

۲۴ با استفاده از تبدیل بازتاب، مساحت شکل زیر را بدون تغییر در محیط آن افزایش داده‌ایم. میزان افزایش مساحت کدام است؟ (O مرکز نیم‌دایره است.)



$$2) \quad 4\pi + 12$$

نیم‌دایره است.)

$$1) \quad 2\pi + 6$$

$$4) \quad 4\pi + 24$$

$$3) \quad 2\pi + 12$$

**مشاوره** این سؤال براساس تمرین‌های ۱ و ۵ صفحه ۵۴ کتاب درسی و مشابه سؤالی از امتحان نهایی خرداد ۱۴۰۳ طراحی شده است.

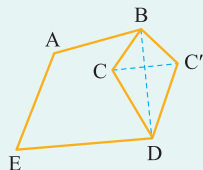
هر کدام از پاره‌خط‌های AE و BD محور بازتاب هستند.



مسائل هم‌پیرامونی یا هم‌محیطی



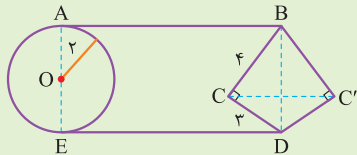
هرگاه بخواهیم مساحت یک چندضلعی را که یک یا چند زاویه در آن بزرگ‌تر از  $180^\circ$  هستند، بدون تغییر در محیط و تعداد اضلاع آن افزایش دهیم، کافی است بازتاب هر کدام از رأس‌هایی که زاویه آن‌ها بزرگ‌تر از  $180^\circ$  است را نسبت به خط گذرنده از دو رأس مجاور آن رسم کنیم.



مطابق شکل زیر میزان افزایش مساحت چندضلعی مقعر ABCDE بدون تغییر در تعداد اضلاع و محیط این چندضلعی، برابر مساحت چهارضلعی BCDC' خواهد بود که بازتاب C نسبت به BD است.

**گام اول:** بازتاب نقطه C نسبت به راستای BD را C' می‌نامیم. از طرفی بازتاب نیم‌دایره سمت راست قطر AE، نیم‌دایره سمت

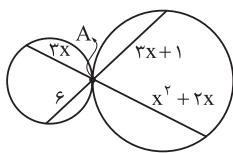
چپ این قطر است.



**گام دوم:** مساحت افزایش یافته برابر است با:

$$S_{\text{دایره}} + S_{BCDC'} = \pi \times 2^2 + 2 \left( \frac{1}{2} \times 4 \times 3 \right) = 4\pi + 12$$

۲۵ در شکل زیر، دو دایره در نقطه  $A$  بر هم مماس اند. مقدار  $x$  کدام است؟



$$۲ (۲)$$

$$\frac{۳}{۲} (۱)$$

$$\frac{۹}{۲} (۴)$$

$$۳ (۳)$$



دقت کنید که دو دایره همواره مجانس یکدیگر هستند و کافی است نسبت‌های تجانس را برابر هم قرار دهیم.

دو دایره همواره مجانس یکدیگرند و مرکز تجانس همواره روی خط گذرنده از مراکز دو دایره قرار دارد.

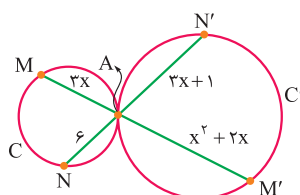
الف) در حالت‌هایی که دو دایره دارای دو مماس مشترک خارجی هستند. (متخارج، مماس خارج و متقاطع)، محل برخورد مماس مشترک‌های خارجی و در حالت مماس داخل، نقطه تماس دو دایره، مرکز تجانس مستقیم دو دایره است.

ب) در صورتی که دو دایره متخارج باشند، محل برخورد مماس مشترک‌های داخلی و در حالت مماس خارج، نقطه تماس دو دایره، مرکز تجانس معکوس دو دایره است.

Hint

درس‌Box

پاسخ خیلی تشریحی ✓



گام اول: دو دایره همواره مجانس یکدیگرند. در حالتی که دو دایره مماس خارج

هستند، نقطه تماس دو دایره (نقطه  $A$  در شکل) مرکز تجانس معکوس دو دایره

است، چون در این حالت تصویر نقطه  $A$  از دایره  $C$  بر همین نقطه از دایره  $C'$  منطبق

می‌گردد و در نتیجه نقطه  $A$ ، نقطه ثابت تبدیل و در نتیجه مرکز تجانس است.

گام دوم: مطابق شکل نقاط  $M'$  و  $N'$  به ترتیب مجانس نقاط  $M$  و  $N$  در تجانس به مرکز  $A$  هستند، پس داریم:

$$\frac{M'A}{MA} = \frac{N'A}{NA} = |k| \Rightarrow \frac{x^2 + 2x}{3x} = \frac{3x + 1}{6} \Rightarrow 2(x^2 + 2x) = x(3x + 1) \Rightarrow 2x^2 + 4x = 3x^2 + x$$

$$\Rightarrow x^2 - 3x = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \text{ قی} \\ x = 3 \end{cases}$$

در تجانس به مرکز  $M$  و نسبت  $k$ ، نقطه  $A'(3, 7)$  مجانس نقطه  $A(0, 1)$  و نقطه  $B'(7, 7)$  مجانس نقطه  $B(1, 1)$  است. مختصات نقطه  $M$  کدام است؟

- (۱)  $(-1, -1)$       (۲)  $(0, 0)$   
 (۳)  $(-2, -2)$       (۴)  $(-\frac{3}{4}, -\frac{3}{4})$



Hint

درس‌Box

اگر نقاط  $A'$  و  $B'$  به ترتیب مجانس نقاط  $A$  و  $B$  در تجانس به مرکز  $O$  و نسبت  $k$  باشند، آن‌گاه داریم:

(۱) مرکز تجانس، محل برخورد پاره‌خط‌های  $AA'$  و  $BB'$  یا امتداد آن‌ها است.

(۲) قدرمطلق نسبت تجانس برابر نسبت طول پاره‌خط  $A'B'$  به طول پاره‌خط  $AB$  است.

$$|k| = \frac{A'B'}{AB}$$

بعد از مشخص شدن مرکز تجانس و با در نظر گرفتن موقعیت یک نقطه و مجانس آن نسبت به مرکز تجانس، می‌توان مستقیم یا معکوس بودن تجانس را تعیین کرد.

گام اول: معادله خط گذرنده از نقاط  $A$  و  $A'$  را تعیین می‌کنیم. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

$$m_{AA'} = \frac{7-1}{3-0} = 2$$

$$\text{معادله } AA': y-1=2(x-0) \Rightarrow y=2x+1$$

گام دوم: معادله خط گذرنده از نقاط  $B$  و  $B'$  را تعیین می‌کنیم.

$$m_{BB'} = \frac{7-1}{7-1} = 1$$

$$\text{معادله } BB': y-1=1(x-1) \Rightarrow y=x$$

گام سوم: نقطه  $M$  (مرکز تجانس) همان محل برخورد پاره‌خط‌های  $AA'$  و  $BB'$  و یا امتداد آن‌ها است، بنابراین محل برخورد خطوط  $AA'$  و  $BB'$  را به دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} y = 2x + 1 \\ y = x \end{cases} \Rightarrow 2x + 1 = x \Rightarrow x = -1 \Rightarrow y = -1$$

پس نقطه  $M(-1, -1)$  مرکز تجانس است.

در مثلث  $ABC$ ،  $AM$  و  $BN$  میانه‌های نظیر ضلع‌های  $BC$  و  $AC$  هستند. تصویر  $M$  در تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  را  $M'$  و تصویر  $N$  در تجانس به مرکز  $B$  و نسبت  $\frac{2}{3}$  را  $N'$  می‌نامیم. حاصل  $\frac{M'N'}{AM}$  کدام است؟

$$\frac{3}{4} \quad (4)$$

$$\frac{1}{6} \quad (3)$$

$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

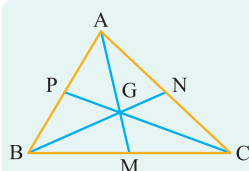
۲۷



به ویژگی‌های حاصل از هم‌مرسی میانه‌های مثلث (فاصله نقطه هم‌مرسی میانه‌ها از رأس و وسط ضلع مقابل) دقت کنید.

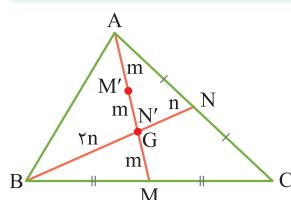
Hint

درسی Box



میانه‌های هر مثلث، یکدیگر را در نقطه‌ای درون مثلث قطع می‌کنند. فاصله نقطه هم‌مرسی میانه‌ها از هر رأس مثلث،  $\frac{2}{3}$  طول میانه و فاصله این نقطه از وسط هر ضلع مثلث،  $\frac{1}{3}$  طول میانه خارج‌شده از آن رأس است.

$$\begin{cases} AG = \frac{2}{3} AM \\ GM = \frac{1}{3} AM \end{cases}$$



گام اول: مطابق شکل،  $AM$  و  $BN$  به ترتیب میانه‌های نظیر ضلع‌های  $BC$  و  $AC$  و  $G$  نقطه هم‌مرسی میانه‌های مثلث هستند. تصویر  $M$  در تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $\frac{1}{3}$  را  $M'$  می‌نامیم. بنابراین  $\frac{AM'}{AM} = \frac{1}{3}$  است و چون می‌دانیم  $AG = 2GM$ ، پس  $M'$  وسط پاره خط  $AG$  قرار دارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام دوم: نقطه  $N'$  تصویر  $N$  در تجانس به مرکز  $B$  و نسبت  $\frac{2}{3}$  بر  $G$  منطبق است و در نهایت داریم:

$$\frac{M'N'}{AM} = \frac{M'N'}{AM' + M'N' + GM} = \frac{m}{3m} = \frac{1}{3}$$

در شکل زیر، از نقطه B به نقطه‌ای مانند P واقع بر AC و سپس از P به نقطه Q واقع بر BC رفته‌ایم. اگر  $BQ = 3CQ$  و طول مسیر

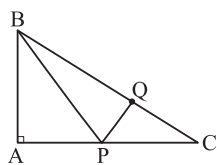
شکسته BPQ کم‌ترین مقدار ممکن باشد، نسبت  $\frac{PC}{AP}$  کدام است؟

$$\frac{1}{3} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{20} \quad (۱)$$

$$\frac{2}{3} \quad (۴)$$

$$\frac{4}{5} \quad (۳)$$



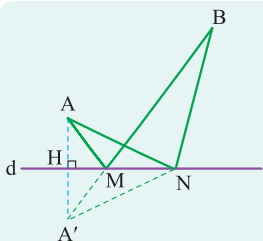
**مشاوره** این سؤال براساس مسئله «الف» صفحه ۵۲، از مسائل پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر (معروف به مسئله هرون) طراحی شده است.



**Hint** بازتاب Q نسبت به AC را پیدا کنید.

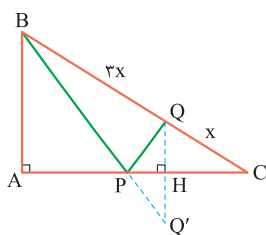
**دربش‌Box**

مسئله هرون: فرض کنید دو نقطه A و B در یک طرف خط d باشند و بخواهیم از A به نقطه‌ای مانند M روی خط d رفته و از آن‌جا به B برویم. برای پیدا کردن کوتاه‌ترین طول ممکن برای خط شکسته AMB، کافی است بازتاب نقطه A را نسبت به خط d پیدا کنیم (نقطه A') و سپس از B به A' وصل کنیم تا خط d را در نقطه‌ای مانند M قطع کند. نقطه M جواب مسئله است.



برای اثبات این ادعا، نقطه دیگری مانند N روی خط d در نظر می‌گیریم. طبق نامساوی مثلثی در مثلث A'NB داریم:

$$A'B < A'N + NB \Rightarrow A'M + MB < A'N + NB \xrightarrow{\frac{A'M=AM}{A'N=AN}} AM + MB < AN + NB$$



**گام اول:** برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر BPQ، طبق دستور هرون، بازتاب نقطه Q را نسبت به AC پیدا کرده و Q' می‌نامیم. اگر  $CQ = x$  باشد، آن‌گاه  $BQ = 3x$  است.

طبق قضیه تالس در مثلث ABC داریم:

$$QH \parallel AB \Rightarrow \frac{CH}{AH} = \frac{CQ}{BQ} = \frac{1}{3} \Rightarrow AH = 3CH \quad (۱)$$

$$QH \parallel AB \Rightarrow \frac{QH}{AB} = \frac{CQ}{BC} = \frac{1}{4} \Rightarrow AB = 4QH = 4Q'H$$

$$\frac{PH}{AP} = \frac{Q'H}{AB} = \frac{1}{4} \Rightarrow AP = 4PH \quad (۲)$$

**گام دوم:** مثلث‌های ABP و HQ'P متشابه‌اند، پس داریم:

**گام سوم:** طبق روابط (۱) و (۲) داریم:

$$AH = 3CH \Rightarrow AP + PH = 3CH \Rightarrow 4PH + PH = 3CH \Rightarrow CH = \frac{5}{3}PH \Rightarrow PC = CH + PH = \frac{8}{3}PH \quad (۳)$$

**گام چهارم:** با توجه به روابط (۲) و (۳) داریم:

$$\frac{PC}{AP} = \frac{\frac{8}{3}PH}{4PH} = \frac{2}{3}$$

نقاط  $A(-2, 8)$ ،  $B(1, m)$ ،  $C(2, m)$  و  $D(7, 2)$  را در نظر بگیرید. طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای  $ABCD$  کدام است؟ **۲۹**

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

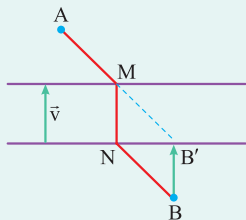


**مشاوره** این سؤال براساس کار در کلاس صفحه ۵۳ کتاب درسی هندسه ۲ (مسئله احداث پل) و مشابه سوالی از کنکور ریاضی داخل ۹۹ طراحی شده است.

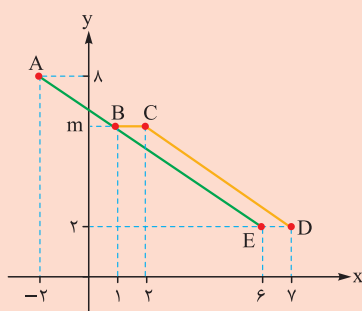
**Hint**
**درتس Box**

نقاط  $A$ ،  $B$ ،  $C$  و  $D$  را در دستگاه مختصات رسم کنید و با توجه به شباهت به مسئله احداث پل از انتقال استفاده کنید.

دو شهر  $A$  و  $B$  در دو طرف رودخانه‌ای واقع هستند. می‌خواهیم جاده‌ای از  $A$  به  $B$  بسازیم، به طوری که پل  $MN$  عمود بر راستای رودخانه باشد. برای احداث پل به صورتی که مسیر  $AMNB$ ، کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد، ابتدا نقطه  $B$  را با بردار  $\vec{v}$  که طول آن به اندازه عرض رودخانه است به سمت بالا (در جهت عمود بر راستای رودخانه) انتقال می‌دهیم تا نقطه  $B'$  حاصل شود. محل برخورد  $AB'$  با ساحل بالای رودخانه را نقطه  $M$  می‌نامیم و از نقطه  $M$ ، پل  $MN$  را عمود بر راستای رودخانه می‌سازیم. طول مسیر  $AMNB$  کوتاه‌ترین مسیر ممکن و طول این مسیر برابر طول  $AB' + BB'$  است.



$$\text{طول مسیر } AMNB = AM + MN + NB = AM + BB' + MB' = (AM + MB') + BB' = AB' + BB'$$



**گام اول:** نقاط را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. دقت کنید که مقدار  $m$  نامشخص است ولی در صورتی کوتاه‌ترین مسیر به دست می‌آید که  $2 \leq m \leq 8$  باشد.

**پاسخ خیلی تشریحی** ✓

**گام دوم:** برای پیدا کردن کوتاه‌ترین مسیر، نقطه  $D$  را به اندازه یک واحد (طول  $BC$ ) به سمت چپ انتقال می‌دهیم تا نقطه  $E(6, 2)$  حاصل شود. کوتاه‌ترین مسیر ممکن برابر  $AE + ED$  است.

**گام سوم:** طول پاره‌خط  $AE$  و سپس طول کوتاه‌ترین مسیر ممکن برای  $ABCD$  را محاسبه می‌کنیم.

$$AE = \sqrt{(6+2)^2 + (2-8)^2} = \sqrt{64+36} = \sqrt{100} = 10$$

$$\text{طول کوتاه‌ترین مسیر } ABCD = AE + ED = 10 + 1 = 11$$



در مثلث قائم‌الزاویه  $ABC$  ( $AB = 6$ ،  $AC = 8$  و  $\hat{A} = 90^\circ$ )، تصویر وتر  $BC$  در تجانس به مرکز  $A$ ، از نقطه هم‌رسی نیمسازهای

مثلث می‌گذرد. مساحت بین ضلع  $BC$  و تصویرش تحت این تجانس و محدود به مثلث کدام است؟

$19$ (۲)	$\frac{95}{6}$ (۱)
$\frac{95}{7}$ (۴)	$16$ (۳)

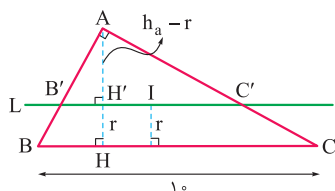
فاصله نقطه هم‌رسی نیمسازها از وتر مثلث  $ABC$ ، برابر شعاع دایره محاطی داخلی مثلث است.

نیمسازهای زوایای داخلی هر مثلث در نقطه‌ای درون مثلث هم‌رس‌اند. این نقطه از سه ضلع مثلث به یک فاصله بوده و مرکز دایره محاطی داخلی مثلث است. اگر مساحت و نصف محیط مثلث را به ترتیب با  $S$  و  $P$  نمایش دهیم، آن‌گاه شعاع دایره محاطی داخلی مثلث از رابطه  $r = \frac{S}{P}$  به دست می‌آید.

(۱) تجانس، شیب خط‌ها را حفظ می‌کند، بنابراین ضلع  $BC$  و تصویرش تحت تجانس موازی یکدیگرند.

(۲) در تجانس با نسبت  $k$ ، مساحت شکل‌ها  $k^2$  برابر می‌شود.

گام اول: مطابق شکل، خط  $L$  تصویر خط گذرنده از نقاط  $B$  و  $C$  در تجانس به مرکز  $A$  است که از  $I$  (نقطه هم‌رسی نیمسازهای زوایای مثلث) می‌گذرد.



نسبت این تجانس برابر  $k = \frac{AH'}{AH} = \frac{h_a - r}{h_a}$  است. طبق روابط طولی در مثلث  $ABC$  داریم:

$$AH \times BC = AB \times AC \xrightarrow{AH=h_a} h_a = \frac{6 \times 8}{10} = 4/8$$

$$BC = \sqrt{AB^2 + AC^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10$$

گام دوم: شعاع دایره محاطی داخلی و نسبت تجانس را محاسبه می‌کنیم.

$$r = \frac{S}{P} = \frac{\frac{6 \times 8}{2}}{\frac{6+8+10}{2}} = \frac{24}{12} = 2$$

$$k = \frac{h_a - r}{h_a} = \frac{4/8 - 2}{4/8} = \frac{2/8}{4/8} = \frac{1}{2}$$

گام سوم: مثلث  $AB'C'$  تصویر مثلث  $ABC$  تحت تجانس به مرکز  $A$  و نسبت  $k$  است، پس داریم:

$$\frac{S_{AB'C'}}{S_{ABC}} = k^2 \Rightarrow \frac{S_{AB'C'}}{24} = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow S_{AB'C'} = \frac{24}{4} = 6$$

$$S_{BB'C'C} = S_{ABC} - S_{AB'C'} = 24 - 6 = 18$$

۳۰

Hint

درستی Box

نکته

پاسخ خیلی تشریحی

دو تاس پرتاب می‌کنیم. سه پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را به ترتیب به صورت «مجموع دو عدد رو شده ۴ باشد»، «حاصل ضرب اعداد رو شده فرد باشد» و «اختلاف دو عدد رو شده مضرب ۳ باشد» تعریف می‌کنیم. کدام دو پیشامد وابسته‌اند؟

(۲)  $A$  و  $C$

(۱)  $A$  و  $B$

(۳)  $B$  و  $C$

(۴) هر سه پیشامد مستقل‌اند.

**درس‌Box**

پیشامدهای  $A$  و  $B$  را مستقل می‌گوییم، هرگاه وقوع یکی از آن‌ها در احتمال وقوع دیگری تأثیری نداشته باشد. به عبارت دیگر دو پیشامد  $A$  و  $B$  مستقل‌اند، اگر و تنها اگر:

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

دو پیشامدی که مستقل نباشند، وابسته نامیده می‌شوند.

مفهوم استقلال برای بیش از دو پیشامد نیز تعریف می‌شود.

سه پیشامد  $A$ ،  $B$  و  $C$  را مستقل می‌گوییم، هرگاه چهار تساوی زیر برقرار باشند.

$$P(A \cap B) = P(A)P(B)$$

$$P(A \cap C) = P(A)P(C)$$

$$P(B \cap C) = P(B)P(C)$$

$$P(A \cap B \cap C) = P(A)P(B)P(C)$$

در حالت کلی،  $n$  پیشامد  $A_1, A_2, \dots, A_n$  را مستقل می‌گوییم، هرگاه احتمال اشتراک هر تعداد از این پیشامدها با حاصل ضرب احتمال‌های آن‌ها برابر باشد.

**گام اول:** در جدول مقابل، اعضای پیشامدهای  $A$ ،  $B$  و  $C$  را به ترتیب با دایره، تیک و ضربدر مشخص کرده‌ایم:

تاس اول تاس دوم	۱	۲	۳	۴	۵	۶
۱	✓	✗	○	✗	✓	
۲		○			✗	
۳	○		✓		✓	✗
۴	✗			✗		
۵	✓	✗	✓		✓	✗
۶			✗			✗

**گام دوم:** بنابراین:

$$n(A) = 3 \Rightarrow P(A) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

$$n(B) = 9 \Rightarrow P(B) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

$$n(C) = 12 \Rightarrow P(C) = \frac{12}{36} = \frac{1}{3}$$

$$n(A \cap B) = 2 \Rightarrow P(A \cap B) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$$

$$n(A \cap C) = 1 \Rightarrow P(A \cap C) = \frac{1}{36}$$

$$n(B \cap C) = 3 \Rightarrow P(B \cap C) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$$

**گام سوم:** حالا دقت کنید که:

$$\underbrace{P(A \cap B)}_{\frac{1}{18}} \neq \underbrace{P(A) \cdot P(B)}_{\frac{1}{12} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{48}} \Rightarrow \text{دو پیشامد } A \text{ و } B \text{ وابسته‌اند.}$$

$$\underbrace{P(A \cap C)}_{\frac{1}{36}} = \underbrace{P(A) \cdot P(C)}_{\frac{1}{12} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{36}} \Rightarrow \text{دو پیشامد } A \text{ و } C \text{ مستقل‌اند.}$$

$$\underbrace{P(B \cap C)}_{\frac{1}{12}} = \underbrace{P(B) \cdot P(C)}_{\frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}} \Rightarrow \text{دو پیشامد } B \text{ و } C \text{ مستقل‌اند.}$$

بنابراین دو پیشامد  $A$  و  $B$  وابسته‌اند.

۳۲

احتمال قهرمانی تیم رئال مادرید در لالیگا برابر  $0/9$  و احتمال قبولی مهسا در امتحان نهایی درس آمار و احتمال برابر  $0/6$  است. با چه احتمالی رئال مادرید قهرمان می‌شود ولی مهسا در امتحان رد می‌شود؟

 $0/6$  (۴) $0/54$  (۳) $0/4$  (۲) $0/36$  (۱)
**درس‌Box**

اگر پیشامدهای  $A$  و  $B$  مستقل باشند، در این صورت:

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B')$$

• پیشامدهای  $A$  و  $B'$  هم مستقل اند، یعنی:

$$P(A' \cap B) = P(A') \cdot P(B)$$

• پیشامدهای  $A'$  و  $B$  هم مستقل اند، یعنی:

$$P(A' \cap B') = P(A') \cdot P(B')$$

• پیشامدهای  $A'$  و  $B'$  هم مستقل اند، یعنی:

$$P(A') = 1 - P(A)$$

✓ **پاسخ خیلی تشریحی** گام اول: دو پیشامد  $A$  و  $B$  را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$A$ : قهرمانی رئال مادرید در لالیگا

$B$ : قبول شدن مهسا در امتحان نهایی آمار و احتمال

گام دوم: با توجه به صورت سؤال داریم:

$$P(A) = 0/9$$

$$P(B) = 0/6 \Rightarrow P(B') = 1 - P(B) = 1 - 0/6 = 0/4$$

گام سوم: احتمال این را می‌خواهیم که رئال مادرید قهرمان شود، ولی مهسا در امتحان رد شود:

رئال مادرید  
قهرمان شود

$$P(A \cap B') = P(A) \cdot P(B') = 0/9 \times 0/4 = 0/36$$

مهسا در  
امتحان رد شود

۳۳ A و B دو پیشامد مستقل اند. به طوری که احتمال رخ دادن B نصف احتمال رخ دادن A است. اگر  $P((A-B) \cup (B-A)) = \frac{1}{4}$  باشد.

احتمال این که B رخ دهد ولی A رخ ندهد، کدام است؟ ( $P(A) \neq 1$ )

$$\frac{5}{8} \text{ (۴)}$$

$$\frac{3}{8} \text{ (۳)}$$

$$\frac{1}{8} \text{ (۲)}$$

$$\frac{1}{4} \text{ (۱)}$$



Hint از نمودار ون کمک بگیرید.

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B)$$

احتمال این که پیشامد A رخ دهد ولی پیشامد B رخ ندهد برابر است با:

نکته

گام اول: احتمال رخ دادن B نصف احتمال رخ دادن A است؛ پس:

$$P(B) = \frac{1}{2}P(A) = x \Rightarrow \begin{cases} P(A) = 2x \\ P(B) = x \end{cases}$$

گام دوم: دو پیشامد A و B مستقل اند؛ پس:

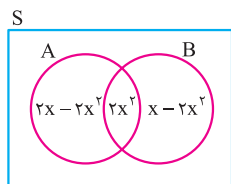
$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) = 2x^2$$

$$P(A-B) = P(A) - P(A \cap B) = 2x - 2x^2$$

گام سوم: از طرفی:

$$P(B-A) = P(B) - P(A \cap B) = x - 2x^2$$

گام چهارم: نمودار ون مربوط به دو پیشامد A و B را رسم می‌کنیم:



گام پنجم: طبق گفته سؤال  $P((A-B) \cup (B-A)) = \frac{1}{4}$ ؛ پس:

$$2x - 2x^2 + x - 2x^2 = \frac{1}{4} \Rightarrow 4x^2 - 3x + \frac{1}{4} = 0 \Rightarrow 8x^2 - 6x + 1 = 0$$

$$\xrightarrow{\Delta = 36 - 32 = 4} \begin{cases} x = \frac{6+2}{16} = \frac{1}{2} \times \text{ غ ق ق چون در این صورت } P(A) = 2x = 1 \text{ می‌شود.} \\ x = \frac{6-2}{16} = \frac{1}{4} \checkmark \end{cases}$$

گام ششم: بنابراین احتمال این که B رخ دهد ولی A رخ ندهد، برابر است با:

$$P(B-A) = x - 2x^2 = \frac{1}{4} - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}$$

در یک کلاس ۳ نفر عینکی و چپ‌دست، ۵ نفر عینکی و راست‌دست،  $x$  نفر بدون عینک و چپ‌دست و ۱۵ نفر بدون عینک و راست‌دست هستند. در این کلاس «عینکی بودن» و «راست‌دست بودن» مستقل‌اند.  $x$  کدام است؟

۳۴

۱۲ (۴)

۱۰ (۳)

۹ (۲)

۶ (۱)



## پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: تعداد کل افراد برابر  $x + 23 = x + 5 + x + 15$  است.

گام دوم: تعداد افراد عینکی برابر  $3 + 5 = 8$  است؛ پس احتمال عینکی بودن در این کلاس  $\frac{8}{x + 23}$  است.

گام سوم: تعداد افراد راست‌دست برابر  $5 + 15 = 20$  است؛ پس احتمال راست‌دست بودن در این کلاس  $\frac{20}{x + 23}$  است.

گام چهارم: تعداد افراد عینکی و راست‌دست برابر ۵ تا است؛ پس احتمال عینکی و راست‌دست بودن در این کلاس  $\frac{5}{x + 23}$  است.

گام پنجم: در این کلاس «عینکی بودن» و «راست‌دست بودن» مستقل‌اند؛ پس:

$$P(\text{راست‌دست}) \cdot P(\text{عینکی}) = P(\text{راست‌دست} \cap \text{عینکی})$$

$$\Rightarrow \frac{5}{x+23} = \frac{8}{x+23} \times \frac{20}{x+23} \Rightarrow x+23=32 \Rightarrow x=9$$

در جعبه‌ای ۴ توپ سیاه و ۳ توپ سفید وجود دارد. از این جعبه در هر مرحله به تصادف و به طور پی‌درپی توپ خارج می‌کنیم تا به دومین توپ سفید برسیم. با چه احتمالی حداکثر در سه مرحله به این هدف می‌رسیم؟

۳۵

$$\frac{18}{35} \quad (۴)$$

$$\frac{17}{35} \quad (۳)$$

$$\frac{13}{35} \quad (۲)$$

$$\frac{9}{35} \quad (۱)$$



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: در سه حالت این اتفاق رخ می‌دهد:

● حالت اول: توپ اول و توپ دوم سفید باشند:

$$\frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{6}{42} = \frac{1}{7}$$

توپ دوم سفید  
توپ اول سفید

● حالت دوم: توپ اول سفید، توپ دوم سیاه و توپ سوم سفید باشد:

$$\frac{3}{7} \times \frac{4}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

توپ سوم سفید  
توپ دوم سیاه  
توپ اول سفید

● حالت سوم: توپ اول سیاه و توپ دوم و سوم سفید باشند:

$$\frac{4}{7} \times \frac{3}{6} \times \frac{2}{5} = \frac{24}{210} = \frac{4}{35}$$

توپ سوم سفید  
توپ دوم سفید  
توپ اول سیاه

$$\frac{1}{7} + \frac{4}{35} + \frac{4}{35} = \frac{5+4+4}{35} = \frac{13}{35}$$

گام دوم: بنابراین جواب برابر است با:

۳۶ در یک امتحان تستی سه گزینه‌ای، ۵ سؤال مطرح شده است. اگر یک دانش‌آموز به تمام سؤالات به طور تصادفی پاسخ داده باشد، با چه احتمالی دقیقاً به دو سؤال پاسخ درست داده است؟

$$\frac{1^0}{243} \quad (2)$$

$$\frac{8}{243} \quad (1)$$

$$\frac{8^0}{243} \quad (4)$$

$$\frac{4^0}{243} \quad (3)$$



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: ابتدا به  $1^0 = \binom{5}{2}$  حالت، دو سؤال از میان پنج سؤال را انتخاب می‌کنیم.

گام دوم: این دانش‌آموز قرار است به این دو سؤال پاسخ درست بدهد و به سه سؤال دیگر پاسخ نادرست بدهد.

گام سوم: هر سؤال سه گزینه دارد، پس اگر دانش‌آموز یکی از گزینه‌ها را به تصادف انتخاب کند، احتمال درست‌بودن پاسخ او برابر

$\frac{1}{3}$  و احتمال نادرست‌بودن پاسخ او  $\frac{2}{3}$  می‌شود.

گام چهارم: بنابراین جواب برابر است با:

پاسخ درست دادن به دو سؤال انتخاب شده

$$\binom{5}{2} \times \left(\frac{1}{3}\right)^2 \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 = 1^0 \times \frac{1}{9} \times \frac{8}{27} = \frac{8^0}{243}$$

انتخاب دو سؤال از میان پنج سؤال

پاسخ نادرست دادن به سه سؤال دیگر

## ریاضیات

۳۷

از نمودار بافت‌نگاشت برای متغیرهای ..... و از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای برای متغیرهای ..... استفاده می‌شود. کدام

گزینه جاهای خالی را به درستی پر می‌کند؟

(۲) گسسته - پیوسته و کیفی

(۱) پیوسته - گسسته و کیفی

(۴) پیوسته - پیوسته و کیفی

(۳) کیفی - گسسته و پیوسته

**درس‌Box**

بعد از گردآوری داده‌ها، به تنظیم، رده‌بندی و خلاصه‌کردن آن‌ها می‌پردازیم. به این منظور می‌توان از روش‌های زیر استفاده نمود:

الف) تنظیم و رده‌بندی داده‌ها در یک جدول به نام جدول فراوانی

ب) رسم کردن نمودارهای مختلف براساس مقادیر جدول فراوانی

• برای متغیرهای پیوسته از نمودار بافت‌نگاشت استفاده می‌شود.

• برای متغیرهای گسسته از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.

• برای متغیرهای کیفی از نمودارهای میله‌ای و دایره‌ای استفاده می‌شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به درس باکس پاسخ واضح است!



جدول زیر مربوط به قد دانش‌آموزان یک کلاس است. مقدار  $a + 2b - c$  کدام است؟

شماره دسته	قد دانش‌آموزان	فراوانی	فراوانی نسبی
۱	$130 \leq H < 150$	۵	$0/25$
۲	$150 \leq H < 170$	۱۱	$a$
۳	$170 \leq H < 190$	۳	$b$
۴	$190 \leq H < 210$	$x$	$c$

۰/۹ (۴)

۰/۸ (۳)

۰/۷ (۲)

۰/۶ (۱)



### درس‌Box

**داده‌ها:** واقعیت‌هایی دربارهٔ یک شیء یا فردند که در محاسبه، برنامه‌ریزی و پیش‌بینی به کار می‌روند.  
**متغیر:** هر ویژگی از اشیا یا اشخاص، که در اعضای جامعه یکسان نیست و معمولاً از یک عضو به عضو دیگر تغییر می‌کند را **متغیر** می‌گویند و عددی که به آن ویژگی یک عضو نسبت داده می‌شود را **مقدار متغیر** یا **مشاهده** می‌گویند.  
**فراوانی یک داده:** تعداد دفعاتی که هر داده مشاهده می‌شود را **فراوانی** آن داده می‌گویند.



مجموع فراوانی همهٔ داده‌ها برابر تعداد کل داده‌هاست.  
**فراوانی نسبی یک داده:** با تقسیم فراوانی هر داده به تعداد کل داده‌ها، **فراوانی نسبی** آن داده به دست می‌آید.  
 اگر فراوانی نسبی داده‌ها در  $100$  ضرب شود، آن‌گاه درصد فراوانی داده‌ها به دست می‌آید.  
 مجموع فراوانی نسبی داده‌ها برابر  $1$  است.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

**گام اول:** تعداد کل دانش‌آموزان برابر  $5 + 11 + 3 + x = 19 + x$  است.

**گام دوم:** فراوانی دانش‌آموزان دستهٔ ۱ برابر ۵ است؛ پس فراوانی نسبی این دسته برابر  $\frac{5}{19+x}$  می‌شود که باید برابر  $0/25$  باشد:

$$\frac{5}{19+x} = 0/25 \Rightarrow \frac{5}{19+x} = \frac{1}{4} \Rightarrow 20 = 19+x \Rightarrow x = 1$$

**گام سوم:** بنابراین تعداد کل دانش‌آموزان برابر  $19 + x = 19 + 1 = 20$  است.

**گام چهارم:** فراوانی نسبی دسته‌های دوم تا چهارم را به دست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ دوم} = \frac{\text{تعداد دانش‌آموزان دستهٔ دوم}}{\text{تعداد کل دانش‌آموزان}} = \frac{11}{20} = 0/55 \Rightarrow a = 0/55$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ سوم} = \frac{\text{تعداد دانش‌آموزان دستهٔ سوم}}{\text{تعداد کل دانش‌آموزان}} = \frac{3}{20} = 0/15 \Rightarrow b = 0/15$$

$$\text{فراوانی نسبی دستهٔ چهارم} = \frac{\text{تعداد دانش‌آموزان دستهٔ چهارم}}{\text{تعداد کل دانش‌آموزان}} = \frac{x}{20} = \frac{1}{20} = 0/05 \Rightarrow c = 0/05$$

**گام پنجم:** بنابراین:

$$a + 2b - c = 0/55 + 0/3 - 0/05 = 0/8$$

۳۹

فراوانی نسبی دسته‌ای  $\frac{3}{10}$  است. اگر  $10^\circ$  داده به این دسته اضافه کنیم و فراوانی مابقی دسته‌ها ثابت بماند، درصد فراوانی این دسته  $14^\circ$  درصد زیاد می‌شود. فراوانی این دسته در ابتدا چه قدر بوده است؟

۲۴ (۴)

۲۲ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)


**درس‌Box**
**پاسخ خیلی تشریحی**

برای پیدا کردن درصد فراوانی یک دسته، کافی است فراوانی نسبی آن دسته را در  $100$  ضرب کنید.

**گام اول:** تعداد کل داده‌ها در حالت اول را  $n$  و تعداد داده‌های دسته مورد نظر را  $X$  می‌گیریم. فراوانی نسبی این دسته  $\frac{3}{10}$  (یا همان  $30 = \frac{3}{10} \times 100$  درصد) است؛ پس:

$$\frac{X}{n} = \frac{3}{10} \Rightarrow n = \frac{10}{3} X$$

**گام دوم:** اگر  $10^\circ$  داده به این دسته اضافه کنیم، فراوانی جدید این دسته  $X + 10^\circ$  و تعداد کل داده‌ها  $n + 10^\circ$  می‌شود؛ پس فراوانی نسبی جدید این دسته برابر  $\frac{X + 10^\circ}{n + 10^\circ}$  است.

**گام سوم:** طبق گفته سؤال با این کار درصد فراوانی این دسته  $14^\circ$  درصد زیاد می‌شود، یعنی برابر  $30 + 14 = 44$  درصد می‌شود. حالا فراوانی نسبی جدید این دسته را به دست می‌آوریم:

$$\text{فراوانی نسبی جدید} = \frac{44}{100} = \frac{11}{25} \Rightarrow \underbrace{\text{درصد فراوانی نسبی جدید}}_{44} \times 100 = \text{فراوانی نسبی جدید}$$

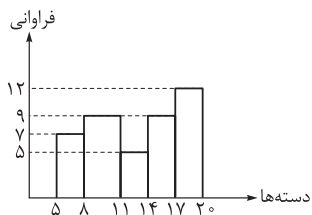
**گام چهارم:** بنابراین باید  $\frac{X + 10^\circ}{n + 10^\circ} = \frac{11}{25}$  باشد.

$$\frac{X + 10^\circ}{n + 10^\circ} = \frac{11}{25} \Rightarrow 25X + 250 = 11n + 110 \xrightarrow{n = \frac{10}{3}X} 25X + 250 = 11 \times \frac{10}{3} X + 110$$

$$\Rightarrow 250 - 110 = \frac{11}{3} X - 25X \Rightarrow 140 = \frac{35}{3} X \Rightarrow X = 12$$

پس فراوانی این دسته در ابتدا برابر  $12$  بوده است.

۴۰ در نمودار بافت‌نگاشت زیر داده‌های ۶، ۹، ۱۰، ۱۵ و ۱۶ را حذف می‌کنیم و به جای آن‌ها داده‌های ۱۹.۷ و ۱۹ را اضافه می‌کنیم. در نمودار دایره‌ای برای داده‌های جدید، اختلاف زاویه مرکزی دسته‌های ۸-۵ و ۱۴-۱۱ چند درجه است؟



۱۵ (۱)

۱۸ (۲)

۵۴ (۳)

۶۳ (۴)



در نمودار بافت‌نگاشت، ارتفاع هر مستطیل برابر فراوانی آن دسته است.

برای پیدا کردن زاویه مرکزی متناظر با یک دسته، باید فراوانی نسبی آن دسته را در  $360^\circ$  ضرب کنیم.



گام اول: ابتدا جدول فراوانی متناظر با نمودار بافت‌نگاشت را رسم می‌کنیم:

دسته	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰
فراوانی	۷	۹	۵	۹	۱۲

گام دوم: اگر داده‌های ۶، ۹، ۱۰، ۱۵ و ۱۶ را حذف کنیم و به جای آن‌ها داده‌های ۱۹.۷ و ۱۹ را اضافه کنیم، جدول فراوانی جدید به شکل زیر می‌شود:

دسته	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰
فراوانی	۷	۷	۵	۷	۱۴

گام سوم: تعداد کل داده‌ها برابر  $40 = 7 + 7 + 5 + 7 + 14$  است. فراوانی نسبی هر دسته را مشخص می‌کنیم:

دسته	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰
فراوانی	۷	۷	۵	۷	۱۴
فراوانی نسبی	$\frac{7}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{14}{40}$

گام چهارم: حالا اگر فراوانی نسبی هر دسته را در  $360^\circ$  ضرب کنیم، زاویه مرکزی آن دسته در نمودار دایره‌ای حاصل می‌شود:

دسته	۵-۸	۸-۱۱	۱۱-۱۴	۱۴-۱۷	۱۷-۲۰
فراوانی	۷	۷	۵	۷	۱۴
فراوانی نسبی	$\frac{7}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{5}{40}$	$\frac{7}{40}$	$\frac{14}{40}$
زاویه مرکزی	$\frac{7}{40} \times 360^\circ = 63^\circ$	$\frac{7}{40} \times 360^\circ = 63^\circ$	$\frac{5}{40} \times 360^\circ = 45^\circ$	$\frac{7}{40} \times 360^\circ = 63^\circ$	$\frac{14}{40} \times 360^\circ = 126^\circ$

گام پنجم: بنابراین اختلاف زاویه مرکزی دسته‌های ۸-۵ و ۱۴-۱۱ در نمودار دایره‌ای برابر  $18^\circ = 63^\circ - 45^\circ$  است.

## فیزیک

۴۱

روی یک بخاری برقی دو عدد  $۱۱۰۰\text{W}$  و  $۲۲۰\text{V}$  نوشته شده است. این بخاری را به اختلاف پتانسیل  $۲۲۰\text{V}$  وصل می‌کنیم. در این حالت،

چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

(الف) مقاومت الکتریکی این بخاری،  $۴۴\ \Omega$  است.

(ب) انرژی الکتریکی مصرفی این بخاری در هر شبانه روز  $۲۶/۴\text{kWh}$  است.

(پ) جریان عبوری از این بخاری،  $۴\text{A}$  است.

(۱) صفر

(۲) ۱

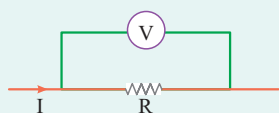
(۳) ۲

(۴) ۳



## درس‌Box

مطابق شکل، اگر جریان عبوری از مقاومت  $R$  برابر  $I$  و اختلاف پتانسیل دو سر آن برابر  $V$  باشد، برای محاسبه مقدار توان مصرفی در مقاومت داریم:



$$P = RI^2 = \frac{V^2}{R} = VI$$

تمام موارد را با انجام محاسبات لازم بررسی می‌کنیم: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

(الف) درست؛

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow ۱۱۰۰ = \frac{۲۲۰ \times ۲۲۰}{R} \Rightarrow R = ۴۴\ \Omega$$

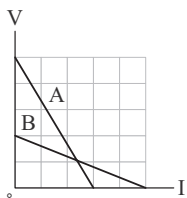
(ب) درست؛

$$U = Pt = ۱/۱ \times ۲۶ = ۲۶/۴\text{ kWh}$$

(پ) نادرست؛

$$P = RI^2 \Rightarrow ۱۱۰۰ = ۴۴I^2 \Rightarrow I = ۵\text{ A}$$

نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌های A و B بر حسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها به شکل زیر است. بیشینه توان خروجی باتری A، چند برابر بیشینه توان خروجی باتری B است؟



$$\frac{2}{3} \quad (2)$$

$$\frac{3}{5} \quad (4)$$

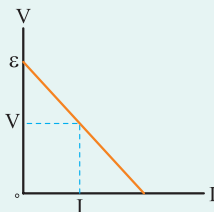
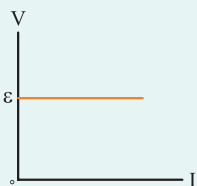
$$\frac{3}{2} \quad (1)$$

$$\frac{5}{3} \quad (3)$$



### دروس Box

نمودار ولتاژ دو سر باتری بر حسب شدت جریان عبوری از آن در دو حالت باتری ایده‌آل ( $r = 0$ ) و غیرایده‌آل ( $r \neq 0$ ) به صورت زیر است:



$$r = 0 \Rightarrow V = \epsilon \quad r \neq 0 \Rightarrow V = \epsilon - rI$$

$$\text{اندازه شیب نمودار} = \frac{\epsilon - V}{I} = \frac{rI}{I} = r$$

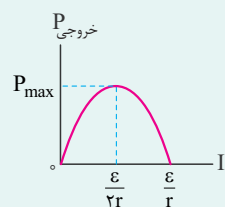
توان خروجی باتری برابر است با توان تولیدی آن منهای توان تلف‌شده توسط مقاومت درونی:

$$P = \epsilon I - rI^2 \quad \leftarrow \text{توان خروجی}$$

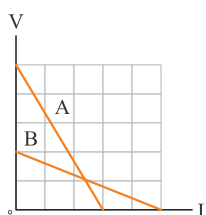
توان تلف‌شده  $\rightarrow$

توان مفید یا خروجی زمانی بیشینه است که مقاومت خارجی مدار برابر مقاومت درونی باتری باشد:

$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r}$$



**گام اول:** می‌دانید که در نمودار اختلاف پتانسیل دو سر باتری بر حسب جریان عبوری از آن:



$$\frac{\epsilon_A}{\epsilon_B} = \frac{5}{3}$$

$$\frac{r_A}{r_B} = \frac{\text{شیب A}}{\text{شیب B}} = \frac{3}{2} = \frac{25}{6}$$

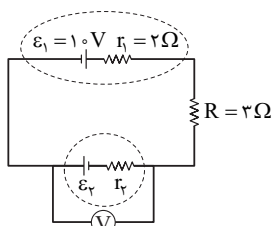
اولاً: عرض از مبدأ نمودار برابر نیروی محرکه باتری است، بنابراین:

ثانیاً: اندازه شیب نمودار برابر مقاومت درونی باتری است؛ در نتیجه:

**گام دوم:** حالا با توجه به رابطه توان خروجی بیشینه باتری داریم:

$$P_{\max} = \frac{\epsilon^2}{4r} \Rightarrow \frac{P_{\max A}}{P_{\max B}} = \left(\frac{\epsilon_A}{\epsilon_B}\right)^2 \times \left(\frac{r_B}{r_A}\right) = \left(\frac{5}{3}\right)^2 \times \frac{6}{25} = \frac{25}{9} \times \frac{6}{25} = \frac{2}{3}$$

۴۳ در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومت  $R$  برابر  $۲۷W$  باشد، ولت‌سنج آرمانی چند ولت را نشان می‌دهد؟



۵/۷ (۲)

۵ (۱)

۱۵ (۴)

۱۰ (۳)

### درس‌Box

هرگاه در مدار در جهت جریان از مقاومت  $R$  یا  $r$  بگذریم، پتانسیل الکتریکی به اندازه  $RI$  یا  $rI$  کاهش می‌یابد و اگر در خلاف جهت جریان حرکت کنیم، پتانسیل الکتریکی به همان اندازه افزایش می‌یابد:

$$A \xrightarrow{I} \text{---} B \quad V_A - RI = V_B$$

جهت حرکت برای پتانسیل‌نویسی  $\rightarrow$

$$A \xrightarrow{I} \text{---} B \quad V_B + RI = V_A$$

جهت حرکت برای پتانسیل‌نویسی  $\leftarrow$

در هنگام عبور از درون باتری و از قطب منفی به مثبت، پتانسیل الکتریکی به اندازه نیروی محرکه افزایش می‌یابد و بالعکس؛ بنابراین در پتانسیل‌نویسی بین دو نقطه هنگامی که به قطب منفی باتری رسیدیم، علامت مثبت می‌گذاریم و بالعکس.

توجه شود که این موضوع از جهت جریان مستقل است و در عملیات پتانسیل‌نویسی با مقاومت درونی باتری مانند یک مقاومت خارجی رفتار می‌کنیم:

جهت حرکت برای پتانسیل‌نویسی  $\rightarrow$

$$A \xrightarrow{I} \text{---} B \quad V_A + \varepsilon - rI = V_B$$

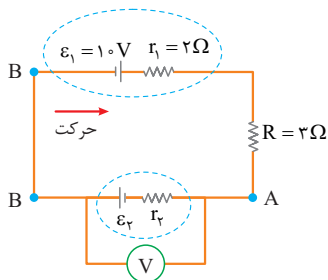
جهت حرکت برای پتانسیل‌نویسی  $\rightarrow$

$$A \xrightarrow{I} \text{---} B \quad V_B - \varepsilon + rI = V_A$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓ ابتدا جریان عبوری از مدار را به دست می‌آوریم:

$$P = RI^2 \Rightarrow 27 = 3I^2 \Rightarrow I = 3A$$

حال مطابق شکل، از طریق پتانسیل‌نویسی بین دو نقطه  $A$  و  $B$  می‌توانیم عدد ولت‌سنج را به دست آوریم:



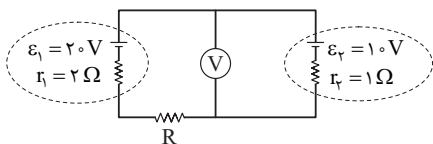
$$V_B + \varepsilon_1 - r_1 I - RI = V_A$$

$$V_B + 10 - (2)(3) - (3)(3) = V_A$$

$$V_B - V_A = 5V$$

۴۴

در مدار شکل زیر، توان خروجی باتری (۱)،  $\frac{4}{3}$  برابر توان ورودی باتری (۲) است. به ترتیب از راست به چپ، مقاومت  $R$  برابر چند اهم و مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، چند ولت است؟



۸، ۱ (۴)

۸، ۲ (۳)

۱۲، ۱ (۲)

۱۲، ۲ (۱)

•

پاسخ خیلی تشریحی ✓ توان خروجی مولد (ε₁) و توان ورودی ضدمولد (ε₂) (مولد مصرف‌کننده) را محاسبه کرده و نسبت آن‌ها را برابر  $\frac{4}{3}$  قرار می‌دهیم:

$$P_1 = (\varepsilon_1 - r_1 I)I \Rightarrow P_1 = (20 - 2I)I$$

$$P_2 = (\varepsilon_2 + r_2 I)I \Rightarrow P_2 = (10 + I)I$$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{4}{3} = \frac{20 - 2I}{10 + I} \Rightarrow 40 + 4I = 60 - 6I \Rightarrow 10I = 20 \Rightarrow I = 2A$$

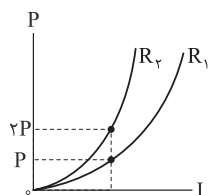
ولت‌سنج به دو سر باتری ε₂ متصل است؛ بنابراین:

$$V = \varepsilon_2 + r_2 I \Rightarrow V = 10 + (1)(2) = 12V$$

حال با نوشتن رابطهٔ جریان، مقاومت  $R$  را به دست می‌آوریم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \Rightarrow 2 = \frac{20 - 10}{3 + R} \Rightarrow 6 + 2R = 10 \Rightarrow R = 2\Omega$$

نمودار توان مصرفی بر حسب جریان عبوری از دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  به شکل زیر است. اگر این دو مقاومت را به صورت موازی به باتری آرمانی با نیروی محرکه  $8V$  متصل کنیم، توان خروجی باتری برابر با  $12W$  می‌شود. مقاومت  $R_2$  چند اهم است؟ ۴۵



۴ (۱)

۸ (۲)

۱۲ (۳)

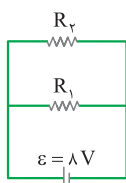
۱۶ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به نمودار  $P-I$ :

$$P = RI^2 \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_2}{R_1} \Rightarrow \frac{R_2}{R_1} = \frac{2P}{P} = 2$$

براساس گفته صورت سؤال، این دو مقاومت به این صورت به باتری آرمانی متصل شده‌اند:



در نتیجه اختلاف پتانسیل دو سر هر دوی آن‌ها ۸ ولت است و توان کل مقاومت‌های خارجی برابر با  $12W$  می‌باشد.

$$P = \frac{V^2}{R} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{R_1}{R_2} \Rightarrow \frac{P_2}{P_1} = \frac{1}{2} \Rightarrow P_1 = 2P_2 \Rightarrow \begin{cases} P_1 = 2P \\ P_2 = P \end{cases}$$

$$P_{\text{کل}} = P_1 + P_2 \Rightarrow P_{\text{کل}} = 12 = 3P \Rightarrow P = 4W$$

$$R_2 \text{ مقاومت } \Rightarrow P_2 = \frac{V^2}{R_2} \Rightarrow 4 = \frac{8^2}{R_2} \Rightarrow R_2 = 16\Omega$$



در مدارهای شکل زیر، مقاومت الکتریکی لامپها مساوی و در هر دو مدار، نیروی محرکه باتری آرمانی یکسان است. اگر توان مصرفی

مقاومت  $R_1$  برابر  $10\text{W}$  باشد، کدام مورد درست است؟

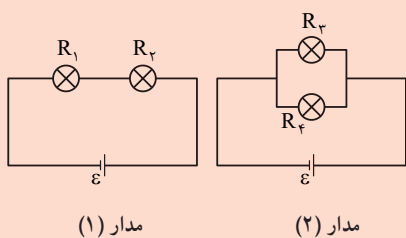
(۱) توان مصرفی مقاومت  $R_3$ ، برابر  $20\text{W}$  است.

(۲) توان خروجی باتری مدار (۱)، برابر  $40\text{W}$  است.

(۳) توان مصرفی مقاومت  $R_3$  برابر با مجموع توان مصرفی مقاومت‌های

مدار (۱) است.

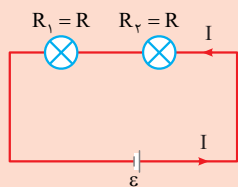
(۴) توان خروجی باتری مدار (۲)،  $4$  برابر توان خروجی باتری مدار (۱) است.



مدار (۱)

مدار (۲)

پاسخ خیلی تشریحی ✓ در مدار (۱) توان مقاومت‌ها و در نتیجه توان کل مدار (توان خروجی باتری) را محاسبه می‌کنیم:



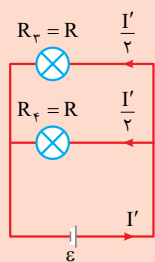
$$I = \frac{\varepsilon}{2R}$$

$$P = RI^2 \Rightarrow P_1 = RI^2 = 10\text{W}$$

$$P_2 = RI^2 = 10\text{W}$$

$$P_{\text{کل}} = 10 + 10 = 20\text{W}$$

در مدار (۲) نیز توان مقاومت‌ها و توان کل را به دست می‌آوریم:



$$I' = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}} \Rightarrow I' = \frac{2\varepsilon}{R} \Rightarrow I' = 4I$$

$$P_3 = R \frac{I'^2}{4} \Rightarrow P_3 = \frac{R(4I)^2}{4} = \frac{16RI^2}{4} = 4RI^2 = 40\text{W}$$

$$P_4 = R \frac{I'^2}{4} \Rightarrow P_4 = \frac{R(4I)^2}{4} = \frac{16RI^2}{4} = 4RI^2 = 40\text{W}$$

$$P_{\text{کل}} = 40 + 40 = 80\text{W}$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

گزینه (۱): نادرست؛ زیرا

گزینه (۲): نادرست؛ زیرا

گزینه (۳): نادرست؛ زیرا

گزینه (۴): درست؛ زیرا

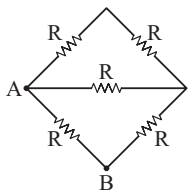
$$P_3 = 40\text{W}$$

$$P_{\text{کل (۱) مدار}} = 20\text{W}$$

$$P_{\text{کل (۱) مدار}} = 20\text{W} \neq 40\text{W}$$

$$\frac{P_{\text{کل (۲) مدار}}}{P_{\text{کل (۱) مدار}}} = \frac{80}{20} = 4$$

۴۷ در شکل زیر، اگر مقاومت معادل بین دو نقطه A و B برابر  $20\Omega$  باشد، چند اهم است؟



۱۶ (۱)

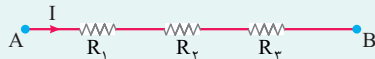
۲۴ (۲)

۳۲ (۳)

۴۰ (۴)

### انصال مقاومت‌ها به یکدیگر

۱) اتصال سری (متوالی): در این حالت، شدت جریان عبوری از مقاومت‌ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل عبارت است از:



$$I = I_1 = I_2 = I_3$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 + R_3$$

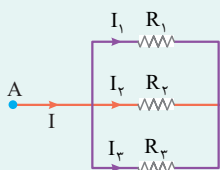
اگر  $n$  مقاومت مشابه  $R$  را به طور سری (متوالی) به یکدیگر متصل کنیم، مقاومت معادل آن‌ها عبارت است از:

$$R_{eq} = nR$$

• در این حالت مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها بزرگ‌تر است.

• اگر یک مقاومت سری (متوالی) به مدار اضافه شود، مقاومت معادل افزایش می‌یابد و اگر از مدار کم شود، مقاومت معادل کاهش می‌یابد.

۲) اتصال موازی: در این حالت، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت‌ها با یکدیگر یکسان است و مقاومت معادل عبارت است از:



$$I = I_1 + I_2 + I_3$$

$$V = V_1 = V_2 = V_3$$

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

• اگر  $n$  مقاومت مشابه  $R$  را به صورت موازی ببندیم، مقاومت معادل مدار عبارت است از:

$$R_{eq} = \frac{R}{n}$$

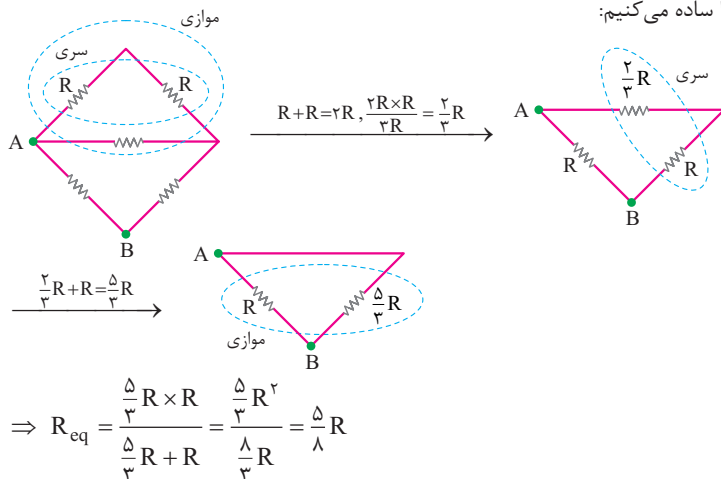
• اگر دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  را به صورت موازی متصل کنیم، مقاومت معادل آن‌ها برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

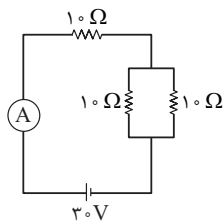
• در حالت موازی، مقاومت معادل از تک‌تک مقاومت‌ها کوچک‌تر است.

• اگر یک مقاومت را به صورت موازی به مدار اضافه کنیم، مقاومت معادل کاهش می‌یابد و بالعکس.

✓ پاسخ خیلی تشریحی: مطابق شکل در مراحل مختلف، مدار را ساده می‌کنیم:



$$\frac{5}{8}R = 20 \Rightarrow R = 32\Omega$$



در مدار شکل مقابل، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می‌دهد؟ **۴۸**

۱ (۱)

۱/۵ (۲)

۲ (۳)

۳ (۴)



**Hint**

ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه کنید و سپس از رابطه  $(I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r})$  جریان کل مدار که همان عدد آمپرسنج می‌باشد را به دست آورید.

عدد آمپرسنج در این مدار همان جریان کل مدار است که به صورت زیر محاسبه می‌شود:

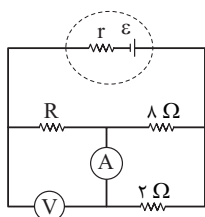
$$R_{eq} = \left(\frac{1}{\frac{1}{10} + \frac{1}{10}}\right) + 10 = 15 \Omega$$

$$I = \frac{\epsilon}{R_{eq} + r} \xrightarrow{r=0} I = \frac{30}{15} = 2A$$

**پاسخ خیلی تشریحی ✓**



۴۹ در مدار شکل زیر، آمپرسنج آرمانی،  $2A$  و ولتسنج آرمانی،  $10V$  را نشان می‌دهند. مقاومت  $R$  چند اهم است؟



۲ (۱)

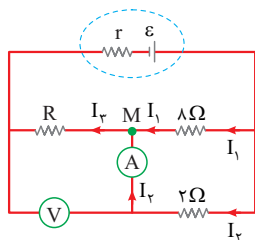
۲/۵ (۲)

۴ (۳)

۵ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ دو مقاومت ۸ و ۲ اهمی موازی هستند؛ بنابراین جریان بین آن‌ها به نسبت عکس مقاومت آن‌ها توزیع می‌شود:



$$\frac{8}{2} = \frac{I_r}{I_1} \Rightarrow I_r = 4I_1$$

$$I_r = 2A \Rightarrow I_1 = 0.5A$$

در گره M:

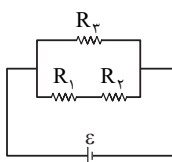
$$I_r = I_1 + I_r = 2 + 0.5 = 2.5A$$

ولتسنج آرمانی اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت  $R$  را نشان می‌دهد؛ بنابراین:

$$V = RI \Rightarrow 10 = R \times 2.5 \Rightarrow R = 4\Omega$$

## فیزیک

۵۰ در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی سه مقاومت با هم برابر باشند، مقاومت  $R_3$ ، چند برابر مقاومت  $R_1$  است؟



۱ (۱)

۲ (۲)

۳ (۳)

۴ (۴)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ با توجه به این که مقاومت‌های  $R_1$  و  $R_2$  سری هستند و جریان‌های یکسان از آن‌ها عبور می‌کند:

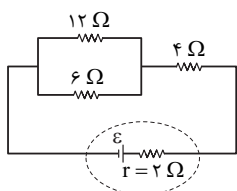
$$P_1 = R_1 I_1^2, \quad P_2 = R_2 I_2^2 \quad \frac{P_1 = P_2}{I_1 = I_2} \rightarrow R_1 I_1^2 = R_2 I_2^2 \rightarrow R_1 = R_2 = R$$

شاخه‌های بالا و پایین با یکدیگر موازی هستند؛ بنابراین ولتاژ آن‌ها برابر است و چون توان هر سه مقاومت یکسان است:

$$\frac{P_{\text{شاخه بالا}} = P_3 = P}{P_{\text{شاخه پایین}} = P_1 + P_2 = 2P} \rightarrow P_3 = \frac{1}{2} P_{1,2} \Rightarrow \frac{V^2}{R_3} = \frac{1}{2} \left( \frac{V^2}{2R} \right) \Rightarrow R_3 = 4R$$

۵۱

در مدار شکل زیر، اگر مقاومت ۴ اهمی را برداشته و به جای آن یک مقاومت ۱۴ اهمی جایگزین کنیم، توان خروجی باتری چند برابر می‌شود؟



$$\frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\frac{1}{4} \quad (2)$$

$$\frac{3}{4} \quad (3)$$

$$\frac{9}{16} \quad (4)$$



Hint

با کمک رابطه توان خروجی باتری ( $P = \frac{\varepsilon^2 R_{eq}}{(r + R_{eq})^2}$ )، توان خروجی را در هر دو حالت محاسبه کنید و سپس نسبت آن‌ها را به دست آورید.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

ابتدا در حالت اول توان خروجی باتری را محاسبه می‌کنیم:

$$12\Omega \text{ و } 6\Omega \Rightarrow \frac{12 \times 6}{18} = 4\Omega \Rightarrow R_{eq} = 4 + 4 = 8\Omega$$

$$P_1 = \frac{\varepsilon^2 R_{eq}}{(r + R_{eq})^2} \Rightarrow P_1 = \frac{8\varepsilon^2}{(2+8)^2} = \frac{8\varepsilon^2}{100}$$

حال اگر مقاومت ۱۴ اهمی را جایگزین مقاومت ۴ اهمی کنیم، داریم:

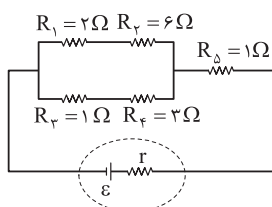
$$R_{eq} = 4 + 14 = 18\Omega$$

$$P_2 = \frac{18\varepsilon^2}{(2+18)^2} \Rightarrow P_2 = \frac{18\varepsilon^2}{400}$$

بنابراین نسبت توان‌ها در دو حالت به صورت زیر است:

$$\frac{P_2}{P_1} = \frac{\frac{18\varepsilon^2}{400}}{\frac{8\varepsilon^2}{100}} = \frac{18}{32} = \frac{9}{16}$$

در مدار شکل زیر، اگر توان مصرفی مقاومتی که بیشترین توان مصرفی را دارد، برابر با  $60\text{ W}$  باشد، توان خروجی باتری چند وات است؟



۲۴۰ (۴)

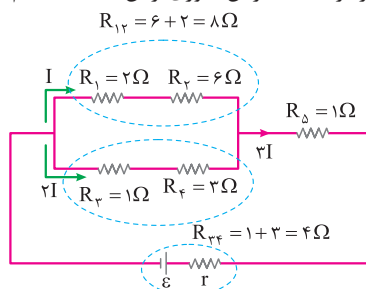
۱۸۰ (۳)

۱۷۵ (۲)

۱۶۵ (۱)



پاسخ خیلی تشریحی ✓ گام اول: سهم جریان هر یک از مقاومت‌ها را مشخص می‌کنیم تا بتوانیم توان هر یک را بر حسب جریان عبوری از آن محاسبه کنیم:



$$R_{12} = 6 + 2 = 8\Omega, R_{34} = 1 + 3 = 4 \Rightarrow \frac{R_{12}}{R_{34}} = \frac{I_{34}}{I_{12}} \Rightarrow \frac{8}{4} = \frac{I_{34}}{I_{12}} \Rightarrow I_{34} = 2I_{12}$$

بنابراین اگر جریان شاخه بالایی را  $I$  بنامیم، جریان شاخه پایینی  $2I$  خواهد بود و در نتیجه جریان مقاومت  $R_5$  برابر با  $I + 2I = 3I$  خواهد بود:

$$P = RI^2$$

$$P_1 = 2I^2, P_2 = 6I^2, P_3 = 4I^2, P_4 = 12I^2, P_5 = 9I^2$$

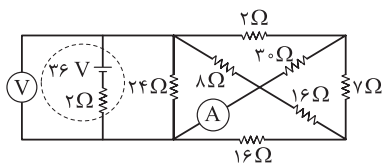
گام دوم: بین توان‌هایی که برای مقاومت‌های مدار حساب کردیم، بیشترین مقدار توان مربوط به مقاومت  $R_4$  است؛ بنابراین طبق گفته صورت سؤال مقدار آن را مساوی با  $60$  وات قرار می‌دهیم:

$$P_4 = 12I^2 = 60 \Rightarrow I^2 = 5$$

گام سوم: توان خروجی باتری برابر با جمع توان‌های مقاومت‌ها است:

$$P_{\text{خروجی باتری}} = P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5 \Rightarrow P_{\text{خروجی باتری}} = 2I^2 + 6I^2 + 4I^2 + 12I^2 + 9I^2 = 33I^2 = 165\text{ W}$$

در مدار شکل زیر، ولت‌سنج آرمانی، ۲۴۷ را نشان می‌دهد. جریان عبوری از آمپرسنج آرمانی چند آمپر است؟



$$3 \quad (1)$$

$$4 \quad (2)$$

$$\frac{13}{3} \quad (3)$$

$$\frac{17}{3} \quad (4)$$

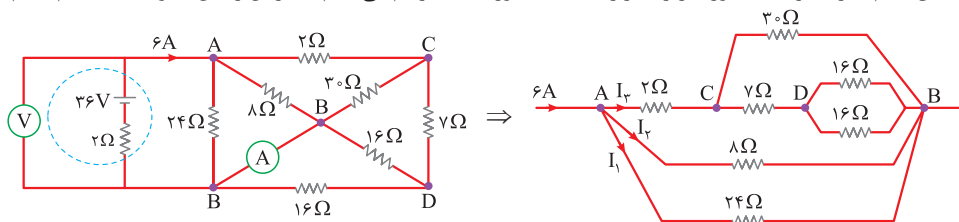


پاسخ خیلی تشریحی ✓

گام اول: ابتدا جریان کل مدار را با توجه به عدد ولت‌سنج که به دو سر مولد بسته شده است، به دست می‌آوریم:

$$V = \varepsilon - rI \Rightarrow 24 = 36 - (2 \times I) \Rightarrow I = 6A$$

گام دوم: حال با نام‌گذاری گره‌ها به صورت زیر مدار را مجدد به صورت ساده رسم می‌کنیم تا جریان را بین مقاومت‌ها تقسیم کنیم:



گام سوم: مقاومت معادل بین دو گره A و B برابر است با:

$$16\Omega, 16\Omega \text{ موازی} \Rightarrow \frac{16}{2} = 8\Omega$$

$$8\Omega, 7\Omega \text{ سری} \Rightarrow 8 + 7 = 15\Omega$$

$$15\Omega, 30\Omega \text{ موازی} \Rightarrow \frac{15 \times 30}{15 + 30} = 10\Omega$$

$$10\Omega, 2\Omega \text{ سری} \Rightarrow 10 + 2 = 12\Omega$$

گام چهارم: حال جریان ۶A را با کمک قانون اهم ( $R = \frac{V}{I}$ ) و رابطه عکس بین مقاومت و جریان، بین انشعاب‌های گره A تقسیم می‌کنیم:

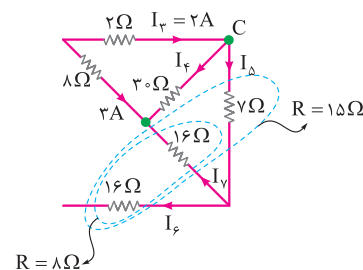
$$6 = I_1 + I_2 + I_3$$

$$\begin{cases} I_1 = x \\ I_2 = 3x \Rightarrow 6 = x + 2x + 3x \Rightarrow 6 = 6x \Rightarrow x = 1 \\ I_3 = 2x \end{cases}$$

$$I_1 = 1A, I_2 = 3A, I_3 = 2A$$

گام پنجم: جریان  $I_3 = 2A$  به گره C وارد شده است و خروجی آن بین مقاومت‌های  $30\Omega$ ،  $7\Omega$  و  $16\Omega$  اهمی تقسیم می‌شود.

دو مقاومت  $16\Omega$  اهمی موازی و معادل آن‌ها با مقاومت  $7\Omega$  اهمی سری است و مجموعه آن‌ها با مقاومت  $30\Omega$  اهمی موازی می‌باشد؛ در نتیجه:

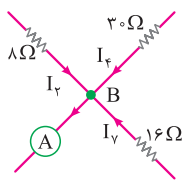


$$\begin{cases} I_f = x' \\ I_d = 2x' \end{cases} \Rightarrow I_3 = 2A = x' + 2x' = 3x' \xrightarrow{x' = \frac{2}{3}} I_f = \frac{2}{3}, I_d = \frac{4}{3}$$

$$I_f = I_v = \frac{2x'}{3} \Rightarrow I_f = I_v = x' = \frac{2}{3}A$$



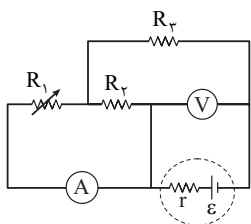
گام ششم: حال که جریان‌های ورودی به گره B مشخص شده است، می‌توانیم جریان خروجی از آن را که از آمپرسنج عبور می‌کند به دست آوریم:



$$I = I_r + I_f + I_v \Rightarrow I = 3 + \frac{2}{3} + \frac{2}{3} = \frac{13}{3} \text{ A}$$

در مدار شکل زیر، با کاهش مقاومت  $R_1$ ، مقداری که آمپرسنج آرمانی و ولتسنج آرمانی نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ،

چگونه تغییر می‌کنند؟



(۱) افزایش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

(۲) کاهش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۳) افزایش می‌یابد، افزایش می‌یابد.

(۴) کاهش می‌یابد، کاهش می‌یابد.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

با کاهش مقاومت رئوستا ( $R_1$ )، صرف نظر از نوع اتصال آن در مدار، مقاومت معادل مدار نیز کاهش می‌یابد. در نتیجه شدت جریان

$$\text{عبوری مدار طبق رابطه } I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \text{ افزایش می‌یابد.}$$

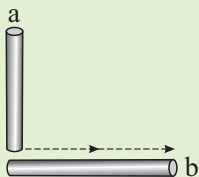
در این صورت با توجه به این که دو مقاومت  $R_1$  و  $R_2$  موازی هستند و جریان بین آن‌ها می‌بایست تقسیم شود، طبق قانون اهم با کاهش مقاومت  $R_1$ ، سهم جریان آن (عدد آمپرسنج) افزایش می‌یابد.

$$\uparrow I_1 = \frac{V}{R_1} \downarrow$$

ولتسنج نیز به دو سر مولد متصل است، در نتیجه طبق رابطه زیر عدد ولتسنج کاهش می‌یابد.

$$\downarrow V = \varepsilon - rI \uparrow$$

دو میله  $a$  و  $b$  که ظاهری مشابه دارند، در اختیار داریم. می‌دانیم یکی از این میله‌ها آهنی و دیگری آهنرباست. مطابق شکل زیر میله  $a$



را در جهت نشان داده شده، روی میله  $b$  حرکت می‌دهیم. کدام یک از موارد زیر درست است؟

(الف) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله ثابت بماند، میله  $a$  آهنرباست.

(ب) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله ثابت بماند، میله  $b$  آهنرباست.

(پ) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله، متغیر باشد، میله  $a$  آهنرباست.

(ت) اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله، متغیر باشد، میله  $b$  آهنرباست.

(۲) الف و ت

(۱) الف و پ

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ



### درس‌Box

آهن‌ربا از ماده‌ای به نام مگنتیت ( $Fe_3O_4$ ) ساخته شده است که به طور طبیعی در پوسته زمین وجود دارد و آهن، نیکل، کبالت و آلیاژهای آن‌ها را جذب می‌کند. در آهن‌ربا، به هر شکلی که باشد، دو ناحیه وجود دارد که خاصیت آهنربایی در این دو ناحیه بیشتر از جاهای دیگر است که به این دو ناحیه، قطب‌های آهن‌ربا گفته می‌شود.

اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله ثابت بماند، یعنی در تمام نقاط میله  $b$  خاصیت مغناطیسی یکسان است؛ بنابراین قطب نداشته و این میله، آهن و میله  $a$  آهن‌ربا است.

اما اگر اندازه نیروی جاذبه مغناطیسی بین دو میله متغیر باشد، یعنی میله  $b$  آهن‌ربا است؛ زیرا با نزدیک شدن به مرکز آن، خاصیت مغناطیسی کم شده است و مجدداً وقتی میله  $a$  به سر دیگر آن نزدیک می‌شود، خاصیت مغناطیسی افزایش یافته است، پس میله  $b$  دارای قطب است؛ بنابراین عبارت‌های «الف» و «ت» درست و عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

شکل زیر یک آهنربای میله‌ای شکسته شده را نشان می‌دهد که میخی به یک انتهای آن جذب شده است. قطب‌های ناحیه‌های (۱) و (۲) و

به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟

N, N (۱)

S, S (۲)

S, N (۳)

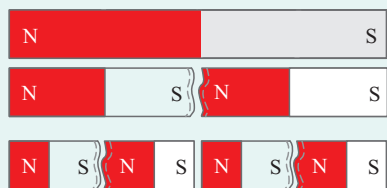
N, S (۴)



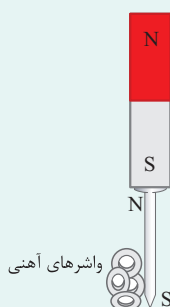
### درس‌Box

اگر آهنربایی را به دفعات بشکنیم، هر قسمت به طور مستقل به قطب‌های N و S تبدیل شده و یک آهنربای جدید ایجاد می‌شود؛ بنابراین در طبیعت تک‌قطبی مغناطیسی نداریم.

هرگاه یک آهنربا را به میخ آهنی نزدیک کنیم، در میخ آهنی (حتی بدون تماس با آهنربا) خاصیت مغناطیسی ایجاد می‌شود که این پدیده را القای خاصیت مغناطیسی می‌نامیم. در القای خاصیت مغناطیسی، میخ آهنی به یک آهنربا با قطب مخالف آهنربای اصلی تبدیل می‌شود و با دور کردن آهنربای اصلی، خاصیت آهنربایی میخ از بین می‌رود.



شکل (۱)



شکل (۲)

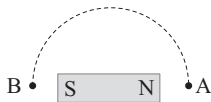
در آهنربای شکسته شده، مطابق شکل، در قسمت دیگر تکه شکسته شده قطب S ایجاد می‌شود. سپس به ترتیب قطب‌های N و S در تکه شکسته شده دیگر ایجاد می‌گردد.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓



در میخ نیز در اثر القای خاصیت مغناطیسی، قطب N در سمت S آهنربا و در سر دیگر آن قطب S ایجاد می‌شود.

یک آهن‌ربای میله‌ای مطابق شکل زیر، روی یک میز قرار دارد. یک عقربه مغناطیسی که آزادانه می‌تواند حول محور قائم بچرخد به آرامی روی مسیر نیم‌دایره‌ای شکل از نقطه A تا B جابه‌جا می‌شود. در این مسیر، عقربه چند درجه و در چه جهتی دوران می‌کند؟



(۱)  $۱۸۰^\circ$ ، پادساعتگرد

(۲)  $۱۸۰^\circ$ ، ساعتگرد

(۳)  $۳۶۰^\circ$ ، پادساعتگرد

(۴)  $۳۶۰^\circ$ ، ساعتگرد



### درس‌Box

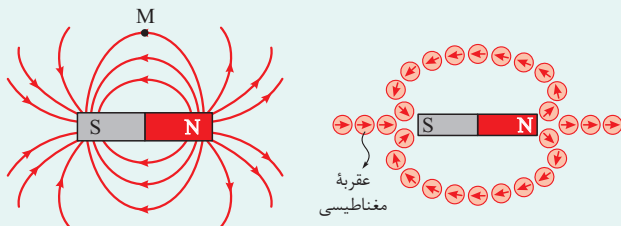
عقربه مغناطیسی، یک آهن‌ربای بسیار کوچک و سبک است که آن را با نماد  $\rightarrow$  نشان می‌دهند. در این نماد، نوک پیکان قطب N و انتهای آن قطب S است.

آهن‌ربا در فضای اطراف خود خاصیتی به وجود می‌آورد که به موجب آن بر مواد مغناطیسی و آهن‌رباهای دیگر، نیروی مغناطیسی وارد می‌کند؛ به این خاصیت میدان مغناطیسی گفته می‌شود.

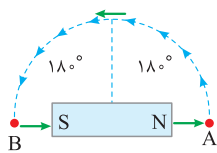
میدان مغناطیسی، کمیتی برداری است و آن را با نماد  $\vec{B}$  نمایش می‌دهند و یکای آن در SI، تسلا (T) است. گاهی از یکای کوچک‌تری به نام گوس نیز برای آن استفاده می‌شود:

$$1G = 10^{-4} T$$

به کمک عقربه مغناطیسی می‌توان جهت میدان را در هر نقطه از فضای اطراف یک آهن‌ربا تعیین کرد. بنا به تعریف، بردار میدان مغناطیسی در هر نقطه از فضا پیرامون یک آهن‌ربا در جهتی است که وقتی عقربه مغناطیسی در آن نقطه قرار می‌گیرد، قطب N عقربه، آن جهت را نشان می‌دهد. جهت خطوط میدان مغناطیسی در خارج از آهن‌ربا از قطب N به S و در داخل آن از قطب S به N است. خط‌های میدان مغناطیسی حلقه‌های بسته‌ای را تشکیل می‌دهند و در نزدیکی قطب‌های آهن‌ربا به یکدیگر نزدیک‌ترند.



با توجه به قطب‌های آهن‌ربا، عقربه مغناطیسی در نقطه A به صورت شکل زیر قرار گرفته و چون همواره باید نوک پیکان آن در جهت میدان مغناطیسی باشد، لحظه به لحظه چرخیده تا در نهایت در نقطه B در جهت نشان داده شده بایستد؛ بنابراین همان‌طور که مشاهده می‌کنید، مجموعاً  $۳۶۰^\circ$  درجه پادساعتگرد چرخیده است.

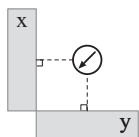


### پاسخ خیلی تشریحی ✓



در شکل زیر، دو آهنربای میله‌ای کاملاً مشابه، به صورت عمود برهم در محل خود ثابت شده‌اند. با توجه به جهت گیری عقربه مغناطیسی در

محل برخورد عمود منصف‌های این دو آهنربا، قطب‌های  $x$  و  $y$  به ترتیب از راست به چپ کدام‌اند؟



S, S (۲)

N, N (۱)

N, S (۴)

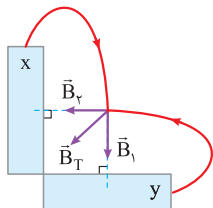
S, N (۳)



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

مطابق شکل، با توجه به نحوه قرارگیری عقربه مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی برآیند (خالص) نیز در همان جهت است. پس

میدان مغناطیسی حاصل از دو آهنربا نیز به صورت شکل می‌باشد:



براساس میدان مغناطیسی آهنربای افقی  $(B_2)$ ،  $y$  و قطب  $N$  است و براساس جهت میدان مغناطیسی آهنربای قائم  $(B_1)$ ،  $x$

نیز قطب  $N$  می‌باشد.

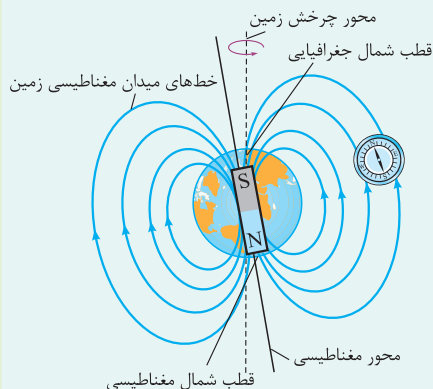
کدام یک از موارد زیر، دربارهٔ میدان مغناطیسی زمین نادرست است؟

- (۱) طرح خط‌های آن مانند طرح خط‌های یک آهن‌ربای میله‌ای بزرگ است.
- (۲) جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم به طور کامل وارون می‌شود.
- (۳) در بیشتر نقاط زمین، میدان مغناطیسی موازی با سطح افقی زمین است.
- (۴) قطب شمال مغناطیسی زمین در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی آن است.


**درس‌Box**

**میدان مغناطیسی زمین:** زمین مانند یک آهن‌ربای بسیار بزرگ رفتار می‌کند و طرح خط‌های میدان مغناطیسی آن مانند طرح خط‌های آهن‌ربای میله‌ای بزرگی است که در نزدیکی مرکز زمین قرار دارد و قطب شمال آن در نزدیکی قطب جنوب جغرافیایی زمین است.

نشان دادن خط‌های میدان مغناطیسی زمین به صورت خط‌های میدان یک آهن‌ربای میله‌ای، تنها یک مدل ساده از ساختار پیچیده و ناشناختهٔ عوامل ایجاد میدان مغناطیسی زمین است. شواهد زمین‌شناختی نشان می‌دهند که جهت این میدان در بازه‌های زمانی نامنظم از ده هزار سال تا یک میلیون سال به طور کامل وارون می‌شود. قطب‌های مغناطیسی زمین بر قطب‌های جغرافیایی آن منطبق نیستند. در واقع قطب‌های مغناطیسی و جغرافیایی زمین فاصلهٔ نسبتاً زیادی از یکدیگر دارند؛ مثلاً قطب جنوب مغناطیسی تقریباً در فاصلهٔ  $180^\circ$  کیلومتری قطب شمال جغرافیایی قرار دارد. این بدان معناست که عقربهٔ مغناطیسی قطب‌نما در جهت شمال واقعی جغرافیایی قرار نمی‌گیرد و تا حدودی از شمال جغرافیایی انحراف دارد.



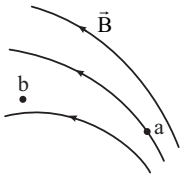
گزینهٔ (۳) نادرست است، زیرا در بیشتر نقاط زمین، میدان مغناطیسی آن با سطح افقی زاویه‌ای به نام شیب مغناطیسی می‌سازد و با آن موازی نیست.

پاسخ خیلی تشریحی ✓

## فیزیک

۶۰

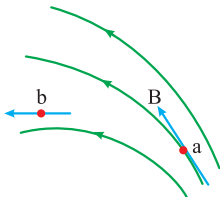
شکل زیر، خط‌های میدان مغناطیسی در ناحیه‌ای از فضا را نشان می‌دهد. بردار میدان مغناطیسی در نقاط  $a$  و  $b$ ، به ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟ (طول هر بردار نشان‌دهنده اندازه میدان مغناطیسی است).



- (۱)
- (۲)
- (۳)
- (۴)



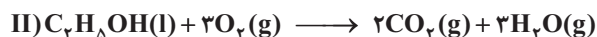
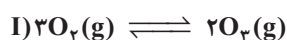
اگر در هر یک از نقاط  $a$  و  $b$  عقربه مغناطیسی قرار دهیم، جهت‌گیری آن مماس بر خطوط میدان است و جهت میدان در آن نقطه را نشان می‌دهد. در نقطه  $a$  چون نسبت به نقطه  $b$  خطوط میدان به یکدیگر نزدیک‌ترند، میدان مغناطیسی قوی‌تر است و در نتیجه بردار آن می‌بایست بزرگ‌تر رسم شود.



پاسخ خیلی تشریحی ✓



با توجه به معادله موازنه شده واکنش‌های داده شده، کدام مطلب نادرست است؟



۱) علامت  $\Delta H$  واکنش (I) در جهت رفت، قرینه علامت  $\Delta H$  واکنش (II) است.

۲) ترکیب آلی موجود در واکنش (II) برخلاف اتان، سوخت سبز به شمار می‌آید.

۳) آنتالپی واکنش (II) هم‌ارز با آنتالپی سوختن اتانول در دما و فشار اتاق است.

۴) واکنش (I) در جهت برگشت برخلاف واکنش فتوسنتز، یک فرایند گرماده محسوب می‌شود.



همه فرایندهای گرماگیر و گرماده کتاب درسی در جدول زیر آورده شده است:



فرایندهای گرماده ( $\Delta H < 0$ )	فرایندهای گرماگیر ( $\Delta H > 0$ )
۱) تغییر حالت‌های فیزیکی انجماد، میعان و چگالش	۱) تغییر حالت‌های فیزیکی ذوب، تبخیر و تصعید (فرازش)
۲) همه واکنش‌های سوختن (مانند سوختن گاز هیدروژن، کربن، هیدروکربن‌ها و ...)	۲) واکنش فتوسنتز:
۳) واکنش فلزهای گروه اول با گاز کلر:	$6\text{CO}_2(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) + 6\text{O}_2(\text{g})$
$2\text{M}(\text{s}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{MCl}(\text{s})$ گروه اول	۳) انحلال آمونیوم نیترات در آب:
۴) تشکیل HCl از $\text{Cl}_2$ و $\text{H}_2$ :	$\text{NH}_4\text{NO}_3(\text{s}) \xrightarrow{\text{در آب}} \text{NH}_4^+(\text{aq}) + \text{NO}_3^-(\text{aq})$
$\text{H}_2(\text{g}) + \text{Cl}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HCl}(\text{g})$	۴) تجزیه $\text{N}_2\text{O}_4$ به $\text{NO}_2$ :
۵) تشکیل $\text{NH}_3$ از $\text{N}_2$ و $\text{H}_2$ (فرایند هابر):	$\text{N}_2\text{O}_4(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}_2(\text{g})$
$\text{N}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$	۵) تولید اوزون از گاز اکسیژن:
۶) تشکیل آمونیاک از هیدرازین و هیدروژن:	$3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{O}_3(\text{g})$
$\text{N}_2\text{H}_4(\text{g}) + \text{H}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NH}_3(\text{g})$	۶) تشکیل NO از $\text{N}_2$ و $\text{O}_2$ :
۷) تجزیه هیدروژن پراکسید:	$\text{N}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{NO}(\text{g})$
$2\text{H}_2\text{O}_2(\text{l}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) + \text{O}_2(\text{g})$	۷) تشکیل $\text{N}_2\text{H}_4$ (هیدرازین) از $\text{N}_2$ و $\text{H}_2$ :
۸) واکنش گازهای CO و NO:	$\text{N}_2(\text{g}) + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{N}_2\text{H}_4(\text{g})$
$2\text{CO}(\text{g}) + 2\text{NO}(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + \text{N}_2(\text{g})$	۸) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید جامد:
۹) تشکیل گاز هیدروژن یدید از گاز هیدروژن و ید گازی:	$\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{s}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$
$\text{H}_2(\text{g}) + \text{I}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{HI}(\text{g})$	

بررسی گزینه‌ها: ✓ پاسخ خیلی تشریحی

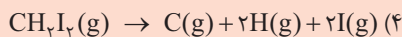
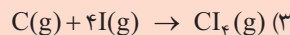
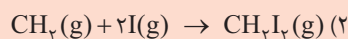
گزینه (۱): واکنش تولید گاز اوزون از گاز اکسیژن که همان واکنش  $3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{O}_3(\text{g})$  است؛ یک فرایند گرماگیر می‌باشد که علامت  $\Delta H$  آن، مثبت است. از طرفی سوختن کامل اتانول که همان واکنش  $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}(\text{l}) + 3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{CO}_2(\text{g}) + 3\text{H}_2\text{O}(\text{g})$  است؛ یک فرایند گرماده می‌باشد که علامت  $\Delta H$  آن، منفی است.

گزینه (۲): ترکیب آلی موجود در واکنش (II) اتانول ( $\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$ ) است که برخلاف اتان، سوخت سبز به شمار می‌آید.

گزینه (۳): آب در دما و فشار اتاق به حالت مایع می‌باشد؛ بنابراین در اندازه‌گیری آنتالپی واکنش‌های سوختن در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی آب را باید به صورت مایع (I) بنویسیم نه به صورت گاز (g)!

گزینه (۴): واکنش  $3\text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{O}_3(\text{g})$ ، گرماگیر است؛ بنابراین واکنش وارونه آن که همان واکنش  $2\text{O}_3(\text{g}) \rightarrow 3\text{O}_2(\text{g})$  است؛ گرماده می‌باشد. از طرفی واکنش فتوسنتز که همان واکنش  $6\text{CO}_2(\text{g}) + 6\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow \text{C}_6\text{H}_{12}\text{O}_6(\text{s}) + 6\text{O}_2(\text{g})$  است؛ گرماده می‌باشد.

اگر میانگین آنتالپی پیوندهای  $C-H$  و  $C-I$  به ترتیب برابر با ۴۱۴ و ۲۰۷ کیلوژول بر مول باشد؛  $\Delta H$  کدام واکنش برابر با  $-۸۲۸$  کیلوژول است؟



**نکته** به مقدار انرژی لازم برای شکستن یک مول پیوند اشتراکی (کووالانسی) در حالت گازی و تبدیل آن به اتم‌های گازی مجزا، آنتالپی پیوند می‌گویند. از آن‌جا که برای شکستن یک پیوند همواره به انرژی نیاز داریم و فرایند شکستن پیوند، گرماگیر است؛ بنابراین مقدار آنتالپی پیوند همواره عددی مثبت است.  $\Delta H$  واکنشی که دقیقاً برعکس واکنش مربوط به آنتالپی پیوند است؛ همواره عدد منفی است؛ زیرا تشکیل پیوند فرایندی گرماده می‌باشد.



**پاسخ خیلی تشریحی** ✓ با توجه به میانگین آنتالپی پیوندهای  $C-H$  و  $C-I$  و  $\Delta H$  واکنش‌ها را به دست می‌آوریم:

گزینه (۱): در واکنش  $CH_4(g) \rightarrow CH_2(g) + 2H(g)$ ، دو پیوند  $C-H$  شکسته می‌شود؛ بنابراین  $\Delta H$  این واکنش، مثبت و برابر  $+۸۲۸ = 2 \times (+۴۱۴)$  کیلوژول است. ✗

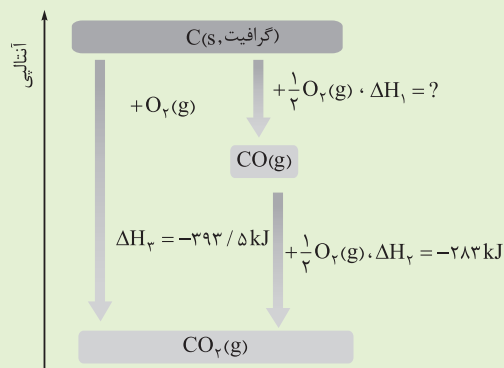
گزینه (۲): در واکنش  $CH_4(g) + 2I(g) \rightarrow CH_2I_2(g)$ ، دو پیوند  $C-I$  تشکیل می‌شود؛ بنابراین  $\Delta H$  این واکنش، منفی و برابر  $-۴۱۴ = 2 \times (-۲۰۷)$  کیلوژول است. ✗

گزینه (۳): در واکنش  $C(g) + 4I(g) \rightarrow CI_4(g)$ ، چهار پیوند  $C-I$  تشکیل می‌شود؛ بنابراین  $\Delta H$  این واکنش، منفی و برابر  $-۸۲۸ = 4 \times (-۲۰۷)$  کیلوژول است. ✓

گزینه (۴): در واکنش  $CH_2I_2(g) \rightarrow C(g) + 2H(g) + 2I(g)$ ، دو پیوند  $C-I$  و دو پیوند  $C-H$  شکسته می‌شود؛ بنابراین  $\Delta H$  این واکنش، مثبت و برابر  $+۱۲۴۲ = (2 \times (+۴۱۴)) + (2 \times (+۲۰۷))$  کیلوژول است. ✗

**به‌چور دیگه** ➔ آنتالپی واکنش مورد نظر، منفی می‌باشد؛ بنابراین این واکنش، گرماده و مربوط به فرایند تشکیل پیوند است؛ پس می‌توان گفت که گزینه‌های (۱) و (۴) رد می‌شوند؛ زیرا واکنش‌های داده‌شده در این گزینه‌ها مربوط به فرایند شکستن پیوند می‌باشند. از طرفی عدد ۸۲۸ می‌تواند از دو حاصل‌ضرب  $2 \times 414$  و  $4 \times 207$  به دست آید؛ پس  $\Delta H$  این واکنش می‌تواند  $\Delta H$  واکنش تشکیل دو پیوند  $C-H$  و یا  $\Delta H$  واکنش تشکیل چهار پیوند  $C-I$  باشد که واکنش گزینه (۳)، مربوط به تشکیل چهار پیوند  $C-I$  در مولکول  $CI_4$  از اتم‌های سازنده‌اش است و درست می‌باشد.





(۲) الف - پ

(۴) الف - ت

(۱) ب - پ

(۳) ب - ت

بر اساس نمودار داده‌شده، کدام موارد از مطالب زیر نادرست است؟

(الف) اگر به جای گرافیت، از الماس استفاده شود؛ مقدار  $\Delta H_3$  بیشتر از  $393 / 5 \text{ kJ}$  خواهد شد.

(ب) در شرایط انجام واکنش‌ها،  $\text{CO(g)}$  نسبت به  $\text{CO}_2(g)$ ، سطح انرژی بالاتری دارد و پایدارتر است.

(پ) تفاوت مقدار  $\Delta H_1$  با مقدار  $\Delta H_3$  برابر با  $127 / 5 \text{ kJ}$  است.

(ت) مجموع آنتالپی پیوندها در  $\text{CO}_2(g)$  از مجموع آنتالپی پیوندها در  $\text{CO(g)}$  و  $\text{CO}_2(g)$  بیشتر است.

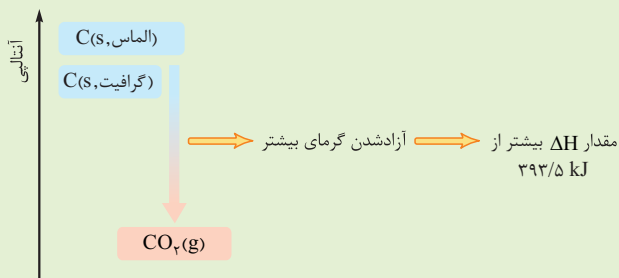
عبارت‌های «ب» و «پ» نادرست هستند. ✓ پاسخ خیلی تشریحی

بررسی عبارت‌ها:

(الف) معادله موازنه‌شده واکنش سوختن الماس و گرافیت به صورت مقابل است:  $\text{C(s, گرافیت)} + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g)$

$\text{C(s, الماس)} + \text{O}_2(g) \rightarrow \text{CO}_2(g)$

در اثر سوختن هر دو ماده،  $\text{CO}_2(g)$  به دست می‌آید؛ پس تفاوت سوختن  $\Delta H$  این دو، فقط و فقط! به سطح آنتالپی خودشان، یعنی الماس و گرافیت بستگی دارد. از آنجایی که الماس ناپایدارتر از گرافیت است؛ بنابراین سطح آنتالپی آن از گرافیت بالاتر بوده، در نتیجه تفاوت سطح آنتالپی الماس با سطح آنتالپی فرآورده حاصل از سوختن ( $\text{CO}_2(g)$ ) بیشتر است و می‌توان گفت که بر اثر سوختن الماس، گرمای بیشتری آزاد می‌شود.



(ب) هر چه سطح انرژی یک ماده، پایین‌تر باشد؛ آن ماده پایدارتر است؛ بنابراین با توجه به نمودار داده‌شده، در شرایط انجام واکنش‌ها،  $\text{CO(g)}$  نسبت به  $\text{CO}_2(g)$ ، سطح انرژی بالاتری دارد و ناپایدارتر (نه پایدارتر!) می‌باشد.

(پ) با توجه به نمودار داده‌شده، مقدار  $\Delta H_3$  با مجموع مقادیرهای  $\Delta H_1$  و  $\Delta H_2$  برابر است؛ بنابراین با به دست آوردن مقدار  $\Delta H_1$ ، تفاوت مقدار  $\Delta H_1$  با مقدار  $\Delta H_3$  را به دست می‌آوریم:

$$|\Delta H_3| = |\Delta H_1| + |\Delta H_2|$$

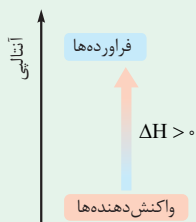
$$|-393 / 5| = |\Delta H_1| + |-283| \Rightarrow 393 / 5 = |\Delta H_1| + 283 \Rightarrow |\Delta H_1| = 393 / 5 - 283 = 110 / 5 \text{ kJ}$$

$$|\Delta H_2| - |\Delta H_1| = 283 - 110 / 5 = 172 / 5 \text{ kJ}$$

(ت)

تقابل واکنش‌های گرماگیر و گرماده!

واکنش گرماگیر:



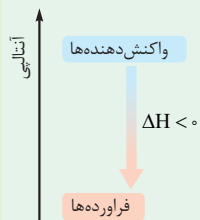
آنتالپی (محتوای انرژی) واکنش دهنده‌ها > آنتالپی (محتوای انرژی) فرآورده‌ها (۱)

پایداری واکنش دهنده‌ها < پایداری فرآورده‌ها  $\Rightarrow$

$\Delta H > 0 \Rightarrow$  مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها - مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها

$\Rightarrow$  مجموع آنتالپی پیوند فرآورده‌ها > مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها

## واکنش گرماده:



آنتالپی (محتوای انرژی) واکنش دهنده‌ها < آنتالپی (محتوای انرژی) فراورده‌ها (۱)

⇒ پایداری واکنش دهنده‌ها > پایداری فراورده‌ها

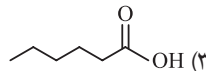
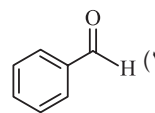
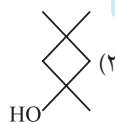
۲)  $\Delta H < 0 \Rightarrow$  مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها < مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها

⇒ مجموع آنتالپی پیوند فراورده‌ها < مجموع آنتالپی پیوند واکنش دهنده‌ها

واکنش  $\text{CO(g)} + \frac{1}{2}\text{O}_2\text{(g)} \rightarrow \text{CO}_2\text{(g)}$ ، یک فرایند گرماده است و  $\Delta H$  آن منفی می‌باشد؛ بنابراین مجموع آنتالپی

پیوندها در  $\text{CO}_2\text{(g)}$ ، بیشتر از مجموع آنتالپی پیوندها در  $\text{CO(g)}$  و  $\frac{1}{2}\text{O}_2\text{(g)}$  می‌باشد.

کدام مولکول زیر، ایزومری از ۲-هپتانون است؟

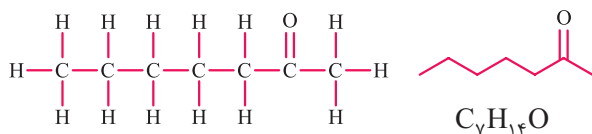


به موادی که فرمول مولکولی یکسان اما ساختار متفاوتی دارند، ایزومر (هم‌پار) می‌گویند.



۲-هپتانون، یک کتون ۷ کربنه است که فرمول مولکولی و ساختار آن به صورت زیر است:

پاسخ خیلی تشریحی ✓



با بررسی فرمول مولکولی تک‌تک ترکیب‌های موجود در گزینه‌ها، می‌توان فهمید که فرمول مولکولی ترکیب ۲-هپتانون با فرمول مولکولی ترکیب موجود در گزینه (۲) یکسان است ولی ساختار آن‌ها با هم فرق می‌کند؛ بنابراین این دو مولکول، ایزومر یا هم‌پار یکدیگر به شمار می‌روند؛ در صورتی که فرمول مولکولی ترکیبات موجود در سایر گزینه‌ها با فرمول مولکولی ترکیب ۲-هپتانون یکسان نیست و ایزومر یا هم‌پار ترکیب مورد نظر محسوب نمی‌شوند:

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): ۷ اتم کربن، ۶ اتم هیدروژن و ۱ اتم اکسیژن  $\Leftarrow$  فرمول مولکولی ترکیب:  $C_7H_6O$  ×
- گزینه (۲): ۷ اتم کربن، ۱۴ اتم هیدروژن و ۱ اتم اکسیژن  $\Leftarrow$  فرمول مولکولی ترکیب:  $C_7H_{14}O$  ✓
- گزینه (۳): ۶ اتم کربن، ۱۲ اتم هیدروژن و ۲ اتم اکسیژن  $\Leftarrow$  فرمول مولکولی ترکیب:  $C_6H_{12}O_2$  ×
- گزینه (۴): ۷ اتم کربن، ۱۲ اتم هیدروژن و ۱ اتم اکسیژن  $\Leftarrow$  فرمول مولکولی ترکیب:  $C_7H_{12}O$  ×

اگر آنتالپی سوختن چهار ترکیب آلی اتان، اتانول، پروپین و پروپین در دما و فشار اتاق برحسب کیلوژول بر مول برابر  $-۲۰۵۸$ ،  $-۱۹۳۸$ ،  $-۱۵۶۰$  و  $-۱۳۶۸$  باشد؛ کدام یک از اعداد داده شده مربوط به آنتالپی سوختن اتانول است؟

- (۱)  $-۱۳۶۸$  (۲)  $-۱۵۶۰$   
(۳)  $-۱۹۳۸$  (۴)  $-۲۰۵۸$

 **دروس Box**

## چند نکته در مورد مقایسه آنتالپی سوختن ترکیب‌های آلی

(۱) به طور کلی هر چه مقدار (جرم) یک هیدروکربن بیشتر باشد، مقدار گرمای حاصل از سوختن آن بیشتر است؛ به طور مثال برای مقایسه آنتالپی سوختن آلکان‌ها، آلکن‌ها و آلکین‌ها (یعنی گرمای حاصل از سوختن ۱ مول از آن‌ها) باید جرم مولی آن‌ها را با هم مقایسه کنیم. هر کدام که جرم مولی بیشتری داشته باشد، گرمای حاصل از سوختن آن نیز بیشتر است.

مثال:

قدرمطلق آنتالپی سوختن (گرمای سوختن مولی):  $CH_4 < C_2H_6$   
( $۱۶ \text{ g.mol}^{-1}$ ) ( $۳۰ \text{ g.mol}^{-1}$ )

یک مول اتن ( $C_2H_4$ )  $>$  نیم مول بوتان ( $C_4H_{10}$ ): گرمای حاصل از سوختن  
( $۱ \times ۲۸ = ۲۸ \text{ g}$ ) ( $۰.۵ \times ۵۸ = ۲۹ \text{ g}$ )

(۲) گرمای سوختن مولی الکل‌هایی که یک گروه OH دارند، از گرمای سوختن مولی آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها کم‌تر است. برای متانول و اتانول که در کتاب درسی اشاره شده! بهتره مقایسه‌های زیر رو بلد باشین!

متان ( $CH_4$ )  $<$  متانول ( $CH_3OH$ ): آنتالپی سوختن

اتان ( $C_2H_6$ )  $<$  اتانول ( $C_2H_5OH$ ): آنتالپی سوختن

اتان، آلکانی دوکربنه با فرمول مولکولی  $C_2H_6$ ، پروپین، آلکنی سه‌کربنه با فرمول مولکولی  $C_3H_6$ ، پروپین، آلکینی سه‌کربنه با فرمول مولکولی  $C_3H_4$  است. از آنجایی که در هیدروکربن‌ها (آلکان، آلکن، آلکین)، با افزایش تعداد اتم‌های سازنده و جرم مولی، مقدار آنتالپی سوختن بیشتر می‌شود؛ بنابراین مقایسه مقدار آنتالپی سوختن سه ترکیب آلی بیان شده برابر است با:

اتان ( $C_2H_6$ )  $>$  پروپین ( $C_3H_4$ )  $>$  پروپین ( $C_3H_6$ ): گرمای سوختن مولی  
 $۳۰ \text{ g.mol}^{-1}$  ( $۴۰ \text{ g.mol}^{-1}$ ) ( $۴۲ \text{ g.mol}^{-1}$ )

از آنجایی که اتانول، الکی دوکربنه با فرمول مولکولی  $C_2H_5OH$  است و مقدار آنتالپی سوختن در الکل‌هایی با یک گروه عاملی OH، کم‌تر از مقدار آنتالپی سوختن در آلکان‌های هم‌کربن آن است؛ بنابراین مقایسه مقدار آنتالپی سوختن دو ترکیب اتانول و اتان به صورت زیر است:

اتانول ( $C_2H_5O$ )  $>$  اتان ( $C_2H_6$ ): گرمای سوختن مولی

در نهایت با توجه به دو مقایسه صورت گرفته در بالا، می‌توان اعداد داده شده را به صورت زیر به آنتالپی سوختن چهار ترکیب آلی مورد نظر نسبت داد:

اتانول ( $C_2H_5O$ )  $>$  اتان ( $C_2H_6$ )  $>$  پروپین ( $C_3H_4$ )  $>$  پروپین ( $C_3H_6$ ): قدرمطلق آنتالپی سوختن  
 $۱۳۶۸$  ( $۱۵۶۰$ ) ( $۱۹۳۸$ ) ( $۲۰۵۸$ )

 پاسخ خیلی تشریحی ✓

درستی یا نادرستی کدام گزینه با بقیه گزینه‌ها متفاوت است؟

- (۱) آهنک واکنش تجزیه سلولز کاغذ، بسیار کم‌تر از آهنک واکنش سوختن گلوکز است.
- (۲) از گرماسنج لیوانی می‌توان برای تعیین آنتالپی انحلال آمونیوم نترات در آب استفاده کرد.
- (۳) اگر یک قطعه زغال مکعبی را از وسط نصف کنیم؛ سطح تماس آن با محیط، ۲۵ درصد افزایش می‌یابد.
- (۴) تأمین شرایط بهینه برای انجام واکنش تولید گاز متان از واکنش مستقیم میان گرافیت و گاز هیدروژن، بسیار دشوار است.

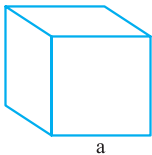


### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گزینه (۳) برخلاف سایر گزینه‌ها نادرست است.

بررسی گزینه‌ها:

- گزینه (۱): واکنش تجزیه سلولز کاغذ، بسیار کند ولی واکنش سوختن گلوکز، بسیار سریع رخ می‌دهد؛ بنابراین آهنک یا سرعت واکنش تجزیه سلولز کاغذ، بسیار کم‌تر از آهنک یا سرعت واکنش سوختن گلوکز است.
- گزینه (۲): به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان آنتالپی واکنش‌های انحلال مانند انحلال آمونیوم نترات در آب و فرایندهایی که در حالت محلول انجام می‌شوند را در فشار ثابت و به روش تجربی تعیین کرد.



گزینه (۳): هر مکعب دارای شش وجه است؛ برای مثال اگر در مکعب مربع مقابل طول هر ضلع را برابر  $a$  در نظر بگیریم؛ مساحت کل آن یا همان سطح تماس آن با محیط برابر  $6a^2$  خواهد بود:

$$\text{مساحت هر وجه مکعب مربع} = a \times a = a^2$$

$$\text{مساحت کل مکعب مربع} = 6 \times a^2 = 6a^2$$

حال اگر این مکعب را از وسط نصف کنیم؛ دو وجه جدید که هر کدام مساحتی برابر با  $a^2$  دارند؛ به سطح تماس آن اضافه می‌شود؛ بنابراین مساحت کل دو مکعب مستطیل حاصل و درصد افزایش سطح تماس آن‌ها برابر است با:

$$\text{مساحت کل جدید مکعب‌ها} = 6a^2 + a^2 + a^2 = 8a^2$$

$$\% \text{ اختلاف مساحت کل مکعب‌های اولیه و ثانویه} = \frac{\text{مساحت کل مکعب مربع اولیه} - \text{مساحت کل مکعب مربع مورد نظر}}{\text{مساحت کل مکعب مربع اولیه}} \times 100 =$$

$$= \frac{6a^2 - 8a^2}{6a^2} \times 100 = -33\%$$

گزینه (۴): گاز متان را از واکنش مستقیم میان گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه مطابق معادله  $\text{C(s)} + 2\text{H}_2(\text{g}) \rightarrow \text{CH}_4(\text{g})$  (گرافیت)، نمی‌توان تهیه کرد؛ زیرا تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است؛ به همین دلیل برای تعیین آنتالپی این واکنش می‌توان از واکنش‌های دیگری بهره برد که آنتالپی واکنش آن‌ها از پیش تعیین شده است.

اگر در واکنش  $N_2(g) + 2H_2(g) \rightarrow N_2H_4(g)$  به ازای مصرف ۸/۴ لیتر گاز در شرایط استاندارد، ۱۱/۲۵ کیلوژول گرما از محیط گرفته شود؛ میانگین آنتالپی پیوند N—H بر حسب کیلوژول بر مول کدام است؟

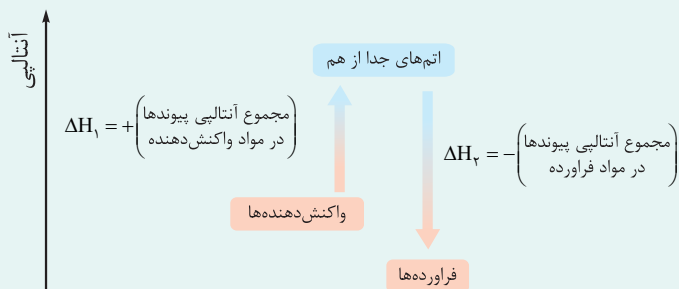
H—H	N≡N	N—N	پیوند
۴۳۶	۹۴۵	۱۶۳	آنتالپی پیوند (kJ.mol <sup>-1</sup> )

۳۱۵ (۴)

۳۱۹ (۳)

۳۹۱ (۲)

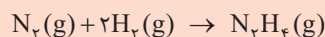
۳۵۱ (۱)

**درس Box**


شیمی‌دان‌ها با به‌کارگیری آنتالپی پیوند و میانگین آن و با استفاده از یک روش محاسباتی، می‌توانند  $\Delta H$  برخی واکنش‌ها را تعیین کنند. فرض کنید که واکنش‌ها در یک فرایند دومارحله‌ای انجام شوند. ابتدا در مرحله اول همه پیوندهای موجود در واکنش دهنده‌ها شکسته شوند و واکنش دهنده‌ها به اتم‌های جدا از هم تبدیل شوند. در مرحله بعدی، این اتم‌ها دوباره با هم پیوند تشکیل دهند و فرآورده‌ها را به وجود آورند؛ پس  $\Delta H$  واکنش برابر با مجموع  $\Delta H$  این دو مرحله است. به این ترتیب خواهیم داشت:

$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] = \Delta H_{\text{واکنش}} \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H_1 + \Delta H_2$$

**گام اول:** از آنجایی که برای انجام واکنش مورد نظر، گرما از محیط گرفته می‌شود؛ بنابراین واکنش مورد نظر، گرماگیر است و  $\Delta H$  آن، مثبت می‌باشد؛ در ادامه با توجه به معادله موازنه‌شده واکنش انجام‌شده، حجم گازهای نیتروژن ( $N_2$ ) و هیدروژن ( $H_2$ ) مصرف‌شده در شرایط STP و مقدار گرمای مبادله‌شده با محیط، آنتالپی واکنش را به دست می‌آوریم:



$$3 \text{ mol گاز} \times \frac{22/4 \text{ L گاز}}{1 \text{ mol گاز}} \times \frac{11/25 \text{ kJ}}{8/4 \text{ L گاز}} = \frac{3 \times 22/4 \times 11/25}{12/8} = 90 \text{ kJ}$$

**گام دوم:** با توجه به فرمول ساختاری مواد شرکت‌کننده در واکنش مورد نظر و آنتالپی پیوندهای داده‌شده، میانگین آنتالپی پیوند



$$[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فرآورده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] = \Delta H_{\text{واکنش}}$$

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\Delta H(N \equiv N) + 2\Delta H(H - H)] - [\Delta H(N - N) + 4\Delta H(N - H)]$$

$$\Rightarrow 90 = [945 + (2 \times 436)] - [163 + 4\Delta H(N - H)] \Rightarrow 90 = 945 + 872 - 163 - 4\Delta H(N - H)$$

$$\Rightarrow 90 = 1654 - 4\Delta H(N - H) \Rightarrow \Delta H(N - H) = \frac{1564}{4} = 391 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

**پاسخ خیلی تشریحی**



چند مورد از مطالب زیر درست است؟

متان

- هیدروکربنی که بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد، به گاز مرداب معروف است.
- کربوهیدرات‌ها در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود.
- بنزوئیک اسید که در تمشک و توت فرنگی وجود دارد، جزء طعم‌دهنده‌های مواد غذایی محسوب می‌شود.
- نام تجاری هیدروژن پراکسید، آب‌اکسیژنه است و می‌توان آن را از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن تولید کرد.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)



## پاسخ خیلی تشریحی ✓

عبارت‌های اول و دوم درست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

• گاز متان ( $CH_4$ )، بخش عمده گاز طبیعی را تشکیل می‌دهد. این گاز نخستین بار از سطح مرداب‌ها جمع‌آوری شده؛ از این رو به گاز مرداب معروف است.

• در بین کربوهیدرات‌ها، چربی‌ها و پروتئین‌ها، فقط کربوهیدرات‌ها هستند که در بدن به گلوکز شکسته شده و گلوکز حاصل از آن‌ها در خون حل می‌شود. خون، این ماده را به یاخته‌ها می‌رساند و این ماده هنگام اکسایش در یاخته‌ها، انرژی تولید می‌کند.

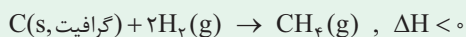
• بنزوئیک اسید یک عضو از خانواده کربوکسیلیک اسیدهاست که در تمشک و توت‌فرنگی وجود دارد. از این ترکیب در صنایع غذایی به عنوان نگهدارنده (نه طعم‌دهنده!) استفاده می‌شود. نگهدارنده‌ها سرعت واکنش‌های شیمیایی که منجر به فساد مواد غذایی می‌شوند را کاهش می‌دهند.

• نام تجاری هیدروژن پراکسید ( $H_2O_2$ )، آب‌اکسیژنه است. تهیه این ماده از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن در آزمایشگاه امکان‌پذیر نیست، زیرا از واکنش مستقیم این مواد، آب تولید می‌شود که از هیدروژن پراکسید پایدارتر است.

واکنش‌هایی که نمی‌توان  $\Delta H$  آن‌ها را به روش تجربی اندازه‌گیری کرد.

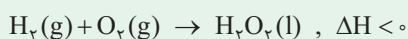
فبره‌هایی از آن است که برخی از واکنش‌ها را نمی‌توان به سادگی در آزمایشگاه انجام داد. به عبارت دیگر  $\Delta H$  آن‌ها را نمی‌توان به روش تجربی اندازه‌گیری کرد. کتاب درسی ۴ تا از این واکنش‌ها رو براتون آورده که شما باید بلدشون باشید!

(۱) واکنش تهیه گاز متان از گرافیت و گاز هیدروژن:



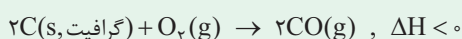
توجه: تأمین شرایط بهینه برای انجام این واکنش بسیار دشوار و پرهزینه است؛ بنابراین گاز متان را نمی‌توان به طور مستقیم از واکنش گرافیت و گاز هیدروژن در آزمایشگاه به دست آورد و برای تعیین  $\Delta H$  این واکنش باید از واکنش‌های دیگر و قانون هس کمک گرفت.

(۲) واکنش تهیه هیدروژن پراکسید ( $H_2O_2$ )، از گازهای هیدروژن و اکسیژن:

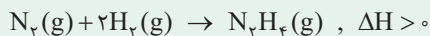


توجه: نام تجاری هیدروژن پراکسید ( $H_2O_2$ )، آب‌اکسیژنه است. تهیه این ماده از واکنش مستقیم گازهای هیدروژن و اکسیژن در آزمایشگاه امکان‌پذیر نیست، زیرا از واکنش مستقیم این مواد آب تولید می‌شود که از هیدروژن پراکسید پایدارتر است.

(۳) واکنش سوختن ناقص گرافیت و تولید کربن مونوکسید:



(۴) واکنش تولید هیدرازین ( $N_2H_4$ ) از گازهای نیتروژن و هیدروژن:



با توجه به واکنش‌های داده شده، آنتالپی تبخیر آب بر حسب  $Q_1$  و  $Q_2$ ، چند کیلوژول بر مول است؟ **۶۹**



$$Q_1 - 2Q_2 \quad (۲)$$

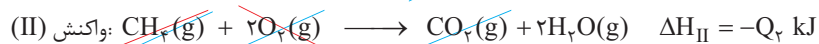
$$Q_2 - 2Q_1 \quad (۱)$$

$$\frac{Q_1 - Q_2}{۲} \quad (۴)$$

$$\frac{Q_2 - Q_1}{۲} \quad (۳)$$

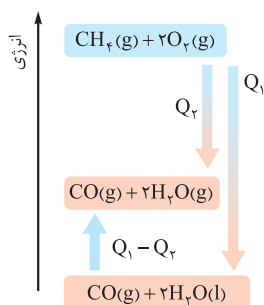


**پاسخ خیلی تشریحی ✓** هر دو واکنش داده شده، گرماده هستند و  $\Delta H$  آن‌ها، منفی می‌باشد. از طرفی برای رسیدن به فرایند تبخیر ۲ مول آب  $(2\text{H}_2\text{O}(\text{l}) \rightarrow 2\text{H}_2\text{O}(\text{g}))$  کافی است که معادله موازنه شده واکنش (I) را وارونه کرده و سپس با معادله موازنه شده واکنش (II) جمع کنیم:

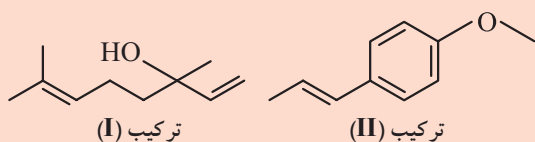


در نهایت برای به دست آوردن آنتالپی تبخیر یک مول آب، لازم است  $\Delta H_{\text{کلی}}$  محاسبه شده را بر عدد ۲ تقسیم کنیم:

$$\Delta H \text{ تبخیر } (\text{H}_2\text{O}) = \left( \frac{+Q_1 - Q_2}{۲} \right) \text{ kJ}$$



کدام مطلب، درباره ترکیب‌هایی با ساختارهای «پیوند - خط» زیر، نادرست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1: g.mol^{-1}$ )



۱) ترکیب‌های (I) و (II) به ترتیب ترکیب‌های آلی موجود در گشنیز و رازیانه است.

۲) در ساختار هر دو ترکیب، دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نمی‌باشد.

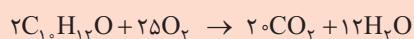
۳) اختلاف نسبت تعداد اتم‌های هیدروژن به تعداد اتم‌های کربن در دو ترکیب داده‌شده برابر ۶/۰ است.

۴) برای سوزاندن کامل ۷۴ گرم ترکیب دارای گروه عاملی اتری، به ۱۰۰ گرم گاز اکسیژن نیاز است.



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گروه عاملی اتری،  $-O-$  است که در ترکیب آلی (II) وجود دارد. در صورتی که در ترکیب آلی (I)، گروه عاملی هیدروکسیل ( $-OH$ ) دیده می‌شود. از طرفی فرمول مولکولی ترکیب (II)،  $C_{10}H_{12}O$  است؛ بنابراین با توجه به معادله موازنه‌شده واکنش سوختن کامل این ترکیب، برای سوزاندن کامل ۷۴ گرم از ترکیب (II) به ۲۰۰ گرم گاز اکسیژن نیاز است:



$$C_{10}H_{12}O \text{ مولی جرم: } (10 \times 12) + (12 \times 1) + (1 \times 16) = 120 + 12 + 16 = 148 \text{ g.mol}^{-1}$$

$$74 \text{ g } C_{10}H_{12}O \times \frac{1 \text{ mol } C_{10}H_{12}O}{148 \text{ g } C_{10}H_{12}O} \times \frac{25 \text{ mol } O_2}{2 \text{ mol } C_{10}H_{12}O} \times \frac{32 \text{ g } O_2}{1 \text{ mol } O_2} = \frac{74 \times 25 \times 32}{148 \times 2} = 200 \text{ g } O_2$$

بررسی گزینه‌ها:

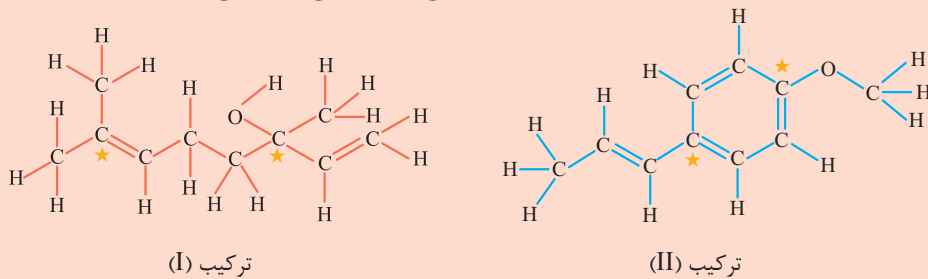
گزینه (۱):

در کتاب درسی به آلدهیدها، کتون‌ها، الکل‌ها و اترها که در برخی از مواد وجود دارند، اشاره شده است که ما همشون رو براتون بسته‌بندی کردیم:



ترکیب دارای گروه عاملی			چه گروه عاملی دارد؟	نام ماده
نام	فرمول مولکولی	فرمول ساختاری		
بنز آلدهید	$C_7H_6O$		آلدهیدی	بادام
—	$C_9H_8O$		آلدهیدی	دارچین
۲- هپتانون	$C_7H_{14}O$		کتونی	میخک
—	$C_{15}H_{20}O$		کتونی	زردچوبه
—	$C_{10}H_{18}O$		هیدروکسیل (الکلی)	گشنیز
—	$C_{10}H_{12}O$		اتری	رازیانه

گزینه (۲): در هر دو ترکیب (I) و (II)، دو اتم کربن وجود دارد که به هیچ اتم هیدروژنی متصل نمی‌باشد:



گزینه (۳): فرمول مولکولی ترکیب (I)،  $C_{10}H_{18}O$ ، و فرمول مولکولی ترکیب (II)،  $C_{10}H_{12}O$ ، است؛ پس نسبت تعداد اتم‌های

هیدروژن به تعداد اتم‌های کربن در ترکیب‌های (I) و (II)، به ترتیب،  $\frac{18}{10} = 1/8$  و  $\frac{12}{10} = 1/2$  می‌باشد که اختلاف آن‌ها برابر

است.  $1/8 - 1/2 = 0/6$ .

نمونه‌ای از یک نوع هیدروکربن خالص، در گاز اکسیژن سوخته و  $26/4$  گرم گاز کربن دی‌اکسید،  $7/2$  گرم آب و  $387/6$  کیلوژول انرژی تولید می‌کند، ارزش سوختی این ترکیب چند کیلوژول بر گرم است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1: g \cdot mol^{-1}$ )

$$50/00 \quad (2)$$

$$48/45 \quad (1)$$

$$52/63 \quad (4)$$

$$49/45 \quad (3)$$



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

از آنجایی که ترکیب مورد نظر هیدروکربن است؛ بنابراین تنها از دو عنصر هیدروژن و کربن تشکیل شده و طی فرایند سوختن کامل، کربن آن به صورت  $CO_2$  و هیدروژن آن به صورت  $H_2O$  درآمده است؛ پس ابتدا باید به کمک جرم  $H_2O$  و  $CO_2$  تولیدشده، جرم اتم‌های کربن و هیدروژن موجود در ترکیب را به دست آوریم و در ادامه جرم هیدروکربن مصرف‌شده در واکنش را از مجموع جرم اتم‌های کربن و هیدروژن به دست آمده، محاسبه می‌کنیم:

$$26/4 \text{ g } CO_2 \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{44 \text{ g } CO_2} \times \frac{1 \text{ mol } C}{1 \text{ mol } CO_2} \times \frac{12 \text{ g } C}{1 \text{ mol } C} = \frac{26/4 \times 12}{44} = 7/2 \text{ g } C$$

$$7/2 \text{ g } H_2O \times \frac{1 \text{ mol } H_2O}{18 \text{ g } H_2O} \times \frac{2 \text{ mol } H}{1 \text{ mol } H_2O} \times \frac{1 \text{ g } H}{1 \text{ mol } H} = \frac{7/2 \times 2}{9} = 0/8 \text{ g } H$$

جرم  $H$  موجود در ترکیب + جرم  $C$  موجود در ترکیب = جرم هیدروکربن مصرف‌شده

حالا با توجه به مقدار گرمای آزادشده در واکنش سوختن کامل هیدروکربن مورد نظر و جرم مصرف‌شده از آن در واکنش، ارزش سوختی این هیدروکربن را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش سوختی هیدروکربن} = \frac{\text{مقدار گرمای آزادشده در واکنش سوختن هیدروکربن} (kJ)}{\text{جرم هیدروکربن مصرف‌شده} (g)} = \frac{387/6}{8} = 48/45 \text{ kJ} \cdot \text{g}^{-1}$$

در چند مورد از موارد زیر، اثر عامل مؤثر بر سرعت واکنش به درستی بیان شده است؟

(الف) قاووت زودتر از مغز آفتابگردان، پسته و ... فاسد می‌شود. ——— ← اثر نوع مواد واکنش دهنده

(ب) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که افزودن دو قطره از محلول پتاسیم یدید، سرعت واکنش را به طور چشمگیری افزایش می‌دهد. ——— ← اثر غلظت

(پ) بیماری‌هایی که مشکل تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول اکسیژن دارند. ——— ← اثر سطح تماس میان ذره‌های واکنش دهنده

(ت) برای نگهداری طولانی‌مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئینی، آن‌ها را به حالت منجمد ذخیره می‌کنند. ——— ← اثر دما

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

**درس‌Box**

جدول زیر، جمع‌بندی همه عوامل مؤثر بر سرعت واکنش است:

عامل	توضیح	مثال
نوع مواد واکنش دهنده (واکنش پذیری)	با تغییر مواد واکنش دهنده و ماهیت آن‌ها، سرعت واکنش تغییر می‌کند.	<ul style="list-style-type: none"> <li>در شرایط یکسان، سرعت واکنش سدیم با آب با سرعت واکنش پتاسیم با آب متفاوت است.</li> <li>دمای لازم برای انجام واکنش هالوژن‌های مختلف با گاز هیدروژن متفاوت است.</li> </ul>
سطح تماس میان ذره‌های واکنش دهنده	هر چه سطح تماس میان ذره‌های واکنش دهنده بیشتر باشد، سرعت واکنش بیشتر است.	<ul style="list-style-type: none"> <li>قاووت زودتر از مغز خوراکی‌های تهیه شده از آن، فاسد می‌شود.</li> <li>شعله آتش، گرد آهن موجود در کپسول چینی را داغ و سرخ می‌کند، در حالی که پاشیدن و پخش کردن گرد آهن بر روی شعله، سبب سوختن آن می‌شود.</li> <li>تراشه‌های چوب سریع‌تر از تکه‌های چوب می‌سوزند.</li> <li>با خرد کردن و تقسیم کردن یک زغال به قطعه‌های کوچک‌تر، سرعت واکنش سوختن زغال افزایش می‌یابد.</li> </ul>
دما	افزایش دما سرعت واکنش را زیاد می‌کند.	<ul style="list-style-type: none"> <li>برای نگهداری طولانی‌مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئینی، آن‌ها را به حالت منجمد ذخیره می‌کنند.</li> <li>محلول بنفش رنگ پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد اما با گرم شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ می‌شود.</li> </ul>
غلظت	در اغلب واکنش‌ها، با افزایش غلظت واکنش دهنده‌ها، سرعت واکنش افزایش می‌یابد.	<ul style="list-style-type: none"> <li>برای نگهداری سالم برخی خوراکی‌ها، آن‌ها را با خالی کردن هوای درون ظرف، بسته‌بندی می‌کنند.</li> <li>بیماری‌هایی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول گاز اکسیژن خالص دارند.</li> <li>الیاف آهن داغ و سرخ شده، در هوا نمی‌سوزد؛ در حالی که همان مقدار الیاف آهن داغ و سرخ شده، در یک ارلن پر از اکسیژن می‌سوزد.</li> </ul>
فشار یا حجم	تغییر فشار یا حجم، تنها روی سرعت واکنش‌هایی مؤثر است که حداقل یکی از مواد واکنش دهنده در آن‌ها، به حالت گاز باشد؛ در این حالت افزایش فشار باعث افزایش سرعت می‌شود.	<ul style="list-style-type: none"> <li>با افزایش فشار، سرعت واکنش <math>\text{NH}_3(\text{g}) + \text{HCl}(\text{g}) \rightarrow \text{NH}_4\text{Cl}(\text{s})</math> که تغییر فشار، اثری بر سرعت واکنش زیر ندارد: <math>\text{CaCO}_3(\text{s}) \rightarrow \text{CaO}(\text{s}) + \text{CO}_2(\text{g})</math> کاهش حجم سامانه در واکنش گازی: <math>2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \rightarrow 2\text{SO}_3(\text{g})</math> باعث افزایش غلظت گونه‌ها و در نتیجه افزایش سرعت واکنش می‌شود.</li> </ul>
کاتالیزگر	کاتالیزگر باعث افزایش سرعت واکنش می‌شود.	<ul style="list-style-type: none"> <li>واکنش سوختن قند آغشته به خاک باغچه، سریع‌تر انجام می‌شود.</li> <li>برخی افراد با مصرف کلم و حبوبات دچار نفخ می‌شوند.</li> <li>با اضافه کردن چند قطره محلول پتاسیم یدید به محلول هیدروژن پراکسید، سرعت تجزیه این محلول به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد.</li> </ul>

پاسخ خیلی تشریحی ✓ تنها عبارت «ت» درست است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) فاسدشدن زودتر قاووت نسبت به مغز آفتابگردان، پسته و ...، بیانگر اثر سطح تماس میان ذره‌های واکنش‌دهنده بر سرعت واکنش است.

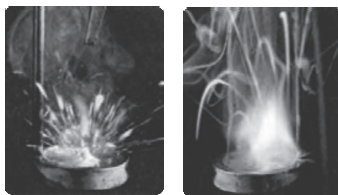
ب) محلول هیدروژن پراکسید در دمای اتاق به کندی تجزیه شده و گاز اکسیژن تولید می‌کند، در حالی که با اضافه کردن فقط و فقط! دو قطره از محلول پتاسیم یدید ( $KI(aq)$ ) به عنوان کاتالیزگر، سرعت واکنش به طور قابل توجهی افزایش می‌یابد؛ بنابراین این مورد گفته‌شده بیانگر اثر کاتالیزگر بر سرعت واکنش است.

پ) بیماری‌هایی که مشکلات تنفسی دارند، در شرایط اضطراری نیاز به تنفس از کپسول گاز اکسیژن خالص دارند؛ زیرا غلظت گاز اکسیژن در کپسول نسبت به هوا (حدود  $20\%$  درصد حجمی هوا را اکسیژن تشکیل می‌دهد). بسیار بیشتر بوده و سرعت اکسیژن‌رسانی به بیمار افزایش می‌یابد؛ بنابراین مورد گفته‌شده بیانگر اثر غلظت بر سرعت واکنش است.

ت) برای نگهداری طولانی‌مدت فراورده‌های گوشتی و پروتئینی، آن‌ها را به حالت منجمد ذخیره می‌کنند؛ زیرا با کاهش دما سرعت فرایندهای فاسدشدن مواد غذایی کاهش می‌یابد؛ بنابراین این مورد گفته‌شده بیانگر اثر دما بر سرعت واکنش است.

شکل‌های زیر مربوط به واکنش فلزهای قلیایی سدیم و پتاسیم در شرایط یکسان با آب سرد است؛ درستی یا نادرستی مطالب زیر به ترتیب

۳۵Br ←



(A)

(B)

چگونه است؟ (فراورده واکنش‌ها، هیدروکسید فلز و گاز هیدروژن است.)

- فلز موجود در ظرف (A) با هالوژن مایع جدول تناوبی هم‌دوره است.
- شعاع اتمی فلز موجود در ظرف (B)، بیشتر از شعاع اتمی فلز موجود در ظرف (A) است.
- در فلز موجود در ظرف (B)، تعداد زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون، یک واحد کم‌تر از تعداد الکترون‌های دارای عدد کوانتومی  $l = 0$  است.
- با فرض برابری حجم دو محلول مورد نظر، به ازای مصرف جرم یکسان از دو فلز سدیم و پتاسیم، غلظت مولی محلول ظرف (A) نسبت به غلظت مولی محلول ظرف (B)، کم‌تر خواهد شد.

(۲) درست - درست - درست - نادرست

(۱) نادرست - نادرست - درست - نادرست

(۴) نادرست - درست - نادرست - نادرست

(۳) نادرست - درست - درست - نادرست



عبارت‌های دوم و سوم، درست و عبارت‌های اول و چهارم، نادرست هستند.

فلزهای قلیایی همان فلزهای گروه اول جدول تناوبی هستند که در این گروه با افزایش عدد اتمی از بالا به پایین، واکنش‌پذیری فلزها بیشتر می‌شود. از آنجایی که با توجه به شکل‌های داده‌شده، شدت واکنش (B) بیشتر از شدت واکنش (A) است؛ بنابراین فلز موجود در ظرف واکنش (A)، سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) و فلز موجود در ظرف واکنش (B)، پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) می‌باشد.

### پاسخ خیلی تشریحی ✓

گروه ۱۷ جدول تناوبی

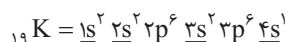
اولین هالوژن	${}_{9}\text{F}$	→	گاز
دومین هالوژن	${}_{17}\text{Cl}$	→	گاز
سومین هالوژن	${}_{35}\text{Br}$	→	مایع
چهارمین هالوژن	${}_{53}\text{I}$	→	جامد

حالت فیزیکی هالوژن‌های جدول تناوبی به صورت زیر است:



بررسی عبارت‌ها:

- فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ )، در دوره سوم جدول جای دارد. از طرفی عنصر سازنده تنها هالوژن مایع جدول تناوبی، برم ( ${}_{35}\text{Br}$ ) است که در دوره چهارم جدول تناوبی قرار دارد.
- در یک گروه جدول تناوبی، با افزایش عدد اتمی از بالا به پایین، شعاع اتمی عنصرها افزایش می‌یابد؛ بنابراین شعاع اتمی فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) بیشتر از شعاع اتمی فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) است.
- با توجه به آرایش الکترونی فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ )، تعداد زیرلایه‌های اشغال‌شده از الکترون برابر ۶ و تعداد الکترون‌های موجود در زیرلایه  $l = 0$  یا همان زیرلایه s برابر  $1 + 2 + 2 + 2 = 7$  است.



- جرم مولی فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ )، کم‌تر از جرم مولی فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) است؛ از آنجایی که در جرم یکسان از دو ماده، ماده‌ای که جرم مولی کم‌تری داشته باشد؛ شمار مول‌های بیشتری دارد؛ پس در شرایط گفته‌شده، شمار مول‌های فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) بیشتر از شمار مول‌های فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) است، بنابراین فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) نسبت به فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) در واکنش با آب، تعداد مول‌های بیشتری فراورده تولید خواهد کرد؛ در نتیجه می‌توان گفت که با توجه به برابری حجم محلول‌ها، غلظت مولی محلول حاوی فلز سدیم ( ${}_{11}\text{Na}$ ) بیشتر از غلظت مولی محلول حاوی فلز پتاسیم ( ${}_{19}\text{K}$ ) خواهد شد؛ زیرا غلظت مولی محلول با تعداد مول‌های موجود در آن، رابطه مستقیم دارد:

$$2\text{X(s)} + 2\text{H}_2\text{O(l)} \rightarrow 2\text{XOH(aq)} + \text{H}_2\text{(g)}$$

$$\uparrow \text{Na} \text{ شمار مول‌های } \text{Na} = \frac{\text{جرم Na}}{\text{جرم مولی Na}} > \downarrow \text{K} \text{ شمار مول‌های } \text{K} = \frac{\text{جرم K}}{\text{جرم مولی K}}$$

$$\uparrow \text{NaOH} \text{ غلظت مولی محلول NaOH} = \frac{\uparrow \text{شمار مول‌های محلول NaOH}}{\text{حجم محلول NaOH}} > \downarrow \text{KOH} \text{ غلظت مولی محلول KOH} = \frac{\downarrow \text{شمار مول‌های محلول KOH}}{\text{حجم محلول KOH}}$$



هیدروکورتیزون، دارویی است که پزشکان از آن برای درمان بیماری پوستی استفاده می‌کنند. با توجه به فرمول ساختاری این ماده، کدام

موارد از مطالب زیر نادرست است؟ ( $O = 16, C = 12, H = 1 : g \cdot mol^{-1}$ )

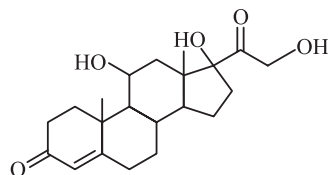
(الف) هر مولکول از این ترکیب دارای ۵۶ اتم است.

(ب) این ترکیب دارای دو گروه عاملی آلدهیدی و سه گروه عاملی هیدروکسیل است.

(پ) شمار پیوندهای  $C-C$  در این ترکیب، چهار برابر شمار پیوندهای  $C-H$

در بنزآلدهید است.

(ت) در این ترکیب، نسبت درصد جرمی کربن به درصد جرمی هیدروژن برابر  $8/4$  است.



(۲) الف - پ

(۱) ب - پ

(۴) الف - ت

(۳) ب - ت

پاسخ خیلی تشریحی ✓ عبارتهای «ب» و «پ» نادرست هستند.

بررسی عبارت‌ها:

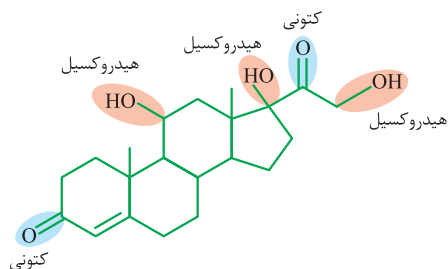
(الف) فرمول مولکولی ترکیب مورد نظر،  $C_{21}H_{30}O_5$  است که هر مولکول از آن دارای  $56 = 21 + 30 + 5$  اتم می‌باشد.

(ب)

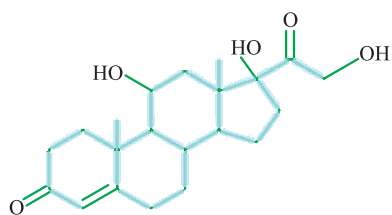
نکته

نام خانواده	آلدهیدها	کتونها	الکلها	اترها
فرمول ساختاری و نام گروه عاملی	$\begin{array}{c} O \\    \\ -C-H \end{array}$ آلدهیدی	$\begin{array}{c} O \\    \\ -C- \end{array}$ کتونی	$-OH$ هیدروکسیل	$-O-$ اتری
فرمول کلی	$\begin{array}{c} O \\    \\ R-C-H \end{array}$ R هیدروژن یا گروه هیدروکربنی است.	$\begin{array}{c} O \\    \\ R-C-R' \end{array}$ R و R' گروه هیدروکربنی است.	R-OH R گروه هیدروکربنی است.	R-O-R' R و R' گروه هیدروکربنی است.
فرمول ساختاری ساده‌ترین عضو	$\begin{array}{c} O \\    \\ H-C-H \end{array}$	$\begin{array}{c} O \\    \\ CH_3-C-CH_3 \end{array}$	$CH_3-OH$	$CH_3-O-CH_3$

در ترکیب مورد نظر، دو گروه عامل کتونی یا همان  $\begin{array}{c} O \\ || \\ -C- \end{array}$  (نه گروه عاملی آلدهیدی یا همان  $\begin{array}{c} O \\ || \\ -C-H \end{array}$ ) و سه گروه عاملی هیدروکسیل یا همان  $-OH$  وجود دارد.

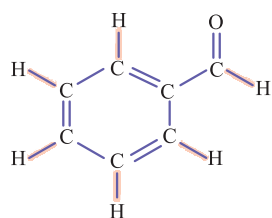


(پ) در ترکیب مورد نظر، ۲۳ پیوند اشتراکی  $C-C$  وجود دارد. از طرفی در بنزآلدهید با فرمول مولکولی  $C_7H_6O$ ، ۶ پیوند اشتراکی  $C-H$  وجود دارد؛ زیرا شمار پیوندهای  $C-H$  در این ترکیب با تعداد اتم‌های هیدروژن در آن برابر است؛ بنابراین شمار پیوندهای  $C-C$  در ترکیب مورد نظر، کم‌تر از  $4 = (23/8) \approx 3$  برابر شمار پیوندهای  $C-H$  در بنزآلدهید است.



$\Rightarrow$  C—C پیوندهای = ۲۳

هیدروکورتیزون



$\Rightarrow$  C—H پیوندهای = ۶

بنزآلدهید

(ت) نسبت درصد جرمی کربن به هیدروژن، با نسبت جرم آن‌ها در ۱ مول ترکیب برابر است:

$$\frac{\text{جرم C در } C_{21}H_{30}O_5}{\text{جرم H در } C_{21}H_{30}O_5} = \frac{21 \times 12}{30 \times 1} = 8/4$$

۷۵

اگر درصد جرمی کربوهیدرات، پروتئین و چربی یک نمونه شیر به ترتیب برابر با ۵، ۳/۵ و ۲/۵ باشد؛ یک لیوان شیر ۲۵۰ گرمی، به تقریب برای چند روز می‌تواند انرژی لازم برای تپش قلب شخصی با متوسط ضربان ۷۵ بار در دقیقه را فراهم کند؟ (انرژی لازم برای هر تپش قلب را ۱J در نظر بگیرید.)

چربی	پروتئین	کربوهیدرات	ماده غذایی
۳۸	۱۷	۱۷	ارزش سوختی (kJ.g <sup>-1</sup> )

۳ (۴)

۵ (۳)

۷ (۲)

۹ (۱)



## پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به درصد جرمی‌های داده‌شده، یک نمونه شیر ۱۰۰ گرمی حاوی ۵ گرم کربوهیدرات، ۳/۵ گرم پروتئین و ۲/۵ گرم چربی است؛ پس با توجه به ارزش سوختی کربوهیدرات، پروتئین و چربی، مقدار انرژی آزادشده در اثر مصرف ۱۰۰ گرم شیر را به دست می‌آوریم:

$$\text{ارزش غذایی } 100 \text{ گرم شیر} = \underbrace{\left(5 \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}}\right)}_{\text{کربوهیدرات}} + \underbrace{\left(\frac{3}{5} \text{ g} \times \frac{38 \text{ kJ}}{1 \text{ g}}\right)}_{\text{چربی}} + \underbrace{\left(\frac{2}{5} \text{ g} \times \frac{17 \text{ kJ}}{1 \text{ g}}\right)}_{\text{پروتئین}} = 85 + 95 + 59/5 = 239/5 \text{ kJ}$$

حالا با توجه به اطلاعات داده‌شده خواهیم داشت:

$$250 \text{ g شیر} \times \frac{239/5 \text{ kJ}}{100 \text{ g شیر}} \times \frac{1000 \text{ J}}{1 \text{ kJ}} \times \frac{1 \text{ تپش}}{1 \text{ J}} \times \frac{1 \text{ min}}{75 \text{ تپش}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ day}}{24 \text{ h}} = \frac{250}{100} \times \frac{239}{5} \times \frac{1000}{1} \times \frac{1}{75} \times \frac{1}{60} \times \frac{1}{24} = 5 \text{ روز}$$

در واکنش تولید گاز آمونیاک به روش هابر، علامت  $\Delta H$  واکنش مرحله دوم، ..... علامت  $\Delta H$  واکنش مرحله اول، ..... است و گرمای مبادله شده بین سامانه و محیط در واکنش مرحله اول، ..... از واکنش مرحله دوم می باشد.

- (۱) همانند - مثبت - بیشتر  
 (۲) برخلاف - مثبت - بیشتر  
 (۳) همانند - منفی - کم تر  
 (۴) برخلاف - منفی - کم تر



## پاسخ خیلی تشریحی ✓



دقت کنید که اگر یک واکنش چندمرحله ای گرماده باشد ( $\Delta H < 0$ )، لزوماً همه مراحل آن گرماده نیستند، در این جا واکنش تولید آمونیاک گرماده است، اما مرحله اول آن یعنی تولید هیدرازین گرماگیر است ( $\Delta H > 0$ ).

$$\Delta H_1 < |\Delta H_2| \Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش کلی}} = \Delta H_1 + \Delta H_2 < 0$$



۷۷ از واکنش سوختن کامل  $1/3$  گرم از یک ترکیب آلی گازی شکل،  $65$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود. اگر آنتالپی سوختن این ترکیب برابر  $1300$  - کیلوژول بر مول باشد؛ چگالی آن در شرایط STP، به تقریب چند گرم بر لیتر است؟

$$1/16 \quad (2)$$

$$1/61 \quad (1)$$

$$1/52 \quad (4)$$

$$1/25 \quad (3)$$



### پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به این که چگالی گاز از فرمول  $\frac{\text{جرم مولی}}{\text{حجم مولی}} = \text{چگالی}$  به دست می‌آید؛ برای به دست آوردن چگالی ترکیب آلی مورد نظر به جرم مولی و حجم مولی آن نیاز داریم. از آنجا که می‌دانیم حجم مولی گازها در شرایط STP برابر  $22/4$  لیتر است؛ پس کافیه جرم مولی ترکیب را محاسبه کنیم:

$$\text{ترکیب آلی } 1 \text{ mol} \times \frac{65 \text{ kJ}}{1300 \text{ kJ}} = 0.05 \text{ mol}$$

$$\text{جرم مولی ترکیب} = \frac{\text{جرم ترکیب}}{\text{شمار مول های ترکیب}} = \frac{0.05}{1/3} \Rightarrow \text{جرم مولی ترکیب} = \frac{1/3}{0.05} = 26 \text{ g.mol}^{-1}$$

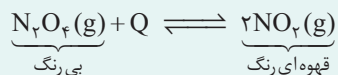
$$\text{چگالی ترکیب} = \frac{\text{جرم مولی ترکیب}}{\text{حجم مولی ترکیب}} = \frac{26}{22/4} \approx 1/16 \text{ g.L}^{-1}$$

در باره واکنش تبدیل گاز دی‌نیتروژن تترااکسید به گاز نیتروژن دی‌اکسید، کدام مورد نادرست است؟

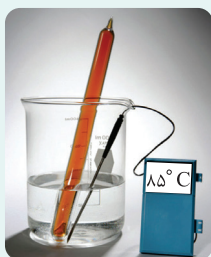
- (۱) با افزایش دما، شدت رنگ در ظرف واکنش افزایش می‌یابد.
- (۲) در شرایط یکسان، سطح انرژی  $N_2O_4(g)$  بالاتر از سطح انرژی  $NO_2(g)$  است.
- (۳) نماد  $Q$  در معادله واکنش، سمت واکنش‌دهنده‌ها نوشته می‌شود.
- (۴) اگر به جای فراورده گازی، فراورده مایع تولید شود؛ آنتالپی واکنش مورد نظر کاهش می‌یابد.

## درس‌Box

واکنش تجزیه دی‌نیتروژن تترااکسید به نیتروژن دی‌اکسید یک واکنش گرماگیر است:



با توجه به شکل‌های زیر، با کاهش دما (قراردادن ظرف درون یخ) شدت رنگ قهوه‌ای کاهش یافته، یعنی واکنش در جهت برگشت و تولید دی‌نیتروژن تترااکسید، بیشتر پیشرفت کرده است؛ زیرا سامانه برای جبران کاهش دما، در جهت تولید گرما پیش می‌رود.

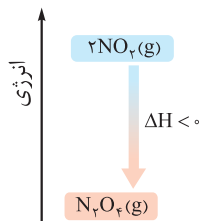


در شیمی دوازدهم خواهیم خواند که در واکنش‌های تعادلی، اگر تغییری بر سامانه اعمال شود، سامانه در جهتی جابه‌جا می‌شود که آن تغییر را تا حد ممکن جبران کند.

## پاسخ خیلی تشریحی ✓ بررسی گزینه‌ها:

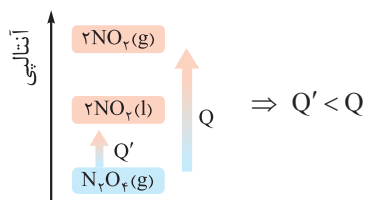
گزینه (۱): با افزایش دما، واکنش  $N_2O_4(g) + Q \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، در جهت رفت و تولید گاز  $NO_2$  پیش می‌رود؛ از آنجایی که گاز  $NO_2$ ، قهوه‌ای رنگ است؛ شدت رنگ افزایش می‌یابد.

گزینه (۲): واکنش  $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، گرماگیر است؛ در نتیجه در شرایط یکسان سطح انرژی گاز  $NO_2$  در آن، بالاتر از سطح انرژی گاز  $N_2O_4$  می‌باشد.



گزینه (۳): واکنش مورد نظر، گرماگیر است و نماد  $Q$  در سمت واکنش‌دهنده‌ها نوشته می‌شود.

گزینه (۴): با توجه به نمودار زیر اگر در واکنش  $N_2O_4(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$ ، حالت گازی ترکیب  $NO_2$  به حالت مایع تغییر پیدا کند؛ آنتالپی واکنش کاهش می‌یابد؛ زیرا سطح انرژی یک ماده در حالت گازی، بالاتر از سطح انرژی آن در حالت مایع است:



کدام موارد از مطالب زیر، درست است؟

- (الف) محلول بی‌رنگ پتاسیم پرمنگنات در واکنش با یک اسید آلی در دمای بالا، به سرعت بنفش‌رنگ می‌شود.  
 (ب) امروزه از ادویه‌ها برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز، جلوگیری از التهاب و پیشگیری از سرطان استفاده می‌شود.  
 (پ) بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها و تأثیر گرما بر حالت ماده به ترتیب در ترموشیمی و سینتیک شیمیایی بررسی می‌شود.  
 (ت) تفاوت داده‌های تجربی و عدد به‌دست آمده به کمک آنتالپی‌های پیوند در واکنش سوختن گاز هیدروژن، کم‌تر از واکنش سوختن گاز اتان است.

(۲) الف - پ

(۱) پ - ت

(۴) الف - ب

(۳) ب - ت



پاسخ خیلی تشریحی ✓ عبارتهای «ب» و «ت» درست هستند.

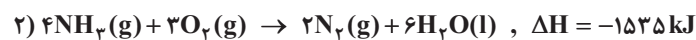
بررسی عبارت‌ها:

- (الف) محلول بنفش‌رنگ (نه بی‌رنگ!) پتاسیم پرمنگنات با یک اسید آلی در دمای اتاق به کندی واکنش می‌دهد، اما با گرم‌شدن، محلول به سرعت بی‌رنگ (نه بنفش‌رنگ!) می‌شود.  
 (ب) ادویه‌ها افزون بر رنگ، بو و مزه خوشایندی که به غذا می‌دهند، مصرف دارویی نیز دارند، آن‌چنان که امروزه این مواد برای جلوگیری از گرسنگی، افزایش سوخت و ساز، جلوگیری از التهاب، پیشگیری از سرطان و گاهی بهبود یا رفع آن به کار می‌روند.  
 (پ) ترموشیمی (گرماشیمی)، شاخه‌ای از علم شیمی است که به بررسی کمی و کیفی گرمای واکنش‌های شیمیایی، تغییر آن و تأثیری که بر حالت ماده دارد، می‌پردازد. در صورتی که سینتیک شیمیایی به عنوان شاخه‌ای از علم شیمی، افزون بر بررسی آهنگ تغییر شیمیایی در واکنش‌ها، عوامل مؤثر بر این آهنگ را نیز بررسی می‌کند.  
 (ت) هر چه مولکول‌های مواد شرکت‌کننده در یک واکنش گازی ساده‌تر باشند، مقدار محاسبه‌شده آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی‌های پیوند با داده‌های تجربی هم‌خوانی بیشتری دارد. اما مقادیر محاسبه‌شده  $\Delta H$  واکنش‌های گازی با مولکول‌های پیچیده‌تر با استفاده از آنتالپی‌های پیوند اغلب کمی تا قسمتی! با داده‌های تجربی تفاوت دارند؛ بنابراین عبارت داده‌شده، درست است.

با توجه به واکنش‌های زیر، اگر تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده در واکنش

$۲\text{NH}_3(\text{g}) + ۳\text{N}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow ۴\text{N}_2(\text{g}) + ۳\text{H}_2\text{O}(\text{l})$  (۱)  $۴۹$  گرم باشد؛ در این واکنش به تقریب چند کیلوژول گرما با محیط اطراف مبادله می‌شود؟

( $\text{O} = ۱۶, \text{N} = ۱۴, \text{H} = ۱: \text{g.mol}^{-1}$ )



۱۰۱۴ (۲)

۱۴۱۰ (۱)

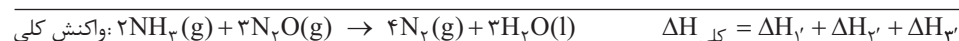
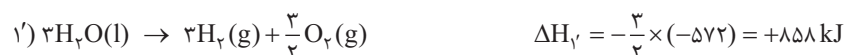
۵۰۷ (۴)

۷۰۵ (۳)



با توجه به واکنش‌های داده‌شده، ابتدا باید به کمک قانون هس،  $\Delta H$  واکنش  $۲\text{NH}_3(\text{g}) + ۳\text{N}_2\text{O}(\text{g}) \rightarrow ۴\text{N}_2(\text{g}) + ۳\text{H}_2\text{O}(\text{l})$

را به دست آوریم، برای رسیدن به معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر، باید واکنش اول را وارونه و  $\frac{۳}{۲}$  برابر کرده، واکنش دوم را  $\frac{۱}{۲}$  برابر کرده و واکنش سوم را وارونه و  $۳$  برابر کنیم و در نهایت سه واکنش به دست آمده را با هم جمع کنیم:



$= +۸۵۸ + (-۷۶۷ / ۵) + (-۱۱۰۴) = -۱۰۱۳ / ۵ \text{ kJ}$

حالا با توجه به معادله موازنه‌شده واکنش مورد نظر، می‌توان فهمید به ازای مصرف  $۲$  مول یا  $۳۴ = ۲ \times ۱۷$  گرم گاز  $\text{NH}_3$  و  $۳$

مول یا  $۱۳۲ = ۳ \times ۴۴$  گرم گاز  $\text{N}_2\text{O}$ ،  $۱۰۱۳ / ۵$  کیلوژول گرما آزاد می‌شود؛ پس به ازای آنتالپی به دست آمده در واکنش مورد

نظر، تفاوت جرم واکنش‌دهنده‌های مصرف‌شده برابر  $۹۸ = ۱۳۲ - ۳۴$  گرم است؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$۴۹ \text{ g} \times \frac{۱۰۱۳ / ۵ \text{ kJ}}{۹۸ \text{ g}} = \frac{۴۹ \times ۱۰۱۳ / ۵}{۹۸} = ۵۰۶ / ۷۵ \approx ۵۰۷ \text{ kJ}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✓