

تاریخ آزمون

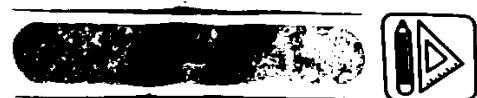
جمعه ۱۴۰۳/۱۲/۰۳

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۱) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

نام و نام خانوادگی: ...	شماره داوطلب: ...
تعداد سؤالات: ۵۰	مدت پاسخگویی: ۸۰ دقیقه

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

تعداد سؤالات	مدت پاسخگویی (دقیقه)	نوع سؤالات	عناوین مواد امتحانی	
			تعداد سؤالات	مدت پاسخگویی (دقیقه)
۵۰	۸۰	اجباری	۱۰	حسابان ۲
			۱۰	ریاضیات گسسته
			۱۰	هندسه ۳
			۵	حسابان ۱
			۱۰	هندسه ۲
			۵	آمار و احتمال
			ریاضیات	۱



۱- اگر $f(x) = \sqrt{x} + \sqrt{x}$ ، آن‌گاه $f'(1)$ کدام است؟

- $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۴) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{2}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۱)

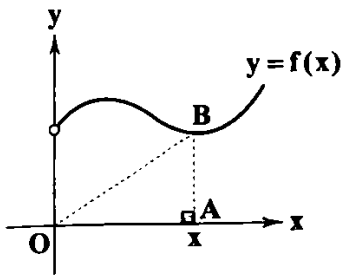
۲- اگر $f(x) = g(x^2) + kx^2$ و $f'(-1) = g'(1) = 2$ ، آن‌گاه مقدار k کدام است؟

- -2 (۴) -1 (۳) 2 (۲) 1 (۱)

۳- اگر نمودار تابع $y = f(x)$ در نقطه‌ای به طول یک، بر نیمساز ناحیه اول مماس بوده و $h(x) = f(x) + f(x^2) + f(x^3)$ ، آن‌گاه $h'(1)$ کدام است؟

- 9 (۴) 8 (۳) 6 (۲) 3 (۱)

۴- در شکل زیر، اگر مساحت مثلث OAB را $g(x)$ بنامیم در صورتی که $f(3) = 1$ و $f'(3) = 7$ ، آن‌گاه $g'(3)$ کدام است؟



۶ (۱)

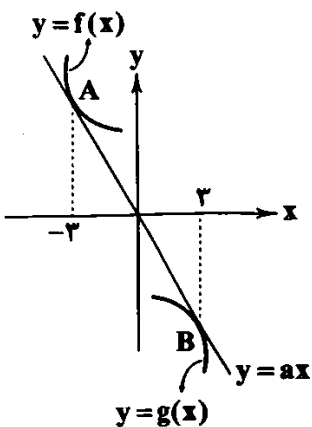
۸ (۲)

۹ (۳)

۱۱ (۴)

۵- در شکل زیر، اگر نمودار تابع f در نقطه A به طول -3 و نمودار تابع g در نقطه B به طول 3 بر خط $y = ax$ مماس باشند و $f'(-3)g'(3) = 4$

آن‌گاه $f(-3) - g(3)$ کدام است؟



۱۲ (۱)

۸ (۲)

۶ (۳)

$\frac{3}{2}$ (۴)

۶- اگر $f(x) = x^2 - x^3 + 1$ و $g(x) = f'(x)$ ، آن‌گاه طول نقطه مینیمم نسبی تابع g کدام است؟

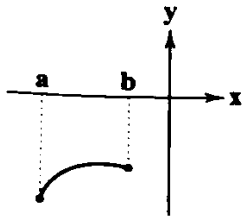
۱ (۴)

$\frac{1}{2}$ (۳)

صفر (۲)

-1 (۱)

۷- تابع $y=f(x)$ در بازه $[a, b]$ به صورت شکل زیر تعریف شده است. در مورد نوع یکنوایی توابع $g(x)=f'(x)$ و $h(x)=(f \circ f)(x)$ کدام



توصیف درست است؟

(۱) g و h هر دو صعودی

(۲) g صعودی ولی h نزولی

(۳) g و h هر دو نزولی

(۴) g نزولی ولی h صعودی

۸- در تابع $f(x) = -6 + 12\sin 2x + 5\cos 2x$ اگر x طول نقطه اکسترمم نسبی تابع باشد، آن گاه $\sin 4x$ کدام است؟

(۴) $\frac{135}{169}$

(۳) $\frac{121}{169}$

(۲) $\frac{130}{169}$

(۱) $\frac{120}{169}$

۹- اگر $f(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0$ و $f(x) + f'(x) + f''(x) = x^2 + x + 1$ ، آن گاه حاصل $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1}$ کدام است؟

(۴) ۲

(۳) ۱

(۲) -۲

(۱) -۱

۱۰- حداقل مقدار k چقدر باشد تا نمودار تابع $f(x) = 3x^3 - 4x^2 + k$ زیر محور x ها قرار نداشته باشد؟

(۴) $-\frac{1}{2}$

(۳) $\frac{1}{2}$

(۲) ۱

(۱) -۱

۱۱- با ارقام ۲، ۲، ۳، ۳، ۴، ۴، ۴ می توان ساخت؟

(۴) ۲۷

(۳) ۲۶

(۲) ۲۵

(۱) ۲۴

۱۲- با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ چند عدد چهاررقمی بزرگتر از ۲۰۰۰ مضرب ۵ می توان ساخت که ارقام آن تکراری نباشد؟

(۴) ۱۰۰

(۳) ۹۶

(۲) ۹۲

(۱) ۸۴

۱۳- تعدادی میله به طول های ۱، ۸ و ۵ در اختیار داریم. با ۳ تا از این میله ها یک مثلث ساخته ایم. محیط این مثلث چند مقدار مختلف می شود؟

(۴) ۱۰

(۳) ۹

(۲) ۸

(۱) ۷

۱۴- برای عبور از عرض رودخانه ای ۱۳ سنگ بزرگ با شماره های (۱) تا (۱۳) قرار داده شده است. به چند طریق یک شخص می تواند با ۴ پرش خود را به

طرف دیگر رودخانه برساند؟ (در هر پرش به اندازه حداقل ۱ سنگ به جلو می رود.)

(۱)

(۱) ۲۵۲

(۲)

(۲) ۲۸۶

⋮

(۱۳)

(۳) ۳۱۴

(۴) ۳۶۴

۱۵- چند عدد طبیعی کوچکتر از ۱۰۰۰۰ داریم که مجموع ارقام آن ۸ باشد؟

(۴) ۱۶۵

(۳) ۱۵۶

(۲) ۱۵۱

(۱) ۱۴۴

۱۶- در مربع لاتین 4×4 زیر، برخی اعداد در خانه‌های مشخصی نوشته شده‌اند. چند مربع لاتین با این ویژگی‌ها می‌توان ساخت؟

۲			
۲		۲	
	۲		۱

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۱۷- در مربع لاتین زیر، $\frac{x+z+t}{y-1}$ کدام است؟

۲		x	y
	۲	z	t
		۲	
			۱

- ۲ (۱)
- $\frac{3}{2}$ (۲)
- $\frac{5}{3}$ (۳)
- $\frac{7}{3}$ (۴)

۱۸- اگر مربع لاتین B با مربع لاتین A متعامد باشد، آنگاه مجموع درایه‌های واقع بر قطر اصلی مربع لاتین B کدام است؟

A =

		۱
۲		

- ۴ (۱)
- ۵ (۲)
- ۶ (۳)
- ۷ (۴)

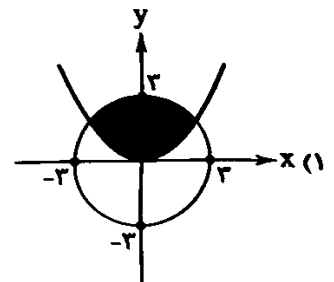
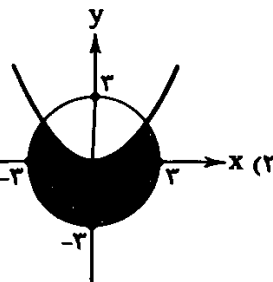
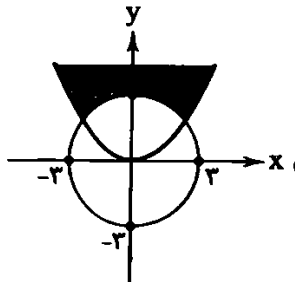
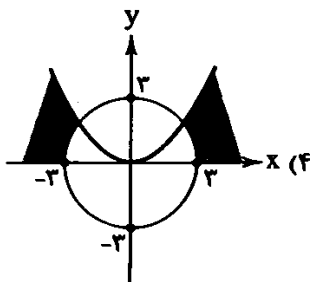
۱۹- به چند حالت می‌توان دو خانه از یک مربع لاتین 7×7 انتخاب کرد، به طوری که اعداد این دو خانه با هم برابر نباشند؟

- ۱۰۲۹ (۴)
- ۱۰۲۴ (۳)
- ۱۰۰۲ (۲)
- ۹۹۱ (۱)

۲۰- در مربع لاتین 4×4 زیر، مجموع درایه‌های خانه‌های رنگی حداکثر مقدار ممکن را دارد. مجموع درایه‌های سفید کدام است؟

- ۱۷ (۱)
- ۱۸ (۲)
- ۱۹ (۳)
- ۲۰ (۴)

۲۱- اگر $A = \{(x, y) | x^2 + y^2 \leq 9\}$ و $B = \{(x, y) | x^2 \leq y\}$ باشد، مجموعه $A \cap B$ در کدام گزینه به درستی نمایش داده شده است؟



۲۲- اگر $\vec{a} = (3, m, 4)$ و $|\vec{b}| = \sqrt{53}$ و دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمود باشند. فاصله نقطه $A(m, 0, -m)$ از محور yz کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{14}$ (۲) $\sqrt{28}$ (۳) $2\sqrt{56}$ (۴) $2\sqrt{28}$

۲۳- دو بردار \vec{a} و \vec{b} با طول یکسان با یکدیگر زاویه 150° درجه می‌سازند. زاویه بین دو بردار $\vec{a} + \vec{b}$ و $2\vec{a}$ چند درجه است؟

- (۱) ۷۵ (۲) ۶۰ (۳) ۳۰ (۴) ۴۵

۲۴- بردارهای $\vec{a} = (1, 2, -m)$ و $\vec{b} = (-1, n, 3)$ را در نظر بگیرید. اگر بردارهای $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{b} - \vec{a}$ با یکدیگر هم‌راستا باشند. حاصل $m \times n$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) ۸ (۴) -۸

۲۵- $\vec{a} = (3, -1, 4)$ و \vec{b} دو بردار و اضلاع یک متوازی‌الاضلاع هستند. اگر مساحت این متوازی‌الاضلاع $\sqrt{480}$ باشد و $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمود باشند، بردار \vec{b} کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(2, 4, -1)$ (۲) $(5, 1, 0)$ (۳) $(-1, 2, \sqrt{21})$ (۴) $(\sqrt{21}, 2, 2)$

۲۶- نقطه $A(5, 2, 3)$ مفروض است. تصویر این نقطه روی صفحه xoy را B و قرینه آن نسبت به محور yz را C می‌نامیم. اگر نقطه M وسط پاره‌خط BC باشد، فاصله آن تا محور z کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $\frac{5}{2}$

۲۷- چند بردار یکه به صورت $\vec{a} = (m, 2m, m)$ وجود دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بیش از ۲

۲۸- دو بردار $\vec{a} = (1, \sqrt{10}, 5)$ و $\vec{b} = (2, 3, -\sqrt{3})$ مفروض‌اند. بردار نیمساز زاویه داخلی بین این دو بردار کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) $(8, 2\sqrt{10} + 9, 10 - 3\sqrt{3})$ (۲) $(3, 5, 1 - \sqrt{10})$

- (۳) $(3\sqrt{3}, -\sqrt{10}, \sqrt{3})$ (۴) $(\sqrt{10}, 10, \sqrt{3})$

۲۹- فاصله نقطه A از محورهای x ، y و z به ترتیب $\sqrt{10}$ ، $\sqrt{5}$ و $\sqrt{12}$ است. فاصله این نقطه از مبدأ مختصات کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{6}}{2}$ (۲) $\frac{6\sqrt{3}}{2}$ (۳) $\frac{2\sqrt{3}}{5}$ (۴) $\frac{4\sqrt{3}}{5}$

۳۰- اگر $A(3, 2, -5)$ و $B(1, 2, 4)$ دو نقطه در فضا باشند، چند نقطه مانند C در فضا یافت می‌شود که فاصله آن از A و B به ترتیب ۲ و ۶ باشد؟

- (۱) ۱ (۲) صفر (۳) بیش از ۲ (۴) ۲

۳۱- اگر $6^a = 3$ و $6^b = 5$ ، آن‌گاه حاصل $12^{2(a-b)}$ کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۳۲- اگر $a^2 b^2 c^2 = 2$ و $a^2 b^3 c^2 = \frac{1}{7}$ ، آن‌گاه حاصل $\log_{a \times b} c$ کدام است؟ ($a, b, c > 0$)

- (۱) ۲ (۲) -۲ (۳) ۱ (۴) -۱

۳۳- تابع $f(x) = [2 \sin x]$ در بازه $(0, 2\pi)$ در چند نقطه ناپیوسته است؟ ([] نماد جزء صحیح است.)

- (۱) ۸ (۲) ۷ (۳) ۶ (۴) ۵

۲۴- دو نقطه $A\left(\frac{2}{5}\right)$ و $B\left(\frac{2}{5}\right)$ در دستگاه مختصات مفروضند. اگر بخواهیم از B به نقطه دلخواه روی محور yها و سپس به نقطه دلخواه روی محور

xها و سرانجام به نقطه A برویم. طول کوتاه ترین مسیر کدام است؟

- (۱) $\sqrt{80}$ (۲) $\sqrt{85}$ (۳) ۱۱ (۴) ۱۳

۲۵- نقطه های $A(1, 2)$ و $B(2, 1)$ مفروضند و نقطه متغیر M روی خط $x = -1$ قرار دارد. کمترین مقدار $MA + MB$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{5}$ (۲) $3\sqrt{5}$ (۳) $2\sqrt{10}$ (۴) $3\sqrt{10}$



۲۶- در جعبه ای چهار لامپ سالم و سه لامپ سوخته وجود دارد. دو لامپ به تصادف و به ترتیب خارج می کنیم. احتمال سوخته بودن لامپ دوم کدام است؟

- (۱) $\frac{4}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{2}{7}$ (۴) $\frac{1}{7}$

۲۷- از بین چهار خانواده سه نفره (هر خانواده شامل پدر، مادر و فرزند) سه نفر به تصادف انتخاب می شود. احتمال آن که هیچ فرزندی بدون والدین انتخاب نشود، کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{11}$ (۲) $\frac{23}{55}$ (۳) $\frac{27}{55}$ (۴) $\frac{5}{11}$

۲۸- اگر داشته باشیم: $P(A'|B) = \frac{1}{4}$, $P(B|A) = \frac{4}{5}$. حاصل عبارت $P(A|B) + P(B'|A)$ کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{10}$ (۲) $\frac{11}{20}$ (۳) $\frac{21}{20}$ (۴) $\frac{19}{20}$

۲۹- در کیسه اول، ۴ مهره آبی و ۶ مهره قرمز و در کیسه دوم ۳ مهره آبی و ۷ مهره قرمز وجود دارد. یکی از کیسه ها را به تصادف انتخاب کرده و دو مهره از دو رنگ مختلف از آن را به کیسه دیگر منتقل می کنیم. اگر به تصادف مهره ای از کیسه با تعداد مهره های بیشتر برداریم. با کدام احتمال آبی است؟

- (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{3}{8}$ (۳) $\frac{3}{20}$ (۴) $\frac{9}{20}$

۳۰- جعبه ای شامل ۹ لامپ است که ۵ تای آن ها سالم است. لامپ ها را یکی یکی از جعبه خارج و امتحان می کنیم. چقدر احتمال دارد لامپ های دوم و ششم هر دو معیوب باشند؟

- (۱) $\frac{1}{7}$ (۲) $\frac{2}{7}$ (۳) $\frac{2}{6}$ (۴) $\frac{1}{6}$

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۱۲/۰۳

سؤالات آزمون دفترچه شماره (۲) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

شماره داوطلبی:	نام و نام خانوادگی:
مدت پاسخگویی: ۷۰ دقیقه	تعداد سوال: ۶۰

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

۴۵ دقیقه	۷۵	۵۱	اجباری	۲۵	فیزیک ۳	فیزیک	۱
	۸۵	۷۶	زوج کتاب	۱۰	فیزیک ۱		
	۹۵	۸۶		۱۰	فیزیک ۲		
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	اجباری	۱۵	شیمی ۳	شیمی	۲
	۱۲۰	۱۱۱	زوج کتاب	۱۰	شیمی ۱		
	۱۳۰	۱۲۱		۱۰	شیمی ۲		



۴- ریسمانی مطابق شکل زیر، بین دو نقطه A و B بسته شده است. موج ایستاده‌ای در آن تشکیل گردیده است. چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟



(الف) حداکثر سرعت نوسانی ذرات M، N، O و P یکسان است.

(ب) نقاط O و M هم‌زمان به موقعیت بیشینه خود می‌رسند.

(ج) نقاط N و O هم‌زمان به بیشینه تندی خود می‌رسند.

(د) نقطه P با دریافت انرژی از نقاط مجاور تا موقعیت نقطه M می‌تواند بالا برود.

(ه) نقاط M و N همواره در جهت مخالف هم حرکت می‌کنند.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۵- یک موج ایستاده در یک تار مرتعش با دو انتهای بسته به صورتی ایجاد شده که در طول تار، ۵ شکم تشکیل گردیده است. اگر بزرگی نیروی

کشش طناب را ۲۵ برابر کنیم و تار همان بسامد قبلی را اجرا کنند، چند گره در طول تار ایجاد می‌گردد؟

۳ (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴)

۵- در یک تار مرتعش به طول ۱۸۰cm، موجی ایستاده با بسامد ۹۰Hz ایجاد گردیده که فاصله نزدیک‌ترین شکم تا انتهای تار ۲۴cm است.

اگر در طول این تار ۷ گره ایجاد شود، بسامد تشدید موج ایستاده در این حالت چند هرتز است؟

۱۴۴ (۱) ۷۲ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۸۰ (۴)

۵- دو تار مرتعش با طول L_1 و L_2 به صورتی مرتعش شده‌اند که اولی هماهنگ سوم و دومی هماهنگ پنجم خود را اجرا می‌کند. اگر بسامد

موج ایستاده تشکیل شده و تندی انتشار آن در تارها یکسان باشد، نسبت $\frac{L_2}{L_1}$ در کدام گزینه به درستی آمده است؟

۳ (۱) $\frac{1}{3}$ (۲) $\frac{3}{5}$ (۳) $\frac{5}{3}$ (۴)

۵- در یک لوله صوتی با یک انتهای بسته به طول ۴۵cm، پنج گره ایجاد گردیده است. فاصله سومین گره از انتهای باز لوله چند سانتی‌متر

است و در طول لوله چند شکم تشکیل شده است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

۵ و ۲۵ (۱) ۴ و ۲۵ (۲) ۵ و ۲۰ (۳) ۶ و ۲۰ (۴)

۵- در یک لوله صوتی با دو انتهای باز که طول آن برابر L است، موج‌های ایستاده ایجاد می‌کنیم. طول موج‌های ایجاد شده چهارمین تشدید،

چند برابر طول موج ایجاد شده در مد اول است؟

۴ (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{1}{2}$ (۴)

۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر نادرست است؟

(الف) شدت نور خط‌ها در طیف گسیلی خطی، یکسان است.

(ب) بر اساس فیزیک کلاسیک، شدت نور با دامنه میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی، متناسب است.

(ج) طبق نظریه اینشتین در پدیده فوتوالکتریک، هر فوتون فرودی صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم کنش دارد.

(د) تابش گسیل شده از یک فلز گداخته، طیف گسیلی پیوسته است.

(ه) طیف‌های گسیلی خطی شامل تمامی طول موج‌های نور مرئی هستند.

(و) بر اساس دیدگاه کلاسیک، پدیده فوتوالکتریک باید در هر بسامدی رخ دهد.

۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

انتهای محاسبات

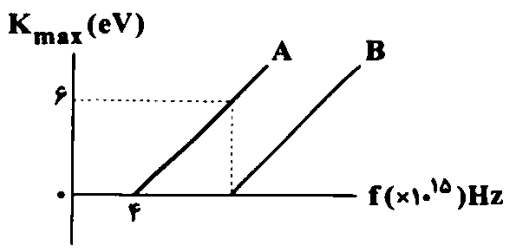
۵۸- انرژی هر فوتون یک موج الکترومغناطیسی برابر با $4 \times 10^{-7} \text{ eV}$ است. این موج در کدام ناحیه از طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد؟ ($hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) مرئی (۲) گاما (۳) رادیویی (۴) فرابنفش

۵۹- یک لامپ 200 W نور سبز گسیل می‌کند. اگر به جای این لامپ، یک لامپ 200 W دیگر که نور زرد گسیل می‌کند را جایگزین نماییم، تعداد فوتون‌های گسیل شده در یک مدت‌زمان معین و انرژی هر فوتون گسیلی

- (۱) افزایش می‌یابد - افزایش می‌یابد (۲) کاهش می‌یابد - کاهش می‌یابد
(۳) تغییر نمی‌کند - افزایش می‌یابد (۴) افزایش می‌یابد - کاهش می‌یابد

۶۰- نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور فرودی برای دو فلز A و B، مطابق شکل زیر است. تابع کار فلز A چند برابر تابع کار فلز B است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s}$)



- (۱) $\frac{11}{8}$
(۲) $\frac{8}{11}$
(۳) $\frac{4}{5}$
(۴) $\frac{5}{4}$

۶۱- انرژی دومین خط رشته براکت ($n' = 4$) چند برابر انرژی کوتاه‌ترین طول موج رشته پفوند ($n' = 5$) است؟

- (۱) $\frac{25}{36}$ (۲) $\frac{144}{125}$ (۳) $\frac{26}{25}$ (۴) $\frac{125}{144}$

۶۲- الکترونی در گذار بین لایه‌ای در یک اتم هیدروژن، فوتونی با طول موج $\frac{n^2}{R(n^2 - 1)}$ گسیل نموده است. فاصله بین قله و دره متوالی این موج تابشی از فاصله بین یک قله و دره متوالی موج رادیویی FM است و مسافتی که نور سبز در یک مدت‌زمان معین در خلأ طی می‌کند مسافتی است که این موج در همان مدت‌زمان در خلأ می‌پیماید.

- (۱) بیشتر - کم‌تر از (۲) بیشتر - برابر با (۳) کم‌تر - کم‌تر از (۴) کم‌تر - برابر با

۶۳- سه فوتون A، B و C با طول موج‌های λ_A ، λ_B و λ_C در یک محیط گسیل می‌شوند. اگر مجموع انرژی دو فوتون A و B برابر با انرژی فوتون C و طول موج فوتون‌های B و C به ترتیب 600 nm و 200 nm باشد، λ_A چند نانومتر است؟

- (۱) ۴۰۰ (۲) ۳۰۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۰۰

۶۴- یک تار به طول 60 cm و جرم 100 g بین دو نقطه بسته شده است. در حالتی که 6 گره در طول تار ایجاد شده و تار با بسامد 125 Hz نوسان می‌کند، اندازه نیروی کشش تار چند نیوتون است؟

- (۱) ۳۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۲۰ (۴) ۱۵۰

۶۵- در یک آزمایش فوتوالکتریک، طول موج نور تابیده شده به سطح فلز برابر با 155 nm است. اگر بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها برابر با $9/6 \times 10^{-19} \text{ J}$ باشد، طول موج قطع فلز چند نانومتر است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) ۳۱۰ (۲) ۶۲۰ (۳) ۷۲/۵ (۴) ۱۰۰

۶۶- اختلاف بلندترین و کوتاه‌ترین طول موج طیف اتمی هیدروژن در رشته لیمان ($n' = 1$) چند نانومتر است؟ ($R = \frac{1}{109} (\text{nm})^{-1}$)

- (۱) ۱۰۰ (۲) $\frac{400}{3}$ (۳) $\frac{100}{3}$ (۴) $\frac{200}{3}$

- در آزمایش فوتوالکتریک برای یک فلز معین، کدام یک از گزینه‌های زیر الزاماً باعث افزایش انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها می‌شود؟

- (۱) افزایش بسامد نور فرودی در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه
- (۲) افزایش شدت نور فرودی در بسامدهای کوچک‌تر از بسامد آستانه
- (۳) افزایش شدت نور فرودی در بسامدهای بزرگ‌تر از بسامد آستانه
- (۴) افزایش بسامد نور فرودی در بسامدهای کوچک‌تر از بسامد آستانه

اختلاف انرژی، پراثری‌ترین و کم‌انرژی‌ترین فوتون مرئی تقریباً چند الکترون‌ولت است؟ ($hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) $1/3$ (۲) $1/8$ (۳) $2/3$ (۴) $2/8$

- توان تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر مترمربع حدود $300 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ است. اگر طول موج متوسط فوتون‌ها 600 nm باشد، در هر

دقیقه چند فوتون به هر متر مربع از زمین می‌رسد؟ ($e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $hc = 1200 \text{ eV} \cdot \text{nm}$)

- (۱) $2/25 \times 10^{22}$ (۲) $5/625 \times 10^{22}$ (۳) $2/25 \times 10^{22}$ (۴) $5/625 \times 10^{22}$

- طیف گسیلی، پیوسته و طیف گسیلی، گسسته (خطی) است.

- (۱) جامدات - گازهای کم‌فشار و رقیق
 (۲) گاز هیدروژن اتمی - گازهای کم‌فشار و رقیق
 (۳) جامدات - گازهای پرفشار و غلیظ
 (۴) گاز هیدروژن اتمی - گازهای پرفشار و غلیظ

- طول موج اولین خط طیفی اتم هیدروژن در رشته براکت ($n' = 4$) چند نانومتر است و این خط در کدام گستره طول موج‌های

الکترومغناطیسی واقع است؟ ($R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) فرابنفش - 4444 (۲) 2180 - فرابنفش (۳) 4444 - فرورسرخ (۴) 2180 - فرورسرخ

- بیشترین بسامد گسیل شده از اتم هیدروژن چند هرتز است؟ ($c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $R = 0.01 \text{ (nm)}^{-1}$)

- (۱) 3×10^{15} (۲) $2/25 \times 10^{14}$ (۳) $2/25 \times 10^{15}$ (۴) 3×10^{14}

- الکترونی در چهارمین حالت برانگیخته اتم هیدروژن قرار دارد. با در نظر گرفتن تمام گذارهای ممکن، اگر این الکترون به حالت پایه برود، امکان گسیل چند نوع فوتون فرورسرخ با انرژی متفاوت وجود دارد؟

- (۱) ۳ (۲) ۶ (۳) ۱۰ (۴) ۲

- توان لامپ A، ۷ برابر توان لامپ B و طول موج نور گسیلی از لامپ A، ۳۰ درصد بیشتر از طول موج نور گسیلی از لامپ B است. اگر

لامپ A در هوا و لامپ B در محیطی شفاف به ضریب شکست $\frac{5}{3}$ قرار داشته باشد، تعداد فوتون‌هایی که در هر ثانیه از لامپ B گسیل

می‌شود، چند برابر تعداد فوتون‌های گسیلی از لامپ A در مدت‌زمان سه ثانیه است؟

- (۱) $\frac{273}{10}$ (۲) $\frac{10}{273}$ (۳) $\frac{20}{273}$ (۴) $\frac{273}{20}$

الکترون A در تراز $n = 3$ و الکترون B در تراز $n = 4$ قرار دارند. اگر بلندترین طول موج تابشی ممکن توسط الکترون B را با λ_B و

کوتاه‌ترین طول موج تابشی ممکن توسط الکترون A را با λ_A نشان دهیم، نسبت $\frac{\lambda_A}{\lambda_B}$ برابر کدام گزینه است؟ (هر دو الکترون مربوط به

اتم هیدروژن می‌باشند).

- (۱) $\frac{7}{128}$ (۲) $\frac{4}{27}$ (۳) $\frac{128}{7}$ (۴) $\frac{27}{4}$

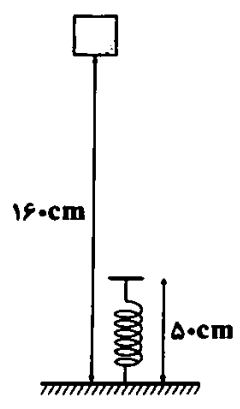
نام محاسبات

توجه: داوطلب گرامی، لطفاً از بین سؤالات زوج درس ۱ (فیزیک (۱)، شماره ۷۶ تا ۸۵) و زوج درس ۲ (فیزیک (۲)، شماره ۸۶ تا ۹۵)، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

فیزیک ۱ (سؤالات ۷۶ تا ۸۵)

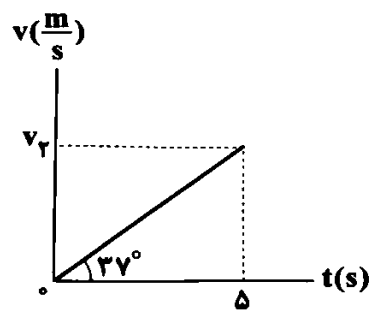
زوج درس ۱

۷۶- فنری را مطابق شکل مقابل، به حالت ایستاده روی زمین قرار می‌دهیم. طول فنر در این حالت ۵۰cm است. در این حالت وزنه‌ای به جرم ۵۰۰g از ارتفاع ۱۶۰ سانتی‌متری سطح زمین رها می‌کنیم. با این کار فنر تا انتها فشرده شده و طول آن به ۱۰cm می‌رسد. اگر انرژی ذخیره‌شده در فنر در این حالت برابر با ۲/۲۵J باشد، اندازه نیروی مقاومت هوای وارد بر وزنه چند نیوتون بوده است؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$) و نیروی مقاومت هوا را در کل مسیر، ثابت در نظر بگیرید.



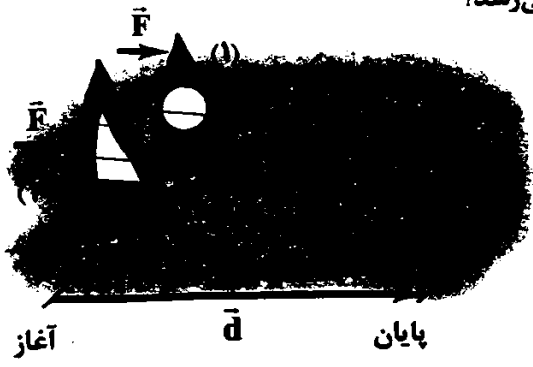
- (۱) ۱/۵
- (۲) ۲/۵
- (۳) ۳/۵
- (۴) ۴/۵

۷۷- نمودار سرعت- زمان جسمی به جرم ۴۰۰g که تحت تأثیر نیروی افقی \vec{F} از حال سکون روی یک سطح افقی شروع به حرکت کرده، مطابق شکل زیر است. اگر نیروی \vec{F} به مدت ۵s به جسم اعمال شود و کار انجام‌شده توسط آن بر روی جسم در این جابه‌جایی برابر با ۶J باشد، اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چند نیوتون است؟ ($\sin 37^\circ = 0.6$) و از مقاومت هوا صرف‌نظر شود.



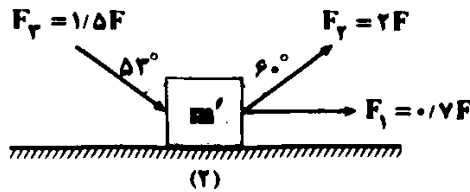
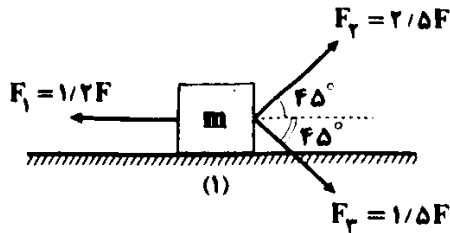
- (۱) ۱/۸
- (۲) ۴/۲
- (۳) ۶
- (۴) ۰/۵۶

۷۸- مطابق شکل زیر، دو قایق بادبانی، دارای جرم‌های m و ۲m، روی دریاچه افقی و بدون اصطکاک قرار دارند و نیروی ثابت و یکسان \vec{F} با وزیدن باد به هر دو وارد می‌شود. هر دو قایق از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و پس از جابه‌جایی \vec{d} ، از خط پایان می‌گذرند. اگر قایق (۱) با تندی $10 \frac{m}{s}$ به خط پایان برسد، قایق (۲) با تندی چند متر بر ثانیه به خط پایان می‌رسد؟

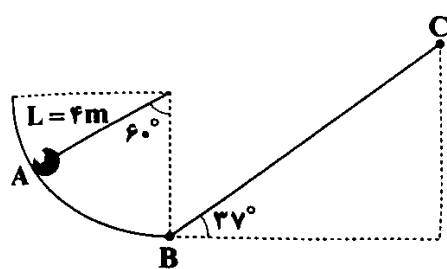


- (۱) ۵
- (۲) $5\sqrt{2}$
- (۳) ۱۰
- (۴) $10\sqrt{2}$

به دو جسم به جرم های $m' = 2m$ نیروهایی مطابق شکل زیر وارد شده و هر دو جسم از حال سکون به سمت راست شروع به حرکت می کنند. تندی نهایی جسم در شکل (۲) در یک جابه جایی مساوی چند برابر تندی نهایی جسم در شکل (۱) است؟
 ($\cos 37^\circ = 0.8$, $\sqrt{2} = 1.4$, $\sqrt{3} = 1.7$)



- (۱) $\frac{2}{2}$
- (۲) $\frac{9}{4}$
- (۳) $\frac{9}{8}$
- (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{4}$



مطابق شکل مقابل، گلوله ای ابتدا در یک مسیر ربع دایره از نقطه A با تندی اولیه $8 \frac{m}{s}$ شروع به حرکت کرده، سپس از نقطه B تا نقطه C روی سطح شیب دار بالا می رود. اگر این گلوله حداکثر $5m$ روی این سطح شیب دار بالا برود، کار نیروی اصطکاک بر روی گلوله در مسیر BC چند درصد کم تر از انرژی جنبشی اولیه گلوله است؟
 ($\sin 37^\circ = 0.6$, $g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) $67/5$
- (۲) $22/5$
- (۳) $68/75$
- (۴) $31/25$

متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت $1/5 \frac{m}{s^2}$ حرکت می کند. پس از گذشت $10s$ ، انرژی جنبشی آن ۶۹ درصد افزایش می یابد. تندی نهایی این متحرک چند کیلومتر بر ساعت خواهد بود؟

- (۱) ۵۰
- (۲) ۶۵
- (۳) ۱۸۰
- (۴) ۲۳۴

انرژی جنبشی خودرویی در اثر ترمز ناگهانی، ۴۰ درصد کاهش می یابد. اگر طول خط ترمز $50m$ و تکانه اولیه جسم $30 \frac{kg \cdot km}{s}$ باشد، جرم خودرو چند کیلوگرم است؟ (اندازه نیروی اصطکاک بین چرخ های خودرو و سطح در مسیر، ثابت و برابر با $2/4 kN$ است.)

- (۱) ۱۲۰۰
- (۲) ۱۵۰۰
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۲۱۰۰

پمپ آب A، در مدت زمان $5min$ کاری را انجام می دهد که پمپ آب B، همان کار را در مدت زمان $7/5min$ به انجام می رساند. اگر اختلاف توان این دو پمپ برابر با $600W$ باشد، پمپ A در مدت زمان $30s$ چند کیلوگرم آب را از عمق 20 متری تا سطح زمین بالا می آورد؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۲۷۰
- (۲) ۳۰۰
- (۳) ۲۴۰
- (۴) ۳۳۰

با یک موتور برقی، جسمی به جرم $80kg$ را روی سطح شیب داری به زاویه 30° می کشیم. جسم از حال سکون شروع به حرکت می کند و پس از $8s$ و طی مسافت $20m$ روی سطح شیب دار تندی آن به $9 \frac{km}{h}$ می رسد. اگر اندازه نیروی اصطکاک بین جسم و سطح در مسیر حرکت برابر با $30N$ و کار نیروی مقاومت هوا بر روی جسم برابر با $750J$ باشد، توان موتور چند وات خواهد بود؟ ($g = 10 \frac{m}{s^2}$)

- (۱) ۱۲۰۰
- (۲) ۱۵۰۰
- (۳) ۱۸۰۰
- (۴) ۹۶۰۰

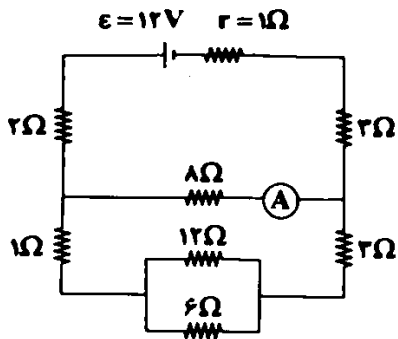
ده وسیله ای ۶۰ درصد است. اگر توان ورودی این وسیله را ۲۰ درصد کاهش و توان اتلافی آن را ۱۰ درصد افزایش دهیم، بازده این وسیله این حالت چند درصد خواهد بود؟

- (۱) ۵۵
- (۲) ۵۰
- (۳) ۴۵
- (۴) ۴۰

فیزیک ۲ (سوالت ۸۶ تا ۹۵)

زوج درس ۲

۸۶- در مدار زیر، آمپرسنج آرمانی چند آمپر را نشان می دهد؟



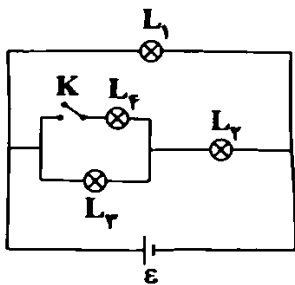
- (۱) ۰/۶
- (۲) ۱/۲
- (۳) ۲/۴
- (۴) ۳/۶

۸۷- در مدار شکل زیر، تمام لامپ ها مشابه هستند. با بستن کلید K چه تعداد از عبارت های زیر رخ می دهد؟ (باتری را آرمانی در نظر بگیرید).

(الف) روشنایی لامپ L_1 کاهش می یابد.

(ب) روشنایی لامپ L_3 کاهش می یابد.

(ج) اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر لامپ L_3 ، ۵۰٪ کاهش می یابد.

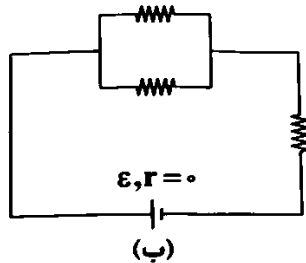
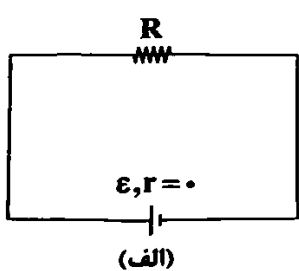


- (۱) ۳
- (۲) ۲
- (۳) ۱
- (۴) صفر

۸۸- مقاومت الکتریکی موجود در مدار شکل «الف» را برداشته و در حالتی که حجم آن ثابت است، طولش را سه برابر می کنیم. حال مقاومت

حاصل را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و مقاومت های حاصل را در مدار مطابق شکل «ب» قرار می دهیم. جریان خروجی از باتری در

مدار شکل «ب» چند برابر جریان خروجی از باتری در مدار شکل «الف» است؟



- (۱) $\frac{3}{2}$
- (۲) $\frac{2}{9}$
- (۳) $\frac{9}{2}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

۹۰- چه تعداد از عبارت های زیر نادرست است؟

(الف) LED یکی از معروف ترین انواع دیود است که نماد آن در مدار به صورت می باشد.

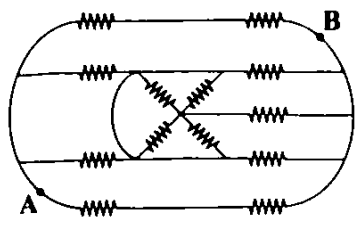
(ب) ترمیستورها به سه دسته NTC، PTC و HTC تقسیم بندی می شوند.

(ج) حلقه چهارم در مقاومت های ترکیبی نشان دهنده تلرانس بوده و اگر در مقاومت وجود نداشت، می توان آن را در نظر نگرفت.

(د) LDRها در چشم های الکترونیکی و دزدگیرها کاربرد دارند.

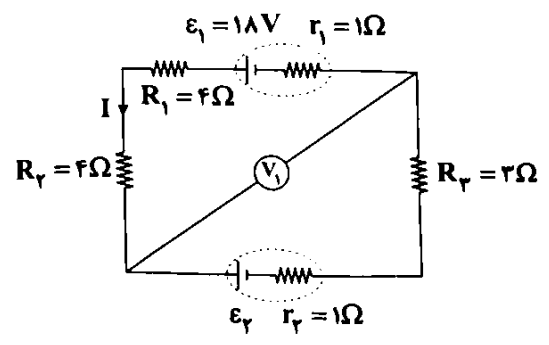
- (۱) ۴
- (۲) ۳
- (۳) ۲
- (۴) ۱

۹۰- اگر تمام مقاومت‌ها در مدار شکل زیر مشابه و برابر R باشند، مقاومت معادل بین نقاط A و B چند برابر R است؟



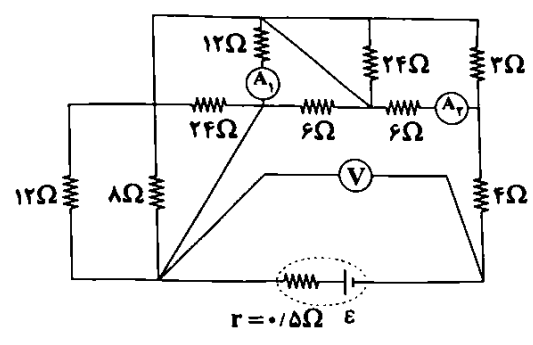
- (۱) $\frac{6}{13}$
- (۲) $\frac{13}{6}$
- (۳) $\frac{4}{25}$
- (۴) $\frac{5}{16}$

۹۱- در مدار شکل زیر، جریان اصلی مدار در جهت نشان داده شده است و ولت‌سنج ایده‌آل ۹V را نشان می‌دهد. توان خروجی باتری با نیروی محرکه \mathcal{E}_p چند وات است؟



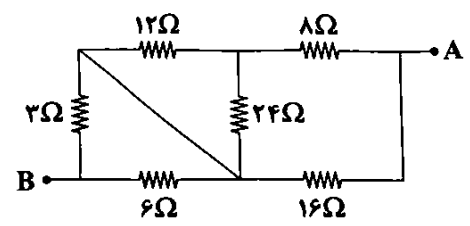
- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

۹۲- اگر اندازه اختلاف اعداد نشان داده شده توسط آمپرسنج‌های ایده‌آل A_1 و A_2 برابر با ۶A باشد، ولت‌سنج ایده‌آل چند ولت را نشان می‌دهد؟



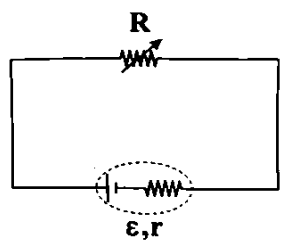
- (۱) ۱۲۰
- (۲) ۲۸۸
- (۳) ۳۶۰
- (۴) ۸۰

۹۳- در مدار زیر، بیشترین توانی که هر مقاومت بدون آسیب دیدن می‌تواند تحمل کند، برابر با ۳۶W است. حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B چند ولت است؟



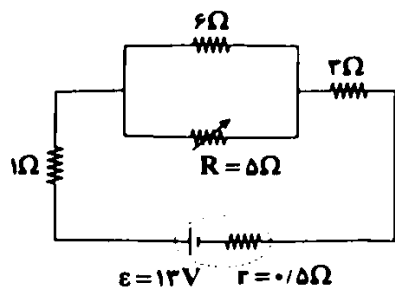
- (۱) ۵
- (۲) ۱۵
- (۳) ۳۰
- (۴) ۴۵

۹۴- با تغییر مقاومت رنوستا در مدار زیر از $4/5\Omega$ تا $4/5\Omega$ ، جریان خروجی از باتری از ۲A تا ۶A تغییر می‌کند. اگر توان خروجی باتری در این دو جریان، یکسان باشد، توان خروجی بیشینه باتری چند وات است؟



- (۱) ۲۴
- (۲) ۱۶
- (۳) ۱۰
- (۴) ۲

۹۵- در مدار شکل زیر، مقاومت رنوستا چند اهم تغییر کند تا انرژی خروجی باتری در مدت زمان ۳۰۰min برابر با ۰/۱۲kWh باشد؟



- ۴ (۱)
- ۳ (۲)
- ۲ (۳)
- ۱ (۴)

شیمی



۹۶- چه تعداد از عبارات‌های زیر در ارتباط با فلزها درست است؟

- عنصری که آرایش الکترونی اتم آن به زیرلایه $4s^2$ ختم می‌شود، فلز بوده و در دما و فشار اتاق به حالت جامد است.
- فلزها در حالت‌های جامد و مایع، جریان برق را از خود عبور می‌دهند.
- تمدن‌های آغازی براساس گستره کاربری فلزها نام‌گذاری شده‌اند.
- فلزهایی که در ترکیبات مختلف، بیش از یک عدد اکسایش دارند، جزو فلزهای واسطه هستند.

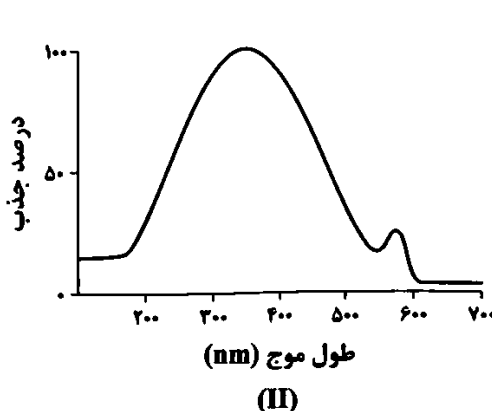
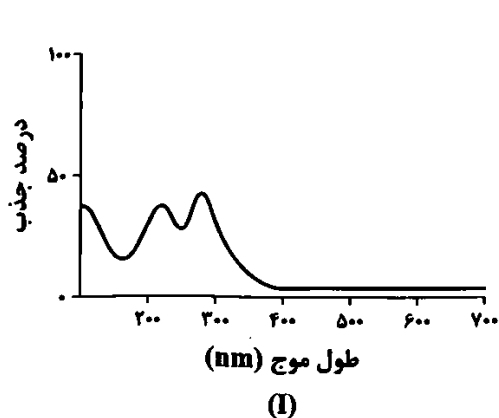
- ۴ (۴)
- ۳ (۳)
- ۲ (۲)
- ۱ (۱)

۹۷- کدام عبارت‌ها در ارتباط با تیتانیم و فولاد زنگ‌نزن درست است؟

- (آ) در شرایط یکسان، ذوب کردن تیتانیم، دشوارتر از ذوب کردن فولاد است.
- (ب) واکنش‌پذیری فولاد با ذره‌های موجود در آب دریا، بیشتر از واکنش‌پذیری تیتانیم با ذره‌های موجود در آب دریا است.
- (پ) تیتانیم همانند فولاد در برابر خوردگی از مقاومت بالایی برخوردار است و از این نظر، تفاوتی با هم ندارند.
- (ت) مقاومت فولاد در برابر سایش، ضعیف بوده، اما تیتانیم در برابر سایش، مقاوم است.

- (۱) «آ» و «ب»
- (۲) «ب» و «ت»
- (۳) «آ» و «ب»
- (۴) «ب» و «ت»

۹۸- هر کدام از نمودارهای زیر از طیف‌سنجی فرابنفش - نور مرئی دو نمونه مختلف به دست آمده‌اند. نمودارهای (I) و (II) را به ترتیب به کدام مواد می‌توان نسبت داد؟ (گزینه‌ها را از راست به چپ بخوانید.)



- (۱) دوده، V^{2+}
- (۲) دوده، Fe_2O_3
- (۳) V^{2+} ، TiO_2
- (۴) Fe_2O_3 ، TiO_2

۹۹- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با سیلیسیم کرید درست است؟

• یک ساینده گران قیمت است که در تهیه برخی سنباده‌ها به کار می‌رود.

• در ساختار این ماده، هر اتم سیلیسیم به چهار اتم کربن و هر اتم کربن به چهار اتم سیلیسیم متصل است.

• تفاوت عدد اکسایش اتم‌ها برابر ۸ است.

• سختی و دمای ذوب آن، بیشتر از سیلیسیم است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۰- طول موج رنگ یون VO_2^+ (aq) در مقایسه با یون V^{3+} (aq) چگونه است و اگر ۲۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار VO_2^+ (aq) با ۱/۳ گرم

پودر روی به طور کامل واکنش دهد، رنگ نهایی محلول کدام است؟ ($Zn = 65 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

(۱) بلندتر، سبز (۲) بلندتر، بنفش (۳) کوتاه‌تر، سبز (۴) کوتاه‌تر، بنفش

۱۰۱- چه تعداد از مطالب زیر در ارتباط با مدل دریای الکترونی فلزها درست است؟

(آ) برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی فلزها مانند رسانایی الکتریکی و جلای فلزی می‌توان از این مدل استفاده کرد.

(ب) این مدل نمی‌تواند رفتارهای شیمیایی فلزها مانند واکنش‌پذیری و تنوع اعداد اکسایش فلزها را توجیه کند.

(پ) براساس این مدل، کاتیون‌ها و الکترون‌های ظرفیت عنصر فلزی به طور آزادانه در سرتاسر شبکه بلوری فلز، جابه‌جا می‌شوند.

(ت) هر الکترون موجود در دریای الکترونی را نمی‌توان تنها متعلق به یک اتم معین دانست.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۱۰۲- کدام یک از مطالب زیر، از نظر درستی یا نادرستی با سایر گزینه‌ها متفاوت است؟

(۱) هوای خشک و پاک مخلوطی از گازهای گوناگون است که به طور یکنواخت در هواکره پخش شده‌اند.

(۲) یکی از رایج‌ترین روش‌های طیف‌سنجی که برای شناسایی گروه‌های عاملی به کار می‌رود، طیف‌سنجی فرورسرخ است.

(۳) در مبدل کاتالیستی خودروها از فلزهای Pt و Pd، Ru استفاده می‌شود.

(۴) مبدل کاتالیستی برای مدت طولانی کار می‌کند اما پس از مدت معینی کارایی آن کم می‌شود.

۱۰۳- چه تعداد از عبارتهای زیر در ارتباط با واکنش‌های سه‌گانه حذف آلاینده‌های موجود در خودروهای بنزینی که توسط مبدل کاتالیستی انجام

می‌شود، درست است؟

• در هر سه واکنش، گاز اکسیژن به عنوان واکنش‌دهنده حضور دارد.

• در هر سه واکنش، سطح انرژی فرآورده‌ها، پایین‌تر از سطح انرژی واکنش‌دهنده‌هاست.

• در دو واکنش، گاز CO_2 جزو فرآورده‌های واکنش است.

• دست‌کم در یکی از واکنش‌ها، مجموع ضرایب واکنش‌دهنده‌ها برابر با مجموع ضرایب فرآورده‌ها است.

۱ (۴)

۲ (۳)

۳ (۲)

۴ (۱)

۱۰۴- کدام یک از مطالب زیر در ارتباط با واکنش میان گازهای هیدروژن و اکسیژن، نادرست است؟

(۱) این واکنش در دمای اتاق بدون حضور کاتالیزگر انجام نمی‌شود، زیرا E_a این واکنش به اندازه‌ای زیاد است که در دمای اتاق تأمین نمی‌شود.

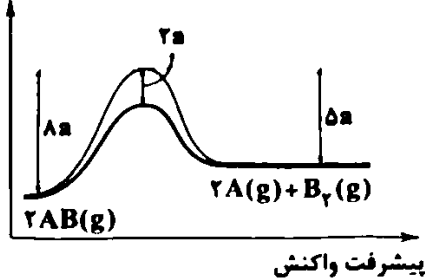
(۲) سرعت انجام واکنش در حضور توری پلاتینی، بیشتر از زمانی است که از پودر روی استفاده می‌شود.

(۳) ایجاد جرقه در مخلوط واکنش، نسبت به استفاده از پودر روی به عنوان کاتالیزگر، E_a را به مقدار بیشتری کاهش می‌دهد.

(۴) ΔH واکنش در بود یا نبود کاتالیزگر، یکسان است.

۱-۵ نمودار زیر مربوط به واکنش $2AB(g) \rightarrow 2A(g) + B_2(g) : \Delta H = +186$ کالری است. انرژی فعال‌سازی واکنش

در حضور کاتالیزگر چند کیلوژول است؟



- ۱۲۴ (۱)
- ۲۴۸ (۲)
- ۳۱۰ (۳)
- ۳۷۲ (۴)

۱-۶ اگر مجموع جرم نیتروژن در اکسیدهای نیتروژن خروجی از خودروهای دیزلی ۲/۱ گرم باشد، با ورود آن‌ها به مبدل‌های کاتالیستی

خودروهای دیزلی، حداکثر چند مول فراورده تولید می‌شود؟ (حجم اکسیدهای نیتروژن برابر در نظر گرفته شود). ($N = 14 \text{ g.mol}^{-1}$)

- ۰/۲۲۵ (۱)
- ۰/۳۷۵ (۲)
- ۰/۳۰۰ (۳)
- ۰/۷۵۰ (۴)

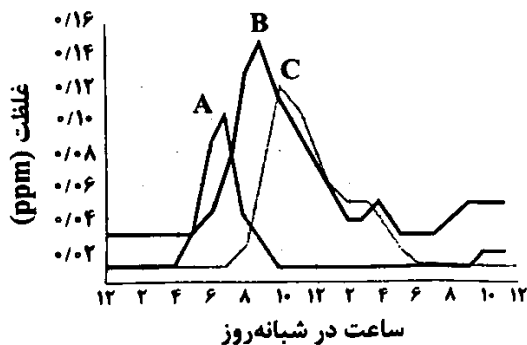
۱-۷ با توجه به جدول داده‌شده، کم‌ترین کاهش درصد جرمی به واسطه استفاده از کاتالیزگر، مربوط به کدام آلاینده تولیدشده توسط وسایل نقلیه است و با طی ۱۰ کیلومتر مسافت با استفاده از کاتالیزگر، کدام آلاینده با یکای مول، به میزان کم‌تری وارد هواکره می‌شود؟

($H=1, C=12, N=14, O=16 \text{ g.mol}^{-1}$)

فرمول شیمیایی آلاینده		مقدار گرم آلاینده به ازای	
NO	C_8H_{18}	۵/۹۹	بدون کاتالیزگر
۱/۰۴	۱/۶۷	۰/۶۱	با کاتالیزگر

- NO, CO (۴)
- C_8H_{18}, CO (۳)
- NO, C_8H_{18} (۲)
- C_8H_{18}, C_8H_{18} (۱)

۱-۸ نمودار زیر غلظت سه آلاینده NO، O_3 و NO_2 را در نمونه‌ای از هوای یک شهر بزرگ نشان می‌دهد. کدام عبارت‌ها در ارتباط با آن



- (۱) «آ» و «ب»
- (۲) «آ»، «ب» و «پ»
- (۳) «ب» و «ت»
- (۴) «پ» و «ت»

چه تعداد از عبارت‌های زیر درست است؟

- درون موتور خودرو به دلیل دمای بالا، مقدار زیادی از گازهای N_2 و O_2 با هم ترکیب شده و به گاز نیتروژن مونوکسید تبدیل می‌شود.
- به طور کلی برای این‌که یک واکنش شیمیایی آغاز شود باید واکنش‌دهنده‌ها مقدار معینی انرژی داشته باشند.
- آلوتروپ‌های فسفر در هوا و در دمای اتاق می‌سوزند.
- اگر انرژی فعال‌سازی یک واکنش، بیشتر از مقدار گرمای مبادله‌شده باشد، آن واکنش از نوع گرماگیر است.

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۱۱۰- کدام مطالب زیر در ارتباط با کاتالیزگر نادرست است؟

- (آ) استفاده از کاتالیزگرها در صنایع گوناگون، سبب کاهش آلودگی محیط زیست می شود.
(ب) کاتالیزگرها در واکنش شرکت نمی کنند و در نتیجه در پایان واکنش باقی می مانند.
(پ) کاتالیزگر باید در حضور مواد شیمیایی گوناگون در محیط واکنش و نیز تغییر دما، کارایی خود را حفظ کند.
(ت) یکی از روش های کاهش انرژی فعال سازی، استفاده از کاتالیزگر مناسب برای واکنش است.

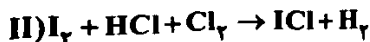
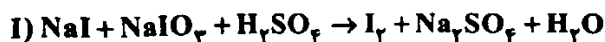
(۱) «آ» و «ت» (۲) «ب» و «ت» (۳) «آ» و «ب» (۴) «ب» و «ت»

توجه: لطفاً کلامی، لطفاً از بین سوالات زوج درس ۱ (شیمی ۱)، شماره ۱۱۱ تا ۱۲۰ و زوج درس ۲ (شیمی ۲)، شماره ۱۲۱ تا ۱۳۰، فقط یک سری را به انتخاب خود پاسخ دهید.

زوج درس ۱

(شماره ۱۱۱ تا ۱۲۰)

۱۱۱- تفاوت مجموع ضرایب اجزای دو واکنش زیر، پس از موازنه کدام است؟



(۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۶ (۴) ۷

۱۱۲- از نظر شمار جفت الکترون های ناپیوندی در ساختار لوویس، مولکول NO_2Cl با چه تعداد از گونه های زیر شباهت دارد؟

$\text{O}_3 \cdot$ (۱) ClO_2^- (۲) $\text{COF}_2 \cdot$ (۳) $\text{N}_2\text{F}_2 \cdot$ (۴) O_3 (۲) ClO_2^- (۳) $\text{COF}_2 \cdot$ (۴) $\text{N}_2\text{F}_2 \cdot$

۱۱۳- کدام مطالب زیر درست است؟

- (آ) اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین، 18°C کاهش می یافت.
(ب) با افزایش گاز کربن دی اکسید در هواکره، مقدار pH آب دریاها و اقیانوس ها کاهش یافته است.
(پ) سوخت سبز به وسیله جانداران ذره بینی به عنصرهای سازنده تجزیه می شوند.
(ت) سنگ های متراکم در زیرزمین، میدان های قدیمی گاز و چاه های قدیمی نفت، جاهای مناسبی برای دفن گاز کربن دی اکسید هستند.
(۱) «آ» و «ب» (۲) فقط «ب» (۳) «ب» و «پ» (۴) «پ» و «ت»

۱۱۴- چه تعداد از عبارات های زیر درست است؟

- وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می کنیم، سبب آسیب دیدن سیستم عصبی و مغز می شود.
- برای تبدیل CO_2 به مواد معدنی در نیروگاه ها، آن را با فلزهایی مانند منیزیم و کلسیم واکنش می دهند.
- قیمت تمام شده تولید پلاستیک ها با پایه نفتی در کارخانه ها، کم تر از تولید پلاستیک های زیست تخریب پذیر است.
- اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می شود که به طور عمده از اوزون تشکیل شده است.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۱۵- چه تعداد از عبارات های زیر در ارتباط با رفتار زمین در برابر پرتوهای خورشیدی درست است؟

- بخش قابل توجهی از پرتوهای خورشیدی بازتابیده شده به فضا برمی گردد.
- میزان پرتوهای جذب شده توسط هواکره، بیشتر از میزان پرتوهای است که توسط زمین جذب می شود.
- با تابش پرتوهای خورشیدی، زمین گرم می شود و مانند یک جسم داغ از خود پرتوهای الکترومغناطیس گسیل می دارد.
- زمین بخش قابل توجهی از گرمای جذب شده را به صورت تابش فروسرخ از دست می دهد.

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۱۲۷- اگر مجموع آنتالپی‌های پیوند در یک مول از هر کدام از گازهای متان، بوتان و کربن دی‌اکسید به ترتیب برابر با ۱۶۶۰، ۵۲۰۰ و ۱۶۰۰ کیلوژول باشد، مجموع آنتالپی‌های پیوند در یک مول از کتونی که عامل طعم و بوی میخک به شمار می‌رود، چند کیلوژول است؟

- (۱) ۸۷۱۰ (۲) ۷۸۱۰ (۳) ۹۰۶۰ (۴) ۸۳۶۰

۱۲۸- چه تعداد از ویژگی‌های زیر در اتان، بیشتر از اتانول است؟

• دمای جوش

• شمار ایزومرها

• گرمای حاصل از سوختن کامل یک مول

• ارزش سوختی

• مقدار کربن دی‌اکسید حاصل از سوختن کامل یک گرم

- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

۱۲۹- اگر نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در مولکول ساده‌ترین عضو الکل‌ها، اترها، کتون‌ها و آلدهیدها را به ترتیب با a ، b ، c و d نشان

دهیم، کدام یک از روابط زیر درست است؟

- (۱) $a < b < d < c$ (۲) $a = b < c = d$ (۳) $a = b < d < c$ (۴) $2a = 1/5b = c = d$

۱۳۰- هر ۱۰۰ گرم آووکادو شامل ۲۲ گرم چربی، ۱۳ گرم کربوهیدرات و ۳ گرم پروتئین است. اگر یک فرد ۷۰ کیلوگرمی، ۲۵ گرم آووکادو خورده باشد،

چند کیلوکالری انرژی توسط بدن فرد جذب می‌شود؟ (ارزش سوختی چربی و کربوهیدرات به ترتیب ۳۸ و ۱۷ کیلوژول بر گرم است.)

- (۱) ۶۶/۲ (۲) ۷۹/۳ (۳) ۴۹/۳ (۴) ۹۶/۲

تاریخ آزمون

جمعه ۱۴۰۳/۱۲/۰۳

پاسخنامه آزمون دفترچه شماره (۴) دوره دوم متوسطه پایه دوازدهم ریاضی

عناوین مواد امتحانی آزمون گروه آزمایشی علوم ریاضی، تعداد سؤالات و مدت پاسخگویی

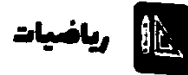
۸۰ دقیقه	۱۰	۱	۱۰	حسابان ۲	ریاضیات	۱
	۲۰	۱۱	۱۰	ریاضیات گسسته		
	۳۰	۲۱	۱۰	هندسه ۳		
	۳۵	۳۱	۵	حسابان ۱		
	۴۵	۳۶	۱۰	هندسه ۲		
	۵۰	۴۶	۵	آمار و احتمال		
۴۵ دقیقه	۷۵	۵۱	۲۵	فیزیک ۳	فیزیک	۲
	۸۵	۷۶	۱۰	فیزیک ۱		
	۹۵	۸۶	۱۰	فیزیک ۲		
۲۵ دقیقه	۱۱۰	۹۶	۱۵	شیمی ۳	شیمی	۳
	۱۲۰	۱۱۱	۱۰	شیمی ۱		
	۱۳۰	۱۲۱	۱۰	شیمی ۲		

مدرس	طراحان	ویزیتاران علمی
ریاضیات	سروس بصری - حسن بصری حنان حقی - مهدی کریمی محمد فرہمدیور	محدثہ کرگرفرد - بد فرہجنی علی عرب - عید بصری - مهدی درسا رہر سمانی - محمد فرہمدیور
فیزیک	مزین جرمی - مروریہ شاہحسی محمد زلمارت - یویا ہدینہ	مروریہ شاہحسی - سارہ نابی کحلی
شیمی	یویا الفنی	ایمان زارعی - میلاد عزیز - یاسر رائس



آمادہ سازی آزمائش
مدیریت آزمون: ابو الفضل مزروعی
بازبینی و نظارت نہائی: سارا نظری
برنامہ ریزی و ہماہنگی: سارا نظری
بازبینی دفترچہ: بہارہ سلیمی - عطیہ خلامی
ویزیتاران فنی: سائز فلاحی - مریم بارسائیان - سیدہ سادات شریفی - فاطمہ عبدالمختی
سرپرست واحد فنی: سعیدہ قاسمی
صفحہ آرا: فرہاد عدی
طراح شکل: آرزو گلفر
حروف نگاران: ربابہ الطافی - مینا عباسی - مہناز کاظمی - سحر فاضلی - حدیث فیض الہی - فاطمہ میرزایی





$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x$

$\sin^2 x = 1 - \cos^2 x \Rightarrow \sin^2 x = 1 - \frac{12}{13} = \frac{1}{13}$

$f(x) + f'(x) + f''(x) = x^2 + x + 1 \Rightarrow f(x) = ax^2 + bx + c$

$\Rightarrow f'(x) = 2ax + b \Rightarrow f''(x) = 2a$

$ax^2 + bx + c + 2ax + b + 2a = x^2 + x + 1$

$\Rightarrow ax^2 + (b+2a)x + (2a+b+c) = x^2 + x + 1$

$\Rightarrow a=1, b=-1, c=0$

$\Rightarrow \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x)}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - x}{x-1} = \lim_{x \rightarrow 1} x = 1$

باید مقدار مینیمم تابع بزرگتر یا مساوی صفر باشد.

$f'(x) = 12x^2 - 12x^2 = 0 \Rightarrow 12x^2(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, 1$

x	$-\infty$	0	1	$+\infty$
f'	-	-	+	
f	\searrow	\searrow	\nearrow	

مقدار مینیمم تابع $f(1) = 2 - 4 + k \geq 0 \Rightarrow k \geq 2 \Rightarrow \text{Min}(k) = 2$

حالت اول (حالت اول) هر ۳ رقم متفاوت باشند که به $3! = 6$ حالت

می توانیم عدد سه رقمی بسازیم.

حالت دوم (دوم) دو رقم از ۳ رقم تکراری باشند.

تعداد حالات = $\binom{3}{1} \binom{2}{1} \times \frac{3!}{2!} = 3 \times 2 \times 3 = 18$
رقم غیر تکراری رقم تکراری

حالت سوم (سوم) هر سه رقم مثل هم باشند که تنها عدد ۴۴۴ را می توان ساخت.

تعداد کل حالات = $6 + 18 + 1 = 25$

یکان صفر: $\binom{4}{4} \times \binom{4}{4} \times \binom{3}{3} \times \binom{1}{1} = 4 \times 4 \times 3 \times 1 = 48$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
۲, ۳, ۴, ۵

یکان ۵: $\binom{3}{3} \times \binom{4}{4} \times \binom{3}{3} \times \binom{1}{1} = 3 \times 4 \times 3 \times 1 = 36$
 $\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$
۲, ۳, ۴

تعداد کل حالات = $48 + 36 = 84$

اگر تعداد میله ها به طول ۵، ۸ و ۱۱ به ترتیب x, y و z باشد.

$x + y + z = 2$

تعداد حالات = $\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{2+3-1}{3-1} = \binom{4}{2} = 10$

دقت کنیم که با سه میله به طول های ۵، ۸ و ۱۱ نمی توان مثلث ساخت، پس:

تعداد محیط های مختلف مثلث = $10 - 1 = 9$

$f'(x) = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{x}}}{\sqrt{x} + \sqrt{x}} \Rightarrow f'(1) = \frac{1 + \frac{1}{\sqrt{1}}}{\sqrt{1} + \sqrt{1}} = \frac{2}{2} = 1$

$f'(x) = 2xg'(x^2) + 2kx^2 \xrightarrow{x=1} f'(1) = -2g'(1) + 2k$

$\frac{f'(1) = g'(1) = 2}{-2g'(1) + 2k = 2} \Rightarrow -2 + 2k = 2 \Rightarrow 2k = 4 \Rightarrow k = 2$

$f'(1) = 1$ نمودار f در $x=1$ بر نیمساز ناحیه اول مماس است

$h(x) = f(x) + f(x^2) + f(x^3)$

$\Rightarrow h'(x) = f'(x) + 2xf'(x^2) + 3x^2f'(x^3)$

$\Rightarrow h'(1) = f'(1) + 2f'(1) + 3f'(1) \Rightarrow h'(1) = 6f'(1) = 6$

$S_{OAB} = \frac{1}{2} OA \times AB = \frac{1}{2} x f(x) \Rightarrow g(x) = \frac{1}{2} x f(x)$

$g'(x) = \frac{1}{2} (f(x) + x f'(x)) \Rightarrow g'(2) = \frac{1}{2} (f(2) + 2f'(2))$

$= \frac{1}{2} (1 + 2) = 1.5$

$f'(-2) = g'(2) = a \xrightarrow{f'(-2)g'(2)=4} a \times a = 4$

$\Rightarrow a^2 = 4 \xrightarrow{a < 0} a = -2$

پس معادله خط مماس به صورت $y = -2x$ است.

$f(-2) = -2(-2) = 4, g(2) = -2(2) = -4$

$f(-2) - g(2) = 4 - (-4) = 8$

$f'(x) = 4x^2 - 2x^2 \Rightarrow g(x) = 4x^2 - 2x^2$

$\Rightarrow g'(x) = 12x^2 - 4x = 0 \Rightarrow 4x(3x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, \frac{1}{3}$

x	$-\infty$	0	$\frac{1}{3}$	$+\infty$
g'	+	-	+	
g	\nearrow	\searrow	\nearrow	

max min

با توجه به نمودار تابع $f(x)$ می توان گفت:

$\forall x \in [a, b], f(x) < 0, f'(x) > 0$

$g(x) = f^2(x) \Rightarrow g'(x) = 2f'(x)f(x) < 0 \Rightarrow$ نزولی

$h(x) = (f \circ f)(x) \Rightarrow h'(x) = f'(x) \times f'(f(x)) > 0 \Rightarrow$ صعودی

$f'(x) = 24 \cos 2x, -1 \cdot \sin 2x, = 0 \Rightarrow 24 \cos 2x = 1 \cdot \sin 2x,$

$\Rightarrow \tan 2x = \frac{24}{1} = 24$

۲۰) در ستون دوم مربع حتماً اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ قرار دارد که مجموع درایه‌های ستون دوم همواره ۱۰ است و سه خانه دیگر حداکثر می‌تواند دو عدد ۴ و یک عدد ۳ داشته باشد (به چیدمان دقت کنید)

	۱		۴
	۴		
۴	۲		
	۲		۲

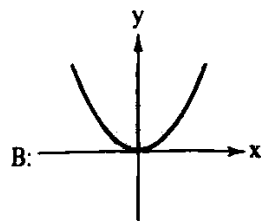
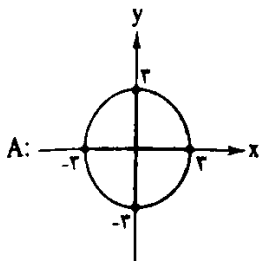
مجموع اعداد خانه‌های رنگی $(1+4+2+2)+4+4+2=21$

می‌دانیم در هر مربع لاتین مرتبه n مجموع کل درایه‌ها برابر $\frac{n^2(n+1)}{2}$ می‌باشد.

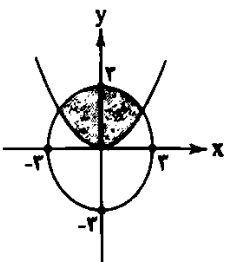
مجموع درایه‌های مربع لاتین $4 \times 4 = \frac{4^2 \times (4+1)}{2} = 40$

مجموع درایه‌های خانه‌های سفید $40 - 21 = 19$

۲۱) هر یک از ۲ مجموعه A و B در زیر می‌بینیم:



حال باید بین دو مجموعه و نمودار آن‌ها اشتراک بگیریم:



۱) با توجه به این که $\vec{a} + \vec{b}$ و $\vec{a} - \vec{b}$ بر هم عمودند پس

متوازی‌الاضلاع ساخته شده با دو بردار \vec{a} و \vec{b} لوزی خواهد بود و $|\vec{a}| = |\vec{b}|$.

$|\vec{a}| = \sqrt{4+m^2+16} = \sqrt{5^2} \Rightarrow m^2 = 28 \Rightarrow m = \pm\sqrt{28}$

بنابراین مختصات نقطه A به صورت $A(\pm\sqrt{28}, 0, \mp\sqrt{28})$ خواهد شد.

فاصله نقطه A از محور yها به شکل زیر محاسبه می‌شود:

$d = \sqrt{(\pm\sqrt{28})^2 + (\mp\sqrt{28})^2} = \sqrt{28+28} = 2\sqrt{14}$

۲۲) می‌خواهیم از حله (۰) به حله (۱۴) برویم. پس باید ۱۴ پرش داشته باشیم. اگر میران پرش در دفعات اول تا چهارم به ترتیب x, y, z, t باشد داریم

$$\begin{aligned} (0) & \\ (1) & \\ (2) & \\ (3) & \\ (14) & \end{aligned}$$

$x+y+z+t=14$

حال تعداد جواب‌های صحیح و مثبت معادله فوق را حساب می‌کنیم:

$\binom{n-1}{k-1} = \binom{14-1}{4-1} = \binom{13}{3} = \frac{13!}{3! \times 10!} = 286$

۱۵) ۴ اگر عدد موردنظر XYZI باشد.

$x+y+z+t=8$

تعداد جواب‌های صحیح و نامنفی این معادله را به دست می‌آوریم.

$\binom{n+k-1}{k-1} = \binom{8+4-1}{4-1} = \binom{11}{3} = \frac{11!}{3! \times 8!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{6 \times 8!} = 165$

۱۶) فقط می‌توان مربع لاتین زیر را ساخت.

۴	۴	۱	۲
۱	۲	۳	۴
۴	۱	۴	۲
۲	۳	۲	۱

۱۷) مربع لاتین موردنظر به ۲ طریق کامل می‌شود.

۲	۱	۳	۴
۲	۳	۱	۲
۱	۲	۴	۳
۴	۳	۲	۱

$x=2 \quad y=4 \quad z=1 \quad t=2$
 $x=1 \quad y=4 \quad z=2 \quad t=2$

که در هر دو حالت داریم:

$\frac{x+z+t}{y-1} = \frac{6}{4-1} = 2$

۲) تنها حالت ممکن برای مربع A به صورت زیر است:

A =

۳	۲	
۱	۳	۲
	۱	۲

چون مربع B با A متعامد است، پس در مربع تلفیق A و B عدد تکراری نداریم. بنابراین در مربع B حتماً اعداد روی قطر اصلی ۱، ۲، ۳ هستند.

مجموع درایه‌های قطر اصلی مربع B $= 1+2+3=6$

۴) برای تعیین دو عدد مختلف، ۲ عدد از بین ۱ تا ۷ انتخاب می‌کنیم و برای هر کدام از این اعداد، ۷ خانه در مربع لاتین وجود دارد.

تعداد حالات $= \binom{7}{2} \times 7 \times 7 = 21 \times 49 = 1029$

برای یافتن خطه M کاهست بر محصبات B و C میلگس نگیریم

$$M(0.20, -\frac{2}{3})$$

حال فاصله خطه M تا محور Z را به دست می آوریم

$$d = \sqrt{x_M^2 + y_M^2} = \sqrt{0 + \frac{4}{9}} = \frac{2}{3}$$

۲ ۲۷

$$|\vec{a}| = 1 \Rightarrow \sqrt{m^2 + 4m^2 + m^2} = 1 \Rightarrow 6m^2 = 1 \Rightarrow m^2 = \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow m = \pm \frac{1}{\sqrt{6}}$$

بس دو بردار می توان یافت.

۱ ۲۸ می دانیم بردار نیمساز داخلی از رابطه $\vec{e}_a + \vec{e}_b$ به دست

می آید، چون $|\vec{e}_a| = |\vec{e}_b| = 1$ ، بس $\vec{e}_a + \vec{e}_b$ روی نیمساز قرار می گیرد.

$$\vec{e}_a = \frac{\vec{a}}{|\vec{a}|} = (\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{\sqrt{10}}{\sqrt{6}}, \frac{1}{\sqrt{6}})$$

$$\vec{e}_b = \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} = (\frac{1}{\sqrt{2}}, \frac{2}{\sqrt{2}}, -\frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}})$$

$$\Rightarrow \text{بردار نیمساز} = \vec{e}_a + \vec{e}_b = (\frac{2}{\sqrt{2}}, \frac{\sqrt{10} + 2}{\sqrt{6}}, \frac{1 - \sqrt{2}}{\sqrt{6}})$$

این بردار و هر مضربی از آن قابل قبول است:

$$\text{بردار نیمساز} = (8, 2\sqrt{10} + 9, 10 - 2\sqrt{2})$$

$$A(\alpha, \beta, \gamma)$$

۱ ۲۹

$$\begin{cases} \text{فاصله از محور Xها} = \sqrt{\beta^2 + \gamma^2} = \sqrt{10} \Rightarrow \beta^2 + \gamma^2 = 10 \\ \text{فاصله از محور Yها} = \sqrt{\alpha^2 + \gamma^2} = \sqrt{5} \Rightarrow \alpha^2 + \gamma^2 = 5 \\ \text{فاصله از محور Zها} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2} = \sqrt{12} \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 = 12 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2(\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2) = 27 \Rightarrow \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = \frac{27}{2}$$

$$\text{فاصله A تا مبدا} = \sqrt{\alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2} = \sqrt{\frac{27}{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{6}}{2}$$

۲ ۳۰

$$|AB| = \sqrt{(3-1)^2 + (2-2)^2 + (-5-2)^2} = \sqrt{85}$$

$$|AC| = 2$$

$$|BC| = 6$$

طبق نامساوی مثلثی باید $|AC| + |BC| > |AB|$ باشد:

$$2 + 6 \not> \sqrt{85}$$

بنابراین چنین نقطه ای یافت نمی شود.

۲ ۳۱

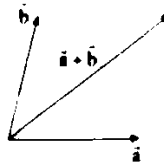
$$6^a = 3 \Rightarrow a = \log_6 3, 6^b = 5 \Rightarrow b = \log_6 5$$

$$\frac{1-a-b}{12^2(1-b)} = \frac{1-\log_6 3 - \log_6 5}{2(1-\log_6 5)} = \frac{1-\log_6 15}{12^2(1-\log_6 5)} = \frac{\log_6 4}{12^2 \log_6 12}$$

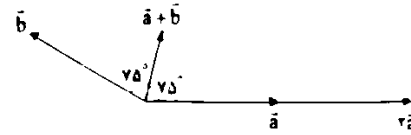
$$= 12^2 \log_{12} 4 = 12^2 \log_{12} 2^2 = 2$$

۱ ۲۲ اگر دو بردار a و b طول برابر داشته باشند، بردار a+b روی

نیمساز زاویه بین دو بردار است.



از طرفی می دانیم زاویه بین دو بردار a+b و a با زاویه بین دو بردار a+b و b برابر است به شکل زیر توجه کنید.



$$\Rightarrow \text{زاویه بین } \vec{a} + \vec{b} \text{ و } \vec{a} = 75^\circ$$

۱ ۲۳ ابتدا دو بردار $\vec{a} + \vec{i}$ و $\vec{b} - \vec{k}$ را تشکیل می دهیم:

$$\vec{a} + \vec{i} = (2, 4, -2m) + (1, 0, 0) = (3, 4, -2m)$$

$$\vec{b} - \vec{k} = (-1, n, 2) - (0, 0, 1) = (-1, n, 1)$$

حال باید شرط هم راستایی این دو بردار را برقرار کنیم:

$$\frac{2}{-1} = \frac{4}{n} = \frac{-2m}{1} \Rightarrow \begin{cases} 2n = -4 \Rightarrow n = -2 \\ 6 = 2m \Rightarrow m = 3 \end{cases} \Rightarrow m \times n = -4$$

۲ ۲۵ با توجه به این که a+b و a-b بر هم عمودند، اولاً

باید $|\vec{a}| = |\vec{b}|$ باشد:

$$|\vec{b}| = |\vec{a}| = \sqrt{9+1+16} = \sqrt{26}$$

$$S = \frac{1}{2} |a-b| |a+b|$$

دوماً:

بررسی گزینه ها:

$$1) |b| = \sqrt{21} \neq |a| \times$$

$$2) |b| = \sqrt{26} \checkmark$$

$$a+b = (8, 0, 4) \Rightarrow |a+b| = \sqrt{64+0+16} = \sqrt{80} = 4\sqrt{5}$$

$$a-b = (-2, -2, 4) \Rightarrow |a-b| = \sqrt{4+4+16} = \sqrt{24} = 2\sqrt{6}$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} |a+b| |a-b| = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{5} \times 2\sqrt{6} = 4\sqrt{30} = \sqrt{480} \checkmark$$

$$3) |b| = \sqrt{26}$$

$$a+b = (2, 1, 4+\sqrt{21}) \Rightarrow |a+b| = \sqrt{4+1+8\sqrt{21}}$$

$$a-b = (4, -2, 4-\sqrt{21}) \Rightarrow |a-b| = \sqrt{16+4-8\sqrt{21}}$$

$$S = \frac{1}{2} |a+b| |a-b| \neq \sqrt{480} \times$$

$$4) |b| = \sqrt{29} \neq |a| \times$$

۱ تصویر نقطه A روی صفحه xoy \Leftarrow کافیست مختصات Z

$$B(5, 2, 0)$$

نقطه را صفر قرار دهیم:

قرینه نقطه A نسبت به محور yها \Leftarrow کافیست مختصات X و Z نقطه را

$$C(-5, 2, -3)$$

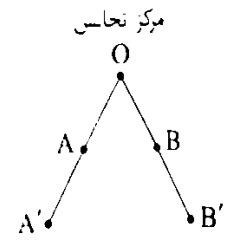
قرینه کنیم:

پس معادله خط گذرا از نقاط A' و B' را می‌یابیم

$$y - 1 = \frac{2 - 1}{-1 - (-2)}(x - (-1)) \Rightarrow y - 1 = \frac{1}{-1}x \Rightarrow 2x + 2y - 5 = 0$$

۲ ۳۸ ابتدا معادله خطی که از نقاط A و A' و همچنین معادله

خطی که از نقاط B و B' می‌گذرد را می‌نویسیم. این دو خط در نقطه O (مرکز نجاس) می‌قطعند.



$$m_{AA'} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - (-2)}{-1 - (-2)} = \frac{4}{1} = 4 \Rightarrow \text{معادله خط: } y - 2 = 4(x + 1) \Rightarrow y = 4x + 6$$

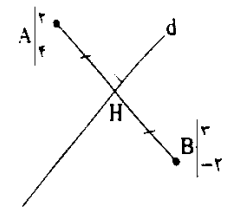
$$m_{BB'} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{2 - (-2)}{2 - 5} = \frac{4}{-3} = -\frac{4}{3} \Rightarrow \text{معادله خط: } y - 2 = -\frac{4}{3}(x - 2) \Rightarrow y = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3}$$

نقطه تقاطع: $4x + 6 = -\frac{4}{3}x + \frac{10}{3} \Rightarrow 4x + 4x = \frac{10}{3} - 6 \Rightarrow 8x = \frac{10 - 18}{3} = -\frac{8}{3} \Rightarrow x = -\frac{1}{3}$

در یکی از معادلات بالا $x = -\frac{1}{3}$ قرار می‌دهیم، y به دست می‌آید.

$$y = 4(-\frac{1}{3}) + 6 = -\frac{4}{3} + 6 = \frac{14}{3} \Rightarrow \text{مرکز نجاس: } O(-\frac{1}{3}, \frac{14}{3})$$

۴ ۳۹



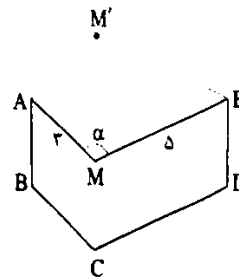
$$H = \frac{A+B}{2} = (\frac{2+2}{2}, \frac{4-2}{2}) = (2, 1)$$

برای به دست آوردن فاصله خط d تا خط $x + 6y - 8 = 0$ کافی است فاصله H تا خط $x + 6y - 8 = 0$ را به دست آوریم:

$$\text{فاصله H تا خط} = \frac{|\frac{5}{2} + 6 - 8|}{\sqrt{1 + 36}} = \frac{|\frac{5}{2} - 2|}{\sqrt{37}} = \frac{1}{2\sqrt{37}}$$

۳ ۴۰

کافی است بازتاب نقطه M را نسبت به پاره خط AE بیابیم و آن را M' بنامیم. چون بازتاب طولی‌است، پس دو مثلث AM'E و AME هم‌نهشت و در نتیجه هم‌مساحت هستند. پس طبق مسئله هم‌پیرامونی، به مساحت زمین اولیه مساحت چهارضلعی AMEM' اضافه می‌شود.



$$\sin \alpha = \sqrt{1 - (\frac{2}{5})^2} = \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{4}{5}$$

$$S_{AMEM'} = 2S_{\Delta AME} = 2 \times (\frac{1}{2} \times 3 \times 5 \times \sin \alpha) = 3 \times 5 \times \frac{4}{5} = 12$$

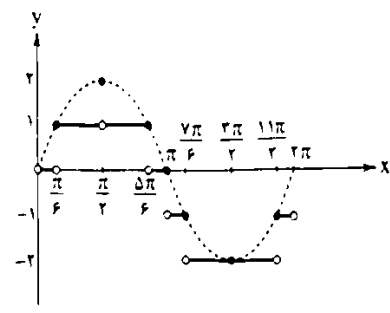
$$a^{-1} b^{-1} c^{-1} = \frac{1}{abc} = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow abc = 1$$

$$\Rightarrow abc = 1 \Rightarrow ab = \frac{1}{c}$$

$$\log_{ab} c = \log_{\frac{1}{c}} c = -1$$

۳ ۳۳ د توجه به نمودار زیر، طول‌های نقاط نابینوسگی $\frac{5\pi}{6}, \frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{6}$ است

$$\frac{11\pi}{6} \text{ و } \frac{7\pi}{6}$$



۱ ۳۴

$$x^{\sqrt{x}} - x^{\sqrt{x}} - x + 1 = x^{\sqrt{x}}(x-1) - (x-1) = (x-1)(x^{\sqrt{x}} - 1)$$

$$= (x-1)(x-1)(x+1) = (\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(\sqrt{x}-1)(\sqrt{x}+1)(x+1)$$

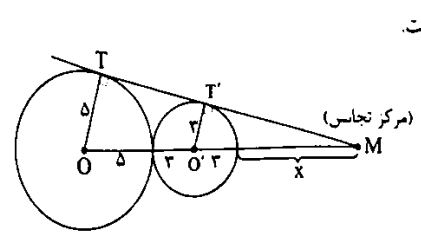
$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^{\sqrt{x}} - x^{\sqrt{x}} - x + 1}{x - 2\sqrt{x} + 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(\sqrt{x}-1)^2 (\sqrt{x}+1)^2 (x+1)}{(\sqrt{x}-1)^2} = 4 \times 2 = 8$$

۲ ۳۵

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x-2) + xf(x)}{x^{\sqrt{x}} - 4} = \lim_{x \rightarrow 2} (\frac{x-2}{x^{\sqrt{x}} - 4} + \frac{xf(x)}{x^{\sqrt{x}} - 4})$$

$$= \lim_{x \rightarrow 2} (\frac{x-2}{(x-2)(x+2)} + \frac{x}{x+2} \times \frac{f(x)}{x-2}) = \frac{1}{4} + \frac{2}{4} \times 2 = \frac{5}{4}$$

۴ ۳۶ مرکز نجاس مستقیم دو دایره نقطه تقاطع خط‌المرکزین و مماس مشترک خارجی است.



$$OT \parallel O'T' \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{O'T'}{OT} = \frac{O'M}{OM} \Rightarrow \frac{2}{5} = \frac{x+2}{x+11}$$

$$\Rightarrow 2x + 22 = 5x + 15 \Rightarrow 2x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{2} = 9$$

$$\Rightarrow OM = 11 + 9 = 20$$

۱ ۳۷

می‌دانید که قرینه نقطه A نسبت به نقطه M برابر است با:

$$A' = 2M - A$$

ابتدا قرینه نقطه A و B را نسبت به نقطه M(-1, 3) به دست می‌آوریم.

$$A \begin{vmatrix} 1 \\ 1 \end{vmatrix}, M \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} \Rightarrow A' \begin{vmatrix} -1 \\ 5 \end{vmatrix}$$

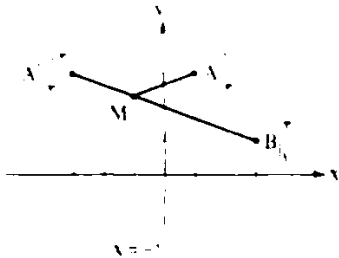
$$B \begin{vmatrix} -2 \\ 1 \end{vmatrix}, M \begin{vmatrix} -1 \\ 3 \end{vmatrix} \Rightarrow B' \begin{vmatrix} 0 \\ 5 \end{vmatrix}$$

$$BM \cdot NA = BM \cdot MN \cdot NA \Rightarrow \frac{BM}{MN} = \frac{BM}{MN} \cdot \frac{NA}{NA}$$

$$= B''N \cdot NA = B''A = \sqrt{(3+2)^2 + (3+2)^2} = \sqrt{60} = 2\sqrt{15}$$

۴۵. فرض کنید نقطه A در خط $x = -1$ باشد. پس می‌تواند

و A' می‌باشد. پس A' به B وصل می‌کند. معادله خط AB و خط $x = -1$ نقطه M است.



$$MA = MA'$$

$$MA + MB = MA' + MB = A'B$$

$$= \sqrt{(3+2)^2 + (1-2)^2} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$$

۴۶. روش اول: دقت شود وقتی نتیجه رخداد اول مهم نیست و سه

رخداد دوم توجه داریم. محاسبه احتمال فقط برحسب نتیجه رخداد دوم تعیین می‌شود. در این تست چون در کل ۷ لامپ داریم و سه لامپ سوخته

است، احتمال سوخته بودن $\frac{3}{7}$ به دست می‌آید.

روش دوم: دو حالت (لامپ اول سالم و لامپ دوم سوخته است) یا (لامپ اول سوخته و لامپ دوم سوخته است) رخ می‌دهد.

$$P(A) = \frac{4}{7} \times \frac{3}{6} + \frac{3}{7} \times \frac{2}{6} = \frac{12+6}{42} = \frac{18}{42} = \frac{3}{7}$$

۴۷. ۳

$$n(S) = \binom{12}{3} = \frac{12 \times 11 \times 10}{3!} = 220$$

$$n(A) = \begin{cases} \binom{4}{1} = 4 & \text{هر سه نفر یک خانواده} \\ \binom{4}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{6}{1} = 4 \times 2 \times 6 = 48 & \text{یک فرزند به همراه یک ولی و یک نفر از سایر والدین} \\ \binom{8}{3} = \frac{8 \times 7 \times 6}{3!} = 56 & \text{هر سه نفر از بین والدین} \end{cases}$$

$$n(A) = 4 + 48 + 56 = 108 \Rightarrow P(A) = \frac{108}{220} = \frac{27}{55}$$

۴۸. ۴

$$P(A|B) = 1 - P(A'|B)$$

پس طبق قاعده بالا داریم:

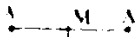
$$P(A|B) = 1 - P(A'|B) = 1 - \frac{1}{4} = \frac{3}{4}$$

$$P(B'|A) = 1 - P(B|A) = 1 - \frac{4}{5} = \frac{1}{5}$$

$$\Rightarrow P(A|B) + P(B'|A) = \frac{3}{4} + \frac{1}{5} = \frac{15+4}{20} = \frac{19}{20}$$

۴۱. اگر A' دور نقطه A به مرکز O باشد

رادیوس $OA = OA'$ در سعه نقطه O روی عمودمست AA' قرار دارد. پس معادله خط عمودمست AA' می‌باشد.



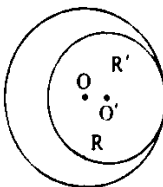
$$m_{AA'} = \frac{-4 - (-2)}{1 - 2} = 1 \xrightarrow{\text{عکس و برعکس}} m_L = -1$$

AA' وسط $M = (2, -2)$

$$L \text{ معادله خط } y + 3 = -(x - 2) \Rightarrow y = -x - 1$$

از بین گزینه‌ها فقط گزینه (۴) در معادله خط L صدق می‌کند.

۴۲. ۴



$$\text{نسبت تجانس} = \frac{R}{R'} = k \Rightarrow R = kR'$$

$$\text{مساحت محصور بین دو دایره} = \pi(R^2 - R'^2)$$

$$= \pi((kR')^2 - R'^2) = \frac{1}{4}\pi R'^2$$

$$\Rightarrow k^2 - 1 = \frac{1}{4} \Rightarrow k^2 = \frac{5}{4} \xrightarrow{k > 0} k = \sqrt{\frac{5}{4}}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{R'} = k = \sqrt{\frac{5}{4}} \text{ یا } \frac{R'}{R} = \frac{1}{k} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$

۴۳. ابتدا طول اضلاع ABC را می‌یابیم:

$$A = (7, 1) \quad AB = \sqrt{4+4} = \sqrt{8}$$

$$B = (5, 2) \Rightarrow AC = \sqrt{36+4} = \sqrt{40} \Rightarrow AC^2 = AB^2 + BC^2$$

$$C = (1, -1) \quad BC = \sqrt{16+16} = \sqrt{32}$$

\Rightarrow مثلث ABC قائم‌الزاویه است.

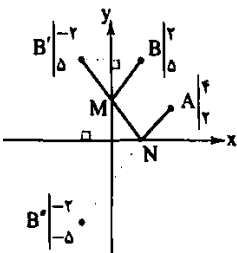
$$S_{\Delta ABC} = \frac{1}{2} \times \sqrt{8} \times \sqrt{32} = \frac{1}{2} \times 2\sqrt{2} \times 4\sqrt{2} = 8$$

از طرفی می‌دانیم در تجانس به نسبت k مساحت هر شکل برابر می‌شود، بنابراین مساحت شکل تصویر در اثر دو تجانس یکی با $k_1 = \sqrt{2}$ و دیگری

با $k_2 = 2$ برابر است:

$$S' = (\sqrt{2})^2 \times (2)^2 \times S_{\Delta ABC} = 2 \times 4 \times 8 = 64$$

۴۴. ۲



در طول تار ۷ گره ایجاد شده است، بنابراین:



$$n = \text{تعداد شکم} = 7 - 1 = 6$$

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow f_6 = \frac{6 \times 166 \text{ م} \times 4}{2 \times 1.8} = 1844 \text{ Hz}$$

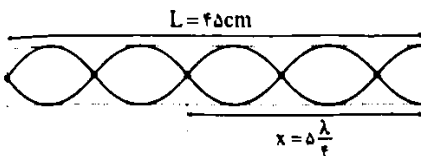
۵۴) بسامد هماهنگ n ام در هر تار مرتعش از رابطه $f_n = \frac{nv}{2L}$ به دست می‌آید، بنابراین:

$$L = \frac{nv}{2f} \Rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{n_2}{n_1} \times \frac{v_2}{v_1} \times \frac{f_1}{f_2}$$

$$\frac{f_1 = f_2 \text{ و } n_1 = 3}{n_2 = 5 \text{ و } v_2 = v_1} \rightarrow \frac{L_2}{L_1} = \frac{5}{3}$$

۵۵) در لوله صوتی با یک انتهای بسته، در انتهای باز شکم و در

انتهای بسته، گره ایجاد می‌شود و تعداد گره‌ها و شکم‌ها برابر است، بنابراین:



$$L = \frac{9\lambda}{4} \Rightarrow \frac{\lambda}{4} = \frac{L}{9} = \frac{45}{9} = 5 \text{ cm}$$

$$x = 5 \frac{\lambda}{4} = 5 \times 5 = 25 \text{ cm}$$

$$5 = \text{تعداد گره} = \text{تعداد شکم}$$

۵۶) مدهای ایجاد شده در یک لوله صوتی با دو انتهای باز به صورت

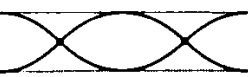
زیر است:

$$L = n \frac{\lambda}{2}$$



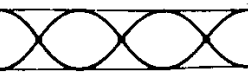
$$L = \frac{\lambda_1}{2} \Rightarrow \lambda_1 = 2L$$

مد اول:



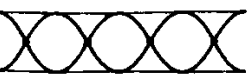
$$L = \frac{2\lambda_2}{2}$$

مد دوم:



$$L = \frac{3\lambda_3}{2}$$

مد سوم:



$$L = \frac{4\lambda_4}{2} \Rightarrow \lambda_4 = \frac{L}{2}$$

مد چهارم:

$$\frac{\lambda_4}{2} = \frac{L}{2} = \frac{L}{2} = 1$$

۴۹) فضای نمونه زیر به دو حالت انتخاب کبسه اول و انتخاب کبسه

دوم تفکیک می‌شود. مهره خارج شده در انتها از کبسه‌ای است که دو مهره به

آن انتقال یافته است پس:

$$\frac{4}{12} \text{ آبی بودن} \times \frac{1}{3} \text{ انتخاب کبسه اول}$$

$$\frac{5}{12} \text{ آبی بودن} \times \frac{1}{3} \text{ انتخاب کبسه دوم}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{2} \times \frac{4}{12} + \frac{1}{2} \times \frac{5}{12} = \frac{1}{2} \times \frac{9}{12} = \frac{3}{8}$$

۵۰) چون نتیجه سایر لامپ‌ها مهم نیست، لامپ دوم و ششم مثل

لامپ اول و دوم در نظر گرفته می‌شوند، طبق قاعده ضرب احتمال‌ها داریم:

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B|A) = \frac{4}{9} \times \frac{2}{8} = \frac{1}{3} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{6}$$



۵۱) بررسی عبارت‌ها،

الف) دامنه نوسانات ذرات در موج ایستاده یکسان نیست، بنابراین بیشینه

سرعت نوسانی آن‌ها که از رابطه $v_{\max} = A\omega$ به دست می‌آید، نیز یکسان

نخواهد بود. (*)

ب) دوره تناوب نوسانات نقاط با هم برابر است و نقاط بین دو گره مشابه در

یک موقعیت قرار دارند (هم‌فاز هستند)، بنابراین هم‌زمان با هم نوسان کرده و

به موقعیت بیشینه خود می‌رسند. (✓)

ج) در موج ایستاده در یک لحظه طناب به شکل افقی درمی‌آید و در آن لحظه

تمام نقاط بیشینه تندی خود را دارند. (✓)

د) در نقطه P گره تشکیل شده و گره‌ها در موج ایستاده همواره ساکن هستند. (*)

ه) نقاط M و N بین دو گره غیرمشابه قرار دارند (در فاز مخالف هستند)،

بنابراین در جهت مخالف هم حرکت می‌کنند. (✓)

۵۲) با توجه به رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی موج ایجاد شده در طناب یا

تار مرتعش با جذر بزرگی نیروی کشش تار رابطه مستقیم دارد، بنابراین:

$$\frac{v_2}{v_1} = \sqrt{\frac{F_2}{F_1}} = \sqrt{\frac{25F_1}{F_1}} = \sqrt{25} = 5$$

تعداد شکم همان شماره صوت یا شماره هماهنگ بسامد تشدید تار است، در نتیجه:

$$f = \frac{nv}{2L} \Rightarrow n = \frac{2Lf}{v} \Rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{L_2}{L_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{v_1}{v_2}$$

$$\frac{n_2}{5} = 1 \times 1 \times \frac{1}{5} \Rightarrow n_2 = 1$$

تعداد گره یک واحد بیشتر از تعداد شکم است، بنابراین در حالت دوم در طول

تار مرتعش، ۲ گره ایجاد می‌شود.

۱) فاصله نزدیک‌ترین شکم تا انتهای تار برابر با $\frac{\lambda}{4}$ است، بنابراین:

$$\frac{\lambda}{4} = 24 \Rightarrow \lambda = 4 \times 24 = 96 \text{ cm} = 0.96 \text{ m}$$

تندی انتشار موج در تار برابر است با:

در سری بروجو $n' = 5$ است و برای محاسبه کوانتوم نریس طول موج گسیل شده در این سری $n = \infty$ در نظر می‌گیریم

$$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{5^2} - \frac{1}{\infty^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R}{25} \Rightarrow \lambda' = \frac{25}{R}$$

$$E = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \frac{E}{E'} = \frac{\lambda'}{\lambda} = \frac{R}{144} = \frac{25 \times 5R}{144 \times R} = \frac{125}{144}$$

بنابراین

طبق رابطه ریبرگ، طول موج نور تابشی از

رابطه $\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$ به دست می‌آید، بنابراین طول موج ارائه شده در صورت سؤال را به صورت استاندارد درمی‌آوریم تا بتوانیم تراز مقصد را تعیین کنیم:

$$\lambda = \frac{n^2}{R(n'^2 - 1)} \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{R(n'^2 - 1)}{n^2} = R \left(1 - \frac{1}{n'^2} \right) = R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

با توجه به رابطه بالا $n' = 1$ و طیف تابشی مربوط به سری لیمان و در ناحیه فرابنفش می‌باشد. با توجه به اطلاعات به دست آمده طول موج فوتون گسیلی از طول موج امواج رادیویی کم‌تر است.

تمام امواج الکترومغناطیسی در خلأ دارای تندی برابر می‌باشند، در نتیجه در مدت‌زمان معین، مسافت‌های یکسانی را طی می‌کنند.

طبق اطلاعات سؤال، مجموع انرژی‌های دو فوتون A و B برابر با انرژی فوتون C می‌باشد، بنابراین:

$$E_C = E_A + E_B$$

در عبارت بالا، به جای E از رابطه $\frac{hc}{\lambda}$ استفاده می‌کنیم و مقادیر hc از دو طرف خط می‌خورند:

$$\frac{hc}{\lambda_C} = \frac{hc}{\lambda_A} + \frac{hc}{\lambda_B} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_C} = \frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{\lambda_B}$$

مقادیر $\lambda_B = 600 \text{ nm}$ و $\lambda_C = 200 \text{ nm}$ را جای‌گذاری کرده و λ_A را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{1}{200} = \frac{1}{\lambda_A} + \frac{1}{600} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_A} = \frac{1}{200} - \frac{1}{600} = \frac{3-1}{600} \Rightarrow \lambda_A = 300 \text{ nm}$$

$$\begin{cases} f_n = \frac{nv}{\gamma L} \Rightarrow f_n = \frac{n}{\gamma} \sqrt{\frac{F}{Lm}} \\ v = \sqrt{\frac{FL}{m}} \end{cases}$$

$$\frac{n=5}{\gamma} \rightarrow 125 = \frac{5}{\gamma} \times \sqrt{\frac{F}{0.16 \times 0.1}} \Rightarrow 2500 = \frac{F}{6 \times 10^{-2}}$$

$$\Rightarrow F = 150 \text{ N}$$

ابتدا بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها را برحسب الکترون‌ولت به دست می‌آوریم:

$$K_{\max} = \frac{9/6 \times 10^{-19}}{1/6 \times 10^{-19}} = 6 \text{ eV}$$

$$\Rightarrow K_{\max} = \frac{hc}{\lambda} - W_e \Rightarrow 6 = \frac{1240}{155} - W_e \Rightarrow W_e = 2 \text{ eV}$$

طول موج قطع فلز برابر است با:

$$W_e = \frac{hc}{\lambda_e} \Rightarrow \lambda_e = \frac{hc}{W_e} = \frac{1240}{2} = 620 \text{ nm}$$

عبارت‌های $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ و $hc = 1240 \text{ eV} \cdot \text{nm}$ بادرست هستند

بررسی عبارت‌های بادرست،

الف) در طیف گسیلی خطی، شدت نور خط‌ها یکسان نیست
ب) بر اساس فیزیک کلاسیک، شدت نور با مربع فاصله میدان الکتریکی موج الکترومغناطیسی متناسب است
ج) طیف‌های گسیلی خطی گسته هستند و شامل تمامی طول موج‌های طیف مرئی نیستند.

با توجه به انرژی هر فوتون داریم:

$$E = hf \Rightarrow E = h \frac{c}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{hc}{E} = \frac{1240}{4 \times 10^{-7}} = 310 \times 10^7 \text{ nm} = 31 \text{ m}$$

با توجه به عدد به دست‌آمده برای λ ، این موج در ناحیه امواج رادیویی قرار دارد.

تعداد فوتون‌های گسیلی در یک مدت‌زمان معین برای لامپی با توان P به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$Pt = nhf \Rightarrow n = \frac{Pt}{hf}$$

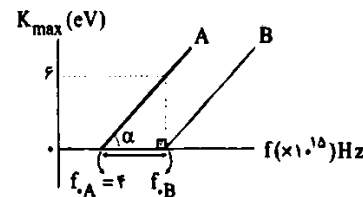
حال اگر توان لامپ‌ها و مدت‌زمان گسیل، یکسان باشد، تعداد فوتون‌های گسیلی با بسامد نور گسیلی رابطه عکس دارد، بنابراین:

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{f_1}{f_2}$$

بسامد نور زرد کم‌تر از نور سبز است، بنابراین با جایگزینی لامپ با نور زرد، تعداد فوتون‌های گسیلی افزایش می‌یابد. از طرفی چون انرژی فوتون گسیلی تابع بسامدش می‌باشد، با این تغییر، انرژی فوتون‌های گسیلی کاهش می‌یابد:

$$f_2 < f_1 \Rightarrow E_2 < E_1$$

همان‌طور که می‌دانیم برای تمامی فلزات، شیب نمودار داده‌شده برابر ثابت پلانک است، بنابراین:



$$h = \tan \alpha = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \Rightarrow 4 \times 10^{-15} = \frac{6}{\Delta f}$$

$$\Rightarrow \Delta f = \frac{6}{4 \times 10^{-15}} = 1.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

$$\Delta f = f_B - f_A \Rightarrow f_B = f_A + \Delta f = 4 \times 10^{15} + 1.5 \times 10^{15}$$

$$\Rightarrow f_B = 5.5 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

بنابراین:

$$W_e = hf \Rightarrow \frac{W_e}{W_B} = \frac{f_A}{f_B} \Rightarrow \frac{W_e}{W_B} = \frac{4 \times 10^{15}}{5.5 \times 10^{15}} = \frac{4}{5.5} = \frac{8}{11}$$

برای رشته براکت $n' = 4$ است، بنابراین برای دومین خط این

رشته $n = 6$ می‌باشد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{6^2} \right) = R \times \left(\frac{1}{16} - \frac{1}{36} \right) = R \times \left(\frac{9-4}{144} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \times \left(\frac{5}{144} \right) \Rightarrow \lambda = \frac{144}{5R}$$

۳ با استفاده از رابطه ریترگ داریم

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right) \Rightarrow \lambda_{\min} = 100 \text{ nm} \\ \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{4} \right) \Rightarrow \lambda_{\max} = \frac{400}{3} \text{ nm} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \lambda_{\max} - \lambda_{\min} = \frac{400}{3} - 100 = \frac{100}{3} \text{ nm}$$

۶۷ در سامدهای بزرگتر از سامد آستانه، پدیده فوتوالکتریک رخ می‌دهد با افزایش سامد نور فرودی، طبق رابطه $E = hf$ انرژی هر یک از فوتون‌های نور افزایش می‌یابد و در نتیجه فوتوالکترون‌ها با انرژی جنبشی بیشتری از فلز خارج می‌شوند.

۶۸ کمترین طول موج مرئی برابر با 400 nm است، بنابراین بیشترین انرژی یک فوتون مرئی برابر است با:

$$E_{\max} = \frac{hc}{\lambda_{\min}} = \frac{1240}{400} = 3.1 \text{ eV}$$

بیشترین طول موج مرئی برابر با 700 nm است، بنابراین کمترین انرژی یک فوتون مرئی برابر است با:

$$E_{\min} = \frac{hc}{\lambda_{\max}} = \frac{1240}{700} = 1.8 \text{ eV}$$

$$E_{\max} - E_{\min} = 3.1 - 1.8 = 1.3 \text{ eV}$$

بنابراین:

۶۹ طبق صورت سؤال، شدت تابشی متوسط خورشید در سطح زمین به ازای هر مترمربع $300 \frac{\text{J}}{\text{s}}$ است، انرژی که در مدت یک دقیقه به هر مترمربع می‌رسد را به دست می‌آوریم:

$$P = \frac{E_t}{t} \Rightarrow 300 = \frac{E_t}{60} \Rightarrow E_t = 18000 \text{ J}$$

تعداد فوتون‌های موردنظر را به دست می‌آوریم:

$$n = \frac{E_t}{hf} = \frac{E_t}{\frac{hc}{\lambda}} = \frac{E_t \lambda}{hc}$$

دقت کنید که در رابطه بالا hc برحسب $\text{eV} \cdot \text{nm}$ داده شده است، بنابراین باید مقدار E_t را برحسب eV و مقدار λ را برحسب nm جای‌گذاری کنیم و داریم:

$$n = \frac{E_t \lambda}{hc} = \frac{18000 \times 600}{1.6 \times 10^{-19} \times 1200}$$

۷۰ طیف جامدات، پیوسته و طیف گازهای رقیق و کم‌فشار، گسسته است.

۷۱ همان‌طور که در متن سؤال نیز اشاره شده است، رشته براکت متناظر با $n' = 4$ خواهد بود. به این ترتیب داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{n'^2} \right)$$

طول موج اولین خط طیفی به ازای $n = 5$ به دست می‌آید در این صورت داریم:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{4^2} - \frac{1}{5^2} \right) = \frac{9R}{400} \Rightarrow \lambda = \frac{40000}{9} = 4444 \text{ nm}$$

این طول موج در ناحیه فرورسرخ طیف امواج الکترومغناطیسی قرار دارد.

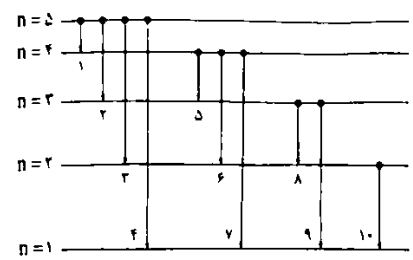
۷۲ بسط سری سامد در گذار الکترون از تراز $n = \infty$ به $n' = 1$ به دست می‌آید

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{n'^2} \right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \times \left(\frac{1}{1} - \frac{1}{\infty} \right)$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\lambda} = \frac{1}{100} \Rightarrow \lambda = 100 \text{ nm}$$

$$f = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{100 \times 10^{-9}} = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}$$

۷۳ شکل زیر همه گذارهای ممکن را نشان می‌دهد.



فوتون‌های حاصل از گذارهای (۱)، (۲) و (۵) فرورسرخ هستند.

۷۴ تعداد فوتون‌های گسیلی از یک لامپ به توان P که نوری با طول موج λ گسیل می‌کند، در مدت زمان t برابر است با:

$$n = \frac{E}{hf} = \frac{Pt}{hf} = \frac{pt\lambda}{hc}$$

محیطی که لامپ در آن قرار دارد، در سامد نور گسیلی و در نتیجه تعداد فوتون‌هایی تأثیر است و hc نیز عددی ثابت است، بنابراین:

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{P_B}{P_A} \times \frac{t_B}{t_A} \times \frac{\lambda_B}{\lambda_A} \quad P_A = 7P_B, \lambda_A = \lambda_B + 0.2\lambda_B = 1.2\lambda_B \rightarrow t_B = 1s, t_A = 3s$$

$$\frac{n_B}{n_A} = \frac{P_B}{7P_B} \times \frac{1}{3} \times \frac{\lambda_B}{1.2\lambda_B} = \frac{1}{7} \times \frac{1}{3} \times \frac{1}{1.2} = \frac{10}{252}$$

$$\Rightarrow \frac{n_B}{n_A} = \frac{10}{252}$$

۷۵ بلندترین طول موج تابشی وقتی رخ می‌دهد که الکترون، تابشی با حداقل انرژی انجام دهد، یعنی:

$$E_{\min} = hf = \frac{hc}{\lambda_{\max}}$$

همچنین کوتاه‌ترین طول موج تابشی وقتی رخ می‌دهد که الکترون، تابشی با حداکثر انرژی انجام دهد، یعنی:

$$E_{\max} = hf = \frac{hc}{\lambda_{\min}}$$

بنابراین الکترون B باید کوتاه‌ترین پرش خود را انجام دهد، یعنی از تراز $n = 4$ به تراز $n' = 3$ گذاری انجام دهد در مورد الکترون A، عکس این قضیه صحیح است و الکترون A باید بلندترین پرش خود را انجام دهد، یعنی از تراز $n = 3$ به تراز $n' = 1$ گذاری انجام دهد، بنابراین برای الکترون‌های A و B می‌توان نوشت:

$$\frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{\frac{1}{\lambda_B} R \left(\frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} \right)}{\frac{1}{\lambda_A} R \left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{3^2} \right)} = \frac{1 - \frac{1}{16}}{1 - \frac{1}{9}} = \frac{15}{8} = \frac{16 \times 9}{16 \times 8} = \frac{9}{8}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_A}{\lambda_B} = \frac{9}{8}$$

۴ ۸۰ با توجه به پاسگی انرژی مکانیکی بین دو نقطه A و B داریم

$$h_A = L - L \cos 60^\circ = 4 - 4 \times \frac{1}{2} = 2 \text{ m}$$

$$K_A + U_A = K_B \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 + mgh_A = K_B$$

$$\Rightarrow 22 \text{ m} + 20 \text{ m} = K_B \Rightarrow K_B = 42 \text{ m} \quad (*)$$

بین نقاط B و C داریم:

$$\frac{U_B + K_B + W_f = K_C + U_C}{h_C = L \sin 37^\circ = 5 \times 0.6 = 3 \text{ m}} \rightarrow 42 \text{ m} + W_f = 20 \text{ m} \Rightarrow W_f = -22 \text{ m}$$

$$\frac{W_f - K_A}{K_A} \times 100 = \frac{22 \text{ m} - 22 \text{ m}}{22 \text{ m}} \times 100 = 0\% \Rightarrow 21/25$$

بنابراین:

۴ ۸۱ با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\begin{cases} K_f = 1/69 K_1 \\ v_f = at + v_1 \xrightarrow{\text{حرکت با شتاب ثابت}} v_f = 1/5 \times 10 + v_1 \\ \Rightarrow v_f = 15 + v_1 \end{cases}$$

با توجه به رابطه انرژی جنبشی داریم:

$$\frac{K_f}{K_1} = \left(\frac{v_f}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1/69 = \left(\frac{15 + v_1}{v_1}\right)^2 \Rightarrow 1/3 = \frac{15 + v_1}{v_1}$$

$$\Rightarrow 1/3 v_1 = 15 + v_1 \Rightarrow 0.33 v_1 = 15 \Rightarrow v_1 = 50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین:

$$v_f = 15 + v_1 = 15 + 50 \Rightarrow v_f = 65 \frac{\text{m}}{\text{s}} \xrightarrow{\times 3.6} v_f = 234 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

۲ ۸۲ با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$$\Delta K = -0.4 K_1 = -0.4 \times \left(\frac{1}{2} m v_1^2\right)$$

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$\Delta K = W_t = W_{f_k} = -f_k d$$

$$\Rightarrow -0.2 m v_1^2 = -f_k d \Rightarrow 0.2 m v_1^2 = f_k d \xrightarrow{p = mv} \Rightarrow 0.2 p_1 v_1 = f_k d$$

$$\Rightarrow 0.2 \times 2000 \times 50 = 2/4 \times 10^3 \times 50 \Rightarrow v_1 = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

بنابراین با توجه به رابطه تکانه داریم:

$$p_1 = m v_1 \Rightarrow 2000 = m \times 20 \Rightarrow m = 100 \text{ kg}$$

۱ با توجه به رابطه توان داریم:

$$P = \frac{W}{t} \Rightarrow \frac{P_A}{P_B} = \frac{W_A}{W_B} \times \frac{t_B}{t_A} = 1 \times \frac{1/5}{5} = 1/5$$

$$\Rightarrow P_A = 1/5 P_B \quad (*)$$

از طرفی داریم:

$$P_A - P_B = 600 \xrightarrow{(*)} 0.8 P_B = 600 \Rightarrow P_B = 1200 \text{ W}$$

$$\Rightarrow P_A = 180 \text{ W}$$

در نتیجه داریم:

$$P_A = \frac{W}{t} \Rightarrow P_A = \frac{mg \Delta h}{t} \Rightarrow 180 = \frac{m \times 10 \times 20}{30} \Rightarrow m = 270 \text{ kg}$$

$$K_f + U_f + W_f = K_r + U_r + U_c \quad (2 \quad 76)$$

$$\Rightarrow mgh_1 - f_D d = mgh_r + U_c$$

$$\xrightarrow{d = h_r - h_1} mgh_1 - f_D (h_r - h_1) = mgh_r + U_c$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 10 \times 16 - f_D \times 10.5 = 0.5 \times 10 \times 0.1 + 2.25$$

$$\Rightarrow 8 - 2.25 = 10.5 f_D \Rightarrow f_D = \frac{5.75}{10.5} = 0.547 \text{ N}$$

۴ ۷۷ با توجه به شیب خط نمودار داده شده در سؤال داریم:

$$\tan 37^\circ = \frac{v_r}{\Delta} \Rightarrow 0.6 = \frac{v_r}{\Delta} \Rightarrow v_r = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

از طرفی می دانیم مساحت سطح زیر نمودار $v-t$ برابر با جابه جایی است، بنابراین:

$$d = \frac{\Delta \times 2}{2} = 7/5 \text{ m}$$

با توجه به قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_1^2) = \frac{1}{2} \times 0.4 \times (9 - 0) = 1.8 \text{ J}$$

$$W_f + W_{f_k} = W_t \Rightarrow W_f - f_k d = W_t$$

بنابراین:

$$\Rightarrow 6 - 7/5 f_k = 1.8 \Rightarrow 7/5 f_k = 4.2 \Rightarrow f_k = 0.56 \text{ N}$$

۲ ۷۸ کار کل انجام شده روی دو قایق، برابر است، بنابراین طبق قضیه

کار - انرژی جنبشی، انرژی جنبشی دو قایق هم در انتها با هم برابر است.

$$K_1 = K_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_1^2 = \frac{1}{2} \times 2 \text{ m} \times v_f^2 \Rightarrow 10^2 = 2 v_f^2$$

$$\Rightarrow v_f^2 = 50 \Rightarrow v_f = 5\sqrt{2} \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

۴ ۷۹ کار کل انجام شده بر روی جسم در شکل (۱) برابر است با:

$$\begin{cases} W_1 = F_d \cos 18^\circ = -1/2 Fd \\ W_f = F_f d \cos 45^\circ = 2/5 Fd \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1/75 Fd \\ W_r = F_r d \cos 45^\circ = 1/5 Fd \times \frac{\sqrt{2}}{2} = 1/10 Fd \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{t_1} = 1/6 Fd$$

کار کل انجام شده بر روی جسم در شکل (۲) برابر است با:

$$\begin{cases} W_1 = F_d \cos 0^\circ = 0.7 Fd \\ W_f = F_f d \cos 30^\circ = 2 Fd \times \frac{\sqrt{3}}{2} = 1.7 Fd \\ W_r = F_r d \cos 37^\circ = 1/5 Fd \times 0.8 = 1/2 Fd \end{cases}$$

$$\Rightarrow W_{t_2} = 3/6 Fd$$

هر دو جسم از حال سکون شروع به حرکت می کنند، بنابراین طبق قضیه کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_t = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_1^2)$$

$$\Rightarrow \frac{W_{t_2}}{W_{t_1}} = \frac{m_f}{m_1} \times \left(\frac{v_f'}{v_f}\right)^2 \Rightarrow \frac{3/6 Fd}{1/6 Fd} = 2 \times \left(\frac{v_f'}{v_f}\right)^2$$

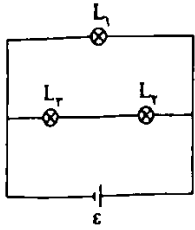
بنابراین:

$$\Rightarrow \frac{3}{2} = \sqrt{2} \times \frac{v_f'}{v_f} \Rightarrow \frac{v_f'}{v_f} = \frac{3\sqrt{2}}{4}$$

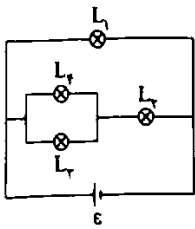
۸۷) با بستن کلید K به دلیل موازی شدن دو لامپ، مقاومت معادل

دو مقاومت کاهش می‌یابد، در نتیجه مقاومت کل مدار نیز کاهش می‌یابد. با توجه به رابطه $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r}$ با کاهش مقاومت معادل، جریان در مدار افزایش می‌یابد.

قبل از بستن کلید K: $R_{eq1} = \frac{rR \times R}{rR + R} = \frac{r}{2}R \Rightarrow I = \frac{\mathcal{E}}{\frac{r}{2}R} = 1/5 \frac{\mathcal{E}}{R}$

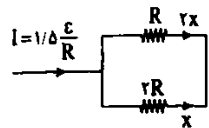


بعد از بستن کلید K:



$R'_{eq1} = \frac{rR}{\Delta} \Rightarrow I' = \frac{\mathcal{E}}{\frac{rR}{\Delta}} = \frac{\Delta}{r} \frac{\mathcal{E}}{R}$

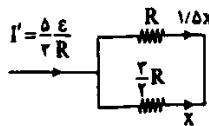
با بستن کلید K، جریان خروجی از باتری افزایش یافته است. جریان گذرنده از لامپ L1 قبل از بستن کلید K برابر است با:



$2x + x = 1/5 \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow 3x = 1/5 \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow x = 1/15 \frac{\mathcal{E}}{R}$

پس جریان گذرنده از لامپ L1 برابر است با: $I_1 = 2x = 2 \times 1/15 \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{7.5R}$

جریان گذرنده از لامپ L1 بعد از بستن کلید K برابر است با:

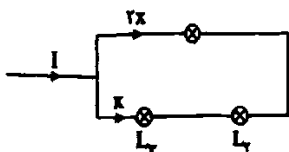


$x + 1/5x = \frac{\Delta}{r} \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow 2/5x = \frac{\Delta}{r} \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow x = \frac{\Delta}{2r} \times \frac{1}{5} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\Delta}{10r} \frac{\mathcal{E}}{R}$

پس جریان گذرنده از لامپ L1 برابر است با: $I'_1 = 1/5x = \frac{\Delta}{50r} \frac{\mathcal{E}}{R} = \frac{\mathcal{E}}{R}$

جریان گذرنده از لامپ L1 در دو حالت، یکسان است، پس روشنایی لامپ L1 در دو حالت، یکسان است.

جریان گذرنده از لامپ L1 در حالتی که کلید K باز است، برابر است با:



$I = x + 2x \Rightarrow 1/5 \frac{\mathcal{E}}{R} = 3x \Rightarrow x = 1/15 \frac{\mathcal{E}}{R} \Rightarrow I_1 = 2x = 2/15 \frac{\mathcal{E}}{R}$

$W_{fk} = -f_k d = -20 \times 20 = -600 \text{ J}$
 $W_{mg} = -\Delta U = -mg\Delta h = -80 \times 10 \times 10 = -8000 \text{ J}$
 $W_{fD} = -750 \text{ J}$
 $W_t = \Delta K = \frac{1}{2} m (v_f^2 - v_i^2) = 40 \times (2/5)^2 = 250 \text{ J}$

$\Rightarrow W_t = W_F + W_{fk} + W_{mg} + W_{fD}$
 $\Rightarrow 250 = W_F - 600 - 8000 - 750 \Rightarrow W_F = 9600 \text{ J}$

بنابراین توان موتور برابر است با: $P_{\text{موتور}} = \frac{W_F}{t} = \frac{9600}{8} = 1200 \text{ W}$

۸۸) با توجه به رابطه بازده (Ra) بر حسب درصد داریم:

$Ra = \frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow 0/6 = \frac{P_{\text{اتلاfi}} - P_{\text{ورودی}}}{P_{\text{ورودی}}} \Rightarrow P_{\text{اتلاfi}} = 0/4 P_{\text{ورودی}}$

با توجه به اطلاعات داده شده در سؤال داریم:

$\begin{cases} P'_{\text{ورودی}} = 0/8 P_{\text{ورودی}} \\ P'_{\text{اتلاfi}} = 1/1 P_{\text{ورودی}} \end{cases}$

$\Rightarrow Ra' = \frac{P'_{\text{خروجی}}}{P'_{\text{ورودی}}} \times 100 = \frac{P'_{\text{ورودی}} - P'_{\text{اتلاfi}}}{P'_{\text{ورودی}}} \times 100$

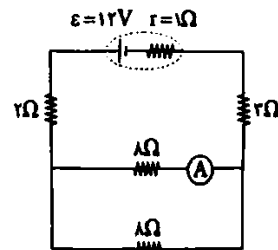
$\Rightarrow Ra' = \frac{0/8 P_{\text{ورودی}} - 1/1 \times (0/4 P_{\text{ورودی}})}{0/8 \times P_{\text{ورودی}}} \times 100$

$\Rightarrow Ra' = \frac{0/4 \times P_{\text{ورودی}}}{0/8 \times P_{\text{ورودی}}} \times 100 \Rightarrow Ra' = 50\%$

۸۹) مقاومت معادل مدار برابر است با:

$R_{eq(6,12)} = \frac{6 \times 12}{6 + 12} = 4 \Omega$

$R_{eq(1,4,2)} = 1 + 4 + 2 = 7 \Omega$

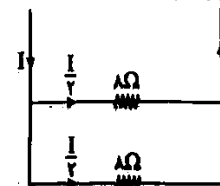


$R_{eq(2,8)} = \frac{2 \times 8}{2 + 8} = 1.6 \Omega$

$R_{eq} = 4 + 2 + 1.6 = 7.6 \Omega$

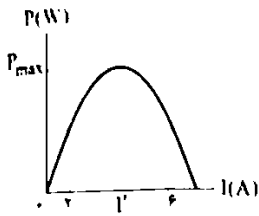
جریان خروجی از باتری برابر است با: $I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow I = \frac{12}{7.6 + 1} = 1/2 A$

با توجه به قاعده تقسیم جریان در مقاومت‌های موازی داریم:



$\frac{I}{2} = \frac{1/2}{2} = 0/16 A$

۹۴. نمودار نوسانات توان خروجی از باتری بر حسب جریان عبوری از آن مطلق شکل زیر است



$$\begin{cases} I' = \frac{2+6}{2} = 4A \\ I' = \frac{\mathcal{E}}{2r} \Rightarrow \frac{\mathcal{E}}{2r} = 4 \Rightarrow \mathcal{E} = 8r \quad (*) \end{cases}$$

با توجه به جریان‌های خروجی از باتری داریم:

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R+r} \Rightarrow 2 = \frac{\mathcal{E}}{4/5+r} \Rightarrow 9+2r = \mathcal{E}$$

$$\xrightarrow{(*)} 9+2r = 8r \Rightarrow 6r = 9 \Rightarrow r = 1/5 \Omega$$

بنابراین نیروی محرکه باتری برابر است با:

$$P_{\max} = \frac{\mathcal{E}^2}{4r} = \frac{12 \times 12}{4 \times 1/5} = 24W$$

دقت کنید: می‌توانستیم توان خروجی از باتری را از رابطه زیر نیز به دست آوریم:

$$P_{\max} = RI^2 \xrightarrow{R=r} P_{\max} = 1/5 \times 4^2 = 24W$$

توان خروجی باتری از رابطه $P = \mathcal{E}I - rI^2$ محاسبه می‌شود.

در نتیجه برای انرژی خروجی از باتری داریم:

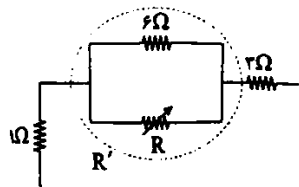
$$U = (\mathcal{E}I - rI^2)t = 0.12 \times 2 / 6 \times 10^6 = (12 \times I - 0.5 \times I^2) \times 300 \times 60$$

$$\Rightarrow 0.5I^2 - 12I + 24 = 0 \Rightarrow I^2 - 24I + 48 = 0 \Rightarrow \begin{cases} I = 2A \\ I = 24A \end{cases}$$

باید محاسبه کنیم با چه مقاومتی، جریان به دست آمده در مدار ایجاد می‌شود.

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R_{eq} + r} \Rightarrow R_{eq} + r = \frac{\mathcal{E}}{I} \Rightarrow \begin{cases} R_{eq} + r = \frac{12}{2} = 6/5 \Omega \quad (\checkmark) \\ R_{eq} + r = \frac{12}{24} \Omega \quad (*) \end{cases}$$

$$R_{eq} + r = 6/5 \Rightarrow R_{eq} = 6 \Omega \quad \text{بنابراین:}$$



$$R_{eq} = R' + 1 + 2 = 6$$

$$\Rightarrow R' = 2 \Rightarrow \frac{6 \times R}{6 + R} = 2 \Rightarrow R = 2 \Omega$$

پس باید مقاومت رنوستا 2Ω کاهش یابد.

جریان خروجی از باتری برابر است با

$$12I = 12 \times 2 = 24A$$

مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم

$$\frac{1}{R'} = \frac{1}{12} + \frac{1}{8} + \frac{1}{12} + \frac{1}{24} + \frac{1}{6} = \frac{12}{24} \Rightarrow R' = \frac{24}{12} = 2 \Omega$$

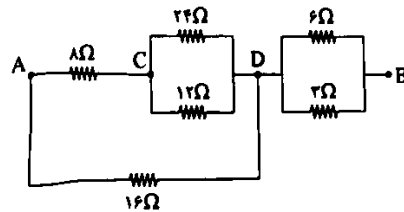
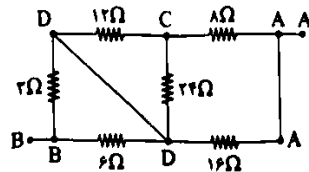
$$R' = \frac{2 \times 6}{2 + 6} = 2 \Omega$$

$$R_{eq} = R' + R'' + 4 = 2 + 2 + 4 = 8 \Omega$$

ولت‌سج، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری را نشان می‌دهد، بنابراین:

$$V = IR_{eq} = 24 \times 8 = 288V$$

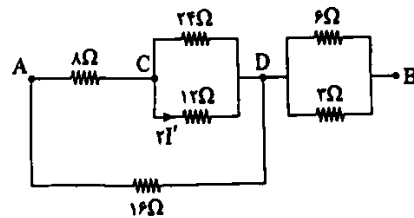
۹۳. به وسیله نام‌گذاری نقاط، مدار را ساده‌تر می‌کنیم:



مقاومت معادل مدار برابر است با:

$$R_{eq} = \frac{16 \times 16}{16 + 16} + 2 = 10 \Omega$$

جریان عبوری از هر مقاومت را به دست می‌آوریم:



توان مصرفی هر مقاومت برابر است با:

$$\begin{cases} P_1 = 8 \times 2^2 = 32W \\ P_2 = 24 \times 24^2 = 144W \\ P_3 = 12 \times 24^2 = 72W \\ P_4 = 16 \times 24^2 = 9216W \rightarrow P_{\max} \\ P_5 = 6 \times 24^2 = 3456W \\ P_6 = 2 \times 24^2 = 1152W \end{cases}$$

بنابراین:

$$P_{\max} = 36W \Rightarrow 144I^2 = 36 \Rightarrow I^2 = 0.25 \Rightarrow I' = 0.5A$$

حداکثر اختلاف پتانسیل الکتریکی بین نقاط A و B برابر است با:

$$V = IR_{eq} = 2 \times 10 = 20V$$

۱۰۴ حرفه F_2 واکس را ناس می کند اما مقدار آن را کاهش نمی دهد

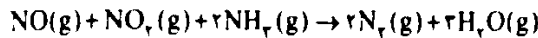
۱۰۵ (۴) مطلق نمودار داده شده می توان نوشت

$$8a - 5a = 186 \Rightarrow 3a = 186 \Rightarrow a = 62 \text{ kJ}$$

انرژی فعال سازی واکنش در حضور کاتالیزگر برابر با ۶۵ است

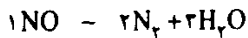
$$a = 6(62) = 372 \text{ kJ}$$

۱۰۶ (۲) معادله موازنه شده واکنش احام شده به صورت زیر است



مطلق داده های سؤال مقدار N موجود در هر کدام از اکسیدهای NO و NO_2 برابر با ۷۰۵g است.

$$? \text{ mol NO} = 705 \text{ g N} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14 \text{ g N}} \times \frac{1 \text{ mol NO}}{1 \text{ mol N}} = 0.075 \text{ mol NO}$$



$$\frac{0.075 \text{ mol NO}}{1} = \frac{x \text{ mol فرآورده}}{2+2} \Rightarrow x = 0.3 \text{ mol فرآورده}$$

۱۰۷ (۳) برای قسمت اول سؤال می توان نوشت:

$$\% \text{CO} = \frac{5/99 - 0/61}{5/99} \times 100 = 89/8$$

$$\% \text{C}_8\text{H}_{18} = \frac{1/67 - 0/07}{1/67} \times 100 = 95/8$$

$$\% \text{NO} = \frac{1/04 - 0/04}{1/04} \times 100 = 96/15$$

برای قسمت دوم سؤال کافیت جرم هر آلاینده در حالت استفاده از کاتالیزگر را به مول تبدیل کرده و با هم مقایسه کنیم.

$$\text{CO}: \frac{0/61}{28} = 0.021 \text{ mol}$$

$$\text{C}_8\text{H}_{18}: \frac{0/07}{114} = 0.0006 \text{ mol}$$

$$\text{NO}: \frac{0/04}{30} = 0.0013 \text{ mol}$$

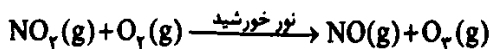
۱۰۸ (۲) آلاینده های A، B و C به ترتیب گازهای NO_2 ، NO و O_3 هستند.

بررسی عبارت ها:

آ گاز NO_2 به رنگ قهوه ای است و به همین دلیل، هوای آلوده به رنگ قهوه ای دیده می شود.

ب) در ساختار لوویس گازهای NO و NO_2 ، الکترون جفت نشده وجود دارد.

پ) معادله واکنش تولید اوزون تروپوسفری به صورت زیر است:



ت) هر سه مولکول O_3 ، NO، NO_2 قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند.

۱ فقط عبارت دوم درست است.

بررسی عبارت های نادرست:

• گاز N_2 با گاز O_2 واکنش نمی دهد، اما درون موتور خودرو اندکی از آن ها به گاز نیتروژن مونوکسید تبدیل می شود.

• فقط فسفر سفید در هوا و در دمای اتاق می سوزد.

• در تمامی واکنش های گرماگیر و شماری از واکنش های گرما ده، انرژی

فعال سازی واکنش، بیشتر از مقدار گرمای مبادله شده است.

۹۶ (۳) به هر عبارت آخر، سایر عبارت ها درست هستند

• برخی از فلزهای اصلی مانند Sn و Pb، از نوع اعداد اکسایش برحوردارند

۹۷ (۳) بررسی عبارت های نادرست:

ب) فولاد در برابر خوردگی از مقاومت کمی برحوردار است

ت) نیتیم و فولاد از نظر مقاومت در برابر سایش، تفاوت چندانی با هم ندارند.

۹۸ (۴) در نمودار (I)، ماده مورد نظر، طول موج های ۴۰۰ تا ۷۰۰

نانومتر که مربوط به نور مرئی می باشد را جذب نکرده است، پس این ماده باید سفیدرنگ باشد، مانند TiO_2 .

در نمودار (II)، ماده مورد نظر طول موج های ۶۰۰ تا ۷۰۰ نانومتر که مربوط به رنگ سرخ است را جذب نمی کند و این طول موج ها را بازتاب کرده است. پس این ماده باید سرخ رنگ باشد، مانند Fe_2O_3 .

۹۹ (۲) به جز عبارت نخست، سایر عبارت ها درست هستند.

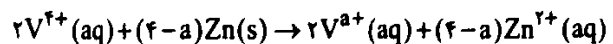
سیلیسیم کربید (SiC) یک ساینده آزران است که در تهیه سنباده به کار می رود.

۱۰۰ (۱) • یون های $\text{VO}_2^+(aq)$ و $\text{V}^{2+}(aq)$ به ترتیب همان

یون های وانادیم (V) و وانادیم (III) هستند که زرد و سبزرنگ هستند.

طول موج رنگ زرد، بلندتر از طول موج رنگ سبز است.

• یون $\text{VO}^{2+}(aq)$ همان یون وانادیم (IV) است:



$$\frac{0/2 \times 0/2}{2} = \frac{1/3}{(4-a) \times 65} \Rightarrow a = 3 \Rightarrow \text{V}^{3+}$$

۱۰۱ (۲) عبارت های «ب» و «ت» درست هستند.

بررسی عبارت های نادرست:

آ) مدل دریای الکترونی فلزها برای توجیه جلای فلزی، کاربردی ندارد.

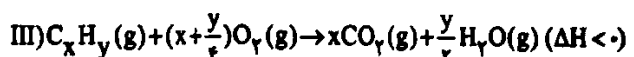
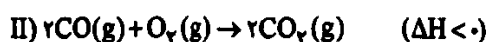
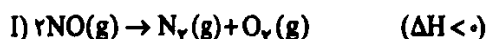
پ) براساس مدل دریای الکترونی، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون ها در سه بُعد است که در فضای میان آن ها، الکترون های ظرفیتی اتم فلزی، دریایی را ساختارمند و در آن آزادانه جابه جا می شوند.

۳ عبارت گزینه (۳) نادرست و سایر عبارت ها درست هستند.

در مبدل کاتالیستی خودروها از فلزهای Rh، Pd و Pt استفاده می شود.

۲ به جز عبارت نخست، سایر عبارت ها درست هستند.

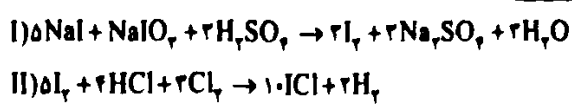
معادله موازنه شده هر سه واکنش در زیر آمده است:



همان طور که می بینید در واکنش (I)، گاز اکسیژن جزو فرآورده های واکنش است. هر سه واکنش، گرما ده بوده و در آن ها سطح انرژی فرآورده ها، پایین تر از سطح انرژی واکنش دهنده ها است.

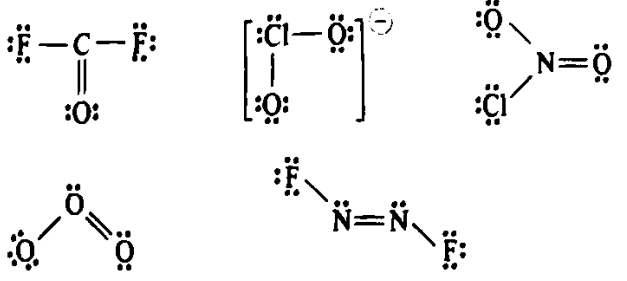
۱۱۶ بررسی عبارت‌های نادرست.

ب) کاتالیزرها در واکنش شرکت می‌کنند؛ اما در بابل واکنش ماقی می‌ماند.
ت) تنها راه کاهش انرژی فعال‌سازی واکنش، استفاده از کاتالیزگر مناسب است.



مجموع ضرایب اجزای واکنش‌های (I) و (II) به ترتیب برابر با ۱۸ و ۲۴ و تفاوت آن‌ها برابر با ۶ است.

۱۱۸) ساختار لوویس هر پنج گونه در زیر رسم شده است:



به جز O_3 ، در سایر گونه‌ها، شمار جفت‌الکترون‌های ناپیوندی برابر با ۸ است.

۱۱۹ بررسی عبارت‌های نادرست.

ا) اگر لایه هواکره وجود نداشت، میانگین دمای کره زمین به $18^\circ C$ کاهش می‌یافت.

ب) سوخت سبز به وسیله جانداران ذره‌بینی به مواد ساده‌تر تجزیه می‌شوند.
ت) سنگ‌های متخلخل در زیرزمین، میدان‌های قدیمی گاز و چاه‌های قدیمی نفت، جاهای مناسبی برای دفن گاز کربن دی‌اکسید هستند.

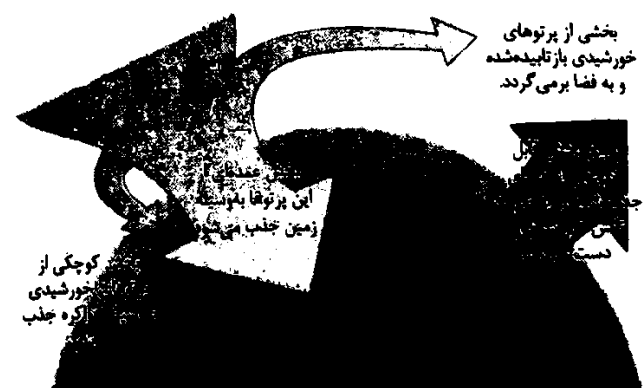
۱۲۰ فقط عبارت سوم درست است.

بررسی عبارت‌های نادرست.

• وجود اوزون تروپوسفری در هوایی که تنفس می‌کنیم، سبب سوزش چشم‌ها و آسیب دیدن ریه‌ها می‌شود.
• برای تبدیل CO_2 به مواد معدنی در نیروگاه‌ها، آن را با اکسیدهایی مانند MgO و CaO واکنش می‌دهند.
• اصطلاح لایه اوزون به منطقه مشخصی از استراتوسفر گفته می‌شود که بیشترین مقدار اوزون در آن محدوده قرار دارد.

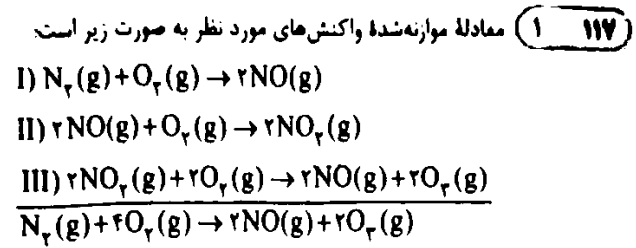
۱۲۱ عبارت‌های سوم و چهارم درست هستند.

برای بررسی نادرستی عبارت‌های اول و دوم به شکل زیر توجه کنید:



۱۱۶ به جز عبارت آخر، سایر عبارت‌ها درست هستند.

هنگامی که نلش پراسرزی فرانسفش به مولکول O_3 می‌رسد، یک پیوند اشتراکی بین دوتا از اتم‌های اکسیژن می‌شکند و به یک اتم O و یک مولکول O_2 تبدیل می‌شود.



مطابق واکنش نهایی، به‌ازای تولید یک مول اوزون تروپوسفری، ۲ مول گاز O_3 مصرف و یک مول گاز NO تولید می‌شود.

۱۱۸) هر چهار عبارت پیشنهادشده درست هستند.

عنصر A می‌تواند عنصرهای K ، Ca ، Cr ، Cu و Ag باشد.
عنصرهای E، D، X و Y به ترتیب Al ، Cl ، N و As هستند.

بررسی عبارت‌ها.

• اگر اکسید A به صورت AO باشد (۲ مول یون)، یکی از دو عنصر Cr و Cu بوده و فرمول سولفید مس می‌تواند به صورت Cu_2S باشد.

• Al در طبیعت به حالت آزاد یافت نشده، بلکه به شکل بوکسیت (Al_2O_3) به همراه ناخالصی در طبیعت وجود دارد.

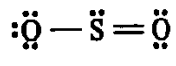
• ساده‌ترین ترکیب دوتایی از N و Cl به صورت NCl_3 بوده و نیتروزن تری‌کلرید نام دارد.

• N و Cl جزو نافلزها بوده و برخی از اکسیدهای آن‌ها، جزو اکسیدهای اسیدی هستند.

۱۱۹ بررسی عبارت‌های نادرست.

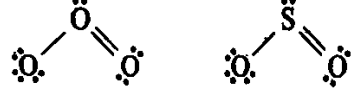
ب) نوع فراورده‌ها در واکنش سوختن سوخت‌های فسیلی، به مقدار اکسیژن در دسترس بستگی دارد؛ به طوری که اگر اکسیژن کافی باشد، سوختن کامل انجام می‌شود و گاز کربن دی‌اکسید و بخار آب تولید می‌گردد. اما اگر مقدار اکسیژن کم باشد، گاز کربن مونوکسید به همراه دیگر فراورده‌ها تولید خواهد شد؛ در این حالت گفته می‌شود سوختن ناقص است.

ت) بر اثر سوختن زغال‌سنگ، اکسیدی از گوگرد (SO_2) تولید می‌شود که تفاوت شمار جفت‌الکترون‌های پیوندی و جفت‌الکترون‌های ناپیوندی مولکول آن برابر با ۳ است:



۱۲۰ هر چهار عبارت درست هستند.

در ارتباط با عبارت چهارم باید گفت که فرمول مولکولی ساده‌ترین اکسید گوگرد به صورت SO_2 بوده و ساختار لوویس آن مشابه ساختار لوویس O_3 است.

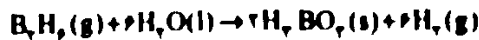


۱۲۱ عبارت‌های «آ» و «ب» درست هستند.

بررسی عبارت‌های نادرست.

ب) آنتالپی پیوند موجود در آن، معادل آنتالپی واکنش $CO(g) \rightarrow C(g) + O(g)$ است.

۳۶) معادله واکنش هدف به صورت زیر است



برای رسیدن به این واکنش، کلی است تغییرات زیر را بر روی واکنش‌های کمکی اعمال کنیم

واکنش c را به هملی صورت می‌نویسیم

ضرایب واکنش b را در عدد ۲ ضرب می‌کنیم

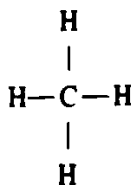
واکنش s را وارونه و ضرایب آن را در عدد ۶ ضرب می‌کنیم

سپس هر سه واکنش را با هم جمع کنیم:

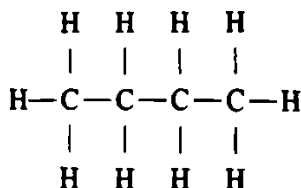
$$\Delta H(\text{هدف}) = \Delta H_c + 2\Delta H_b - 6\Delta H_s$$

$$= (-1376) + 2(-111) - 6(-184) = -494 \text{ kJ}$$

۳۷) مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



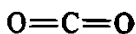
$$4\Delta H(\text{C}-\text{H}) = 1660 \Rightarrow \Delta H(\text{C}-\text{H}) = 415 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



$$2\Delta H(\text{C}-\text{C}) + 10\Delta H(\text{C}-\text{H}) = 5200$$

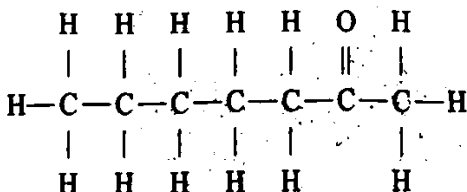
$$\Rightarrow 2\Delta H(\text{C}-\text{C}) + 10(415) = 5200$$

$$\Rightarrow \Delta H(\text{C}-\text{C}) = 250 \text{ kJ.mol}^{-1}$$



$$2\Delta H(\text{C}=\text{O}) = 1600 \Rightarrow \Delta H(\text{C}=\text{O}) = 800 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

کتون موجود در میخک همان ۲- هیتانول است:



$$14\Delta H(\text{C}-\text{H}) + 6\Delta H(\text{C}-\text{C}) + \Delta H(\text{C}=\text{O})$$

$$= 14(415) + 6(250) + (800) = 5810 + 1500 + 800 = 8110 \text{ kJ}$$

۳) گرمای سوختن یک مول، ارزش سوختنی و مقدار CO_2

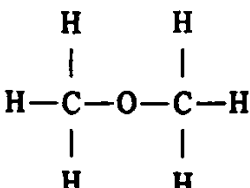
حاصل از سوختن کامل یک گرم اتان در مقایسه با اتانول بیشتر است.

• اتانول در شرایط معمولی به حالت مایع، ولی اتان گازی شکل است. بنابراین

دمای جوش اتانول بیشتر از دمای جوش اتان است.

• اتان (C_2H_6) فاقد ایزومر بوده، در حالی که اتانول ($\text{C}_2\text{H}_5\text{OH}$) دارای

یک ایزومر ساختاری با گروه عاملی اتری است:



۳۷) اگر آن حاکی تفاوت فرمول مولکولی متان (CH_4) و پروپان

(C_3H_8)، معادل تفاوت فرمول مولکولی پنتان (C_5H_{12}) و پروپان

(C_3H_8) و به اندازه دو گروه $-\text{CH}_2-$ است. تفاوت آنتالپی سوختن متان و

پروپان نیز به تقریب معادل تفاوت آنتالپی سوختن پنتان و پروپان خواهد بود.

$$\Delta H(\text{پنتان سوختن}) = (-2220) + (-2220) - (-890)$$

$$= -2570 \text{ kJ.mol}^{-1}$$

ΔH به دست‌آمده مربوط به دمای 25°C و تولید ۶ مول آب به حالت مایع

است. در صورتی که ۶ مول بخار آب تولید شود، گرمای آزادشده، به اندازه

آنتالپی تبخیر ۶ مول آب، کم‌تر از مقدار فوق خواهد بود:

$$\Delta H = (-2570) + 6(45) = -2300 \text{ kJ}$$

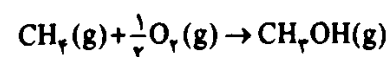
۳۸) بررسی عبارتهای تادرست،

ا) به کمک گرماسنج لیوانی می‌توان گرمای واکنش را در فشار ثابت اندازه‌گیری کرد.

ب) در واکنش فتوسنتز که یک واکنش گرماگیر ($\Delta H > 0$) است، سطح

نرژی مواد، افزایش و پایداری آن‌ها کاهش می‌یابد.

۳۹) معادله واکنش اول به صورت زیر است:



$$\Delta H(\text{واکنش}) = \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند} \right] - \left[\text{مجموع آنتالپی پیوند فرآورده} \right]$$

$$= \left[\text{واکنش دهنده‌ها} \right] - \left[\text{واکنش گیرنده‌ها} \right]$$

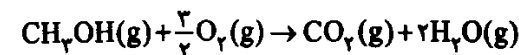
$$\Delta H(\text{واکنش}) = [4\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \frac{1}{2}\Delta H(\text{O}=\text{O})]$$

$$- [2\Delta H(\text{C}-\text{H}) + \Delta H(\text{C}-\text{O}) + \Delta H(\text{O}-\text{H})]$$

A

$$-180 = [4(415) + \frac{1}{2}(496)] - A \Rightarrow A = 2088 \text{ kJ}$$

معادله واکنش دوم به صورت زیر است:



$$\Delta H(\text{واکنش}) = [A + \frac{3}{2}\Delta H(\text{O}=\text{O})] - [2\Delta H(\text{C}=\text{O})$$

$$+ 4\Delta H(\text{O}-\text{H})] = [2088 + \frac{3}{2}(496)] - [2(800) + 4(465)]$$

$$= -628 \text{ kJ}$$

۴) مطابق داده‌های سؤال می‌توان نوشت:



$$\frac{A}{30} = \frac{2}{33} \times \frac{B}{180} \Rightarrow \frac{A}{B} = \frac{2/33 \times 30}{180} = \frac{5}{9}$$

در صورتی که در واکنش سوختن کامل اتان، ۲۱ مول اکسیژن و در واکنش سوختن

کامل گلوکز، ۱۵ مول اکسیژن مصرف شود، به ترتیب ۶A و $\frac{5}{9}B$ گرما آزاد می‌شود:

$$\frac{6A}{\frac{5}{9}B} = 6 \times \frac{2}{5} \times \frac{A}{B} = 6 \times \frac{2}{5} \times \frac{5}{9} = \frac{4}{3}$$

۱۲۹ - ۴ فرمول مولکولی ساده‌ترین عضو الکل‌ها، اترها، کتون‌ها و

آلدهیدها به ترتیب به صورت CH_3COCH_3 ، CH_3OCH_3 ، CH_3OH

و HCOH است به این ترتیب مقادیر a، b، c و d به صورت زیر است:

$$\text{CH}_3\text{OH}: a = \frac{1}{4} = 0.25$$

$$\text{CH}_3\text{OCH}_3: b = \frac{2}{6} = 0.33$$

$$\text{CH}_3\text{COCH}_3: c = \frac{3}{6} = 0.5$$

$$\text{HCOH}: d = \frac{1}{2} = 0.5$$

۱۳۰ ارزش سوختی کربوهیدرات و پروتئین یکسان است.

لینا حساب می‌کنیم ۱۰۰g آووکادو چند کیلوژول انرژی برای بدن فراهم می‌کند:

$$[(22 \times 38)] + [(13 + 3) \times 17] = 1108 \text{ kJ}$$

$$? \text{ kcal} = 25 \text{ g avocado} \times \frac{1108 \text{ kJ}}{100 \text{ g avocado}} \times \frac{1 \text{ kcal}}{4.184 \text{ kJ}} = 66.2 \text{ kcal}$$

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره						
دین و زندگی (۲)								
۱	<p>با توجه به آیه (قَدْ أَفْلَحَ مَنْ زَكَّاهَا) الف) تزکیه نفس چه نتیجه‌ای به دنبال دارد؟ رسیدن به رستگاری (۰/۲۵)</p> <p>ب) رمز سعادت و رستگاری انسان‌ها چیست؟ تزکیه نفس (۰/۲۵)</p>	۰/۵						
۲	<p>این حدیث پیامبر (ص) که می‌فرماید: «طلب علم بر هر مرد و زن مسلمان واجب است.» بیانگر کدام یک از معیارهای تمدن اسلامی است؟ عقل‌گرایی و علم‌آموزی (۰/۵)</p>	۰/۵						
۳	<p>صحیح یا غلط بودن هر یک از عبارات‌های زیر را مشخص کنید. الف) تنها زمینه پیدایش تمدن جدید «کلیسا و تعالیم تحریف شده» بود. غلط (۰/۲۵)</p> <p>ب) در تمدن قرون وسطایی کلیسا، این اعتقاد وجود داشت که تعقل با ایمان سازگاری ندارد. صحیح (۰/۲۵)</p>	۰/۵						
۴	<p>به سوالات زیر به صورت کوتاه پاسخ دهید. الف) پس از توبه، عامل تداوم پاکی جان و دل انسان‌ها چیست؟ باید علاوه بر توبه به سایر دستوراتی که خداوند فرمان داده است عمل نمود. (۰/۵)</p> <p>ب) احکام و قوانین دین اسلام، چه چیزی را برای انسان تضمین می‌کند؟ علاوه بر این که زندگی سالم در دنیا را تضمین می‌کند، سعادت و نیک‌بختی اخروی را نیز تأمین می‌کند. (۰/۵)</p> <p>ج) وصف نعمت‌های ابدی خداوند در قرآن چگونه بیان شده است؟ خداوند بخشی از آن را در قرآن کریم به ما معرفی کرده و مراتبی از آن هم که اخروی است در این دنیا قابل توصیف نیست. (۰/۵)</p> <p>د) تنها شیوه مطمئن و قابل اعتماد زندگی کدام است؟ زندگی دینی (۰/۲۵)</p> <p>ه) تولید فیلم‌های سینمایی به منظور گسترش فرهنگ و معارف اسلامی چه حکمی دارد؟ واجب کفایی (۰/۲۵)</p>	۲						
۵	<p>هر یک از احادیث سمت راست به کدام یک از معیارهای سمت چپ ارتباط دارد؟ (یک مورد در سمت چپ اضافی است)</p> <table border="1" data-bbox="256 1862 1398 2108"> <tr> <td data-bbox="256 1927 619 1985">الف) برترین جهاد، سخن حقی است که در مقابل سلطانی ستمگر بر زبان آید.</td> <td data-bbox="619 1927 1398 1985">۱- تحکیم بنیان خانواده</td> </tr> <tr> <td data-bbox="256 1985 619 2043">ب) فاطمه (س)، پاره‌ای از تن من است، هر که او را بیازارد، مرا آزرده است.</td> <td data-bbox="619 1985 1398 2043">۲- رشد و بالندگی علم و فرهنگ</td> </tr> <tr> <td data-bbox="256 2043 619 2102">۳- توجه به عدالت و حقوق مردم</td> <td data-bbox="619 2043 1398 2102"></td> </tr> </table> <p>الف) ۳) توجه به عدالت و حقوق مردم (۰/۲۵)</p>	الف) برترین جهاد، سخن حقی است که در مقابل سلطانی ستمگر بر زبان آید.	۱- تحکیم بنیان خانواده	ب) فاطمه (س)، پاره‌ای از تن من است، هر که او را بیازارد، مرا آزرده است.	۲- رشد و بالندگی علم و فرهنگ	۳- توجه به عدالت و حقوق مردم		۰/۵
الف) برترین جهاد، سخن حقی است که در مقابل سلطانی ستمگر بر زبان آید.	۱- تحکیم بنیان خانواده							
ب) فاطمه (س)، پاره‌ای از تن من است، هر که او را بیازارد، مرا آزرده است.	۲- رشد و بالندگی علم و فرهنگ							
۳- توجه به عدالت و حقوق مردم								

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۶	<p>مفاهیم و اصطلاحات زیر را تعریف کنید.</p> <p>الف) غسل تعمید:</p> <p>به اعتقاد غلط مبلغان مسیحی، آدم در بهشت اولیه مرتکب گناه شده است و این گناه به فرزندان آدم نیز سرایت کرده و هر کس با گناه اولیه به دنیا می‌آید؛ بنابراین هر کودکی پس از تولد باید غسل ویژه‌ای داده شود تا از آن گناه پاک شود، که به آن غسل تعمید گویند. (۱)</p> <p>ب) خانواده هسته‌ای:</p> <p>خانواده مرکب از پدر، مادر و فرزندان (۰/۷۵)</p>	۱/۷۵
۷	<p>رفتار آموزنده پیامبر (ص) را با دختر خود حضرت فاطمه (س) با هدف ارتقای جایگاه زن، بنویسید.</p> <p>خانه حضرت فاطمه (س) و خانه پدر در کنار یکدیگر بود. بین این دو خانه یک حیاط خلوت کوچک قرار داشت که در آن دو پنجره روبه‌روی هم، خانه پدر و دختر را به یکدیگر مرتبط می‌ساخت. هر صبح پدر در بجهت پنجره را می‌گشود و به دخترش سلام می‌کرد (۰/۵). هر گاه قصد سفر داشت، در منزل او را می‌زد و با او خداحافظی می‌کرد (۰/۵). هر گاه از سفر برمی‌گشت، فاطمه (س) اولین کسی بود که پیامبر (ص) به سراغش می‌آمد و حال او را می‌پرسید. (۰/۵)</p>	۱/۵
۸	<p>حکم فقهی هر یک از موارد زیر را مشخص کنید. (مستحب - واجب - واجب کفایی - حلال - حرام)</p> <p>الف) واردات و ترویج کالاهای سرمایه‌داران رژیم صهیونیستی (۰/۷۵) حرام</p> <p>ب) ایجاد پایگاه‌های اینترنتی در جهت اشاعه فرهنگ اسلامی توسط فردی که توانایی علمی آن را دارد. واجب کفایی (۰/۲۵)</p> <p>ج) ورزش جهت آماده شدن برای انجام وظایف الهی مستحب (۰/۲۵)</p>	۰/۷۵
۹	<p>کدام عامل باعث شد برخی حکومت‌های استبدادی و موروثی حاکم بر کشورهای اروپایی از صحنه خارج شوند؟</p> <p>(۱) توجه به قانون</p> <p>(۲) مشارکت مردم در تشکیل حکومت</p> <p>گزینه (۲) مشارکت مردم در تشکیل حکومت (۰/۵)</p>	۰/۵
۱۰	<p>روزی حامد به گذشته تاریخ و وجود دانشمندانی هم‌چون ابن‌سینا، ملاصدرا، فارابی و ... می‌اندیشید. به دوستش رو کرد و گفت چه می‌شد اگر در دوره زندگانی ما نیز چنین اندیشمندانی ظهور می‌کردند. اما دوستش با طعنه و کنایه گفت: «رسیدن به چنین هدف بزرگی، یک بلندپروازی است.»</p> <p>الف) چرا دوست حامد چنین نگاهی داشت و این هدف را دور از دسترس می‌دانست؟</p> <p>زیرا یک دریافت سطحی از توانمندی ذاتی انسان و قدرت جوانان داشت (۰/۷۵) و با آموزه‌های بیدارکننده اسلام آشنا نبود. (۰/۲۵)</p> <p>ب) حامد برای دست‌یابی به این هدف بزرگ چه برنامه‌هایی را می‌تواند به او پیشنهاد دهد؟</p> <p>۱- تلاش برای پیشگام شدن در علم و فناوری ۲- حضور مؤثر و فعال در جامعه جهانی ۳- ترسیم چهره عقلانی و منطقی دین اسلام (ذکر دو مورد کافی است، هر مورد (۰/۵))</p>	۱/۵
۱۱	<p>به کمک تعریف مشتق جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = x^2 - 1$ در نقطه‌ای به طول ۱ برابر می‌باشد. (۰/۲۵) ۲</p> <p>ب) شیب خط مماس بر منحنی تابع $y = \frac{1}{x}$ در نقطه‌ای به طول ۱ برابر می‌باشد. (۰/۲۵) -۱</p>	۰/۵

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۲/۲۵	<p>معادله خط مماس بر منحنی $f(x) = x^2 - 2x$ را در نقطه $A(1, f(1))$ به دست آورید.</p> $f(x) = x^2 - 2x \Rightarrow f(1) = 1 - 2 = -1 \quad (۰/۲۵)$ $m = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x - (-1)}{x - 1} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x - 1}$ $\therefore \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{x-1} = 1 + 1 - 1 = 1 \quad (۰/۵)$ <p>توجه کنید که برای تجزیه صورت کسر، آن را بر $(x-1)$ تقسیم می‌کنیم:</p> $\begin{array}{r l} x^2 - 2x + 1 & x - 1 \\ \hline -(x^2 - x^2) & x^2 + x - 1 \\ \hline x^2 - 2x + 1 & \\ \hline -(x^2 - x) & \\ \hline -x + 1 & (۰/۵) \\ \hline -(-x + 1) & \\ \hline 0 & \end{array}$ <p>حال با داشتن $m=1$ و $A(1, -1)$ معادله خط مماس را می‌نویسیم:</p> $y - (-1) = 1(x - 1) \Rightarrow y = x - 1 - 1 \Rightarrow y = x - 2 \quad (۰/۵)$	۱۲

۱	<p>اگر مشتق تابع f در نقطه‌ای مانند a موجود باشد، نشان دهید مشتق تابع $g(x) = f(x) + b$ نیز در نقطه a موجود بوده و داریم:</p> $g'(a) = f'(a)$ <p>می‌دانیم $f'(a)$ موجود است، پس داریم:</p> $g'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{g(x) - g(a)}{x - a} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(f(x) + b) - (f(a) + b)}{x - a} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x - a} \quad \text{تعریف مشتق } f'(a) \quad (۰/۵)$ <p>به هر روش صحیح دیگر نمره تعلق می‌گیرد.</p>	۱۳
---	---	----

۲/۵	<p>مقادیر a و b را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} (x+2)^2 & x \leq 0 \\ ax + b & x > 0 \end{cases}$ در $x=0$ مشتق پذیر باشد.</p> <p>باید مشتق چپ و راست، متناهی و با هم برابر باشند:</p> $f'_-(0) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{(x+2)^2 - 4}{x} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x^2 + 4x + 4 - 4}{x} = \lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x(x+4)}{x} = 4 \quad (۰/۵)$ $f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - f(0)}{x - 0} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax + b - 4}{x} = 4 \quad (۰/۲۵)$ <p>برای آن که حاصل حد بالا برابر ۴ باشد باید $x=0$ ریشه صورت کسر نیز باشد، یعنی داریم:</p> $a(0) + b - 4 = 0 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow b - 4 = 0 \Rightarrow b = 4 \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow f'_+(0) = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ax}{x} = a \xrightarrow{f'_+(0) = f'_-(0)} a = 4 \quad (۰/۵)$	۱۴
-----	--	----

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره									
۱۵	<p>آهنگ متوسط تغییر تابع $f(x) = -x^2 + 2x$ نسبت به x روی بازه $[-1, 2]$ برابر با می باشد.</p> <p>(۰/۲۵)</p>	۰/۲۵									
۱۶	<p>طول نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ را در دامنه اش به دست آورید.</p> <p>ابتدا دامنه تابع را می یابیم:</p> $f(x) = \sqrt{1-x^2}$ <p>دامنه: $D_f = 1-x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$ (۰/۲۵)</p> <p>سپس تابع مشتق را به دست می آوریم:</p> $f'(x) = \frac{-2x}{2\sqrt{1-x^2}} = \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} f'(x) = 0 \Rightarrow \frac{-x}{\sqrt{1-x^2}} = 0 \Rightarrow x = 0 \\ f'(x) \text{ وجود ندارد} \Rightarrow \sqrt{1-x^2} = 0 \Rightarrow 1-x^2 = 0 \end{cases} \quad (۰/۵)$ <p>$\Rightarrow x^2 = 1 \Rightarrow x = \pm 1$</p> <p>$\Rightarrow$ نقاط بحرانی: $(0,1), (-1,0), (1,0)$ (۰/۵)</p>	۱/۵									
۱۷	<p>تابع $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1}$ در چه بازه ای صعودی و در چه بازه ای نزولی است؟</p> <p>دامنه تابع \mathbb{R} است. برای یافتن فواصل صعودی و فواصل نزولی، باید f' را تعیین علامت کنیم:</p> $f(x) = \frac{x^2}{x^2+1} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x(x^2+1) - (2x)(x^2)}{(x^2+1)^2} \quad (۰/۲۵)$ $\Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{(x^2+1)^2} \quad (۰/۲۵)$ <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td colspan="2">۰</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>↘</td> <td>↗</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> <p>بنابراین f در بازه $[-\infty, 0]$ نزولی (اکید) (۰/۲۵) و در بازه $[0, +\infty)$ صعودی (اکید) است. (۰/۲۵)</p>	x	۰		f'	-	+	f	↘	↗	۱/۵
x	۰										
f'	-	+									
f	↘	↗									
۱۸	<p>جهت تقعر و نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + 4x$ را در صورت وجود پیدا کنید.</p> $f(x) = x^3 + 4x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 4 \Rightarrow f''(x) = 6x \geq 0 \quad (۰/۲۵)$ <p>پس جهت تقعر تابع همواره رو به بالاست و تابع فاقد نقطه عطف است. (۰/۲۵)</p>	۰/۵									
	جمع نمرات	۲۰									