www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/بهمن/۱۴۰۳

دفترچه شماره یک

حسابان و ریاضیات پایه	هندسه	ریاضیات گسسته و آمار و احتمال
ریاضی (۱) فصل ۱ (درس ۳ و ۴) صفحهٔ ۱۴ تا ۲۷ حسابان (۱) فصل ۱ (درس ۱ و ۵) صفحهٔ ۱ تا ۶ و ۲۹ تا ۳۶ حسابان (۲) فصل ۴ صفحهٔ ۷۱ تا ۱۱۰	هندسه (۲) فصل ۲ صفحهٔ ۳۱ تا ۵۸ هندسه (۳) فصل ۲ (درس ۳) صفحهٔ ۴۷ تا ۵۹	ریاضی (۱) فصل ۱ (درس ۱ و ۲) صفحهٔ ۱ تا ۱۳ آمار و احتمال فصل ۱ صفحهٔ ۱ تا ۳۴ ریاضیات گسسته فصل ۲ (درس ۲) صفحهٔ ۴۳ تا ۵۴

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۵ دقیقه
مجموع	۴۰ سؤال			۷۵ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴
شروع مجدد دوازدهم از مهر
Azmoon.kheilisabz.com
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱- خط $y = ax + ۳$ در نقطهٔ $x = -۱$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{bx+۱}{x+۲}$ مماس است. حاصل $a + b$ کدام است؟

۱) ۶ ۲) ۹ ۳) ۸ ۴) ۱۲

۲- اگر $f(x) = (x - \frac{۴}{x})\sin(\frac{\pi x}{۲})$ باشد، مقدار $f''(۲)$ کدام است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) $-\pi$ ۴) -۲π

۳- فرض کنید $f(x) = x^۳ - ۶x^۲ + mx + n$ باشد. اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای‌ها $f(x)$ و $f'(x)$ بر $f''(x)$ به ترتیب برابر ۲ و ۶- باشد، حاصل mn کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۱۲

۴- خط $y = ۲x - ۱$ در نقطهٔ $x = ۲$ بر نمودار تابع f مماس است. مقدار مشتق تابع $y = \sqrt[۳]{x}f(\frac{۲}{x})$ در نقطهٔ $x = ۱$ کدام است؟

۱) ۳- ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۲-

۵- اگر $f(x) = x\sqrt{۳ + \frac{۲}{x}}$ و $f(x) = (x^۲ - ۴)g(x) + ۴$ باشد، حاصل $\lim_{x\to ۲} g(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۱۶}$

۳) $\frac{۷}{۴}$ ۴) $\frac{۷}{۱۶}$

۶- اگر $g(x) = \frac{x}{\pi} + f(\sqrt{۱ - ۳\tan x})$ و $g'(\frac{۳\pi}{۴}) = \frac{۲}{\pi}$ باشد، مقدار $f'(۲)$ کدام است؟

۱) $\frac{۲}{۳\pi}$ ۲) $\frac{-۲}{۳\pi}$ ۳) $\frac{-۳}{۲\pi}$ ۴) $\frac{۳}{۲\pi}$

۷- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = (ax+۱)\sqrt{۳x+۱}$ در بازهٔ $[۰,۱]$ برابر ۵ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x = ۱$ چه‌قدر است؟

۱) ۴/۲۵ ۲) ۶/۲۵
۳) ۴/۷۵ ۴) ۶/۷۵

۸- اگر $f(x) = ۲x - \sin\frac{\pi x}{۲}$ و $g(x) = ۲x + \cos\frac{\pi x}{۲}$ باشد، مقدار مشتق تابع gof' در نقطهٔ $x = ۱$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۲}{۴}$ ۲) $\frac{-\pi^۲}{۴}$ ۳) $\frac{-\pi^۲}{۲}$ ۴) $\frac{\pi^۲}{۲}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹- اگر $f(x)=\frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}$ و $g(x)=\frac{۲}{۲-\cos x}$ باشد، حاصل $f'(\frac{\pi}{۳})-۲g'(\frac{\pi}{۳})$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$
۴) $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}$

۱۰- تابع f در $x=۲$ پیوسته و $\lim\limits_{x\to ۲}\frac{f(x)-۴}{x^۲-۲x}=۳$ است. اگر $g(x)=\frac{۱+x^۲}{x+۲}$ باشد، حاصل $(fog)'(-۱)$ کدام است؟

۱) -۴۸
۲) -۲۴
۳) -۶
۴) -۱۸

۱۱- اگر $A(۲,۰)$ یک نقطهٔ گوشه‌ای برای تابع $f(x)=\frac{b|x+a|}{۲x-[x]}$ باشد، به طوری که نیم‌مماس‌ها در نقطهٔ گوشه بر هم عمود باشند، مقدار b کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۲}$
۲) $\pm\sqrt{۶}$
۳) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۶}$
۴) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

۱۲- فرض کنید f یک تابع چندجمله‌ای و $g(x)=f(۲-x^۲)$ باشد. اگر $f'(۱)=۳$ و $f''(۱)=-۲$ باشد، مقدار $g''(۱)$ کدام است؟

۱) -۱۰
۲) -۱۴
۳) -۲
۴) ۲

۱۳- دنبالهٔ $-a,a,b,...$ حسابی و دنبالهٔ $a,b,۱۶+a,...$ هندسی است. حاصل ab کدام است؟

۱) ۱۸
۲) ۸
۳) ۱۲
۴) ۶

۱۴- فرض کنید a_n، جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی غیرثابت است. اگر $a_۱+۲a_۳=\frac{a_۱a_۳}{a_۵}$، جملهٔ پنجم این دنباله چند برابر جملهٔ اول است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $۲\sqrt{۲}$
۳) ۴
۴) $۴\sqrt{۲}$

۱۵- جملات اول، سوم و پنجم یک دنبالهٔ حسابی را (به ترتیب) با -۱، ۳ و ۷ جمع کرده‌ایم تا سه جملهٔ ابتدایی یک دنبالهٔ هندسی به دست آید. اگر مجموع ۱۰ جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی ۲۰ برابر قدرنسبت دنبالهٔ حسابی باشد، جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) ۳
۲) ۴
۳) -۴
۴) -۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶- فرض کنید $A(۲,۳)$ و $C(۶,۰)$ دو رأس واقع بر یک قطر مستطیل $ABCD$ باشند. اگر قطر دیگر مستطیل بر خط $x = ۴$ واقع باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

۱۷- فرض کنید a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۳ باشد، اگر رابطهٔ $(a_۱+a_۲)+(a_۴+a_۵)+(a_۷+a_۸)+...+(a_{۱۹}+a_{۲۰})=۶۳$ برقرار باشد، جملهٔ پانزدهم دنباله a_n کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۱۵

۱۸- خط $L: ۳x+۴y=k$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر دایره‌ای به مرکز $O(۱,-۲)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

محل انجام محاسبات

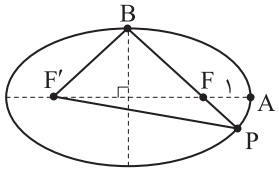
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹- کانون‌های یک بیضی نقاط با عرض‌های ۲ و ۲- واقع بر محور yها هستند. اگر خروج از مرکز این بیضی ۰/۲ باشد، طول کوتاه‌ترین قطر بیضی کدام است؟

۱) $۴\sqrt{۶}$ ۲) $۶\sqrt{۳}$ ۳) $۱۲\sqrt{۳}$ ۴) $۸\sqrt{۶}$

۲۰- مطابق شکل، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر $FA = ۱$ و محیط مثلث PBF' برابر با ۱۲ باشد، فاصلهٔ کانونی این بیضی کدام است؟



۱) ۴ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۵

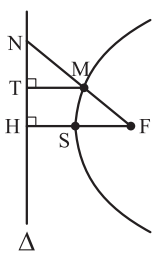
۲۱- معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از نقطهٔ $(۲,۰)$ می‌گذرند و بر خط $y = ۲$ مماس هستند، کدام است؟

۱) $y = -\frac{۱}{۴}x^۲ + x$ ۲) $y = \frac{۱}{۴}x^۲ - x$
۳) $y = \frac{۱}{۴}x^۲ + x + ۲$ ۴) $y = -\frac{۱}{۴}x^۲ - x - ۲$

۲۲- معادلهٔ محور تقارن سهمی به معادلهٔ $۲x^۲ - ۴mx + ny - ۱۲ = ۰$ به صورت $x = -۱$ است و این سهمی از نقطهٔ $(۱,۱)$ می‌گذرد. طول وتری که از کانون بر محور تقارن سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

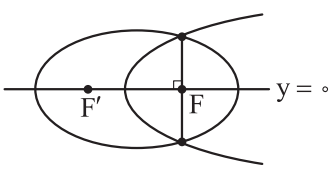
۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۲۳- مطابق شکل، نقاط F و S به ترتیب کانون و رأس سهمی و خط Δ، خط هادی آن است. اگر M نقطه‌ای واقع بر سهمی باشد و امتداد FM، خط Δ را در N قطع کند، آن‌گاه حاصل $\frac{FN}{TN}$ برابر با کدام است؟



۱) $\frac{۲MN}{TH}$ ۲) $\frac{۲FS}{TH}$
۳) $\frac{NF}{NT}$ ۴) $\frac{NF}{TH}$

۲۴- مطابق شکل اگر $F(۳,۰)$ و $F'(-۳,۰)$ کانون‌های یک بیضی و F کانون سهمی با خط هادی $x = -۳$ باشد، آن‌گاه طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



۱) $۹ + ۹\sqrt{۲}$ ۲) $۴ + ۴\sqrt{۲}$
۳) $۳ + ۳\sqrt{۲}$ ۴) $۶ + ۶\sqrt{۲}$

۲۵- اندازهٔ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای $x + ۱$، $۴x + ۱$ و $۴x$ است. بازتاب رأس زاویهٔ قائمه را نسبت به عمودمنصف وتر به دست می‌آوریم. بیشترین فاصلهٔ این نقطه از رأس‌های مثلث کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۶- دو خط L و L' با زاویهٔ 60° متقاطع‌اند. خط نیمساز زوایای منفرجه بین آن‌ها را با برداری به طول $2\sqrt{3}$ و عمود بر آن انتقال می‌دهیم تا خط L'' حاصل شود. مساحت ناحیهٔ بین L، L' و L'' کدام است؟

۱) ۶ ۲) $4\sqrt{3}$ ۳) $6\sqrt{3}$ ۴) $3\sqrt{3}$

۲۷- دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ و نقطهٔ A بیرون آن‌ها را در نظر بگیرید. اگر مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین AMN با قاعدهٔ MN به گونه‌ای که M روی دایرهٔ C و N روی دایرهٔ C' قرار دارد، قابل رسم باشد، برای رسم آن از چه تبدیلی استفاده می‌کنیم؟

۱) انتقال ۲) بازتاب ۳) دوران ۴) تجانس

۲۸- دایرهٔ C به شعاع ۱/۵ و نقطهٔ A را به فاصلهٔ ۱ واحد از مرکز آن در نظر می‌گیریم. مجانس دایرهٔ C در تجانس به مرکز A و نسبت (-2)، چند مماس‌مشترک با C دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

۲۹- دو نقطهٔ $A(-1,2)$ و $B(3,4)$، دو رأس چهارضلعی $ABCD$ و ضلع $CD=1$ بر محور xها واقع است. در حالتی که چهارضلعی $ABCD$ کم‌ترین محیط ممکن را دارد، مساحت آن کدام است؟

۱) ۵/۵ ۲) ۶ ۳) ۶/۵ ۴) ۷

۳۰- تحت کدام تبدیل، تصویر خط d هیچ‌گاه نمی‌تواند بر خودش منطبق باشد؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) بازتاب با محوری غیر از d
۲) انتقال با برداری غیر صفر
۳) دوران با زاویه‌ای غیر از $k\times 180^\circ$
۴) تجانس با نسبتی غیر از یک

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱- کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$$A=[-1,3)\ ,\ B=\{x\in\mathbb{R}\mid 3x^2-5x+2=0\}\ ,\ C=\{k\in\mathbb{Z}\mid \frac{k}{33}\in\mathbb{Z}\}\ ,\ D=\{x\in\mathbb{Q}\mid 0<x<\frac{1}{10}\}$$

۱) هیچ‌کدام ۲) A و D ۳) B و C ۴) B

۳۲- اگر $\mathbb{N}$ مجموعهٔ مرجع باشد، متمم مجموعهٔ $A=\{x\in\mathbb{N}\mid x^2\geq 25\}$ کدام است؟

۱) $A'=\{x\in\mathbb{N}\mid x\geq 5\}$ ۲) $A'=\{1,2,3,4\}$

۳) $A'=(5,+\infty)$ ۴) $A'=(-\infty,5)$

۳۳- کدام گزینه نادرست است؟

۱) $p\Leftrightarrow q\equiv q\Leftrightarrow p$ ۲) $\sim(p\Leftrightarrow q)\equiv p\Leftrightarrow\sim q\equiv\sim p\Leftrightarrow q$

۳) $p\Leftrightarrow q\equiv(p\Rightarrow q)\vee(q\Rightarrow p)$ ۴) $p\Leftrightarrow q\equiv(p\vee\sim q)\wedge(q\vee\sim p)$

۳۴- اگر $A=\{a,b,\{a,b\}\}$، $B=\{a,b\}$ و $C=\{A-\{B\}\}$، مجموعهٔ C چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۶

۳۵- اگر $A\subseteq B$ و $C'\subseteq B'$، کدام گزینه درست نیست؟

۱) $(A-C)\cap(C-B)=\varnothing$ ۲) $(B-A)\cap C=A\cup B'$

۳) $(B\cap C')\cup(A\cap C)=A$ ۴) $(C-A)\cap B=B-A$

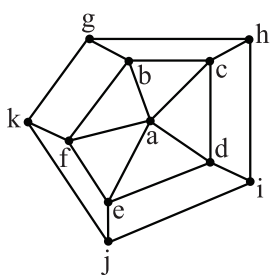
۳۶- اگر $A=\{2,x,5\}$، $B=\{-3,x-y,2-x\}$ و $A\times B-B\times A=\varnothing$، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

۱) ۰/۶ ۲) ۰/۸ ۳) ۱ ۴) ۱/۲

۳۷- در گراف G از مرتبهٔ ۵، $\delta(G)=\gamma(G)=1$. یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در این گراف، حداکثر چند عضو دارد؟

۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۲

۳۸- شکل زیر، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹- در گراف G، $a \in V(G)$ و مجموعهٔ $D = \{a\}$ یک γـ مجموعه است. در این گراف، هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، γـ مجموعه نیز هست. اگر اندازهٔ این گراف q باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین q سه‌رقمی کدام است؟

۱) ۵ ۲) ۶ ۳) ۹ ۴) ۱۲

۴۰- اگر $n(A) = ۶$، $n(B) = ۵$ و $n(A - B) = ۳$، آن‌گاه $n(A^۲ \cup B^۲)$ کدام است؟

۱) ۴۲ ۲) ۴۵ ۳) ۴۹ ۴) ۵۲

پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.
azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/بهمن/۱۴۰۳

دفترچه شماره دو

فیزیک	شیمی
فیزیک (۲) فصل ۱ (از ابتدای خازن) و فصل ۲ (تا ابتدای توان در مدارهای الکتریکی) صفحهٔ ۳۲ تا ۶۶ فیزیک (۳) فصل ۳ (از ابتدای موج و انواع آن) و فصل ۴ صفحهٔ ۶۹ تا ۱۱۴	شیمی (۲) فصل ۱ (از ابتدای آلکن‌ها، هیدروکربن‌هایی با یک پیوند دوگانه) و فصل ۲ (تا ابتدای آنتالپی سوختن، تکیه‌گاهی برای تأمین انرژی) صفحهٔ ۴۰ تا ۷۲ شیمی (۳) فصل ۳ صفحهٔ ۶۷ تا ۹۰

بودجه‌بندی دروس

مواد امتحانی	تعداد سؤال	از شماره	تا شماره	مدت پاسخگویی
فیزیک	۳۵	۴۱	۷۵	۸۰ دقیقه
شیمی	۳۰	۷۶	۱۰۵	
مجموع	۶۵ سؤال			۸۰ دقیقه

استفاده از ماشین حساب مجاز نیست.

این آزمون نمره منفی دارد.

دفترچه سؤالات آزمون‌های خیلی سبز، از همه نظر (تعداد سؤال‌ها، زمان پاسخگویی، نوع چینش گزینه‌ها، نوع صفحه‌آرایی، فونت سؤالات، سایز کلمات و اعداد، جای خالی محل انجام محاسبات و...) در شبیه‌ترین حالت به دفترچه سؤالات کنکور سراسری طراحی می‌شود.

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴

شروع مجدد دوازدهم از مهر

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

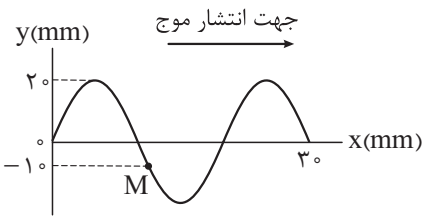
۴۱- در یک تشت موج، امواج تشکیل‌شده در سطح آب از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق می‌شوند و طول موج آن‌ها ۲۰ درصد تغییر می‌کند. اگر تندی انتشار موج در ناحیهٔ عمیق $۱/۲\ m/s$ باشد، تندی انتشار آن در ناحیهٔ کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴۴ ۳) ۱ ۴) ۰/۹۶

۴۲- در سیمی به چگالی $۶/۴\ g/cm^۳$، شعاع مقطع $۱\ mm$ و نیروی کشش $۳۰۰N$، موج عرضی با بسامد $۲۵Hz$ ایجاد شده است. هنگام انتشار این موج در سیم، فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاور آن چند متر است؟ $(\pi = ۳)$

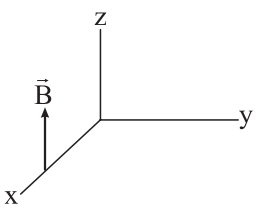
۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

۴۳- نقش موج عرضی منتشرشده در تاری در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی کشش تار $۸N$ و چگالی خطی جرم تار $۲۰\ g/m$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰/۲۵\ ms$ تا $t_۲ = ۰/۵\ ms$ نوع حرکت نقطهٔ M چگونه است؟



۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده
۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده
۳) پیوسته کندشونده
۴) پیوسته تندشونده

۴۴- شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با بسامد $۱۰۰\ MHz$ را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی این موج در همین نقطه و پس از گذشت $۵\ ns$ کدام است؟



۱) جهت مثبت محور z
۲) خلاف جهت محور z
۳) جهت مثبت محور y
۴) خلاف جهت محور y

۴۵- توان یک چشمهٔ صوت $۰/۶\ W$ است. اگر در یک فضای باز شنونده‌ای در فاصلهٔ $۲۰\ m$ از چشمه، صوت را با تراز $۸۰\ dB$ دریافت کند، چند درصد از توان چشمه توسط محیط جذب شده است؟ $(\pi = ۳\ ,\ I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲)$

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

۴۶- اگر شدت صوتی $۱۰^{-۳}\ \mu W/m^۲$ افزایش یابد، تراز شدت آن $۱dB$ افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه چند وات بر متر مربع است؟ $(\log ۲ = ۰/۳\ ,\ I_۰ = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^۲)$

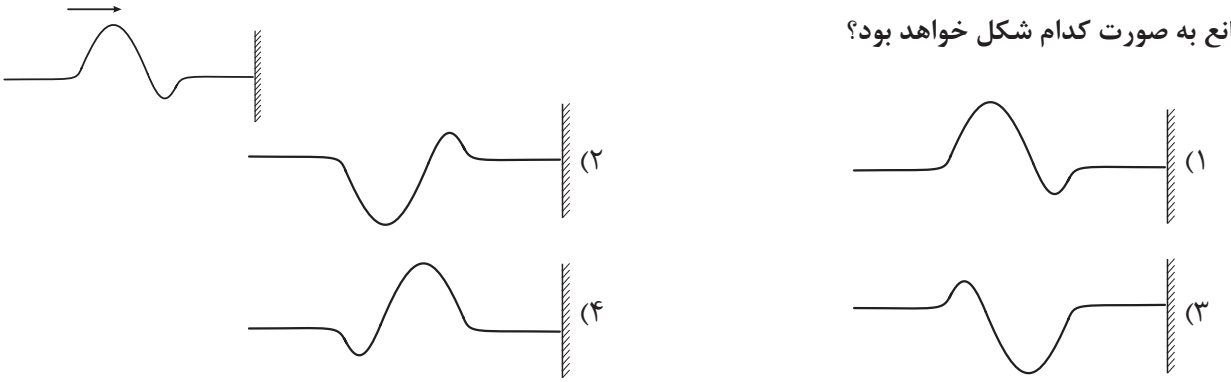
۱) ۴×۱۰^{-۳} ۲) ۵×۱۰^{-۳} ۳) ۴×۱۰^{-۹} ۴) ۵×۱۰^{-۹}

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

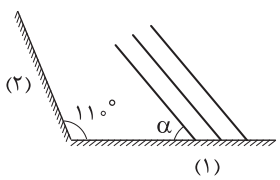
۴۷- در شکل زیر، یک تپ در طناب کشیده‌شده‌ای که انتهای آن ثابت است، در حال پیشروی است. تپ بازتاب‌شده از مانع به صورت کدام شکل خواهد بود؟



۴۸- اساس کار رادار دوپلری و میکروفون سهموی به ترتیب از راست به چپ، بازتاب کدام امواج است؟

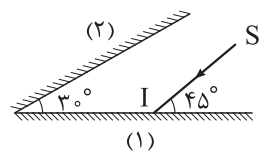
۱) مکانیکی، مکانیکی
۲) الکترومغناطیسی، الکترومغناطیسی
۳) الکترومغناطیسی، مکانیکی
۴) مکانیکی، الکترومغناطیسی

۴۹- در شکل زیر، جبهه‌های موج تختی با زاویهٔ α به آینهٔ (۱) تابیده است. اگر جبهه‌های موج پس از بازتاب از آینهٔ (۲)، موازی آینهٔ (۱) باشند، α چند درجه است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

۵۰- در شکل زیر، پرتو SI به آینهٔ (۱) می‌تابد. پرتو نهایی بازتاب‌شده از آینه‌ها با پرتو SI زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازهٔ کافی بلند است.)



۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

۵۱- خودرویی با تندی ثابت v به سمت صخره‌ای قائم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ خودرو تا صخره ۱۸ m است، یک موج صوتی توسط رانندهٔ خودرو تولید می‌شود. بیشینهٔ v چند کیلومتر بر ساعت باشد تا راننده پژواک صدای تولیدی را از صدای اصلی تمیز دهد؟ (تندی انتشار صوت در هوا ۳۴۰ m / s است.)

۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۷۲
۴) ۱۴۴

۵۲- برای مکان‌یابی پژواکی جسمی کروی به قطر ۲ cm در آب از امواج فراصوتی استفاده می‌شود. برای تشخیص این جسم، بسامد این امواج برابر با چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ (تندی انتشار صوت در آب ۱۵۰۰ m / s است.)

الف) ۲۵ kHz
ب) ۷۵ kHz
پ) ۱۲۵ kHz
ت) ۲۵۰ kHz

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

محل انجام محاسبات

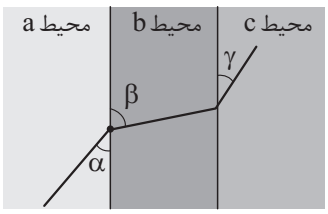
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳- بسامد نوری در خلأ ۵۰۰ THz است و طول موج آن در مایعی ۴۵۰ nm است. ضریب شکست این مایع کدام است؟ $(c = ۳\times ۱۰^{۸}\ m/s)$

۱) $\frac{۵}{۴}$ ۲) $\frac{۵}{۳}$ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

۵۴- در شکل زیر جبههٔ موجی با عبور از محیط اولیهٔ a، از طریق محیط b، وارد محیط c شده است. کدام مورد دربارهٔ این موج درست است؟ $(\beta > \alpha > \gamma)$



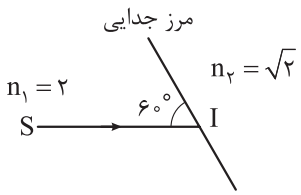
۱) بسامد موج در محیط a بیشتر از بسامد آن در محیط b است.

۲) دورهٔ موج در محیط b بیشتر از دورهٔ آن در محیط c است.

۳) تندی انتشار موج در محیط a بیشتر از تندی انتشار آن در محیط b است.

۴) طول موج در محیط b بیشتر از طول موج آن در محیط c است.

۵۵- در شکل زیر، پرتو نور SI از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. پرتو نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتو SI، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟



۱) ۱۵، ساعتگرد

۲) ۱۵، پادساعتگرد

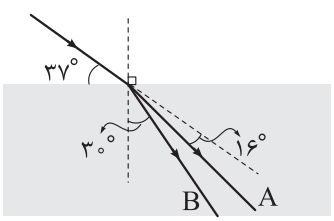
۳) ۳۰، ساعتگرد

۴) ۳۰، پادساعتگرد

۵۶- تندی انتشار موج در محیط (۲)، $\sqrt{۳}$ برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است. جبهه‌های موج تختی از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابند. بخشی از جبهه‌های موج وارد محیط (۲) شده و بخشی از آن‌ها بازتاب می‌شوند. اگر جبهه‌های موج شکست‌یافته، بر جبهه‌های موج بازتابیده عمود باشند، زاویهٔ بین راستای جبهه‌های موج شکست‌یافته با راستای جبهه‌های موج تابیده چند درجه است؟ (مرز بین دو محیط، یک سطح صاف است.)

۱) ۱۵ ۲) ۳۰ ۳) ۶۰ ۴) ۹۰

۵۷- در شکل زیر باریکهٔ نوری متشکل از دو پرتو نور تک رنگ A و B از هوا بر تیغهٔ تختی می‌تابد. ضریب شکست این تیغه برای نور A چند برابر ضریب شکست آن برای نور B است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



۱) $\frac{۵}{۶}$ ۲) $\frac{۶}{۵}$

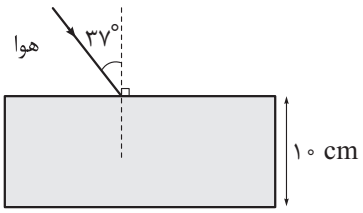
۳) $\frac{۵}{۸}$ ۴) $\frac{۸}{۵}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸- در شکل زیر، پرتو نوری با زاویهٔ تابش ۳۷° از هوا وارد تیغهٔ تختی به ضخامت $۱۰\ cm$ می‌شود. اگر مدت‌زمان حرکت این پرتو درون تیغه برابر $۰/۸\ ns$ باشد، پرتو هنگام خروج از تیغه چند درجه منحرف می‌شود؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ , c = ۳\times ۱۰^۸\ m/s)$



۱) ۷
۲) ۱۶
۳) ۲۲
۴) ۳۰

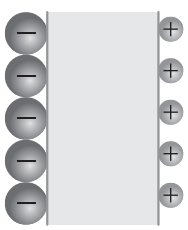
۵۹- آزمایش یانگ را ابتدا با نوری به طول موج $۶۰۰\ nm$ در شرایط خلأ انجام می‌دهیم. اگر همین آزمایش را در آب انجام دهیم، برای این‌که پهنای نوارهای روشن یا تاریک تغییری نکند، بسامد نور استفاده‌شده باید چند تراهرتز و چگونه تغییر کند؟ $(n_{آب} = \frac{۴}{۳}\ ,\ c = ۳\times ۱۰^۸\ m/s)$

۱) ۱۲۵، افزایش یابد.
۲) ۱۲۵، کاهش یابد.
۳) ۳۷۵، افزایش یابد.
۴) ۳۷۵، کاهش یابد.

۶۰- یک تار دو انتها بسته به طول $۵۰\ cm$ با بسامد $۶۰۰\ Hz$ در هماهنگ پنجم در حال ارتعاش است. اگر طول موج صوت گسیل‌شده توسط تار، $۵۵\ cm$ باشد، تندی انتشار موج عرضی در این تار و تندی انتشار صوت در هوای اطراف تار به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲۰، ۳۴۰
۲) ۱۵۰، ۳۳۰
۳) ۱۵۰، ۳۴۰
۴) ۱۲۰، ۳۳۰

۶۱- غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت $۱۰\ nm$ و مساحت سطح $۱۰^{-۱۰}\ m^۲$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن‌که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی $۸۰\ mV$ ایجاد شود، کدام است؟ $(e = ۱/۶\times ۱۰^{-۱۹}\ C ،\ \varepsilon_۰ = ۹\times ۱۰^{-۱۲}\ F/m$ و هر یون یک بار یونیده می‌شود.)



۱) $۱/۳۵\times ۱۰^۶$
۲) $۱/۳۵\times ۱۰^۵$
۳) $۴/۵\times ۱۰^۶$
۴) $۴/۵\times ۱۰^۵$

۶۲- فاصلهٔ بین صفحات خازن تختی $۶\ mm$، مساحت هر یک از صفحه‌های آن $۲۰\ cm^۲$ و بین صفحات آن هوا است. صفحات این خازن به یک باتری با اختلاف پتانسیل $۲۵\ V$ متصل است. اگر در همین حالت، فاصلهٔ بین صفحات آن $۲\ mm$ کاهش یابد، بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن چند پیکوکولن تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times ۱۰^{-۱۲}\ \frac{C^۲}{N.m^۲})$

۱) ۲۵
۲) ۳۷/۵
۳) ۵۰
۴) ۱۵۰

۶۳- اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن تختی برابر $۹۰۰\ V/m$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن در SI کدام است؟ ($\varepsilon_۰ = ۹\times ۱۰^{-۱۲}\ F/m$ و بین صفحه‌های خازن هواست.)

۱) $۸/۱\times ۱۰^{-۱۰}$
۲) $۸/۱\times ۱۰^{-۹}$
۳) $۱۰^{-۱۰}$
۴) $۱۰^{-۹}$

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴- دو سر یک خازن تخت که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری ۲۰ولتی وصل است. اگر در همین حالت یک دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = 3/5$ را در فضای بین صفحات خازن قرار دهیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن و میدان الکتریکی میان صفحه‌های آن، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

۱) $1, \frac{7}{2}$ ۲) $\frac{2}{7}, \frac{7}{2}$ ۳) $1, \frac{2}{7}$ ۴) $1, \frac{7}{2}$

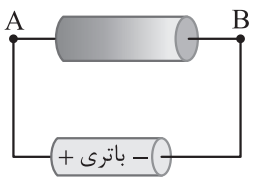
۶۵- دو صفحهٔ خازن تختی با ظرفیت $5\,\mu F$ را که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری وصل می‌کنیم تا بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن $60\,\mu C$ شود، سپس خازن را از باتری جدا می‌کنیم. اگر در همین حالت فاصلهٔ بین صفحات را نصف کرده و فضای بین صفحات را با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱/۵ پر کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ولت افزایش می‌یابد. ۲) ۴ ولت کاهش می‌یابد. ۳) ۸ ولت افزایش می‌یابد. ۴) ۸ ولت کاهش می‌یابد.

۶۶- اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن ۸ میکروفارادی را $2/5\,V$ افزایش دهیم، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. در این مدت انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول تغییر کرده است؟

۱) ۶۸۷/۵ ۲) ۵۵۰ ۳) ۴۱۲/۵ ۴) ۲۷۵

۶۷- در مدار شکل زیر، یک باتری قلمی نو را که روی آن مقدار $6\,Ah$ نوشته شده است، به یک جسم رسانای استوانه‌ای متصل کرده‌ایم. اگر جریان الکتریکی عبوری متوسط از مدار $2/0\,A$ باشد، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) جهت جریان عبوری از جسم رسانا از نقطهٔ A به نقطهٔ B است.

ب) جهت میدان الکتریکی درون جسم رسانا از نقطهٔ A به نقطهٔ B است.

پ) جهت سرعت سوق الکترون‌های جسم رسانا از نقطهٔ A به نقطهٔ B است.

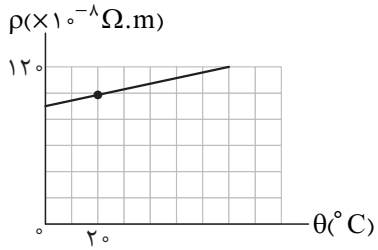
ت) باتری پس از $180\,min$ خالی می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۶۸- با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع $2\,mm$، حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع $25\,cm$ می‌سازیم. اگر مقاومت ویژهٔ مس $1/8\times10^{-8}\,\Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی این حلقه چند اهم است؟ (دما ثابت است.)

۱) 9×10^{-2} ۲) 9×10^{-3} ۳) $2/25\times10^{-2}$ ۴) $2/25\times10^{-3}$

۶۹- نمودار مقاومت ویژهٔ آلیاژ نیکروم برحسب دمای آن به شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ این آلیاژ در SI کدام است؟



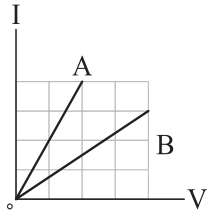
۱) 4×10^{-5}
۲) 4×10^{-3}
۳) 2×10^{-5}
۴) 2×10^{-3}

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

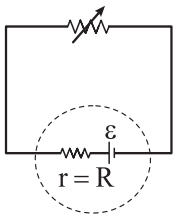
www.konkur.in

۷۰- نمودار جریان عبوری از دو رسانای فلزی A و B که از یک ماده ساخته شده‌اند، برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها به شکل زیر است. رسانای A سیم توپری به قطر مقطع ۲ mm و رسانای B، لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی ۲ mm و شعاع داخلی ۱ mm است. جرم رسانای A، چند برابر جرم رسانای B است؟ (دمای دو رسانا ثابت و یکسان است.)



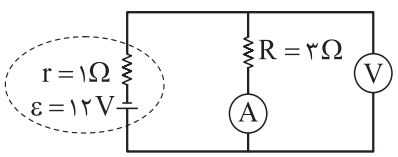
۱) $\frac{۸}{۹}$
۲) $\frac{۲}{۳}$
۳) $\frac{۱}{۸}$
۴) $\frac{۱}{۲۴}$

۷۱- در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رئوستا از ۲R به ۳R برسد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند برابر می‌شود؟



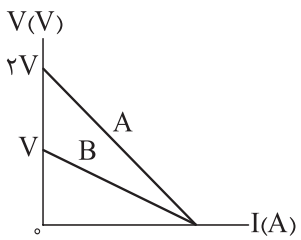
۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۴}{۳}$
۳) $\frac{۸}{۹}$
۴) $\frac{۹}{۸}$

۷۲- در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی با یکدیگر عوض شود، مقدارهایی که نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کنند؟



۱) ۹، ۹
۲) ۹، ۳
۳) ۳، ۹
۴) ۳، ۳

۷۳- نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌های A و B برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها به شکل زیر است. اگر دو سر باتری‌ها را به طور جداگانه به دو سر رسانایی اُهمی به مقاومت R وصل کنیم، جریان عبوری از باتری B، $\frac{۳}{۵}$ برابر جریان عبوری از باتری A می‌شود. مقاومت درونی باتری A چند برابر R است؟



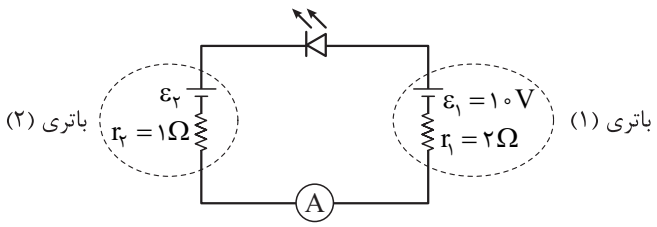
۱) $\frac{۱}{۴}$
۲) $\frac{۱}{۲}$
۳) ۴
۴) ۲

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴- در مدار شکل زیر، دیود نورگسیل، روشن و مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۲A است. نیروی محرکهٔ باتری (۲) چند ولت است؟ (مقاومت الکتریکی دیود نورگسیل ناچیز است.)



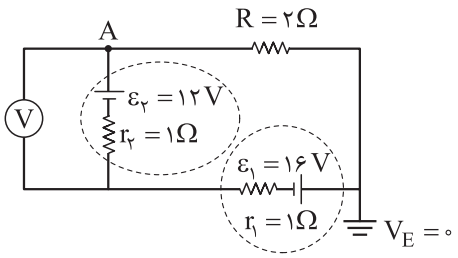
۱) ۴

۲) ۷

۳) ۱۳

۴) ۱۶

۷۵- در مدار شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A و مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟



۱) ۲، ۱۱

۲) ۲-، ۱۱

۳) ۲، ۱۳

۴) ۲-، ۱۳

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۶- کدام ماده به عنوان یک سایندهٔ ارزان در تهیهٔ سنباده به کار می‌رود؟

۱) سیلیسیم
۲) سیلیس
۳) الماس
۴) سیلیسیم کربید

۷۷- کدام مطلب، نادرست است؟

۱) در حجم برابر از الماس و گرافیت، شمار اتم‌های کربن در الماس، بیشتر از گرافیت است.
۲) ترکیب‌های گوناگون اکسیژن و سیلیسیم، بیش از ۹۰ درصد جرم پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.
۳) هنگام پختن سفالینه‌ها، درصد جرمی سیلیس تغییر نمی‌کند.
۴) گرافن، ماده‌ای با ساختاری مانند کندوی زنبور عسل بوده و رسانای جریان برق است.

۷۸- اطلاعات موجود در کدام ردیف از جدول زیر، به طور کامل درست است؟

ردیف	نوع جامد	فرمول شیمیایی	ذرات سازنده	رسایی الکتریکی
۱	فلزی	Fe	کاتیون و الکترون آزاد	در حالت جامد، مذاب و محلول رسایی دارد.
۲	یونی	K_2CO_3	کاتیون و آنیون	در حالت مذاب و محلول رسایی دارد.
۳	کووالانسی	$C(s, \text{گرافیت})$	اتم	ندارد
۴	کووالانسی	S_8	مولکول	ندارد

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۴

۷۹- ۱۰ گرم از یک آلیاژ فلزی حاوی عناصر روی، قلع، سرب و مقداری ناخالصی، در واکنش با نیتریک اسید غلیظ به طور کامل حل شده و نیترات‌های فلزی مربوطه را تولید می‌کند. پس از انجام واکنش و خشک‌کردن محلول حاصل، ۳/۱۵ گرم روی نیترات، ۷/۳۴ گرم قلع (IV) نیترات و ۹/۹۳ گرم سرب (II) نیترات به دست می‌آید. درصد جرمی ناخالصی به تقریب کدام است؟ $(Pb = ۲۰۷ , Sn = ۱۱۹ , Zn = ۶۵ , O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-1})$

۱) ۱/۶
۲) ۳/۳
۳) ۶/۶
۴) ۵/۲

۸۰- اگر فرمول شیمیایی پتاسیم تتراتیونات به‌صورت $K_2S_4O_6$ باشد، در واحد فرمولی آلومینیم تتراتیونات، چند اتم اکسیژن وجود داشته و درصد جرمی گوگرد در آن به تقریب چه‌قدر است؟ $(S = ۳۲ , Al = ۲۷ , O = ۱۶ : g.mol^{-1})$

۱) ۶ و ۵۰/۹
۲) ۶ و ۵۲/۹
۳) ۱۸ و ۵۰/۹
۴) ۱۸ و ۵۲/۹

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۱- براساس اطلاعات زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- **اتم X دارای ۱۴ الکترون با $n+l=5$ و عنصری اصلی است.**
- **اتم Y در ترکیب یونی LiY، بیشترین آنتالپی فروپاشی در میان هالیدهای لیتیم را دارد.**
- **اتم Z در ترکیب‌های ZY_2 و K_2Z دارای عدد اکسایش $+2$ و -2 است و این اعداد، بیشینه و کمینهٔ اعداد اکسایش این عنصر هستند.**

الف) در ترکیب XY_2، روی اتم مرکزی یک جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد و به همین دلیل ترکیبی قطبی است.

ب) ترکیب Z با هیدروژن می‌تواند به‌گونه‌ای باشد که در آن دو اتم Z با بار جزئی $\delta-$ به هم متصل باشند.

پ) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب یونی حاصل از Mg و X، بیشتر از ترکیب یونی حاصل از Mg و Z است.

ت) در ترکیب‌های مولکولی دارای اتم Y، این اتم در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ قرمز دیده می‌شود.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ ۳) پ ـ ت ۴) ب ـ ت

۸۲- کدام مورد درست است؟

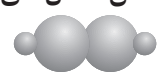
۱) از بین مواد H_2Se، CS_2، NO_2Cl و NO_2، تنها دو ترکیب دارای واحدهای مجزا بوده و همهٔ اتم‌ها در ساختار آن‌ها آرایشی مشابه گاز نجیب دارند.

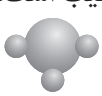
۲) در بین گونه‌های NO_2^+، N_2O، HCN و NO_3^-، دو ترکیب ساختار متقارن دارند و در همهٔ آن‌ها اتم نیتروژن دارای بار جزئی مثبت است.

۳) همهٔ مولکول‌های خطی که از دو نوع نافلز ایجاد شده‌اند، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

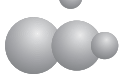
۴) در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی ترکیب‌های OF_2، CBr_4، NO_2^- و $SiCl_4$، اتم‌های مرکزی رنگ مشابهی دارند.

۸۳- براساس شکل‌های زیر که مربوط به مدل فضاپرکن چند ترکیب است، چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف) 

ب) 

پ)

ت) 

- **در ترکیب (الف)، دو اتم مرکزی می‌توانند با پیوند سه‌گانه به یکدیگر متصل باشند و این مدل مربوط به یک ترکیب آلی ناقطبی باشد.**
- **اگر اتم‌های کناری در ترکیب (ب) هیدروژن باشند، بار جزئی اتم مرکزی منفی خواهد بود.**
- **ترکیب (پ) می‌تواند مربوط به یکی از ترکیب‌های اکسیژن دی‌فلوئورید یا آب باشد.**
- **اگر در ترکیب (ت) دو نافلز از گروه ۱۶، اتم‌های کناری باشند و همهٔ اتم‌ها از آرایش هشت‌تایی پیروی کنند، نافلز با کوچک‌ترین شعاع اتمی در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی، دارای رنگ قرمز خواهد بود.**

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۴- کدام گزینه در رابطه با تولید انرژی الکتریکی با استفاده از پرتوهای خورشیدی در نیروگاه نادرست است؟

۱) از مذاب یک ترکیب یونی برای تبخیر آب استفاده می‌شود، چراکه چنین موادی در گسترهٔ دمایی وسیعی به حالت مایع هستند.

۲) شارهٔ مولکولی به‌کاررفته در این فناوری پس از برخورد با توربین و تولید برق، وارد یک سردکننده می‌شود.

۳) در این فرایند، انحلال شارهٔ یونی در شارهٔ مولکولی از روش‌های تولید گرما است.

۴) وجود منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی باعث می‌شود تا حتی در روزهای ابری و شب‌هنگام، انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ فراهم شود.

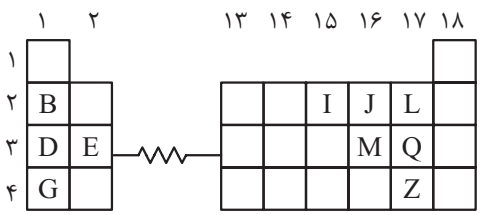
۸۵- چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

- شعاع: $Na^+ < Cl < Na < Cl^-$
- شعاع: $P^{3-} > S^{2-} > Cl^- > K^+ > Ca^{2+}$
- چگالی بار: $Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+ > Li^+$
- چگالی بار: $O^{2-} > S^{2-} > K^+$

۱) ۱ ۲) ۲

۳) ۳ ۴) ۴

۸۶- براساس عناصر موجود در جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



۱) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از فلز آلومینیم با عنصر J، از آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب یونی حاصل از دو عنصر E و I بیشتر است.

۲) عناصر E، D و G برخلاف عناصر L، Q و Z، در تبدیل‌شدن به یون پایدار خود دچار افزایش اندازه می‌شوند.

۳) در میان ترکیب‌های حاصل از عنصر M با هر یک از عنصرهای Q، L و Z در صورت رعایت قاعدهٔ هشت‌تایی، ترکیب M و L بزرگ‌ترین میزان گشتاور دوقطبی را خواهد داشت.

۴) در ترکیب‌های یونی دوتایی حاصل از عنصر B با هر یک از عنصرهای J ، I و L، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از دو عنصر B و I ، بیشترین مقدار خواهد بود.

۸۷- کدام روند در مورد آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های داده‌شده، درست است؟

۱) $AlF_3 > Al_2O_3 > MgO$

۲) $MgO > Na_2O > MgF_2$

۳) $Fe_2O_3 > FeCl_2 > FeO$

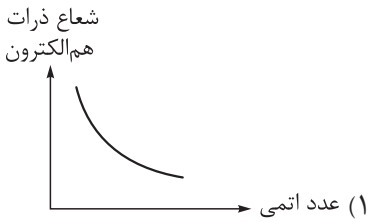
۴) $Fe_2O_3 > FeO > FeCl_2$

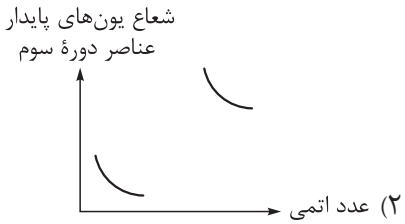
محل انجام محاسبات

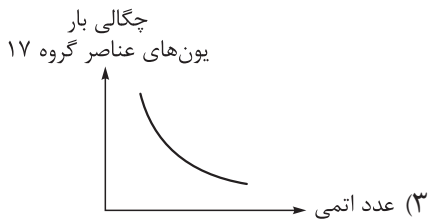
Telegram: @konkur_in

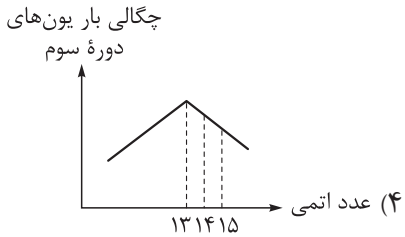
www.konkur.in

۸۸- در کدام گزینه، نمودار رسم‌شده نادرست است؟

۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

۸۹- کدام مورد درست است؟

۱) عدد کوئوردیناسیون کاتیون‌ها در ترکیباتی مانند NaCl و LiCl به دلیل شباهت بار کاتیون و فرمول ترکیب، یکسان است.

۲) عدد کوئوردیناسیون یون منیزیم در MgO با یون اکسید، یکسان نیست.

۳) جاذبهٔ یون‌های ناهمنام در بلور ترکیب یونی، فقط بین نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام برقرار است.

۴) در بلور جامد یک ترکیب یونی جاذبهٔ یون‌های ناهمنام بر دافعهٔ یون‌های همنام غالب است.

۹۰- درستی یا نادرستی چند مورد از موارد زیر، مشابه عبارت داده‌شده است؟

«براساس مدل دریای الکترونی، می‌توان تنوع عدد اکسایش در برخی فلزهای واسطه را توجیه کرد.»

- **علت چکش‌خواری فلزها، جابه‌جایی کاتیون‌های شناور در دریای الکترونی و عدم ایجاد دافعه بین آن‌ها است.**
- **رنگدانهٔ TiO_2 با جذب کامل پرتوهای مرئی، رنگ سفید ایجاد می‌کند.**
- **الکترون‌های درونی فلزها با حرکت آزادانه در دریای الکترونی باعث رسانایی الکتریکی می‌شوند.**
- **دورهٔ برنز و آهن به ترتیب در دورهٔ بعد از دوران سنگی باعث دگرگونی جوامع شد.**

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۱- در واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر:

$$V^{n+}(aq) + Zn(s) \rightarrow V^{m+}(aq) + Zn^{2+}(aq)$$

اگر ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار وانادیم، با ۱/۳ گرم فلز روی واکنش دهد، چه تعداد از موارد زیر می‌تواند درست باشد؟ $(Zn = 65\ g.mol^{-1})$

- اختلاف n و m، برابر با ۲ است.
- رنگ محلول می‌تواند از آبی به بنفش تغییر کند.
- اگر محلول پایانی سبزرنگ باشد، عدد اکسایش وانادیم در VO_2^+ با n برابر است.
- محلول پایانی ممکن است آبی‌رنگ باشد.
- V^{m+} می‌تواند آرایش الکترونی یک گاز نجیب را داشته باشد.

۱) ۵ ۲) ۲
۳) ۳ ۴) ۴

۹۲- کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ فلزی که در دورهٔ ۴ و گروه ۴ جدول تناوبی قرار دارد، درست است؟

الف) نسبت به فولاد، مقاومت گرمایی بالاتر و چگالی کم‌تری دارد.

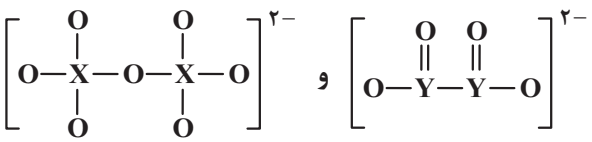
ب) برای تهیهٔ آن می‌توان از واکنش $TiCl_4$ با فلز منیزیم در حضور گاز اکسیژن یا نیتروژن استفاده کرد.

پ) آلیاژ آن با فلزی که مجموع اعداد کوانتومی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن برابر با ۴۸ است، به آلیاژ هوشمند معروف است.

ت) سازه‌های فلزی در ارتودنسی نمونه‌ای از کاربرد این فلز به صورت ترکیب یونی است.

۱) الف ـ ب ۲) الف ـ پ
۳) ب ـ پ ۴) ب ـ ت

۹۳- اگر اتم‌های X و Y در ساختارهای زیر، بالاترین عدد اکسایش خود را داشته باشند، اعداد موجود در کدام گزینه را به ترتیب می‌توان به اعداد اتمی عنصر X و Y نسبت داد؟ (همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی می‌کنند.)


و

۱) ۲۴ و ۹ ۲) ۱۶ و ۱۳
۳) ۱۶ و ۷ ۴) ۲۴ و ۷

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴- کدام مطلب درست است؟

۱) برای نام‌گذاری همهٔ آلکن‌های راست‌زنجیر، باید شمارهٔ نخستین کربنی که پیوند دوگانه به آن متصل است را بنویسیم.

۲) اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید، واکنش داده و به اتانول تبدیل می‌شود.

۳) در کشاورزی، از گاز اتین به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

۴) فراوردهٔ حاصل از واکنش اتین با مقدار اضافی برم مایع، هم‌چنان سیرنشده است.

۹۵- کدام مطلب، نادرست است؟

۱) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آلکن‌ها، ۲ واحد بزرگ‌تر از آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها است.

۲) اتانول، ترکیبی بی‌رنگ و فرار می‌باشد که به هر نسبتی در آب حل شده و در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی مشابهی با ۱، ۲ ـ دی برمو اتان دارد.

۳) به منظور جلوگیری از ورود گاز SO_2 حاصل از سوختن زغال‌سنگ در کارخانه‌ها به هواکره، آن را از روی $CaO(s)$ عبور داده و به کلسیم سولفید تبدیل می‌کنند.

۴) نخستین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها دارای ۵ پیوند اشتراکی در ساختار خود بوده و همهٔ اتم‌های سازندهٔ آن، روی یک خط راست قرار دارند.

۹۶- از کدام ماده در جوشکاری و برشکاری فلزها استفاده می‌شود؟

۱) CH_4 ۲) C_2H_2

۳) C_2H_4 ۴) C_2H_6

۹۷- اگر جرم مخلوطی از هپتان و پروپین، در واکنش با مقدار کافی برم مایع ۵ برابر شود، چند درصد از جرم مخلوط اولیه را عنصر کربن تشکیل می‌دهد؟ $(H=1, C=12, Br=80 : g.mol^{-1})$

۱) ۹۰ ۲) ۸۷

۳) ۸۵/۵ ۴) ۸۴

۹۸- اگر هیدروکربنی در ظرف دربسته بتواند با برم واکنش دهد، کدام مطلب دربارهٔ ترکیب مورد نظر، به یقین درست است؟ $(H=1, C=12, Br=80 : g.mol^{-1})$

۱) در این واکنش، پیوند $C=C$ به $C-C$ تبدیل می‌شود و اتم‌های برم، به اتم‌های دو طرف پیوند دوگانه متصل می‌شوند.

۲) این هیدروکربن سیرنشده بوده و درصد جرمی هیدروژن در فراورده آن از بقیهٔ عنصرها کم‌تر است.

۳) با از بین رفتن رنگ قرمز برم، جرم مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.

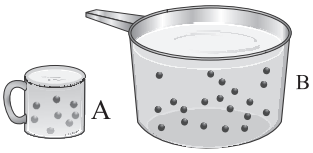
۴) درصد جرمی کربن در خانوادهٔ این هیدروکربن، ثابت است.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹- با توجه به شکل‌های داده‌شده که نشان‌دهندهٔ دو ظرف حاوی آب می‌باشند، کدام مطلب نادرست است؟



۱) در صورتی که میزان سردی و گرمی محتویات دو ظرف برابر باشد، مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها در ظرف B بیشتر است.

۲) اگر دمای دو ظرف یکسان باشد، اضافه‌کردن مقداری از آب ظرف A به آب ظرف B، باعث تغییر میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب نمی‌شود.

۳) اگر انرژی گرمایی محتویات دو ظرف A و B برابر باشد، با تماس دو ظرف به یکدیگر، در ظرف B، میانگین تندی ذرات نسبت به حالت اولیه کم‌تر می‌شود.

۴) در صورت دادن گرمای یکسان به دو نمونه، تغییرات دمای نمونهٔ A بیشتر از نمونهٔ B خواهد بود.

۱۰۰- اگر در یک ظرف حاوی ۵۰ کیلوگرم روغن با دمای $25^\circ C$، یک گلولهٔ فلزی از جنس آلومینیم با جرم ۲ کیلوگرم و دمای $80^\circ C$ فرو ببریم، کدام موارد زیر درست است؟ (گرمای ویژهٔ آلومینیم و روغن را به ترتیب برابر با ۰/۹ و ۲/۵ $J.g^{-1}.^\circ C$ در نظر بگیرید.)

الف) در صورتی که روغن همهٔ گرمای داده‌شده توسط گلولهٔ فلزی را جذب کند، مجموع تغییرات انرژی گرمایی روغن و گلولهٔ فلزی صفر خواهد بود.

ب) تغییر دمای گلولهٔ فلزی در این فرایند، کم‌تر از تغییر دمای روغن است.

پ) پس از برقراری تعادل و هم‌دما شدن گلوله فلزی و روغن، دمای پایانی سامانه به دمای آغازی گلولهٔ فلزی نزدیک‌تر است.

ت) اگر به جای روغن، از آب با دما و فشار مشابه استفاده کنیم، دمای پایانی آب، پایین‌تر از دمای پایانی روغن خواهد بود.

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ ت
۴) ب ـ پ

۱۰۱- نیتینول، آلیاژی از فلزهای نیکل ($_{28}Ni$) و تیتانیم ($_{22}Ti$) بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت قاب عینک و استنت برای رگ‌ها کاربرد دارد. اگر دمای ۸۲ گرم از این آلیاژ با جذب ۲/۶۴ کیلوژول گرما به میزان $75^\circ C$ افزایش یابد، مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت در این آلیاژ، چند مول است؟ (گرمای ویژهٔ فلزهای Ni و Ti به ترتیب برابر با ۰/۴ و ۰/۵ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ می‌باشد؛ $Ni = 58 , Ti = 48 : g.mol^{-1}$)

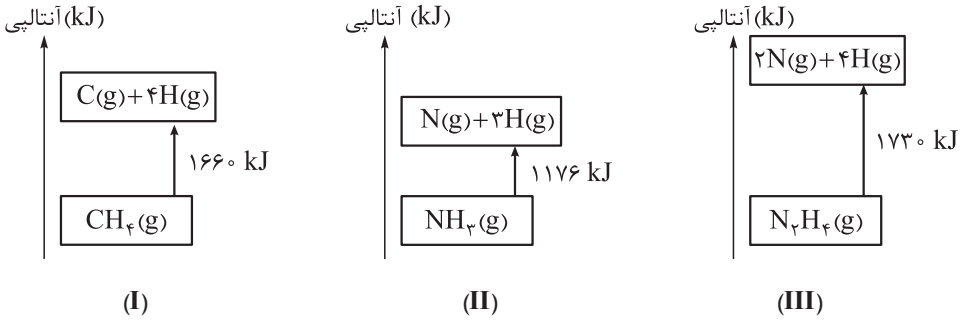
۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۱۲
۴) ۱۴

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۲- با توجه به شکل‌های زیر، چند مورد از مطالب داده‌شده درست است؟



- ΔH واکنش: $NH_2(g) + H(g) \rightarrow NH_3(g)$ به تقریب برابر با $-۳۹۲\ kJ$ است.
- برای تبدیل $۸/۹۶\ mL$ گاز هیدرازین $(N_2H_4(g))$ در شرایط STP به اتم‌های نیتروژن و هیدروژن، به ۶۹۲ ژول انرژی نیاز است.
- میانگین آنتالپی پیوند $N — N$، برابر با ۱۶۲ کیلوژول بر مول است.
- اگر میانگین آنتالپی پیوند $C — N$، برابر با $۳۰۵\ kJ.mol^{-1}$ باشد، ΔH واکنش: $CH_3NH_2(g) \rightarrow C(g) + N(g) + 5H(g)$، برابر با $+۲۳۳۴\ kJ$ خواهد بود.

۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

۱۰۳- چند مورد از موارد زیر، نادرست است؟

- علامت ΔH واکنش‌های اکسایش گلوکز و تولید آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 با علامت ΔH فرایند میعان آب یکسان است.
- در واکنش‌های گرماده، فراورده‌ها پایداری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند.
- اگر در واکنش‌های شیمیایی دمای مواد واکنش‌دهنده با دمای مواد فراورده برابر باشد، گرمایی دادوستد نمی‌شود.
- در همهٔ واکنش‌ها، حالت فیزیکی مواد تأثیر چندانی بر مقدار گرمای آزادشده یا جذب‌شده ندارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۱۰۴- اگر با مصرف ۲۸ لیتر گاز اتن در شرایط STP در واکنش موازنه‌نشدهٔ: $C_2H_4(g) + F_2(g) \rightarrow CF_4(g) + HF(g)$، به میزان ۳۶۶۵ کیلوژول گرما آزاد شود، با توجه به جدول زیر، میانگین آنتالپی پیوند $C — F$ برحسب $kJ.mol^{-1}$ کدام است؟

پیوند	$F — F$	$C=C$	$H — F$	$C — H$
آنتالپی پیوند (kJ / mol)	۱۵۵	۶۱۸	۵۶۵	۴۱۵

۱) ۴۲۵ ۲) ۴۴۵ ۳) ۴۶۵ ۴) ۴۸۵

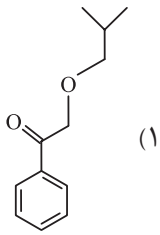
محل انجام محاسبات

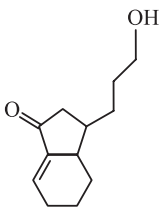
Telegram: @konkur_in

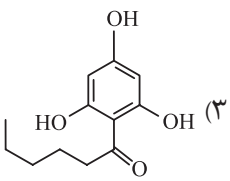
www.konkur.in

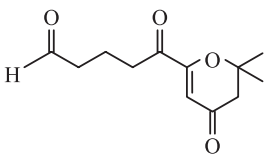
۱۰۵- کدام‌یک از ساختارهای داده‌شده را می‌توان به ترکیب A با ویژگی‌های زیر، نسبت داد؟

- شمار اتم‌های کربن مولکول آن، برابر با شمار اتم‌ها در مولکول بنزن است.
- شمار اتم‌های هیدروژن مولکول آن، $\frac{۲}{۳}$ شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول ۴ ـ اتیل، ۲ و ۵ ـ دی‌متیل هپتان است.
- شمار اتم‌های اکسیژن مولکول آن، دو برابر شمار اتم‌های اکسیژن در مولکول بنزآلدهید است.

۱)


۲)


۳)


۴)


پاسخ‌نامهٔ تشریحی آزمون را ساعت ۱۶ از صفحهٔ شخصی خودتان در سایت آزمون خیلی سبز دریافت کنید.

azmoon.kheilisabz.com

اساتید، مشاوران و دانش‌آموزان گرامی؛
نظرات، پیشنهادات، انتقادات و بازخوردهای خود نسبت به سؤالات این آزمون را می‌توانید از طریق آیدی Kheilisabz_edit@ در همهٔ پیام‌رسان‌ها با ما به اشتراک بگذارید.

محل انجام محاسبات

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ‌نامه آزمون آزمایشی خیلی سبز

رشته ریاضی

پایه دوازدهم	مرحله دوازدهم
سال تحصیلی ۰۴-۱۴۰۳	تاریخ برگزاری: ۲۶/بهمن/۱۴۰۳

نام درس	طراحان به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده ـ مهرداد کیوان
هندسه	محمدرضا حسینی‌فرد ـ محمدطاهر شعاعی ـ حمید گلزاری ـ محمد گودرزی ـ صبا مهدوی ـ حسین هاشمی طاهری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	علیرضا شریف‌خطیبی ـ عطا صادقی ـ حمید گلزاری ـ سروش موئینی
فیزیک	امین امینی ـ یاشار انگوتی ـ علیرضا جباری ـ مجید ساکی ـ رضا سبزمیدانی ـ نوید شاهی ـ علیرضا عبداللهی حسین عبدوی‌نژاد ـ حمید فدائی‌فرد ـ احسان محمدی ـ فرزاد نامی ـ حامد نبی‌منصور ـ محمدرضا یاری
شیمی	محمدعلی توسلی‌فر ـ عباس سرمایه ـ سروش عبادی ـ وحید فارسیان ـ محمد قهرمانی‌نژاد ـ محمدرضا طاهری‌نژاد

نام درس	مسئول درس	گزینشگر	مولف پاسخ‌نامه	کارشناسان علمی	ویراستاران به ترتیب حروف الفبا
حسابان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	حسین شفیع‌زاده مهرداد کیوان	محمدرضا راسخ	محمدسجاد نقیه سجاد داوطلب	عادل حسینی سعید خان‌بابائی منصور زرکش اصفهانی
هندسه	حمید گلزاری	حمید گلزاری	الما احسانیان	امیرحسین ابومحبوب	زهرا جالینوسی فرزانه خاکپاش ابوالفضل ناصری
ریاضیات گسسته و آمار و احتمال	حمید گلزاری	حمید گلزاری	مریم نظری	امیرحسین ابومحبوب سعید قندچی مریم نظری	فرزانه خاکپاش منصور زرکش اصفهانی علیرضا کاظمی‌بقا
فیزیک	رضا سبزمیدانی	نوید شاهی	علیرضا جباری محمدجواد سورچی حسین عبدوی‌نژاد مریم گلی حسن‌لو	امین امینی مریم گلی حسن‌لو علیرضا گونه	محمود حسینی مسعود خندانی مدیا عیدی ماهان فنی‌فر احسان محمدی علی محمدی امیر محمودی انزابی محمدمهدی یوسفی
شیمی	عباس سرمایه	عباس سرمایه	هومن زندی آرمین عظیمی سروش عبادی	محمد مرادی سروش عبادی	رامین آزادی سیدعلی حسین‌زاده متین قنبری

سرپرست محتوایی: فاطمه آقاجانپور

ویژه کنکوری‌های ۱۴۰۴
شروع مجدد دوازدهم از مهر
Azmoon.kheilisabz.com
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

آزمون آزمایشی خیلی سبز

سرپرست تولید	الناز علی‌یاری‌زاده
ویراستاران فنی	نیلوفر اعتمادی ـ نیوشا پیمان ـ راضیه سادات خلدی‌نسب زهرا صفری ـ فاطمه علی اکبری ـ محیا غنی‌فرد زهرا فرهادی‌مهر ـ محمد محمودی ـ مریم مسلمی‌زاده نادره نازآوری ـ ساعده نمازی
رسام	مونا آندستا ندا فخاری سارا گنجی آزادپور
صفحه‌آرایی	سحر ازلی تاش ـ مریم حسین‌زاده ـ زهرا داراخانی سپیده سخایی ـ الهام سهرابی ـ طاهره صادق نژاد مائده صبری ـ نیلوفر فرخجسته ـ مهدیه گل‌پور دریا لطفی ـ لیلا نعمت‌پور

Azmoon.kheilisabz.com

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱ خط $y = ax + ۳$ در نقطهٔ $x = -۱$ بر نمودار تابع $f(x) = \frac{bx+۱}{x+۲}$ مماس است. حاصل $a+b$ کدام است؟

مقدارها و شیب‌ها با هم برابرند.

۱) ۶

۲) ۹

۳) ۸

۴) ۱۲

Hint طول نقطهٔ تماس هم در معادلهٔ تلاقی دو نمودار صدق می‌کند هم در معادلهٔ تلاقی مشتق‌ها!

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طول نقطهٔ تماس در معادلهٔ تلاقی نمودار و خط صدق می‌کند:

$$\frac{bx+۱}{x+۲} = ax+۳ \xrightarrow{x=-۱} \frac{-b+۱}{۱} = -a+۳ \Rightarrow a = b+۲ \quad (*)$$

گام دوم: طول نقطهٔ تماس در معادلهٔ تلاقی مشتق‌ها نیز صدق می‌کند:

$$f'(x) = \frac{۲b-۱}{(x+۲)^۲} \Rightarrow f'(-۱) = a \Rightarrow ۲b-۱ = a \xrightarrow{(*)} ۲b-۱ = b+۲ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow a = ۵ \Rightarrow a+b = ۸$$

یه جور دیگه

برای این‌که نمودار و خط در نقطهٔ $x = -۱$ بر هم مماس باشند باید $x = -۱$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ تلاقی نمودار و خط باشد:

$$\frac{bx+۱}{x+۲} = ax+۳ \Rightarrow bx+۱ = (ax+۳)(x+۲) \Rightarrow bx+۱ = ax^۲ + ۲ax + ۳x + ۶$$

$$\Rightarrow ax^۲ + (۲a+۳-b)x + ۵ = ۰$$

برای این‌که معادلهٔ به‌دست‌آمده دارای ریشهٔ مضاعف $x = -۱$ باشد، باید به فرم $a(x+۱)^۲$ باشد:

$$ax^۲ + (۲a+۳-b)x + ۵ = a(x^۲ + ۲x + ۱) \Rightarrow a = ۵ \text{ و } ۲a = ۲a+۳-b \Rightarrow b = ۳$$

$$\Rightarrow a+b = ۸$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲ اگر $f(x)=(x-\frac{۴}{x})\sin(\frac{\pi x}{۲})$ باشد، مقدار $f''(۲)$ کدام است؟

۱) π ۲) ۲π ۳) $-\pi$ ۴) -۲π

Hint در عامل صفرشونده فقط کافیه از عامل صفرشونده مشتق بگیری و در بقیهٔ عبارت‌ها مقدار اون رو قرار بدی.

درس Box اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه تابع $f\times g$ نیز در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(f\times g)'(a)=f'(a)g(a)+g'(a)f(a)$$

قاعدهٔ زنجیری: اگر f تابعی برحسب u و u تابعی از x باشد:

$$y=f(u)\ \Rightarrow\ y'=u'f'(u)$$

مشتق توابع مثلثاتی: توابع $f(x)=\sin x$ و $g(x)=\cos x$ مشتق‌پذیر هستند و داریم:

$$f'(x)=\cos x \text{ و } g'(x)=-\sin(x)$$

مشتق مرتبهٔ دوم: مشتق تابع $y=f(x)$ با نماد $y=f'(x)$ نمایش داده می‌شود. به همین ترتیب اگر تابع مشتق، مشتق‌پذیر باشد، مشتق مرتبهٔ دوم $y=f(x)$ را با نماد $y=f''(x)$ نمایش می‌دهیم و برای محاسبهٔ آن از تابع $y=f'(x)$، نسبت به x مشتق می‌گیریم.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مشتق تابع f را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=(۱+\frac{۴}{x^۲})\sin(\frac{\pi x}{۲})+\frac{\pi}{۲}(x-\frac{۴}{x})\cos(\frac{\pi x}{۲})$$

گام دوم: $x=۲$ عبارت‌های $\sin\frac{\pi x}{۲}$ و $x-\frac{۴}{x}$ را صفر می‌کند، پس فقط کافی است برای محاسبهٔ $f''(۲)$ مشتق عامل‌های صفرشونده را حساب کنیم:

$$f''(۲)=(۱+۱)\frac{\pi}{۲}\cos(\frac{۲\pi}{۲})+\frac{\pi}{۲}(۱+\frac{۴}{۴})\cos(\frac{۲\pi}{۲})=-\pi+(-\pi)=-۲\pi$$

نکته اگر u و v دو تابع باشند که $u(a)=v(a)=۰$، داریم:

$$(u\times v)''(a)=۲u'(a)v'(a)$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳ فرض کنید $f(x)=x^۳-۶x^۲+mx+n$ باشد. اگر باقی‌ماندهٔ تقسیم چندجمله‌ای‌های $f(x)$ و $f'(x)$ بر $f''(x)$ به ترتیب برابر ۲ و -۶ باشد، حاصل mn کدام است؟

۱) ۳۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۱۲

Hint برای پیداکردن باقی‌ماندهٔ یک چندجمله‌ای بر یک چندجمله‌ای درجهٔ اول، مقدار چندجمله‌ای مقسوم را در ریشهٔ چندجمله‌ای درجهٔ اول (مقسوم‌علیه) حساب کن.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا $f'(x)$ و $f''(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=x^۳-۶x^۲+mx+n$$

$$f'(x)=۳x^۲-۱۲x+m$$

$$f''(x)=۶x-۱۲$$

گام دوم: برای پیداکردن باقی‌ماندهٔ تقسیم $f(x)$ و $f'(x)$ بر $f''(x)$، ریشهٔ معادلهٔ $f''(x)=۰$ را حساب می‌کنیم:

$$f''(x)=۰ \Rightarrow ۶x-۱۲=۰ \Rightarrow x=۲$$

و در ضابطه‌های $f(x)$ و $f'(x)$ جای‌گذاری می‌کنیم:

$$\Rightarrow \begin{cases} f(۲)=۲ \Rightarrow ۸-۲۴+۲m+n=۲ \quad (*) \\ f'(۲)=-۶ \Rightarrow ۱۲-۲۴+m=-۶ \Rightarrow m=۶ \xrightarrow{(*)} n=۶ \end{cases}$$

$$\Rightarrow mn=۶\times۶=۳۶$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴ خط $y = ۲x - ۱$ در نقطهٔ $x = ۲$ بر نمودار تابع f مماس است. مقدار مشتق تابع $y = \sqrt[۳]{x} f(\frac{۲}{x})$ در نقطهٔ $x = ۱$ کدام است؟

۱) -۳ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) -۲

Hint وقتی دو نمودار در نقطه‌ای بر هم مماس‌اند مقدار دو تابع و مقدار مشتق دو تابع در آن نقطه با هم برابرند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با جای‌گذاری $x = ۲$ در معادلهٔ خط مقدار $f(۲)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f(۲) = ۲ \times ۲ - ۱ = ۳$$

هم‌چنین مقدار $f'(۲)$ برابر است با شیب خط داده‌شده:

$$f'(۲) = ۲$$

گام دوم: حال از تابع داده‌شده مشتق می‌گیریم و $x = ۱$ را جای‌گذاری می‌کنیم:

$$y' = \frac{۱}{۳\sqrt[۳]{x^۲}} f(\frac{۲}{x}) + \frac{-۲}{x^۲} f'(\frac{۲}{x}) \sqrt[۳]{x}$$

$$\xrightarrow{x=۱} y' = \frac{۱}{۳} f(۲) - ۲f'(۲) = \frac{۱}{۳} \times ۳ - ۲ \times ۲ = ۱ - ۴ = -۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵ اگر $f(x)=x\sqrt{۳+\frac{۲}{x}}$ و $f(x)=(x^۲-۴)g(x)+۴$ باشد، حاصل $\lim\limits_{x\to ۲} g(x)$ کدام است؟

۱) $\frac{۵}{۴}$

۲) $\frac{۵}{۱۶}$

۳) $\frac{۷}{۴}$

۴) $\frac{۷}{۱۶}$

Hint ضابطهٔ تابع g را برحسب $f(x)$ پیدا کن و از تعریف مشتق استفاده کن!

درس Box

تعریف مشتق: شیب خط مماس بر منحنی تابع f در نقطهٔ $A(a,f(a))$ را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{شیب خط مماس بر منحنی در نقطهٔ A}=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

حد بالا را (در صورت وجود و متناهی‌بودن) مشتق تابع f در نقطهٔ a می‌نامند و با $f'(a)$ نمایش می‌دهند، یعنی:

$$f'(a)=\lim_{h\to ۰}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

با تغییر متغیر $a+h=x$ داریم:

$$f'(a)=\lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** با توجه به فرضیات مسئله داریم:

$$g(x)=\frac{f(x)-۴}{x^۲-۴}$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲} g(x)=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-۴}{x^۲-۴}=\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{(x+۲)(x-۲)}=\frac{۱}{۴}\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\frac{۱}{۴}f'(۲)$$

گام دوم: حال با توجه به ضابطهٔ تابع f، $f'(x)$ را حساب می‌کنیم:

$$f(x)=\sqrt{x^۲(۳+\frac{۲}{x})}=\sqrt{۳x^۲+۲x}\Rightarrow f'(x)=\frac{۶x+۲}{۲\sqrt{۳x^۲+۲x}}\Rightarrow f'(۲)=\frac{۱۴}{۲\sqrt{۱۶}}=\frac{۱۴}{۸}=\frac{۷}{۴}$$

گام سوم: در نتیجه مقدار $\lim\limits_{x\to ۲} g(x)$ برابر است با:

$$\lim_{x\to ۲} g(x)=\frac{۱}{۴}f'(۲)=\frac{۱}{۴}\times\frac{۷}{۴}=\frac{۷}{۱۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶ اگر $g(x)=\frac{x}{\pi}+f(\sqrt{1-3\tan x})$ و $g'(\frac{3\pi}{4})=\frac{2}{\pi}$ باشد، مقدار $f'(2)$ کدام است؟

۱) $\frac{2}{3\pi}$ ۲) $\frac{-2}{3\pi}$ ۳) $\frac{-3}{2\pi}$ ۴) $\frac{3}{2\pi}$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مشتق تابع g را حساب می‌کنیم:

$$g'(x)=\frac{1}{\pi}+\frac{-3(1+\tan^2 x)}{2\sqrt{1-3\tan x}}f'(\sqrt{1-3\tan x})$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که $g'(\frac{3\pi}{4})=\frac{2}{\pi}$، داریم:

$$g'(\frac{3\pi}{4})=\frac{1}{\pi}+\frac{-3(1+\tan^2\frac{3\pi}{4})}{2\sqrt{1-3\tan\frac{3\pi}{4}}}f'(\sqrt{1-3\tan\frac{3\pi}{4}})=\frac{1}{\pi}+\frac{-6}{4}f'(2)=\frac{2}{\pi}$$

$$\Rightarrow \frac{-3}{2}f'(2)=\frac{1}{\pi} \Rightarrow f'(2)=\frac{-2}{3\pi}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷ آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x)=(ax+1)\sqrt{3x+1}$ در بازهٔ $[0,1]$ برابر ۵ است. آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x=1$ چه‌قدر است؟

۱) ۴/۲۵ ۲) ۶/۲۵

۳) ۴/۷۵ ۴) ۶/۷۵

Hint آهنگ تغییر متوسط تابع f رو در بازه $[0,1]$ به دست بیار تا ضابطه کامل بشه!

درس Box

آهنگ تغییر متوسط: آهنگ تغییر متوسط یک تابع در بازه‌ای مانند $[a,a+h]$ را به شکل زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ تغییر متوسط تابع } f \text{ در بازهٔ } [a,a+h] = \frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

آهنگ تغییر متوسط تابع f در بازهٔ $[a,a+h]$ با شیب خط تابع در این بازه برابر است.

آهنگ تغییر لحظه‌ای: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\text{آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع } f \text{ در نقطهٔ } x=a = \lim_{h\to 0}\frac{f(a+h)-f(a)}{h} = \lim_{x\to a}\frac{f(x)-f(a)}{x-a} = f'(a)$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای با مقدار مشتق و شیب خط مماس در آن نقطه برابرند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** آهنگ تغییر متوسط تابع f را در بازهٔ $[0,1]$ محاسبه می‌کنیم:

$$\text{آهنگ تغییر متوسط تابع } f \text{ در بازهٔ } [0,1] = \frac{f(1)-f(0)}{1-0} = \frac{(a+1)\times 2-1}{1} = \frac{2a+1}{1} = 5 \Rightarrow a=2$$

گام دوم: آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع f در $x=1$ برابر است با $f'(1)$، بنابراین داریم:

$$f(x)=(2x+1)\sqrt{3x+1} \Rightarrow f'(x)=2\sqrt{3x+1}+\frac{3}{2\sqrt{3x+1}}(2x+1)$$

$$\Rightarrow f'(1)=4+\frac{9}{4}=6/25$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸ اگر $f(x)=۲x-\sin\frac{\pi x}{۲}$ و $g(x)=۲x+\cos\frac{\pi x}{۲}$ باشد، مقدار مشتق تابع gof' در نقطهٔ $x=۱$ کدام است؟

۱) $\frac{\pi^۲}{۴}$ ۲) $\frac{-\pi^۲}{۴}$ ۳) $\frac{-\pi^۲}{۲}$ ۴) $\frac{\pi^۲}{۲}$

درس Box **مشتق تابع مرکب:** اگر f و g دو تابع مشتق‌پذیر باشند، در این صورت تابع مرکب fog مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(fog)'(x)=g'(x)f'(g(x))$$

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به مشتق تابع مرکب:

$$(gof')'(۱)=f''(۱)\times g'(f'(۱))$$

گام دوم: حال $f'(x)$، $f''(x)$ و $g'(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x)=۲-\frac{\pi}{۲}\cos\frac{\pi x}{۲}\Rightarrow f'(۱)=۲$$

$$f''(x)=\frac{\pi^۲}{۴}\sin\frac{\pi x}{۲}\Rightarrow f''(۱)=\frac{\pi^۲}{۴}$$

$$g'(x)=۲-\frac{\pi}{۲}\sin\frac{\pi x}{۲}\Rightarrow g'(f'(۱))=g'(۲)=۲$$

گام سوم: حال مقدار $(gof')'(۱)$ را حساب می‌کنیم:

$$(gof')'(۱)=f''(۱)\times g'(f'(۱))=\frac{\pi^۲}{۴}\times ۲=\frac{\pi^۲}{۲}$$

گول نخوری اگر به دنبال محاسبهٔ ضابطهٔ gof' باشی، اسیر محاسبات طاقت‌فرسا می‌شی و ناامید سراغ تست بعدی می‌ری!

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹ اگر $f(x)=\frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}$ و $g(x)=\frac{۲}{۲-\cos x}$ باشد، حاصل $f'(\frac{\pi}{۳})-۲g'(\frac{\pi}{۳})$ کدام است؟

۱) $\frac{-۱}{۲}$

۲) $\frac{۱}{۲}$

۳) $\frac{\sqrt{۳}}{۲}$

۴) $\frac{-\sqrt{۳}}{۲}$

Hint ضابطهٔ تابع $f-۲g$ رو تشکیل بده!

درس Box **مشتق جمع و تفریق دو تابع:** اگر توابع f و g در $x=a$ مشتق‌پذیر باشند، آن‌گاه توابع $f\pm g$ نیز در $x=a$ مشتق‌پذیر است و داریم:

$$(f\pm g)'(a)=f'(a)\pm g'(a)$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** توجه کنید که $f'(\frac{\pi}{۳})-۲g'(\frac{\pi}{۳})=(f-۲g)'(\frac{\pi}{۳})$، پس ابتدا ضابطهٔ تابع $f-۲g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$(f-۲g)(x)=f(x)-۲g(x)=\frac{۸+\cos^۳ x}{۴-\cos^۲ x}-\frac{۴}{۲-\cos x}$$

$$=\frac{(۲+\cos x)(۴-۲\cos x+\cos^۲ x)}{(۲-\cos x)(۲+\cos x)}-\frac{۴}{۲-\cos x}=\frac{۴-۲\cos x+\cos^۲ x-۴}{۲-\cos x}=\frac{-\cos x(۲-\cos x)}{۲-\cos x}=-\cos x$$

گام دوم: حال حاصل $(f-۲g)'(\frac{\pi}{۳})$ را محاسبه می‌کنیم:

$$(f-۲g)'(x)=\sin x$$

$$\Rightarrow f'(\frac{\pi}{۳})-۲g'(\frac{\pi}{۳})=(f-۲g)'(\frac{\pi}{۳})=\sin\frac{\pi}{۳}=\frac{\sqrt{۳}}{۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰ تابع f در $x=۲$ پیوسته و $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{f(x)-۴}{x^۲-۲x}=۳$ است. اگر $g(x)=\dfrac{۱+x^۲}{x+۲}$ باشد، حاصل $(fog)'(-۱)$ کدام است؟

۱) -۴۸ ۲) -۲۴ ۳) -۶ ۴) -۱۸

Hint از تعریف مشتق کمک بگیر تا مقدار $f'(۲)$ را پیدا کنی!

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: توجه کنید که $(fog)'(-۱)=g'(-۱)\times f'(g(-۱))=g'(-۱)f'(۲)$. در نتیجه نیاز به مقدار $g'(-۱)$ و $f'(۲)$ داریم.

گام دوم: مقدار $g'(-۱)$ برابر است با:

$$g'(x)=\frac{۲x(x+۲)-(۱+x^۲)}{(x+۲)^۲}\Rightarrow g'(-۱)=-۴$$

گام سوم: حال با توجه به تساوی $\lim\limits_{x\to ۲}\dfrac{f(x)-۴}{x^۲-۲x}=۳$، وقتی $x\to ۲$ حاصل حد مخرج برابر صفر است و چون مقدار حد عددی حقیقی است، حاصل حد صورت نیز باید صفر باشد و چون تابع f در $x=۲$ پیوسته است، داریم:

$$f(۲)-۴=۰\Rightarrow f(۲)=۴$$

$$\Rightarrow \lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x(x-۲)}=\frac{۱}{۲}\lim_{x\to ۲}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\frac{۱}{۲}f'(۲)=۳\Rightarrow f'(۲)=۶$$

گام چهارم: در نتیجه مقدار $(fog)'(-۱)$ برابر است با:

$$(fog)'(-۱)=g'(-۱)\times f'(۲)=-۴\times ۶=-۲۴$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۱ اگر $A(۲,۰)$ یک نقطهٔ گوشه‌ای برای تابع $f(x)=\frac{b|x+a|}{۲x-[x]}$ باشد، به طوری که نیم‌مماس‌ها در نقطهٔ گوشه بر هم عمود باشند، مقدار b کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

۱) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۲}$

۲) $\pm\sqrt{۶}$

۳) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۶}$

۴) $\pm\frac{\sqrt{۶}}{۳}$

Hint

ریشهٔ سادهٔ قدرمطلق، نقطهٔ گوشه است.

درس Box

مشتق چپ و راست: مشتق راست و چپ تابع f در $x=a$ را با $f'_+(a)$ و $f'_-(a)$ نمایش می‌دهیم و به صورت زیر آن را تعریف می‌کنیم:

$$f'_+(a)=\lim_{h\to ۰^+}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

$$f'_-(a)=\lim_{h\to ۰^-}\frac{f(a+h)-f(a)}{h}$$

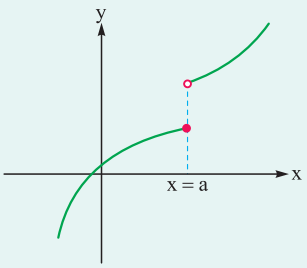
یا به طور معادل:

$$f'_+(a)=\lim_{x\to a^+}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

$$f'_-(a)=\lim_{x\to a^-}\frac{f(x)-f(a)}{x-a}$$

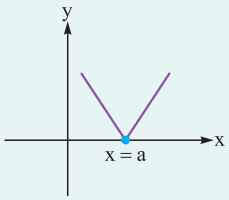
مشتق‌پذیری: اگر تابع f در $x=a$ هر یک از شرایط زیر را داشته باشد، در این صورت در این نقطه مشتق‌پذیر نیست:

۱) f در a پیوسته نباشد:

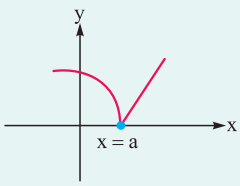


۲) f در a پیوسته باشد و مشتق چپ و راست در $x=a$:

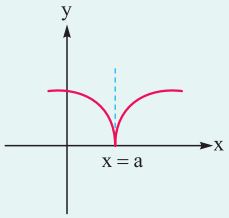
الف) هر دو موجود (متناهی) ولی نابرابر باشند (نقطهٔ گوشه‌ای):



ب) یکی متناهی و دیگری نامتناهی باشد (نقطهٔ گوشه‌ای):



پ) هر دو نامتناهی باشند (نقطهٔ بازگشتی):



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول**: با توجه به این‌که ریشهٔ سادهٔ قدرمطلق، نقطهٔ گوشه است داریم:

$$۲+a=۰ \Rightarrow a=-۲$$

گام دوم: حال برای پیداکردن شیب نیم‌مماس‌ها در نقطهٔ گوشه‌ای، مشتق‌های چپ و راست تابع f را در $x=۲$ محاسبه می‌کنیم:

$$f(x)=\frac{b|x-۲|}{۲x-[x]} \Rightarrow \begin{cases} f'_+(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^+}\frac{\frac{b(x-۲)}{۲x-۲}}{x-۲}=\frac{b}{۲} \\ f'_-(۲)=\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{f(x)-f(۲)}{x-۲}=\lim\limits_{x\to ۲^-}\frac{\frac{-b(x-۲)}{۲x-۱}}{x-۲}=\frac{-b}{۳} \end{cases}$$

گام سوم: نیم‌مماس‌ها بر هم عمودند، در نتیجه:

$$(\frac{-b}{۳})(\frac{b}{۲})=-۱ \Rightarrow b^۲=۶ \Rightarrow b=\pm\sqrt{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۲ فرض کنید f یک تابع چندجمله‌ای و $g(x)=f(۲-x^۲)$ باشد. اگر $f'(۱)=۳$ و $f''(۱)=-۲$ باشد، مقدار $g''(۱)$ کدام است؟

۱) -۱۰ ۲) -۱۴ ۳) -۲ ۴) ۲

Hint مشتق دوم تابع g رو به کمک تابع f حساب کن!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** مشتق اول و دوم تابع g را محاسبه می‌کنیم:

$$g(x)=f(۲-x^۲)$$
$$\Rightarrow g'(x)=-۲xf'(۲-x^۲)$$
$$\Rightarrow g''(x)=-۲f'(۲-x^۲)+۴x^۲f''(۲-x^۲)$$

گام دوم: حال با توجه به این‌که $f'(۱)=۳$ و $f''(۱)=-۲$، داریم:

$$g''(۱)=-۲f'(۱)+۴f''(۱)=-۶+(-۸)=-۱۴$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۳ دنبالهٔ $-a,a,b,\ldots$ حسابی و دنبالهٔ $a,b,16+a,\ldots$ هندسی است. حاصل ab کدام است؟

۱) ۱۸ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۶

Hint شرط تشکیل دنبالهٔ حسابی و هندسی چی بود؟ .... واسطهٔ حسابی و هندسی!

درس Box

- **دنبالهٔ حسابی:** دنباله‌ای که در آن هر جمله (به‌جز جملهٔ اول) با اضافه‌شدن عددی ثابت به جملهٔ قبل از خودش به دست می‌آید یک دنبالهٔ حسابی نامیده می‌شود و به آن عدد ثابت قدرنسبت دنباله می‌گویند. جملهٔ nام یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d به صورت $t_n = t_1 + (n-1)d$ است.
- **واسطهٔ حسابی:** اگر a,b,c سه جمله با فاصلهٔ دوبه‌دو یکسان از یک دنبالهٔ حسابی باشند، رابطهٔ $2b = a + c$ بین آن‌ها برقرار است.
- **دنبالهٔ هندسی:** دنبالهٔ هندسی، دنباله‌ای است که در آن هر جمله (به‌جز جملهٔ اول) از ضرب جملهٔ قبل از خودش، در عددی ثابت و غیرصفر به دست می‌آید. این عدد ثابت را قدرنسبت دنباله می‌نامیم. جملهٔ اول نیز باید غیرصفر باشد. جملهٔ nام دنبالهٔ هندسی به صورت $t_n = t_1 q^{n-1}$ است که در آن t_1 جملهٔ اول و q قدرنسبت می‌باشد. $(t_{1,2} \neq 0)$
- **واسطهٔ هندسی:** اگر a,b,c سه جمله با فاصلهٔ دوبه‌دو یکسان از یک دنبالهٔ هندسی باشند، رابطهٔ $b^2 = ac$ بین آن‌ها برقرار است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: $-a,a,b$ سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ حسابی هستند:

$$2a = b - a \Rightarrow 3a = b \quad (*)$$

گام دوم: $a,b,16+a$ سه جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی هستند:

$$b^2 = a(16+a) \xrightarrow{(*)} 9a^2 = a^2 + 16a$$
$$\Rightarrow 8a^2 - 16a = 0 \Rightarrow 8a(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 0 \\ a = 2 \end{cases}$$

گام سوم: به ازای $a = 0$ دنبالهٔ حسابی به‌دست‌آمده ثابت است و دنبالهٔ هندسی تشکیل نمی‌شود، بنابراین $a = 2$ قابل قبول است و داریم:

$$a = 2 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow ab = 6 \times 2 = 12$$

یه‌جور دیگه

در دنبالهٔ حسابی، اختلاف دو جملهٔ متوالی برابر قدرنسبت (d) و در دنبالهٔ هندسی نسبت دو جملهٔ متوالی برابر قدرنسبت (q) است. در نتیجه:

$$-a,a,b,\ldots \text{ دنبالهٔ حسابی} \Rightarrow d = 2a, d = b - a \Rightarrow 2a = b - a \Rightarrow 3a = b$$
$$a,b,a+16,\ldots \text{ دنبالهٔ هندسی} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3a}{a} = q = 3, \frac{a+16}{a} = q^2 \Rightarrow \frac{a+16}{a} = 9 \Rightarrow 9a = a + 16 \Rightarrow a = 2$$
$$\Rightarrow b = 6 \Rightarrow ab = 12$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۴ فرض کنید a_n، جملهٔ عمومی دنبالهٔ هندسی غیرثابت است. اگر $\frac{a_1 a_3}{a_5} = a_1 + 2a_3$، جملهٔ پنجم این دنباله چند برابر جملهٔ اول است؟

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $2\sqrt{2}$

۳) ۴ ۴) $4\sqrt{2}$

Hint سعی کن تساوی داده‌شده رو برحسب جملهٔ اول و قدرنسبت بنویسی!

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** فرض می‌کنیم قدرنسبت دنباله برابر q باشد، با توجه به تساوی داده‌شده داریم:

$$\frac{a_1(a_1q^2)}{a_1q^4} = a_1 + 2a_1q^2 \Rightarrow \frac{a_1}{q^2} = a_1(1+2q^2) \xrightarrow{a\neq 0} 2q^4 + q^2 - 1 = 0$$

$$\Rightarrow (2q^2-1)(q^2+1) = 0 \xrightarrow{q^2>0} q^2 = \frac{1}{2}$$

گام دوم: حال برای پیداکردن نسبت جملهٔ پنجم به جملهٔ اول داریم:

$$\frac{a_5}{a_1} = \frac{a_1q^4}{a_1} = q^4 = (q^2)^2 = (\frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۵ جملات اول، سوم و پنجم یک دنبالهٔ حسابی را (به ترتیب) با ۱− ، ۳ و ۷ جمع کرده‌ایم تا سه جملهٔ ابتدایی یک دنبالهٔ هندسی به دست آید. اگر مجموع ۱۰ جملهٔ اول دنبالهٔ هندسی ۲۰ برابر قدرنسبت دنبالهٔ حسابی باشد، جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی کدام است؟

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۴− ۴) ۳−

Hint سه جملهٔ ابتدایی (متوالی) دنبالهٔ هندسی رو مشخص کن و از رابطهٔ واسطهٔ هندسی استفاده کن!

درس Box **دنبالهٔ ثابت**: به دنباله‌ای که همهٔ جملات آن با هم برابر است، دنبالهٔ ثابت می‌گوییم. توجه کنید که دنبالهٔ ثابت هم هندسی است و هم حسابی؛ زیرا اختلاف هر دو جملهٔ متوالی، ثابت و نسبت هر دو جملهٔ متوالی نیز مقداری ثابت است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: فرض می‌کنیم a_n جملهٔ nام دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت d و t_n جملهٔ nام دنباله هندسی با قدرنسبت q باشد، بنابراین جملات دنبالهٔ هندسی به صورت روبه‌رو است:

$$t_۱ = a_۱ - ۱, t_۲ = a_۳ + ۳, t_۳ = a_۵ + ۷$$

گام دوم: $t_۱, t_۲, t_۳$ سه جملهٔ ابتدایی و متوالی یک دنبالهٔ هندسی هستند. در نتیجه:

$$t_۲^۲ = t_۱ t_۳$$

$$\Rightarrow (a_۳ + ۳)^۲ = (a_۱ - ۱)(a_۵ + ۷) \Rightarrow a_۳^۲ + ۶a_۳ + ۹ = a_۱ a_۵ + ۷a_۱ - a_۵ - ۷$$

$$\Rightarrow (a_۱ + ۲d)^۲ + ۶(a_۱ + ۲d) + ۹ = a_۱(a_۱ + ۴d) + ۷a_۱ - a_۱ - ۴d - ۷$$

$$a_۱^۲ + ۴a_۱ d + ۴d^۲ + ۶a_۱ + ۱۲d + ۹ = a_۱^۲ + ۴a_۱ d + ۶a_۱ - ۴d - ۷$$

$$\Rightarrow ۴d^۲ + ۱۶d + ۱۶ = ۰ \Rightarrow d^۲ + ۴d + ۴ = ۰ \Rightarrow (d+۲)^۲ = ۰ \Rightarrow d = -۲$$

گام سوم: نسبت دو جملهٔ متوالی از یک دنبالهٔ هندسی برابر قدرنسبت است:

$$\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{a_۳ + ۳}{a_۱ - ۱} = \frac{a_۱ + ۲d + ۳}{a_۱ - ۱} = \frac{a_۱ - ۱}{a_۱ - ۱} = ۱ = q$$

گام چهارم: در نتیجه دنبالهٔ هندسی به‌دست‌آمده ثابت است و داریم:

$$\frac{۱۰t_۱}{d} = ۲۰ \Rightarrow \frac{۱۰(a_۱ - ۱)}{-۲} = ۲۰$$

$$\Rightarrow a_۱ - ۱ = -۴ \Rightarrow a_۱ = -۳$$

یه‌جور دیگه جملات اول و سوم و پنجم یک دنبالهٔ حسابی، خود تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت $۲d$ می‌دهند. هم‌چنین جملات $-۱, ۳, ۷$ نیز تشکیل یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۴ می‌دهند. اگر جملات اول و سوم و پنجم با $-۱, ۳, ۷$ جمع شوند، دنباله به‌دست‌آمده حسابی با قدرنسبت $۲d + ۴$ است و چون در سؤال گفته‌شده دنبالهٔ هندسی به دست می‌آید، بنابراین دنباله‌ای که هم حسابی و هم هندسی باشد، دنبالهٔ ثابت است:

$$a_۱ - ۱ = a_۳ + ۳ = a_۵ + ۷$$

$$a_۱ - ۱ = a_۳ + ۳ \Rightarrow a_۳ - a_۱ = -۴ \Rightarrow ۲d = -۴ \Rightarrow d = -۲$$

$$\frac{S_{۱۰}}{d} = \frac{۱۰(a_۱ - ۱)}{d} = ۲۰ \Rightarrow a_۱ - ۱ = -۴ \Rightarrow a_۱ = -۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۶ فرض کنید $A(۲,۳)$ و $C(۶,۰)$ دو رأس واقع بر یک قطر مستطیل **ABCD** باشند. اگر قطر دیگر مستطیل بر خط $x = ۴$ واقع باشد، مساحت مستطیل کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۸ ۳) ۱۰ ۴) ۱۲

Hint

در مستطیل اضلاع مجاور بر هم عمود و اضلاع مقابل با هم موازی‌اند. دو خط عمود بر هم دارای شیب‌های عکس و قرینه و دو خط موازی دارای شیب‌های برابر هستند.

درس Box

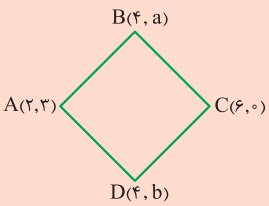
دو خط عمود بر هم: اگر خطوط d و d' به ترتیب با شیب‌های m و m' بر هم عمود باشند، آن‌گاه $mm' = -۱$ یعنی m عکس و قرینهٔ m' است و برعکس!

فاصلهٔ دو نقطه از هم: به طور کلی اگر در صفحهٔ مختصات دو نقطهٔ $A(x_۱, y_۱)$ و $B(x_۲, y_۲)$ را داشته باشم طول پاره‌خط AB (فاصلهٔ دو نقطهٔ A و B) برابر است با:

$$|AB| = \sqrt{(x_۲ - x_۱)^۲ + (y_۲ - y_۱)^۲}$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به فرضیات مسئله و شکل مقابل مختصات رأس‌های B و D را به ترتیب به صورت $(۴,a)$ و $(۴,b)$ در نظر می‌گیریم:



گام دوم: در مستطیل اضلاع مجاور بر هم عمود و اضلاع مقابل با هم موازی‌اند، در نتیجه:

$$m_{AB} \times m_{BC} = -۱ \Rightarrow \frac{a-۳}{۲} \times \frac{a}{-۲} = -۱$$

$$\Rightarrow a^۲ - ۳a - ۴ = ۰ \Rightarrow a = -۱ \text{ یا } a = ۴$$

$$m_{AB} = m_{DC} \Rightarrow \frac{a-۳}{۲} = \frac{b}{-۲}$$

گام سوم: با فرض $a = -۱$ مقدار b برابر ۴ می‌شود و مقدار مساحت برابر است با:

$$S_{ABCD} = |AB| \cdot |BC| = \sqrt{۲^۲ + ۴^۲} \times \sqrt{۲^۲ + ۱^۲} = \sqrt{۲۰} \times \sqrt{۵} = ۱۰$$

تذکر: در حالت $a = ۴$ و $b = -۱$ نیز مقدار مساحت برابر با همین مقدار به‌دست‌آمده است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۷ فرض کنید a_n جملهٔ عمومی یک دنبالهٔ حسابی با قدرنسبت ۳ باشد. اگر رابطهٔ $(a_1+a_2)+(a_4+a_5)+(a_7+a_8)+\ldots+(a_{19}+a_{20})=63$ برقرار باشد، جملهٔ پانزدهم دنبالهٔ a_n کدام است؟

۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۴ ۴) ۱۵

درس Box

مجموع n جملهٔ اول یک دنبالهٔ حسابی: در یک دنبالهٔ حسابی با جملهٔ nام a_n و قدرنسبت d، مجموع n جملهٔ ابتدایی دنباله برابر است با:

$$S_n=\frac{n}{2}(2a_1+(n-1)d)=\frac{n}{2}(a_1+a_n)$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جملات $a_1+a_2,\ a_4+a_5,\ a_7+a_8,\ldots,a_{19}+a_{20}$ تشکیل یک دنبالهٔ حسابی t_n با جملهٔ اول $t_1=2a_1+\overbrace{3}^{d}$ و قدرنسبت $\overbrace{18}^{6d}$ می‌دهند.

گام دوم: حال در رابطهٔ داده‌شده مجموع ۷ جملهٔ اول دنبالهٔ حسابی با جملهٔ اول $2a_1+3$ و جملهٔ هفتم $2a_1+111$ می‌باشد، در نتیجه داریم:

$$S_7=\frac{7}{2}(t_1+t_7)=\frac{7}{2}(2a_1+3+2a_1+111)=63$$

$$\Rightarrow \frac{7}{2}(4a_1+114)=63 \Rightarrow 7(2a_1+57)=63 \Rightarrow 2a_1+57=9 \Rightarrow a_1=-24$$

گام سوم: بنابراین a_{15} برابر است با:

$$a_{15}=a_1+14\times d=-24+14\times 3=18$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۸ خط $L: 3x+4y=k$ در نقطه‌ای به طول ۴ بر دایره‌ای به مرکز $O(1,-2)$ مماس است. شعاع دایره کدام است؟

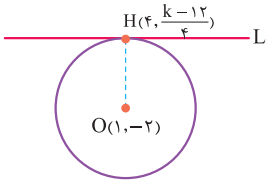
۱) ۵ ۲) ۴ ۳) ۳ ۴) ۶

Hint شعاع دایره بر خط مماس در نقطهٔ تماس عمود است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** با توجه به این‌که طول نقطهٔ تماس ۴ است، عرض نقطهٔ تماس برابر است با:

$$3\times 4+4y=k \Rightarrow y=\frac{k-12}{4}$$

گام دوم: شعاع دایره بر خط مماس در نقطهٔ تماس عمود است، بنابراین شیب خط گذرنده از مرکز دایره و نقطهٔ تماس قرینه و عکس شیب خط L است:



$$L: y=-\frac{3}{4}x+\frac{k}{4} \xrightarrow{m_L.m_{OH}=-1} m_{OH}=\frac{4}{3}$$

پس داریم:

$$\frac{4}{3}=\frac{\frac{k-12}{4}-(-2)}{4-1} \Rightarrow \frac{k-12}{4}+2=4 \Rightarrow k=20$$

گام سوم: در نتیجه شعاع دایره برابر است با فاصلهٔ دو نقطهٔ $O(1,-2)$ و $H(4,2)$:

$$|OH|=\sqrt{(4-1)^2+(2-(-2))^2}=\sqrt{9+16}=5$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۹ کانون‌های یک بیضی نقاط با عرض‌های ۲ و ۲- واقع بر محور yها هستند. اگر خروج از مرکز این بیضی ۰/۲ باشد، طول کوتاه‌ترین قطر بیضی کدام است؟

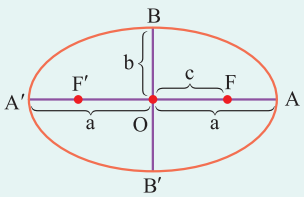
۱) $۴\sqrt{۶}$
۲) $۶\sqrt{۳}$
۳) $۱۲\sqrt{۳}$
۴) $۸\sqrt{۶}$

مشاوره سطح دشواری این سؤال، در حد امتحان نهایی است، اما جالب است بدانید این سؤال، مشابه یکی از سؤال‌های کنکور ریاضی اردیبهشت ۱۴۰۳ طرح شده است.

درس Box

اجزای بیضی:

۱) اگر F و F' کانون‌های یک بیضی باشند، فاصلهٔ بین این دو نقطه را فاصلهٔ کانونی نامیده و با $FF' = ۲c$ نشان می‌دهیم.



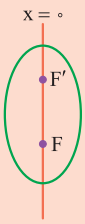
۲) $AA' = ۲a$ را قطر بزرگ بیضی و $BB' = ۲b$ را قطر کوچک بیضی نامیده که همان دو محور تقارن بیضی است و محل برخورد آن‌ها یعنی O را مرکز بیضی می‌نامند که همان مرکز تقارن بیضی است و در هر بیضی داریم:

$$a^۲ = b^۲ + c^۲$$

۳) به مقدار ثابت $e = \frac{c}{a}$ که $۰ < e < ۱$ است، **خروج از مرکز** بیضی می‌گوییم که همواره مثبت است. اگر e به عدد ۱ نزدیک شود، بیضی کشیده‌تر و هر قدر e به صفر نزدیک‌تر شود، بیضی به دایره نزدیک‌تر می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (محاسبهٔ c): مطابق فرض مسئله مختصات کانون‌های بیضی $F(۰,-۲)$ و $F(۰,۲)$ هستند؛ بنابراین فاصلهٔ کانونی بیضی $۲-(-۲)=۴$ است و داریم:



$$FF' = ۲c = ۴ \Rightarrow c = ۲$$

گام دوم (محاسبهٔ a): خروج از مرکز بیضی $۰/۲$ و $c = ۲$ است؛ بنابراین با استفاده از رابطهٔ خروج از مرکز، اندازهٔ a را به دست می‌آوریم:

$$e = \frac{c}{a} \Rightarrow ۰/۲ = \frac{۲}{a} \Rightarrow a = ۱۰$$

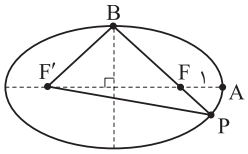
گام سوم (محاسبهٔ b): می‌دانیم در هر بیضی $a^۲ = b^۲ + c^۲$ است، حالا با استفاده از این رابطه، طول قطر کوچک بیضی یا همان $۲b$ را به دست می‌آوریم:

$$b = \sqrt{a^۲ - c^۲} \Rightarrow b = \sqrt{۱۰۰ - ۴} = ۴\sqrt{۶} \Rightarrow ۲b = ۸\sqrt{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۰ مطابق شکل، F و F' کانون‌های بیضی هستند. اگر $FA = ۱$ و محیط مثلث PBF' برابر با ۱۲ باشد، فاصلهٔ کانونی این بیضی کدام است؟

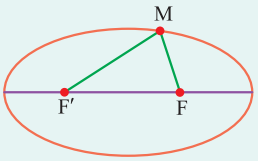


۱) ۴
۲) ۲
۳) ۳
۴) ۵

Hint دو نقطهٔ B و P بر بیضی واقع‌اند، پس مجموع فاصله‌های هر کدام از آن‌ها از دو کانون، برابر با $۲a$ است.

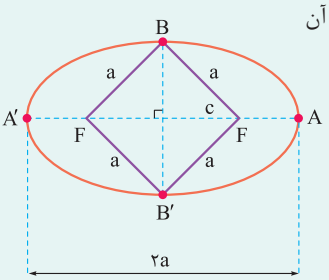
درس Box

۱) **تعریف بیضی**: بیضی مکان هندسی نقاطی از صفحه مانند M است که مجموع فواصل نقطهٔ M از دو نقطهٔ ثابت F و F' (کانون‌های بیضی)، مقدار ثابت $۲a$ باشد که این مقدار ثابت برابر با قطر بزرگ بیضی است.



طول قطر بزرگ $= ۲a = MF + MF'$

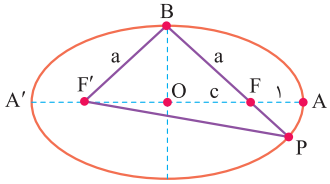
۲) از تعریف بیضی نتیجه می‌شود که فاصلهٔ هر سر قطر کوچک یک بیضی از هر کانون آن برابر با a است.



پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول (محاسبهٔ a)**: محیط مثلث را می‌نویسیم. می‌دانیم مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از دو کانون آن برابر با طول قطر بزرگ بیضی است؛ بنابراین داریم:

$$PB + BF' + PF' = ۱۲ \Rightarrow PF + FB + F'B + PF' = ۱۲ \xrightarrow{\substack{BF+BF'=۲a \\ PF+PF'=۲a}} ۴a = ۱۲ \Rightarrow a = ۳$$

گام دوم (محاسبهٔ فاصلهٔ کانونی بیضی): در شکل زیر می‌دانیم $OA = a$ و $FA = ۱$ است؛ پس c را به دست می‌آوریم. فاصلهٔ کانونی بیضی برابر با $۲c$ است.



$$OA = a \Rightarrow c + ۱ = ۳ \Rightarrow c = ۲ \Rightarrow FF' = ۲c = ۴$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۱ معادلهٔ مکان هندسی مرکز دایره‌هایی که از نقطهٔ $(۲,۰)$ می‌گذرند و بر خط $y=۲$ مماس هستند، کدام است؟

۱) $y=-\frac{۱}{۴}x^۲+x$

۲) $y=\frac{۱}{۴}x^۲-x$

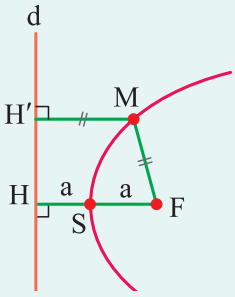
۳) $y=\frac{۱}{۴}x^۲+x+۲$

۴) $y=-\frac{۱}{۴}x^۲-x-۲$

Hint مرکز چنین دایره‌هایی از نقطهٔ $(۲,۰)$ و خط $y=۲$ به یک فاصله هستند.

درس Box

۱) **تعریف سهمی:** مکان هندسی تمام نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت مانند d و یک نقطهٔ ثابت مانند F خارج از آن خط، به یک فاصله باشند. نقطهٔ ثابت F را کانون سهمی و خط ثابت d را خط هادی سهمی می‌نامند. فاصلهٔ کانون تا رأس که برابر با فاصلهٔ رأس تا خط هادی است را با a نمایش می‌دهیم و آن را فاصلهٔ کانونی سهمی می‌نامیم.

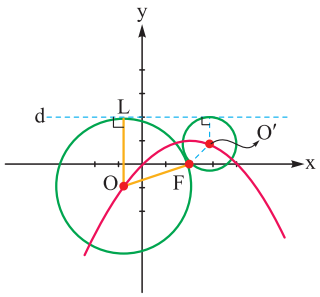


۲) اگر محور تقارن یک سهمی موازی با محور yها باشد (خط هادی سهمی موازی محورxها باشد)، آن سهمی قائم است. اگر $S(h,k)$ رأس یک سهمی با فاصلهٔ کانونی a باشد، بسته به این‌که دهانهٔ سهمی رو به بالا باز شود یا رو به پایین، معادلهٔ آن به صورت زیر است:

دهانه رو به پایین	دهانه رو به بالا
$(x-h)^۲=-۴a(y-k)$	$(x-h)^۲=۴a(y-k)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

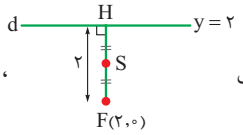
گام اول (رسم شکل): با توجه به شکل زیر، چون مرکز این دایره‌ها از نقطهٔ $F(۲,۰)$ و خط $y=۲$ به یک فاصله هستند؛ پس مکان مرکزهای دایره‌های مورد نظر، یک سهمی با کانون $F(۲,۰)$ و خط هادی $y=۲$ است.



گام دوم (پیداکردن رأس و فاصلهٔ کانونی سهمی): فاصلهٔ کانون از خط هادی برابر با $۲a$ است؛ پس:

$$۲a=۲ \Rightarrow a=۱$$

با توجه به شکل



، چون رأس سهمی از کانون و خط هادی به یک فاصله است، پس مختصات رأس مختصات سهمی $S(۲,۱)$ خواهد بود.

گام سوم (نوشتن معادلهٔ سهمی): چون خط هادی سهمی موازی محور xها است و دهانهٔ آن به سمت پایین باز می‌شود، داریم:

$$(x-h)^۲=-۴a(y-k) \Rightarrow (x-۲)^۲=-۴(y-۱) \Rightarrow y=-\frac{۱}{۴}x^۲+x$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۲ معادلهٔ محور تقارن سهمی به معادلهٔ $۲x^۲ - ۴mx + ny - ۱۲ = ۰$ به صورت $x = -۱$ است و این سهمی از نقطهٔ $(۱,۱)$ می‌گذرد. طول وتری که از کانون بر محور تقارن سهمی عمود رسم می‌شود، کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

Hint

در واقع طول وتر کانونی سهمی را می‌خواهیم.

درس Box

۱) اگر معادلهٔ یک سهمی قائم به صورت $(x-\alpha)^۲ = ۴p(y-\beta)$ بیان شده باشد، معادلهٔ محور تقارن آن به صورت $x = \alpha$ و اگر معادلهٔ یک سهمی افقی به صورت $(y-\beta)^۲ = ۴p(x-\alpha)$ بیان شده باشد، معادلهٔ محور تقارن به صورت $y = \beta$ است.

۲) طول وتر کانونی هر سهمی (وتری که در کانون بر محور تقارن سهمی عمود می شود) برابر است با ۴ برابر فاصلهٔ کانونی سهمی.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (تبدیل معادله به فُرم استاندارد): با توجه به معادلهٔ داده‌شده که $x^۲$ در آن وجود دارد، سهمی قائم است، حالا رابطهٔ داده‌شده را با استفاده از اتحاد مربع کامل و فاکتورگرفتن از ضریب y به رابطهٔ سهمی قائم تبدیل می‌کنیم:

$$۲x^۲ - ۴mx + ny - ۱۲ = ۰ \Rightarrow ۲x^۲ - ۴mx = -ny + ۱۲ \Rightarrow x^۲ - ۲mx = -\frac{n}{۲}y + ۶$$

$$\Rightarrow (x-m)^۲ = -\frac{n}{۲}y + ۶ + m^۲ \Rightarrow (x-m)^۲ = -\frac{n}{۲}(y - \frac{۱۲ + ۲m^۲}{n})$$

گام دوم (محاسبهٔ m و n): طبق معادلهٔ به‌دست‌آمده برای سهمی، معادلهٔ محور تقارن سهمی $x = m$ است. بنا به فرض $x = -۱$، معادلهٔ محور تقارن است؛ پس $m = -۱$ و معادلهٔ سهمی به صورت $(x+۱)^۲ = -\frac{n}{۲}(y - \frac{۱۴}{n})$ خواهد بود.

سهمی از نقطهٔ $(۱,۱)$ می‌گذرد. با جای‌گذاری مختصات این نقطه در معادلهٔ سهمی، مقدار n را نیز به دست می‌آوریم:

$$(۱+۱)^۲ = -\frac{n}{۲}(۱ - \frac{۱۴}{n}) \Rightarrow ۴ = -\frac{n}{۲} + ۷ \Rightarrow -\frac{n}{۲} = -۳ \Rightarrow n = ۶$$

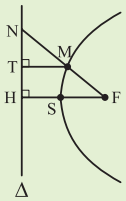
گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ صورت سؤال): در سهمی با فاصلهٔ کانونی a، طول وتر کانونی عمود بر محور برابر $۴a$ است. داریم:

معادلهٔ سهمی: $(x+۱)^۲ = -۳(y - \frac{۷}{۳}) \Rightarrow ۴a = ۳$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۳ مطابق شکل، نقاط **F** و **S** به ترتیب کانون و رأس سهمی و خط Δ، خط هادی آن است. اگر **M** نقطه‌ای واقع بر سهمی باشد و امتداد **FM**، خط Δ را در **N** قطع کند، آن‌گاه حاصل $\frac{FN}{TN}$ برابر با کدام است؟



۱) $\frac{۲MN}{TH}$

۲) $\frac{۲FS}{TH}$

۳) $\frac{NF}{NT}$

۴) $\frac{NF}{TH}$

مشاوره این سؤال بر مبنای یکی از تمرین‌های کتاب درسی طرح شده است که این تمرین، چند بار هم در امتحان‌های نهایی مطرح شده است. اگر از قبل روی این تمرین تسلط نداشته باشید، احتمال آن‌که بتوانید سؤال را حل کنید، کم است؛ پس تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (استفاده از قضیهٔ تالس در $\overset{\Delta}{NHF}$): طبق خاصیت سهمی، هر نقطهٔ واقع بر یک سهمی از کانون و خط هادی آن به یک فاصله است؛ بنابراین $MF = MT$ و $SF = SH$، طبق قضیهٔ تالس در مثلث NHF داریم:

$$\overset{\Delta}{NHF} : MT \parallel FH \xrightarrow{\text{تالس}} \frac{NT}{TH} = \frac{MN}{MF} \xrightarrow{MF=MT} \frac{MN}{MT} = \frac{NT}{TH}$$

گام دوم (استفاده از تشابه $\overset{\Delta}{NHF}$ و $\overset{\Delta}{MTN}$): به دلیل برابری دو زاویه $(\hat{H} = \hat{T} = ۹۰^\circ, \hat{N} = \hat{N})$ دو مثلث NHF و MTN متشابه هستند، نسبت تشابه را می‌نویسیم و به جای FH، ۲FS می‌گذاریم:

$$\overset{\Delta}{MTN} \sim \overset{\Delta}{NHF} \Rightarrow \frac{MN}{FN} = \frac{MT}{FH} \Rightarrow \frac{MN}{MT} = \frac{FN}{FH} = \frac{FN}{۲FS}$$

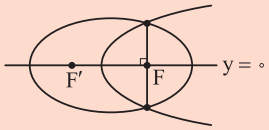
گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ صورت سؤال): از دو رابطهٔ به‌دست‌آمده در گام اول و دوم داریم:

$$\frac{NT}{TH} = \frac{FN}{۲FS} \Rightarrow \frac{FN}{NT} = \frac{۲FS}{TH}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۴ مطابق شکل اگر $F(۳,۰)$ و $F'(-۳,۰)$ کانون‌های یک بیضی و F کانون سهمی با خط هادی $x=-۳$ باشد، آن‌گاه طول قطر بزرگ بیضی کدام است؟



۱) $۹+۹\sqrt{۲}$

۲) $۴+۴\sqrt{۲}$

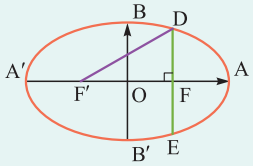
۳) $۳+۳\sqrt{۲}$

۴) $۶+۶\sqrt{۲}$

Hint پاره‌خطی که نقاط تقاطع سهمی و بیضی را به هم وصل کرده است، هم وتر کانونی سهمی و هم وتر کانونی بیضی است.

درس Box

۱) تعریف وتر کانونی: در هر بیضی طول وتری که از کانون گذشته و بر قطر بزرگ عمود است برابر است با: $DE=\frac{۲b^۲}{a}$.



پاره‌خط DE را وتر کانونی می‌گوییم، پس در شکل مقابل داریم $DF=FE=\frac{b^۲}{a}$.

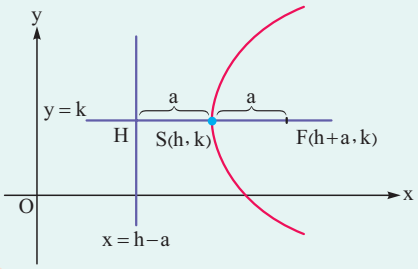
۲) در یک سهمی افقی رو به راست روابط به صورت زیر است:

معادلهٔ سهمی: $(y-k)^۲=۴a(x-h)$

محور سهمی: خط $y=k$

خط هادی: $x=h-a$

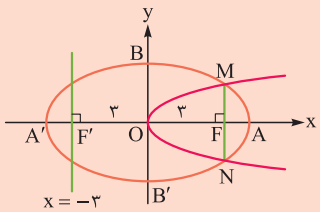
کانون: $F(h+a,k)$



پاسخ خیلی تشریحی

گام اول (رسم شکل و پیداکردن مختصات رأس سهمی):

همان‌طور که در شکل مشخص است چون $F(۳,۰)$ کانون سهمی و $x=-۳$ خط هادی آن است؛ پس رأس سهمی همان مرکز بیضی، یعنی مبدأ مختصات است و دهانهٔ سهمی به سمت راست باز می‌شود.



گام دوم (به دست آوردن طول MN): رأس سهمی مبدأ مختصات است و دهانهٔ سهمی به راست باز می‌شود؛ بنابراین معادلهٔ سهمی به صورت $y^۲=۴px$ است که در آن $p=۳$ است؛ پس معادلهٔ سهمی $y^۲=۱۲x$ است. مختصات M برابر است با:

$$y^۲=۱۲x \xrightarrow{x=۳} y^۲=۳۶ \Rightarrow y=+۶ \Rightarrow M(۳,۶), N(۳,-۶) \Rightarrow MN=۱۲$$

یه‌جور دیگه توجه کنید بدون محاسبهٔ معادلهٔ سهمی هم می‌توانستیم مختصات M و N را به دست آوریم. با توجه به این‌که MN وتر کانونی سهمی است می‌توانستید بگویید $MN=۴p=۱۲$.

گام سوم (به دست آوردن خواستهٔ سوال): فاصلهٔ کانون بیضی برابر است با:

$$F'(-۳,۰), F(۳,۰) \Rightarrow FF'=۳+۳=۶ \Rightarrow ۲c=۶ \Rightarrow c=۳$$

از طرفی می‌دانیم $MF=\frac{b^۲}{a}$ و $b^۲+c^۲=a^۲$، در نتیجه:

$$۶=\frac{a^۲-c^۲}{a}=\frac{a^۲-۹}{a} \Rightarrow a^۲-۶a-۹=۰ \Rightarrow a=\frac{۶\pm\sqrt{۷۲}}{۲} \xrightarrow{a>۰} a=۳+۳\sqrt{۲}$$

$$\Rightarrow AA'=۲a=۶+۶\sqrt{۲}$$

یه‌جور دیگه بعد از این‌که در گام دوم، مختصات M را به دست آوردیم، می توانستیم از خاصیت نقطهٔ M که بر بیضی واقع است استفاده کنیم، یعنی بگوییم: $MF+MF'=۲a$ (قطر بزرگ بیضی)

$$M(۳,۶), F(۳,۰), F'(-۳,۰) \Rightarrow ۲a=MF+MF'=\sqrt{(۳+۳)^۲+(۶-۰)^۲}+\sqrt{(۳-۳)^۲+(۶-۰)^۲}$$

$$\Rightarrow ۲a=\sqrt{۳۶+۳۶}+۶=۶\sqrt{۲}+۶$$

Telegram: @konkur_in

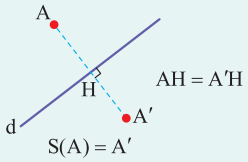
www.konkur.in

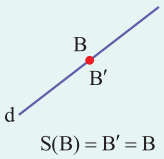
۲۵ اندازهٔ اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای $x+۱$، $۴x+۱$ و $۴x$ است. بازتاب رأس زاویهٔ قائمه را نسبت به عمودمنصف وتر به دست می‌آوریم. بیشترین فاصلهٔ این نقطه از رأس‌های مثلث کدام است؟

۱) ۲۴ ۲) ۱۸ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

درس Box

۱) **بازتاب:** به ازای هر خط d در صفحه، بازتاب S نسبت به خط d، تبدیلی است که هر نقطه مانند A را که روی خط d قرار نداشته باشد به نقطه‌ای مانند A' تصویر کند، به طوری که خط d عمودمنصف AA' باشد و تصویر هر نقطه مثل B که روی خط d قرار داشته باشد بر خودش منطبق است. خط d را محور تقارن بازتاب یا محور بازتاب می‌نامند.





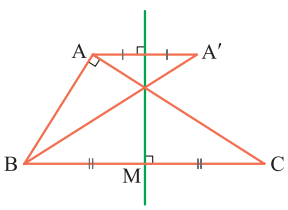
۲) بازتاب یک تبدیل طولپاست، یعنی در هر بازتاب، اندازهٔ هر پاره‌خط و اندازهٔ تصویر آن با هم برابرند.

$$\begin{cases} S(A) = A' \\ S(B) = B' \end{cases} \Rightarrow AB = A'B'$$

۳) اگر دو نقطهٔ A' و B' به ترتیب تصویرهای دو نقطهٔ B و A در تبدیل F باشند، آن‌گاه پاره‌خط $A'B'$ تصویر پاره‌خط AB تحت تبدیل F است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (رسم شکل مناسب): مطابق شکل A' تصویر A تحت بازتاب نسبت به عمودمنصف BC است. فاصلهٔ A' از رأس B بیشترین فاصلهٔ آن از رأس‌های مثلث ABC است و چون B و C در این بازتاب تصویر یکدیگرند، لذا $A'B$ تصویر AC در بازتاب نسبت به عمودمنصف BC است و چون بازتاب ایزومتری است، پس $A'B = AC$.



گام دوم (محاسبهٔ x): با استفاده از فیثاغورس در مثلث ABC مقدار x را به دست می‌آوریم:

$$BC^۲ = AB^۲ + AC^۲ \Rightarrow (۴x+۱)^۲ = (x+۱)^۲ + (۴x)^۲$$

$$\Rightarrow ۱۶x^۲ + ۸x + ۱ = x^۲ + ۲x + ۱ + ۱۶x^۲ \Rightarrow x^۲ - ۶x = ۰ \Rightarrow x = ۶$$

گام سوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): $A'B$ بیشترین فاصله از رأس‌های مثلث ABC است و می‌دانیم $A'B = AC$ است و طبق فرض مسئله $AC = ۴x = ۲۴$.

Telegram: @konkur_in

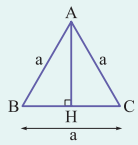
www.konkur.in

۲۶ دو خط L و L' با زاویهٔ ۶۰° متقاطع‌اند. خط نیمساز زوایای منفرجه بین آن‌ها را با برداری به طول $۲\sqrt{۳}$ و عمود بر آن انتقال می‌دهیم تا خط L'' حاصل شود. مساحت ناحیهٔ بین L، L' و L'' کدام است؟

۱) ۶ ۲) $۴\sqrt{۳}$ ۳) $۶\sqrt{۳}$ ۴) $۳\sqrt{۳}$

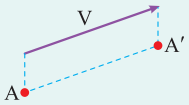
درس Box

۱) در مثلث متساوی‌الاضلاع ABC به طول ضلع a اگر AH ارتفاع باشد، داریم:



$$AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}a \quad و \quad S_{ABC} = \frac{\sqrt{۳}}{۴}a^۲$$

۲) **انتقال:** انتقال T تحت بردار $\vec{V}$، تبدیلی در صفحه است که در آن تصویر هر نقطه مانند A از صفحهٔ P، نقطه‌ای مانند A' در همان صفحه است که:



$$\overrightarrow{AA'} = \vec{V}$$

۳) **خواص انتقال:**

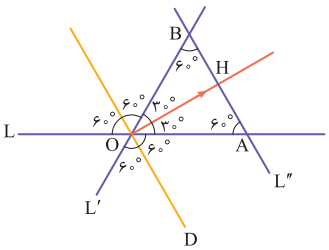
۱) انتقال یک تبدیل طولپا (ایزومتری) است.

۲) انتقال شیب خط را حفظ می‌کند، یعنی تبدیل‌یافتهٔ هر خط در یک انتقال، خطی موازی با آن است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول (رسم شکل مناسب): مطابق شکل، دو خط L و L' در O متقاطع‌اند و خط D نیمساز زوایای منفرجهٔ بین L و L' است و بردار $\overrightarrow{OH}$ عمود بر راستای D است؛ پس زاویهٔ OH با هر کدام از پاره‌خط‌های OB و OA باید ۳۰° باشد، لذا OH نیمساز زاویهٔ $A\hat{O}B = ۶۰^\circ$ است.

خط L'' تصویر خط D تحت انتقال با بردار $\overrightarrow{OH}$ است که L و L' را در نقاط A و B قطع می‌کند.



گام دوم (محاسبهٔ خواستهٔ سؤال): طبق قضیهٔ خطوط موازی و مورب، زاویه‌های $\hat{B}$ و $\hat{A}$ نیز ۶۰° هستند؛ بنابراین مثلث OAB متساوی‌الاضلاع با ارتفاعی به طول $۲\sqrt{۳}$ است و در نتیجه:

$$OH = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB \Rightarrow ۲\sqrt{۳} = \frac{\sqrt{۳}}{۲}AB \Rightarrow AB = ۴ \Rightarrow S_{AOB} = \frac{AB^۲\sqrt{۳}}{۴} = \frac{۴^۲\sqrt{۳}}{۴} = ۴\sqrt{۳}$$

Telegram: @konkur_in

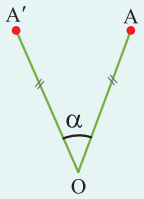
www.konkur.in

۲۷ دو دایرهٔ $C(O,R)$ و $C'(O',R')$ و نقطهٔ A بیرون آن‌ها را در نظر بگیرید. اگر مثلث قائم‌الزاویه و متساوی‌الساقین AMN با قاعدهٔ MN به گونه‌ای که M روی دایرهٔ C و N روی دایرهٔ C' قرار دارد، قابل رسم باشد، برای رسم آن از چه تبدیلی استفاده می‌کنیم؟

۱) انتقال
۲) بازتاب
۳) دوران
۴) تجانس

درس Box

۱) **تعریف دوران:** دوران R به مرکز نقطهٔ ثابت O و زاویهٔ α تبدیلی از صفحه است که در آن اگر A' تصویر نقطهٔ A باشد، داریم:



$$OA = OA' \ , \ A\hat{O}A' = |\alpha|$$

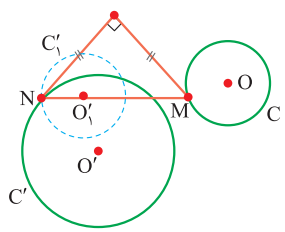
توجه کنید که اگر دوران در خلاف جهت حرکت عقربه‌های ساعت باشد، زاویهٔ دوران مثبت و اگر در جهت عقربه‌های ساعت باشد، زاویهٔ دوران منفی است.

۲) دوران حول نقطهٔ O و تحت زاویهٔ α، یک تبدیل ایزومتری (طولپا) است؛ پس شکل دوران‌یافته با شکل اولیه همنهشت بوده و زاویه‌های شکل ثابت می‌ماند.

۳) برای رسم تصویر دایرهٔ C به شعاع R، در یک دوران، ابتدا مرکز دایرهٔ C را در آن دوران تصویر می‌کنیم و به مرکز نقطهٔ به‌دست‌آمده، دایره‌ای به شعاع R رسم می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

اگر فرض کنیم مسئله حل شده و مثلث AMN همان مثلث مطلوب باشد، $AM = AN$ و $\hat{A} = ۹۰^\circ$ است.



از آن‌جایی که $AM = AN$ و $\hat{A} = ۹۰^\circ$؛ پس نقطهٔ N دوران‌یافتهٔ نقطهٔ M در دورانی به مرکز A و زاویهٔ -۹۰° است. برای پیداکردن این نقاط، دوران‌یافتهٔ دایرهٔ $C(O,R)$ حول نقطهٔ A به اندازهٔ -۹۰° رسم می‌کنیم و آن را $C'_۱(O'_۱,R'_۱)$ می‌نامیم. نقطهٔ برخورد دایره‌های C' و $C'_۱$ نقطهٔ N است و اگر N را حول A به اندازهٔ ۹۰° دوران دهیم، نقطهٔ M به دست می‌آید؛ پس برای رسم باید از تبدیل دوران استفاده کنیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۸ دایرهٔ C به شعاع ۱/۵ و نقطهٔ A را به فاصلهٔ ۱ واحد از مرکز آن در نظر می‌گیریم. مجانس دایرهٔ C در تجانس به مرکز A و نسبت (-۲)، چند مماس‌مشترک با C دارد؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) صفر

درس Box

۱) **تعریف تجانس:** اگر O نقطه‌ای ثابت در صفحه و $k \neq ۰$ یک عدد حقیقی باشد، نقطهٔ M' را مجانس نقطهٔ M در تجانس به مرکز O و نسبت تجانس k می‌گوییم، هرگاه سه شرط زیر برقرار باشد:

الف) سه نقطهٔ O، M و M' روی یک خط راست باشند.

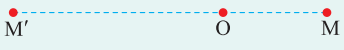
ب) $OM' = |k| . OM$

پ) اگر k مثبت باشد، M' روی نیم‌خط OM و نقاط M و M' در یک طرف نقطهٔ O قرار دارند؛ برای مثال:

$k = ۲$ و $OM' = ۲OM$

$k = \frac{۱}{۲}$ و $OM' = \frac{۱}{۲}OM$

اگر k منفی باشد نقطهٔ O بین نقاط M و M' قرار می‌گیرد.



$k = -۲$ و $OM' = ۲OM$

۲) برای رسم مجانس دایرهٔ $C(O, R)$ در تجانس به مرکز A و نسبت k:

الف) مجانس O را در تجانس به مرکز A و نسبت k به دست آورده و آن را O' می‌نامیم.

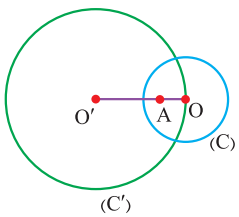
ب) دایره‌ای به مرکز O' شعاع $|k|R$ رسم می‌کنیم؛ این دایره همان C' (مجانس دایرهٔ C در تجانس به مرکز A و نسبت k) است.

۳) دو دایرهٔ متقاطع، دو مماس‌مشترک خارجی دارند و هیچ مماس‌مشترک داخلی‌ای ندارند.

پاسخ خیلی تشریحی

دایرهٔ C به شعاع ۱/۵ را رسم می‌کنیم و نقطهٔ A را به فاصلهٔ ۱ واحد از مرکز آن مشخص می‌کنیم و سپس O را به مرکز A و نسبت (-۲) تجانس می‌دهیم تا O' به دست آید، سپس به مرکز O' و شعاع ۳ (یعنی دو برابر شعاع دایرهٔ C) دایره‌ای رسم می‌کنیم، این دایره، مجانس دایرهٔ C است.

همان‌طور که ملاحظه می‌کنید این دو دایره متقاطع‌اند و در نتیجه دو مماس‌مشترک دارند.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۲۹ دو نقطهٔ $A(-۱,۲)$ و $B(۳,۴)$، دو رأس چهارضلعی $ABCD$ و ضلع $CD = ۱$ بر محور xها واقع است. در حالتی که چهارضلعی $ABCD$ کم‌ترین محیط ممکن را دارد، مساحت آن کدام است؟

۱) ۵/۵

۲) ۶

۳) ۶/۵

۴) ۷

مشاوره مسائل کوتاه‌ترین مسیر در فصل دوم هندسهٔ (۲)، از مباحث نسبتاً دشوار و مهم هندسهٔ پایه است و در کنکورهای نظام جدید، تا به حال چند بار مورد پرسش قرار گرفته است. تسلط و درک عمیق روی این مسائل مستلزم تمرین و تکرار زیاد است.

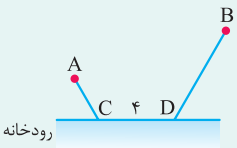
Hint در واقع با مسئله‌ای مشابه «مسئلهٔ جادهٔ ساحلی» که در کتاب درسی مطرح شده است مواجهیم.

درس Box

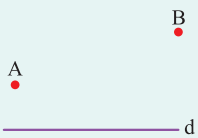
در کتاب درسی این مسئله مطرح شده است:

دو شهر A و B مطابق شکل در یک طرف رودخانه‌ای واقع‌اند. می‌خواهیم از A و B جاده‌ای بسازیم که ۴ کیلومتر از آن در ساحل رودخانه باشد. این چهارکیلومتر را در چه قسمتی از رودخانه بسازیم تا مسیر ABCD کوتاه‌ترین مسیر ممکن باشد؟

حالا ما می‌خواهیم این مسئله را به صورت ریاضی بیان کرده و راه‌حل کلی آن را ارائه کنیم.



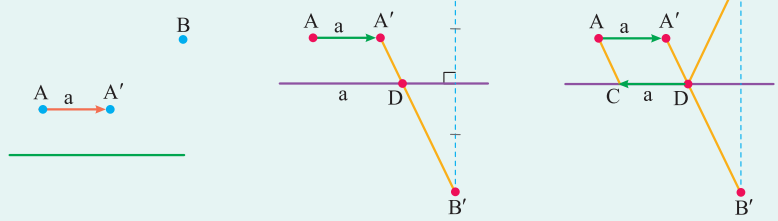
مسئله: فرض کنید دو نقطهٔ A و B در یک طرف خط d واقع‌اند. پاره خط $CD = a$ را روی خط d طوری مشخص کنید که مسیر شکستهٔ ABCD کم‌ترین طول را داشته باشد.



۱) نقطهٔ A را a واحد به موازات خط d به سمت B منتقل می‌کنیم تا A' برسیم.

۲) روش حل مسئلهٔ هرون را برای دو نقطهٔ A' و B پیاده می‌کنیم؛ یعنی بازتاب B را نسبت به خط d به دست آورده و B' می‌نامیم. نقطهٔ برخورد $A'B'$ با d، نقطهٔ D را به ما می‌دهد.

۳) با معلوم‌شدن D، کافی است D را a واحد روی خط d به سمت A منتقل کنیم تا C به دست آید.



(۱) (۲) (۳)

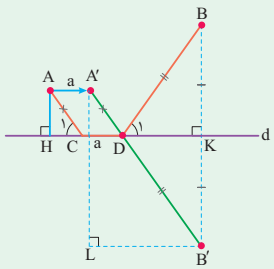
نکته

۱) چهارضلعی $AA'DC$ متوازی‌الاضلاع است، در نتیجه $AC + BD$ با طول پاره‌خط $A'B'$ برابر است.

۲) در مسائل، معمولاً طول $A'B'$ را می‌توانیم با استفاده از قضیهٔ فیثاغورس در مثلث $A'B'L$ به دست آوریم. توجه کنید $B'L = HK - a$.

۳) طول مسیر ACDB برابر با $a + A'B'$ است.

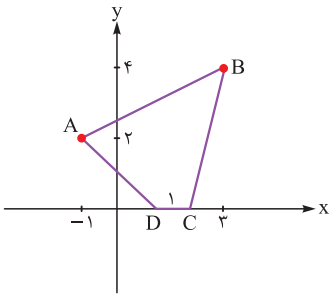
۴) $\hat{C}_۱ = \hat{D}_۱$



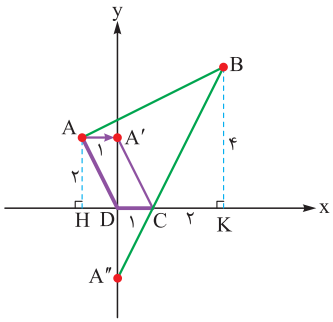
Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

پاسخ خیلی تشریحی ✔



گام اول (رسم شکل مناسب و تحلیل سؤال): نقاط A و B را روی صفحهٔ مختصات مشخص می‌کنیم، ضلع $CD=۱$ روی محور xها باید به گونه‌ای قرار بگیرد که چهارضلعی ABCD کم‌ترین محیط را داشته باشد؛ پس به کمک روش حل مسئلهٔ جادهٔ ساحلی که در درس‌باکس گفتیم، نقطهٔ C را روی محور xها پیدا می‌کنیم.



گام دوم (یافتن نقاط C و D): A را یک واحد در راستای محور xها به سمت راست منتقل می‌کنیم تا به A' برسیم و A' را نسبت به محور xها قرینه می‌کنیم تا A'' به دست آید. از A'' به B وصل می‌کنیم تا محور xها را در C قطع کند. اگر C را یک واحد روی محور xها به سمت چپ منتقل کنیم، D به دست می‌آید.

گام سوم (یافتن مساحت چهارضلعی): مساحت چهارضلعی ABCD را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$S(ABCD)=S(AHKB)-S(ADH)-S(CBK)=\frac{(AH+BK)\times HK}{۲}-\frac{AH\times DH}{۲}-\frac{CK\times BK}{۲}$$

$$=\frac{(۲+۴)\times ۴}{۲}-\frac{۲\times ۱}{۲}-\frac{۲\times ۴}{۲}=۱۲-۱-۴=۷$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۰ تحت کدام تبدیل، تصویر خط d هیچ‌گاه نمی‌تواند بر خودش منطبق باشد؟ $(k \in \mathbb{Z})$

۱) بازتاب با محوری غیر از d

۲) انتقال با برداری غیر صفر

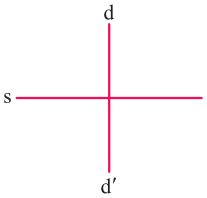
۳) دوران با زاویه‌ای غیر از $k \times 180^\circ$

۴) تجانس با نسبتی غیر از یک

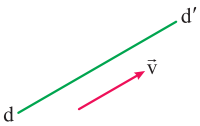
پاسخ خیلی تشریحی

به مثال نقض گزینه‌های (۱)، (۲) و (۳) دقت کنید:

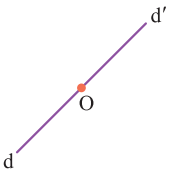
گزینهٔ (۱): اگر خط d بر s (محور بازتاب) عمود باشد، آن‌گاه تصویر آن در بازتاب نسبت به d بر خودش منطبق است.



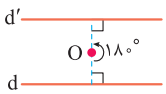
گزینهٔ (۲): اگر بردار انتقال $(\vec{V})$، با خط d موازی باشد، آن‌گاه تصویر آن در انتقال با بردار $(\vec{V})$ بر خودش منطبق است.



گزینهٔ (۴): اگر مرکز تجانس(O) بر خط d واقع باشد، آن‌گاه تصویر d در تجانس با ضریب دلخواه به مرکز O بر خودش منطبق است.



در مورد گزینهٔ (۳) دقت کنید که اگر k عددی صحیح باشد، در دوران با زاویهٔ $k \times 180^\circ$، سه حالت امکان‌پذیر است:



۱) اگر k زوج باشد، مرکز دوران هر کجا که باشد، تصویر خط d بر خودش منطبق است.

۲) اگر k عددی فرد و مرکز دوران بر خط d واقع باشد، تصویر d بر خودش منطبق است.

۳) اگر k عددی فرد و مرکز دوران بر خط d واقع نباشد، تصویر d با خط d موازی است.

اما اگر زاویهٔ دوران، زاویه‌ای غیر از $k \times 180^\circ$ باشد، مرکز دوران هر کجا که باشد، تصویر خط d با خود خط d متقاطع است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۱ کدام‌یک از مجموعه‌های زیر متناهی است؟

$A = [-۱,۳)$ ، $B = \{x \in \mathbb{R} \mid ۳x^۲ - ۵x + ۲ = ۰\}$, $C = \{k \in \mathbb{Z} \mid \frac{k}{۳۳} \in \mathbb{Z}\}$, $D = \{x \in \mathbb{Q} \mid ۰ < x < \frac{۱}{۱۰}\}$

۱) هیچ‌کدام

۲) A و D

۳) B و C

۴) B

درس Box

مجموعه‌های متناهی:

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها یک عدد حسابی است.

مجموعه‌های نامتناهی:

مجموعه‌هایی که تعداد اعضای آن‌ها را نمی‌توان با یک عدد بیان کرد، در واقع تعداد اعضای این مجموعه‌ها از هر عددی که در نظر بگیریم، بزرگ‌تر است.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: بازهٔ نیم‌باز $[-۱,۳)$ شامل تمام اعداد حقیقی کم‌تر از ۳ و بزرگ‌تر مساوی -۱ است؛ بنابراین بازهٔ A نامتناهی است.

گام دوم: معادلهٔ درجه‌دوم، حداکثر دو ریشهٔ حقیقی دارد؛ بنابراین B متناهی است.

$۳x^۲ - ۵x + ۲ = ۰ \Rightarrow \Delta = (-۵)^۲ - ۴(۳)(۲) = ۱ > ۰ \Rightarrow$ معادله، دو ریشه دارد.

$x_۱, x_۲ = \frac{۵ \pm ۱}{۶}$

$B = \{۱, \frac{۲}{۳}\}$

گام سوم:

$\frac{k}{۳۳} \in \mathbb{Z} \Rightarrow k = ۳۳t \, , \, t \in \mathbb{Z}$

بنابراین C شامل تمام مضارب ۳۳ است، پس C نامتناهی است.

گام چهارم: بین هر دو عدد گویا، بی‌نهایت عدد گویا وجود دارد، پس D نامتناهی است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۲ اگر $\mathbb{N}$ مجموعهٔ مرجع باشد، متمم مجموعهٔ $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \geq 25\}$ کدام است؟

۱) $A' = \{x \in \mathbb{N} \mid x \geq 5\}$

۲) $A' = \{1,2,3,4\}$

۳) $A' = (5,+\infty)$

۴) $A' = (-\infty,5)$

درس Box

در هر مبحث، مجموعه‌ای را که همهٔ مجموعه‌های مورد بحث، زیرمجموعهٔ آن باشند، مجموعهٔ مرجع می‌نامیم و آن را با U نشان می‌دهیم. هرگاه U مجموعهٔ مرجع باشد و $A \subseteq U$، آن‌گاه مجموعهٔ $U - A$ را متمم A می‌نامیم و آن را با نماد A' نشان می‌دهیم. به عبارت دیگر A' شامل عضوهایی از U است که در A نیستند.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: اعضای مجموعهٔ A را مشخص می‌کنیم:

$$A = \{5,6,7,\ldots\}$$

گام دوم: مجموعهٔ مرجع برابر $\mathbb{N}$ است، پس متمم مجموعهٔ A برابر $\mathbb{N} - A$ است؛ بنابراین:

$$A' = \mathbb{N} - A = \{1,2,3,\ldots\} - \{5,6,7,\ldots\} = \{1,2,3,4\}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۳ کدام گزینه نادرست است؟

۱) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

۲) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv p \Leftrightarrow \sim q \equiv \sim p \Leftrightarrow q$

۳) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \vee (q \Rightarrow p)$

۴) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \vee \sim q) \wedge (q \vee \sim p)$

درس Box

ترکیب دو شرطی دو گزاره:

هرگاه p و q دو گزاره باشند، گزارهٔ مرکب $(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$ را به صورت «$p \Leftrightarrow q$» می‌نویسیم و آن را ترکیب دو شرطی p و q می‌نامیم.

۱) $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p) \equiv (\sim p \vee q) \wedge (\sim q \vee p)$

۲) $p \Leftrightarrow q \equiv q \Leftrightarrow p$

۳) $\sim (p \Leftrightarrow q) \equiv \sim p \Leftrightarrow q \equiv p \Leftrightarrow \sim q$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به درس‌باکس، گزینه‌های (۱) و (۴) هم‌ارزی‌های ترکیب دوشرطی دو گزاره است و گزینهٔ (۲) نقیض ترکیب دوشرطی دو گزاره را به درستی بیان می‌کند اما در گزینهٔ (۳) به جای ترکیب عطفی، ترکیب فصلی گذاشته شده است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۴ اگر $A=\{a,b,\{a,b\}\}$ ، $B=\{a,b\}$ و $C=\{A-\{B\}\}$ ، مجموعهٔ C چند زیرمجموعه دارد؟

۱) ۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۱۶

نکته فرض کنید A یک مجموعهٔ nعضوی باشد، تعداد زیرمجموعه‌های A برابر با 2^n است.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول**: ابتدا مجموعهٔ C را به دست می‌آوریم:

$$A-\{B\}=\{a,b,\{a,b\}\}-\{\{a,b\}\}=\{a,b\}$$

$$\Rightarrow C=\{A-\{B\}\}=\{\{a,b\}\}$$

گام دوم: مجموعهٔ C تنها یک عضو دارد، پس تعداد زیرمجموعه‌های آن برابر است با $2^1=2$.

توجه کنید: $\{a,b\}$ تنها عضو مجموعهٔ C است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۵ اگر $A \subseteq B$ و $C' \subseteq B'$، کدام گزینه درست نیست؟

۱) $(A-C)\cap(C-B)=\varnothing$

۲) $(B-A)\cap C = A\cup B'$

۳) $(B\cap C')\cup(A\cap C)=A$

۴) $(C-A)\cap B = B-A$

درس Box

فرض کنیم A، B و C سه مجموعه با مرجع U باشند:

۱) $A\subseteq B, B\subseteq C \Rightarrow A\subseteq C$

۲) $A\subseteq B \Leftrightarrow A\cup B = B$

۳) $A\subseteq B \Leftrightarrow A\cap B = A$

۴) $A\subseteq A\cup B$

۵) $A\subseteq B \Rightarrow A-B=\varnothing$

۶) $A\subseteq B \Rightarrow B'\subseteq A'$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: طبق مورد (۶) درس‌باکس داریم:

$$C'\subseteq B' \Rightarrow B\subseteq C$$

طبق مورد (۱) درس‌باکس:

$$A\subseteq B, B\subseteq C \Rightarrow A\subseteq C$$

گام دوم: بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱):

$$A\subseteq C \Rightarrow A-C=\varnothing$$

$$(A-C)\cap(C-B)=\varnothing\cap(C-B)=\varnothing$$

گزینهٔ (۳):

$$B\cap C'=B-C \overset{B\subseteq C}{=\!=} \varnothing$$

$$A\subseteq C \Rightarrow A\cap C = A$$

$$(B\cap C')\cup(A\cap C)=\varnothing\cup A = A$$

گزینهٔ (۴):

$$(C-A)\cap B=(C\cap A')\cap B=C\cap(A'\cap B)=C\cap(B-A)$$

$$(B-A)\subseteq B, B\subseteq C \Rightarrow (B-A)\subseteq C \Rightarrow C\cap(B-A)=B-A$$

طبق گزینهٔ (۴): $C\cap(B-A)=B-A=B\cap A'$

بنابراین، گزینهٔ (۲) نادرست است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۶ اگر $A=\{۲,x,۵\}$ ، $B=\{-۳,x-y,۲-x\}$ و $A\times B-B\times A=\varnothing$ ، حاصل $\frac{x}{y}$ کدام است؟

۱) ۰/۶

۲) ۰/۸

۳) ۱

۴) ۱/۲

درس Box

اگر A و B دو مجموعهٔ با مرجع U باشند، در این صورت:

$$A\subseteq B\wedge B\subseteq A\Leftrightarrow A=B$$

اگر A، B، C و D چهار مجموعهٔ دلخواه باشند، در این صورت:

$$A\times B\subseteq C\times D\Rightarrow A\subseteq C\,,\,B\subseteq D$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:**

$$A\times B-B\times A=\varnothing\ \Rightarrow\ A\times B\subseteq B\times A\ \Rightarrow\ A\subseteq B\,,\,B\subseteq A\ \Rightarrow\ A=B$$

گام دوم: دو مجموعهٔ A و B مساوی هستند پس هر عضوی از A عضوی از B است و بالعکس.

-۳ عضوی از B است؛ بنابراین باید عضو A هم باشد، پس $x=-۳$. پس مجموعهٔ A برابر است با $\{۲,-۳,۵\}$.

گام سوم: دو عضو ۵ و -۳ عضو مشترک A و B هستند، ۲ عضو A است پس باید عضو B هم باشد در نتیجه:

$$-۳-y=۲\ \Rightarrow\ y=-۵$$

گام چهارم: مقدار $\frac{x}{y}$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{x}{y}=\frac{-۳}{-۵}=\frac{۳}{۵}=۰/۶$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۷ در گراف G از مرتبهٔ ۵، $\delta(G) = \gamma(G) = 1$. یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال در این گراف، حداکثر چند عضو دارد؟

۱) ۵

۲) ۴

۳) ۳

۴) ۲

درس Box

بزرگ‌ترین درجهٔ یک گراف: بزرگ‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\Delta(G)$ نمایش می‌دهیم و ماکزیمم درجهٔ گراف می‌نامیم.

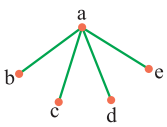
کوچک‌ترین درجهٔ یک گراف: کوچک‌ترین عدد در بین درجات رئوس گراف G را با $\delta(G)$ نمایش می‌دهیم و مینیمم درجهٔ گراف می‌نامیم.

تعریف: یک مجموعهٔ احاطه‌گر را که با حذف هر یک از رأس‌هایش دیگر احاطه‌گر نباشد، احاطه‌گر مینیمال می‌نامیم.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: در گراف G از مرتبهٔ ۵، $\gamma(G) = 1$ پس گراف G حداقل یک رأس دارد که همهٔ رئوس گراف را پوشش می‌دهد یعنی این رأس به تمام رئوس دیگر متصل است.

گام دوم: در گراف G، $\delta(G) = 1$ و چون می‌خواهیم مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال حداکثر عضو را داشته باشد پس چهار رأس دیگر بهم متصل نیستند؛ بنابراین گراف G از مرتبهٔ ۵ با $\delta(G) = 1$ به صورت روبه‌رو است:



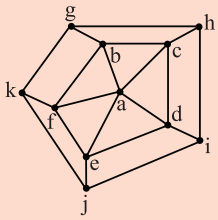
بنابراین، چهار رأس دیگر، عضو مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال هستند.

مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال $= \{b, c, d, e\}$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۸ شکل زیر، گراف G را نشان می‌دهد. مقدار $\gamma(G)$ کدام است؟



۱) ۲

۲) ۳

۳) ۴

۴) ۵

درس Box

تعریف: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G، مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد عضو را دارند **مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم** و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را **عدد احاطه‌گری گراف G** می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: رأس a رئوس a، b، c، d، e و f را احاطه می‌کند.

گام دوم: ۵ رأس g، h، i، j و k با دو رأس احاطه می‌شوند.

گام سوم: مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم گراف G، سه عضو دارد، بنابراین $\gamma(G) = ۳$.

مجموعهٔ $\{a, h, j\}$ یکی از مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمم گراف G است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۳۹ در گراف G، $a \in V(G)$ و مجموعهٔ $D = \{a\}$ یک γـ مجموعه است. در این گراف، هر مجموعه احاطه‌گر مینیمال، γـ مجموعه نیز هست. اگر اندازهٔ این گراف q باشد، مجموع ارقام کوچک‌ترین q سه‌رقمی کدام است؟

۱) ۵

۲) ۶

۳) ۹

۴) ۱۲

درس Box

گراف کامل: گرافی را که هر رأس آن با تمام رئوس دیگر، مجاور باشد گراف کامل می‌نامیم.

گراف کامل pرأسی، $\frac{p(p-1)}{2}$ یال دارد.

تعریف: در بین تمام مجموعه‌های احاطه‌گر گراف G . مجموعه یا مجموعه‌های احاطه‌گری که کم‌ترین تعداد عضو را دارند مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم و تعداد اعضای چنین مجموعه‌ای را عدد احاطه‌گری گراف G می‌نامیم و آن را با $\gamma(G)$ نمایش می‌دهیم.

به یک مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمم از گراف G، یک γـ مجموعه نیز می‌گوییم.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: مجموعهٔ $D = \{a\}$ یک γـ مجموعه است، یعنی رأس a تمام رئوس گراف G را پوشش می‌دهد، پس رأس a به تمام رئوس گراف G متصل است؛ بنابراین اگر گراف G از مرتبهٔ p باشد درجهٔ رأس a برابر $p-1$ است.

گام دوم: هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال، γـ مجموعه نیز هست، یعنی هر مجموعهٔ احاطه‌گر مینیمال، احاطه‌گر مینیمم است، پس مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال گراف G، یک عضو دارند و این یعنی هر رأس از گراف G به تمام رئوس گراف G متصل است؛ در نتیجه گراف G گرافی کامل است.

گام سوم: در گراف کامل G با مرتبهٔ p تعداد یال‌های گراف برابر است با:

$$q = \frac{p(p-1)}{2}$$

گام چهارم: کوچک‌ترین عدد سه‌رقمی q با $p = 15$ به دست می‌آید:

$$p = 15 \Rightarrow q = \frac{15 \times 14}{2} = 15 \times 7 = 105$$

$$\Rightarrow \text{مجموع ارقام } q = 1+0+5 = 6$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۰ اگر $n(A)=۶$ ، $n(B)=۵$ و $n(A-B)=۳$ ، آن‌گاه $n(A^۲ \cup B^۲)$ کدام است؟

۱) ۴۲

۲) ۴۵

۳) ۴۹

۴) ۵۲

درس Box

ضرب دکارتی بین دو مجموعه:

اگر A و B دو مجموعهٔ دلخواه باشند $A \times B$ مجموعه‌ای است که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$A \times B = \{(x,y) \mid x \in A \wedge y \in B\}$$

ویژگی‌های ضرب دکارتی:

۱) $n(A)=m \, , \, n(B)=k \Rightarrow n(A \times B)=mk$

۲) $A^۲ = A \times A$

۳) $n(A)=m \Rightarrow n(A^۲)=m^۲$

۴) $n((A \times B) \cap (B \times A)) = [n(A \cap B)]^۲$

۵) $n((A \times B) \cup (B \times A)) = ۲n(A)n(B) - [n(A \cap B)]^۲$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:**

$$n(A-B)=n(A)-n(A \cap B) \Rightarrow ۳=۶-n(A \cap B) \Rightarrow n(A \cap B)=۳$$

گام دوم:

$$n(A^۲ \cup B^۲)=n[(A \times A) \cup (B \times B)]=[n(A)]^۲+[n(B)]^۲-[n(A \cap B)]^۲$$

$$\Rightarrow n(A^۲ \cup B^۲)=۶^۲+۵^۲-۳^۲=۳۶+۲۵-۹=۵۲$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

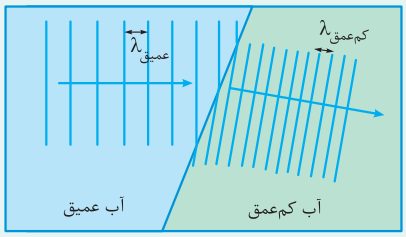
۴۱ در یک تشت موج، امواج تشکیل‌شده در سطح آب از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق می‌شوند و طول موج آن‌ها ۲۰ درصد تغییر می‌کند. اگر تندی انتشار موج در ناحیهٔ عمیق $1/2\ m/s$ باشد، تندی انتشار آن در ناحیهٔ کم‌عمق چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱/۵ ۲) ۱/۴۴ ۳) ۱ ۴) ۰/۹۶

مشاوره این سؤال هم برای امتحان نهایی و هم برای کنکور قابلیت بالایی برای طرح شدن داره و ما هم با یک پاسخ‌نامهٔ خیلی تشریحی خیال شما رو کاملاً راحت کردیم.

Hint کافیه از رابطهٔ $v=\lambda f$، تندی موج رو در دو ناحیهٔ عمیق و کم‌عمق مقایسه کنی و حواست به ثابت‌بودن بسامد (فرکانس) هم باشه.

درس Box با ورود موج به بخش کم‌عمق، تندی انتشار موج سطحی کاهش می‌یابد. آن بخش از جبههٔ موج که زودتر به ناحیهٔ کم‌عمق می‌رسد، چون با تندی کم‌تر حرکت می‌کند، از بقیهٔ جبههٔ موج که هنوز وارد این ناحیه نشده، عقب می‌افتد و بنابراین فاصلهٔ بین جبهه‌های موج و در نتیجه طول موج کاهش پیدا می‌کند و در نتیجه جبهه‌های موج در مرز بین دو ناحیه تغییر جهت می‌دهند. از طرفی می‌دانیم که بسامد موج، وابسته به چشمهٔ موج بوده و با تغییر محیط، تغییر نمی‌کند، پس بسامد موج در ناحیهٔ عمیق با بسامد موج در ناحیهٔ کم‌عمق برابر است.



$$v=\lambda f \xrightarrow{f_{\text{عمیق}}=f_{\text{کم‌عمق}}} \frac{v_{\text{عمیق}}}{v_{\text{کم‌عمق}}}=\frac{\lambda_{\text{عمیق}}}{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}$$

حواستان باشد که تندی انتشار موج و طول موج به یک نسبت تغییر می‌کنند.

تذکر: اگر جبهه‌های موج، موازی با مرز بین دو محیط باشند، آن‌گاه جبهه‌های موج هنگام ورود به محیط جدید، تغییر جهت نمی‌دهند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** چون موج از ناحیهٔ عمیق وارد ناحیهٔ کم‌عمق شده است؛ بنابراین طبق رابطهٔ $v=\lambda f$ و با توجه به ثابت‌بودن بسامد، تندی انتشار موج و طول موج کاهش می‌یابند و داریم:

$$\lambda_{\text{کم‌عمق}}=(1-\frac{20}{100})\lambda_{\text{عمیق}} \Rightarrow \frac{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}{\lambda_{\text{عمیق}}}=0/8$$

گام دوم: می‌دانیم طول موج و تندی انتشار موج به یک نسبت تغییر می‌کنند و داریم:

$$\frac{v_{\text{کم‌عمق}}}{v_{\text{عمیق}}}=\frac{\lambda_{\text{کم‌عمق}}}{\lambda_{\text{عمیق}}}=0/8 \Rightarrow v_{\text{کم‌عمق}}=0/8v_{\text{عمیق}}=0/8\times 1/2=0/96\ m/s$$

گول نخوری اگر به اشتباه، تغییر طول موج رو افزایشی بگیری، اون وقت در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شی.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۲ در سیمی به چگالی $6/4\ g/cm^3$، شعاع مقطع $1\ mm$ و نیروی کشش $300N$، موج عرضی با بسامد $25Hz$ ایجاد شده است. هنگام انتشار این موج در سیم، فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاور آن چند متر است؟ $(\pi = 3)$

۱) ۵۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵ ۴) ۲/۵

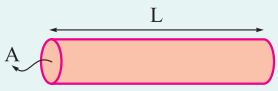
مشاوره ترکیب تندی انتشار موج با چگالی و سطح مقطع سیم، جزء اون دسته مسائل سطح متوسط به بالا است که هم برای امتحانات نهایی و هم برای کنکور خیلی نمایندهٔ خوبی هستن. بی‌تفاوت از این سؤال نگذری.

Hint به کمک اطلاعات داده‌شده از محیط انتشار موج (سیم)، تندی انتشار موج رو حساب کن و از طریق رابطهٔ $v = \lambda f$، طول موج رو به دست بیار، آخرش هم فاصلهٔ یک قله از درهٔ مجاورش رو برحسب λ بگو و تمام.

درس Box تندی انتشار موج عرضی در یک فنر، تار یا ریسمان کشیده‌شده به نیروی کشش (F) برحسب (N) و چگالی خطی $(\mu = \frac{m}{L})$ برحسب (kg/m) بستگی دارد و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \xrightarrow{\mu=\frac{m}{L}} v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$$

اگر تار یا ریسمان را استوانه‌ای به طول L و سطح مقطع A در نظر بگیریم، داریم:



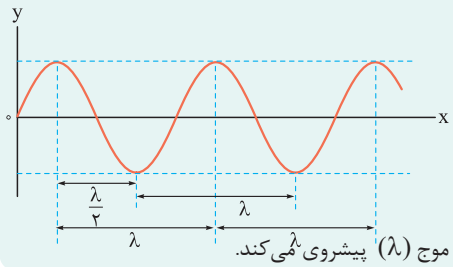
حجم ریسمان یا تار: $V = AL \xrightarrow[\rho=\text{چگالی ریسمان یا تار}]{V=\frac{m}{\rho}} \frac{m}{\rho} = AL \Rightarrow \frac{L}{m} = \frac{1}{A\rho} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{F}{A\rho}}$

اگر شعاع سطح مقطع را r در نظر بگیریم، با توجه به این که $A = \pi r^2$ است، داریم:

$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} \xrightarrow[\text{قطرمقطع}=D]{r=\frac{D}{2}} v = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$

(دیگه خیالت همه جوره راحت باشه!)

$$\xrightarrow{\text{جمع‌بندی}} v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{FL}{m}} = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{2}{D}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$$



برای یک موج عرضی، این فاصله‌ها رو به یاد بسپار:

۱) فاصلهٔ هر قله از قلهٔ مجاورش برابر λ است.

۲) فاصلهٔ هر دره از درهٔ مجاورش برابر λ است.

۳) فاصلهٔ بین یک قله از درهٔ مجاورش $\frac{\lambda}{2}$ است.

حواستان باشد که موج در هر بار نوسان کامل چشمه، به اندازهٔ یک طول موج (λ) پیشروی می‌کند.

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** به کمک رابطهٔ $v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}}$ برای تندی انتشار موج عرضی در سیم داریم:

$$v = \frac{1}{r}\sqrt{\frac{F}{\rho\pi}} = \frac{1}{1\times10^{-3}}\sqrt{\frac{300}{6/4\times10^3\times3}} = 10^3\times\frac{1}{8} = 125\ m/s$$

گام دوم: طبق رابطهٔ $v = \lambda f$، طول موج را به دست می‌آوریم:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{125}{25} = 5\ m$$

گام سوم: می‌دانیم در یک موج عرضی، فاصلهٔ بین هر قله از درهٔ مجاورش برابر با نصف طول موج است؛ بنابراین داریم:

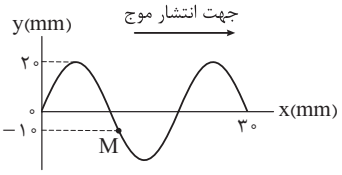
فاصلهٔ قله از درهٔ مجاورش $= \frac{\lambda}{2} = 2/5\ m$

گول نخوری اگر فاصلهٔ بین یک قله از درهٔ مجاور اون رو به اشتباه λ فرض کنی یا حتی اگر بلافاصله بعد از پیداکردن λ بخوای بری سراغ گزینه‌ها، در دام گزینهٔ (۳) میفتی.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۳ نقش موج عرضی منتشرشده در تاری در مبدأ زمان به شکل زیر است. اگر اندازهٔ نیروی کشش تار ۸N، و چگالی خطی جرم تار ۲۰ g / m باشد، در بازهٔ زمانی $t_1 = ۰/۲۵\ ms$ تا $t_2 = ۰/۵\ ms$ نوع حرکت نقطهٔ M چگونه است؟



۱) ابتدا کندشونده، سپس تندشونده

۲) ابتدا تندشونده، سپس کندشونده

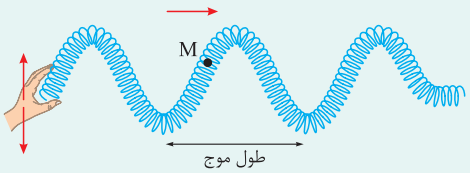
۳) پیوسته کندشونده

۴) پیوسته تندشونده

مشاوره این سؤال خفن بارها در کنکورها مطرح شده و همواره مورد علاقهٔ طراحان مختلف بوده. توصیه می‌کنم هم این سؤال رو خوب یاد بگیری و هم این که به کمک این تست سعی کنی در ارتباط‌دادن ارتعاش و انتشار به هم به مهارت بالایی برسی تا حسابی متفاوت باشی.

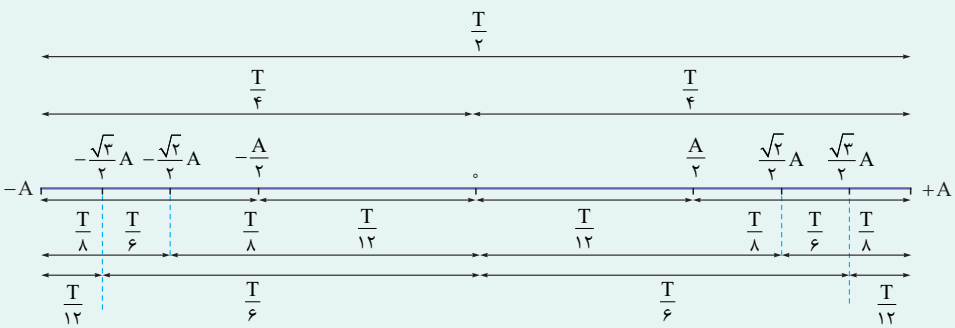
Hint از روی نمودار، طول موج رو حساب کن، بعد با پیداکردن تندی انتشار موج و به کمک طول موج، دورهٔ تناوب رو به دست بیار. آخر سر به کمک زمان‌های داده‌شده، مکان نوسانی نقطهٔ M رو پیدا کن و نوع حرکتش رو تحلیل کن.

درس Box اگر مطابق شکل، یک سر فنر بلند و کشیده‌شده‌ای را با حرکت هماهنگ ساده، پیاپی به بالا و پایین حرکت دهیم، موج عرضی پیوسته‌ای در طول فنر منتشر می‌شود.



هیچ‌یک از ذرات تشکیل‌دهندهٔ محیط در جهت انتشار موج منتقل نمی‌شوند و فقط به تقلید از نوسان چشمه، در جای خود به بالا و پایین حرکت می‌کنند. اگر جهت انتشار موج به سمت راست باشد، نقطهٔ M از همسایگان چپ خود تقلید می‌کند. مثلاً در شکل نشان داده شده، موج به سمت راست در حال انتشار است و چون همسایگان چپ نقطهٔ M از آن پایین‌تر هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت پایین است. ضمناً اگر جهت انتشار موج به سمت چپ باشد، نقطهٔ M از همسایگان راست خود تقلید می‌کند. اگر در شکل بالا، موج به سمت چپ در حال انتشار باشد، آن‌گاه چون همسایگان راست نقطهٔ M بالاتر از آن هستند، پس جهت حرکت نقطهٔ M در این لحظه به سمت بالا خواهد بود.

نکته این زمان‌های مهم نوسان رو به یاد داشته باش:



پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** ابتدا تندی انتشار موج عرضی در سیم را به دست می‌آوریم:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{۸}{۲۰\times۱۰^{-۳}}} = \sqrt{۴\times۱۰^{۲}} \Rightarrow v = ۲۰\ m/s$$

گام دوم: با توجه به نمودار، طول موج را حساب می‌کنیم:

$$\frac{۳}{۲}\lambda = ۳۰ \Rightarrow \lambda = ۲۰mm \Rightarrow \lambda = ۲\times۱۰^{-۲}m$$

گام سوم: به کمک رابطهٔ $T = \frac{\lambda}{v}$، دورهٔ تناوب هر یک از اجزای محیط را به دست می‌آوریم و زمان‌های t_1 و t_2 را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

$$T = \frac{\lambda}{v} = \frac{۲\times۱۰^{-۲}}{۲۰} = ۱۰^{-۳}s = ۱\ ms$$

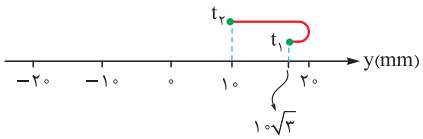
$$\frac{t_1}{T} = \frac{۰/۲۵}{۱} \Rightarrow t_1 = \frac{T}{۴} \xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}} t_1 = \frac{T}{۱۲}+\frac{T}{۶}$$

$$\frac{t_2}{T} = \frac{۰/۵}{۱} \Rightarrow t_2 = \frac{T}{۲} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{۲} - \frac{T}{۴} \Rightarrow t_2 - t_1 = \frac{T}{۴} \xrightarrow{\frac{T}{۴}=\frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}} t_2 - t_1 = \frac{T}{۶}+\frac{T}{۱۲}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

چون نقش موج در مبدأ زمان نشان داده شده است؛ بنابراین باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آوریم. با توجه به شکل، در لحظهٔ صفر ثانیه، نقطهٔ M در موقعیت نوسانی $-\frac{A}{2}$ قرار داشته و در حال حرکت به سمت بالا است. از طرفی چون $t_1 = \frac{T}{12} + \frac{T}{6}$ است، پس نقطهٔ M از مکان $-10\ mm$, $(-\frac{A}{2})$ به مکان $10\sqrt{3}\ mm$ $(+\frac{\sqrt{3}}{2}A)$ جابه‌جا می‌شود. در ادامه چون $t_2 - t_1 = \frac{T}{6} + \frac{T}{12}$ است، پس نقطهٔ M بعد از قرارگرفتن در مکان $10\sqrt{3}\ mm$، ابتدا به مکان $20\ mm$, $(+A)$ رفته سپس به مکان $10mm$,$(+\frac{A}{2})$ برمی‌گردد:



گام چهارم: در بازهٔ زمانی t_1 تا t_2، نقطهٔ M ابتدا به نقطهٔ بازگشتی $20\ mm$ رفته و سپس تغییر جهت داده و به نقطهٔ $10\ mm$ برمی‌گردد. پس نوع حرکت نقطهٔ M در این بازهٔ زمانی، ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

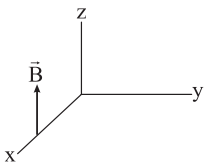
گول‌نخوری

سمی‌ترین گزینهٔ دام‌دار، گزینهٔ (۲) هست. متاسفانه خیلی از بچه‌ها میان $\frac{t_2 - t_1}{T}$ رو به دست میارن و از محل نشان داده شدهٔ نقطهٔ M در شکل شروع به تحلیل می‌کنن و نهایتاً در دام گزینهٔ (۲) گرفتار می‌شن. دریغ از این‌که ابتدا باید موقعیت نقطهٔ M را در لحظهٔ t_1 به دست آورند و از آن جا به بعد را بررسی کنند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۴ شکل زیر، میدان مغناطیسی یک موج الکترومغناطیسی سینوسی با بسامد ۱۰۰ MHz را در نقطه‌ای معین و دور از چشمه، در یک لحظه نشان می‌دهد. اگر موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال دهد، جهت میدان الکتریکی این موج در همین نقطه و پس از گذشت ۵ ns کدام است؟



۱) جهت مثبت محور z

۲) خلاف جهت محور z

۳) جهت مثبت محور y

۴) خلاف جهت محور y

Hint به کمک بسامد، دوره رو حساب کن و در لحظهٔ ۵ ns جهت میدان مغناطیسی رو به دست بیار و با قاعدهٔ دست راست حلش کن.

درس Box برای تعیین جهت انتشار موج الکترومغناطیسی، چهار انگشت دست راست را طوری در جهت میدان الکتریکی قرار می‌دهیم که میدان مغناطیسی از پشت دست وارد و از کف دست خارج شود. جهت انگشت شست همان جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.

نکته در مدت زمان $\frac{T}{۲}$، جهت بردار میدان مغناطیسی و نیز بردار میدان الکتریکی، بدون تغییر اندازهٔ بردار، برعکس می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

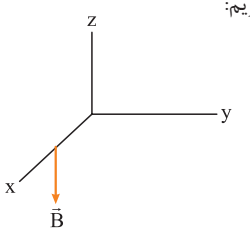
گام اول: ابتدا به کمک رابطهٔ $T = \frac{۱}{f}$، دورهٔ تناوب میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی را به دست می‌آوریم:

$$T = \frac{۱}{f} = \frac{۱}{۱۰۰\times۱۰^{۶}} = ۱۰^{-۸}\,s$$

گام دوم: لحظهٔ $t = ۵\,ns$ را برحسب دورهٔ تناوب می‌نویسیم:

$$\frac{t}{T} = \frac{۵\times۱۰^{-۹}}{۱۰^{-۸}} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow t = \frac{T}{۲}$$

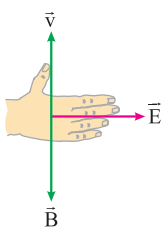
گام سوم: در لحظهٔ $t = \frac{T}{۲}$، بدون تغییر در اندازه، جهت میدان مغناطیسی برعکس می‌شود و داریم:



پس در لحظهٔ $t = ۵\,ns$، میدان مغناطیسی در خلاف جهت محور z است.

گام چهارم: این‌که موج، انرژی را در خلاف جهت محور x انتقال می‌دهد، یعنی جهت انتشار موج در خلاف جهت محور x است.

با توجه به شکل زیر و به کمک قاعدهٔ دست راست، میدان الکتریکی در جهت مثبت محور y است.



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۵ توان یک چشمهٔ صوت $۰/۶\,W$ است. اگر در یک فضای باز شنونده‌ای در فاصلهٔ $۲۰\,m$ از چشمه، صوت را با تراز $۸۰\,dB$ دریافت کند، چند درصد از توان چشمه توسط محیط جذب شده است؟ $(\pi = ۳ , I_{۰} = ۱۰^{-۱۲}\ W/m^{۲})$

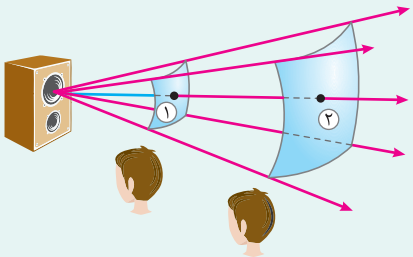
۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۷۵ ۴) ۸۰

Hint به کمک تراز شدت صوت، شدت صوت و در نتیجه توان متوسط در فاصلهٔ ۲۰ متری رو حساب کن و با توان چشمه مقایسه کن.

درس Box **شدت و تراز شدت صوت:** انتشار صوت از هر چشمهٔ صوتی همراه با انتقال پی‌درپی انرژی از ناحیه‌ای از محیط به ناحیه‌ای دیگر از آن است. در واقع چشمهٔ صوت، این انرژی را با به حرکت درآوردن لایه‌ای از محیط که در تماس مستقیم با چشمه است، به محیط می‌دهد. انرژی از این لایه به لایهٔ بعدی و از آن‌جا به لایه‌های بعدتر منتقل و در تمام جهت‌ها منتشر می‌شود. شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر با آهنگ متوسط انرژی‌ای است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند:

(شدت صوت) $I = \frac{P_{av}}{A}$

که در آن P_{av} آهنگ متوسط انتقال انرژی و A مساحت سطحی است که صوت با آن برخورد می‌کند؛ بنابراین یکای شدت صوت، وات بر متر مربع $(W/m^{۲})$ است.



با انتشار صوت از چشمه، انرژی به طور عمود، نخست از سطح (۱) و سپس از سطح (۲) که مساحت بیشتری دارد، می‌گذرد.

شدت صوت را می‌توان با یک آشکارساز اندازه گرفت. با اندازه‌گیری شدت صوت‌های مختلف در می‌یابیم که نسبت شدت‌های صوت در گسترهٔ شنوایی انسان می‌تواند در حدود $۱۰^{۱۲}$ باشد. برای بررسی چنین گسترهٔ وسیعی از شدت‌ها راحت‌تر آن است که از لگاریتم (در پایهٔ ۱۰) استفاده کنیم. یعنی به جای شدت I یک موج صوتی، ساده‌تر این است که از تراز شدت صوت (تراز صوتی) که به صورت زیر تعریف می‌شود، استفاده کنیم:

(تراز شدت صوت) $\beta = (۱۰\,dB)\log(\frac{I}{I_{۰}})$

که در آن dB مخفف دسی بل، یکای تراز شدت صوت است که به افتخار الکساندر گراهام بل (۱۹۲۲—۱۸۴۷ م.) انتخاب شده است. هم‌چنین $I_{۰}$ شدت صوت مرجع $(۱/۰۰\times۱۰^{-۱۲}\ W/m^{۲})$ به این دلیل انتخاب شده است که نزدیک به حد پایین گسترهٔ شنیداری انسان است. یک موج صوتی با شدت $I = I_{۰}$ تراز شدت صوتی برابر $۰\,dB$ دارد.

وقتی بخشی از توان چشمه توسط محیط جذب شده است، ابتدا به کمک تراز شدت صوت داده‌شده، شدت صوت را در فاصلهٔ مورد نظر به دست آورید. سپس به کمک شدت صوت، توان متوسط رسیده به شخص را حساب کنید تا از چگونگی تغییر توان آگاه شوید.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** به کمک رابطهٔ $\beta = ۱۰\log\left(\frac{I}{I_{۰}}\right)$، شدت صوت را در فاصلهٔ $r = ۲۰\,m$ از چشمه به دست می‌آوریم:

$$\beta = ۱۰\log\left(\frac{I}{I_{۰}}\right) \Rightarrow ۸۰ = ۱۰\log\left(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\right) \Rightarrow \log\left(\frac{I}{۱۰^{-۱۲}}\right) = ۸ \Rightarrow \frac{I}{۱۰^{-۱۲}} = ۱۰^{۸} \Rightarrow I = ۱۰^{-۴}\ W/m^{۲}$$

گام دوم: به کمک شدت صوت به‌دست‌آمده داریم:

$$I = \frac{P_{av}}{A} \xrightarrow{A=۴\pi r^{۲}} ۱۰^{-۴} = \frac{P_{av}}{۴\times۳\times(۲۰)^{۲}} \Rightarrow P_{av} = ۰/۴۸\ W$$

پس توان متوسط دریافت شده در فاصلهٔ $r = ۲۰\,m$ برابر با $P_{av} = ۰/۴۸\,W$ است.

گام سوم: با توجه به این که توان چشمهٔ صوت $P = ۰/۶\,W$ است. داریم:

درصد توان تلف‌شده توسط محیط : $P_{\text{اتلافی}} = \left(\frac{P_{av} - P}{P}\right)\times۱۰۰ = \left(\frac{۰/۴۸ - ۰/۶}{۰/۶}\right)\times۱۰۰ = -٪۲۰$

گول نخوری ✘ اگر به جای درصد توان تلف‌شده در محیط، درصد توان رسیده به فاصلهٔ ۲۰ متری رو حساب کنی، در دام گزینهٔ (۴) می‌افتی.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۶ اگر شدت صوتی $\mu W / m^2$ 10^{-3} افزایش یابد، تراز شدت آن $1dB$ افزایش می‌یابد. شدت صوت اولیه چند وات بر متر مربع است؟ $(\log 2 = 0/3 , I_0 = 10^{-12} W / m^2)$

۱) 4×10^{-3}

۲) 5×10^{-3}

۳) 4×10^{-9}

۴) 5×10^{-9}

مشاوره یکی از عمده‌ترین مشکلات دانش‌آموزان در این تیپ مسائل مهم، محاسبهٔ عدد به‌دست‌آمده برحسب لگاریتم عدد یا عددهای داده شده است که بهترین راه حل برای این مشکل، حل نمونه سؤالات مختلف و تمرین عملیات ریاضی مورد نظر است. راستی بچه‌ها این سؤال هم برای کنکور و هم برای امتحان نهایی اهمیت خیلی بالایی داره.

Hint به کمک اختلاف تراز شدت صوت و توجه به ارتباط بین شدت صوت اولیه و ثانویه حلش کن.

درس Box اگر شدت صوتی از I_1 به I_2 تغییر کند، داریم:

$$\left.\begin{matrix}\beta_2 = 10 \log(\frac{I_2}{I_0}) \\ \beta_1 = 10 \log(\frac{I_1}{I_0})\end{matrix}\right\} \Rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log(\frac{I_2}{I_0}) - 10 \log(\frac{I_1}{I_0}) \Rightarrow \Delta\beta = 10 \log(\frac{I_2}{I_1})$$

پاسخ خیلی تشریحی شدت صوت $10^{-3} \frac{\mu W}{m^2} = 10^{-9} W / m^2$ و تراز شدت صوت $1dB$ افزایش یافته است؛ بنابراین داریم:

$$\Delta\beta = 10 \log(\frac{I_2}{I_1}) \xrightarrow{\Delta\beta = 1dB , I_2 = I_1 + 10^{-9}} 1 = 10 \log(\frac{I_1 + 10^{-9}}{I_1}) \Rightarrow \log(\frac{I_1 + 10^{-9}}{I_1}) = 0/1 \quad (1)$$

برای این‌که $0/1$ را برحسب $\log 2 = 0/3$ به دست آوریم، داریم:

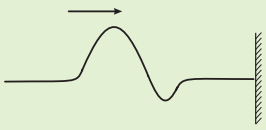
$$0/1 = 1 - 3(0/3) = \log 10 - 3 \log 2 = \log 10 - \log 8 \Rightarrow 0/1 = \log(\frac{10}{8}) \Rightarrow 0/1 = \log(\frac{5}{4})$$

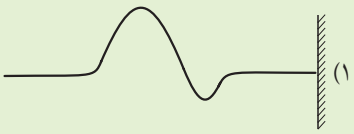
$$\xrightarrow{(1)} \log(\frac{I_1 + 10^{-9}}{I_1}) = \log(\frac{5}{4}) \Rightarrow \frac{I_1 + 10^{-9}}{I_1} = \frac{5}{4} \Rightarrow 5I_1 = 4I_1 + 4 \times 10^{-9} \Rightarrow I_1 = 4 \times 10^{-9} \ W / m^2$$

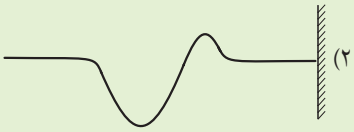
Telegram: @konkur_in

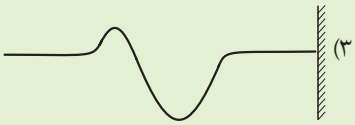
www.konkur.in

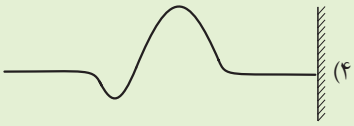
۴۷ در شکل زیر، یک تپ در طناب کشیده‌شده‌ای که انتهای آن ثابت است، در حال پیشروی است. تپ بازتاب‌شده از مانع به صورت کدام شکل خواهد بود؟



۱)


۲)


۳)


۴)


Hint در بازتاب یک‌بعدی تپ از انتهای بسته، یک بار نسبت به محور عمودی و یک بار هم نسبت به محور افقی، شکل تپ رو قرینه می‌کنیم.

درس Box در بازتاب یک‌بعدی، برای رسم تپ بازتاب از انتهای بسته، از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:

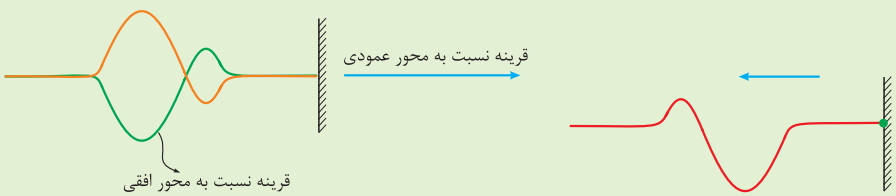
۱) تپ فرودی را در راستای طناب، نسبت به محور افقی قرینه کنید.

۲) شکل جدید را نسبت به محور عمود بر راستای طناب قرینه کنید.

ترتیب موارد (۱) و (۲) مهم نیست و می‌توانید برعکس نیز انجام دهید.

نکته در بازتاب از انتهای بسته، قله به دره و نیز دره به قله تبدیل می‌شود.

پاسخ خیلی تشریحی ✔



تیزبازی در بازتاب از انتهای بسته، صفحهٔ کاغذ رو 180° بچرخون و شکلی که می‌بینی رو به ذهنت بسپار. صفحهٔ کاغذ رو به حالت اولش برگردون و اون‌چه که دیده بودی رو در گزینه‌ها علامت بزن.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۸ اساس کار رادار دوپلری و میکروفون سهموی به ترتیب از راست به چپ، بازتاب کدام امواج است؟

۱) مکانیکی، مکانیکی

۲) الکترومغناطیسی، الکترومغناطیسی

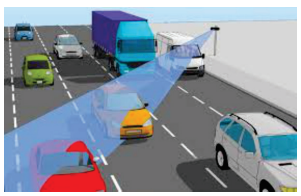
۳) الکترومغناطیسی، مکانیکی

۴) مکانیکی، الکترومغناطیسی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ اساس کار میکروفون سهموی، بر مبنای بازتاب امواج مکانیکی (صوتی) است و برای ثبت صداهای ضعیف استفاده می‌شود.

تصویری از یک میکروفون سهموی

اساس کار رادار دوپلری، بر مبنای بازتاب امواج الکترومغناطیسی است که برای تعیین تندی خودروها به کار می‌رود.



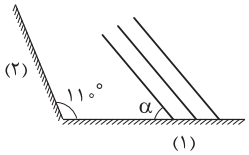
در جدول زیر، کاربرد و اساس کار وسایلی که در کتاب درسی مطرح شده است را برایتان آورده‌ایم:

نام وسیله	اساس کار	کاربرد
میکروفون سهموی	بازتاب امواج مکانیکی (صوتی)	ثبت صداهای ضعیف
لیتوتریپسی	بازتاب امواج مکانیکی (صوتی)	شکستن سنگ کلیه
رادار دوپلری	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	تعیین تندی خودروها
اجاق خورشیدی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	گرم‌کردن و پختن غذا
آنتن‌های بشقابی	بازتاب امواج الکترومغناطیسی	دریافت سیگنال
تندی‌سنج شارش خون	بازتاب امواج مکانیکی (فراصوتی)	تعیین تندی شارش خون در رگ‌ها

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۴۹ در شکل زیر، جبهه‌های موج تختی با زاویهٔ α به آینهٔ (۱) تابیده است. اگر جبهه‌های موج پس از بازتاب از آینهٔ (۲)، موازی آینهٔ (۱) باشند، α چند درجه است؟



۱) ۲۰
۲) ۴۰
۳) ۵۰
۴) ۷۰

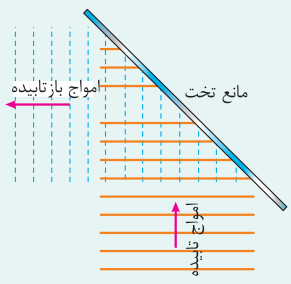
Hint به کمک مدل پرتویی موج و با استفاده از قانون بازتاب عمومی، پرتوهای بازتاب از آینه (۱) و (۲) رو رسم کن و با موازی‌گرفتن پرتوی بازتاب آینهٔ (۲) با آینهٔ (۱) و چاشنی هندسه حلش کن.

درس Box **بازتاب در دو بعد:** با استفاده از جبهه‌های موج می‌توانیم به طور تجربی به رفتار موج در برخورد به یک مانع پی ببریم. طرح معادل دیگری برای نشان‌دادن رفتار موج، استفاده از نمودار پرتویی است. یک پرتو، پیکان مستقیمی عمود بر جبهه‌های موج است که جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.

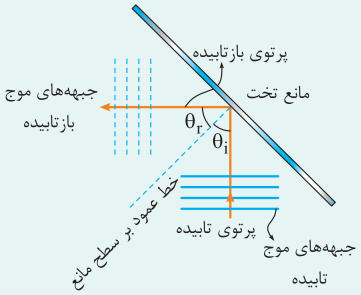
زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو تابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج تابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ تابش (θ_i) نامیده می‌شود.

زاویهٔ بین خط عمود بر سطح مانع و پرتو بازتابیده برابر با زاویهٔ بین جبههٔ موج بازتابیده با سطح مانع بوده و زاویهٔ بازتابش (θ_r) نامیده می‌شود.

برای هر وضعیت مانع و همهٔ انواع موج، همواره زاویهٔ تابش برابر با زاویهٔ بازتابش است $(\theta_i = \theta_r)$ که به آن قانون بازتاب عمومی می‌گویند.



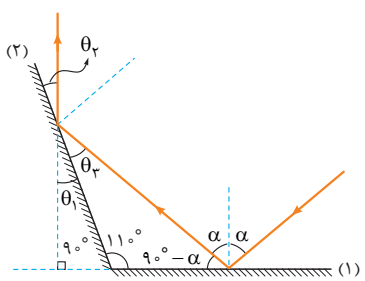
طرحی از جبهه‌های موج تابیده (خطوط توپر) و جبهه‌های موج بازتابیده (خطوط خط‌چین)



نمودار پرتویی همراه با جبهه‌های موج برای بازتاب امواج تخت از سطح مانعی تخت

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای سادگی، از نمودار پرتویی موج استفاده می‌کنیم. با توجه به شکل، چون زاویهٔ بین جبهه‌های موج تابیده به آینهٔ (۱) و سطح آن برابر α است، پس زاویهٔ بین پرتو تابیده و خط چین عمود بر سطح آینهٔ (۱) نیز برابر α می‌شود. امیدوارم حواستان باشد که چون جبهه‌های موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲)، موازی با آینهٔ (۱) هستند، پس راستای پرتو موج بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) عمود بر سطح آینهٔ (۱) خواهد بود.

به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



$$\theta_1 + 90^\circ = 110^\circ \Rightarrow \theta_1 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_1 \text{ و } \theta_2 \text{ متقابل به رأس‌اند}} \theta_2 = \theta_1 = 20^\circ$$

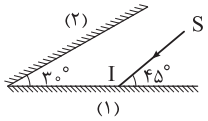
زاویهٔ بین پرتو بازتابیده از سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) برابر با زاویهٔ بین پرتو تابیده به سطح آینهٔ (۲) با سطح آینهٔ (۲) است؛ بنابراین داریم:

$$\theta_3 = \theta_2 = 20^\circ \xrightarrow{\theta_2 + 110^\circ + 90^\circ - \alpha = 180^\circ} \alpha = \theta_3 + 20^\circ = 20^\circ + 20^\circ = 40^\circ$$

Telegram: @konkur_in

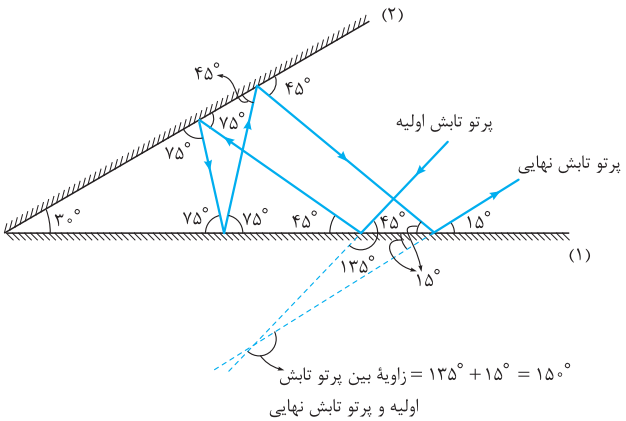
www.konkur.in

۵۰ در شکل زیر، پرتو SI به آینهٔ (۱) می‌تابد. پرتو نهایی بازتاب‌شده از آینه‌ها با پرتو SI زاویهٔ چند درجه می‌سازد؟ (طول آینه‌ها به اندازهٔ کافی بلند است.)



۱) ۹۰
۲) ۱۲۰
۳) ۱۳۵
۴) ۱۵۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔ به کمک قانون بازتاب عمومی داریم:



یه‌جور دیگه

گام اول: ابتدا تعداد برخورد پرتو به دو آینه را به دست می‌آوریم.

$$n=[\frac{۱۸۰-\theta}{\alpha}]+۱ \Rightarrow n=[\frac{۱۳۵}{۳۰}]+۱=۵$$

گام دوم: حالا زاویهٔ بین پرتو نهایی با پرتو SI را حساب می‌کنیم.

$$D=(n-۱)\alpha+۲\beta \xrightarrow[\beta=۹۰^\circ-۴۵^\circ=۴۵^\circ]{n=۵,\alpha=۳۰^\circ} D=(۵-۱)\times ۳۰+۲\times ۴۵=۱۲۰^\circ+۹۰^\circ=۲۱۰^\circ \Rightarrow D=۳۶۰^\circ-۲۱۰^\circ=۱۵۰^\circ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۱ خودرویی با تندی ثابت v به سمت صخره‌ای قائم در حال حرکت است. در لحظه‌ای که فاصلهٔ خودرو تا صخره $18\ m$ است، یک موج صوتی توسط رانندهٔ خودرو تولید می‌شود. بیشینهٔ v چند کیلومتر بر ساعت باشد تا راننده پژواک صدای تولیدی را از صدای اصلی تمییز دهد؟ (تندی انتشار صوت در هوا $340\ m/s$ است.)

۱) ۲۰

۲) ۴۰

۳) ۷۲

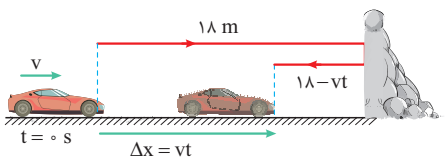
۴) ۱۴۴

مشاوره این سؤال از چند جنبه براتون مهم باشه، یکی این که امکان طرح‌شدنش برای امتحان نهایی بعیده ولی برای کنکور خیلی احتمال طرح‌شدنش بالاست. دوم این که در این سؤال، راهبرد رسم شکل به شدت برای فهم صحیح شما از مسئله و نحوهٔ برخورد درست با اون به شدت تأثیر داره. سوم هم این که تمام طراحان محترم علاقهٔ بالایی برای طرح سؤال از این موضوع دارند و امیدوارم با مطالعهٔ دقیق درس‌نامه و پاسخ‌نامه، یک بار برای همیشه خیالت رو از این تیپ سؤال‌ها راحت کنی.

Hint همین که بدونی زمان رفت و برگشت موج صوتی نباید کم‌تر از $0/1\ s$ باشد برای حل این سؤال کافیه.

درس Box **پژواک**: در برابر دیواره یا صخرهٔ بلندی که چند ده متر از شما فاصله دارد، بایستید و یک بار دست بزنید. پس از مدت زمان کوتاهی، بازتاب صدای دست‌زدن خود را خواهید شنید. اگر صوت پس از بازتاب، با یک تأخیر زمانی به گوش شنونده‌ای برسد که صوت اولیه را مستقیماً می‌شنود، به چنین بازتابی پژواک می‌گویند. اگر تأخیر زمانی بین این دو صوت کم‌تر از $0/1\ s$ باشد، گوش انسان نمی‌تواند پژواک را از صوت مستقیم اولیه تمییز دهد.

پاسخ خیلی تشریحی بهترین کار برای حل این سؤال مهم، استفاده از راهبرد رسم شکل است. مطابق شکل زیر، در مبدأ زمان که فاصلهٔ خودرو از صخره $18\ m$ است، راننده یک صوت تولید کرده که بعد از t ثانیه پژواک آن به گوش راننده رسیده است. اما در این مدت خودرو نیز با تندی ثابت v به اندازهٔ $\Delta x = vt$ به صخره نزدیک شده است؛ پس مسافت طی‌شده توسط صوت از مبدأ زمان تا لحظهٔ t برابر است با:



مسافت طی‌شده توسط صوت: $L = v_{\text{صوت}} \cdot t \Rightarrow 18+18-vt = 340t \Rightarrow (v+340)t = 36 \Rightarrow t = \dfrac{36}{v+340} \quad (1)$

چون تندی خودرو بیشینه است، پس باید زمان به‌دست‌آمده در رابطهٔ (۱) حداقل مقدار ممکن یعنی $0/1\ s$ باشد؛ بنابراین داریم:

$$t = 0/1\ s \xrightarrow{(1)} \frac{36}{v+340} = 0/1 \Rightarrow v+340 = 360 \Rightarrow v = 20\ m/s$$

$$\xrightarrow{\text{تبدیل به کیلومتر بر ساعت}} v = 20 \times \frac{18}{5} = 72\ km/h$$

گول نخوری به احتمال خیلی زیاد، بیشتر بچه‌هایی که اقدام به حل این سؤال کرده‌اند، گزینهٔ (۱) را علامت زده و در دام طراح افتاده‌اند. چراکه تندی خودرو را به جای این که برحسب کیلومتر بر ساعت به دست آورند، فقط بر حسب متر بر ثانیه به دست آورده‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۲ برای مکان‌یابی پژواکی جسمی کروی به قطر ۲ cm در آب از امواج فراصوتی استفاده می‌شود. برای تشخیص این جسم، بسامد این امواج برابر با چه تعداد از مقادیر زیر می‌تواند باشد؟ (تندی انتشار صوت در آب ۱۵۰۰ m / s است.)

الف) ۲۵ kHz

ب) ۷۵ kHz

پ) ۱۲۵ kHz

ت) ۲۵۰ kHz

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ برای تشخیص این جسم باید طول موج امواج گسیل‌شده کم‌تر یا مساوی ابعاد جسم باشد؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\lambda \le ۰/۰۲ \xrightarrow{\lambda=\frac{v}{f}} \frac{v}{f} \le ۰/۰۲ \xrightarrow{v=۱۵۰۰\,m/s} \frac{۱۵۰۰}{f} \le ۰/۰۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱۵۰۰}{۰/۰۲} \le f \Rightarrow f \ge ۷۵۰۰۰Hz = ۷۵kHz$$

بنابراین بسامد موج باید بزرگ‌تر یا مساوی ۷۵kHz باشد؛ در نتیجه مقادیر ۷۵kHz، ۱۲۵kHz و ۲۵۰kHz قابل قبول هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۳ بسامد نوری در خلأ ۵۰۰ THz است و طول موج آن در مایعی ۴۵۰ nm است. ضریب شکست این مایع کدام است؟ $(c = 3\times10^8\ m/s)$

۱) $\frac{5}{4}$ ۲) $\frac{5}{3}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $\frac{4}{3}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: تندی انتشار نور را در مایع به دست می‌آوریم:

$$v = \lambda f \xrightarrow[f=500\,THz=500\times10^{12}\,Hz]{\lambda=450\,nm=450\times10^{-9}\,m} v = 450\times10^{-9}\times500\times10^{12} = 2/25\times10^8\ m/s$$

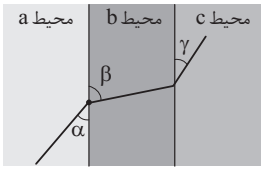
گام دوم: ضریب شکست مایع را حساب می‌کنیم:

$$n = \frac{c}{v} \xrightarrow[v=2/25\times10^8\,m/s]{c=3\times10^8\,m/s} n = \frac{3\times10^8}{2/25\times10^8} = \frac{4}{3}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۴ در شکل زیر جبههٔ موجی با عبور از محیط اولیهٔ **a**، از طریق محیط **b**، وارد محیط **c** شده است. کدام مورد دربارهٔ این موج درست است؟ $(\beta > \alpha > \gamma)$



۱) بسامد موج در محیط a بیشتر از بسامد آن در محیط b است.

۲) دورهٔ موج در محیط b بیشتر از دورهٔ آن در محیط c است.

۳) تندی انتشار موج در محیط a بیشتر از تندی انتشار آن در محیط b است.

۴) طول موج در محیط b بیشتر از طول موج آن در محیط c است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ می‌دانیم در اثر شکست موج، بسامد و دورهٔ تناوب موج که مربوط به چشمهٔ موج است، ثابت می‌ماند؛ بنابراین داریم:

$$f_a = f_b = f_c \ , \ T_a = T_b = T_c$$

در نتیجه گزینه‌های (۱) و (۲) نادرست‌اند.

از طرفی می‌دانیم زاویهٔ جبههٔ موج با مرز دو محیط همان زاویهٔ پرتوی موج با خط عمود بر مرز دو محیط است؛ بنابراین می‌توانیم بنویسیم:

$$\beta > \alpha > \gamma \Rightarrow \theta_b > \theta_a > \theta_c \Rightarrow \sin\theta_b > \sin\theta_a > \sin\theta_c$$

در نتیجه طبق قانون شکست عمومی داریم:

$$v_b > v_a > v_c$$

بنابراین گزینهٔ (۳) نادرست است.

$$\xrightarrow{\lambda \propto v} \lambda_b > \lambda_a > \lambda_c$$

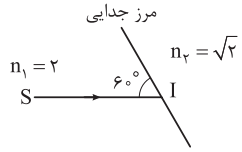
بنابراین گزینهٔ (۴) درست است.

گول نخوری ✘ دقت کنید که شکل، مربوط به جبهه‌های موج است نه پرتو. اگه حواست نباشه توی دام گزینهٔ (۳) می‌افتی.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۵ در شکل زیر، پرتو نور SI از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابد. پرتو نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتو SI، چند درجه و در چه جهتی منحرف می‌شود؟



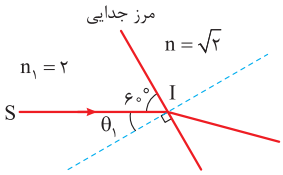
۱) ۱۵، ساعتگرد

۲) ۱۵، پادساعتگرد

۳) ۳۰، ساعتگرد

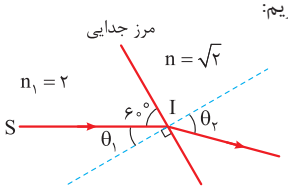
۴) ۳۰، پادساعتگرد

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** زاویهٔ تابش $\theta_۱$ را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_۱ = ۹۰ - ۶۰ = ۳۰^\circ$$

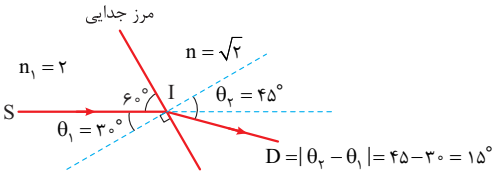
گام دوم: زاویهٔ شکست را به دست می‌آوریم. مطابق شکل زیر و طبق قانون شکست اسنل داریم:



$$n_۱ \sin\theta_۱ = n_۲ \sin\theta_۲ \Rightarrow ۲ \times \overbrace{\sin ۳۰^\circ}^{\frac{۱}{۲}} = \sqrt{۲} \times \sin\theta_۲$$

$$\Rightarrow \sin\theta_۲ = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta_۲ = ۴۵^\circ$$

گام سوم: مطابق شکل زیر، مقدار و جهت انحراف پرتوی نهایی نسبت به پرتوی SI را به دست می‌آوریم:



بنابراین، پرتوی نور ورودی به محیط (۲) نسبت به پرتوی SI، ۱۵ درجه به صورت ساعتگرد منحرف شده است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۶ تندی انتشار موج در محیط (۲)، $\sqrt{۳}$ برابر تندی انتشار موج در محیط (۱) است. جبهه‌های موج تختی از محیط (۱) به محیط (۲) می‌تابند. بخشی از جبهه‌های موج وارد محیط (۲) شده و بخشی از آن‌ها بازتاب می‌شوند. اگر جبهه‌های موج شکست‌یافته، بر جبهه‌های موج بازتابیده عمود باشند، زاویهٔ بین راستای جبهه‌های موج شکست‌یافته با راستای جبهه‌های موج تابیده چند درجه است؟ (مرز بین دو محیط، یک سطح صاف است.)

یعنی زاویهٔ انحراف پرتوی شکست نسبت به پرتوی تابیده‌شده چه‌قدر است؟

یعنی پرتوی شکست بر پرتوی بازتاب عمود باشد.

پس وقتی پرتوی موج از محیط (۱) وارد محیط (۲) می‌شه باید از خط عمود دورتر بشه $(\theta_۲ > \theta_۱)$

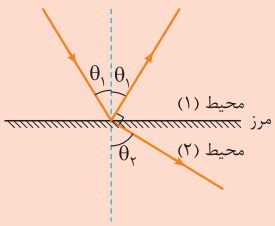
۱) ۱۵

۲) ۳۰

۳) ۶۰

۴) ۹۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔ با توجه به اطلاعات سؤال و تعبیر آن، مطابق شکل زیر داریم:



$$\theta_۱ + \theta_۲ + ۹۰ = ۱۸۰^\circ$$

$$\Rightarrow \theta_۱ + \theta_۲ = ۹۰^\circ \Rightarrow \sin\theta_۱ = \cos\theta_۲$$

حالا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:

$$\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} \xrightarrow{v_۲ = \sqrt{۳}v_۱} \frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} = \sqrt{۳}$$

$$\xrightarrow{\sin\theta_۱ = \cos\theta_۲} \frac{\sin\theta_۲}{\cos\theta_۲} = \tan\theta_۲ = \sqrt{۳} \Rightarrow \theta_۲ = ۶۰^\circ \ , \ \theta_۱ = ۳۰^\circ$$

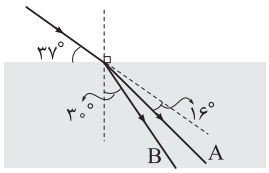
حالا زاویهٔ بین جبههٔ موج در محیط (۲) با جبههٔ موج در محیط (۱) که همان زاویهٔ انحراف است را به دست می‌آوریم:

$$D = |\theta_۲ - \theta_۱| = ۶۰ - ۳۰ = ۳۰^\circ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۷ در شکل زیر باریکهٔ نوری متشکل از دو پرتو نور تک رنگ **A** و **B** از هوا بر تیغهٔ تختی می‌تابد. ضریب شکست این تیغه برای نور **A** چند برابر ضریب شکست آن برای نور **B** است؟ $(\sin ۵۳^\circ = ۰/۸)$



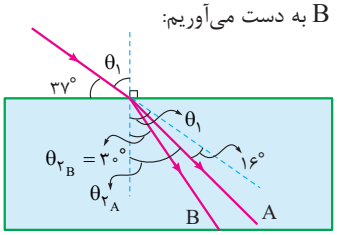
۱) $\frac{۵}{۶}$

۲) $\frac{۶}{۵}$

۳) $\frac{۵}{۸}$

۴) $\frac{۸}{۵}$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ **گام اول:** مطابق شکل زیر، زاویهٔ تابش و زاویهٔ شکست را برای هر یک از رنگ‌های A و B به دست می‌آوریم:



$\theta_۱ = ۹۰ - ۳۷ = ۵۳^\circ$

$\theta_{۲B} = ۳۰^\circ$

$\theta_{۲A} = \theta_۱ - ۱۶ = ۵۳ - ۱۶ = ۳۷^\circ$

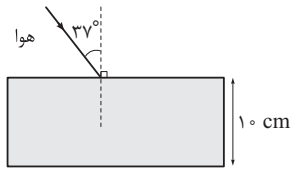
گام دوم: طبق قانون شکست اسنل، ضریب شکست تیغه برای نورهای A و B را حساب می‌کنیم:

$$\underset{۱}{n_۱}\sin\theta_۱ = n_۲\sin\theta_۲ \Rightarrow n_۲ = n = \frac{\sin\theta_۱}{\sin\theta_۲} \Rightarrow \begin{cases} n_A = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۷^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۶} = \frac{۴}{۳} \\ n_B = \frac{\sin ۵۳^\circ}{\sin ۳۰^\circ} = \frac{۰/۸}{۰/۵} = \frac{۸}{۵} \end{cases} \Rightarrow \frac{n_A}{n_B} = \frac{\frac{۴}{۳}}{\frac{۸}{۵}} = \frac{۲۰}{۲۴} = \frac{۵}{۶}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۸ در شکل زیر، پرتو نوری با زاویهٔ تابش ۳۷° از هوا وارد تیغهٔ تختی به ضخامت $۱۰\ cm$ می‌شود. اگر مدت‌زمان حرکت این پرتو درون تیغه برابر $۰/۸\ ns$ باشد، پرتو هنگام خروج از تیغه چند درجه منحرف می‌شود؟ $(\sin ۳۷^\circ = ۰/۶ , c = ۳\times ۱۰^۸\ m/s)$



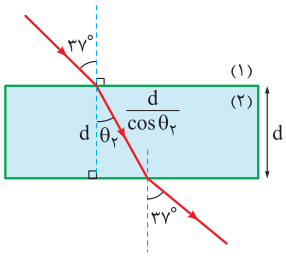
۱) ۷

۲) ۱۶

۳) ۲۲

۴) ۳۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔ مطابق شکل زیر، ابتدا طبق قانون شکست عمومی می‌توانیم بنویسیم:



$$\frac{v_۲}{v_۱}=\frac{\sin\theta_۲}{\sin\theta_۱} \xrightarrow[\sin\theta_۱=\sin ۳۷^\circ=۰/۶]{v_۱=c=۳\times ۱۰^۸} \frac{v_۲}{۳\times ۱۰^۸}=\frac{\sin\theta_۲}{۰/۶}$$

$$\Rightarrow v_۲ = ۵\times ۱۰^۸ \sin\theta_۲$$

از طرفی با توجه به شکل بالا در می‌یابیم مسافتی که پرتو داخل تیغه طی می‌کند برابر است با $\frac{d}{\cos\theta_۲}$ در نتیجه داریم:

$$v=\frac{L}{\Delta t} \Rightarrow \frac{v_۲=\frac{d}{\cos\theta_۲}}{\Delta t} = \frac{d}{\Delta t\times\cos\theta_۲}$$

$$\xrightarrow[\Delta t=۰/۸ns=۰/۸\times ۱۰^{-۹}s]{v_۲=۵\times ۱۰^۸\sin\theta_۲(m/s)\ ,\ d=۱۰\ cm=۰/۱\ m} ۵\times ۱۰^۸\sin\theta_۲ = \frac{۰/۱}{۰/۸\times ۱۰^{-۹}\times\cos\theta_۲}$$

$$\Rightarrow \underbrace{\sin\theta_۲\times\cos\theta_۲}_{\frac{۱}{۲}\sin ۲\theta_۲} = \frac{۰/۱}{۰/۸\times ۱۰^{-۹}\times ۵\times ۱۰^۸}=\frac{۱}{۴} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\sin ۲\theta_۲=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \sin ۲\theta_۲=\frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲\theta_۲=۳۰^\circ \Rightarrow \theta_۲=۱۵^\circ$$

حالا زاویهٔ انحراف را حساب می‌کنیم:

$$D=|\theta_۲-\theta_۱|=۳۷-۱۵=۲۲^\circ$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۵۹ آزمایش یانگ را ابتدا با نوری به طول موج ۶۰۰ nm در شرایط خلأ انجام می‌دهیم. اگر همین آزمایش را در آب انجام دهیم، برای این‌که پهنای نوارهای روشن یا تاریک تغییری نکند، بسامد نور استفاده‌شده باید چند تراهرتز و چگونه تغییر کند؟ $(n_{آب}=\frac{۴}{۳}\ ,\ c=۳\times۱۰^{۸}\ m/s)$

۱) ۱۲۵، افزایش یابد.
۲) ۱۲۵، کاهش یابد.
۳) ۳۷۵، افزایش یابد.
۴) ۳۷۵، کاهش یابد.

پاسخ خیلی تشریحی ✓ می‌دانیم پهنای نوار با طول موج تناسب است؛ بنابراین برای این که پهنای نوار تغییری نکند، باید طول موج ثابت بماند، در نتیجه داریم:

$$W_۲=W_۱ \Rightarrow \lambda_۲=\lambda_۱ \xrightarrow{\lambda_۱=۶۰۰nm} \lambda_۲=\lambda_۱=۶۰۰\ nm$$

با توجه به ضریب شکست آب، $v_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$v_۲=\frac{c}{n}=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{\frac{۴}{۳}}=\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۸}\ m/s$$

حالا طبق رابطهٔ $f=\frac{v}{\lambda}$، بسامد نور را در دو حالت به دست می‌آوریم:

$$f_۱=\frac{v_۱}{\lambda_۱} \Rightarrow f_۱=\frac{۳\times۱۰^{۸}}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}=۵\times۱۰^{۱۴}\ Hz=۵۰۰\times۱۰^{۱۲}\ Hz=۵۰۰\ THz$$

$$f_۲=\frac{v_۲}{\lambda_۲} \Rightarrow \frac{\frac{۹}{۴}\times۱۰^{۸}}{۶۰۰\times۱۰^{-۹}}=۳/۷۵\times۱۰^{۱۴}\ Hz=۳۷۵\times۱۰^{۱۲}\ Hz=۳۷۵ THz$$

در نهایت تغییر بسامد نور را حساب می‌کنیم:

$$\Delta f=f_۲-f_۱=۳۷۵-۵۰۰=-۱۲۵ THz$$

بنابراین بسامد نور باید ۱۲۵ تراهرتز کاهش یابد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۰ یک تار دو انتها بسته به طول ۵۰ cm با بسامد ۶۰۰ Hz در هماهنگ پنجم در حال ارتعاش است. اگر طول موج صوت گسیل‌شده توسط تار، ۵۵ cm باشد، تندی انتشار موج عرضی در این تار و تندی انتشار صوت در هوای اطراف تار به ترتیب از راست به چپ چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲۰، ۳۴۰

۲) ۱۵۰، ۳۳۰

۳) ۱۵۰، ۳۴۰

۴) ۱۲۰، ۳۳۰

پاسخ خیلی تشریحی ✔

طبق رابطهٔ $f_n = \frac{nv}{2L}$، تندی انتشار موج عرضی در تار را حساب می‌کنیم. با توجه به این‌که بسامد هماهنگ پنجم برابر با ۶۰۰Hz است، داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \Rightarrow 600 = \frac{5 \times v}{2 \times 0/5} \Rightarrow v = 120\ m/s$$

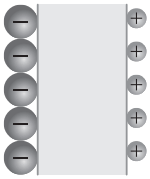
از طرفی تندی انتشار صوت در هوا طبق رابطهٔ $v = \lambda f$ به دست می‌آوریم:

$$v = \lambda f \Rightarrow v = 0/55 \times 600 = 330\ m/s$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۱ غشای یاختهٔ عصبی شکل زیر، دارای ثابت دی‌الکتریک ۳، ضخامت $10\,nm$ و مساحت سطح $10^{-10}\,m^2$ است. تعداد یون‌های لازم در یک سمت این غشا برای آن‌که در دو سر غشا، اختلاف پتانسیل الکتریکی $80\,mV$ ایجاد شود، کدام است؟ ($\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\,F/m$، $e = 1/6\times10^{-19}\,C$ و هر یون یک بار یونیده می‌شود.)



۱) $1/35\times10^{6}$

۲) $1/35\times10^{5}$

۳) $4/5\times10^{6}$

۴) $4/5\times10^{5}$

مشاوره این تست مشابه یکی از تمرین‌های کتاب درسی فیزیک (۲) است. تمرین‌ها و مثال‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

Hint ابتدا به کمک رابطهٔ $C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$ ظرفیت خازن را به دست آورید، سپس به کمک رابطهٔ $Q = CV$ بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن را پیدا کنید. در نهایت با استفاده از رابطهٔ $Q = ne$ تعداد یون‌های یک بار یونیده را محاسبه کنید.

درس Box

۱) برای محاسبهٔ ظرفیت یک خازن تخت از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}$$

C = ظرفیت خازن (F)

κ = ثابت دی‌الکتریک

ε_0 = ضریب گذردهی الکتریکی خلأ $(F/m$ یا $\frac{C^2}{N.m^2})$

A = مساحت صفحه‌های خازن (m^2)

d = فاصلهٔ صفحه‌های خازن از یکدیگر (m)

۲) بار ذخیره‌شده در خازن، همان بار الکتریکی موجود روی هر یک از صفحه‌های خازن است و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$Q = CV$$

Q = بار ذخیره‌شده در خازن (C)

C = ظرفیت خازن (F)

V = اختلاف پتانسیل یا ولتاژ دو سر خازن (V)

۳) با توجه به اصل کوانتیده‌بودن بار الکتریکی داریم:

$$q = \pm ne$$

n = تعداد الکترون‌های خالص جسم

e = بار بنیادی $= 1/6\times10^{-19}\,C$

q = بار الکتریکی جسم (C)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ظرفیت یاختهٔ عصبی (مدل‌سازی‌شده به صورت خازن تخت) را به دست می‌آوریم:

$$C = \kappa\varepsilon_0\frac{A}{d} \xrightarrow[d=10\,nm=10\times10^{-9}\,m=10^{-8}\,m]{k=3,\ \varepsilon_0=9\times10^{-12}\,F/m,\ A=10^{-10}\,m^2} C = 3\times9\times10^{-12}\times\frac{10^{-10}}{10^{-8}}$$

$$\Rightarrow C = 27\times10^{-14}\,F$$

گام دوم: بار الکتریکی ذخیره‌شده روی هر سطح غشا را محاسبه می‌کنیم:

$$Q = CV \xrightarrow[V=80\,mV=80\times10^{-3}\,V]{C=27\times10^{-14}\,F} Q = 27\times10^{-14}\times80\times10^{-3}$$

$$\Rightarrow Q = 216\times10^{-16}\,C$$

گام سوم: تعداد یون‌های موجود در هر سطح غشا را پیدا می‌کنیم:

$$n = \frac{q}{e} \xrightarrow[e=1/6\times10^{-19}\,C]{Q=q=216\times10^{-16}\,C} n = \frac{216\times10^{-16}}{1/6\times10^{-19}} = 135\times10^{3}$$

$$\Rightarrow n = 1/35\times10^{5}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۲ فاصلهٔ بین صفحات خازن تختی ۶mm، مساحت هر یک از صفحه‌های آن $۲۰cm^۲$ و بین صفحات آن هوا است. صفحات این خازن به یک باتری با اختلاف پتانسیل ۲۵V متصل است. اگر در همین حالت، فاصلهٔ بین صفحات آن ۲ mm کاهش یابد، بار ذخیره‌شده روی صفحات خازن چند پیکوکولن تغییر می‌کند؟ $(\varepsilon_۰ = ۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{C^۲}{N.m^۲})$

۱) ۲۵ ۲) ۳۷/۵ ۳) ۵۰ ۴) ۱۵۰

Hint

ابتدا ظرفیت خازن را در حالت‌های اول و دوم به دست آورید، سپس با توجه به ثابت‌ماندن اختلاف پتانسیل دو سر خازن، تغییر بار الکتریکی آن را حساب کنید.

درس Box

تا زمانی که دو سر یک خازن پرشده، به دو سر یک مولد (باتری) وصل است، اختلاف پتانسیل دو سر آن (V) ثابت می‌ماند، در این صورت می‌توان نوشت:

$$\left.\begin{matrix}Q_۲ = C_۲V\\ Q_۱ = C_۱V\end{matrix}\right\} \Rightarrow Q_۲ - Q_۱ = (C_۲ - C_۱)V \Rightarrow \Delta Q = V\Delta C$$

ΔQ = تغییر بار الکتریکی خازن (C)

V = اختلاف پتانسیل دو سر خازن (V)

ΔC = تغییر ظرفیت خازن (F)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا ظرفیت خازن در حالت اول را به دست می‌آوریم. از آن‌جا که دی‌الکتریک این خازن، هوا است، $\kappa = ۱$ فرض می‌شود:

$$C_۱ = \kappa\varepsilon_۰\frac{A}{d_۱} \xrightarrow[A=۲۰cm^۲=۲۰\times۱۰^{-۴}m^۲,\ d_۱=۶mm=۶\times۱۰^{-۳}m]{\kappa=۱,\ \varepsilon_۰=۹\times۱۰^{-۱۲}\frac{C^۲}{N.m^۲}} C_۱ = ۱\times۹\times۱۰^{-۱۲}\times\frac{۲۰\times۱۰^{-۴}}{۶\times۱۰^{-۳}} = ۳\times۱۰^{-۱۲}F = ۳pF$$

گام دوم: نسبت ظرفیت خازن در دو حالت را می‌نویسیم و ظرفیت خازن در حالت دوم را نیز به دست می‌آوریم:

$$\frac{C_۲}{C_۱} = \frac{d_۱}{d_۲} \xrightarrow[d_۱=۶mm,\ d_۲=۶-۲=۴mm]{C_۱=۳pF} \frac{C_۲}{۳} = \frac{۶}{۴} \Rightarrow C_۲ = ۴/۵pF$$

گام سوم: اختلاف ظرفیت خازن و از آن‌جا اختلاف بار الکتریکی خازن در دو حالت را حساب می‌کنیم (اختلاف پتانسیل دو سر خازن در هر دو حالت، ثابت و برابر با ۲۵V است):

$$\Delta Q = V\Delta C \xrightarrow[\Delta C=C_۲-C_۱=۴/۵-۳=۱/۵pF]{V=۲۵V} \Delta Q = ۲۵\times۱/۵ \Rightarrow \Delta Q = ۳۷/۵pC$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۳ اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت بین صفحه‌های خازن تختی برابر $900\,V/m$ است. چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن در SI کدام است؟ ($\varepsilon_0 = 9\times10^{-12}\,F/m$ و بین صفحه‌های خازن هواست.)

۱) $8/1\times10^{-10}$

۲) $8/1\times10^{-9}$

۳) 10^{-10}

۴) 10^{-9}

مشاوره با ترکیب‌کردن روابط فیزیکی، می‌توانیم به شکل دیگری از فرمول‌ها برسیم که جالب و کاربردی هستند. بسیاری از رابطه‌های تستی و جالب فیزیکی به همین روش ساخته می‌شوند.

Hint

رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی ($\sigma = \frac{Q}{A}$) را با رابطه‌های $Q = CV$ و $E = \frac{V}{d}$ ترکیب کنید و از فرمولی که به دست می‌آورید، چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن را محاسبه کنید.

درس Box

۱) تراکم بار الکتریکی در سطح یک جسم را چگالی سطحی بار الکتریکی می‌گوییم و از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$\sigma = \frac{Q}{A}$$

σ = چگالی سطحی بار الکتریکی (C/m^2)

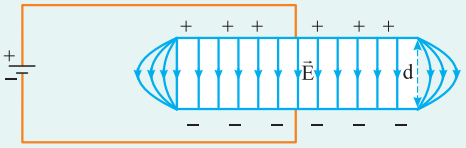
Q = بار الکتریکی موجود در سطح (C)

A = مساحت سطحی که بار الکتریکی روی آن توزیع شده است. (m^2)

۲) میدان الکتریکی یکنواخت:

میدان الکتریکی‌ای است که خطوط آن، مستقیم، موازی و هم‌فاصله‌اند، یعنی بردارهای میدان الکتریکی در تمام نقاط این میدان هم‌اندازه و هم‌جهت‌اند.

مثلاً در شکل زیر، بین دو صفحهٔ رسانای موازی و دور از لبه‌های آن‌ها، میدان الکتریکی یکنواخت وجود دارد.



$$E = \frac{V}{d}$$

E = اندازهٔ میدان الکتریکی یکنواخت (N/C) یا (V/m)

V = اختلاف پتانسیل میان دو صفحه (V)

d = فاصلهٔ میان دو صفحه (m)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: رابطهٔ چگالی سطحی بار الکتریکی را با رابطهٔ بار الکتریکی موجود در صفحه‌های خازن و هم‌چنین رابطهٔ میدان الکتریکی یکنواخت موجود بین صفحه‌های خازن ترکیب می‌کنیم:

$$\sigma = \frac{Q}{A} \xrightarrow{Q=CV} \sigma = \frac{CV}{A} \xrightarrow[(\text{هوا})\kappa=1]{C=\kappa\varepsilon_0\frac{A}{d}} \sigma = \frac{\varepsilon_0\frac{A}{d}V}{A}$$

$$\Rightarrow \sigma = \varepsilon_0\frac{V}{d} \xrightarrow{E=\frac{V}{d}} \sigma = \varepsilon_0 E$$

گام دوم: اکنون مقادیر داده‌شده در سؤال را در رابطهٔ به‌دست‌آمده جای‌گذاری می‌کنیم و چگالی سطحی بار الکتریکی صفحه‌های خازن را به دست می‌آوریم:

$$\sigma = \varepsilon_0 E \xrightarrow[E=900\,V/m]{\varepsilon_0=9\times10^{-12}\,F/m} \sigma = 9\times10^{-12}\times9\times10^{2} = 8/1\times10^{-9}\,C/m^2$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۴ دو سر یک خازن تخت که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری ۲۰ولتی وصل است. اگر در همین حالت یک دی‌الکتریک با ثابت $\kappa = ۳/۵$ را در فضای بین صفحات خازن قرار دهیم، بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن و میدان الکتریکی میان صفحه‌های آن، به ترتیب از راست به چپ چند برابر می‌شوند؟

۱) $۱, \frac{۷}{۲}$ ۲) $\frac{۲}{۷}, \frac{۷}{۲}$ ۳) $\frac{۲}{۷}, ۱$ ۴) $\frac{۷}{۲}, ۱$

Hint

ابتدا نسبت ظرفیت خازن در حالت دوم به حالت اول را به دست آورید، سپس با توجه به این‌که اختلاف پتانسیل دو سر خازن ثابت می‌ماند، نسبت‌های خواسته‌شده را محاسبه کنید.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: نسبت ظرفیت خازن در حالت دوم (C') به ظرفیت خازن در حالت اول (C) را حساب می‌کنیم $(\kappa_{هوا} = ۱)$:

$$C = \kappa \varepsilon_۰ \frac{A}{d} \Rightarrow \frac{C'}{C} = \frac{\kappa'}{\kappa} = \frac{۳/۵}{۱} = \frac{۷}{۲}$$

گام دوم: با توجه به این‌که خازن هم‌چنان به مولد متصل است و اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر نمی‌کند، داریم:

$$Q = CV \Rightarrow \frac{Q'}{Q} = \frac{C'}{C} = \frac{۷}{۲}$$

گام سوم: میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن، یکنواخت است و اندازهٔ آن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$E = \frac{V}{d} \xrightarrow[d=d']{V=V'} \frac{E'}{E} = ۱$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۵ دو صفحهٔ خازن تختی با ظرفیت $5\mu F$ را که بین صفحه‌های آن هوا است، به پایانه‌های یک باتری وصل می‌کنیم تا بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن $60\mu C$ شود، سپس خازن را از باتری جدا می‌کنیم. اگر در همین حالت فاصلهٔ بین صفحات را نصف کرده و فضای بین صفحات را با عایقی با ثابت دی‌الکتریک ۱/۵ پر کنیم، اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن چگونه تغییر می‌کند؟

۱) ۴ ولت افزایش می‌یابد.

۲) ۴ ولت کاهش می‌یابد.

۳) ۸ ولت افزایش می‌یابد.

۴) ۸ ولت کاهش می‌یابد.

Hint

ابتدا اختلاف پتانسیل دو سر خازن را در حالت اول پیدا می‌کنیم، سپس ظرفیت خازن در حالت دوم و اختلاف پتانسیل آن در حالت دوم را به دست می‌آوریم و تغییرات اختلاف پتانسیل بین دو صفحهٔ خازن را پیدا می‌کنیم.

درس Box

اگر خازن پرشده‌ای را از مولد (باتری) جدا کنیم و ظرفیت آن را تغییر دهیم، اختلاف پتانسیل دو سر آن تغییر می‌کند، اما بار الکتریکی خازن ثابت می‌ماند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با معلوم‌بودن ظرفیت و بار الکتریکی ذخیره‌شده در خازن، اختلاف پتانسیل دو سر آن را به دست می‌آوریم:

$$V_1 = \frac{Q_1}{C_1} \xrightarrow[C_1=5\mu F]{Q_1=60\mu C} V_1 = \frac{60}{5} = 12V$$

گام دوم: ظرفیت خازن در حالت دوم را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{C_2}{C_1} = \frac{\kappa_2}{\kappa_1} \times \frac{d_1}{d_2} \xrightarrow[d_2=\frac{1}{2}d_1]{\kappa_1=1(\text{هوا}),\ \kappa_2=1/5} \frac{C_2}{C_1} = \frac{1/5}{1} \times \frac{d_1}{\frac{1}{2}d_1} \xrightarrow{C_1=5\mu F}$$

$$\frac{C_2}{5} = 1/5 \times 2 \Rightarrow C_2 = 15\mu F$$

گام سوم: با توجه به این‌که خازن از باتری جدا شده و بار الکتریکی آن ثابت است، می‌توان نوشت:

$$V_2 = \frac{Q_2}{C_2} \xrightarrow[C_2=15\mu F]{Q_2=Q_1=60\mu C} V_2 = \frac{60}{15} = 4V$$

$$\Delta V = V_2 - V_1 = 4 - 12 = -8V$$

بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر خازن ۸ ولت کاهش یافته است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۶ اگر اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر یک خازن ۸ میکروفارادی را ۲/۵V افزایش دهیم، بار الکتریکی روی صفحه‌های آن ۲۰ درصد تغییر می‌کند. در این مدت، انرژی ذخیره‌شده در خازن چند میکروژول تغییر کرده است؟

۱) ۶۸۷/۵ ۲) ۵۵۰

۳) ۴۱۲/۵ ۴) ۲۷۵

Hint تغییر بار الکتریکی خازن را برابر با ۲۰ درصد بار Q_1 قرار دهید و از آن‌جا بارهای الکتریکی Q_1 و Q_2 را به دست آورید؛ سپس با معلوم‌بودن ظرفیت خازن، تغییر انرژی آن را در دو حالت پیدا کنید.

درس Box انرژی ذخیره‌شده در یک خازن از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$U=\frac{Q^2}{2C}$$

U = انرژی (J)

Q = بار الکتریکی (C)

C = ظرفیت خازن (F)

پاسخ خیلی تشریحی **گام اول:** از آن‌جا که اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر خازن افزایش یافته و ظرفیت آن تغییری نکرده است، بار الکتریکی ذخیره‌شده در آن نیز افزایش می‌یابد و داریم:

$$V_2=V_1+2/5 \Rightarrow \Delta V=V_2-V_1=2/5\,V$$

$$Q_2-Q_1=0/2\,Q_1 \Rightarrow \Delta Q=0/2\,Q_1$$

$$\Delta Q=C\Delta V \xrightarrow[\Delta V=2/5V]{\Delta Q=0/2\,Q_1} 0/2\,Q_1=8\times 2/5 \Rightarrow Q_1=100\,\mu C$$

$$\Rightarrow Q_2=Q_1+0/2\,Q_1=100+20=120\,\mu C$$

گام دوم: تغییرات انرژی ذخیره‌شده در خازن را حساب می‌کنیم:

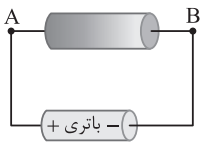
$$U_2-U_1=\frac{Q_2^2}{2C}-\frac{Q_1^2}{2C}=\frac{Q_2^2-Q_1^2}{2C}=\frac{(Q_2-Q_1)(Q_2+Q_1)}{2C} \xrightarrow[Q_1=100\mu C]{Q_2=120\mu C,C=8\mu F}$$

$$U_2-U_1=\frac{(120-100)(120+100)}{2\times 8}=\frac{20\times 220}{16} \Rightarrow \Delta U=\frac{2200}{8}=275\,\mu J$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۷ در مدار شکل زیر، یک باتری قلمی نو را که روی آن مقدار $6\,Ah$ نوشته شده است، به یک جسم رسانای استوانه‌ای متصل کرده‌ایم. اگر جریان الکتریکی عبوری متوسط از مدار $0/2\,A$ باشد، چه تعداد از موارد زیر درست است؟



الف) جهت جریان عبوری از جسم رسانا از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** است.

ب) جهت میدان الکتریکی درون جسم رسانا از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** است.

پ) جهت سرعت سوق الکترون‌های جسم رسانا از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** است.

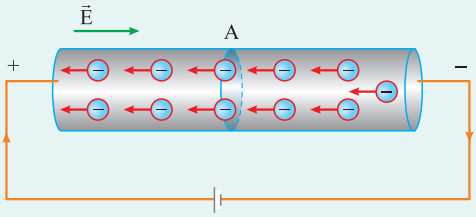
ت) باتری پس از $180\,min$ خالی می‌شود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

مشاوره گرچه اغلب تست‌های فیزیک به صورت محاسباتی مطرح می‌شوند، اما تست‌های مفهومی و غیرمحاسباتی نیز نباید نادیده گرفته شوند. مثلاً در همین تست سه مورد از عبارت‌های داده‌شده محاسبه‌ای ندارند و صرفاً مفهومی هستند.

درس Box

۱) جریان الکتریکی:



اگر به دو سر یک رسانا، باتری وصل کنیم، اختلاف پتانسیل در دو سر آن و میدان الکتریکی درون آن ایجاد می‌شود که نیرویی برخلاف جهت میدان الکتریکی بر الکترون‌های آزاد درون رسانا وارد کرده و باعث حرکت آهسته و تقریباً هم‌جهت آن‌ها می‌شود. این شارش خالص بار از یک سطح مقطع معین جریان الکتریکی و سرعت متوسط حرکت این الکترون‌ها سرعت سوق نام دارد که معمولاً از مرتبهٔ $0/1\,mm/s$ است.

جهت قراردادی جریان الکتریکی در سوی شارش بارهای مثبت، یعنی برخلاف جهت حرکت الکترون‌ها است. به عبارت دیگر جریان الکتریکی در جهت میدان الکتریکی و از پتانسیل بیشتر به پتانسیل کم‌تر است.

۲) اگر بار خالص Δq در بازهٔ زمانی Δt از یک مقطع رسانا بگذرد، نسبت $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ را جریان الکتریکی متوسط می‌گوییم.

اگر $\frac{\Delta q}{\Delta t}$ (آهنگ شارش بار) در تمام لحظه‌ها ثابت بماند، جریان‌های لحظه‌ای و متوسط یکسان بوده و آن را جریان مستقیم می‌نامیم.

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}$$

$I=$ جریان الکتریکی (A) | (mA)

$\Delta q=$ بار الکتریکی گذرکرده (C) | (Ah) | (mAh)

$\Delta t=$ بازهٔ زمانی (s) | (h) | (h)

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به قسمت اول درس‌باکس، جهت جریان عبوری و جهت میدان الکتریکی در جسم رسانا از نقطهٔ **A** به نقطهٔ **B** است؛ بنابراین موارد (الف) و (ب) درست هستند، اما جهت سرعت سوق الکترون‌ها، برخلاف جهت میدان الکتریکی، یعنی از نقطهٔ **B** به طرف نقطهٔ **A** است؛ در نتیجه مورد (پ) نادرست است.

گام دوم: با استفاده از قسمت دوم درس‌باکس، زمان تخلیهٔ باتری را به دست می‌آوریم:

$$I=\frac{\Delta q}{\Delta t}\Rightarrow \Delta t=\frac{\Delta q}{I}\xrightarrow[I=0/2A]{\Delta q=6\,Ah}\Delta t=\frac{6}{0/2}=30\,h=30\times 60=1800\,min$$

بنابراین مورد (ت) نادرست بوده و جمعاً دو مورد از موارد مطرح‌شده، درست هستند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۸ با استفاده از سیمی مسی به قطر مقطع ۲ mm، حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع ۲۵ cm می‌سازیم. اگر مقاومت ویژهٔ مس $۱/۸\times۱۰^{-۸}\ \Omega.m$ باشد، مقاومت الکتریکی این حلقه چند اهم است؟ (دما ثابت است.)

۱) ۹×۱۰^{-۲}

۲) ۹×۱۰^{-۳}

۳) $۲/۲۵\times۱۰^{-۲}$

۴) $۲/۲۵\times۱۰^{-۳}$

مشاوره مشابه این سؤال در کنکور سراسری تجربی ۱۴۰۳ نوبت دوم مطرح شده است.

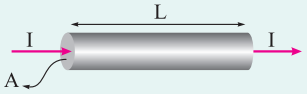
Hint

ابتدا طول سیم و مساحت مقطع آن را به دست آورید، سپس به کمک رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ مقاومت الکتریکی آن را حساب کنید.

درس Box

مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت

مقاومت الکتریکی یک جسم در دمای ثابت، با طول آن نسبت مستقیم و با مساحت سطح مقطع آن رابطهٔ عکس دارد.



$$R=\rho\frac{L}{A}$$

R = مقاومت الکتریکی (Ω)

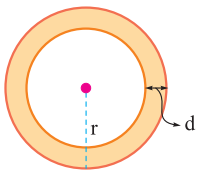
ρ = مقاومت ویژه $(\Omega.m)$

L = طول جسم (m)

A = مساحت سطح مقطع (که در امتداد جسم ثابت فرض می‌شود.) $(m^۲)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: ابتدا طول سیم و مساحت مقطع آن را حساب می‌کنیم:



$$L=۲\pi r \xrightarrow{r=۲۵cm=۰/۲۵m} L=۲\pi\times۰/۲۵=۰/۵\pi m$$

$$A=\pi\frac{d^۲}{۴} \xrightarrow{d=۲mm=۲\times۱۰^{-۳}m} A=\frac{\pi}{۴}(۲\times۱۰^{-۳})^۲=\pi\times۱۰^{-۶}m^۲$$

گام دوم: مقاومت الکتریکی سیم را به دست می‌آوریم:

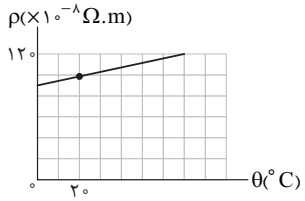
$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow[A=\pi\times۱۰^{-۶}m^۲]{\rho=۱/۸\times۱۰^{-۸}\Omega.m,\ L=۰/۵\pi m} R=۱/۸\times۱۰^{-۸}\times\frac{۰/۵\pi}{\pi\times۱۰^{-۶}}$$

$$\Rightarrow R=۰/۹\times۱۰^{-۲}\Omega=۹\times۱۰^{-۳}\Omega$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۶۹ نمودار مقاومت ویژهٔ آلیاژ نیکروم برحسب دمای آن به شکل زیر است. ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ این آلیاژ در SI کدام است؟



۱) ۴×۱۰^{-۵}

۲) ۴×۱۰^{-۳}

۳) ۲×۱۰^{-۵}

۴) ۲×۱۰^{-۳}

Hint

رابطهٔ تغییر مقاومت ویژهٔ رسانا با دما را بنویسید و با استفاده از مقادیر داده‌شده روی نمودار و جای‌گذاری آن‌ها در این رابطه، ضریب دمایی مقاومت ویژهٔ این آلیاژ را حساب کنید.

درس Box

وقتی دمای یک رسانای فلزی افزایش می‌یابد، ارتعاشات کاتوره‌ای اتم‌ها و یون‌های آن نیز افزایش می‌یابند؛ در نتیجه برخورد الکترون‌های آزاد با شبکهٔ اتمی رسانای فلزی نیز زیاد شده و مقاومت رسانا در برابر عبور جریان بیشتر می‌شود.

$$\rho=\rho_{\circ}(۱+\alpha\Delta T)$$

$\rho=$ مقاومت ویژهٔ رسانا در دمای θ $(\Omega.m)$

$\rho_{\circ}=$ مقاومت ویژهٔ رسانا در دمای اولیهٔ $\theta_{\circ}$ $(\Omega.m)$

$\alpha=$ ضریب دمایی مقاومت ویژه $(\frac{۱}{^{\circ}C})$

$\Delta\theta=\theta-\theta_{\circ}=$ تغییر دما $(^{\circ}C)$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

گام اول: با توجه به نمودار داده‌شده، معلوم می‌شود که هر واحد روی محور افقی، معادل $۱۰^{\circ}C$ و هر واحد روی محور قائم معادل $۲۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m$ است. دو نقطهٔ مشخص‌شده روی نمودار نشان می‌دهند که:

$$\begin{cases}\theta_{\circ}=۲۰^{\circ}C\\ \rho_{\circ}=۱۰۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m\end{cases}$$

$$\begin{cases}\theta=۷۰^{\circ}C\\ \rho=۱۲۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m\end{cases}$$

گام دوم: مقادیر فوق را در رابطهٔ تغییر مقاومت ویژهٔ رسانا با دما قرار می‌دهیم و مقدار α را به دست می‌آوریم:

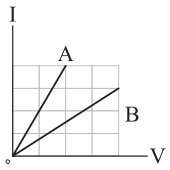
$$\rho=\rho_{\circ}(۱+\alpha\Delta\theta)\xrightarrow[\rho_{\circ}=۱۰۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m]{\rho=۱۲۰\times۱۰^{-۸}\Omega.m,\ \Delta\theta=۷۰-۲۰=۵۰^{\circ}C}۱۲۰\times۱۰^{-۸}=۱۰۰\times۱۰^{-۸}(۱+\alpha\times۵۰)$$

$$\Rightarrow ۱/۲=۱+۵۰\alpha\Rightarrow\alpha=\frac{۰/۲}{۵۰}=۴\times۱۰^{-۳}\frac{۱}{^{\circ}C}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۰ نمودار جریان عبوری از دو رسانای فلزی **A** و **B** که از یک ماده ساخته شده‌اند، برحسب اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر آن‌ها به شکل زیر است. رسانای **A** سیم توپری به قطر مقطع **۲ mm** و رسانای **B**، لوله‌ای توخالی به شعاع خارجی **۲ mm** و شعاع داخلی **۱ mm** است. جرم رسانای **A**، چند برابر جرم رسانای **B** است؟ (دمای دو رسانا ثابت و یکسان است.)



۱) $\frac{۸}{۹}$ ۲) $\frac{۲}{۳}$

۳) $\frac{۱}{۸}$ ۴) $\frac{۱}{۲۴}$

مشاوره این تست براساس یکی از پرسش‌های دوره‌ای آخر فصل ۲ از کتاب فیزیک (۲) طرح شده است. پرسش‌ها و تمرین‌های کتاب درسی را جدی بگیرید.

درس Box

۱) قانون اهم:

در دمای ثابت، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر برخی وسیله‌ها که جریان الکتریکی را از خود عبور می‌دهند، به جریانی که از آن‌ها می‌گذرد، مقدار ثابتی است.

چنین وسیله‌هایی را مقاومت یا رسانای اُهمی می‌گوییم.

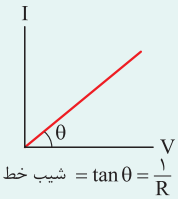
$$\frac{V}{I}=R$$

V = اختلاف پتانسیل (V)

I = جریان الکتریکی (A)

R = مقاومت الکتریکی (Ω)

در یک رسانای اُهمی، نمودار I برحسب V به صورت یک خط راست مبدأ گذر است که شیب این خط، عکس مقاومت الکتریکی را نشان می‌دهد.



$$\text{شیب خط} = \tan\theta = \frac{۱}{R}$$

۲) اگر حجم رسانا را با V و چگالی آن را با ρ' نشان دهیم، برای مقایسهٔ مقاومت‌های الکتریکی دو رسانا می‌توان نوشت:

$$R=\rho\frac{L}{A} \xrightarrow{V=AL} R=\frac{\rho\frac{V}{A}}{A}=\frac{\rho V}{A^۲} \xrightarrow{V=\frac{m}{\rho'}} R=\frac{\rho m}{\rho' A^۲}$$

R = مقاومت الکتریکی رسانا (Ω)

ρ = مقاومت ویژهٔ رسانا $(\Omega.m)$

m = جرم سیم (kg)

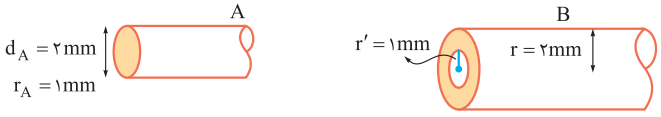
A = مساحت مقطع سیم $(m^۲)$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با استفاده از نمودار داده‌شده و به کمک قانون اُهم، نسبت مقاومت الکتریکی دو رسانا را به دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I} \Rightarrow \frac{R_A}{R_B}=\frac{V_A}{V_B}\times\frac{I_B}{I_A}=\frac{۲}{۴}\times\frac{۳}{۴}=\frac{۳}{۸}$$

گام دوم: نسبت مساحت‌های مقطع دو رسانای A و B را حساب می‌کنیم:



$$\frac{A_B}{A_A}=\frac{\pi r^۲-\pi r'^۲}{\pi r_A^۲}=\frac{r^۲-r'^۲}{r_A^۲}=\frac{۲^۲-۱^۲}{۱^۲}=۳$$

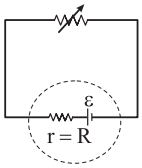
گام سوم: نسبت مقاومت الکتریکی دو رسانای A و B را می‌نویسیم و به کمک آن، نسبت جرم رسانای A به جرم رسانای B را به دست می‌آوریم:

$$R=\frac{\rho m}{\rho' A^۲} \xrightarrow[\rho'_A=\rho'_B]{\rho_A=\rho_B} \frac{R_A}{R_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\left(\frac{A_B}{A_A}\right)^۲ \xrightarrow[\frac{A_B}{A_A}=۳]{\frac{R_A}{R_B}=\frac{۳}{۸}} \frac{۳}{۸}=\frac{m_A}{m_B}\times ۳^۲ \Rightarrow \frac{m_A}{m_B}=\frac{\frac{۳}{۸}}{\frac{۹}{۱}}=\frac{۱}{۲۴}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۱ در مدار شکل زیر، اگر مقاومت الکتریکی رئوستا از ۲R به ۳R برسد، اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند برابر می‌شود؟



۱) $\frac{۳}{۴}$

۲) $\frac{۴}{۳}$

۳) $\frac{۸}{۹}$

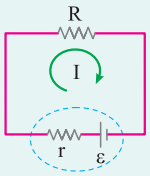
۴) $\frac{۹}{۸}$

Hint

ابتدا رابطه‌ای مستقل از جریان، برای اختلاف پتانسیل دو سر باتری به دست آورید، سپس این رابطه را در دو حالت مختلف مقاومت رئوستا بنویسید و نسبت آن‌ها را حساب کنید.

درس Box

در یک مدار تک‌حلقه، شامل یک مصرف‌کننده و یک باتری، می‌توان نوشت:



$$I = \frac{\varepsilon}{R + r}$$

I = جریان الکتریکی مدار (A)

ε = نیروی محرکهٔ مولد (V)

R = مقاومت خارجی (Ω)

r = مقاومت درونی مولد (Ω)

اگر رابطهٔ فوق را با قانون اُهم، ترکیب کنیم، رابطه‌ای تحت عنوان رابطهٔ مستقل از جریان، برای اختلاف پتانسیل دو سر مولد به دست می‌آوریم:

$$\left.\begin{array}{l} I = \frac{\varepsilon}{R + r} \\ I = \frac{V}{R} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{V}{R} = \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R + r}$$

پاسخ خیلی تشریحی ✔

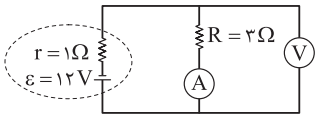
به کمک رابطه‌ای که در درس Box به دست آوردیم، نسبت اختلاف پتانسیل دو سر باتری در حالت دوم به حالت اول را می‌نویسیم:

$$\frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{\varepsilon R_۲}{R_۲ + r}}{\frac{\varepsilon R_۱}{R_۱ + r}} \xrightarrow[r=R]{R_۱=۲R,\, R_۲=۳R} \frac{V_۲}{V_۱} = \frac{\frac{۳R}{۳R + R}}{\frac{۲R}{۲R + R}} = \frac{\frac{۳}{۴}}{\frac{۲}{۳}} = \frac{۹}{۸}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۲ در مدار شکل زیر، اگر جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی با یکدیگر عوض شود، مقدارهایی که نشان می‌دهند، به ترتیب از راست به چپ، چند آمپر و چند ولت تغییر می‌کنند؟



۱) ۹، ۹

۲) ۹، ۳

۳) ۳، ۹

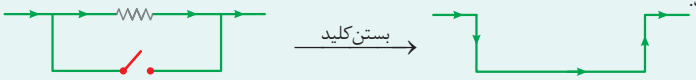
۴) ۳، ۳

مشاوره این نوع سؤال که در آن جای آمپرسنج آرمانی و ولت‌سنج آرمانی عوض می‌شوند، در کنکورهای تیرماه ۱۴۰۲ و تیرماه ۱۴۰۳ رشتهٔ تجربی مطرح شده‌اند.

درس Box

۱) اتصال کوتاه:

هرگاه دو سر یک مقاومت به وسیلهٔ یک سیم رابط (که مقاومت آن ناچیز است) یا یک آمپرسنج آرمانی به هم متصل شوند، تمام جریان از درون آن سیم یا آمپرسنج گذشته و از مقاومت هیچ جریانی نمی‌گذرد. در این حالت اصطلاحاً می‌گوییم که آن مقاومت اتصال کوتاه شده و از مدار حذف می‌گردد.



۲) آمپرسنج آرمانی (A): وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری جریان الکتریکی در یک شاخه از مدار که معمولاً به طور متوالی در آن شاخه قرار می‌گیرد. مقاومت الکتریکی یک آمپرسنج آرمانی را صفر در نظر می‌گیریم.

۳) ولت‌سنج آرمانی (V): وسیله‌ای است برای اندازه‌گیری اختلاف پتانسیل (ولتاژ) بین دو نقطه از مدار که مقاومت بسیار زیادی دارد و در حالت آرمانی، مقاومت آن بی‌نهایت فرض شده و جریان عبوری از آن صفر می‌شود. ولت‌سنج را به صورت یک شاخهٔ موازی با شاخه‌ای که می‌خواهیم ولتاژ دو سرش را اندازه بگیریم، وصل می‌کنیم.

پاسخ خیلی تشریحی

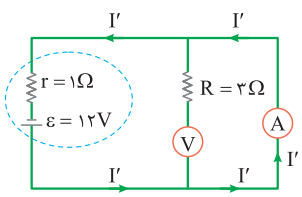
گام اول: در حالت اول، جریان الکتریکی و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R را به دست می‌آوریم. این‌ها به ترتیب، همان اعدادی هستند که آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهند:

$$I = \frac{\varepsilon}{R+r} \xrightarrow[R=۳\Omega, r=۱\Omega]{\varepsilon=۱۲V} I = \frac{۱۲}{۳+۱} = ۳\,A$$

به کمک قانون اُهم برای دو سر مقاومت R داریم:

$$V = RI \xrightarrow[I=۳A]{R=۳\Omega} V = ۳\times ۳ = ۹\,V$$

گام دوم: اکنون جای آمپرسنج و ولت‌سنج آرمانی را با یکدیگر عوض می‌کنیم و دوباره مقادیری را که آن‌ها نشان می‌دهند، به دست می‌آوریم. در این حالت مقاومت R توسط آمپرسنج آرمانی اتصال کوتاه می‌شود و هیچ جریانی از آن نمی‌گذرد؛ یعنی مقاومت R نقشی در تعیین جریان ندارد.



$$I' = \frac{\varepsilon}{r} = \frac{۱۲}{۱} = ۱۲\,A$$

هم‌چنین ولت‌سنج اختلاف پتانسیل دو سر آمپرسنج آرمانی را نشان می‌دهد که برابر با صفر است. $(V' = ۰)$

گام سوم: تغییر مقادیر آمپرسنج و ولت‌سنج را به دست می‌آوریم:

$$\Delta I = I' - I = ۱۲ - ۳ = ۹\,A$$

یعنی عدد آمپرسنج ۹ آمپر افزایش یافته است.

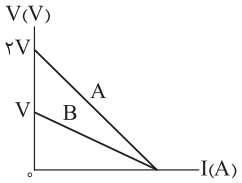
$$\Delta V = V' - V = ۰ - ۹ = -۹\,V$$

یعنی عدد ولت‌سنج ۹ ولت کاهش یافته است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۳ نمودار اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری‌های **A** و **B** برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن‌ها به شکل زیر است. اگر دو سر باتری‌ها را به طور جداگانه به دو سر رسانایی اُهمی به مقاومت **R** وصل کنیم، جریان عبوری از باتری **B**، $\frac{۳}{۵}$ برابر جریان عبوری از باتری **A** می‌شود. مقاومت درونی باتری **A** چند برابر **R** است؟



۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) $\frac{۱}{۲}$

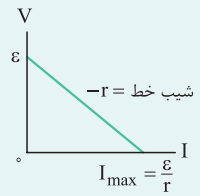
۳) ۴ ۴) ۲

Hint

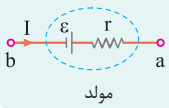
ابتدا با توجه به نمودار داده‌شده، رابطهٔ بین نیروهای محرکهٔ دو باتری و هم‌چنین رابطهٔ بین مقاومت درونی آن‌ها را تعیین کنید، سپس رابطهٔ جریان الکتریکی را برای هر یک از دو مدار نوشته و به کمک رابطهٔ $I_B = \frac{۳}{۵} I_A$ نسبت خواسته‌شده را حساب کنید.

درس Box

نمودار اختلاف پتانسیل دو سر مولد برحسب جریان الکتریکی عبوری از آن



$$V = \varepsilon - Ir$$



$$V_b + \varepsilon - Ir = V_a \Rightarrow V_a - V_b = \varepsilon - Ir$$

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به نمودار مطرح‌شده در درس Box، معلوم می‌شود که نیروی محرکهٔ باتری **A** دو برابر نیروی محرکهٔ باتری **B** است:

$$\frac{\varepsilon_A}{\varepsilon_B} = \frac{۲V}{V} = ۲$$

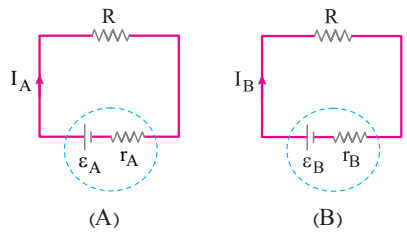
از طرفی داریم:

$$\frac{\varepsilon_A}{r_A} = \frac{\varepsilon_B}{r_B} \xrightarrow{\varepsilon_A = ۲\varepsilon_B} r_A = ۲r_B$$

گام دوم: رابطهٔ جریان الکتریکی در یک مدار تک‌حلقه را برای هر یک از دو مدار می‌نویسیم و از آن‌جا نسبت خواسته‌شده را پیدا می‌کنیم:

$$I_B = \frac{۳}{۵} I_A \Rightarrow \frac{\varepsilon_B}{R + r_B} = \frac{۳}{۵} \times \frac{\varepsilon_A}{R + r_A} \xrightarrow[r_A = ۲r_B]{\varepsilon_A = ۲\varepsilon_B}$$

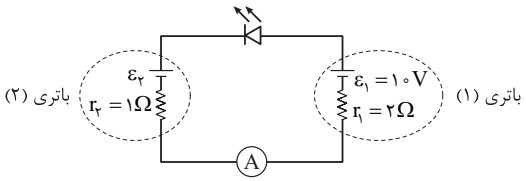
$$\frac{\varepsilon_B}{R + r_B} = \frac{۳}{۵} \times \frac{۲\varepsilon_B}{R + ۲r_B} \Rightarrow ۶R + ۶r_B = ۵R + ۱۰r_B \Rightarrow R = ۴r_B = ۲r_A \Rightarrow \frac{r_A}{R} = \frac{۱}{۲}$$



Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۴ در مدار شکل زیر، دیود نورگسیل، روشن و مقداری که آمپرسنج آرمانی نشان می‌دهد، ۲A است. نیروی محرکهٔ باتری (۲) چند ولت است؟ (مقاومت الکتریکی دیود نورگسیل ناچیز است.)



۱) ۴

۲) ۷

۳) ۱۳

۴) ۱۶

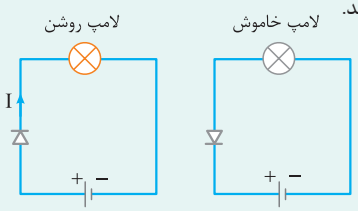
Hint ابتدا به کمک جهت جریانی که دیود از خود عبور می‌دهد، باتری مولد و باتری مصرف‌کننده را از هم تشخیص دهید، سپس با معلوم‌بودن جریان الکتریکی و رابطهٔ جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه، نیروی محرکهٔ باتری (۲) را حساب کنید.

درس Box

۱) دیود:

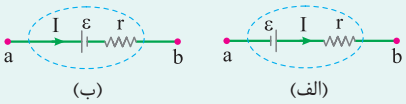
دیود قطعه‌ای است که هرگاه در مداری قرار گیرد، جریان را تنها از یک سو عبور می‌دهد و مقاومت آن در برابر عبور جریان در این‌سو ناچیز است، اما در سوی مخالف مانند یک مقاومت بسیار بزرگ عمل می‌کند. به همین دلیل، دیود را اغلب به عنوان یک‌سوکنندهٔ جریان در نظر می‌گیرند و آن را با نماد در مدارهای الکتریکی نشان می‌دهند.

جهت پیکان در این نماد، جهتی را نشان می‌دهد که جریان می‌تواند از دیود عبور کند.

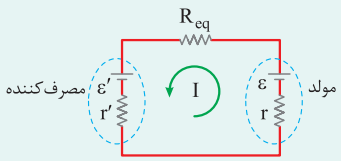


۲) در حل تست‌هایی که بیش از یک باتری دارند، به چگونگی بسته‌شدن باتری‌ها نسبت به یکدیگر، دقت کنید. ممکن است بعضی باتری‌ها به عنوان مولد و بعضی باتری‌ها به عنوان مصرف‌کننده در مدار به کار روند.

باتری‌های مولد، به مدار انرژی می‌دهند و جریان الکتریکی از پایانهٔ مثبت آن‌ها وارد مدار می‌شود (شکل (الف))، اما باتری‌های مصرف‌کننده، در مدار انرژی مصرف می‌کنند و جریان الکتریکی به پایانهٔ مثبت آن‌ها وارد می‌شود (شکل (ب)).



۳) محاسبهٔ جریان الکتریکی در مدار تک‌حلقه‌ای که یک باتری مولد و یک باتری مصرف‌کننده دارد، به صورت زیر است:



$$I = \frac{\varepsilon - \varepsilon'}{R_{eq} + r + r'}$$

I = جریان الکتریکی (A)

ε = نیروی محرکهٔ باتری مولد (V)

ε' = نیروی محرکهٔ باتری مصرف‌کننده (V)

R_{eq} = مقاومت معادل خارجی مدار (Ω)

r = مقاومت درونی باتری مولد (Ω)

r' = مقاومت درونی باتری مصرف‌کننده (Ω)

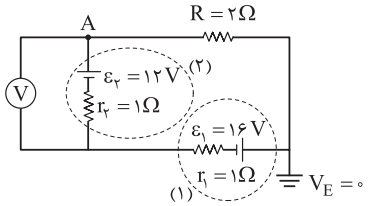
پاسخ خیلی تشریحی با توجه به جهت قرارگیری دیود، معلوم می‌شود که جهت جریان در این مدار پادساعتگرد است؛ بنابراین باتری (۱) به عنوان مولد و باتری (۲) به عنوان مصرف‌کننده در مدار عمل می‌کند:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} \xrightarrow[r_1=2\Omega, r_2=1\Omega]{I=2A, R=0, \varepsilon_1=10V} 2 = \frac{10 - \varepsilon_2}{2+1} \Rightarrow 10 - \varepsilon_2 = 6 \Rightarrow \varepsilon_2 = 4\ V$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۵ در مدار شکل زیر، پتانسیل الکتریکی نقطهٔ A و مقداری که ولت‌سنج آرمانی نشان می‌دهد، به ترتیب از راست به چپ چند ولت است؟



۱) ۲، ۱۱

۲) ۲−، ۱۱

۳) ۲، ۱۳

۴) ۲−، ۱۳

Hint

ابتدا جهت و اندازهٔ جریان الکتریکی را در مدار به دست آورید، سپس رابطهٔ اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و E را بنویسید تا پتانسیل نقطهٔ A به دست آید، هم‌چنین با توجه به این‌که باتری (۲) از نوع مصرف‌کننده است، اختلاف پتانسیل دو سر آن را محاسبه کنید.

درس Box

۱) اختلاف پتانسیل دو سر باتری مصرف‌کننده در مدار، از رابطهٔ زیر به دست می‌آید:

$$V = \varepsilon + Ir$$

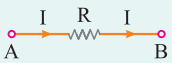
V = اختلاف پتانسیل (V)

ε = نیروی محرکهٔ باتری (V)

I = جریان الکتریکی عبوری از باتری (A)

r = مقاومت درونی (Ω)

۲) هرگاه در مدار و در جهت جریان از مقاومت R بگذریم، پتانسل الکتریکی به اندازهٔ IR کاهش می‌یابد.



$$V_A - IR = V_B$$

۳) پتانسیل الکتریکی زمین صفر فرض می‌شود. ($V_E = ۰$)

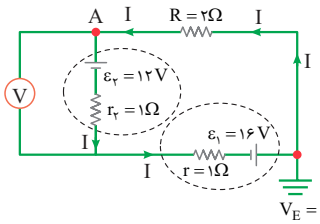
پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: با توجه به این‌که نیروی محرکهٔ باتری (۱) بیشتر از نیروی محرکهٔ باتری (۲) است، باتری (۱) در این مدار به عنوان مولد و باتری (۲) به عنوان مصرف‌کننده عمل می‌کند.

جهت جریان الکتریکی در مدار نیز به صورت پادساعتگرد است. اکنون جریان الکتریکی را حساب می‌کنیم:

$$I = \frac{\varepsilon_1 - \varepsilon_2}{R + r_1 + r_2} = \frac{۱۶ - ۱۲}{۲ + ۱ + ۱} = \frac{۴}{۴} = ۱\,A$$

گام دوم: اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A و E را می‌نویسیم:



$$V_E - RI = V_A \xrightarrow[R=۲\Omega, I=۱A]{V_E=۰} ۰ - ۲\times۱ = V_A \Rightarrow V_A = -۲\,V$$

گام سوم: ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر باتری (۲) را نشان می‌دهد که به عنوان مصرف‌کننده است.

$$V = V_2 = \varepsilon_2 + Ir_2 \xrightarrow[I=۱A, r_2=۱\Omega]{\varepsilon_2=۱۲V} V = ۱۲ + ۱\times۱ \Rightarrow V = ۱۳\,V$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۶ کدام ماده به عنوان یک ساینده ارزان در تهیهٔ سنباده به کار می‌رود؟

۱) سیلیسیم ← Si

۲) سیلیس ← SiO_2

۳) الماس ← C

۴) سیلیسیم کربید ← SiC

پاسخ خیلی تشریحی ✔

سنباده‌ها ابزارهای ضروری در صنعت و زندگی روزمره هستند که برای سایش و صاف‌کردن سطوح مختلف به کار می‌روند. مادهٔ اصلی تشکیل‌دهندهٔ سنباده، ذرات ساینده با سختی بالا هستند که با اعمال نیرو بر روی سطح مورد نظر باعث برداشته‌شدن ناهمواری‌ها و ایجاد سطحی صاف و یکدست می‌شوند. در میان مواد مختلف، **سیلیسیم کربید (SiC)**، به عنوان یک سایندهٔ بسیار مناسب در تهیهٔ سنباده شناخته می‌شود.

بد نیست بدانید که این ترکیب به دلیل برخورداری از ویژگی‌های زیر، گزینهٔ مطلوبی برای استفاده در سنباده‌ها است:

- **سختی استثنایی**: سیلیسیم کربید بعد از الماس، یکی از سخت‌ترین مواد شناخته شده است. این سختی فوق‌العاده، مقاومت سنباده را در برابر سایش، افزایش داده و باعث افزایش طول عمر آن می‌شود.
- **مقاومت حرارتی بالا**: در هنگام سایش، به دلیل اصطکاک بین سنباده و سطح مورد نظر، گرمای قابل توجهی تولید می‌شود. سیلیسیم کربید به دلیل داشتن مقاومت حرارتی بالا، در این دماها پایداری خود را حفظ کرده و دچار تغییر شکل یا افت کیفیت نمی‌شود.
- **تیزی و برندگی**: ساختار بلوری منحصربه‌فرد سیلیسیم کربید باعث ایجاد لبه‌های تیز و برنده در ذرات ساینده می‌شود. این ویژگی، قدرت سایش و کارایی سنباده را افزایش می‌دهد و به ایجاد سطوح صاف‌تر و با کیفیت‌تر کمک می‌کند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۷ کدام مطلب، نادرست است؟

چگالی: الماس > گرافیت

۱) در حجم برابر از الماس و گرافیت، شمار اتم‌های کربن در الماس، بیشتر از گرافیت است.

۲) ترکیب‌های گوناگون اکسیژن و سیلیسیم، بیش از ۹۰ درصد جرم پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

۳) هنگام پختن سفالینه‌ها، درصد جرمی سیلیس تغییر نمی‌کند.

۴) گرافن، ماده‌ای با ساختاری مانند کندوی زنبور عسل بوده و رسانای جریان برق است.

تک‌لایه‌ای از گرافیت

پاسخ خیلی تشریحی ✔

سفالینه‌ها از خاک رس ساخته می‌شوند که حاوی مقدار قابل توجهی سیلیس و آب است. در هنگام پختن سفالینه، آب موجود در خاک رس تبخیر می‌شود و سیلیس باقی می‌ماند؛ بنابراین با تبخیر آب، جرم کل سفالینه کاهش می‌یابد، اما جرم سیلیس ثابت می‌ماند؛ در نتیجه درصد جرمی سیلیس در سفالینه افزایش می‌یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): الماس و گرافیت هر دو آلوتروپ‌های کربن هستند؛ یعنی از اتم‌های کربن تشکیل شده‌اند، اما ساختار بلوری متفاوتی دارند. چگالی الماس بیشتر از گرافیت است؛ به این معنی که در حجم برابر، الماس جرم بیشتری دارد. از آن‌جا که هر دو ماده فقط از اتم‌های کربن تشکیل شده‌اند؛ در نتیجه الماس در حجم برابر، تعداد اتم‌های کربن بیشتری نسبت به گرافیت دارد.

گزینهٔ (۲): سیلیسیم پس از اکسیژن، فراوان‌ترین عنصر در پوستهٔ جامد زمین است؛ به طوری که ترکیب‌های مختلف این دو عنصر، بیش از ۹۰٪ پوستهٔ جامد زمین را تشکیل می‌دهند.

گزینهٔ (۴): گرافن یک لایهٔ منفرد از اتم‌های کربن است که در یک ساختار شش‌ضلعی شبیه به کندوی زنبور عسل آرایش یافته‌اند. گرافن به دلیل ساختار منحصربه‌فرد و الکترون‌های آزاد روی هر اتم کربن، رسانایی الکتریکی بسیار خوبی دارد.

نکته

گرافن

- تک‌لایه‌ای از گرافیت است.
- در آن اتم‌های کربن با پیوندهای اشتراکی، حلقه‌های شش‌گوشه تشکیل داده‌اند.
- استحکام ویژه‌ای دارد و مقاومت کششی آن، حدود ۱۰۰ برابر فولاد است.
- یک گونهٔ شیمیایی (جامد کووالانسی) دوبعدی است.
- شفاف و انعطاف‌پذیر است.
- رسانای جریان برق است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۸ اطلاعات موجود در کدام ردیف از جدول زیر، به طور کامل درست است؟

ردیف	نوع جامد	فرمول شیمیایی	ذرات سازنده	رسانایی الکتریکی
۱	فلزی	Fe	کاتیون و الکترون آزاد	در حالت جامد، مذاب و محلول رسانایی دارد.
۲	یونی	K_2CO_3	کاتیون و آنیون	در حالت مذاب و محلول رسانایی دارد.
۳	کووالانسی	$C(s,$ گرافیت $)$	اتم	ندارد
۴	کووالانسی	S_8	مولکول	ندارد

۱) ۱

۲) ۲

۳) ۳

۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ *بریم سراغ بررسی ردیف‌به‌ردیف جدول:*

- **ردیف (۱):** آهن (Fe) یک فلز است که از کاتیون و الکترون آزاد تشکیل شده است، در حالت جامد و مذاب رسانایی الکتریکی دارد، *اما هواستون باشه که* آهن در حالت محلول رسانایی ندارد؛ زیرا فلزها در آب حل نمی‌شوند.
- **ردیف (۲):** K_2CO_3 (پتاسیم کربنات) یک ترکیب یونی است که از کاتیون و آنیون تشکیل شده است. ترکیبات یونی در حالت جامد رسانای الکتریکی نیستند؛ زیرا یون‌ها در ساختار بلوری ثابت هستند و نمی‌توانند آزادانه حرکت کنند، اما در حالت مذاب و محلول، یون‌ها آزادانه حرکت می‌کنند و می‌توانند جریان الکتریکی را هدایت کنند.
- **ردیف (۳):** $C\,(s,$ گرافیت$)$ یک ترکیب کووالانسی بوده و ذرات تشکیل‌دهندهٔ آن، اتم‌های کربن هستند. گرافیت رسانای جریان الکتریکی است.
- **ردیف (۴):** گوگرد (S_8) یک نافلز است که در دمای اتاق به صورت جامد مولکولی وجود دارد. جامدات مولکولی به طور کلی رسانای جریان الکتریکی نیستند؛ زیرا الکترون‌ها در پیوندهای کووالانسی بین اتم‌ها به دام افتاده‌اند و نمی‌توانند آزادانه حرکت کنند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۷۹ ۱۰ گرم از یک آلیاژ فلزی حاوی عناصر روی، قلع، سرب و مقداری ناخالصی، در واکنش با نیتریک اسید غلیظ به طور کامل حل شده و نیترات‌های فلزی مربوطه را تولید می‌کند. پس از انجام واکنش و خشک کردن محلول حاصل، ۳/۱۵ گرم روی نیترات، ۷/۳۴ گرم قلع (IV) نیترات و ۹/۹۳ گرم سرب (II) نیترات به دست می‌آید. درصد جرمی ناخالصی به تقریب کدام است؟

$(Pb = ۲۰۷ , Sn = ۱۱۹ , Zn = ۶۵ , O = ۱۶ , N = ۱۴ : g.mol^{-۱})$

۱) ۱/۶ ۲) ۳/۳ ۳) ۶/۶ ۴) ۵/۲

Hint

با توجه به جرم نیترات‌های تولیدی در پایان واکنش‌ها و همچنین مصرف همهٔ فلزهای موجود در آلیاژ اولیه، جرم هر یک از فلزها را در آلیاژ اولیه محاسبه کن، سپس با محاسبهٔ مجموع جرم فلزها و با توجه به جرم آلیاژ، جرم و در نهایت درصد جرمی ناخالصی را در آلیاژ به دست بیاور.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ جرم هر یک از فلزها را در آلیاژ اولیه محاسبه می‌کنیم:

محاسبهٔ جرم فلز روی (Zn):

$$\overset{۱}{\cancel{۳/۱۵}}\ g\ Zn(NO_۳)_۲ \times \frac{۱\ mol\ Zn(NO_۳)_۲}{\underset{۶۰}{\cancel{۱۸۹}}\ g\ Zn(NO_۳)_۲} \times \frac{۱\ mol\ Zn}{۱\ mol\ ZN(NO_۳)_۲} \times \frac{۶۵\ g\ Zn}{۱\ mol\ Zn} \simeq ۱/۰۸\ g\ Zn$$

محاسبهٔ جرم فلز قلع (Sn):

$$\overset{۲}{\cancel{۷/۳۴}}\ g\ Sn(NO_۳)_۴ \times \frac{۱\ mol\ Sn(NO_۳)_۴}{\underset{۱۰۰}{\cancel{۳۶۷}}\ g\ Sn(NO_۳)_۴} \times \frac{۱\ mol\ Sn}{۱\ mol\ Sn(NO_۳)_۴} \times \frac{۱۱۹\ g\ Sn}{۱\ mol\ Sn} = ۲/۳۸\ g\ Sn$$

محاسبهٔ جرم فلز سرب (Pb):

$$\overset{۳}{\cancel{۹/۹۳}}\ g\ Pb(NO_۳)_۲ \times \frac{۱\ mol\ Pb(NO_۳)_۲}{\underset{۱۰۰}{\cancel{۳۳۱}}\ g\ Pb(NO_۳)_۲} \times \frac{۱\ mol\ Pb}{۱\ mol\ Pb(No_۳)_۲} \times \frac{۲۰۷\ g\ Pb}{۱\ mol\ Pb} = ۶/۲۱\ g\ Pb$$

بنابراین مجموع جرم فلزات در آلیاژ اولیه، برابر با $۹/۶۷ = ۶/۲۱ + ۲/۳۸ + ۱/۰۸$ است. جرم و درصد جرمی ناخالصی موجود در آلیاژ اولیه برابر است با:

$$\text{جرم ناخالصی} = \text{جرم آلیاژ} - \text{جرم فلزات (جرم خالصی)} = ۱۰ - ۹/۶۷ = ۰/۳۳\ g$$

$$\text{درصد جرمی ناخالصی} = \frac{\text{جرم ناخالصی}}{\text{جرم کل آلیاژ}} \times ۱۰۰ = \frac{۰/۳۳}{۱۰} \times ۱۰۰ = ٪۳/۳$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۰ اگر فرمول شیمیایی پتاسیم تتراتیونات به‌صورت $K_2S_4O_6$ باشد، در واحد فرمولی آلومینیم تتراتیونات، چند اتم اکسیژن وجود داشته و درصد جرمی گوگرد در آن به تقریب چه‌قدر است؟ $(S = 32 , Al = 27 , O = 16 : g.mol^{-1})$

۱) ۶ و ۵۰/۹

۲) ۶ و ۵۲/۹

۳) ۱۸ و ۵۰/۹

۴) ۱۸ و ۵۲/۹

Hint

با توجه به فرمول شیمیایی ترکیب یونی پتاسیم تتراتیونات، فرمول شیمیایی آنیون تتراتیونات و هم‌چنین فرمول شیمیایی ترکیب یونی آلومینیم تتراتیونات را پیدا کن. *حالا! شمار اتم‌ها را در هر واحد از این ترکیب و هم‌چنین درصد جرمی عنصر گوگرد را در آن بحساب!*

پاسخ خیلی تشریحی

با توجه به فرمول شیمیایی پتاسیم تتراتیونات $(K_2S_4O_6)$، فرمول آنیون تتراتیونات به صورت $S_4O_6^{2-}$ است. *حالا وقتشه فرمول شیمیایی آلومینیم تتراتیونات رو بیابیم؛*

$$Al^{3+}S_4O_6^{2-} \Rightarrow Al_2(S_4O_6)_3 \Rightarrow ۳۲\text{اتم}$$

در نهایت نوبت می‌رسه به حساب‌کردن درصد جرمی عنصر گوگرد (S) تو این ترکیب؛

$$\text{درصد جرمی S در } Al_2(S_4O_6)_3 = \frac{\text{جرم مولی S} \times ۱۲}{\text{جرم مولی } Al_2(S_4O_6)_3} \times ۱۰۰$$

$$= \frac{\overbrace{۱۲ \times ۳۲}^{۳۸۴}}{\underbrace{(۲ \times ۲۷)}_{۵۴} + \underbrace{(۱۲ \times ۳۲)}_{۳۸۴} + \underbrace{(۱۸ \times ۱۶)}_{۲۸۸}} \times ۱۰۰ = \frac{۳۸۴}{۷۲۶} \times ۱۰۰ \simeq ٪۵۲/۹$$

با توجه به این‌که فرمول شیمیایی روی دی‌کرومات به صورت $ZnCr_2O_7$ است، در فرمول شیمیایی آمونیوم دی‌کرومات در مجموع چند اتم وجود دارد؟ *(تجربی داخل ۹۷)*

۱) ۱۰ ۲) ۱۴ ۳) ۱۷ ۴) ۱۹

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۱ براساس اطلاعات زیر، کدام موارد از مطالب زیر درست است؟

- اتم **X** دارای ۱۴ الکترون با $n+l=5$ و عنصری اصلی است.
- اتم **Y** در ترکیب یونی **LiY**، بیشترین آنتالپی فروپاشی در میان هالیدهای لیتیم را دارد.
- اتم **Z** در ترکیب‌های ZY_2 و K_2Z دارای عدد اکسایش ۲+ و ۲− است و این اعداد، بیشینه و کمینهٔ اعداد اکسایش این عنصر هستند.

عنصر Z ⇐ عنصر اکسیژن (O)

الف) در ترکیب XY_2، روی اتم مرکزی یک جفت‌الکترون ناپیوندی وجود دارد و به همین دلیل ترکیبی قطبی است.

ب) ترکیب **Z** با هیدروژن می‌تواند به‌گونه‌ای باشد که در آن دو اتم **Z** با بار جزئی $\delta-$ به هم متصل باشند.

پ) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ ترکیب یونی حاصل از **Mg** و **X**، بیشتر از ترکیب یونی حاصل از **Mg** و **Z** است.

ت) در ترکیب‌های مولکولی دارای اتم **Y**، این اتم در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی به رنگ قرمز دیده می‌شود.

دارای بار جزئی منفی است.

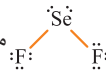
۱) الف ـ ب
۲) الف ـ پ
۳) پ ـ ت
۴) ب ـ ت

عبارت‌های (ب) و (ت) درست‌اند.

ابتدا عنصرهای X، Y و Z را باید پیدا کنیم:

- عنصر X: زیرلایه‌های 5s، 4p و 3d دارای $n+l=5$ می‌باشند و در صورتی که شامل ۱۴ الکترون باشند، به این معناست که ده الکترون در 3d و چهار الکترون در زیرلایهٔ 4p به صورت $4p^4$ و $3d^{10}$ قرار دارند؛ در نتیجه عنصر X همان $_{34}Se$ (سلنیم) است.
- عنصر Y: LiY نسبت به سایر هالیدهای لیتیم، بیشترین میزان آنتالپی فروپاشی را دارد؛ در نتیجه Y همان $_{9}F$ (فلوئور) است.
- عنصر Z: با توجه به مقدار بیشینه و کمینهٔ عدد اکسایش این عنصر، عنصر Z، همان $_{8}O$ (اکسیژن) است.

بررسی عبارت‌ها:

الف) ترکیب XY_2 یا همان SeF_2، دارای ساختار لوویس  می‌باشد و به دلیل این که اتم مرکزی دارای جفت‌الکترون ناپیوندی است؛ در نتیجه قطبی محسوب می‌شود. دقت کنید که اطراف اتم مرکزی این ترکیب، دو جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.

ب) خاصیت نافلزی Z یا همان اکسیژن از هیدروژن بیشتر است؛ همچنین در ساختار آب‌اکسیژنه (H_2O_2)، دو اتم O با بار جزئی منفی به یکدیگر متصل‌اند:

پ) مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در MgX یا MgSe $(|+2|+|-2|=4)$ برابر با مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون در MgZ یا MgO $(|+2|+|-2|=4)$؛ اما به دلیل این‌که مجموع شعاع یون‌ها در MgSe بیشتر از O و M است، آنتالپی فروپاشی در MgSe کم‌تر از MgO است.

ت) عنصر فلوئور (F) در بین سایر نافلزات بیشترین خصلت نافلزی را دارد؛ بنابراین در نقشه‌های الکتروستاتیکی همهٔ ترکیب‌های آن، این اتم به رنگ قرمز است.

نکته دقت داشته باشید که این عبارت دربارهٔ ترکیب‌های مولکولی دارای فلوئور صحبت می‌کند. مثلاً مولکول F_2، عنصر بوده و ترکیب نیست!

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۲ کدام مورد درست است؟

۱) از بین مواد H_2Se، CS_2، NO_2Cl و NO_2، تنها دو ترکیب دارای واحدهای مجزا بوده و همهٔ اتم‌ها در ساختار آن‌ها آرایشی مشابه گاز نجیب دارند.

۲) در بین گونه‌های NO_2^+، N_2O، HCN و NO_3^-، دو ترکیب ساختار متقارن دارند و در همهٔ آن‌ها اتم نیتروژن دارای بار جزئی مثبت است.

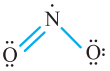
۳) همهٔ مولکول‌های خطی که از دو نوع نافلز ایجاد شده‌اند، در میدان الکتریکی جهت‌گیری نمی‌کنند.

۴) در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی ترکیب‌های OF_2، CBr_4، NO_2^- و $SiCl_4$، اتم‌های مرکزی رنگ مشابهی دارند.

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در مولکول‌های OF_2، CBr_4، NO_2^- و $SiCl_4$ اتم مرکزی خاصیت نافلزی کم‌تری نسبت به اتم‌های کناری دارد؛ بنابراین در همهٔ آن‌ها اتم مرکزی در نقشهٔ پتانسیل الکتروسیاتیکی به رنگ آبی بوده و مشابه است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

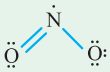
گزینهٔ (۱): ترکیبات داده‌شده، همگی مولکولی بوده و در نتیجه دارای واحدهای مجزا هستند، اما در مولکول NO_2 مطابق با ساختار لوویس آن که به صورت  می‌باشد، اتم N آرایشی مشابه گاز نجیب ندارد.

اتم H در H_2Se هشت‌تایی نیست ولی آرایشی مشابه گاز نجیب He دارد.

نکته

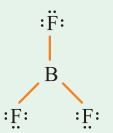
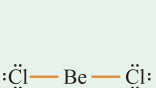
موارد زیر از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند:

۱) مولکول‌هایی که مجموع الکترون ظرفیتی آن‌ها فرد باشد، مثال:

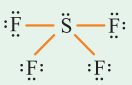
 ⇒ مجموع الکترون‌های ظرفیتی $= 5 + 2(6) = 17$

⇒ مجموع الکترون‌های ظرفیتی $= 5 + 6 = 11$

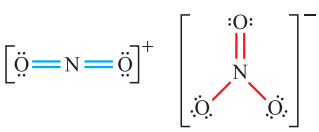
۲) مولکول‌هایی که در آن‌ها اتم‌های B و Be، اتم مرکزی باشند، مثال:

 و 

۳) مولکول‌هایی که اتم مرکزی در آن‌ها بیش از ۸ الکترون داشته باشد، مثال:



گزینهٔ (۲): در میان گونه‌های داده‌شده، NO_2^+ , NO_3^-، ساختار متقارن دارند؛ زیرا اتم مرکزی در ساختار آن‌ها فاقد جفت‌الکترون ناپیوندی است و هم‌چنین اتم‌های متصل به اتم مرکزی یکسان هستند. *اگه باور نمی‌کنین، تماشا کنین:*



N_2O , HCN، به دلیل این‌که اتم‌های متصل به اتم مرکزی متفاوت است، ساختار نامتقارن دارند. *هواستون باشه که* در ساختار HCN برخلاف سایر گونه‌های داده‌شده، اتم N بار جزئی منفی دارد؛ زیرا خصلت نافلزی آن از C و H بیشتر است.

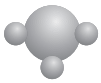
گزینهٔ (۳): *نه والا!* مثلاً N_2O به عنوان یک مولکول خطی، با این‌که از دو نوع نافلز درست شده‌اند، اما قطبی است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند.

Telegram: @konkur_in

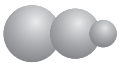
www.konkur.in

۸۳ براساس شکل‌های زیر که مربوط به مدل فضاپرکن چند ترکیب است، چند مورد از موارد زیر درست است؟

الف)

ب) 

پ)

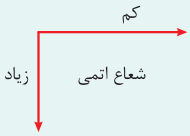
ت) 

- در ترکیب (الف)، دو اتم مرکزی می‌توانند با پیوند سه‌گانه به یکدیگر متصل باشند و این مدل مربوط به یک ترکیب آلی ناقطبی باشد.
- اگر اتم‌های کناری در ترکیب (ب) هیدروژن باشند، بار جزئی اتم مرکزی منفی خواهد بود.
- ترکیب (پ) می‌تواند مربوط به یکی از ترکیب‌های اکسیژن دی‌فلوئورید یا آب باشد.
- اگر در ترکیب (ت) دو نافلز از گروه ۱۶، اتم‌های کناری باشند و همهٔ اتم‌ها از آرایش هشت‌تایی پیروی کنند، نافلز با کوچک‌ترین شعاع اتمی در نقشهٔ پتانسیل الکتروستاتیکی، دارای رنگ قرمز خواهد بود.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

درس Box

۱) شعاع اتمی عناصر در یک گروه از بالا به پایین، زیاد می‌شود و یک دوره از چپ به راست، کاهش می‌یابد؛ در نتیجه روند کلی تغییرات شعاع اتمی به صورت زیر است:

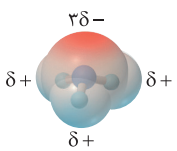


۲) خاصیت نافلزی در یک دوره از چپ به راست، افزایش یافته و در یک گروه از بالا به پایین، کم می‌شود؛ در نتیجه تغییرات خصلت نافلزی به صورت زیر است:

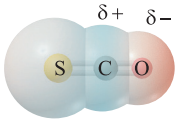
پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های اول، دوم و چهارم درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- مثلاً در مورد اتین (C_2H_2) این عبارت *درسته!*
- اگر اتم‌های کناری، هیدروژن (H) باشند، ترکیب مورد نظر PH_3 یا NH_3 خواهد بود؛ پس اتم مرکزی دارای بار جزئی منفی بوده و رنگ آن قرمز می‌باشد.



- دقت کنید که شعاع اتم‌های هیدروژن (H) و فلوئور (F) هر دو از اکسیژن (O) کوچک‌تر بوده؛ بنابراین مدل فضاپرکن درست آن به صورت است.
- در صورتی که اتم‌های کناری، دو نافلز از گروه ۱۶ باشند، پس اتمی که شعاع اتمی کوچک‌تر دارد، اکسیژن (O) و اتمی که شعاع اتمی بزرگ‌تر دارد، گوگرد (S) است؛ در نتیجه اتم با شعاع اتمی کوچک‌تر، اکسیژن بوده و دارای بار جزئی منفی می‌باشد؛ مثل کربونیل سولفید (SCO) که به صورت مقابل است:



کربونیل سولفید (SCO)

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۴ کدام گزینه در رابطه با تولید انرژی الکتریکی با استفاده از پرتوهای خورشیدی در نیروگاه نادرست است؟

۱) از مذاب یک ترکیب یونی برای تبخیر آب استفاده می‌شود، چراکه چنین موادی در گسترهٔ دمایی وسیعی به حالت مایع هستند.

۲) شارهٔ مولکولی به‌کاررفته در این فناوری پس از برخورد با توربین و تولید برق، وارد یک سردکننده می‌شود.

۳) در این فرایند، انحلال شارهٔ یونی در شارهٔ مولکولی از روش‌های تولید گرما است.

۴) وجود منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی باعث می‌شود تا حتی در روزهای ابری و شب‌هنگام، انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ فراهم شود.

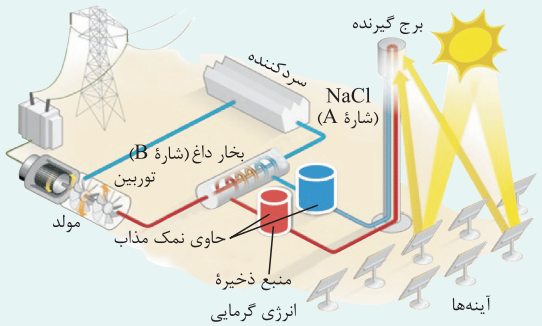
مشاوره در سال‌های اخیر از متن کتاب درسی و شکل‌های کتاب، عبارت‌های درست/نادرست زیادی در کنکور سراسری مطرح می‌شود. احتمال طرح سؤالات شبیه این سؤال در کنکور خیلی زیاد است؛ در نتیجه برای موفقیت در کنکور و حتی امتحانات نهایی، *لازمه که* به متن کتاب، تمرین‌ها، شکل‌ها و نمودارهای کتاب *مسلط شین و مسابی در فوندن کتاب سنگ تموم بنارین!*

درس Box

هنرنمایی شاره (سیال)های مولکولی و یونی برای تولید برق

یکی از روش‌های تولید انرژی الکتریکی، استفاده از پرتوهای خورشیدی است. همان‌طورکه می‌دانید انرژی خورشید از جمله منابع انرژی تجدیدپذیر است و استفاده از این انرژی پاک، باعث کاهش گرمای جهانی و ردپای زیست‌محیطی می‌شود. در روش تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی، شاره (سیال)های مولکولی و یونی نقش مهمی ایفا می‌کنند *که جلوتر بهش می‌رسیم!*

شکل زیر نمایی از این فناوری پیشرفته را نشان می‌دهد.



مراحل تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی به کمک این فناوری به صورت زیر است:

۱) آینه‌ها پرتوهای خورشیدی را روی برج گیرنده متمرکز می‌کنند.

۲) شاره (سیال) داخل لوله که در این‌جا سدیم کلرید مذاب است، انرژی خورشیدی را دریافت کرده و دمای آن افزایش می‌یابد.

۳) سدیم کلرید مذاب و بسیار داغ به منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی سرازیر می‌شود و انرژی گرمایی خود را به آب درون یک مخزن می‌دهد و آن را به بخار داغ تبدیل می‌کند. سدیم کلرید مذاب سردشده به مخزن دیگری می‌رود و از آن‌جا دوباره از برج گیرنده عبور می‌کند تا داغ شود.

۴) بخار داغ تولیدشده، توربین را برای تولید انرژی الکتریکی به حرکت درمی‌آورد.

۵) بخار داغ پس از به حرکت درآوردن مولد الکتریکی، به سردکننده منتقل می‌شود تا مایع شده و دوباره در چرخهٔ تولید بخار قرار گیرد.

مقایسهٔ گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مواد مولکولی و یونی:

شاره‌ای که در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی به عنوان منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی استفاده می‌شود، باید هم ظرفیت گرمایی بالایی داشته باشد و هم در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع باشد تا بتواند انرژی گرمایی خورشید را برای مدت طولانی‌تری نگه دارد تا حتی در روزهای ابری و شب هم، انرژی لازم برای تبدیل آب به بخار داغ را فراهم کند. به طور کلی، هر چه تفاوت بین نقطهٔ ذوب و جوش یک مادهٔ خالص بیشتر باشد، آن ماده در گسترهٔ دمایی بیشتری به حالت مایع بوده و نیروهای جاذبهٔ میان ذره‌های سازندهٔ آن مایع، قوی‌تر است. به همین دلیل در این‌جا از سدیم کلرید مذاب که یک شارهٔ یونی است، استفاده می‌شود. در ادامه خواهیم خواند که نیروی جاذبهٔ قوی میان ذره‌های سازندهٔ مواد یونی مانند سدیم کلرید، به دلیل نیروی جاذبهٔ میان یون‌های ناهمنام در شبکهٔ بلوری آن‌ها است.

مواد مولکولی، نقطهٔ ذوب و جوش پایین‌تری نسبت به مواد یونی دارند و گسترهٔ دمایی که در آن، این مواد به حالت مایع هستند، خیلی کم‌تر از گسترهٔ دمایی مایع‌بودن مواد یونی است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

ماده	نوع ماده	نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	نقطهٔ جوش ($^\circ C$)	اختلاف نقطهٔ ذوب و جوش (گسترهٔ دمایی مایع‌بودن)
N_2	مولکولی	-210	-196	$-196-(-210)=14^\circ C$
HF	مولکولی	-83	19	$19-(-83)=102^\circ C$
NaCl	یونی	801	1413	$1413-801=612^\circ C$

داده‌های تجربی نشان می‌دهند که گسترهٔ دمایی سدیم کلرید مذاب در فناوری تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی در حدود $850-1350^\circ C$ است.

جمع‌بندی:

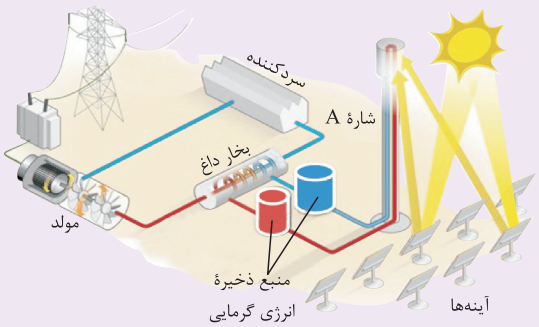
هنرنمایی شاره‌های مولکولی و یونی برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی

- شارهٔ یونی (سدیم کلرید مذاب) ← به عنوان منبع ذخیرهٔ انرژی گرمایی
- شارهٔ مولکولی (بخار آب داغ) ← به حرکت درآوردن توربین مولد الکتریکی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ *هواستون باشه که* در این فرایند، شارهٔ یونی در شارهٔ مولکولی حل نمی‌شود، بلکه گرمای خود را با آن مبادله کرده و سبب ایجاد بخار داغ می‌شود که توربین را برای تولید برق، به حرکت درمی‌آورد.

شکل زیر نمایی از فناوری پیشرفته برای تولید انرژی الکتریکی از پرتوهای خورشیدی را نشان می‌دهد. با توجه به شکل به پرسش‌ها پاسخ دهید.

(با هم بیندیشیم ـ صفحهٔ ۷۶ کتاب درسی)



مشخص کنید هر یک از جمله‌های زیر، توصیف کدام بخش از این فناوری است؟

آ) پرتوهای خورشیدی را روی برج گیرنده متمرکز می‌کنند.

ب) شاره‌ای بسیار داغ که باعث تولید بخار داغ می‌شود.

پ) شاره‌ای که توربین را به حرکت در می‌آورد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۵ چه تعداد از مقایسه‌های زیر درست است؟

- شعاع: $Na^+ < Cl < Na < Cl^-$
- شعاع: $P^{3-} > S^{2-} > Cl^- > K^+ > Ca^{2+}$
- چگالی بار: $Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+ > Li^+$
- چگالی بار: $O^{2-} > S^{2-} > K^+$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ موارد دوم و چهارم درست‌اند.

بیایین همهٔ موارد رو دونه‌دونه بررسی کنیم:

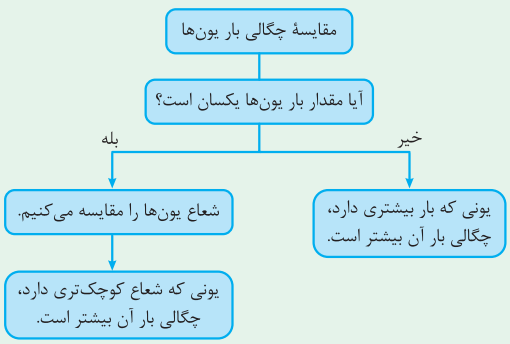
با توجه به جدول کتاب درسی داریم:

شعاع: $Na > Cl^- > Na^+ > Cl$

$_{20}Ca^{2+}$، $_{19}K^+$، $_{17}Cl^-$، $_{16}S^{2-}$ و $_{15}P^{3-}$ همگی ۱۸ الکترون دارند. در یون‌های هم الکترون، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد، جاذبهٔ هسته روی الکترون‌ها بیشتر بوده و شعاع یون کوچک‌تر است؛ بنابراین داریم:

شعاع یونی: $_{15}P^{3-} > _{16}S^{2-} > _{17}Cl^- > _{19}K^+ > _{20}Ca^{2+}$

نکته برای مقایسهٔ چگالی بار یون‌ها، از الگوریتم زیر استفاده می‌کنیم:



Mg^{2+} و Ca^{2+}، به دلیل مقدار بار بیشتر، چگالی بار بیشتری از K^+ و Li^+ دارند. بین دو یون Mg^{2+} و Ca^{2+}، و بین دو یون K^+ و Li^+، به دلیل شعاع کم‌تر، چگالی بار بیشتری دارند؛ بنابراین داریم:

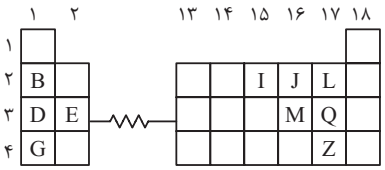
چگالی بار: $Mg^{2+} > Ca^{2+} > Li^+ > K^+$

O^{2-} و S^{2-}، به دلیل مقدار بار بیشتر، چگالی بار بیشتری از K^+ دارند. بین دو یون O^{2-} و S^{2-}، به دلیل شعاع کم‌تر، چگالی بار بیشتری دارد و *مقایسهٔ انجام شده، کاملاً درسته!*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۶ براساس عناصر موجود در جدول زیر، کدام مورد نادرست است؟ (نماد عنصرها فرضی است.)



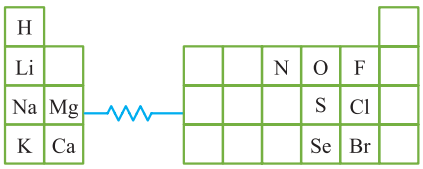
۱) آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از فلز آلومینیم با عنصر J، از آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب یونی حاصل از دو عنصر E و I بیشتر است.

۲) عناصر E، D و G برخلاف عناصر L، Q و Z، در تبدیل‌شدن به یون پایدار خود دچار افزایش اندازه می‌شوند.

۳) در میان ترکیب‌های حاصل از عنصر M با هر یک از عنصرهای Q، L و Z در صورت رعایت قاعدهٔ هشت‌تایی، ترکیب M و L بزرگ‌ترین میزان گشتاور دوقطبی را خواهد داشت.

۴) در ترکیب‌های یونی دوتایی حاصل از عنصر B با هر یک از عنصرهای J، I و L، آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب حاصل از دو عنصر B و I، بیشترین مقدار خواهد بود.

پاسخ خیلی تشریحی ابتدا نام عناصر گفته‌شده را در جدول می‌نویسیم، سپس گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:



بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): فلز آلومینیم با عنصر اکسیژن، ترکیبی یونی با فرمول Al_2O_3 تشکیل می‌دهد و ترکیب یونی حاصل از دو عنصر منیزیم و نیتروژن، Mg_3N_2 می‌باشد و چون مجموع قدرمطلق بارها در آن‌ها یکسان است؛ پس برای مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی آن‌ها، سراغ شعاع اتمی می‌رویم:

$$\text{شعاع اتمی: } \begin{cases} Mg^{2+} > Al^{3+} \\ N^{3-} > O^{2-} \end{cases} \Rightarrow Al_2O_3 > Mg_3N_2$$

گزینهٔ (۲): Li، Na و K همگی فلزهای قلیایی هستند و با از دست دادن الکترون و تشکیل یون، شعاع آن‌ها کوچک‌تر می‌شود، اما اتم‌های F، Cl و Br همگی هالوژن و نافلز هستند و با گرفتن الکترون و تشکیل یون، شعاع آن‌ها بزرگ‌تر می‌شود.

نکته هر چه خاصیت نافلزی یک عنصر بیشتر باشد، تمایل اتم آن نافلز برای گرفتن الکترون بیشتر است؛ در نتیجه در صورتی که مولکول قطبی باشد برایند گشتاور دوقطبی در آن‌ها زیادتر می‌شود.

گزینهٔ (۳): بین عناصر F، Cl و Br، عنصر فلوئور (F) بیشترین خصلت نافلزی را دارد؛ در نتیجه در ترکیب با عنصر گوگرد (S)، بیشترین میزان برایند گشتاور دوقطبی را دارد.

گزینهٔ (۴): ترکیبات گفته‌شده Li_3N، Li_2O و LiF می‌باشند و چون قدرمطلق مجموع بار کاتیون‌ها و آنیون‌ها در آن‌ها به ترتیب برابر با ۴، ۳ و ۲ است؛ می‌توان نتیجه گرفت که مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور آن‌ها به صورت زیر است:

$$\Delta H \text{ فروپاشی: } Li_3N > Li_2O > LiF$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۷ کدام روند در مورد آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های داده‌شده، درست است؟

۱) $AlF_3 > Al_2O_3 > MgO$

۲) $MgO > Na_2O > MgF_2$

۳) $Fe_2O_3 > FeCl_2 > FeO$

۴) $Fe_2O_3 > FeO > FeCl_2$

مشاوره مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکهٔ بلور ترکیب‌های یونی، پای ثابت سؤالات کنکور سراسری است و یکی از مهم‌ترین مباحث این فصل محسوب می‌شود؛ *پس لازمه که به فوبی تکنیک‌های مقایسه رو یاد بگیرین!*

درس Box

تکنیک‌های مقایسهٔ آنتالپی فروپاشی شبکه (به ترتیب اولویت)

↓

اولویت اول: مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و بار یک آنیون:

هر چه مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و بار یک آنیون، بزرگ‌تر ← آنتالپی فروپاشی شبکه، بزرگ‌تر

↓ در صورت مساوی‌بودن

اولویت دوم: در نظر گرفتن شعاع یون‌ها:

در صورت مساوی‌بودن مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و بار یک آنیون ← هر چه شعاع یون‌ها کوچک‌تر ← آنتالپی فروپاشی شبکه، بزرگ‌تر

پاسخ خیلی تشریحی ✔ آنتالپی فروپاشی با بار یون‌ها رابطهٔ مستقیم و با شعاع آن‌ها رابطهٔ وارونه دارد.

$$Fe_2O_3 \;>\; FeO \;>\; FeCl_2$$

مجموع قدرمطلق بار یک کاتیون و یک آنیون: $۲+۱=۳$ $۲+۲=۴$ $۳+۲=۵$

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): مجموع بار یک کاتیون و یک آنیون در Al_2O_3 بیشتر از AlF_3 است؛ پس آنتالپی فروپاشی Al_2O_3 بیشتر از AlF_3 می‌باشد.

گزینهٔ (۲): شعاع یون در Na_2O بیشتر از شعاع یون‌ها در MgF_2 است؛ پس آنتالپی فروپاشی Na_2O کم‌تر از MgF_2 می‌باشد:

مقایسهٔ شعاع: $Na^+ > Mg^{2+}, O^{2-} > F^-$

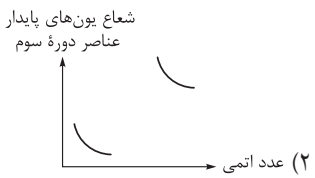
گزینهٔ (۳): با توجه به گزینهٔ درست، دلیل نادرستی این گزینه *تابلوئه!*

Telegram: @konkur_in

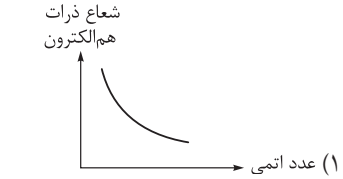
www.konkur.in

۸۸ در کدام گزینه، نمودار رسم‌شده نادرست است؟

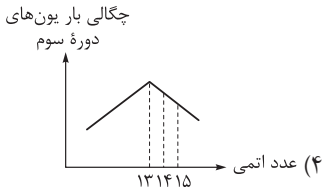
۱) شعاع ذرات هم‌الکترون — عدد اتمی



۲)



۳)



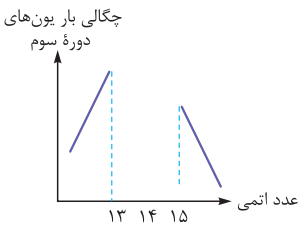
۴)

پاسخ خیلی تشریحی ✔

در کاتیون‌های دورهٔ سوم (Al^{3+} ، Mg^{2+} و Na^{+}) با حرکت از چپ به راست و افزایش عدد اتمی، بار مثبت کاتیون‌های پایدار افزایش می‌یابد. (به ترتیب ۱+، ۲+ و ۳+) از طرف دیگر، شعاع یونی به دلیل افزایش بار هسته‌ای و جاذبهٔ بیشتر بین الکترون‌ها و هسته کاهش می‌یابد. افزایش بار، کاهش شعاع، هر دو باعث افزایش چگالی بار می‌شوند.

در آنیون‌های دورهٔ سوم(Cl^{-} ، S^{2-} و P^{3-}) با حرکت به سمت راست بار آنیون‌ها کم‌تر می‌شود (به ترتیب ۳−، ۲− و ۱−)، هم‌چنین با افزایش عدد اتمی و بار هسته‌ای، شعاع آنیون‌ها کمی کاهش می‌یابد؛ پس چگالی بار هم کاهش می‌یابد.

گروه ۱۴ معمولاً یون‌های پایدار به شکل کاتیون و آنیون تشکیل نمی‌دهد و بیشتر تمایل دارد تا ترکیبات کووالانسی تشکیل دهد؛پس نمودار زیر ایجاد می‌شود:



حالا بیاید تا دلیل درستی گزینه‌های اول تا سوم را بررسی کنیم:

گزینهٔ (۱): برای ذرات هم‌الکترون مثل Mg^{2+} ، Na^{+} ، F^{-} و O^{2-} ، هر چه عدد اتمی بیشتر باشد (یعنی تعداد پروتون‌ها بیشتر شود) نیروی جاذبهٔ بین هسته و الکترون‌ها افزایش می‌یابد، این باعث می‌شود الکترون‌ها بیشتر به سمت هسته کشیده شوند و شعاع کاهش پیدا کند. همان‌طور که در Mg^{2+} ، Na^{+} و F^{-} تعداد الکترون‌ها ۱۰ است، ولی عدد اتمی ۱۲، ۱۱ و ۹ است؛ پس با افزایش عدد اتمی، شعاع کاهش می‌یابد.

گزینهٔ (۲): در دورهٔ سوم از چپ به راست، از Na^{+} تا Si^{4+} با افزایش عدد اتمی و افزایش بار هسته، شعاع کاهش می‌یابد. با رسیدن به نافلزات (S و P) و به دلیل اضافه‌شدن الکترون (تبدیل آن‌ها به S^{2-} و P^{3-}) نیروی دافعهٔ الکترونی افزایش می‌یابد و ما شاهد افزایش شعاع هستیم. در نهایت در Cl^{-} دوباره کاهش شعاع را با افزایش عدد اتمی، به دلیل افزایش بار هسته‌ای و کشیدن الکترون‌ها به سمت هسته شاهد هستیم.

گزینهٔ (۳): در گروه ۱۷ یون‌های I^{-} ، Br^{-} ، Cl^{-} و F^{-} را داریم که بار همگی برابر ۱− است؛ پس با توجه به تعریف چگالی بار و ثابت‌بودن بار یون‌ها در این گروه، تغییرات چگالی بیشتر به حجم یون‌ها (یعنی شعاع آن‌ها) بستگی دارد. در گروه ۱۷ از بالا به پایین، عدد اتمی و شعاع، به دلیل اضافه‌شدن لایه‌های الکترونی جدید افزایش می‌یابد و با ثابت‌بودن بار یون‌ها، با افزایش عدد اتمی شاهد کاهش چگالی بار هستیم.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۸۹ کدام مورد درست است؟

۱) عدد کوئوردیناسیون کاتیون‌ها در ترکیباتی مانند $NaCl$ و $LiCl$ به دلیل شباهت بار کاتیون و فرمول ترکیب، یکسان است.

۲) عدد کوئوردیناسیون یون منیزیم در MgO با یون اکسید، یکسان نیست.

۳) جاذبهٔ یون‌های ناهمنام در بلور ترکیب یونی، فقط بین نزدیک‌ترین یون‌های ناهمنام برقرار است.

۴) در بلور جامد یک ترکیب یونی جاذبهٔ یون‌های ناهمنام بر دافعهٔ یون‌های همنام غالب است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ هنگام تشکیل شبکهٔ بلور ترکیب یونی، بین یون‌های همنام دافعه و بین یون‌های ناهمنام نیروی جاذبه وجود دارد، ولی نیروهای جاذبهٔ میان یون‌های ناهمنام بر نیروهای دافعهٔ میان یون‌های همنام غالب است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): به طور کلی عدد کوئوردیناسیون یون‌ها در شبکهٔ بلور ترکیب یونی به اندازهٔ نسبی کاتیون و آنیون و در نتیجه ساختار بلور ترکیب بستگی دارد؛ نه صرفاً بار یون‌ها! بنابراین لزوماً به دلیل بار مشابه کاتیون‌ها در $NaCl$ و $LiCl$، عدد کوئوردیناسیون آن‌ها در دو ترکیب برابر نخواهد بود.

گزینهٔ (۲):

نکته *بدانید و آگاه باشید!* که به طور کلی نسبت عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون در شبکهٔ یک ترکیب یونی دوتایی، برابر با نسبت شمار آنیون‌ها به کاتیون‌ها در فرمول شیمیایی آن ترکیب است.

$$\frac{\text{شمار آنیون‌ها}}{\text{شمار کاتیون‌ها}} = \frac{\text{عدد کوئوردیناسیون کاتیون}}{\text{عدد کوئوردیناسیون آنیون}}$$

با توجه به نکتهٔ بالا، چون در فرمول شیمیایی ترکیب یونی MgO، شمار کاتیون‌ها و آنیون‌ها یکسان است؛ در نتیجه عدد کوئوردیناسیون کاتیون و آنیون در آن مشابه است.

گزینهٔ (۳): در ترکیب‌های یونی، پس از دادوستد الکترون و تشکیل یون‌ها، میان یون‌های ناهمنام، نیروی جاذبه و میان یون‌های همنام نیروی دافعه به وجود می‌آید. **این نیروی جاذبه و دافعه به شمار معینی از یون‌ها محدود نمی‌شود، بلکه میان همهٔ یون‌ها و در فاصله‌های گوناگون وارد می‌شود.**

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۰ درستی یا نادرستی چند مورد از موارد زیر، مشابه عبارت داده‌شده است؟

توجیه برخی رفتارهای فیزیکی فلزها

«براساس مدل دریای الکترونی، می‌توان تنوع عدد اکسایش در برخی فلزهای واسطه را توجیه کرد.»

- علت چکش‌خواری فلزها، جابه‌جایی کاتیون‌های شناور در دریای الکترونی و عدم ایجاد دافعه بین آن‌ها است.
- رنگدانهٔ TiO_2 با جذب کامل پرتوهای مرئی، رنگ سفید ایجاد می‌کند.

رنگدانهٔ TiO_2 ← رنگ سفید
← بازتاب همهٔ طول موج‌های مرئی

- الکترون‌های درونی فلزها با حرکت آزادانه در دریای الکترونی باعث رسانایی الکتریکی می‌شوند.
- دورهٔ برنز و آهن به ترتیب در دورهٔ بعد از دوران سنگی باعث دگرگونی جوامع شد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔

دقت کنید که تنوع اعداد اکسایش، جزء ویژگی‌های **شیمیایی** فلزها هستند، درحالی‌که مدل دریایی الکترونی، برای توجیه برخی رفتارهای **فیزیکی** فلزها ارائه شده است.

بنابراین عبارت داده‌شده نادرست است. *حالا بریم سراغ بررسی هر کدوم از موارد:*

- *هواستون باشه که* در بین کاتیون‌ها در شبکهٔ بلوری فلز نیروی دافعه نیز وجود دارد، اما نیروی جاذبهٔ بین دریای الکترونی و کاتیون‌ها بر این جاذبه غلبه می‌کند و چیدمان حفظ می‌شود. ✖
- TiO_2، چون همهٔ طول موج‌های مرئی را **بازتاب** (نه جذب!) می‌کند؛ در نتیجه رنگدانه‌ای سفید است. ✖
- فقط **الکترون‌های ظرفیت**، دریای الکترونی را می‌سازند و در رسانایی الکتریکی فلزها مؤثرند؛ نه الکترون‌های درونی! ✖
- تمدن‌های آغازی براساس گسترهٔ کاربری مواد نام‌گذاری شده‌اند:

..... ← دورهٔ آهن ← دورهٔ برنز ← دورهٔ سنگی

بنابراین پس از دورهٔ سنگی، در دورهٔ برنز و سپس در دورهٔ آهن، جوامع دچار دگرگونی و رشد چشمگیری شدند. ✓

در نتیجه موارد اول، دوم و سوم، مشابه عبارت داده‌شده نادرست‌اند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۱ در واکنش موازنه‌نشدهٔ زیر:

$$V^{n+}(aq) + Zn(s) \rightarrow V^{m+}(aq) + Zn^{2+}(aq)$$

اگر ۱۰۰ میلی‌لیتر محلول ۰/۲ مولار وانادیم، با ۱/۳ گرم فلز روی واکنش دهد، چه تعداد از موارد زیر می‌تواند درست باشد؟ $(Zn = 65\ g.mol^{-1})$

- اختلاف n و m، برابر با ۲ است.
- رنگ محلول می‌تواند از آبی به بنفش تغییر کند.
- اگر محلول پایانی سبزرنگ باشد، عدد اکسایش وانادیم در VO_4^+ با n برابر است.
- محلول پایانی ممکن است آبی‌رنگ باشد.
- V^{m+} می‌تواند آرایش الکترونی یک گاز نجیب را داشته باشد.

۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

درس Box

وانادیم

محلول ترکیب‌های برخی فلزهای واسطه از جمله وانادیم $(_{23}V)$ به رنگ‌های گوناگون دیده می‌شوند. وانادیم دارای عدد اکسایش صفر، در حالت آزاد و عنصری و دارای اعداد اکسایش $2+$، $3+$، $4+$ و $5+$ در حالت ترکیب با دیگر عنصرها است. رنگ نمک‌های مختلف وانادیم در این عددهای اکسایش، *این‌چنین* است:

محلول	رنگ
نمک وانادیم (V)	زرد
نمک وانادیم (IV)	آبی
نمک وانادیم (III)	سبز
نمک وانادیم (II)	بنفش

همان‌طور که می‌بینید با گذشت زمان، عدد اکسایش وانادیم در هر مرحله، ۱ واحد کاهش می‌یابد؛ بنابراین نمک وانادیم در هر مرحله، نقش اکسنده را دارد. معادلهٔ این واکنش‌ها را به صورت ساده و مفید می‌توان به صورت زیر نشان داد:

مرحلهٔ اول:
$$\begin{cases} \text{نیم‌واکنش اکسایش}: Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \\ \text{نیم‌واکنش کاهش}: 2V^{5+} + 2e^- \rightarrow 2V^{4+} \end{cases} \Rightarrow \text{واکنش کلی}: Zn + 2V^{5+} \rightarrow Zn^{2+} + 2V^{4+}$$
(زرد) (آبی)

مرحلهٔ دوم:
$$\begin{cases} \text{نیم‌واکنش اکسایش}: Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \\ \text{نیم‌واکنش کاهش}: 2V^{4+} + 2e^- \rightarrow 2V^{3+} \end{cases} \Rightarrow \text{واکنش کلی}: Zn + 2V^{4+} \rightarrow Zn^{2+} + 2V^{3+}$$
(آبی) (سبز)

مرحلهٔ سوم:
$$\begin{cases} \text{نیم‌واکنش اکسایش}: Zn \rightarrow Zn^{2+} + 2e^- \\ \text{نیم‌واکنش کاهش}: 2V^{3+} + 2e^- \rightarrow 2V^{2+} \end{cases} \Rightarrow \text{واکنش کلی}: Zn + 2V^{3+} \rightarrow Zn^{2+} + 2V^{2+}$$
(سبز) (بنفش)

توجه: وانادیم در گروه ۵ جدول دوره‌ای قرار دارد و بالاترین عدد اکسایش آن $5+$ است؛ پس وانادیم (V) فقط می‌تواند کاهش یابد و نقش اکسنده را ایفا کند.

توجه: فلز روی در این واکنش‌ها نقش کاهنده را دارد و می‌تواند وانادیم (V) را تا وانادیم (II) کاهش دهد، اما توانایی کاهش وانادیم (II) به وانادیم را ندارد.

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های اول، دوم و سوم درست‌اند.

ابتدا واکنش انجام‌شده را نوشته، موازنه می‌کنیم و مقادیر m و n را حساب می‌کنیم:

$$V^{n+}(aq) + Zn \longrightarrow V^{m+} + Zn^{2+}$$

($n-m$ واحد کاهش؛ ۲ واحد اکسایش)

$$\Rightarrow 2V^{n+} + (n-m)Zn \rightarrow 2V^{m+} + (n-m)Zn^{2+}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

سپس از طریق استوکیومتری، مقدار $n-m$ را محاسبه می‌کنیم:

$$۱۰۰\ \text{mL محلول} \times \frac{۱\text{L}}{۱۰۰۰\ \text{mL}} \times \frac{۰/۲\ \text{mol } V^{n+}}{۱\text{L محلول}} \times \frac{(n-m)\ \text{mol Zn}}{۲\ \text{mol } V^{n+}} \times \frac{۶۵\text{g Zn}}{۱\ \text{mol Zn}} = ۱/۳\text{g}$$

$$\Rightarrow \frac{۲/۶}{n-m} = ۱/۳ \Rightarrow n-m = ۲$$

در نهایت با توجه به عدد اکسایش‌های وانادیم حالت‌های زیر را می‌توانیم داشته باشیم:

حالت اول: $V^{۵+}$ (محلول زردرنگ) $\Rightarrow$ $V^{۳+}$ (محلول سبز رنگ)

حالت دوم: $V^{۴+}$ (محلول آبی‌رنگ) $\Rightarrow$ $V^{۲+}$ (محلول بنفش رنگ)

بررسی عبارت‌ها:

- *به دست آوردیم دیگه!*
- در صورتی که n و m را به ترتیب $۴+$ و $۲+$ در نظر بگیریم این مورد *درسته!*
- در صورتی که محلول پایانی سبزرنگ باشد؛ یعنی در V^{m+}، m برابر با ۳ است؛ در نتیجه در V^{n+}، n برابر با ۵ است که برابر با عدد اکسایش وانادیم در $VO_۲^+$ می‌باشد:

$$VO_۲^+ : V + ۲(-۲) = +۱ \Rightarrow V = +۵$$

- در صورتی که رنگ محلول نهایی آبی باشد، یعنی m باید برابر با ۴ باشد؛ در نتیجه n باید برابر با ۶ باشد، درحالی‌که وانادیم عدد اکسایش $۶+$ ندارد.
- m می‌تواند برابر با $۲+$ یا $۳+$ باشد که در هیچ‌کدام از آن‌ها، یون‌های وانادیم به آرایش گاز نجیب نمی‌رسند:

$$_{۲۳}V : [_{۱۸}Ar]\,۳d^۳\,۴s^۲ \begin{cases} V^{۲+} \Rightarrow [_{۱۸}Ar]\,۳d^۳ \\ V^{۳+} \Rightarrow [_{۱۸}Ar]\,۳d^۲ \end{cases}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۲ کدام موارد از مطالب زیر دربارهٔ فلزی که در دورهٔ ۴ و گروه ۴ جدول تناوبی قرار دارد، درست است؟

فلز تیتانیم ($_{22}Ti$)

الف) نسبت به فولاد، مقاومت گرمایی بالاتر و چگالی کم‌تری دارد.

ب) برای تهیهٔ آن می‌توان از واکنش $TiCl_4$ با فلز منیزیم در حضور گاز اکسیژن یا نیتروژن استفاده کرد.

پ) آلیاژ آن با فلزی که مجموع اعداد کوانتومی الکترون‌های لایهٔ ظرفیت آن برابر با ۴۸ است، به آلیاژ هوشمند معروف است.

ت) سازه‌های فلزی در ارتودنسی نمونه‌ای از کاربرد این فلز به صورت ترکیب یونی است.

نیتینول ← آلیاژ حاصل از فلزهای تیتانیم ($_{22}Ti$) و نیکل ($_{28}Ni$)

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ پ
۳) ب ـ پ
۴) ب ـ ت

درس Box

تیتانیم، فلزی فراتر از انتظار

در میان عناصر دستهٔ d از دورهٔ چهارم جدول تناوبی، تیتانیم ($_{22}Ti$) فلزی فراتر از انتظار است. ماندگاری و استحکام مناسب از جمله ویژگی‌های این عنصر است. این عنصر نهمین عنصر فراوان پوستهٔ جامد زمین است و در طبیعت به صورت آزاد یافت نمی‌شود و از جمله کانی‌های آن TiO_2 و $FeTiO_3$ هستند. از آن‌جا که تهیهٔ فلز تیتانیم خالص، گران و دشوار است، اغلب از TiO_2 در صنایع اولیه استفاده می‌شود. این فلز، به شکل آلیاژهای گوناگون نیز کاربرد گسترده‌ای در صنعت یافته است. مثلاً نیتینول آلیاژی از نیکل و تیتانیم بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت فراورده‌های صنعتی و پزشکی به کار می‌رود.

جدول زیر برخی از ویژگی‌های تیتانیم را در مقایسه با فولاد زنگ‌نزن نشان می‌دهد.

شما با توجه به این جدول، باید مقایسهٔ خواص تیتانیم و فولاد *رو بلد باشین!*

۱) نقطهٔ ذوب: فولاد < تیتانیم

۲) چگالی: فولاد > تیتانیم

۳) واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا: فولاد > تیتانیم

۴) مقاومت در برابر خوردگی: فولاد > تیتانیم

۵) مقاومت در برابر سایش: فولاد = تیتانیم

ویژگی / ماده	تیتانیم	فولاد
نقطهٔ ذوب ($^\circ C$)	۱۶۶۷	۱۵۳۵
چگالی ($g.mL^{-1}$)	۴/۵۱	۷/۹۰
واکنش با ذره‌های موجود در آب دریا	ناچیز	متوسط
مقاومت در برابر خوردگی	عالی	ضعیف
مقاومت در برابر سایش	عالی	عالی

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های (الف) و (پ) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) *آره به خدا!*

ب) برای تهیه فلز تیتانیم، واکنش فلز Mg با $TiCl_4$ را در حضور **گاز آرگون (Ar)** باید انجام داد، وجود گازهای نیتروژن (N_2) و اکسیژن (O_2) در محیط واکنش، مانع از انجام واکنش می‌شود.

پ) نیتینول که به آلیاژ هوشمند معروف است، آلیاژی از تیتانیم ($_{22}Ti$) و نیکل ($_{28}Ni$) است. آرایش الکترونی فشرده $_{28}Ni$ به صورت زیر است:

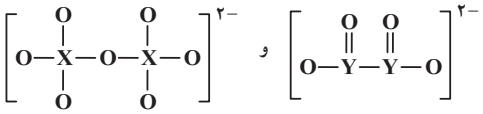
$$_{28}Ni : [_{18}Ar]3d^8 4s^2 \Rightarrow \text{مجموع } (n+l) \text{ الکترون‌های ظرفیت} = 8(3+2)+2(4+0) = 48$$

ت) تیتانیم در ارتودنسی معمولاً به شکل **فلز خالص یا آلیاژهای فلزی** استفاده می‌شود (مثل آلیاژ با آلومینیم یا وانادیم)؛ نه به صورت ترکیب یونی!

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۳ اگر اتم‌های **X** و **Y** در ساختارهای زیر، بالاترین عدد اکسایش خود را داشته باشند، اعداد موجود در کدام گزینه را به ترتیب می‌توان به اعداد اتمی عنصر **X** و **Y** نسبت داد؟ (همهٔ اتم‌ها از قاعدهٔ هشت‌تایی پیروی می‌کنند.)



۱) ۲۴ و ۹
۲) ۱۶ و ۱۳
۳) ۱۶ و ۷
۴) ۲۴ و ۷

درس Box

بهتر است دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش برخی عنصرها را *بلد باشین*:

شمارهٔ گروه	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷
پایین‌ترین عدد اکسایش	۰	۰	۰	−۴	−۳	−۲	−۱
بالاترین عدد اکسایش	+۱	+۲	+۳	+۴	+۵	+۶	+۷

به طور کلی در همهٔ فلزها، پایین‌ترین عدد اکسایش برابر با صفر است (در حالت آزاد). برای عنصرهای گروه ۱۴ تا ۱۷ (به‌جز اکسیژن و فلوئور)، پایین‌ترین و بالاترین عدد اکسایش از رابطه‌های مقابل به دست می‌آید:

پایین‌ترین عدد اکسایش = شمارهٔ گروه − ۱۸

بالاترین عدد اکسایش = شمارهٔ گروه − ۱۰ = یکان شمارهٔ گروه

نکته

در مورد دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش، استثناهایی هم به چشم می‌خورد:

۱) دامنهٔ تغییرات عدد اکسایش اکسیژن از ۲− تا ۲+ است.

۲) عدد اکسایش فلوئور تنها می‌تواند اعداد صفر (در F_2) و ۱− (در بقیهٔ گونه‌ها) باشد.

۳) در ضمن عدد اکسایش هیدروژن می‌تواند صفر، ۱− و ۱+ باشد.

گفتیم برخی فلزهای واسطه هم عددهای اکسایش متنوعی دارند. بالاترین عدد اکسایش وانادیم ($_{23}V$)، کروم ($_{24}Cr$)، منگنز ($_{25}Mn$)، آهن ($_{26}Fe$) و مس ($_{29}Cu$) به ترتیب برابر با ۵+، ۶+، ۷+، ۳+ و ۲+ است.

فلز واسطه	وانادیم ($_{23}V$)	کروم ($_{24}Cr$)	منگنز ($_{25}Mn$)	آهن ($_{26}Fe$)	مس ($_{29}Cu$)
بالاترین عدد اکسایش	+۵	+۶	+۷	+۳	+۲

در نام ترکیب‌های دارای فلزهای واسطه، عدد رومی نشان‌دهندهٔ عدد اکسایش آن فلز است. به شرطی مجاز به استفاده از اعداد رومی در نام‌گذاری هستیم که آن فلز واسطه، عددهای اکسایش متفاوتی داشته باشد.

MnO: منگنز (II) اکسید MnO_2: منگنز (IV) اکسید

حالا یه سؤال؛ *اگه گفتین* کدام عنصرها در ترکیب‌های مختلف فقط یک نوع عدد اکسایش دارند؟

آفرین! درسته! فلزهای قلیایی و قلیایی خاکی، آلومینیم، فلوئور، اسکاندیم، روی و نقره.

عنصر	فلزهای قلیایی (گروه ۱)	فلزهای قلیایی خاکی (گروه ۲)	آلومینیم ($_{13}Al$)	فلوئور ($_{9}F$)	اسکاندیم ($_{21}Sc$)	روی ($_{30}Zn$)	نقره ($_{47}Ag$)
تنها عدد اکسایش در ترکیب‌ها	+۱	+۲	+۳	−۱	+۳	+۲	+۱

پاسخ خیلی تشریحی ✓

با توجه به اطلاعات داده‌شده، بالاترین عدد اکسایش دو عنصر **X** و **Y** را حساب می‌کنیم:

$X_2O_7^{2-}$ یون: $2X + 7(-2) = -2 \Rightarrow 2X = 12 \Rightarrow X = +6$

$Y_2O_4^{2-}$ یون: $2Y + 4(-2) = -2 \Rightarrow 2Y = 6 \Rightarrow Y = +3$

بنابراین با توجه به گزینه‌ها، دو عنصر **X** و **Y** را به ترتیب می‌توان گوگرد ($_{16}S$) و آلومینیم ($_{13}Al$) در نظر گرفت. *هواستون باشه که* در گزینهٔ (۱)، حداکثر عدد اکسایش عنصر فلوئور ($_{9}F$)، برابر با ۱+ و در گزینه‌های (۳) و (۴)، حداکثر عدد اکسایش عنصر نیتروژن ($_{7}N$)، برابر با ۵+ *هستش!*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۴ کدام مطلب درست است؟

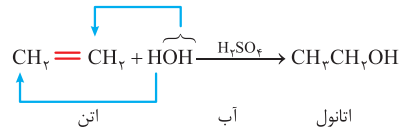
۱) برای نام‌گذاری همهٔ آلکن‌های راست‌زنجیر، باید شمارهٔ نخستین کربنی که پیوند دوگانه به آن متصل است را بنویسیم.

۲) اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید، واکنش داده و به اتانول تبدیل می‌شود.

۳) در کشاورزی، از گاز اتین به عنوان عمل‌آورنده استفاده می‌شود.

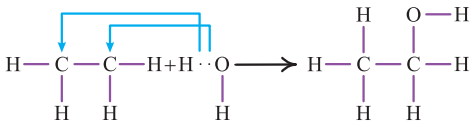
۴) فراوردهٔ حاصل از واکنش اتین با مقدار اضافی برم مایع، هم‌چنان سیرنشده است.

پاسخ خیلی تشریحی ✔



با واردکردن گاز اتن در مخلوط آب و اسید (به عنوان کاتالیزگر) در شرایط مناسب، می‌توان اتانول (نوعی الکل) تولید کرد.

در این واکنش، یکی از پیوندهای موجود در پیوند دوگانهٔ کربن ـ کربن در مولکول اتن، شکسته شده و به یکی از آن‌ها، اتم H و به دیگری OH متصل شده است. به عبارت دیگر مولکول آب به اتم‌های کربن پیوند دوگانه اضافه شده و یک فراوردهٔ سیرشده تولید می‌شود.



بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): در آلکن‌های راست‌زنجیر از ۴ کربن به بالا (C_4H_8 به بعد) پیوند دوگانه می‌تواند بین دو کربن کنار هم با موقعیت‌های مختلف در زنجیر قرار بگیرد. به همین دلیل باید این زنجیرهٔ هیدروکربنی را شماره‌گذاری کنیم. شماره‌گذاری کربن‌ها را از سمتی انجام می‌دهیم که زودتر به پیوند دوگانه برسیم. در نام‌گذاری این آلکن‌ها باید شمارهٔ نخستین کربنی که پیوند دوگانه به آن متصل است را بنویسیم، *اما هواستون باشه که* برای اتن یا پروپن شمارهٔ کربن پیوند دوگانه لازم نیست بیاید.

گزینهٔ (۳): در کشاورزی از گاز اتن (اتیلن) به عنوان عمل‌آورندهٔ میوه‌ها استفاده می‌شود؛ نه اتین (استیلن)!

گزینهٔ (۴): اتین (استیلن) با دو مول برم واکنش می‌دهد. فراوردهٔ حاصل از واکنش اتین (استیلن) با برم مایع، ۱، ۱، ۲ و ۲ ـ تترابرمو اتان است که یک ترکیب سیرشده است. در این واکنش، پیوند سه‌گانهٔ بین دو اتم کربن در اتین (استیلن) شکسته شده و چهار اتم برم به آن‌ها اضافه می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۵ کدام مطلب، نادرست است؟

۱) مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آلکن‌ها، ۲ واحد بزرگ‌تر از آلکان‌های هم‌کربن آن‌ها است.

۲) اتانول، ترکیبی بی‌رنگ و فرار می‌باشد که به هر نسبتی در آب حل شده و در دما و فشار اتاق، حالت فیزیکی مشابهی با ۱، ۲ ـ دی برمو اتان دارد.

حالت فیزیکی: مایع

۳) به منظور جلوگیری از ورود گاز SO_2 حاصل از سوختن زغال‌سنگ در کارخانه‌ها به هواکره، آن را از روی $CaO(s)$ عبور داده و به کلسیم سولفید تبدیل می‌کنند.

۴) نخستین عضو خانوادهٔ آلکین‌ها دارای ۵ پیوند اشتراکی در ساختار خود بوده و همهٔ اتم‌های سازندهٔ آن، روی یک خط راست قرار دارند.

اتین (C_2H_2) با ساختار $H-C\equiv C-H$

پاسخ خیلی تشریحی ✔ یکی از راه‌های به دام انداختن گوگرد دی‌اکسید خارج‌شده از نیروگاه‌ها، عبور گازهای خروجی از روی **کلسیم اکسید** مطابق واکنش زیر است:

$$SO_2(g)+CaO(s)\rightarrow CaSO_3(s)$$

مشفقه که **فراوردهٔ این واکنش، $CaSO_3$ می‌باشد؛ نه کلسیم سولفید (CaS)!** *(بد نیست بدونین که اسم $CaSO_3$ می‌شه کلسیم سولفیت!)*

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): با توجه به فرمول عمومی آلکان‌ها (C_nH_{2n+2}) و آلکن‌ها (C_nH_{2n})، مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آن‌ها برابر است با:

$$C_nH_{2n+2} \Rightarrow \text{مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن} = -2n-2$$

$$C_nH_{2n} \Rightarrow \text{مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن} = -2n$$

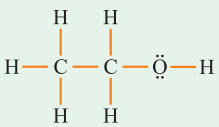
بنابراین مجموع اعداد اکسایش اتم‌های کربن در آلکان‌ها، ۲ واحد پایین‌تر از آلکن‌های هم‌کربن آن‌ها می‌باشد.

گزینهٔ (۲): اتانول، الکلی دوکربنی، بی‌رنگ و فرار است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود. همچنین *هواستون باشه که* حالت فیزیکی اتانول در دما و فشار اتاق، همانند ۱، ۲ـ دی‌برمو اتان، مایع است.

نکته

اتانول در یک نگاه:

۱) اتانول یک الکل دوکربنی با فرمول مولکولی $C_2H_5OH(C_2H_6O)$ است.



۲) در ساختار اتانول ۸ پیوند اشتراکی وجود دارد.

۳) جزء سوخت‌های سبز است. معادلهٔ سوختن کامل آن به صورت زیر است:

$$C_2H_5OH(l)+3O_2(g)\rightarrow 2CO_2(g)+3H_2O(g)$$

۴) مایعی بی‌رنگ و فرار است که به هر نسبتی در آب حل می‌شود.

۵) یکی از مهم‌ترین حلال‌های صنعتی است که در تهیهٔ مواد دارویی، بهداشتی و آرایشی به کار می‌رود.

۶) از اتانول در بیمارستان‌ها به عنوان ضدعفونی‌کننده استفاده می‌شود.

۷) دو روش تولید اتانول عبارت‌اند از:

- واکنش بی‌هوازی تخمیر گلوکز: $C_6H_{12}O_6(aq)\rightarrow 2C_2H_5OH(aq)+2CO_2(g)$
- واکنش اتن با آب در حضور کاتالیزگر سولفوریک اسید:

$$CH_2=CH_2+HOH \xrightarrow{H_2SO_4} CH_3CH_2OH \quad \text{یا} \quad C_2H_4+H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} C_2H_6O$$

گزینهٔ (۴): ساده‌ترین آلکین، اتین با فرمول C_2H_2 است که در گذشته استیلن *صداش می‌زدن!* ساختار لوویس، مدل گلوله ـ میله و فضاپرکن آن به صورت زیر است:

ساختار لوویس — مدل گلوله ـ میله — مدل فضاپرکن

بنابراین در ساختار اتین، شمار پیوندهای اشتراکی برابر با ۵ بوده و همچنین همهٔ اتم‌های سازندهٔ آن روی یک خط راست قرار دارند.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۶ از کدام ماده در جوشکاری و برشکاری فلزها استفاده می‌شود؟

۱) CH_4 ← متان

۲) C_2H_2 ← اتین(استیلن)

۳) C_2H_4 ← اتن(اتیلن)

۴) C_2H_6 ← اتان

پاسخ خیلی تشریحی ✔ از گاز استیلن (C_2H_2) برای جوشکاری و برشکاری فلزات استفاده می‌شود.

بد نیست بدونین که این کار به دلایل زیر انجام می‌شه:

- **دمای شعلهٔ بسیار بالا:** استیلن در ترکیب با اکسیژن، شعله‌ای با دمای بسیار بالا (حدود ۳۵۰۰ درجهٔ سلسیوس) تولید می‌کند که برای ذوب‌کردن اکثر فلزات کافی است.
- **انرژی زیاد:** استیلن دارای انرژی درونی بالایی است و به همین دلیل، در واکنش سوختن با اکسیژن، انرژی زیادی آزاد می‌شود که باعث بالارفتن دمای شعله می‌شود.
- **سهولت حمل‌ونقل:** استیلن به صورت فشرده در کپسول‌های مخصوص، قابل حمل‌ونقل است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۷ اگر جرم مخلوطی از هپتان و پروپین، در واکنش با مقدار کافی برم مایع ۵ برابر شود، چند درصد از جرم مخلوط اولیه را عنصر کربن تشکیل می‌دهد؟ $(H = ۱, C = ۱۲, Br = ۸۰ : g.mol^{-۱})$

۱) ۹۰ ۲) ۸۷ ۳) ۸۵/۵ ۴) ۸۴

Hint

اگر جرم مخلوط اولیه را ۱۰۰ گرم در نظر بگیری؛ بنابراین با انجام واکنش، جرم مخلوط در پایان به ۵۰۰ گرم می‌رسد. *خواستون باشه که* پروپین برخلاف هپتان سیرنشده بوده و هر مول آن با دو مول برم مایع واکنش می‌دهد؛ در نتیجه افزایش جرم مخلوط، معادل جرم برم اضافه‌شده بوده و بدین ترتیب می‌توانی محاسبه کنی چند گرم از جرم مخلوط اولیه را پروپین و چند گرم از آن را هپتان تشکیل داده است. در نهایت باید حساب کنی چند گرم اتم کربن در هر کدام از این هیدروکربن‌ها وجود داشته و بدین ترتیب درصد جرمی این عنصر در مخلوط اولیه *چه‌قدره*؟!

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جرم مخلوط اولیه را ۱۰۰ گرم در نظر می‌گیریم؛ در نتیجه جرم مخلوط در پایان واکنش، به ۵۰۰ گرم خواهد رسید که این افزایش جرم مخلوط، معادل با جرم برم اضافه‌شده است؛ بدین ترتیب می‌توانیم جرم هر یک از هیدروکربن‌ها را در مخلوط محاسبه کنیم:

نکته

پروپین برخلاف هپتان، سیرنشده بوده و به دلیل داشتن یک پیوند سه‌گانه در ساختار خود، هر مول از آن با دو مول برم مایع واکنش می‌دهد، اما هپتان ترکیبی سیرشده است و با برم مایع واکنش نمی‌دهد.

جرم برم اضافه‌شده به مخلوط، مطابق واکنش زیر، $۵۰۰ - ۱۰۰ = ۴۰۰$ بوده و بدین ترتیب می‌توانیم جرم پروپین موجود در مخلوط اولیه را حساب کنیم:

$$C_۳H_۴ + ۲Br_۲ \rightarrow C_۳H_۴Br_۴$$

$$\overset{۱۰۰}{\cancel{۴۰۰}}\ g\,Br_۲ \times \frac{۱\,mol\,Br_۲}{\overset{۴}{\cancel{۱۶۰}}\ g\,Br_۲} \times \frac{۱\,mol\,C_۳H_۴}{۲\,mol\,Br_۲} \times \frac{\cancel{۴۰}\ g\,C_۳H_۴}{۱\,mol\,C_۳H_۴} = ۵۰\,g\,C_۳H_۴$$

در نتیجه جرم هپتان موجود در مخلوط اولیه، برابر با $۵۰ - ۵۰ = ۱۰۰$ گرم است.

گام دوم: جرم اتم‌های کربن را در هر یک از هیدروکربن‌های موجود در مخلوط اولیه به دست می‌آوریم:

$$\overset{۵}{\cancel{۵۰}}\ g\,C_۳H_۴ \times \frac{۱\,mol\,C_۳H_۴}{\overset{۱۰}{\cancel{۴۰}}\ g\,C_۳H_۴} \times \frac{۳\,mol\,C}{۱\,mol\,C_۳H_۴} \times \frac{\overset{۳}{\cancel{۱۲}}\ g\,C}{۱\,mol\,C} = ۴۵\,g\,C$$

$$\cancel{۵۰}\ g\,C_۷H_{۱۶} \times \frac{۱\,mol\,C_۷H_{۱۶}}{\overset{۲}{\cancel{۱۰۰}}\ g\,C_۷H_{۱۶}} \times \frac{۷\,mol\,C}{۱\,mol\,C_۷H_{۱۶}} \times \frac{\overset{۶}{\cancel{۱۲}}\ g\,C}{۱\,mol\,C} = ۴۲g\,C$$

گام سوم: درصد جرمی عنصر کربن را در مخلوط اولیه می‌*سنجیم*:

$$\text{درصد جرمی عنصر } C \text{ در مخلوط} = \frac{\text{جرم عنصر کربن در مخلوط}}{\text{جرم کل مخلوط}} \times ۱۰۰ = \frac{۴۵ + ۴۲}{۱۰۰} \times ۱۰۰ = ٪۸۷$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۸ اگر هیدروکربنی در ظرف دربسته بتواند با برم واکنش دهد، کدام مطلب دربارهٔ ترکیب مورد نظر، به یقین درست است؟

$(H = ۱, C = ۱۲, Br = ۸۰ : g.mol^{-۱})$

۱) در این واکنش، پیوند $C=C$ به $C-C$ تبدیل می‌شود و اتم‌های برم، به اتم‌های دو طرف پیوند دوگانه متصل می‌شوند.

۲) این هیدروکربن سیرنشده بوده و درصد جرمی هیدروژن در فراورده آن از بقیهٔ عنصرها کم‌تر است.

۳) با از بین رفتن رنگ قرمز برم، جرم مخلوط واکنش افزایش می‌یابد.

۴) درصد جرمی کربن در خانوادهٔ این هیدروکربن، ثابت است.

پاسخ خیلی تشریحی بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): *هواستون باشه که* هیدروکربن مورد نظر، *می‌تونه* آلکین باشد که در این صورت، پیوند $C\equiv C$ به $C-C$ تبدیل شده و اتم‌های برم به اتم‌های کربن دو طرف پیوند سه‌گانه متصل می‌شود. ✗

گزینهٔ (۲): این هیدروکربن سیرنشده و دارای پیوند دوگانه یا سه‌گانه در ساختار خود است؛ زیرا با برم واکنش داده است. هم‌چنین در فراوردهٔ این واکنش، درصد جرمی هیدروژن از سایر عنصرها (کربن و برم) کم‌تر است؛ زیرا جرم مولی هیدروژن بسیار کم‌تر از جرم مولی کربن و برم است. ✓

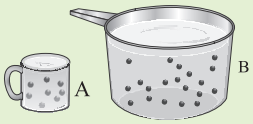
گزینهٔ (۳): با از بین رفتن رنگ قرمز برم (که نشان‌دهندهٔ مصرف برم در واکنش است)، جرم مولی فراوردهٔ واکنش افزایش می‌یابد؛ زیرا اتم‌های برم به مولکول‌های هیدروکربن اضافه می‌شوند، اما از آن‌جا که ظرف دربسته است، از ابتدا این مقدار برم در ظرف وجود داشته است؛ در نتیجه طبق قانون پایستگی جرم، جرم مخلوط واکنش ثابت می‌ماند. ✗

گزینهٔ (۴): درصد جرمی کربن در خانوادهٔ آلکن‌ها ثابت است، اما این هیدروکربن ممکن است آلکین باشد. درصد جرمی کربن در خانوادهٔ آلکین‌ها ثابت نبوده و با افزایش تعداد اتم‌های کربن، درصد جرمی کربن در آن‌ها کاهش می‌یابد. ✗

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۹۹ با توجه به شکل‌های داده‌شده که نشان‌دهندهٔ دو ظرف حاوی آب می‌باشند، کدام مطلب نادرست است؟



دمای دو ظرف برابر باشد.

انرژی گرمایی ظرف B بیشتر است.

۱) در صورتی که میزان سردی و گرمی محتویات دو ظرف برابر باشد، مجموع انرژی جنبشی ذره‌ها در ظرف B بیشتر است.

۲) اگر دمای دو ظرف یکسان باشد، اضافه‌کردن مقداری از آب ظرف A به آب ظرف B، باعث تغییر میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب نمی‌شود.

دمای ظرف B کاهش می‌یابد.

۳) اگر انرژی گرمایی محتویات دو ظرف A و B برابر باشد، با تماس دو ظرف به یکدیگر، در ظرف B، میانگین تندی ذرات نسبت به حالت اولیه کم‌تر می‌شود.

ظرفیت گرمایی ظرف B بیشتر از ظرف A می‌باشد.

۴) در صورت دادن گرمای یکسان به دو نمونه، تغییرات دمای نمونهٔ A بیشتر از نمونهٔ B خواهد بود.

درس Box

مقایسهٔ دما، انرژی گرمایی و گرما

- **دما**
  - **میانگین** انرژی جنبشی ذرات ماده / **میانگین** تندی حرکت ذرات سازندهٔ ماده
  - نماد: θ یا T، قابل اندازه‌گیری با یکای $^{\circ}C$ یا K
  - توصیف یک **نمونه ماده** / **به مقدار ماده وابسته نیست.**
  - معیاری برای بیان میزان سردی و گرمی جسم
- **گرما**
  - توصیف یک **فرایند**
  - وابسته به مقدار ماده
  - نماد: Q
  - یکا: J یا Cal
- **انرژی گرمایی**
  - **وابسته به تعداد و دمای ذرات**
  - توصیف یک **نمونه ماده** و غیرقابل اندازه‌گیری
  - **مجموع** انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ ماده

پاسخ خیلی تشریحی ✔

با توجه به این‌که جرم نمونهٔ B بیشتر از A است، برای این‌که انرژی گرمایی دو نمونه، یکسان باشد، باید حتماً دما یعنی میانگین تندی ذره‌های سازندهٔ A از B بیشتر باشد. با توجه به این‌که دمای نمونهٔ A از B بیشتر است، با تماس دو ظرف به یکدیگر، انرژی گرمایی از A به B جاری می‌شود. **با جاری‌شدن انرژی گرمایی از نمونهٔ A به B، دما و در نتیجه میانگین انرژی جنبشی ذرات سازندهٔ ظرف B نسبت به حالت اولیه، بیشتر می‌شود.**

گول نخوری ✘

دمای مواد، جهت جاری‌شدن انرژی گرمایی آن‌ها را مشخص می‌کند، نه انرژی گرمایی آن‌ها! به عبارت دیگر جهت جاری‌شدن انرژی گرمایی، همواره از ماده‌ای با دمای بالاتر به ماده‌ای با دمای پایین‌تر است، نه لزوماً از ماده‌ای با انرژی گرمایی بیشتر به ماده‌ای با انرژی گرمایی کم‌تر!

بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینهٔ (۱): برابربودن میزان سردی و گرمی محتویات دو ظرف به معنای **یکسان‌بودن دمای آن‌ها** می‌باشد. حال با توجه به دمای یکسان آب در دو ظرف و **بیشتربودن شمار ذرات آب در ظرف B**، می‌توان گفت که **انرژی گرمایی محتویات ظرف B که معادل مجموع انرژی جنبشی آن‌ها است، بیشتر از انرژی گرمایی محتویات ظرف A می‌باشد.**

گزینهٔ (۲): *آره دیگه!* در یک دمای معین، میانگین انرژی جنبشی ذره‌های سازندهٔ یک ماده، ثابت است. با توجه به این‌که هر دو ظرف دمای یکسانی دارند، اضافه‌کردن آب یک ظرف به ظرف دیگر، باعث تغییر میانگین انرژی جنبشی مولکول‌های آب نمی‌شود.

گزینهٔ (۴):

نکته

در صورتی که مقدار گرمای مبادله‌شده (Q) یکسان باشد:

- هر چه ظرفیت گرمایی (C) ↑ ← $\Delta\theta$ ↓
- جرم جسم‌ها (m) یکسان باشد ← هر چه ظرفیت گرمایی ویژه (c) ↑ ← $\Delta\theta$ ↓ ← جسم، هم دیرتر گرم و هم دیرتر سرد می‌شود.

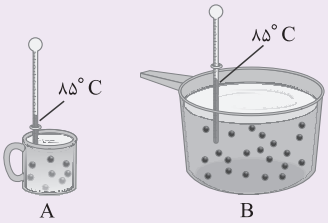
بنابراین، در صورت مبادلهٔ گرمای یکسان، با توجه به این‌که جرم نمونهٔ A کم‌تر از نمونهٔ B است؛ در نتیجه ظرفیت گرمایی (C) نمونهٔ A کم‌تر بوده و تغییرات دمایی آن بیشتر می‌باشد.

مشاوره تمرین‌های کتاب درسی، از منابع اصلی طرح سؤال هم، در امتحانات نهایی و هم در کنکورهای سراسری است و اهمیت این تمرین‌ها، از آن‌چه اغلب دانش‌آموزان می‌پندارند، *خیلی خیلی بالاتره!* در نتیجه *یادتون باشه که* حل، بررسی و حتی یادگیری نکات تمرینات کتاب درسی از *اوجب واجباته!*

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

با توجه به شکل‌های زیر به پرسش‌های مطرح‌شده پاسخ دهید. (با هم بیندیشیم ـ صفحهٔ ۵۷ کتاب درسی)



الف) میانگین تندی مولکول‌های آب را در دو ظرف مقایسه کنید.

ب) انرژی گرمایی آب موجود در کدام ظرف بیشتر است؟ چرا؟

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۰ اگر در یک ظرف حاوی ۵۰ کیلوگرم روغن با دمای $25^\circ C$، یک گلولهٔ فلزی از جنس آلومینیم با جرم ۲ کیلوگرم و دمای $80^\circ C$ فرو ببریم، کدام موارد زیر درست است؟ (گرمای ویژهٔ آلومینیم و روغن را به ترتیب برابر با ۰/۹ و ۲/۵ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ در نظر بگیرید.)

الف) در صورتی که روغن همهٔ گرمای دادهشده توسط گلولهٔ فلزی را جذب کند، مجموع تغییرات انرژی گرمایی روغن و گلولهٔ فلزی صفر خواهد بود.

ب) تغییر دمای گلولهٔ فلزی در این فرایند، کمتر از تغییر دمای روغن است.

پ) پس از برقراری تعادل و هم‌دما شدن گلوله فلزی و روغن، دمای پایانی سامانه به دمای آغازی گلولهٔ فلزی نزدیک‌تر است.

ت) اگر به جای روغن، از آب با دما و فشار مشابه استفاده کنیم، دمای پایانی آب، پایین‌تر از دمای پایانی روغن خواهد بود.

۱) الف ـ ب
۲) الف ـ ت
۳) ب ـ ت
۴) ب ـ پ

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های (الف) و (ت) درست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

الف) در صورتی که همهٔ گرمای آزادشده توسط گلوله به وسیلهٔ روغن جذب شود؛ اتلاف گرما وجود نداشته و هم‌چنین مقدار عددی گرمای جذب‌شده توسط روغن، برابر با گرمای آزادشده توسط گلوله فلزی خواهد بود: $|Q_{\text{گلولهٔ فلزی}}| = |Q_{\text{روغن}}|$

با توجه به این‌که علامت $\Delta\theta$ برای این دو ماده در این فرایند، مخالف یکدیگر می‌باشد؛ در نتیجه **مقدار جبری** گرمای جذب شده توسط روغن، **قرینهٔ** مقدار گرمای آزادشده توسط گلولهٔ فلزی بوده و بدین ترتیب می‌توان گفت که **در این فرایند، مجموع تغییرات گرمایی روغن و گلولهٔ فلزی، برابر با صفر خواهد بود.**

$$Q_{\text{گلولهٔ فلزی}} + Q_{\text{روغن زیتون}} = 0 \Rightarrow Q_{\text{روغن}} = -Q_{\text{گلولهٔ فلزی}} \Rightarrow \Delta\theta_{\text{گلولهٔ فلزی}} < 0 \ , \ \Delta\theta_{\text{روغن}} > 0$$

ب و پ)

نکته زمانی‌که دو ماده با دما و ظرفیت گرمایی ویژهٔ متفاوت در اختیار داریم:

۱) دمای نهایی به دمای ماده‌ای که **ظرفیت گرمایی** $(C = mc)$ **بیشتری** دارد، **نزدیک‌تر** است.

۲) تغییرات دما برای ماده‌ای که **ظرفیت گرمایی** $(C = mc)$ **کم‌تری** دارد، **بیشتر** از مادهٔ دیگر خواهد بود.

به ازای گرمای یکسان ← هر چه ظرفیت گرمایی بیشتر باشد ← تغییر دمای ماده کم‌تر است.

حال اگر بخواهیم ظرفیت گرمایی (C) را برای روغن و گلولهٔ فلزی آلومینیمی (برحسب $J.^\circ C^{-1}$) حساب کنیم، خواهیم داشت:

روغن: $C = mc \Rightarrow C = ۵۰ \times ۱۰^۳ \times ۲/۵ = ۱۲۵ \times ۱۰^۳ J.^\circ C^{-1}$

گلولهٔ فلزی آلومینیمی: $C = mc \Rightarrow C = ۲ \times ۱۰^۳ \times ۰/۹ = ۱/۸ \times ۱۰^۳ J.^\circ C^{-1}$

از آن‌جایی که ظرفیت گرمایی روغن از گلولهٔ فلزی **بیشتر** است؛ بنابراین **دمای نهایی سامانه به دمای آغازی روغن نزدیک‌تر خواهد بود.** هم‌چنین **تغییر دمای گلولهٔ فلزی به دلیل ظرفیت گرمایی کم‌تر، بیشتر خواهد بود.**

ت) در صورت یکسان‌بودن جرم و دمای آب و روغن، **ظرفیت گرمایی آب از روغن بیشتر است.** در هر دو حالت، دمای نهایی به دمای اولیهٔ آب یا روغن نزدیک‌تر از گلولهٔ فلزی است، اما به دلیل بیشتربودن ظرفیت گرمایی آب، **دمای نهایی در صورت وجود آب، به دمای اولیه نزدیک‌تر بوده و در واقع دمای نهایی پایین‌تر خواهد بود.**

یک ورقهٔ فلزی به وزن ۴۰kg با گرمای ویژهٔ ۰/۵ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ و دمای $450^\circ C$، در ۱۵۰ kg روغن با گرمای ویژهٔ ۲/۵ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ و دمای $25^\circ C$ فرو برده می‌شود. کدام مطلب درست است؟ (گرمای ویژهٔ آب، برابر ۴/۲ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ در نظر گرفته شود.)

(تجربی خارج ۱۴۰۰)

۱) اگر روغن، همهٔ گرمای دادهشده از ورقهٔ فلزی را جذب کند، مجموع تغییرات گرمایی ورقه و روغن، به صفر می‌رسد.

۲) اگر به جای روغن، آب (با جرم و دمای یکسان) به کار رود، دمای پایانی آب، بالاتر از دمای پایانی روغن خواهد بود.

۳) در مقایسه با دمای آغازی روغن، دمای پایانی سامانه به دمای آغازی ورقهٔ فلزی، نزدیک‌تر است.

۴) در این فرایند، تغییرات دمایی ورقهٔ فلزی کم‌تر از تغییرات دمایی روغن است.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۱ نیتینول، آلیاژی از فلزهای نیکل ($_{۲۸}Ni$) و تیتانیم ($_{۲۲}Ti$) بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است و در ساخت قاب عینک و استنت برای رگ‌ها کاربرد دارد. اگر دمای ۸۲ گرم از این آلیاژ با جذب ۲/۶۴ کیلوژول گرما به میزان $75^\circ C$ افزایش یابد، مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت در این آلیاژ، چند مول است؟ (گرمای ویژهٔ فلزهای Ni و Ti به ترتیب برابر با ۰/۴ و ۰/۵ $J.g^{-1}.^\circ C^{-1}$ می‌باشد؛ $(Ni = ۵۸ , Ti = ۴۸ : g.mol^{-1})$

۱) ۹

۲) ۱۰

۳) ۱۲

۴) ۱۴

Hint

جرم هر یک از فلزهای Ni و Ti در آلیاژ را به ترتیب برابر با x و y در نظر بگیر و ابتدا با توجه به جرم آلیاژ و هم‌چنین میزان افزایش دمای آلیاژ با توجه به گرمای داده‌شده به آن، مقادیر x و y را محاسبه کن. سپس آرایش الکترونی اتم‌های Ni و Ti را نوشته و در نهایت مجموع شمار الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها را در آلیاژ به دست بیاور.

پاسخ خیلی تشریحی

گام اول: جرم فلزهای نیکل (Ni) و تیتانیم (Ti) موجود در مخلوط را به ترتیب برابر با x و y در نظر گرفته و یک بار براساس جرم آلیاژ و بار دیگر براساس میزان افزایش دمای آلیاژ با توجه به گرمای داده‌شده به آن، معادله تشکیل داده و مقادیر x و y را به دست می‌آوریم:

$$x + y = ۸۲$$

$$Q_{کل} = Q_{Ni} + Q_{Ti} \xrightarrow{Q=mc\Delta\theta} ۲۶۴۰ = (۰/۴\,x + ۰/۵\,y) \times ۷۵ \Rightarrow ۰/۴x + ۰/۵y = ۳۵/۲$$

$$\times ۰/۵ \begin{cases} x + y = ۸۲ \\ ۰/۴\,x + ۰/۵\,y = ۳۵/۲ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۰/۵x + ۰/۵y = ۴۱ \\ ۰/۴ + ۰/۵y = ۳۵/۲ \end{cases} \Rightarrow ۰/۱\,x = ۵/۸ \Rightarrow x = ۵۸\,g\,,\, y = ۲۴g$$

گام دوم: آرایش الکترونی فشردهٔ هر یک از اتم‌های Ni و Ti را نوشته و شمار الکترون‌های ظرفیت را در آن‌ها تعیین می‌کنیم:

$$_{۲۸}Ni : [_{۱۸}Ar]\ \underbrace{۳d^{۸}۴s^{۲}}_{\text{۱۰ ظرفیتی } e^-} \quad , \quad _{۲۲}Ti : [_{۱۸}Ar]\ \underbrace{۳d^{۲}۴s^{۲}}_{\text{۴ ظرفیتی } e^-}$$

گام سوم: مجموع شمار مول‌های الکترون‌های ظرفیت اتم‌ها را در آلیاژ به دست می‌آوریم:

$$۵۸\ g\ Ni \times \frac{۱\ mol\ Ni}{۵۸\ g\ Ni} \times \frac{۱۰\ mol\ \text{ظرفیتی } e^-}{۱\ mol\ Ni} = ۱۰\ mol\ \text{ظرفیتی } e^-$$

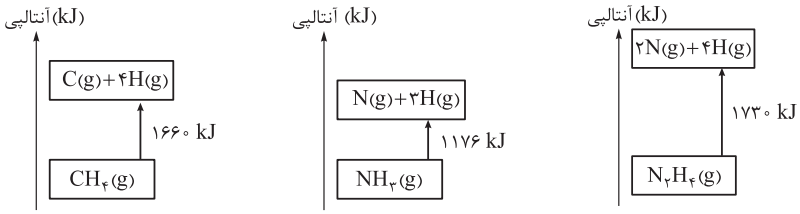
$$۲۴\ g\ Ti \times \frac{۱\ mol\ Ti}{۴۸\ g\ Ti} \times \frac{۴\ mol\ \text{ظرفیتی } e^-}{۱\ mol\ Ti} = ۲\ mol\ \text{ظرفیتی } e^-$$

بنابراین در این آلیاژ، مجموعاً $۱۰ + ۲ = ۱۲$ مول الکترون ظرفیتی وجود دارد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۲ با توجه به شکل‌های زیر، چند مورد از مطالب داده‌شده درست است؟



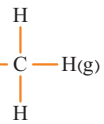
- ΔH واکنش: $NH_2(g)+H(g)\rightarrow NH_3(g)$، به تقریب برابر با $-392\ kJ$ است.
- برای تبدیل $8/96\ mL$ گاز هیدرازین ($N_2H_4(g)$) در شرایط STP به اتم‌های نیتروژن و هیدروژن، به ۶۹۲ ژول انرژی نیاز است.
- میانگین آنتالپی پیوند $N-N$، برابر با ۱۶۲ کیلوژول بر مول است.
- اگر میانگین آنتالپی پیوند $C-N$، برابر با $305\ kJ.mol^{-1}$ باشد، ΔH واکنش: $CH_3NH_2(g)\rightarrow C(g)+N(g)+5H(g)$، برابر با $+2334\ kJ$ خواهد بود.

آنتالپی تشکیل پیوند $N-H$

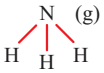
۱) چهار ۲) سه ۳) دو ۴) یک

پاسخ خیلی تشریحی ✔ همهٔ عبارت‌های داده‌شده درست‌اند.

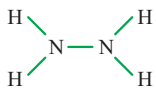
با توجه به شکل‌های (I)، (II) و (III)، می‌توانیم میانگین آنتالپی‌های پیوند $C-H$، $N-H$ و $N-N$ را تعیین کنیم:

(I) شکل:  $\longrightarrow C(g)+4H(g)$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}}=4\Delta H(C-H)\ \Rightarrow\ \Delta H(C-H)=\frac{1660}{4}=415\ kJ.mol^{-1}$$

(II) شکل:  $\longrightarrow N(g)+3H(g)$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}}=3\Delta H(N-H)\ \Rightarrow\ \Delta H(N-H)=\frac{1176}{3}=392\ kJ.mol^{-1}$$

(III) شکل:  $\longrightarrow 2N(g)+4H(g)$

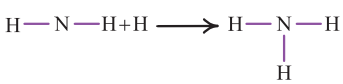
$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}}=\Delta H(N-N)+4\Delta H(N-H)$$

$$\Rightarrow 1730=\Delta H(N-N)+4(392)\ \Rightarrow\ \Delta H(N-N)=1730-1568=162\ kJ.mol^{-1}$$

حالا بریم عبارت‌ها رو یکی‌یکی زیر ذره‌بین ببریم:

ابتدا فرمول ساختاری (همان ساختار لوویس، البته بدون جفت‌الکترون‌های ناپیوندی) مواد شرکت‌کننده در واکنش را رسم می‌کنیم:

$$NH_2(g)+H(g)\rightarrow NH_3(g)$$



در این‌جا برای این‌که فراورده (NH_3) تشکیل شود، اتم H *تک و تنها!* باید با اتم N در NH_2 پیوند تشکیل دهد. از آن‌جاکه در این واکنش *قراره یک پیوند* $N-H$ *تشکیل بشه!* مقدار عددی ΔH واکنش برابر با $\Delta H(N-H)$ است، اما دقت کنید که تشکیل پیوند، یک فرایند گرماده است؛ بنابراین خواهیم داشت: $\Delta H_{\text{واکنش}}=-\Delta H(N-H)=-392\ kJ$

نکته چون ΔH این واکنش معادل میانگین آنتالپی پیوند $(N-H)$ است، از عبارت «به تقریب» استفاده شده است.

Telegram: @konkur_in

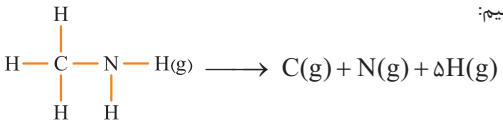
www.konkur.in

با توجه به شکل (III)، برای تبدیل یک مول هیدرازین (N_2H_4) به اتم‌های سازنده‌اش، به ۱۷۳۰ kJ انرژی نیاز است؛ بنابراین انرژی مورد نیاز برای تبدیل ۸/۹۶ mL هیدرازین (N_2H_4) به اتم‌های سازنده *(همون اتم‌های نیتروژن و هیدروژن!)*، برابر است با:

$$\text{انرژی} = ۸/۹۶\ \text{mL}\ N_2H_4 \times \frac{۱\ \text{L}}{۱۰۰۰\ \text{mL}} \times \frac{۱\ \text{mol}\ N_2H_4}{۲۲/۴\ \text{L}\ N_2H_4} \times \frac{۱۷۳۰\ \text{kJ انرژی}}{۱\ \text{mol}\ N_2H_4} \times \frac{۱۰۰۰\ \text{J انرژی}}{۱\ \text{kJ انرژی}} = ۶۹۲\ \text{J}$$

آره والا! همین الان حساب کردیم! یادتون که نرفته؟!

ابتدا فرمول ساختاری مواد شرکت‌کننده در واکنش را رسم می‌کنیم:



با توجه به معادلهٔ داده‌شده، در این واکنش، ۱ پیوند C — N، ۳ پیوند C — H و ۲ پیوند N — H شکسته می‌شود؛ بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = \Delta H(C-N) + ۳\Delta H(C-H) + ۲\Delta H(N-H) = ۳۰۵ + \underbrace{۳(۴۱۵)}_{۱۲۴۵} + \underbrace{۲(۳۹۲)}_{۷۸۴} = ۲۳۳۴\ \text{kJ}$$

حواستون باشه که چون شکستن پیوند، فرایندی گرماگیر است؛ در نتیجه $\Delta H_{\text{واکنش}} = +۲۳۳۴\ \text{kJ}$ خواهد بود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۳ چند مورد از موارد زیر، نادرست است؟

فرایندهای گرماده ($\Delta H < 0$)

- علامت ΔH واکنش‌های اکسایش گلوکز و تولید آمونیاک از گازهای N_2 و H_2 با علامت ΔH فرایند میعان آب یکسان است.
- در واکنش‌های گرماده، فراورده‌ها پایداری بیشتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند.

سطح انرژی: فراورده‌ها > واکنش‌دهنده‌ها

- اگر در واکنش‌های شیمیایی دمای مواد واکنش‌دهنده با دمای مواد فراورده برابر باشد، گرمایی دادوستد نمی‌شود.
- در همهٔ واکنش‌ها، حالت فیزیکی مواد تأثیر چندانی بر مقدار گرمای آزادشده یا جذب‌شده ندارد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ خیلی تشریحی ✔ عبارت‌های سوم و چهارم نادرست‌اند.

بررسی عبارت‌ها:

- واکنش اکسایش گلوکز و تولید آمونیاک به روش هابر همانند فرایند میعان، گرماده هستند و علامت ΔH آن‌ها منفی است.
- در واکنش‌های گرماده، انرژی به صورت گرما آزاد می‌شود و فراورده‌ها در سطح انرژی پایین‌تری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها قرار می‌گیرند؛ در نتیجه فراورده‌ها نسبت به واکنش‌دهنده‌ها، پایدارتر هستند.
- حتی اگر دمای مواد واکنش‌دهنده و مواد فراورده برابر باشد، ممکن است گرما دادوستد شود. به عنوان مثال، در واکنش‌های اکسایش گلوکز در بدن، دما تغییری نمی‌کند، اما گرما به صورت واکنش گرماده تبادل می‌شود.
- مقدار گرمای مبادله‌شده در یک واکنش، به حالت فیزیکی مواد شرکت‌کننده در واکنش نیز بستگی دارد. به همین دلیل حالت فیزیکی آن‌ها باید به صورت جامد (s)، مایع (l)، گاز (g) و یا محلول آبی (aq) در واکنش‌های شیمیایی مشخص باشد.

مثلاً دو واکنش زیر را در نظر بگیرید:

$$۱)\ 2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(g) \quad Q_1 = -۴۸۴\ kJ$$

$$۲)\ 2H_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2H_2O(l) \quad Q_2 = -۵۷۲\ kJ$$

هر دوی این واکنش‌ها، سوختن گاز هیدروژن را نشان می‌دهند تنها *با یک تفاوت کوچولو!* بر اثر سوختن هیدروژن در واکنش (۱)، آب به حالت گاز $(H_2O(g))$ و در واکنش (۲) آب به حالت مایع $(H_2O(l))$ تولید شده است. تفاوت گرمای این دو واکنش هم *دقیقاً!* به دلیل تفاوت حالت فیزیکی H_2O در این دو واکنش است.

در واقع برای تبدیل‌شدن واکنش (۱) به واکنش(۲)، باید ۲ مول $H_2O(g)$ به ۲ مول $H_2O(l)$ تبدیل شود، یعنی فرایند میعان اتفاق بیفتد.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۴ اگر با مصرف ۲۸ لیتر گاز اتن در شرایط STP در واکنش موازنه‌نشدهٔ: $C_2H_4(g)+F_2(g)\rightarrow CF_4(g)+HF(g)$، به میزان ۳۶۶۵ کیلوژول گرما آزاد شود، با توجه به جدول زیر، میانگین آنتالپی پیوند $C-F$ برحسب $kJ.mol^{-1}$ کدام است؟

پیوند	$F-F$	$C\equiv C$	$H-F$	$C-H$
آنتالپی پیوند (kJ / mol)	۱۵۵	۶۱۸	۵۶۵	۴۱۵

۱) ۴۲۵ ۲) ۴۴۵ ۳) ۴۶۵ ۴) ۴۸۵

مشاوره *پای ثابت سؤالات کنکور سراسری*، محاسبهٔ ΔH واکنش‌های ترموشیمیایی با استفاده از آنتالپی‌های پیوند است که *بارها و بارها* در کنکورها و آزمون‌ها تکرار شده و بسیار مهم است. یکی از گام‌های اصلی در حل این سؤالات، انجام محاسبات نهایی می‌باشد و *هواستون باشه که* برای رسیدن به تسلط در حل این تست‌ها، نیاز به تکرار و تمرین زیادی دارید.

Hint

ابتدا معادلهٔ واکنش انجام‌شده را موازنه کن، سپس با توجه به حجم گاز اتن مصرف‌شده و مقدار انرژی آزادشده، ΔH واکنش را به دست بیاور. در نهایت ΔH واکنش را با توجه به میانگین آنتالپی‌های پیوند داده شده حساب کن و بدین ترتیب میانگین آنتالپی پیوند $C-F$ را به دست بیاور.

درس Box

یکی از روش‌های **غیرمستقیم** تعیین ΔH واکنش که فقط برای واکنش‌هایی مناسب است که **همهٔ مواد شرکت‌کننده** در آن در حالت **گاز** باشند، استفاده از آنتالپی پیوند است. در این روش فرض می‌شود که پیوندهای اشتراکی مواد واکنش‌دهنده شکسته شده و پیوندهای جدیدی در مواد فراورده تشکیل می‌شود؛ بنابراین می‌توانیم آنتالپی واکنش را به صورت زیر محاسبه کنیم:

$\Delta H_{\text{واکنش}}=[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]-[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$

مثال: برای واکنش: $H_2(g)+Cl_2(g)\rightarrow 2HCl(g)$ داریم:

$\Delta H_{\text{واکنش}}=[\Delta H(H-H)+\Delta H(Cl-Cl)]-[2\times\Delta H(H-Cl)]$

از آن‌جاکه در سمت راست، ۲ پیوند $H-Cl$ داریم، برای این پیوند ضریب ۲ قرار داده‌ایم.

نکته شکستن هر نوع پیوندی گرماگیر بوده و آنتالپی آن مثبت است؛ هم‌چنین تشکیل هر نوع پیوندی گرماده بوده و آنتالپی آن منفی است.

پاسخ خیلی تشریحی

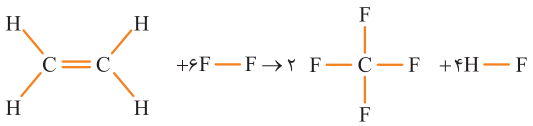
گام اول: معادلهٔ واکنش انجام‌شده را موازنه می‌کنیم:

$$C_2H_4(g)+6F_2(g)\rightarrow 2CF_4(g)+4HF(g)$$

گام دوم: ΔH واکنش، یعنی مقدار گرمای مبادله‌شده به ازای مصرف ۱ مول گاز اتن (C_2H_4) که در شرایط STP، ۲۲/۴ لیتر حجم اشغال می‌کند، را به دست می‌آوریم:

$$\frac{\cancel{22/4}^{4}\ L\,C_2H_4}{\cancel{28}^{5}\ L\,C_2H_4}\times 3665\ kJ=2932\ kJ\xrightarrow{\text{آزادشدن گرما}}\Delta H_{\text{واکنش}}=-2932\ kJ$$

گام سوم: با توجه به فرمول ساختاری مواد شرکت‌کننده در واکنش و با محاسبهٔ ΔH واکنش با استفاده از آنتالپی‌های پیوند داده‌شده، میانگین آنتالپی پیوند $C-F$ را محاسبه می‌کنیم:



$\Delta H_{\text{واکنش}}=[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]-[\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش‌دهنده}]$

$$\Rightarrow \Delta H_{\text{واکنش}}=[4\Delta H(C-H)+\Delta H(C\equiv C)+6\Delta H(F-F)]-[8\Delta H(C-F)+4\Delta H(H-F)]$$

$$\Rightarrow -2932=[\underbrace{4(415)}_{1660}+618+\underbrace{6(155)}_{930}]-[8\Delta H(C-F)+\underbrace{4(565)}_{2260}]$$

$$\Rightarrow -2932=[1660+618+930]-[8\Delta H(C-F)+2260]=3208-(8\Delta H(C-F)+2260)$$

$$\Rightarrow 8\Delta H(C-F)=3880\ \Rightarrow\ \Delta H(C-F)=\frac{3880}{8}=485\ kJ.mol^{-1}$$

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

۱۰۵ کدام‌یک از ساختارهای داده‌شده را می‌توان به ترکیب A با ویژگی‌های زیر، نسبت داد؟

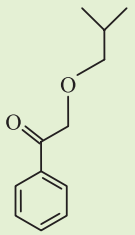
- شمار اتم‌های کربن مولکول آن، برابر با شمار اتم‌ها در مولکول بنزن است.
- شمار اتم‌های هیدروژن مولکول آن، $\frac{۲}{۳}$ شمار اتم‌های هیدروژن در مولکول ۴ـاتیل، ۲ و ۵ـدی‌متیل هپتان است.
- شمار اتم‌های اکسیژن مولکول آن، دو برابر شمار اتم‌های اکسیژن در مولکول بنزآلدهید است.

فرمول مولکولی: $C_۶H_۶$ ساختار:

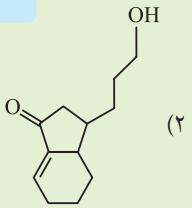
آلکان ۱۱ کربنی با فرمول مولکولی $C_{۱۱}H_{۲۴}$

فرمول مولکولی: $C_۷H_۶O$ ساختار:

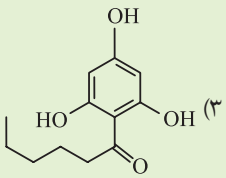
۱)



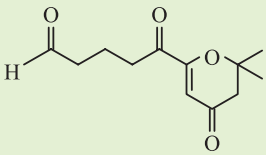
۲)



۳)



۴)



با توجه به گزینه‌ها، *مشخصه که* ترکیب A، یک ترکیب آلی اکسیژن‌دار با فرمول کلی $C_xH_yO_z$ است که ابتدا باید با توجه به اطلاعات داده‌شده، فرمول مولکولی این ترکیب *رو بیابیم*؛

- فرمول مولکولی بنزن به صورت $C_۶H_۶$ است؛ بنابراین مجموع شمار اتم‌ها در مولکول بنزن، برابر با $۶+۶=۱۲$ می‌باشد ← شمار اتم‌های کربن در ساختار ترکیب A، برابر با ۱۲ است $(x=۱۲)$.
- ۴ـ اتیل (۲ کربن)، ۲، ۵ ـ دی‌متیل (۲ کربن) هپتان (۷ کربن)، یک آلکان ۱۱کربنی است؛ بنابراین فرمول مولکولی آن به صورت $C_{۱۱}H_{۲۴}$ بوده و شمار اتم‌های هیدروژن آن، برابر با ۲۴ می‌باشد ← شمار اتم‌های هیدروژن در ساختار ترکیب A، برابر با: $\frac{۲}{۳}\times۲۴=۱۶$ است $(y=۱۶)$.
- فرمول مولکولی بنزآلدهید به صورت $C_۶H_۷O$ است؛ بنابراین شمار اتم‌های اکسیژن در مولکول بنزآلدهید، برابر با یک می‌باشد ← شمار اتم‌های اکسیژن در ساختار ترکیب A، برابر با $۱\times۲=۲$ است $(z=۲)$؛ در نتیجه فرمول مولکولی ترکیب A به صورت $C_{۱۲}H_{۱۶}O_۲$ است.

حالا بریم سراغ بررسی گزینه‌ها!

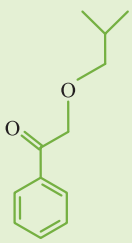
همهٔ ساختارهای موجود در گزینه‌ها ۱۲کربنی هستند *و با توجه به شمار اتم‌های کربن آن‌ها، نمی‌شه گزینه‌ای رو حذف کرد!* ساختارهای موجود در گزینه‌های (۱) و (۲)، دو اکسیژن و ساختارهای موجود در گزینه‌های (۳) و (۴)، چهار اکسیژن دارند؛ در نتیجه *گزینه‌های (۳) و (۴) پر!*

حالا بین گزینه‌های (۱) و (۲) باید با تعیین شمار اتم‌های هیدروژن، گزینهٔ درست رو بیابیم.

نکته فرمول به دست آوردن تعداد اتم‌های هیدروژن در یک ترکیب آلی با n اتم کربن به صورت زیر است:

$$\text{تعداد اتم‌های هیدروژن در ترکیبی با n کربن} = (۲n+۲) - (\text{تعداد پیوندهای دوگانه}\times۲) - (\text{تعداد پیوندهای سه‌گانه}\times۴) - (\text{تعداد حلقه‌ها}\times۲) + (\text{تعداد اتم‌های نیتروژن}\times۱)$$

گزینهٔ (۱):



$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شمار اتم‌های کربن} = ۱۲ \\ \text{تعداد حلقه} = ۱ \\ \text{تعداد پیوند دوگانه} = ۴ \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد اتم‌های H} = \underbrace{۲(۱۲)+۲}_{۲۶} - \underbrace{(۲\times۱)}_{\text{حلقه}} - \underbrace{(۲\times۴)}_{\text{پیوند دوگانه}} = ۱۶ \quad ✓$$

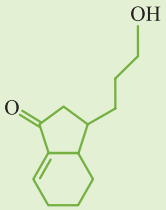
مشاوره تعیین فرمول مولکولی ترکیب‌های آلی، یکی از پرتکرارترین سؤالات در کنکورهای سراسری است که *از قضا* اغلب دانش‌آموزان *ارزش وهشت دارن!* اما با توجه به اهمیت و تکرار این تست‌ها در کنکور سراسری بهتره که ترس را کنار گذاشته و با تکرار و تمرین زیاد، به تسلط و سرعت عمل در این تست‌ها برسید و *صد البته باید هواستون جمع جمع باشه*، چراکه حتی یک لحظه حواس‌پرتی باعث اشتباه شما در تعیین فرمول این ترکیبات می‌شود.

Telegram: @konkur_in

www.konkur.in

گزینهٔ (۲):

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{شمار اتم‌های کربن} = ۱۲ \\ \text{تعداد حلقه} = ۲ \\ \text{تعداد پیوند دوگانه} = ۲ \end{cases} \Rightarrow \text{تعداد اتم‌های H} = \underbrace{۲(۱۲)+۲}_{۲۶} - \underbrace{(۲\times۲)}_{\text{حلقه}} - \underbrace{(۲\times۲)}_{\text{پیوند دوگانه}} = ۱۸ \times$$



بنابراین ساختار موجود در گزینهٔ (۱) را می‌توان به ترکیب A نسبت داد.

Telegram: @konkur_in