

کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۱۴

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ‌گویی	ملاحظات
۱	ریاضیات	۳۰	۱	۳۰	۵۳ دقیقه	۳۰ سوال ۵۳ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پرمیوم



KONKOORPREMIUM

۱- اتوبوسی با ۲۰ مسافر در ۱۰ ایستگاه توقف می کند و تمام مسافران در این ۱۰ ایستگاه پیاده می شوند. پیاده شدن مسافران در این ایستگاه‌ها به چند طریق ممکن است؟

- ۱۰! (۱) ۲۰! (۲) ۱۰! (۳) ۲۰! (۴)

۲- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، چند تابع از A به A وجود دارد که شامل زوج مرتب (۱,۱) نیست ولی شامل زوج مرتب (۲,۲) می باشد؟

- ۳۰۰ (۱) ۴۰۰ (۲) ۵۰۰ (۳) ۶۰۰ (۴)

۳- یک سکه را هشت بار پرتاب می کنیم. در چند حالت در پرتاب چهارم برای اولین بار رو می آید؟

- ۱۶ (۱) ۱۸ (۲) ۲۸ (۳) ۳۲ (۴)

۴- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که حداقل یکی از رقم‌های آن، کوچک تر از ۷ است؟

- ۸۹۱۹ (۱) ۸۹۳۶ (۲) ۹۹۳۶ (۳) ۹۹۱۹ (۴)

۵- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ چند زیرمجموعه غیر تهی دارد که حاصل ضرب اعضای آن، عددی زوج است؟

- ۲۵۶ (۱) ۳۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴)

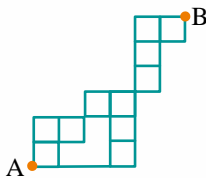
۶- عدد $5^2 \times 3^4 \times 2^3$ چند مقسوم علیه مثبت دارد که بر ۱۵ بخش پذیر باشند؟

- ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)

۷- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که فقط یکی از رقم‌های آن زوج است؟

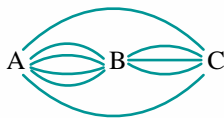
- ۲۸۰ (۱) ۳۰۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۳۶۰ (۴)

۸- در شکل مقابل، می خواهیم با حرکت به سمت راست و یا به سمت بالا روی خطوط، از نقطه A به نقطه B برویم. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟



- ۱۱۲ (۱)
۱۱۹ (۲)
۱۲۶ (۳)
۱۳۳ (۴)

۹- در شکل مقابل، راه‌های موجود بین شهرهای A ، B و C رسم شده‌اند. به چند طریق می توانیم از A به C برویم و برگردیم به طوری که از هیچ کدام از جاده‌ها بیشتر از یک بار استفاده نکنیم؟



- ۱۲۲ (۱)
۱۹۶ (۲)
۱۸۲ (۳)
۱۶۸ (۴)

محل انجام محاسبات

۱۰- چند عدد ۶ رقمی با ارقام ۲ و ۵ می توان نوشت که بر ۳ بخش پذیر باشد؟

- ۳۲ (۱) ۶۴ (۲) ۱۰۸ (۳) ۱۲۰ (۴)

۱۱- چند عدد سه رقمی زوج و بزرگ تر از ۶۸۵ وجود دارد که ارقام آن متمایز هستند؟

- ۱۱۵ (۱) ۱۱۶ (۲) ۱۱۷ (۳) ۱۱۸ (۴)

۱۲- اگر $\frac{(n+1)!+(n-1)!}{n!} = \frac{21}{4}$ باشد، مقدار $n! - (n-1)!$ کدام است؟

- ۴ (۱) ۱۸ (۲) ۹۶ (۳) ۶۰۰ (۴)

۱۳- ۴ کتاب با موضوع ریاضی، ۳ کتاب با موضوع فیزیک و ۲ کتاب با موضوع شیمی را به چند طریق می توان در یک قفسه پشت سرهم چید به طوری که کتاب های هم موضوع کنار هم باشند؟ (کتاب های هم موضوع، متفاوت هستند.)

- ۵۷۶ (۱) ۱۷۲۸ (۲) ۱۱۵۲ (۳) ۱۲۶۰ (۴)

۱۴- در چند جایگشت از حروف کلمه **today** حروف **t** و **d** کنار هم قرار می گیرند ولی حروف **a** و **y** کنار هم قرار نمی گیرند؟

- ۱۲ (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۴ (۴)

۱۵- شش کتاب با موضوعات متمایز را به چند طریق می توان در یک قفسه پشت سر هم قرار داد به طوری که کتاب ریاضی بین کتاب های فیزیک و شیمی (نه لزوماً چسبیده به آنها) قرار گرفته باشد؟

- ۱۲۰ (۱) ۳۲۰ (۲) ۲۴۰ (۳) ۴۸۰ (۴)

۱۶- با ارقام ۲، ۳، ۴، ۵، تمام اعداد چهار رقمی با ارقام متمایز را می نویسیم. مجموع تمام عددهای نوشته شده، کدام است؟

- ۹۳۳۲۴ (۱) ۱۸۶۶۴۸ (۲) ۱۵۹۹۸۴ (۳) ۷۹۹۹۲۱ (۴)

۱۷- اگر $2p(n, 2) = 5p(n-1, 2)$ باشد، مقدار $p(n, 2)$ کدام است؟

- ۲۴ (۱) ۶۰ (۲) ۱۲۰ (۳) ۲۱۰ (۴)

۱۸- در چند جایگشت چهار حرفی از حروف کلمه **logarithm** حرف **m** وجود دارد ولی حرف **t** وجود ندارد؟

- ۵۰۴ (۱) ۷۲۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۹۶۰ (۴)

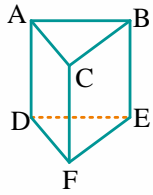
۱۹- به چند طریق می توان ۴ مداد و ۳ خودکار متمایز را بین ۶ دانش آموز پسر و ۶ دانش آموز دختر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداکثر یک مداد یا خودکار برسد و به هیچ دختری مداد نرسد؟

- ۲ × ۷! (۱) ۳ × ۷! (۲) ۲ × ۸! (۳) ۳ × ۸! (۴)

۲۰- تعداد اعداد **n** رقمی با رقم های متمایز که رقم های اول و آخر آن فرد هستند برابر $\frac{8!}{36}$ است. تعداد اعداد **n-1** رقمی با همین ویژگی چند تا می باشد؟

- ۶۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۲۱- در منشور سه پهلوئی روبه‌رو، کدام خطوط دوجه‌دو متنافر هستند؟

- (۱) AB, AC, BC
- (۲) AD, CF, BE
- (۳) AD, EF, BC
- (۴) CD, EF, AB

۲۲- در کدام‌یک از حالت‌های زیر، لزوماً یک صفحه منحصراً به فرد مشخص نمی‌شود؟

- (۱) دو خط متقاطع
- (۲) دو خط موازی
- (۳) سه نقطه متمایز غیرهم‌راستا
- (۴) یک خط و یک نقطه

۲۳- اگر L و L' دو خط باشند، آن‌گاه فقط یک صفحه شامل خط L وجود دارد که با خط L' موازی باشد.

- (۱) موازی
- (۲) متقاطع
- (۳) متنافر
- (۴) منطبق

۲۴- اگر یکی از ساق‌های دوزنقه‌ای به تمامی، درون صفحه P باشد، ساق دیگر دوزنقه چه تعداد از وضعیت‌های زیر را نسبت به صفحه P می‌تواند داشته باشد؟

- الف: منطبق بر P
- ب: متقاطع با P
- ج: موازی با P
- (۱) هیچ

- (۱) ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۴

۲۵- کدام‌یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

- (۱) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.
- (۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
- (۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.
- (۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

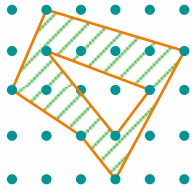
۲۶- صفحه P شامل دو خط موازی d_1 و d_2 است. اگر نقطه A خارج صفحه P باشد، چند خط در فضا وجود دارد که از نقطه A گذشته و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند؟

- (۱) هیچ
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

۲۷- چند صفحه در فضا وجود دارد که بر ۲ خط متنافر d و d' عمود باشد؟

- (۱) صفر
- (۲) ۱
- (۳) ۲
- (۴) بی‌شمار

محل انجام محاسبات



۲۸- در شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟

- (۱) $7/5$
- (۲) 8
- (۳) $8/5$
- (۴) 9

۲۹- در یک چندضلعی شبکه‌ای، حاصل ضرب تعداد نقاط مرزی و درونی برابر ۱۸ است. اختلاف بیشترین و کمترین مساحت ممکن برای این چندضلعی کدام است؟

- (۱) $3/5$
- (۲) 4
- (۳) $4/5$
- (۴) 5

۳۰- چندضلعی شبکه‌ای A، ۸ نقطه درونی بیشتر و ۴ نقطه مرزی کمتر از چندضلعی شبکه‌ای B دارد. اگر مساحت چندضلعی شبکه‌ای A، $2/5$ برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای B باشد، حداکثر تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای B کدام است؟

- (۱) 4
- (۲) 6
- (۳) 8
- (۴) 10

محل انجام محاسبات

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۱۴

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۴۰ سوال ۴۶ دقیقه	۲۶ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

۳۱- چند عبارت از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: دما کمیتی است که مقدار انرژی درونی کل یک جسم را نشان می‌دهد.
 ب: فشار و تابش گرمایی از کمیت‌های دماسنجی هستند.
 ج: کمیت دماسنجی در دماسنج‌های الکلی، تغییر حجم الکل است.
 د: دماسنج بیشینه - کمینه، یکی از دماسنج‌های معیار است.

۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۲- هنگامی که دمای یک جسم بر حسب درجه سلسیوس ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، دمای جسم به ۸۶ درجه فارنهایت می‌رسد.

دمای اولیه جسم چند درجه کلون بوده است؟

۲۹۸ (۱) ۳۱۲ (۲) ۳۲۲ (۳) ۳۳۶ (۴)

۳۳- هنگامی که دمای یک میله فلزی را از ۵°C به ۲۵°C می‌رسانیم طول آن به اندازه d افزایش می‌یابد و هنگامی که دمای این میله

را از ۵°C به θ_x می‌رسانیم طول آن به اندازه ۲d افزایش می‌یابد. θ_x چند درجه سلسیوس است؟

۳۰ (۱) ۴۰ (۲) ۴۵ (۳) ۵۵ (۴)

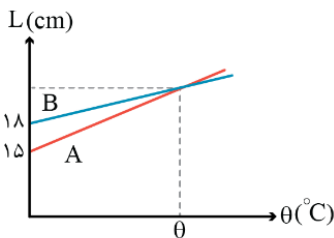
۳۴- دمای یک میله فلزی را ۲۰۰°C افزایش می‌دهیم، در این صورت طول میله ۰/۵ درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط حجمی این

میله در SI کدام است؟

۱) $2/5 \times 10^{-5}$ ۲) 4×10^{-5} ۳) 5×10^{-5} ۴) $7/5 \times 10^{-5}$

۳۵- شکل زیر، نمودار تغییرات طول دو میله A و B را در اثر تغییر دما نشان می‌دهد. طول میله‌ها در دمای θ چند سانتی‌متر است؟

($\alpha_A = 1/8 \alpha_B$)



- ۱) ۲۲/۴
 ۲) ۲۳/۲
 ۳) ۲۳/۶
 ۴) ۲۴

۳۶- دمای یک مکعب فلزی به ضلع ۴ سانتی‌متر را به اندازه ۸۰°C افزایش می‌دهیم. در این صورت حجم مکعب ۱/۲ درصد افزایش

می‌یابد. ضریب انبساط طولی این فلز در SI کدام است؟

۱) 5×10^{-5} ۲) $2/5 \times 10^{-4}$ ۳) $1/5 \times 10^{-4}$ ۴) $2/5 \times 10^{-5}$

۳۷- از یک ورقه فلزی نازک به ضریب انبساط خطی $\frac{1}{K} \times 10^{-6}$ ، مکعبی به حجم ۲۷ لیتر ساخته‌ایم. دمای این مکعب را ۵۰°C

افزایش می‌دهیم. سطح کل این مکعب چند میلی‌متر مربع افزایش می‌یابد؟

۱) ۷/۲ ۲) ۰/۷۲ ۳) ۰/۰۷۲ ۴) ۰/۰۰۷۲

۳۸- یک مکعب به ضلع a و یک کره به قطر a را به یک اندازه تغییر دما می‌دهیم. اگر حجم مکعب 3 cm^3 و حجم کره $2/4 \text{ cm}^3$

افزایش یابد، ضریب انبساط حجمی مکعب چند برابر ضریب انبساط حجمی کره است؟ ($\pi = 3$)

۱) $\frac{6}{5}$ ۲) $\frac{8}{5}$ ۳) $\frac{5}{8}$ ۴) $\frac{5}{6}$

محل انجام محاسبات

۳۹- یک ظرف استوانه‌ای از جنس آلومینیوم به قطر قاعده درونی ۸cm و ارتفاع ۱۰cm لبریز از روغن به ضریب انبساط حجمی $\frac{1}{K} \times 10^{-4} \times 5^\circ\text{C}$ است. اگر دمای ظرف و روغن به اندازه 5°C افزایش یابد، چند میلی‌متر مکعب از روغن بیرون می‌ریزد؟ (ضریب

انبساط طولی آلومینیوم $\frac{1}{K} \times 10^{-5} \times 2/5$ و $\pi = 3$ فرض می‌شود).

- (۱) ۱۰۲۰ (۲) ۱۰۲۴ (۳) ۱۰۷۶ (۴) ۱۱۲۰

۴۰- جسمی درون آب یک ظرف غوطه‌ور است. دمای آب را 4°F کاهش می‌دهیم، با فرض ثابت بودن حالت آب، کدام یک از شرایط زیر نمی‌تواند رخ دهد؟ (تغییر حجم جسم ناچیز است).

- (۱) جسم به ته ظرف می‌رود.
 (۲) جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود.
 (۳) جسم ابتدا پایین رفته و سپس بالا می‌آید.
 (۴) جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

۴۱- یک گرمکن ۸۰ واتن به طور کامل در ۲۰۰ گرم روغن درون یک گرماسنج قرار داده می‌شود. این گرمکن در مدت ۳ دقیقه دمای

آب و گرماسنج را از 25°C به 45°C می‌رساند. ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI کدام است؟ (گرمای ویژه روغن $3 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}\cdot\text{K}}$ و

اتلاف گرما ناچیز است).

- (۱) ۸۰ (۲) ۹۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۱۲۰

۴۲- به دو جسم A و B با جرم‌های m_A و $m_B = 2m_A$ و دماهای اولیه 5°C ، گرمای یکسانی می‌دهیم، دمای A به 25°C و دمای B

به 35°C می‌رسد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) ظرفیت گرمایی A، ۱/۵ برابر ظرفیت گرمایی B است.
 (۲) گرمای ویژه A، ۱/۵ برابر گرمای ویژه B است.
 (۳) ظرفیت گرمایی A، ۶ برابر ظرفیت گرمایی B است.
 (۴) گرمای ویژه A، ۶ برابر گرمای ویژه B است.

۴۳- m گرم آب با دمای θ را با ۳m گرم آب با دمای ۲۰ مخلوط می‌کنیم. اگر دمای نهایی 35°C باشد، θ کدام است؟ (از اتلاف گرما

صرف نظر می‌شود).

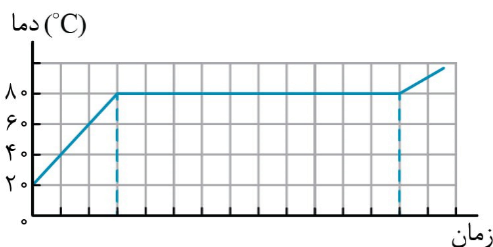
- (۱) 24°C (۲) 21°C (۳) 20°C (۴) 19°C

۴۴- اگر به جسم جامدی که ابعاد آن به اندازه کافی کوچک است با توان ثابتی گرما بدهیم نمودار دما - زمان آن به صورت کیفی

مانند شکل زیر می‌شود. اگر گرمای ویژه این جسم در حالت جامد در SI برابر با ۸۴۰ واحد باشد، گرمای نهان ذوب این ماده در

SI کدام است؟

- (۱) $1/62 \times 10^5$
 (۲) $1/68 \times 10^5$
 (۳) $1/76 \times 10^5$
 (۴) $1/72 \times 10^5$



محل انجام محاسبات

۴۵- یک قطعه یخ با دمای 20°C - و 50 گرم آب 5°C درون یک ظرف قرار می‌دهیم. اگر گرما فقط بین آب و قطعه یخ مبادله شده و در نهایت 46 گرم آب باقی بماند، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ (فشار محیط یک اتمسفر و اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای نهان انجماد آب را 80 برابر گرمای ویژه آب و 160 برابر گرمای ویژه یخ در نظر بگیرد.)

- ۴۶ (۱) ۵۲ (۲) ۵۷ (۳) ۶۳ (۴)

۴۶- در چاله کوچکی مقداری آب با دمای 0°C وجود دارد. در اثر تبخیر سطحی بخشی از آن بخار شده و بقیه آب یخ می‌بندد. تقریباً چند درصد از آب اولیه تبخیر شده است؟ (مبادله گرما با محیط ناچیز بوده و گرمای نهان ویژه انجماد آب $\frac{4}{37}$ گرمای ویژه نهان تبخیر آب است.)

- ۹ (۱) ۱۳ (۲) ۱۶ (۳) ۱۹ (۴)

۴۷- چه تعداد از جمله‌های زیر نادرست است؟

الف: در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌هاست.

ب: پدیده همرفتی در اثر تغییر چگالی شاره رخ می‌دهد.

ج: گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در جانوران خون‌گرم مثالی از همرفت طبیعی است.

د: هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی دارد.

ه: برای آشکارسازی تابش‌های فرسرخ از ابزاری به نام دمانگاشت استفاده می‌شود.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۴۸- در شکل روبه‌رو فشارسنج عدد 14atm را نشان می‌دهد. دمای مخزن را از 27°C به 77°C می‌رسانیم. فشارسنج چند اتمسفر را نشان می‌دهد؟ (فشار هوای محیط 1atm)

- ۱۵/۵ (۱)

- ۱۶/۵ (۲)

- ۱۷/۵ (۳)

- ۱۸/۵ (۴)



۴۹- فشار مقدار معینی از یک گاز کامل را در دمای ثابت، 20 درصد کاهش می‌دهیم. اگر حجم گاز 5 لیتر تغییر کند، حجم اولیه گاز چند لیتر بوده است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

۵۰- در یک مخزن گاز 8 مول گاز کامل در دمای 77°C و فشار 420cmHg وجود دارد. شیر مخزن را باز می‌کنیم تا 2 مول از گاز خارج شود. اگر دمای نهایی گاز درون مخزن 27°C برسد، فشار نهایی گاز درون مخزن چند cmHg می‌شود؟

- ۲۲۵ (۱) ۲۴۰ (۲) ۲۵۵ (۳) ۲۷۰ (۴)

محل انجام محاسبات



۵۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- آ: استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی و شیمیایی است.
 ب: در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، با عبور جریان برق از $Mg(OH)_2$ فلز منیزیم به دست می آید.
 پ: دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه های شور دنیا است که مقدار نمک های حل شده در آن بسیار زیاد است.
 ت: بیشتر آب های روی زمین شور است و نمی توان از آن ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد.
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- (۱) نقطه جوش برم (Br_2) برخلاف کلر (Cl_2)، بالای $25^\circ C$ است.
 (۲) در هر کیلوگرم از محلول استریل سدیم کلرید، ۹ گرم نمک وجود دارد.
 (۳) عمده مصرف نمک سدیم کلرید، در تهیه Cl_2 ، $NaOH$ و H_2 است.
 (۴) معادله انحلال پذیری Li_2SO_4 بر حسب دما، می تواند به صورت $S = 0.15\theta + 35$ باشد.

۵۳- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- (۱) در میدان الکتریکی، اتم های اکسیژن در مولکول کربن دی اکسید، به سمت قطب مثبت جهت گیری می کنند.
 (۲) در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه، مواد ناقطبی، نقطه جوش بالاتری نسبت به مواد قطبی دارند.
 (۳) انحلال پذیری باریم سولفات، کمتر از ۰/۱ گرم در یک کیلوگرم آب است.
 (۴) بخش اعظم منابع غیراقتصادی آب کره را، آب های زیرزمینی تشکیل داده اند.

۵۴- ترکیب حاصل از کاتیون و آنیون فراوان آب دریا به صورت است.

- (۱) دومین - دومین - $MgCO_3$
 (۲) سومین - نخستین - $CaCl_2$
 (۳) سومین - دومین - $MgSO_4$
 (۴) نخستین - سومین - Na_2SO_4

۵۵- اگر شمار اتم ها در هر واحد از فرمول شیمیایی مس (x) کربنات و آهن (y) سولفات برابر باشد، فرمول شیمیایی مس (x) فسفات و آهن نیترات کدام است؟

- (۱) $Fe(NO_3)_2 - Cu_3PO_4$
 (۲) $Fe(NO_3)_2 - Cu_3(PO_4)_2$
 (۳) $Fe(NO_3)_3 - Cu_3(PO_4)_2$
 (۴) $Fe(NO_3)_3 - Cu_2PO_4$

۵۶- نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب سمت راست، با نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب سمت چپ در کدام گزینه یکسان است؟

- (۱) آهن (II) فسفات - کلسیم اکسید
 (۲) آلومینیم کربنات - منیزیم فسفات
 (۳) کروم (II) سولفات - آمونیوم سولفید
 (۴) آمونیوم فسفید - روی نیتريد

۵۷- چند مولکول از مولکول های داده شده، در میدان الکتریکی جهت گیری می کنند؟

- $CS_2, HCN, PCl_3, NH_3, BF_3, SO_3$
- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

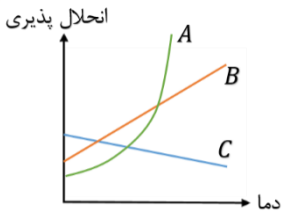
۵۸- چند لیتر محلول ۵ مولار آمونیوم سولفید، باید با ۵ لیتر محلول ۲ مولار آن مخلوط شود تا پس از رقیق شدن تا حجم ۳۰ لیتر، به محلول ۲ مولار این نمک تبدیل شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۱۵ (۳) ۱۲ (۴) ۱۰

۵۹- ۱۵۰ گرم محلول سدیم کلرید با غلظت 11700 ppm را با ۸۵۰ گرم محلول نقره نیترات با غلظت 2000 ppm مخلوط می کنیم. غلظت یون کلرید در محلول نهایی چند ppm است؟

- ($N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35.5, Ag = 108; g.mol^{-1}$)
- (۱) ۱۰۶۵ (۲) ۹۴۵ (۳) ۱۷۷۵ (۴) ۷۱۰

محل انجام محاسبات



۶۰- با توجه به شکل روبه‌رو که روند انحلال پذیری سه ماده A، B و C را نسبت به دما نشان می‌دهد، A، B و C به ترتیب، از راست به چپ کدام نمک‌ها می‌توانند باشند؟

- (۱) $NaCl - KCl - NaNO_3$
 (۲) $Li_2SO_4 - NaCl - KNO_3$
 (۳) $Li_2SO_4 - KCl - NaNO_3$
 (۴) $Li_2SO_4 - KCl - KNO_3$

۶۱- مخلوطی از دو محلول پتاسیم سولفات و سدیم سولفات به جرم ۱۰۰۰ گرم، موجود است. اگر درصد جرمی یون سولفات و یون پتاسیم در این محلول، به ترتیب برابر با ۴/۸ و ۲/۳۴ باشد، جرم نمک سدیم سولفات در این مخلوط کدام است؟
 ($O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲, K = ۳۹ :g.mol^{-1}$)

- (۱) ۲۴/۸ (۲) ۳۲/۶ (۳) ۲۸/۴ (۴) ۳۴/۲

۶۲- مقایسه نقطه جوش مواد در کدام گزینه نادرست است؟

- (۱) $O_2 > Ar > N_2$
 (۲) $NH_3 > N_2 > H_2$
 (۳) $CO > N_2 > He$
 (۴) $NH_3 > I_2 > Cl_2$

۶۳- برای تبدیل محلول فراسیرشده به محلول سیر شده آن، باید

- (۱) لیتیم سولفات - دما را افزایش دهیم.
 (۲) سدیم نترات - مقداری از آب را با حرارت تبخیر کنیم.
 (۳) پتاسیم کلرید - دما را افزایش دهیم.
 (۴) پتاسیم نترات - محلول را با محلول سیر شده آن مخلوط کنیم.

۶۴- انحلال پذیری ماده‌ای در دماهای $20^\circ C$ و $40^\circ C$ به ترتیب برابر با ۴۰ و ۷۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در دمای $20^\circ C$ ، ۵۰ گرم از این ماده را در ۱۰۰ گرم آب حل می‌کنیم. کدام یک از روش‌های زیر برای سیر کردن محلول نامناسب است؟

- (۱) دمای محلول را به تقریب به $26.6^\circ C$ برسانیم.
 (۲) ۲۵ گرم آب در دمای $20^\circ C$ به محلول اضافه کنیم.
 (۳) در دمای $20^\circ C$ ، ۱۰۰ گرم محلول ۳۰٪ جرمی از همین ماده را، به محلول اولیه بیافزاییم.
 (۴) در دمای $20^\circ C$ ، ۶۰ گرم محلول $\frac{100}{6}$ درصد جرمی از همین ماده را، به محلول اولیه بیافزاییم.

۶۵- چند مورد از مطالب زیر، جملهٔ روبه‌رو را به درستی تکمیل می‌کنند؟ «با افزودن نمک به محلول، یک نمک نامحلول و یک نمک کم‌محلول در آب تولید می‌شود.»

- آ: نقره سولفات - کلسیم کلرید
 ب: کلسیم هیدروکسید - منیزیم کلرید
 پ: کلسیم کلرید - منیزیم سولفات
 ت: کلسیم برمید - آمونیوم کربنات
- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۶- تاثیر دما بر انحلال پذیری کدام یک از نمک‌های $Li_2SO_4, NaCl, KCl$ و KNO_3 بیشتر از سایر نمک‌ها بوده و در ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول ۲ مولار آن، چند مول یون وجود دارد؟

- (۱) $Li_2SO_4 - 0.8$ (۲) $KNO_3 - 0.4$ (۳) $Li_2SO_4 - 1.2$ (۴) $KNO_3 - 0.8$

۶۷- ۲ لیتر محلول کلسیم کلرید با درصد جرمی ۳۳/۳٪ و چگالی $1.2 g.mL^{-1}$ ، با چند لیتر محلول سدیم فسفات که غلظت یون سدیم در آن برابر با ۳/۶ مولار است، واکنش می‌دهد؟ ($Ca = 40 :g.mol^{-1}, Cl = 35.5$)

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) $\frac{4}{3}$ (۴) $\frac{3}{2}$

۶۸- دو ظرف حاوی یک لیتر محلول ۳ مولار نمک A موجود است. ظرف اول را گرما می‌دهیم تا ۴۰۰ میلی‌لیتر از آب موجود در آن، تبخیر شود. به محلول موجود در ظرف دوم، ۲۰۰ میلی‌لیتر آب می‌افزاییم. مولاریتهٔ محلول ظرف اول چند برابر ظرف دوم می‌شود؟

- (۱) ۲ (۲) ۱/۵ (۳) ۳ (۴) ۲/۵

محل انجام محاسبات

۶۹- ۴۰۰ میلی لیتر محلول $\frac{250}{L}$ پتاسیم نیترات در دمای $40^{\circ}C$ موجود است. اگر دمای محلول را تا $5^{\circ}C$ سرد کنیم، چند گرم KNO_3 رسوب می کند؟ (انحلال پذیری KNO_3 در دمای $5^{\circ}C$ ، 15 گرم در 100 گرم آب است. چگالی محلول اولیه را $\frac{1}{25} \frac{g}{mL}$ در نظر بگیرید.)

(۱) ۳۰ (۲) ۴۵ (۳) ۲۵ (۴) ۴۰

۷۰- اگر دستگاه گلوکومتر مقدار قند خون شخصی را با عدد ۹۰ نشان دهد، می توان گفت
 ($C_6H_{12}O_6 = 180 : g \cdot mol^{-1}$. فراورده های واکنش اکسایش گلوکز، مشابه فراورده های واکنش سوختن متان است.)

- (۱) در هر لیتر خون این شخص، ۹ گرم گلوکز وجود دارد.
- (۲) در هر ۳۰۰ میلی لیتر از خون این شخص، $\frac{2}{7}$ گرم گلوکز وجود دارد.
- (۳) از اکسایش گلوکز موجود در هر لیتر از خون این شخص، $\frac{0}{06}$ مول فراورده تولید می شود.
- (۴) از اکسایش گلوکز موجود در هر ۲۰۰ میلی لیتر از خون این شخص، $\frac{0}{06}$ مول فراورده ناقطبی تولید می شود.

محل انجام محاسبات

بودجه بندی آزمون مرحله ۱۵ ادهم ریاضی

$\frac{3}{8}$ نیم سال دوم


۱۳ اردیبهشت

هندسه ۱

تجسم فضایی
فصل ۴
(از ابتدای فصل تا ابتدای دوران حول محور)
صفحه های ۷۷ تا ۹۴

ریاضی

شمارش، بدون شمردن / آمار و احتمال
فصل ۶
فصل ۷ (درس ۱)
صفحه های ۱۱۸ تا ۱۵۱

شیمی

آب، آهنگ زندگی
فصل ۳
(از ابتدای محلول و مقدار حل شونده ها تا ابتدای با هم
بیندیشیم)
صفحه های ۹۳ تا ۱۱۴

فیزیک

دما و گرما / ترمودینامیک
فصل ۴ (از ابتدای تغییر حالت های
ماده تا انتهای فصل) و فصل ۵ (از ابتدای فصل تا ابتدای فرایند
هم دما)
صفحه ۱۰۳ تا ۱۳۵



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



پاسخنامه آزمون الکترونیکی دهم ریاضی - مرحله ۱۴

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مهرداد اسپیدکار حمیدرضا ولی پور - رضا قانع	کاظم اجلالی - سوگند روشنی امیرحسین ابومحبوب	سیدجواد نظری	ریاضیات
نرجس تیمناک - پویا هدایتی گودرزی علیرضا ملک حسینی - محمد صادقی فرد امیر هوشنگ کیانی	عباس غریبی - فرهاد جوینی	عباس غریبی	فیزیک
سجاد سیف‌اللهی - عالیہ میرزایی محمد داوودآبادی فراهانی	فرشاد هادیان فرد - مهسا بایمانی نژاد علی ترابی	مهسا بایمانی نژاد	شیمی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

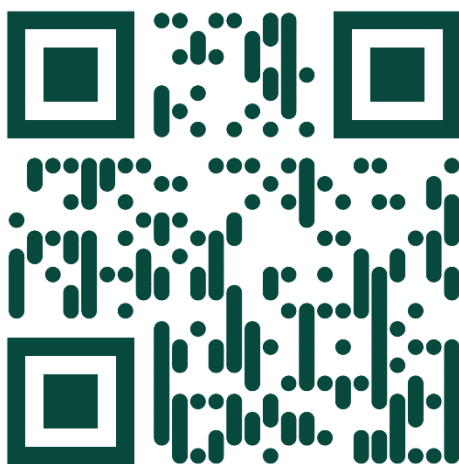
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/r75425>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)
آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلا: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

۱- اتوبوسی با ۲۰ مسافر در ۱۰ ایستگاه توقف می‌کند و تمام مسافران در این ۱۰ ایستگاه پیاده می‌شوند. پیاده شدن مسافران در این ایستگاه‌ها به چند طریق ممکن است؟

- (۱) ۱۰! (۲) ۲۰! (۳) ۱۰^{۲۰} (۴) ۲۰^{۱۰}

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۶)

اصل ضرب:

اگر بتوانیم یک کار را به m روش و کار دیگری را به n روش انجام دهیم و این ۲ کار مستقل از هم باشند، آن‌گاه هر دو کار با هم به $m \times n$ روش قابل انجام خواهند بود.

پاسخ شریعی:

هر مسافر برای پیاده شدن از اتوبوس، ۱۰ انتخاب دارد (در هر کدام از ۱۰ ایستگاه می‌تواند پیاده شود) بنابراین تعداد انتخاب‌های کل مسافران، طبق اصل ضرب برابر است با:

تعداد انتخاب‌های مسافر دوم

$$\text{جواب} = 10 \times 10 \times \dots \times 10 = 10^{20}$$

تعداد انتخاب‌های مسافر اول

تعداد انتخاب‌های مسافر بیستم

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$ باشد، چند تابع از A به A وجود دارد که شامل زوج مرتب $(1, 1)$ نیست ولی شامل زوج مرتب $(2, 2)$ می‌باشد؟

- (۱) ۳۰۰ (۲) ۴۰۰ (۳) ۵۰۰ (۴) ۶۰۰

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ شریعی:

هر تابع از A به A که شامل زوج مرتب $(2, 2)$ باشد، به صورت $f = \{(1, a), (2, 2), (3, b), (4, c), (5, d)\}$ است که در آن a عضو مجموعه $\{2, 3, 4, 5\}$ و b, c, d عضو مجموعه $\{1, 2, 3, 4, 5\}$ هستند. بنابراین برای a ، چهار حالت و برای هر کدام از b, c, d پنج حالت وجود دارد. پس تعداد تابع‌های مورد نظر برابر است با:

$$\text{جواب} = 4 \times 5 \times 5 \times 5 = 500$$

گروه آموزشی ماز

۳- یک سکه را هشت بار پرتاب می‌کنیم. در چند حالت در پرتاب چهارم برای اولین بار رو می‌آید؟

- (۱) ۱۶ (۲) ۱۸ (۳) ۲۸ (۴) ۳۲

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ شریعی:

سکه باید در پرتاب اول تا سوم پشت بیاید، پس در هر کدام از این پرتاب‌ها، ۱ حالت دارد. در پرتاب چهارم، سکه باید رو بیاید پس در این پرتاب نیز، ۱ حالت دارد. سکه در پرتاب‌های پنجم تا هشتم می‌تواند رو یا پشت بیاید پس در هر پرتاب، ۲ حالت دارد. بنابراین تعداد حالت‌های مطلوب طبق اصل ضرب، برابر است با:

پرتاب‌های پنجم تا هشتم

$$\text{جواب} = 1 \times 1 \times 1 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 16$$

پرتاب چهارم پرتاب‌های اول تا سوم

گروه آموزشی ماز

۴- چند عدد چهار رقمی وجود دارد که حداقل یکی از رقم‌های آن، کوچک‌تر از ۷ است؟

- (۱) ۸۹۱۹ (۲) ۸۹۳۶ (۳) ۹۹۳۶ (۴) ۹۹۱۹

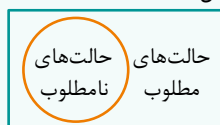
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

اصل متمم:

در برخی از مسائل که محاسبه تعداد حالت‌های رخ دادن یک عمل، خیلی سخت و یا طولانی باشد از روش متمم به صورت زیر کمک می‌گیریم:

تعداد حالت‌های نامطلوب - تعداد کل حالت‌ها = تعداد حالت‌های مطلوب

کل حالت‌ها





تعداد کل اعداد چهار رقمی برابر 9×10^3 می‌باشد. تعداد اعداد ۴ رقمی که رقم کوچک‌تر از ۷ ندارند (این اعداد با ارقام ۹، ۸، ۷ ساخته می‌شوند) برابر است با:

$$= \frac{3}{7,8,9} \times \frac{3}{7,8,9} \times \frac{3}{7,8,9} \times \frac{3}{7,8,9} = 3^4$$

بنابر اصل متمم، تعداد کل اعداد چهار رقمی که حداقل یکی از رقم‌های آن کوچک‌تر از ۷ هستند، برابر است با: $9 \times 10^3 - 3^4 = 9000 - 81 = 8919$

گروه آموزشی ماز

۵- مجموعه $A = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$ چند زیرمجموعه غیر تهی دارد که حاصل ضرب اعضای آن، عددی زوج است؟

- ۲۵۶ (۱) ۳۲۰ (۲) ۳۶۰ (۳) ۴۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

تعداد زیرمجموعه‌های یک مجموعه:

یک مجموعه n عضوی، دارای 2^n زیرمجموعه می‌باشد که یکی از این زیرمجموعه‌ها، مجموعه تهی است.
 طرح زوج و فرد: ضرب چند عدد صحیح، زمانی عددی زوج می‌شود که حداقل یکی از آن‌ها، عددی زوج باشد و ضرب این اعداد، زمانی عدد فرد می‌شود که هیچ‌کدام از اعداد زوج نباشند (همگی فرد باشند).



تعداد کل زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه A ، برابر $2^9 - 1$ است. از طرف دیگر، اگر هیچ‌کدام از اعداد ۸، ۶، ۴، ۲ عضو زیرمجموعه نباشند، حاصل ضرب اعضای آن زیرمجموعه، عددی فرد خواهد بود. تعداد این زیرمجموعه‌ها، برابر تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه $\{1, 3, 5, 7, 9\}$ می‌باشد. پس:

$$-1 = 2^5 = \text{تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه } \{1, 3, 5, 7, 9\}$$

بنابر اصل متمم، تعداد زیرمجموعه‌های غیر تهی مجموعه A که حاصل ضرب عضوهای آن عددی زوج باشد، برابر است با:

تعداد زیرمجموعه‌هایی از A که حاصل ضرب اعضای آن، عددی فرد است - تعداد کل زیرمجموعه‌های غیر تهی $A =$ پاسخ

$$= (2^9 - 1) - (2^5 - 1) = 511 - 31 = 480$$

گروه آموزشی ماز

۶- عدد $5^2 \times 3^4 \times 2^3$ چند مقسوم‌علیه مثبت دارد که بر ۱۵ بخش پذیر باشند؟

- ۱۶ (۱) ۳۲ (۲) ۴۸ (۳) ۶۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

تعداد مقسوم‌علیه‌های عدد طبیعی A:

برای تعیین تعداد مقسوم‌علیه‌های طبیعی عدد A ، باید آن را به عوامل اول تجزیه کنیم. ببینید:

$$A = p_1^{\alpha_1} \times p_2^{\alpha_2} \times \dots \times p_n^{\alpha_n}$$

اگر p_1 یک عامل اول در مقسوم‌علیه باشد می‌تواند دارای توان $0, 1, \dots, \alpha_1$ باشد پس توان p_1 دارای $(\alpha_1 + 1)$ حالت می‌باشد. برای سایر عوامل اول p_2, p_3, \dots, p_n نیز مشابه همین روند، برقرار است، پس طبق اصل ضرب جواب برابر است با:

$$A \text{ عدد طبیعی} = (\alpha_1 + 1)(\alpha_2 + 1) \dots (\alpha_n + 1)$$



هر مقسوم‌علیه عدد داده شده به صورت $5^Z \times 3^Y \times 2^X$ است که در آن $0 \leq X \leq 3, 0 \leq Y \leq 4, 0 \leq Z \leq 2$ و Z, Y, X اعداد حسابی هستند. مقسوم‌علیه‌هایی که بر ۱۵ بخش پذیرند، عامل ۳ و ۵ را باید داشته باشند، پس توان ۳ و ۵ باید حداقل برابر ۱ باشد. بنابراین:

$$\text{اگر مقسوم‌علیه بر ۱۵ بخش پذیر باشد، باید } 0 \leq X \leq 3, 1 \leq Y \leq 4, 1 \leq Z \leq 2 \text{ باشد} \Rightarrow 2^X \times 3^Y \times 5^Z = \text{مقسوم‌علیه‌های عدد } 2^3 \times 3^4 \times 5^2$$

بنابراین X می‌تواند هر کدام از اعداد ۰، ۱، ۲، ۳ و Y می‌تواند هر کدام از اعداد ۱، ۲، ۳، ۴ و Z می‌تواند هر کدام از اعداد ۱، ۲ باشد. پس X, Y و Z به ترتیب دارای ۴، ۴ و ۲ حالت هستند. بنابر اصل ضرب، تعداد مقسوم‌علیه‌های بخش پذیر بر ۱۵ عدد داده شده، برابر $4 \times 4 \times 2 = 32$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۷- چند عدد سه رقمی با ارقام متمایز وجود دارد که فقط یکی از رقم‌های آن زوج است؟

۳۶۰ (۴)

۳۲۰ (۳)

۳۰۰ (۲)

۲۸۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱



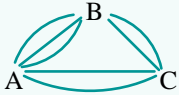
اصل جمع:



در برخی از مسائل نمی‌توانیم تعداد حالت‌های رخ دادن یک عمل را به طور مستقیم محاسبه کنیم و باید مسئله را به چند شاخه تقسیم و آن را حل کنیم و بعد جواب‌ها را با هم جمع می‌کنیم.

مثال: به چند طریق می‌توان از نقطه A به C رفت؟

می‌توان به طور مستقیم از A به C یا به طور غیرمستقیم (با عبور از B) از A به C رفت.



طبق اصل جمع $A \rightarrow B \rightarrow C \Rightarrow 3 \times 2 = 6$
 $A \rightarrow C \Rightarrow 2$
 $6 + 2 = 8$

پاسخ تشریحی:

رقم زوج می‌تواند در یکان یا دهگان یا صدگان قرار بگیرد. البته برای صدگان باید رقم صفر را کنار بگذاریم. بنابراین:

$\Rightarrow \frac{4}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{5}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{5}{\text{همه ارقام فرد}} = 100$
 به جز رقم دهگان

$\Rightarrow \frac{4}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{5}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{5}{\text{همه ارقام فرد}} = 100$
 به جز رقم یکان

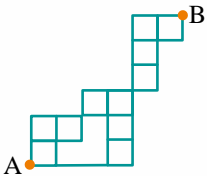
جمع = $100 + 100 + 80 = 280$

$\Rightarrow \frac{4}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{5}{\text{همه ارقام فرد}} \times \frac{4}{\text{همه ارقام فرد}} = 80$
 به جز رقم دهگان

پس ۲۸۰ عدد ۳ رقمی با ارقام متمایز داریم که فقط یک رقم زوج دارند.

گروه آموزشی ماز

۸- در شکل مقابل، می‌خواهیم با حرکت به سمت راست و یا به سمت بالا روی خطوط، از نقطه A به نقطه B برویم. این کار به چند طریق امکان پذیر است؟



- ۱۱۲ (۱)
- ۱۱۹ (۲)
- ۱۲۶ (۳)
- ۱۳۳ (۴)

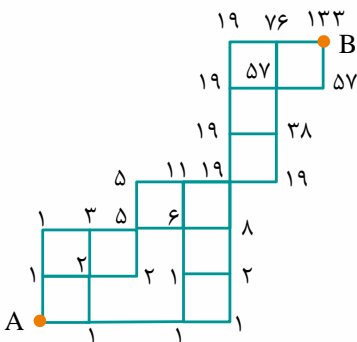
(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴



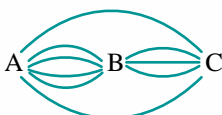
پاسخ تشریحی:

مطابق شکل مقابل، تعداد راه‌های رسیدن به هر نقطه از نقطه A را مشخص می‌کنیم. تعداد راه‌های رسیدن به هر نقطه، طبق اصل جمع برابر است با مجموع تعداد راه‌های رسیدن به آن نقطه از سمت چپ آن و تعداد راه‌های رسیدن به آن نقطه از پایین آن. بنابراین تعداد راه‌های رسیدن از نقطه A به B برابر ۱۳۳ می‌باشد.



گروه آموزشی ماز

۹- در شکل مقابل، راه‌های موجود بین شهرهای A، B و C رسم شده‌اند. به چند طریق می‌توانیم از A به C برویم و برگردیم به طوری که از هیچ کدام از جاده‌ها بیشتر از یک بار استفاده نکنیم؟



- ۱۲۲ (۱)
- ۱۹۶ (۲)
- ۱۸۲ (۳)
- ۱۶۸ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی:

می‌توانیم از شهر A به صورت مستقیم (بدون عبور از شهر B) و یا به طور غیرمستقیم (با عبور از شهر B) به شهر C برویم و با همین روند به طور مستقیم یا غیرمستقیم از C به A برگردیم. با اصل جمع مسئله را به چند حالت تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{1} A$	$2 \times 1 = 2$	} $122 =$ طبق اصل جمع
$A \xrightarrow{2} C \xrightarrow{3} B \xrightarrow{2} A$	$2 \times 3 \times 4 = 24$	
$A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} A$	$4 \times 3 \times 2 = 24$	
$A \xrightarrow{4} B \xrightarrow{3} C \xrightarrow{2} B \xrightarrow{3} A$	$4 \times 3 \times 2 \times 3 = 72$	

گروه آموزشی ماز

۱۰- چند عدد ۶ رقمی با ارقام ۲ و ۵ می‌توان نوشت که بر ۳ بخش پذیر باشد؟

۱۲۰ (۴)

۱۰۸ (۳)

۶۴ (۲)

۳۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی:

فرض کنید در ساخت عدد موردنظر از n رقم ۲ و n-۶ رقم ۵ استفاده شود. در این صورت مجموع ارقام این عدد برابر است با:

$$n \times 2 + (6-n) \times 5 = 2n + 30 - 5n = 30 - 3n = 3 \times (10 - n)$$

بنابراین مجموع ارقام چنین عددی همواره بر ۳ بخش پذیر است و در نتیجه خود عدد هم بر ۳ بخش پذیر است. بنابراین کافی است تمام عددهای شش رقمی که با ارقام ۲ و ۵ می‌توان نوشت را حساب کنیم.

$$64 = \frac{2}{5,2} \times \frac{2}{5,2} \times \frac{2}{5,2} \times \frac{2}{5,2} \times \frac{2}{5,2} \times \frac{2}{5,2} \Rightarrow \text{تعداد کل اعداد ۶ رقمی ساخته شده با ارقام ۲, ۵}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- چند عدد سه رقمی زوج و بزرگ‌تر از ۶۸۵ وجود دارد که ارقام آن متمایز هستند؟

۱۱۸ (۴)

۱۱۷ (۳)

۱۱۶ (۲)

۱۱۵ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی:

مسئله را به چند حالت تقسیم می‌کنیم. ببینید:

عددی وجود ندارد. $\frac{1}{6} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8} \frac{1}{8}$

(۱) رقم صدگان ۶ و رقم دهگان ۸ باشد:

$$\frac{1}{6} \times \frac{1}{9} \times \frac{4}{8} = 4$$

(۲) رقم صدگان ۶ و رقم دهگان ۹ باشد:

$$\frac{1}{8} \times \frac{8}{\text{همه ارقام}} \times \frac{4}{\text{۰, ۲, ۴, ۶}} = 32$$

به جز رقم یکان و صدگان

(۳) رقم صدگان ۸ باشد:

$$\frac{2}{7,9} \times \frac{8}{\text{همه ارقام}} \times \frac{5}{\text{۰, ۲, ۴, ۶, ۸}} = 80$$

به جز رقم یکان و صدگان

(۴) رقم صدگان ۷ یا ۹ باشد:

بنابراین طبق اصل جمع، تعداد اعداد موردنظر برابر $4 + 32 + 80 = 116$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر $\frac{(n+1)! + (n-1)!}{n!} = \frac{21}{4}$ باشد، مقدار $n! - (n-1)!$ کدام است؟

۶۰۰ (۴)

۹۶ (۳)

۱۸ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲



فاکتوریل:



حاصل ضرب اعداد طبیعی از ۱ تا n را با نماد n! نشان می‌دهیم. ببینید:

$$n! = 1 \times 2 \times 3 \times \dots \times n$$

$$1! = 1$$

$$2! = 1 \times 2 = 2$$

$$3! = 1 \times 2 \times 3 = 6$$

⋮

می‌توان به سادگی نشان داد که $n! = n \times (n-1)!$ می‌باشد. این نکته برای ساده‌سازی در محاسبات خیلی به کار می‌آید:

$$n! = \underbrace{1 \times 2 \times 3 \times \dots \times (n-1)}_{(n-1)!} \times n \Rightarrow n! = n \times (n-1)!$$

برای حل معادلاتی که در آن‌ها فاکتوریل می‌بنیم، باید معادله را طوری ساده کنیم که فاکتوریل از بین برود که معمولاً پس از ساده‌سازی با یک معادله چندجمله‌ای سروکار داریم و با حل آن، مجهول معادله (n) به دست می‌آید.

پاسخ سریعی:

$$\frac{(n+1)! + (n-1)!}{n!} = \frac{(n+1)n(n-1)! + (n-1)!}{n(n-1)!} = \frac{\cancel{(n-1)!} \cdot ((n+1)n + 1)}{\cancel{(n-1)!} \cdot n} = \frac{21}{4}$$

$$\Rightarrow 4n^2 + 4n + 4 = 21n \Rightarrow 4n^2 - 17n + 4 = 0 \Rightarrow (4n-1)(n-4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 4 \text{ قق} \\ n = \frac{1}{4} \text{ غقق} \end{cases}$$

$$n = 4 \Rightarrow n! - (n-1)! = 4! - 3! = 24 - 6 = 18$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۳- ۴ کتاب با موضوع ریاضی، ۳ کتاب با موضوع فیزیک و ۲ کتاب با موضوع شیمی را به چند طریق می‌توان در یک قفسه پشت سرهم چید به طوری که کتاب‌های هم موضوع کنار هم باشند؟ (کتاب‌های هم موضوع، متفاوت هستند).

۱۲۶۰ (۴)

۱۱۵۲ (۳)

۱۷۲۸ (۲)

۵۷۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲



جایگشت:



هر طریقه قرار گرفتن n شیء متمایز در یک ردیف و در کنار هم را یک جایگشت خطی از آن n شیء می‌گوییم. جایگشت خطی n شیء متمایز برابر n! است. اگر در مسائل مربوط به جایگشت خطی اشیاء، چند شیء بخواهند کنار هم باشند اصطلاحاً اشیاء را به هم می‌بندیم و به عنوان یک شیء در نظر می‌گیریم. سپس جایگشت اشیاء کلی را در جایگشت اشیاء داخل دسته، ضرب می‌کنیم.

مثال: ۳ مهندس، ۴ پزشک را به چند طریق می‌توان در یک ردیف صندلی کنار هم نشان داد به طوری که مهندس‌ها کنار هم باشند؟

پزشک، پزشک، پزشک، مهندس، مهندس، مهندس، پزشک، پزشک

۳ مهندس را در یک بسته کنار هم قرار می‌دهیم. ببینید:

کل دسته مهندس‌ها را یک شیء در نظر می‌گیریم. بنابراین:

جایگشت کلی افراد



$$\uparrow \text{ جواب} = 5! \times 3!$$

↓ جایگشت افراد داخل دسته

پاسخ سریعی:

کتاب‌های هم‌موضوع را در ۳ بسته قرار می‌دهیم. ببینید:

شیمی، شیمی (شیمی، ریاضی، ریاضی، ریاضی، فیزیک، فیزیک، فیزیک)

جایگشت‌های کتاب‌های فیزیک داخل بسته

جایگشت‌های کتاب‌های شیمی داخل بسته

$$3! \times 3! \times 4! \times 2! = 6 \times 6 \times 24 \times 2 = 1728$$

جایگشت کلی اشیاء

جایگشت‌های کتاب‌های ریاضی داخل بسته

بنابراین جواب برابر است با:

۱۴- در چند جایگشت از حروف کلمه **today** حروف **t** و **d** کنار هم قرار می‌گیرند ولی حروف **a** و **y** کنار هم قرار نمی‌گیرند؟

۲۴ (۴)

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۴



تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن ۲ حرف **t** و **d** کنار هم هستند، را محاسبه می‌کنیم:

$$a, \boxed{d, t}, y, o \Rightarrow 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن حرف **t** و **d** کنار هم و حروف **a** و **y** نیز کنار هم باشند، برابر است با:

$$a, y, o, \boxed{t, d} \Rightarrow 3! \times 2! \times 2! = 24$$

طبق اصل متمم، تعداد جایگشت‌هایی از حروف کلمه **today** که در آن ۲ حرف **t** و **d** کنار هم باشند ولی حروف **a** و **y** کنار هم نباشند، برابر است با:

$$\text{جواب} = 48 - 24 = 24$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- شش کتاب با موضوعات متمایز را به چند طریق می‌توان در یک قفسه پشت سر هم قرار داد به طوری که کتاب ریاضی بین کتاب‌های فیزیک و شیمی

(نه لزوماً چسبیده به آن‌ها) قرار گرفته باشد؟

۴۸۰ (۴)

۲۴۰ (۳)

۳۲۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۳



شش کتاب را به ۶ حالت، می‌توان پشت هم قرار داد. در یک سوم حالت‌ها، کتاب ریاضی بین کتاب‌های فیزیک و شیمی و در یک سوم حالت‌ها، کتاب فیزیک بین کتاب‌های ریاضی و شیمی و در یک سوم دیگر حالت‌ها، کتاب شیمی بین کتاب‌های ریاضی و فیزیک قرار می‌گیرد. پس تعداد حالت‌های مطلوب برابر

$$\frac{1}{3} \times 6! = \frac{1}{3} \times 720 = 240$$

است با:

گروه آموزشی ماز

۱۶- با ارقام ۵، ۴، ۳، ۲، ۱ تمام اعداد چهار رقمی با ارقام متمایز را می‌نویسیم. مجموع عددهای نوشته شده، کدام است؟

۷۹۹۹۲۱ (۴)

۱۵۹۹۸۴ (۳)

۱۸۶۶۴۸ (۲)

۹۳۳۲۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۱



تعداد اعداد چهار رقمی با ارقام متمایز، برابر $4! = 24$ می‌باشد. از طرف دیگر این ۲۴ عدد را می‌توان ۱۲ جفت عدد در نظر گرفت که مجموع هر جفت برابر

$$\begin{array}{r} 2345 \\ + 5432 \\ \hline 7777 \end{array} \quad \begin{array}{r} 3254 \\ + 4523 \\ \hline 7777 \end{array}$$

مقداری ثابت است. مانند:

بنابراین ۱۲ جفت عدد داریم که مجموع هر جفت برابر ۷۷۷۷ است. پس مجموع تمام اعداد نوشته شده برابر است با:

$$12 \times 7777 = 93324$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- اگر ${}^2p(n, 2) = \Delta {}^3p(n, 3)$ باشد، مقدار ${}^3p(n, 3)$ کدام است؟

۲۱۰ (۴)

۱۲۰ (۳)

۶۰ (۲)

۲۴ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)

پاسخ: گزینه ۲

تبدیل r شیء از n شیء:



تعداد جایگشت‌های r شیء از n شیء متمایز را تبدیل r شیء از n شیء می‌گوییم و آن را با $p(n, r)$ نمایش می‌دهیم. بنابراین:

$$p(n, r) = \frac{n!}{(n-r)!}$$



$${}^3P(n, 2) = {}^5P(n-1, 2) \Rightarrow 3 \times \frac{n!}{(n-2)!} = 5 \times \frac{(n-1)!}{(n-1-2)!} \Rightarrow 3 \times \frac{n(n-1) \times \cancel{(n-2)!}}{(n-2)!} = 5 \times \frac{(n-1) \times (n-2) \times \cancel{(n-3)!}}{(n-3)!}$$

$$\Rightarrow 3n(n-1) = 5(n-1) \times (n-2) \Rightarrow \begin{cases} n-1=0 \Rightarrow n=1 \text{ غ ق ق} \\ 3n = 5(n-2) \Rightarrow 5n-10=3n \Rightarrow 2n=10 \Rightarrow n=5 \text{ ق ق} \end{cases}$$

$$P(5, 3) = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{2!} = \frac{120}{2} = 60$$

پس حاصل $P(n, 3)$ به ازای $n=5$ برابر است با:

می توانستیم معادله را به روش دیگری حل کنیم مثلاً صورت ۲ کسر را با هم و مخرج ۲ کسر را نیز با هم در ۲ طرف تساوی ساده کنیم و بعد معادله را حل کنیم.

گروه آموزشی ماز

۱۸- در چند جایگشت چهار حرفی از حروف کلمه **logarithm** حرف **m** وجود دارد ولی حرف **t** وجود ندارد؟

- ۵۰۴ (۱) ۷۲۰ (۲) ۸۴۰ (۳) ۹۶۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۶)



ابتدا حرف **m** را به چهار حالت در یکی از چهارخانه قرار می دهیم:

سپس در سه خانه دیگر، باید ۳ تا از ۷ حرف **h, i, r, a, g, o, l** قرار بگیرد که این کار نیز به $P(7, 3)$ حالت امکان پذیر است. پس تعداد جایگشت های مطلوب

$$4 \times P(7, 3) = 4 \times \frac{7!}{(7-3)!} = 4 \times \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4!} = 4 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 = 840$$

برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۱۹- به چند طریق می توان ۴ مداد و ۳ خودکار متمایز را بین ۶ دانش آموز پسر و ۶ دانش آموز دختر توزیع کرد به طوری که به هر نفر حداکثر یک مداد یا

خودکار برسد و به هیچ دختری مداد نرسد؟

- ۲ × ۷! (۱) ۳ × ۷! (۲) ۲ × ۸! (۳) ۳ × ۸! (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)



۴ مداد را باید بین ۴ دانش آموز از ۶ دانش آموز پسر توزیع کنیم که این کار به $P(6, 4)$ حالت امکان پذیر است. سپس باید ۳ خودکار را بین ۳ نفر از ۸ نفر باقی مانده تقسیم کنیم که این کار به $P(8, 3)$ حالت امکان پذیر است. پس تعداد حالت های تقسیم مدادها و خودکارها بین دانش آموزان با شرایط مورد نظر برابر

$$P(6, 4) \times P(8, 3) = \frac{6!}{2!} \times \frac{8!}{5!} = \frac{6 \times 5!}{2!} \times \frac{8!}{5!} = 3 \times 8!$$

است با:

گروه آموزشی ماز

۲۰- تعداد اعداد **n** رقمی با رقم های متمایز که رقم های اول و آخر آن فرد هستند برابر $\frac{8!}{36}$ است. تعداد اعداد **n-1** رقمی با همین ویژگی چند تا می باشد؟

- ۶۰ (۱) ۱۲۰ (۲) ۱۶۰ (۳) ۱۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۶)



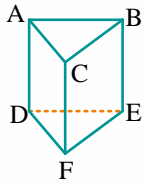
ارقام اول و آخر را باید از بین پنج رقم فرد انتخاب کنیم که این کار به $P(5, 2)$ حالت امکان پذیر است. $n-2$ رقم دیگر را می توانیم از بین ۸ رقمی باقی مانده انتخاب کنیم که این کار به $P(8, n-2)$ حالت امکان پذیر است. بنابراین تعداد اعداد مورد نظر برابر است با: $P(5, 2) \times P(8, n-2)$. پس:

$$P(5, 2) \times P(8, n-2) = \frac{8!}{36} \Rightarrow \frac{5!}{(5-2)!} \times \frac{8!}{36} = \frac{8!}{36} \Rightarrow \frac{20}{(10-n)!} = \frac{1}{36} \Rightarrow (10-n)! = 720$$

$$\Rightarrow (10-n)! = 6! \Rightarrow 10-n = 6 \Rightarrow n = 4$$

$$P(5, 2) \times P(8, 1) = \frac{5!}{3!} \times \frac{8!}{7!} = 20 \times 8 = 160$$

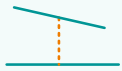
بنابراین تعداد اعداد $n-1$ رقمی (۳ رقمی) با ویژگی ذکر شده برابر است با:



- ۲۱- در منشور سه پهلو روبرو، کدام خطوط دوجه دو متنافر هستند؟
- (۱) AB, AC, BC
 - (۲) AD, CF, BE
 - (۳) AD, EF, BC
 - (۴) CD, EF, AB

(آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴



دو خط متنافر:

دو خط که نقطه اشتراکی ندارند و هیچ صفحه‌ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آن‌ها باشد را دو خط متنافر می‌گویند.

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) یال‌های AB, AC و BC دوجه دو متقاطع هستند.
- ۲) یال‌های BE, CF و AD دوجه دو موازی هستند.
- ۳) یال AD با دو یال BC و EF متنافر است ولی یال‌های BC و EF با یکدیگر موازی‌اند.
- ۴) یال‌های AB و EF متنافرند. همچنین هر دوی این یال‌ها با خط گذرنده از نقاط C و D متنافرند.

گروه آموزشی ماز

۲۲- در کدام یک از حالت‌های زیر، لزوماً یک صفحه منحصر به فرد مشخص نمی‌شود؟

- (۱) دو خط متقاطع
- (۲) دو خط موازی
- (۳) سه نقطه متمایز غیرهم‌راستا
- (۴) یک خط و یک نقطه

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

در فضا، از دو خط متقاطع، دو خط موازی، سه نقطه متمایز که روی یک خط نباشند و همچنین یک خط و یک نقطه خارج آن، دقیقاً یک صفحه می‌گذرد. ببینید:



در گزینه ۴ وضعیت نقطه نسبت به خط نامشخص است. در صورتی که نقطه روی خط قرار داشته باشد، بی‌شمار صفحه در فضا از آن خط و نقطه عبور می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر L و L' دو خط باشند، آن‌گاه فقط یک صفحه شامل خط L وجود دارد که با خط L' موازی باشد.

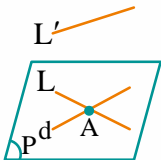
- (۱) موازی
- (۲) متقاطع
- (۳) متنافر
- (۴) منطبق

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

فرض کنید L و L' دو خط متنافر باشند. از یک نقطه واقع بر خط L، خط d را موازی با L' رسم می‌کنیم. صفحه شامل دو خط L و d، تنها صفحه شامل خط L است که با خط L' موازی می‌باشد.



گروه آموزشی ماز

۲۴- اگر یکی از ساق‌های دوزنقه‌ای به تمامی، درون صفحه P باشد، ساق دیگر دوزنقه چه تعداد از وضعیت‌های زیر را نسبت به صفحه P می‌تواند داشته باشد؟

- الف: منطبق بر P
- ب: متقاطع با P
- ج: موازی با P
- د: هیچ

(۴) ۳

(۳) ۲

(۲) ۱

(۱) هیچ

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

ساق‌های یک دوزنقه همواره متقاطع‌اند. اگر یکی از دو خط متقاطع d و d' به تمامی در صفحه P قرار داشته باشد، آن‌گاه خط دیگر یا کاملاً درون صفحه P قرار دارد و یا با صفحه P متقاطع است ولی نمی‌تواند با صفحه P موازی باشد (چون یکی از خط‌های صفحه P را قطع کرده است).

گروه آموزشی ماز

۲۵- کدام یک از گزاره‌های زیر، همواره درست است؟

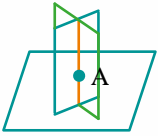
- ۱) از یک نقطه خارج یک صفحه، بی‌شمار صفحه می‌توان بر صفحه مفروض عمود رسم کرد.
- ۲) هرگاه خطی در فضا یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند.
- ۳) هرگاه خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متنافر است.
- ۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، تنها یک خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

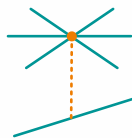
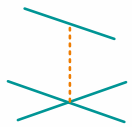
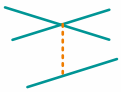
پاسخ: گزینه ۱

بررسی گزینه‌ها:

۱) از هر نقطه خارج از یک صفحه، می‌توان خطی بر آن صفحه عمود رسم کرد. هر صفحه شامل این خط، بر صفحه، مفروض عمود است. پس این گزاره همواره درست است.



۲) در یک صفحه، اگر خطی یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می‌کند، ولی این موضوع در فضا الزاماً برقرار نیست.



۳) اگر خطی با یکی از دو خط متنافر، موازی باشد، با خط دیگر متقاطع یا متنافر است.

۴) از هر نقطه غیرواقع بر یک خط، بی‌شمار خط متنافر با آن خط می‌گذرد.

گروه آموزشی ماز

۲۶- صفحه P شامل دو خط موازی d_1 و d_2 است. اگر نقطه A خارج صفحه P باشد، چند خط در فضا وجود دارد که از نقطه A گذشته و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع می‌کند؟

بی‌شمار (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

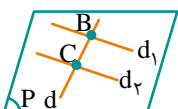
هیچ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

فرض کنید خط d هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کرده باشد، در این صورت، نقاط تقاطع خط d با این دو خط (نقاط B و C) در صفحه، P قرار دارد. می‌دانیم اگر نقطه از خطی درون یک صفحه قرار داشته باشد، آن خط به تمامی درون آن صفحه قرار دارد، پس خط d به طور کامل درون صفحه P است و نمی‌تواند از نقطه A (خارج از صفحه، P) عبور کند، یعنی هیچ خطی در فضا وجود ندارد که از A گذشته و هر دو خط d_1 و d_2 را قطع کند.



گروه آموزشی ماز

۲۷- چند صفحه در فضا وجود دارد که بر ۲ خط متنافر d و d' عمود باشد؟

(۴ بی شمار

(۳ ۲

(۲ ۱

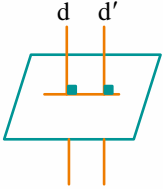
(۱ صفر

(متوسط - مفهومی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

فرض کنید دو خط d و d' بر صفحه P عمود باشند، در این صورت این دو خط، موازی یکدیگر خواهند بود که در تناقض با فرض متنافر بودن خطوط d و d' است، بنابراین هیچ صفحه‌ای در فضا وجود ندارد که بر دو خط متنافر d و d' عمود باشد.



گروه آموزشی ماز

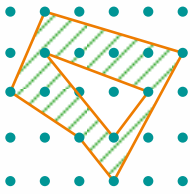
۲۸- در شکل مقابل، مساحت ناحیه سایه زده کدام است؟

(۱ ۷/۵

(۲ ۸

(۳ ۸/۵

(۴ ۹



(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

نقاط شبکه‌ای و مساحت:

نقاط شبکه‌ای نقاطی هستند که در صفحه روی خطوط افقی و عمودی قرار دارند و فاصله‌شان از هم ۱ واحد است. چندضلعی شبکه‌ای، چندضلعی است که رئوس آن روی نقاط شبکه‌ای باشد. مطابق نظریه پیک، مساحت هر چند ضلعی شبکه‌ای از رابطه $S = \frac{b}{2} + i - 1$ به دست می‌آید که در آن b تعداد نقاط مرزی یا همان تعداد نقاط روی اضلاع می‌باشد و i تعداد نقاط درونی چندضلعی شبکه‌ای است.

پاسخ تشریحی:

مساحت چهارضلعی بیرونی و درونی را محاسبه می‌کنیم:

در چندضلعی بزرگ‌تر، تعداد نقاط مرزی و درونی به ترتیب $b = 6$ و $i = 9$ است:

$$S = \frac{b}{2} + i - 1 = \frac{6}{2} + 9 - 1 = 11$$

در چندضلعی کوچک‌تر، تعداد نقاط مرزی و درونی به ترتیب $b' = 4$ و $i' = 1$ است:

$$S' = \frac{b'}{2} + i' - 1 = \frac{4}{2} + 1 - 1 = 2$$

$$\text{مساحت بین دو چندضلعی برابر است با: } S - S' = 11 - 2 = 9$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در یک چندضلعی شبکه‌ای، حاصل ضرب تعداد نقاط مرزی و درونی برابر ۱۸ است. اختلاف بیشترین و کمترین مساحت ممکن برای این چندضلعی کدام است؟

(۴ ۵

(۳ ۴/۵

(۲ ۴

(۱ ۳/۵

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

اگر تعداد نقاط مرزی و درونی را به ترتیب با b و i نمایش دهیم، آن‌گاه $i \times b = 18$ است. با توجه به فرمول پیک و با در نظر گرفتن شرط $b \geq 3$ ، حالت‌های زیر امکان‌پذیر است:

$$1) b = 18, i = 1 \Rightarrow S = \frac{18}{2} + 1 - 1 = 9$$

$$2) b = 9, i = 2 \Rightarrow S = \frac{9}{2} + 2 - 1 = 5/2$$

$$۳) b = ۶, i = ۳ \Rightarrow S = \frac{۶}{۲} + ۳ - ۱ = ۵$$

$$۴) b = ۳, i = ۶ \Rightarrow S = \frac{۳}{۲} + ۶ - ۱ = ۶/۵$$

$$S_{\max} - S_{\min} = ۹ - ۵ = ۴$$

پس $S_{\max} = ۹$ و $S_{\min} = ۴$ است. پس:

گروه آموزشی ماز

۳۰- چندضلعی شبکه‌ای A، ۸ نقطه درونی بیشتر و ۴ نقطه مرزی کمتر از چندضلعی شبکه‌ای B دارد. اگر مساحت چندضلعی شبکه‌ای A، $۲/۵$ برابر مساحت چندضلعی شبکه‌ای B باشد، حداکثر تعداد نقاط مرزی چندضلعی شبکه‌ای B کدام است؟

۱۰ (۴)

۸ (۳)

۶ (۲)

۴ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۰۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

فرض کنید چندضلعی شبکه‌ای B، دارای b نقطه مرزی و i نقطه درونی باشد. در این صورت، چندضلعی شبکه‌ای A، $b - ۴$ نقطه مرزی و $i + ۸$ نقطه درونی دارد. طبق فرمول پیک داریم:

$$S_B = \frac{b}{۲} + i - ۱$$

$$S_A = \frac{b-۴}{۲} + (i+۸) - ۱ = \left(\frac{b}{۲} + i - ۱\right) + ۶ = S_B + ۶$$

$$\Rightarrow S_A = ۲/۵ S_B \Rightarrow S_B + ۶ = ۲/۵ S_B \Rightarrow ۱/۵ S_B = ۶ \Rightarrow S_B = ۴ \Rightarrow \frac{b}{۲} + i - ۱ = ۴ \Rightarrow \frac{b}{۲} + i = ۵ \Rightarrow b + ۲i = ۱۰$$

پس چندضلعی شبکه‌ای B حداکثر ۱۰ نقطه مرزی دارد.

گروه آموزشی ماز

۳۱- چند عبارت از عبارتهای زیر درست است؟

- الف: دما کمیتی است که مقدار انرژی درونی کل یک جسم را نشان می‌دهد.
- ب: فشار و تابش گرمایی از کمیت‌های دماسنجی هستند.
- ج: کمیت دماسنجی در دماسنج‌های الکلی، تغییر حجم الکل است.
- د: دماسنج پیشینه - کمینه، یکی از دماسنج‌های معیار است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲

(آسان - حفظی و براساس متن کتاب - ۱۰۰۴)

انرژی درونی

به مجموع انرژی‌های جنبشی و پتانسیل کلیه ذره‌های یک جسم «انرژی درونی» آن جسم می‌گویند.

نکته ۱:

انرژی درونی متوسط یک ذره به طور مستقیم قابل اندازه‌گیری نیست، اما کمیت دیگری به نام دما با این کمیت رابطه مستقیم دارد.

نکته ۲:

ممکن است انرژی درونی یک ماده از انرژی درونی ماده دیگر کمتر باشد ولی انرژی جنبشی متوسط ذرات آن از انرژی جنبشی متوسط ذرات ماده دیگر بیشتر باشد. برای مثال انرژی جنبشی متوسط یک لیوان آب داغ از انرژی جنبشی متوسط ذرات آب دریا بیشتر است ولی انرژی درونی آب لیوان در مقابل انرژی درونی آب کل دریا ناچیز است.

دما

درجه گرمی هر جسم را دمای آن جسم می‌نامند و کمیتی نسبی و مقایسه‌ای است و میزان گرمی و سردی اجسام را نشان می‌دهد.

گرما

اگر دو جسم که با هم اختلاف دما داشته باشند، در تماس گرمایی با یکدیگر قرار بگیرند، مقداری انرژی از جسم گرم‌تر به جسم سردتر منتقل می‌شود. این انرژی انتقال یافته را گرما می‌گویند.

نکته:

گرمای موجود در یک جسم، یک عبارت اشتباه است. گرما انرژی منتقل شده است، نه انرژی موجود در جسم.

دماسنج

وسیله اندازه‌گیری دما یا به عبارتی اختلاف دما می‌باشد.

کمیت‌های دماسنجی

کمیت‌هایی هستند که برای اندازه‌گیری و مقایسه دما از آن‌ها استفاده می‌شوند مثلاً تغییر دمای یک جسم روی برخی از ویژگی‌های آن تأثیر می‌گذارد. مثلاً تغییر طول، تغییر حجم، فشار، تابش گرمایی، تغییر رنگ، تغییر مقاومت الکتریکی و ...

نکته: در دماسنج‌های الکلی و جیوه‌ای کمیت دماسنجی تغییر حجم الکل و جیوه است.

نقاط ثابت دماسنجی

معمولاً برای ساختن دماسنج‌ها به دو دمای ثابت و قابل دسترس نیاز داریم که به آن‌ها نقاط ثابت دماسنجی می‌گویند و به هر یک از آن‌ها عددی نسبت می‌دهند.

دماسنج معیار

دانشمندان به خاطر کارهای علمی و دقیق در گستره‌ی دماهای مختلف، سه نوع دماسنج را به عنوان دماسنج معیار انتخاب کردند: دماسنج گازی، دماسنج مقاومت پلاتینی و تفسنج.

اساس کار دماسنج گازی، قانون گازهای کامل، اساس کار دماسنج مقاومت پلاتینی، تغییر مقاومت الکتریکی بر اثر تغییر دما و اساس کار تفسنج‌ها تابش گرمایی است.

دماسنج ترموکوپل

یکی از دماسنج‌های مهم است که در گذشته به عنوان دماسنج معیار به کار می‌رفته است، اما به دلیل دقت کمتر نسبت به دماسنج‌های معیار کنار گذاشته شده است، با این همه، همچنان کاربرد زیادی در صنعت و آزمایشگاه دارد.

این دماسنج، نوع خاصی از دماسنج‌ها می‌باشد و از دو نوع سیم متفاوت A و B تشکیل شده است که در دو نقطه مانند M و N به هم اتصال داشته و در مسیر یکی از این سیم‌ها یک ولت‌سنج و یا یک آمپرسنج حساس به کار رفته است. هنگامی که دو نقطه M و N در دو دمای متفاوت قرار می‌گیرند، عقربه ولت‌سنج و آمپرسنج منحرف شده و عددی را نشان می‌دهند. مقدار ولتاژ و شدت جریان را می‌توان بر حسب اختلاف دمای دو نقطه M و N تنظیم نمود.



طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

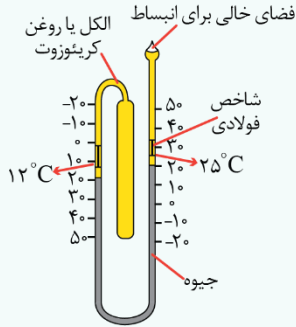
طرحی از یک دماسنج ترموکوپل

برتری دماسنج ترموکوپل نسبت به دماسنج‌های دیگر

- ۱- کوچک بودن محل اتصال سیم‌ها باعث می‌شود که اتصال به سرعت به تغییر دما پاسخ دهد.
- ۲- خروجی این دماسنج، یک علامت الکتریکی (یک جریان) است که می‌تواند در دستگاه‌های هشداردهنده تغییرات ناگهانی دما و یا وسیله‌های ثبت‌کننده بی‌بسته‌ی تغییرات دما به کار رود.
- ۳- این دماسنج نسبت به خیلی از دماسنج‌ها حساس‌تر است، به طوری که تغییر دمای 0.001°C را می‌تواند نشان دهد.
- ۴- از این دماسنج می‌توان برای اندازه‌گیری دماهای بالا تا حدود 1500°C به کار برد. برای این منظور برای سیم‌های A و B از فلزهای ویژه‌ای باید استفاده نمود. گستره دماسنج ترموکوپلی از آلیاژهای آلومل (ترکیبی از نیکل، آلومینیوم و منگنز) و کرومل (ترکیبی از نیکل، کروم) از 270°C تا 1372°C است.

دماسنج فرینه (ماکزیمم و مینیمم)

- این دماسنج نوع خاصی از دماسنج‌های مایعی است که (ماکزیمم) بیشینه و (مینیمم) کمینه دما را در مدت یک شبانه‌روز نشان می‌دهد و شکل آن به صورت زیر است.
- ۱- باریکه جیوه به علت انبساط مخزن پر از الکل، در لوله U شکل با فشار عبور داده می‌شود.
 - ۲- در هر طرف لوله روی سطح جیوه یک شاخص فولادی قرار دارد.
 - ۳- هنگامی که دما بالا می‌رود، به سبب انبساط الکل، جیوه در سمت راست لوله بالا می‌رود. و شاخص فولادی سمت راست را بالا می‌برد.
 - ۴- پایین شاخص فولادی لوله سمت راست که با جیوه تماس داشته است؛ بالاترین دما (دمای بیشینه) را نشان می‌دهد.
 - ۵- هنگامی که الکل به علت کاهش دما، منقبض می‌شود، جیوه از طرف چپ لوله U شکل بالا می‌رود و شاخص فولادی دیگری را در این طرف لوله بالا می‌راند. پایین این شاخص که با جیوه در تماس است، پائین‌ترین دما (دمای کمینه) را نشان می‌دهد.
 - ۶- با استفاده از آهنربا، این دو شاخص به سطح جیوه برگردانده می‌شوند.



با توجه به مطالب درسنامه و عبارات مربوط به سؤال به سادگی می‌توان دید که عبارتهای ((ب)) و ((ج)) درست هستند.

گروه آموزشی ماز

۳۲- هنگامی که دمای یک جسم بر حسب درجه سلسیوس ۲۰ درصد افزایش می‌یابد، دمای جسم به ۸۶ درجه فارنهایت می‌رسد. دمای اولیه جسم چند درجه

کلوین بوده است؟

۳۳۶ (۴)

۳۲۲ (۳)

۳۱۲ (۲)

۲۹۸ (۱)

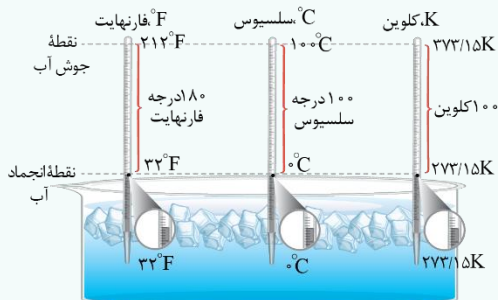
(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

مقیاس‌های دماسنج

دماسنج را به صورت‌های مختلف درجه‌بندی می‌کنند از جمله درجه‌بندی سلسیوس، درجه‌بندی کلوین، درجه‌بندی فارنهایت و یکای درجه سلسیوس را با $^{\circ}\text{C}$ و درجه فارنهایت را با $^{\circ}\text{F}$ و کلوین را با K نشان می‌دهند.

اگر دما بر حسب سلسیوس را با $\theta(^{\circ}\text{C})$ یا θ و بر حسب فارنهایت را با $F(^{\circ}\text{F})$ یا F و کلوین را با $T(\text{K})$ یا T نشان دهیم، رابطه بین این درجه‌بندی‌ها به صورت زیر است.



$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273.15$$

$$F(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} \theta(^{\circ}\text{C}) + 32 = 1/8 \theta(^{\circ}\text{C}) + 32$$

نکته:

برای کلوین برخلاف درجه سانتی گراد از واژه درجه استفاده نمی‌کنیم و در یکا هم تنها K بدون درجه $(^{\circ})$ نوشته می‌شود.

تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و کلوین با هم برابرند. $\Delta T(\text{K}) = \Delta \theta(^{\circ}\text{C})$

در هیچ دمایی، دماسنج‌های سلسیوس و کلوین عددهای یکسان نشان نمی‌دهند.

تغییر دما در مقیاس‌های سلسیوس و فارنهایت به صورت زیر است:

$$\Delta F(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5} \Delta \theta(^{\circ}\text{C})$$



مثال:

دماسنجی دمای یک جسم را 35°C نشان می‌دهد. دمای این جسم چند کلوین و چند درجه فارنهایت است.

پاسخ:

$$T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \Rightarrow T(\text{K}) = 35 + 273 = 308\text{K}$$

$$F(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}\theta(^{\circ}\text{C}) + 32 = \frac{9}{5} \times 35 + 32 = 95^{\circ}\text{F}$$



با توجه به رابطه تغییر دما بین درجه‌بندی‌های فارنهایت و سلسیوس داریم:

$$\Delta F(^{\circ}\text{F}) = \frac{9}{5}\Delta\theta(^{\circ}\text{C}) \rightarrow \Delta F = \frac{9}{5}(\cdot/2\theta_1) \rightarrow F_2 - F_1 = \frac{9}{5}(\cdot/2\theta_1)$$

با توجه به رابطه بین دما در درجه‌بندی‌های فارنهایت و سلسیوس ($F = \frac{9}{5}\theta + 32$) داریم:

$$\rightarrow 86 - (\frac{9}{5}\theta_1 + 32) = \frac{9}{5}\theta_1$$

$$\rightarrow 86 - (\frac{9}{5}\theta_1 + 32) = \frac{9}{5}\theta_1 \rightarrow 54 = \frac{9}{5}\theta_1 \rightarrow \theta_1 = 30^{\circ}\text{C}$$

با توجه به رابطه دما بین درجه‌بندی‌های کلوین و سلسیوس ($T = \theta + 273$) داریم:

$$\rightarrow T(\text{K}) = \theta(^{\circ}\text{C}) + 273 \rightarrow T_1(\text{K}) = \theta_1(^{\circ}\text{C}) + 273 = 30 + 273 \rightarrow T_1(\text{K}) = 303\text{K}$$

گروه آموزشی ماز

۳۳- هنگامی که دمای یک میله فلزی را از 5°C به 25°C می‌رسانیم طول آن به اندازه d افزایش می‌یابد و هنگامی که دمای این میله را از 5°C به θ_x می‌رسانیم طول آن به اندازه $2d$ افزایش می‌یابد. θ_x چند درجه سلسیوس است؟

۵۵ (۴)

۴۵ (۳)

۴۰ (۲)

۳۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

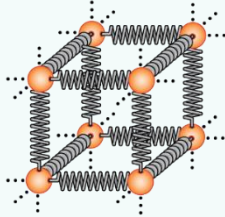
پاسخ: گزینه ۳



انبساط جامدات



اکثر جامدات به هنگام افزایش دما منبسط شده و حجم آن‌ها افزایش می‌یابد. علت انبساط این است که هنگامی که به یک جسم جامد گرما داده می‌شود، مولکول‌های آن انرژی اضافی به دست می‌آورند و ارتعاش آن‌ها شدیدتر می‌شود و برای حرکت به جای بیشتری نیاز دارند در نتیجه با وجود ربایش متقابل مولکول‌ها، هر مولکول می‌کوشد مولکول‌های همسایه خود را اندکی کنار بزند. بنابراین با افزایش دمای جامدها، فاصله بین آن‌ها اندکی افزایش می‌یابد و موجب می‌شود که انبساط صورت گیرد.



تذکر: انبساط در جامدات را می‌توان به سه شکل در نظر گرفت: انبساط خطی (یا طولی) - انبساط سطحی - انبساط حجمی

انبساط طولی (خطی) جسم جامد

فرض کنید یک میله را گرم کنیم، در این صورت طول و قطر آن هر دو افزایش می‌یابند، اگر قطر میله در مقایسه با طول آن کوچک باشد، انبساط طول آن بیشتر مشاهده می‌شود. در این صورت انبساط را، انبساط طولی می‌نامیم.

ضریب انبساط طولی (خطی) جسم جامد

برابر با افزایش طول یکای طول جسم جامد به ازای یک کلوین (سلسیوس) افزایش دماست و آن را با α نشان می‌دهند

$$\alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \Delta\theta} \quad \text{یا} \quad \alpha = \frac{\Delta L}{L_1 \Delta T}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1$$

$$\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$$

L_1 : طول جسم در دمای θ_1

L_2 : طول جسم در دمای θ_2

تذکر: ضریب انبساط خطی اجسام به جنس آن‌ها بستگی داشته و از طریق آزمایش به دست می‌آید و در جدول‌ها موجود می‌باشد. یکای آن $\frac{1}{^{\circ}\text{C}}$ یا $\frac{1}{\text{K}}$ می‌باشد.

تذکر: با استفاده از تعریف ضریب انبساط و فرمول آن می‌توان رابطه زیر را نیز به دست آورد.

$$\Delta L = L_1 \alpha \Delta \theta \rightarrow L_2 - L_1 = L_1 \alpha \Delta \theta \rightarrow L_2 = L_1 + L_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\rightarrow L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta \theta) \rightarrow L_2 = L_1 (1 + \alpha \Delta T)$$

مثال: طول یک میله آلومینیومی در دمای 8°C برابر ۶ سانتی‌متر است. طول این میله در دمای 133°C چند سانتی‌متر می‌شود؟ (ضریب انبساط خطی آلومینیوم را

$$\text{برابر } \frac{1}{K} \times 10^{-5} \text{ در نظر بگیرید.})$$

پاسخ: ابتدا تغییرات طول میله آلومینیوم را به دست می‌آوریم.

با استفاده از طول اولیه و تغییرات طول به دست آمده طول ثانویه میله را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta = 2 \times 10^{-5} \times 6 \times (133 - 8) = 0.15 \text{ cm}$$

$$\Delta L = L_2 - L_1 \rightarrow 0.15 = L_2 - 6 \rightarrow L_2 = 6.15 \text{ cm}$$



با توجه به رابطه $\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$ می‌توان دید که تغییر طول یک میله با تغییر دمای آن متناسب است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \rightarrow \frac{\Delta L'}{\Delta L} = \frac{\Delta \theta'}{\Delta \theta} \rightarrow \frac{2d}{d} = \frac{\theta_x - 5}{25 - 5} \rightarrow \theta_x - 5 = 40 \rightarrow \theta_x = 45^\circ\text{C}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- دمای یک میله فلزی را 200°C افزایش می‌دهیم، در این صورت طول میله 0.5% درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط حجمی این میله در SI کدام است؟

۴) $7/5 \times 10^{-5}$

۳) 5×10^{-5}

۲) 4×10^{-5}

۱) $2/5 \times 10^{-5}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

ضریب انبساط حجمی جسم جامد

افزایش حجم یکای حجم یک جسم جامد را به ازای یک کلوین (یک سلسیوس) افزایش دما را ضریب انبساط حجمی آن جسم می‌نامند و آن را با β نشان می‌دهند

و تقریباً ۳ برابر ضریب انبساط خطی آن جسم می‌باشد و یکای آن $\frac{1}{K}$ یا $\frac{1}{^\circ\text{C}}$ می‌باشد.

$$\Delta V = V_2 - V_1 \quad \text{تغییر حجم}$$

$$V_1 \quad \text{حجم جسم در دمای } \theta_1$$

$$V_2 \quad \text{حجم جسم در دمای } \theta_2$$

$$\beta = 3\alpha = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta \theta}$$

تذکر: با استفاده از تعریف ضریب انبساط حجمی می‌توان روابط زیر را نیز به دست آورد.

$$\Delta V = 3V_1 \alpha \Delta \theta$$

$$\Delta \theta = \frac{\Delta V}{3V_1 \alpha}$$

$$\frac{\Delta V}{V_1} = 3\alpha \Delta \theta$$

$$V_2 = V_1 (1 + 3\alpha \Delta \theta)$$



هرگاه در میان یک قطعه فلز یک سوراخ یا حفره وجود داشته باشد، با گرم نمودن این قطعه فلز، حجم قطعه فلزی و حجم سوراخ یا حفره هر دو افزایش می‌یابند و رابطه تغییر حجم حفره مشابه رابطه تغییر حجم قطعه می‌باشد.

$$\Delta V = 3V_1 \alpha \Delta \theta$$

$$V_1 \quad \text{حجم اولیه حفره}$$

$$\Delta V \quad \text{تغییر حجم حفره}$$

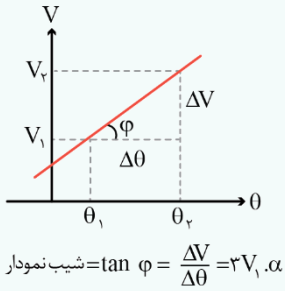
$$\alpha \quad \text{ضریب انبساط خطی جسم جامد}$$

نکته: رابطه تغییر شعاع (یا قطر) یک کره توپر یا تو خالی، مانند تغییر طول یک میله است.

$$\Delta R = R_1 \alpha \Delta \theta$$



نکته: نمودار تغییر حجم یک جسم، برحسب دمای آن به صورت شکل زیر خواهد بود. (برای تغییر دماهای نه چندان زیاد)



پاسخ شریعی

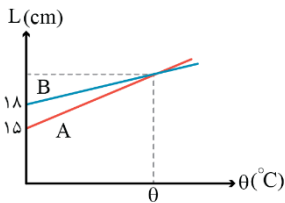
$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta \rightarrow 0.005 \Delta L_1 = \alpha L_1 (200^\circ\text{C}) \rightarrow \alpha = 2/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

با توجه به این که ضریب انبساط حجمی یک جسم جامد تقریباً ۳ برابر ضریب انبساط طولی آن است، خواهیم داشت:

$$\beta = 3\alpha \rightarrow \beta = 7/5 \times 10^{-5} \frac{1}{\text{K}}$$

گروه آموزشی ماز

۳۵- شکل مقابل، نمودار تغییرات طول دو میله A و B را در اثر تغییر دما نشان می‌دهد. طول میله‌ها در دمای θ چند



سانتی‌متر است؟ ($\alpha_A = 1/8 \alpha_B$)

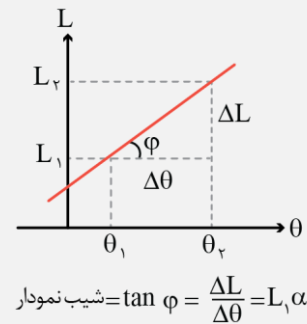
- ۲۲/۴ (۱)
- ۲۳/۲ (۲)
- ۲۳/۶ (۳)
- ۲۴ (۴)

(متوسط - نموداری و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

نکته

نمودار تغییر طول یک میله، برحسب دمای آن به صورت شکل زیر خواهد بود. (برای تغییر دماهای نه چندان زیاد)



پاسخ شریعی

$$\Delta L = \alpha L_1 \Delta \theta$$

اگر رابطه مقایسه‌ای برای تغییرات طول این دو میله در بین دو دمای صفر تا θ را بنویسیم خواهیم داشت:

$$\frac{\Delta L_A}{\Delta L_B} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{L_{1A}}{L_{1B}} \times \frac{\Delta \theta_A}{\Delta \theta_B}$$

با توجه به مساوی بودن تغییر دما، خواهیم داشت:

$$\frac{L_{2A} - L_{1A}}{L_{2B} - L_{1B}} = \frac{\alpha_A}{\alpha_B} \times \frac{L_{1A}}{L_{1B}}$$

$$\frac{L_{2A} - 15}{L_{2A} - 18} = 1/8 \times \frac{15}{18} = \frac{3}{2} \rightarrow 3(L_{2A} - 18) = 2(L_{2A} - 15) \rightarrow L_{2A} = 24 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- دمای یک مکعب فلزی به ضلع ۴ سانتی‌متر را به اندازه 80°C افزایش می‌دهیم. در این صورت حجم مکعب ۱/۲ درصد افزایش می‌یابد. ضریب انبساط

طولی این فلز در SI کدام است؟

- ۲/۵ × ۱۰^{-۵} (۴)
- ۱/۵ × ۱۰^{-۴} (۳)
- ۲/۵ × ۱۰^{-۴} (۲)
- ۵ × ۱۰^{-۵} (۱)



(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



$$\Delta V = V_1 \beta \Delta \theta \rightarrow 0.012 V_1 = V_1 (3\alpha) \times 1.0 \rightarrow \alpha = \frac{0.012}{3 \times 1.0} = \frac{12 \times 10^{-4}}{3 \times 1} \rightarrow \alpha = 5 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر دمای یک قطعه فلز به ضریب انبساط خطی $\frac{1}{K}$ 12×10^{-6} را $200^\circ C$ افزایش دهیم، حجم کل آن چند درصد افزایش می‌یابد؟

۰.۰۰۷۲ (۴)

۰.۰۷۲ (۳)

۰.۷۲ (۲)

۷/۲ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$\Delta V = 3\alpha V_1 \Delta \theta \rightarrow \Delta V = 3 \times 12 \times 10^{-6} \times V_1 \times 200 \rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} = 72 \times 10^{-4}$$

$$\rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 72 \times 10^{-2} \rightarrow \frac{\Delta V}{V_1} \times 100 = 0.72\%$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- یک مکعب به ضلع a و یک کره به قطر a را به یک اندازه تغییر دما می‌دهیم. اگر حجم مکعب 3 cm^3 و حجم کره $2/4 \text{ cm}^3$ افزایش یابد، ضریب انبساط حجمی مکعب چند برابر ضریب انبساط حجمی کره است؟ ($\pi = 3$)

$\frac{5}{6}$ (۴)

$\frac{5}{8}$ (۳)

$\frac{8}{5}$ (۲)

$\frac{6}{5}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



اگر تغییرات حجم مکعب را با ΔV_A و تغییرات حجم کره را با ΔV_B نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta V_A = V_A \beta_A \Delta \theta, \quad \Delta V_B = V_B \beta_B \Delta \theta$$

$$\frac{\Delta V_A}{\Delta V_B} = \frac{V_A \beta_A \Delta \theta}{V_B \beta_B \Delta \theta} \rightarrow \frac{3}{2/4} = \frac{a^3 \beta_A}{\frac{4}{3} \pi \left(\frac{a}{2}\right)^3 \beta_B} \rightarrow \frac{\beta_A}{\beta_B} = \frac{5}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- یک ظرف استوانه‌ای از جنس آلومینیوم به قطر قاعده درونی 8 cm و ارتفاع 10 cm لبریز از روغن به ضریب انبساط حجمی $5 \times 10^{-4} \frac{1}{K}$ است. اگر دمای ظرف و روغن به اندازه $5^\circ C$ افزایش یابد، چند میلی‌متر مکعب روغن از ظرف بیرون می‌ریزد؟ (ضریب انبساط طولی آلومینیوم $2/5 \times 10^{-5} \frac{1}{K}$ و $\pi = 3$ فرض می‌شود.)

۱۱۲۰ (۴)

۱۰۷۶ (۳)

۱۰۲۴ (۲)

۱۰۲۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



مایع‌ها نیز مانند جامدات به علت افزایش دما منبسط می‌شوند. انبساط مایع‌ها نیز به جنس مایع بستگی دارد اما چون ظرف محتوی مایع نیز انبساط می‌یابد، آنچه از انبساط مایع‌ها دیده می‌شود انبساط ظاهری آن‌ها است.
بنابراین:

انبساط ظرف + انبساط ظاهری مایع = انبساط واقعی یک مایع

$$\Delta V = \Delta V' + \Delta V''$$





تذکر: اگر در یک شیشه مانند شکل بالا مقداری مایع وجود داشته باشد و به ظرف گرما دهیم در چند ثانیه اول مشاهده می‌شود که سطح مایع درون لوله پایین آمده و پس از مدتی شروع به بالا رفتن می‌کند. علت این امر این است که شیشه رسانای گرمای ضعیفی است، بنابراین ابتدا ظرف شیشه‌ای منبسط شده و حجم ظرف افزایش می‌یابد و مایع که هنوز شروع به انبساط نکرده است پایین می‌آید، همین که گرما به مایع رسید مایع منبسط می‌شود و در لوله از سطح اولیه هم بالاتر می‌رود. این موضوع نشان می‌دهد که ضریب انبساط حجمی مایع‌ها بیشتر از ضریب انبساط حجمی جامدها است.

ضریب انبساط حجمی مایع

ضریب انبساط حجمی (واقعی) یک مایع برابر با افزایش یکای حجم آن مایع به ازای یک کلوین (یک سلسیوس) افزایش دما است و آن را با β نشان می‌دهیم.

$$\beta = \frac{\Delta V}{V_1 \Delta \theta}$$

نکته ۱:

اگر ضریب انبساط حجمی (واقعی) مایع را با β و ضریب انبساط ظاهری مایع را با β' و ضریب انبساط حجمی ظرف را با β'' نشان دهیم داریم:

$$\beta = \beta' + \beta''$$

نکته ۲:

اگر ظرفی را که پر از یک مایع است گرم کنیم، بخشی از مایع که از ظرف بیرون می‌ریزد، تغییر حجم ظاهری مایع است.

مثال:

بالنی به حجم یک لیتر در دمای صفر درجه سلسیوس پر از مایع است. دمای بالن و مایع داخل آن را به 50°C درجه سلسیوس می‌رسانیم بدون آن که تخییری صورت گرفته باشد، 2cm^3 مایع از بالن بیرون می‌ریزد. اگر ضریب انبساط طولی ظرف $\frac{1}{50} \times 10^{-6}$ باشد، ضریب انبساط حجمی واقعی مایع را تعیین کنید.

پاسخ: انبساط ظاهری مایع 2cm^3 می‌باشد.

$$\Delta V' = V_1 \beta' \Delta \theta \rightarrow \beta' = \frac{2}{1000 \times 50} \rightarrow \beta' = 4 \times 10^{-5} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

$$\beta = \beta' + 3\alpha = 4 \times 10^{-5} + 15 \times 10^{-6} = 55 \times 10^{-6} \frac{1}{^\circ\text{C}}$$

پاسخ سشرینی:

حجم درونی ظرف و یا حجم اولیه روغن برابر است با:

$$V_1 = Ah = \pi r^2 h = 3 \times 4^2 \times 10 = 480 \text{cm}^3$$

اگر تغییرات حجم روغن را با ΔV_{oil} و تغییر حجم درونی ظرف را با ΔV_{Al} نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$\Delta V_{oil} = V_1 \beta_{oil} \Delta \theta, \Delta V_{Al} = V_1 \beta_{Al} \Delta \theta = V_1 3\alpha_{Al} \Delta \theta$$

حجمی از روغن که از ظرف بیرون می‌ریزد، برابر است با:

$$\Delta V'_{oil} = \Delta V_{oil} - \Delta V_{Al} = V_1 \Delta \theta (\beta_{oil} - 3\alpha_{Al})$$

$$\Delta V'_{oil} = 480 \times 50 \times (55 \times 10^{-6} - 3 \times 10^{-5}) = 2400 \times 42 / 5 \times 10^{-5} = 1 / 0.2 \text{cm}^3$$

$$1 \text{cm}^3 = 10^3 \text{mm}^3 \rightarrow \Delta V'_{oil} = 1 / 0.2 \times 10^3 \text{mm}^3 \rightarrow \Delta V'_{oil} = 10.2 \text{mm}^3$$

گروه آموزشی ماز

۴۰- جسمی درون آب یک ظرف غوطه‌ور است. دمای آب را 40°F کاهش می‌دهیم، با فرض ثابت بودن حالت آب، کدام یک از شرایط زیر نمی‌تواند رخ دهد؟

(تغییر حجم جسم ناچیز است.)

- ۱) جسم به ته ظرف می‌رود.
- ۲) جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود.
- ۳) جسم ابتدا پایین رفته و سپس بالا می‌آید.
- ۴) جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید.

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۰۰۴)

نکته:

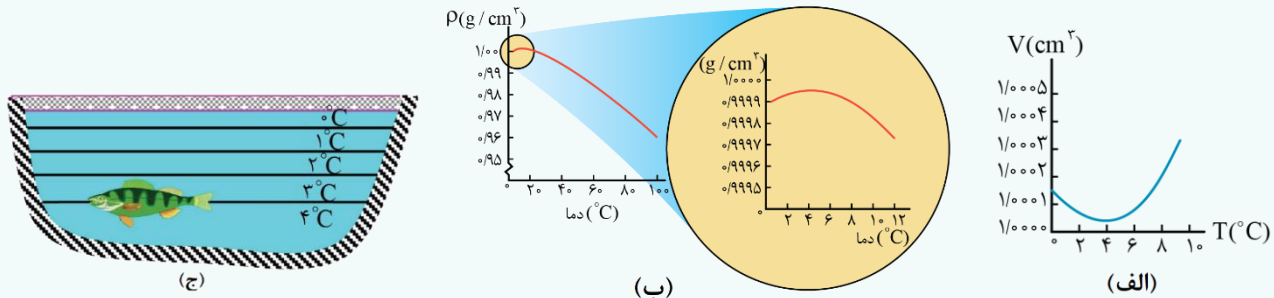
هنگامی که جسمی را درون یک مایع بیاندازیم اگر چگالی جسم از چگالی مایع کمتر باشد بر روی سطح مایع شناور می‌شود و اگر چگالی جسم با چگالی مایع برابر باشد درون مایع غوطه‌ور می‌شود و اگر چگالی جسم از چگالی مایع بیشتر باشد درون مایع پایین می‌رود.

انبساط غیرعادی آب

در زمستان‌های سرد، سطح آب آبیگرها و دریاچه‌های کوچک یخ می‌زند و به تدریج یخ ضخیم‌تر می‌شود؛ اما در ته آبیگرها، دمای آب بالاتر از 0°C بوده و برای موجودات زنده‌ای که آنجا زندگی می‌کنند، نسبتاً گرم و مناسب است. در واقع حجم بیشتر مایع‌ها با کم شدن دما کاهش و در نتیجه چگالی آن‌ها افزایش می‌یابد، ولی رفتار آب

در محدوده دمایی 0°C تا 4°C متفاوت است؛ یعنی در این محدوده با کاهش دما، حجم آب افزایش و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد. شکل‌های (الف) و (ب)، به ترتیب نمودار حجم برحسب دما و نمودار چگالی بر حسب دما را برای آب شیرین نشان می‌دهد که در آن‌ها رفتار غیرعادی آب در محدوده 0°C تا 4°C دیده می‌شود. همان‌طور که در این شکل‌ها نشان داده شده است، در بازه دمایی 0°C تا 4°C با افزایش دما، حجم آب کاهش و چگالی آن افزایش می‌یابد. پس از دمای 4°C مانند دیگر اجسام، با افزایش دما، حجم افزایش و چگالی کاهش می‌یابد. همین تغییر حجم غیرعادی آب است که موجب می‌شود دریاچه‌ها به جای اینکه از پایین به بالا یخ بزنند، از بالا یخ بزنند. وقتی دمای سطح آب مثلاً از 10°C اندکی کمتر شود، چگالی آب نسبت به آب زیر خود افزایش می‌یابد و این آب، پایین می‌رود. این رفتار تا رسیدن به دمای 4°C ادامه می‌یابد؛ ولی همان‌طور که دیدیم در دمای پایین‌تر از 4°C ، حجم آب افزایش پیدا می‌کند و در نتیجه چگالی آن کاهش می‌یابد؛ یعنی سرد شدن بیشتر آب موجب می‌شود که چگالی آب سطح دریاچه نسبت به آب زیر آن کمتر شود و در نتیجه در سطح باقی بماند تا اینکه یخ بزند (شکل (ج)). بنابراین، در حالی که آب زیر دریاچه هنوز مایع است و دمایی بیش از صفر درجه دارد، سطح آب یخ می‌زند. اگر آب دریاچه‌ها از پایین به بالا یخ می‌زد، اثرات زیست‌محیطی زیان‌باری در پی داشت و حیات گیاهی و جانوری در عمق دریاچه‌ها از بین می‌رفت.

نکته: نمودارهای حجم آب و چگالی آب برحسب دما و طریقه قرار گرفتن لایه‌های آب برحسب دما از صفر تا 4°C درجه‌ی سلسیوس به‌صورت زیر است:



رفتار شگفت‌انگیز آب را می‌توان با ساختار مولکول‌های آن در یخ توضیح داد. مولکول‌های آب در یخ شبکه‌ای بلوری تشکیل می‌دهند، به طوری که مولکول‌ها در بعضی نواحی خیلی به هم نزدیک‌اند و در نواحی دیگر، بین آن‌ها فضای خالی وجود دارد. وقتی آب از یخ به حالت مایع تبدیل می‌شود، ساختار شبکه بلوری در هم می‌شکند و آرایش مولکول‌های آن یکنواخت‌تر می‌شود و در نتیجه حجم اشغال شده کاهش می‌یابد. در محدوده دماهای 0°C تا 4°C بقایای ساختار مولکولی یخ هنوز در آب وجود دارد و موجب رفتار غیرعادی آب می‌شود.

پاسخ تشریحی:

باتوجه به تغییرات دما برحسب درجه فارنهایت، تغییرات دما برحسب درجه سانتی‌گراد را محاسبه می‌کنیم.

$$\Delta F = \frac{9}{5} \Delta \theta \rightarrow 4 = \frac{9}{5} \Delta \theta \rightarrow \Delta \theta = \frac{20}{9}^{\circ}\text{C}$$

می‌دانیم چگالی آب در 4°C بیشترین مقدار است. چون $\Delta \theta < 4^{\circ}\text{C}$ و حالت آب هم همان مایع است چند حالت امکان دارد رخ دهد. حالت اول: اگر با کاهش دما، دمای آب همچنان در بازه $\theta \geq 4^{\circ}\text{C}$ باشد، چگالی آب افزایش می‌یابد و با توجه به کوچک‌تر بودن چگالی جسم از چگالی آب، جسم بر روی سطح آب شناور می‌شود. حالت دوم: اگر با کاهش دما، دمای آب به 4°C رسیده و مقداری پایین‌تر رود، چگالی آب ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. اما کاهش آن ممکن است به گونه‌ای باشد از چگالی اولیه کمتر نشود. در این صورت جسم بالا رفته و شناور می‌شود. حالت سوم: اگر با کاهش دما، دمای آب به 4°C رسیده و مقداری پایین‌تر رود چگالی آب ابتدا افزایش یافته و سپس کاهش می‌یابد. اما کاهش آن ممکن است به گونه‌ای باشد از چگالی اولیه کمتر شود. در این صورت جسم ابتدا بالا رفته و سپس پایین می‌آید. حالت چهارم: اگر دمای اولیه آب کمتر از 4°C بوده و با کاهش دما، دمای آب به 0°C نزدیک شود، چگالی آب کاهش می‌یابد و با توجه به کوچک‌تر شدن چگالی آب از چگالی جسم، جسم به ته ظرف می‌رود.

گروه آموزشی ماز

۴۱- یک گرمکن 80 واتی به طور کامل در 200 گرم روغن درون یک گرماسنج قرار داده می‌شود. این گرمکن در مدت 3 دقیقه دمای آب و گرماسنج را از

25°C به 45°C می‌رساند. ظرفیت گرمایی گرماسنج در SI کدام است؟ (گرمای ویژه روغن $\frac{3}{\text{kg.K}}$ و اتلاف گرما ناچیز است.)

۱۲۰ (۴)

۱۰۰ (۳)

۹۰ (۲)

۸۰ (۱)

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

گرمایی که گرمکن تولید می‌کند باعث تغییر دمای روغن و خود گرماسنج می‌شود.

$$Q_T = Q_0 + Q_C$$

اگر ظرفیت گرمایی گرماسنج را با C و گرمای ویژه روغن را با c₀ و جرم روغن را با m₀ نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$P.t = m_0 c_0 \Delta\theta + C\Delta\theta$$

$$8.0 \times (3 \times 60) = (0.2 \times 3000 + C)\Delta\theta \rightarrow 8.0 \times (3 \times 60) = (600 + C)(45 - 25)$$

$$720 = 600 + C \rightarrow C = 120 \frac{J}{kg}$$

گروه آموزشی ماز

۴۲- به دو جسم A و B با جرم‌های m_A و m_B = 2m_A و دماهای اولیه ۵°C، گرمای یکسانی می‌دهیم، دمای A به ۲۵°C و دمای B به ۳۵°C می‌رسد. کدام گزینه درست است؟

- (۱) ظرفیت گرمایی A، ۱/۵ برابر ظرفیت گرمایی B است.
- (۲) گرمای ویژه A، ۱/۵ برابر گرمای ویژه B است.
- (۳) ظرفیت گرمایی A، ۶ برابر ظرفیت گرمایی B است.
- (۴) گرمای ویژه A، ۶ برابر گرمای ویژه B است.

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)



$$Q = mc\Delta\theta = C\Delta\theta$$

$$Q_A = Q_B \rightarrow C_A \Delta\theta_A = C_B \Delta\theta_B \rightarrow C_A (25 - 5) = C_B (35 - 5) \rightarrow C_A = 1/5 C_B$$

گروه آموزشی ماز

۴۳- m گرم آب با دمای θ را با 2m گرم آب با دمای ۲θ مخلوط می‌کنیم. اگر دمای نهایی ۳۵°C باشد، θ کدام است؟ (از اتلاف گرما صرف نظر می‌شود).

- (۱) ۲۴°C
- (۲) ۲۱°C
- (۳) ۲۰°C
- (۴) ۱۹°C

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۰۰۴)

تبادل گرمایی و دمای تعادل

دو جسم را در تعادل گرمایی می‌گوییم که هم‌دما باشند.

اگر دو جسم با دماهای متفاوت را با هم تماس دهیم، گرما از جسمی که دمای بالاتر است به جسمی که دمای پایین‌تر است شارش می‌کند تا اینکه دو جسم هم‌دما شوند، این دما را دمای تعادل می‌نامند.

تذکر: با توجه به قانون بقای انرژی، گرمایی که جسم با دمای بالاتر از دست می‌دهد برابر با مقدار گرمایی است که جسم با دمای پایین‌تر دریافت می‌کند تا هر دو به دمای تعادل برسند و یا به عبارتی جمع جبری گرمای مبادله شده صفر است.

$$\sum Q = 0 \quad \text{یا} \quad Q_1 + Q_2 = 0$$

Q₁: گرمایی که جسم گرم از دست می‌دهد.

Q₂: گرمایی که جسم سرد دریافت می‌کند.

مثال: یک قطعهٔ صد گرمی از مس که دمای آن ۹۰°C است در ظرفی که حاوی ۲۰۰ گرم آب در دمای ۲۰°C است می‌اندازیم، دمای تعادل را حساب کنید. گرمای ویژه

آب و مس به ترتیب ۴۲۰۰ $\frac{J}{kg.K}$ و ۳۸۰ $\frac{J}{kg.K}$ بوده و از اتلاف گرما صرف نظر می‌شود.

پاسخ:

$$m_1 = 100g = 0.1kg, \quad c_1 = 380 \frac{J}{kg.K}, \quad \theta_1 = 90^\circ C$$

$$m_2 = 200g = 0.2kg, \quad c_2 = 4200 \frac{J}{kg.K}, \quad \theta_2 = 20^\circ C$$

$$Q_1 = m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1), \quad Q_2 = m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) \rightarrow Q_1 + Q_2 = 0 \rightarrow m_1 c_1 (\theta_e - \theta_1) + m_2 c_2 (\theta_e - \theta_2) = 0$$

$$\rightarrow 0.1 \times 380 (\theta_e - 90) + 0.2 \times 4200 (\theta_e - 20) = 0 \rightarrow \theta_e \approx 23^\circ C$$

نکته: اگر چند جسم به جرم‌های m_۱، m_۲، m_۳ و ... و دماهای اولیهٔ θ_۱، θ_۲، θ_۳ و ... و گرمای ویژهٔ c_۱، c_۲، c_۳ و ... با هم مخلوط شوند در صورتی که تغییر حالت (ذوب، انجماد، میعان و ...) رخ ندهد و از اتلاف گرما صرف نظر شود دمای تعادل از فرمول زیر به دست می‌آید.

$$\theta = \frac{m_1 c_1 \theta_1 + m_2 c_2 \theta_2 + m_3 c_3 \theta_3 + \dots}{m_1 c_1 + m_2 c_2 + m_3 c_3 + \dots} \quad \text{یا} \quad \theta = \frac{\sum mc\theta}{\sum mc}$$

نکته: اگر در حالت فوق همه اجسام از یک نوع ماده باشند در این صورت $c_1 = c_2 = c_3 = \dots$ و در نتیجه دمای تعادل از رابطه زیر تعیین کنید.

$$\theta = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2 + m_3\theta_3 + \dots}{m_1 + m_2 + m_3 + \dots} \quad \text{یا} \quad \theta = \frac{\sum m\theta}{\sum m}$$

نکته: اگر چند مایع از یک جنس به حجم‌های V_1 و V_2 و ... و دماهای θ_1 ، θ_2 و ... را با هم مخلوط کنیم و تغییرات حجم ناچیز باشد دمای تعادل از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\theta = \frac{V_1\theta_1 + V_2\theta_2 + V_3\theta_3 + \dots}{V_1 + V_2 + V_3 + \dots}$$

نکته: اگر دو مایع از یک جنس به جرم‌های m_1 و $m_2 = km_1$ و یا حجم‌های V_1 و $V_2 = kV_1$ با دماهای θ_1 ، θ_2 را با هم مخلوط کنیم و تغییرات حجم ناچیز باشد دمای تعادل از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\theta_e = \frac{\theta_1 + k\theta_2}{1 + k}$$

مثال:

در ظرفی ۵۰۰ گرم آب ۱۰ درجه سلسیوس موجود است یک قطعه فلز به جرم ۱kg و دمای ۱۰۰°C را در آن می‌اندازیم اگر گرمای ویژه فلز و ظرف ۳۰۰ J/kg.K و گرمای

ویژه آب ۴۲۰۰ J/kg.K باشد دمای تعادل را تعیین کنید. (جرم ظرف ۲kg می‌باشد).

پاسخ:

$$\theta = \frac{m_1c_1\theta_1 + m_2c_2\theta_2 + m_3c_3\theta_3}{m_1c_1 + m_2c_2 + m_3c_3}$$

$$\theta = \frac{0.5 \times 4200 \times 10 + 1 \times 3000 \times 100 + 2 \times 300 \times 10}{0.5 \times 4200 + 1 \times 3000 + 2 \times 300} \rightarrow \theta = 19^\circ\text{C}$$

مثال:

۴ گرم آب ۸۰°C را با چند گرم آب ۲۰°C باید مخلوط نمود تا دمای تعادل برابر ۴۴°C شود؟

۵۰ (۱) ۶۰ (۲) ۸۰ (۳) ۱۲۰ (۴)

پاسخ:

$$m_1 = 4 \text{ gr}, \theta_1 = 80^\circ\text{C}, m_2 = ?, \theta_2 = 20^\circ\text{C}, \theta = 44^\circ\text{C}$$

$$\theta = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2} \rightarrow 44 = \frac{0.4 \times 80 + m_2 \times 20}{0.4 + m_2} \rightarrow m_2 = 0.6 \text{ kg} = 60 \text{ g}$$

مثال:

۸۰ گرم آب ۳۰°C را با چند گرم آب ۱۰°C باید مخلوط کرد تا دمای تعادل برابر ۱۵°C شود؟

۱۰۰ (۱) ۱۸۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۴۰ (۴)

پاسخ:

$$\theta = \frac{m_1\theta_1 + m_2\theta_2}{m_1 + m_2} \rightarrow 15 = \frac{80 \times 30 + m_2 \times 10}{80 + m_2} \rightarrow m_2 = 240 \text{ g}$$

پاسخ تشریحی:

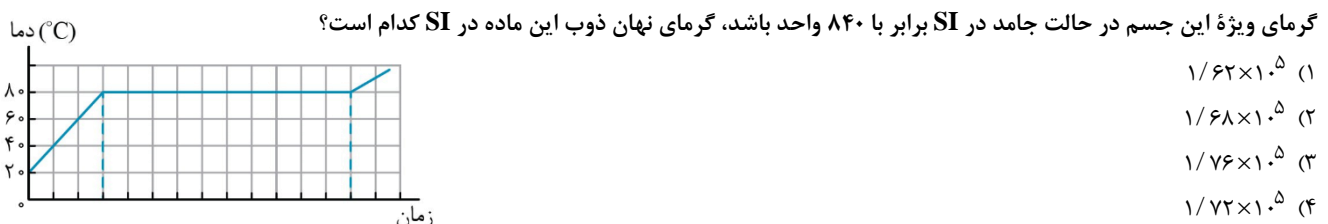
اگر گرمایی که آب با دمای θ مبادله می‌کند را با Q_1 و گرمایی که آب با دمای ۲۰ مبادله می‌کند را با Q_2 نشان دهیم، با توجه به این که اتلاف گرما ناچیز است، خواهیم داشت:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \rightarrow 0 = m_1c\Delta\theta_1 + m_2c\Delta\theta_2 \rightarrow 0 = m(\theta_e - \theta_1) + 3m(\theta_e - \theta_2)$$

$$\rightarrow 0 = (35 - \theta) + 3(35 - 20) \rightarrow 7\theta = 140 \rightarrow \theta = 20^\circ\text{C}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- اگر به جسم جامدی که ابعاد آن به اندازه کافی کوچک است بتوان ثابتی گرما بدهیم نمودار دما - زمان آن به صورت کیفی مانند شکل زیر می‌شود. اگر



(متوسط - نموداری و محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

تغییر حالت ماده

اجسام در طبیعت به سه صورت کلی جامد، مایع و بخار وجود دارند و هر کدام از این حالتها می‌تواند به حالت دیگر تبدیل شود و این تغییر حالتها عبارتند از: ذوب، انجماد، تبخیر، میعان، تصعید و چگالش.

ذوب

تبدیل جامد به مایع را ذوب می‌نامند در این تغییر حالت جسم جامد گرما می‌گیرد.

گرمای نهان ذوب

مقدار انرژی گرمایی که در دمای ذوب به یک ماده جامد می‌دهیم تا تماماً به مایع تبدیل شود، گرمای نهان ذوب نامیده می‌شود و آن را با Q_F نشان می‌دهیم.

گرمای نهان ویژه ذوب

مقدار انرژی گرمایی لازم برای تبدیل یکای جرم (یک کیلوگرم) آن جسم، از جامد به مایع را بدون تغییر دما، گرمای نهان ویژه ذوب می‌نامند و آن را با L_F نشان می‌دهند.

m : جرم جسم

$$L_F = \frac{Q_F}{m}$$

$$Q_F = mL_F$$

یکای گرمای نهان ویژه ژول بر کیلوگرم می‌باشد.

تذکر: گرمای نهان ویژه ذوب به جنس ماده بستگی دارد و از روش آزمایش به دست می‌آید و برای مواد مختلف در جدولها موجود است.

مثال: چه مقدار گرما لازم است تا ۲ kg یخ صفر درجه سلسیوس به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل شود؟ گرمای نهان ویژه ذوب یخ $\frac{3}{4} \times 10^5 \frac{J}{kg}$ می‌باشد.

پاسخ:

$$Q_F = mL_F = 2 \times \frac{3}{4} \times 10^5 \rightarrow Q_F = 1.5 \times 10^6 J$$

پاسخ سربستی

چون توان گرما دادن ثابت است، گرمای داده شده به جسم ($Q = P.t$) با زمان متناسب است. با توجه به نمودار، گرمای داده شده در مرحله اول باعث افزایش دمای جسم جامد شده و در انتهای این مرحله به نقطه ذوب رسیده است. در مرحله دوم که دمای جسم ثابت مانده است گرمای داده شده به جسم باعث تغییر حالت ماده شده است.

با توجه به مدت زمان هر مرحله می‌توان نتیجه گرفت که گرمای داده شده به جسم در مرحله اول $\frac{3}{10}$ برابر مرحله دوم است، در نتیجه خواهیم داشت:

$$Q_1 = \frac{3}{10} Q_2 \rightarrow mc\Delta\theta = \frac{3}{10} mL_F \rightarrow c(80 - 20) = \frac{3}{10} L_F$$

$$\rightarrow 840 \times (60) = \frac{3}{10} L_F \rightarrow L_F = 1.68 \times 10^5 \frac{J}{kg}$$

گروه آموزشی ماز

۴۵- یک قطعه یخ با دمای $20^\circ C$ و 50 گرم آب $5^\circ C$ درون یک ظرف قرار می‌دهیم. اگر گرما فقط بین آب و قطعه یخ مبادله شده و در نهایت 46 گرم آب باقی بماند، جرم یخ اولیه چند گرم بوده است؟ (فشار محیط یک اتمسفر و اتلاف گرما ناچیز بوده و گرمای نهان انجماد آب را 80 برابر گرمای ویژه آب و

160 برابر گرمای ویژه یخ در نظر بگیرید.)

۶۳ (۴)

۵۷ (۳)

۵۲ (۲)

۴۶ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

ذوب، تبخیر و انجماد

- ✓ هر جسم جامد در فشار معین، در دمای معینی شروع به ذوب شدن می‌کند که این دما، نقطه ذوب جسم نامیده می‌شود.
- ✓ در تمام مدت ذوب شدن جسم، دمای جسم و مایع حاصل از ذوب ثابت می‌ماند.
- ✓ ناخالصی‌ها در یخ (مانند نمک در آب) باعث کاهش نقطه ذوب می‌شوند.
- سؤال: چرا در زمستان در سطح جاده‌های یخ بسته، نمک می‌پاشند؟
- ✓ تمام جامدات بر اثر ذوب حجمشان افزایش می‌یابد غیر از یخ، بیسموت، نقره و چدن
- ✓ افزایش فشار وارد بر جسم به جز در چند مورد (مانند یخ)، سبب بالا رفتن نقطه ذوب می‌شود.



انجماد

عکس عمل ذوب (تبدیل مایع به جامد) است و در شرایط یکسان نقطه ذوب و انجماد یک جسم بر هم منطبق هستند.
 ✓ قوانین انجماد همان قوانین ذوب است.

سؤال: آب دریا زودتر یخ می‌بندد یا آب خالص؟ (در شرایط یکسان)

تبخیر

تبدیل مایع به بخار را تبخیر می‌نامند و به چند صورت است: تبخیر سطحی - تبخیر در خلاء - جوش

تبخیر سطحی

می‌دانیم مولکول‌ها در مایع همواره در حرکت هستند برخی از مولکول‌های مایع، هنگامی که به سطح مایع می‌رسند ممکن است به اندازه‌ای انرژی جنبشی داشته باشند که بتوانند خود را از سطح مایع جدا کرده و در فضای محیط پخش شوند این نوع تبخیر که از سطح مایع صورت می‌گیرد تبخیر سطحی نامیده می‌شود.

عوامل مؤثر در سرعت تبخیر سطحی: عبارتند از ۱- افزایش دمای مایع ۲- افزایش مساحت سطح مایع ۳- وزش نسیم یا باد بر روی سطح مایع ۴- کم بودن رطوبت هوا ۵- دمای محیط ۶- فشار محیط

✓ در تبخیر سطحی، چنانچه مایع از محیط انرژی دریافت نکند، دمای بخشی از مایع که باقی می‌ماند پایین‌تر از دمای اولیه می‌باشد، زیرا مولکول‌های سریع‌تر از مایع می‌گریزند و مولکول‌های کندتر باقی می‌ماند و انرژی جنبشی متوسط مایع پایین می‌آید.

✓ عمل تبخیر سطحی از مایع در هر دمایی صورت می‌گیرد.

تبخیر در خلاء

اگر فشار از روی مایعی برداشته شود مشاهده می‌شود مایع با سرعت بسیار بالایی تبخیر می‌شود. به همین علت می‌توان گفت که تبخیر در خلاء تقریباً آبی صورت می‌گیرد.

جوشیدن یا غلیان: تبدیل مایع به بخار به صورتی که با تشکیل خباب، در درون مایع صورت گیرد، جوش نامیده می‌شود و عملی گرماگیر است.

✓ در فشار معین، هر مایع در دمای معینی که نقطه جوش نامیده می‌شود، شروع به جوشیدن می‌کند.....

✓ در تمام مدت جوش، دمای مایع ثابت است.

✓ ناخالصی‌ها باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

✓ تبخیر با افزایش حجم همراه است.

✓ افزایش فشار باعث بالا رفتن نقطه جوش می‌شود.

سؤال: دیگ زودپز چه تأثیری در پختن غذا دارد؟ چرا؟

پاسخ: غذا در دیگ زودپز، سریع‌تر پخته می‌شود. علت این است که فشار بخار در داخل زودپز خیلی بیشتر از فشار جو است.

در نتیجه مایع داخل زودپز در دمای بالاتری به جوش می‌آید و غذا در دمای بالاتری پخته می‌شود.

میعان

تغییر حالت بخار به مایع را میعان و گاهی چگالش بخار به مایع می‌گویند و عملی گرمازا است.

سؤال: هنگامی که دوش می‌گیرید بخار آب روی پنجره حمام مایع می‌شود. چرا؟

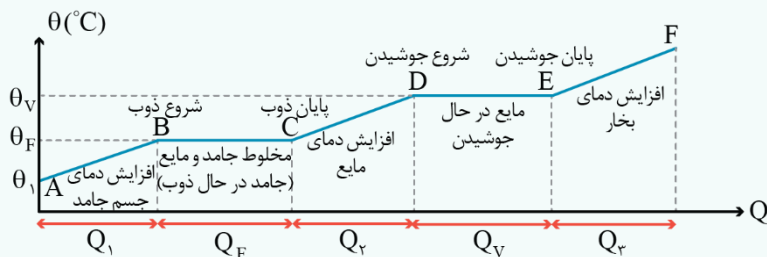
تصعید

تبدیل جامد به بخار را که به‌طور مستقیم صورت گیرد تصعید می‌نامند و عملی گرماگیر است. مانند: تبدیل نفتالین جامد به بخار در دمای اتاق

چگالش

تغییر حالت مستقیم بخار به جامد را چگالش و گاهی چگالش بخار به جامد می‌نامند. مانند تشکیل تگرگ

✓ نمودار دمای یک جسم به هنگام گرما گرفتن به‌صورت زیر می‌باشد.



AB: افزایش دمای جامد بدون تغییر حالت در اثر گرفتن گرما Q_1

B: شروع به ذوب تا نقطه C در این مدت جسم در حال ذوب بوده و دمای مخلوط جامد و مایع ثابت می‌باشد.

CD: افزایش دمای حالت مایع، بدون تغییر حالت در اثر گرفتن گرمای Q_2

DE: در این مدت مایع در حال جوش بوده و دمای آن ثابت می‌باشد.

EF: جسم به‌صورت بخار است.

✓ در نمودار فوق شیب خط AB عکس ظرفیت گرمایی (حاصل ضرب جرم در گرمای ویژه) حالت جامد و شیب خط CD ظرفیت گرمایی حالت مایع می‌باشد.

حالت مایع (mc) = شیب خط CD حالت جامد (mc) = شیب خط AB

گرمای نهان ذوب

مقدار انرژی گرمایی که در دمای ذوب به یک ماده جامد می‌دهیم تا تماماً به مایع تبدیل شود گرمای نهان ذوب نامیده می‌شود و آن را با Q_F نشان می‌دهیم.

گرمای نهان ویژه ذوب

مقدار انرژی گرمایی لازم برای تبدیل یکای جرم (یک کیلوگرم) آن، از جامد به مایع را بدون تغییر دما، گرمای نهان ویژه ذوب می‌نامند و آن را با L_F نشان می‌دهند.

$$L_F = \frac{Q_F}{m}$$

$$Q_F = mL_F$$

m: جرم جسم

یکای گرمای نهان ویژه ژول بر کیلوگرم می‌باشد.

تذکر: گرمای نهان ویژه ذوب به جنس ماده بستگی دارد و از روش آزمایش بدست می‌آید و برای مواد مختلف در جدول‌ها موجود است.

مثال:

چه مقدار گرما لازم است تا ۲ kg یخ صفر درجه سلسیوس را به آب صفر درجه سلسیوس تبدیل کند؟ گرمای نهان ویژه ذوب یخ $\frac{J}{kg}$ $3/4 \times 10^5$ می‌باشد.

پاسخ:

$$Q_F = mL_F = 2 \times 3/4 \times 10^5 \rightarrow Q_F = 6/8 \times 10^5 J$$

توجه: انجماد عکس فرایند ذوب است. گرمای نهان انجماد از رابطه زیر محاسبه می‌شود.

$$Q = -mL_F$$

مثال:

۶/۴ کیلوگرم یخ -۱۰ درجه سلسیوس را در یک استخر پر از آب صفر درجه سلسیوس می‌اندازیم. در این صورت پس از رسیدن به وضع تعادل جرم یخ چقدر می‌شود؟

$$(L_F = 3/2 \times 10^5 \frac{J}{kg} \text{ و } c_{\text{یخ}} = 2100 \frac{J}{kg.K})$$

پاسخ: مقدار گرمایی که یخ $-10^\circ C$ می‌گیرد تا به یخ صفر درجه سلسیوس تبدیل شود برابر با مقدار گرمایی است که مقداری از آب استخر از دست می‌دهد تا به یخ صفر درجه تبدیل شود.

$$\rightarrow m'L_F = mc\Delta\theta \rightarrow m' = \frac{mc\Delta\theta}{L_F} = \frac{6/4 \times 2100 \times 10}{3/2 \times 10^5} = 0/42 kg$$

$$M = m + m' = 6/4 + 0/42 \rightarrow M = 6/82 kg$$

گرمای نهان تبخیر

مقدار انرژی گرمایی که در دمای جوش به یک مایع می‌دهیم تا تماماً به بخار تبدیل شود را گرمای نهان تبخیر می‌نامیم و آن را با Q_V نشان می‌دهیم.

گرمای نهان ویژه تبخیر

مقدار انرژی گرمایی لازم برای تبدیل یکای جرم (یک کیلوگرم) آن، از مایع به بخار بدون تغییر دما، گرمای نهان ویژه تبخیر می‌نامند و آن را با L_V نشان می‌دهند.

$$L_V = \frac{Q_V}{m}$$

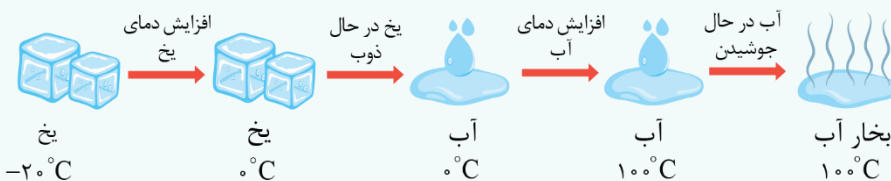
$$Q_V = mL_V$$

تذکر: گرمای نهان ویژه تبخیر به جنس ماده بستگی داشته و از روش‌های تجربی برای مواد مختلف به‌دست آمده و در جدول‌ها موجود است.

مثال: گرمای لازم برای تبدیل ۵ kg یخ $-20^\circ C$ به بخار آب $100^\circ C$ را حساب کنید. ظرفیت گرمایی ویژه آب و یخ به ترتیب $4200 \frac{J}{kg.K}$ و $2100 \frac{J}{kg.K}$ گرمای نهان

ویژه ذوب یخ $3/4 \times 10^5 \frac{J}{kg}$ و گرمای نهان ویژه تبخیر آب $2/3 \times 10^6 \frac{J}{kg.K}$ است.

پاسخ:



$$Q_1 = mc_1\Delta\theta = 5 \times 2100 \cdot [0 - (-20)] = 2/1 \times 10^5 J$$

$$Q_F = mL_F = 5 \times 3/4 \times 10^5 J$$

$$Q_2 = mc_2\Delta\theta' = 5 \times 4200 \cdot (100 - 0) = 21 \times 10^5 J$$

$$Q_V = mL_V = 5 \times 2/3 \times 10^6 = 115 \times 10^5 J$$

$$Q = Q_1 + Q_F + Q_2 + Q_V = 155/1 \times 10^5 J \rightarrow Q = 15/51 MJ$$

پاسخ شش‌پایه

از آب اولیه ۴ گرم یخ می‌بندد و ۴۶ آب باقی می‌ماند. چون در نهایت مخلوطی از آب و یخ داریم دمای نهایی $0^\circ C$ خواهد بود.



گرمایی که ۵۰ گرم آب ۵°C از دست می‌دهد تا به آب ۰°C تبدیل شده و ۴ گرم از آن نیز در اثر از دست دادن گرما در دمای انجماد به یخ تبدیل شود با گرمایی که قطعه یخ اولیه گرفته تا به دمای ۰°C برسد برابر است.
اگر گرمایی که یخ می‌گیرد را با Q_1 و گرمایی که آب مبادله می‌کند را با Q_2 نشان دهیم خواهیم داشت:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \rightarrow 0 = m_i c_i \Delta\theta_i + (m_w c_w \Delta\theta_w - m' L_F)$$

$$\rightarrow 0 = m_i c_i (0 - (-20)) + [50(2c_i)(0 - 5) - 4(160c_i)] \rightarrow 20m_i - 500 - 640 = 0$$

$$\rightarrow m_i = 57gr$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- در چاله کوچکی مقداری آب با دمای ۰°C وجود دارد. در اثر تبخیر سطحی بخشی از آن بخار شده و بقیه آب یخ می‌بندد. تقریباً چند درصد از آب اولیه تبخیر شده است؟ (مبادله گرما با محیط ناچیز بوده و گرمای نهان ویژه انجماد آب $\frac{4}{27}$ گرمای ویژه نهان تبخیر آب است).

- ۱) ۹ ۲) ۱۳ ۳) ۱۶ ۴) ۱۹

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)



اگر گرمای مبادله شده توسط آب تبخیر شده و آب منجمد شده را به ترتیب با Q_1 و Q_2 نشان دهیم، خواهیم داشت:

$$Q_T = Q_1 + Q_2 \rightarrow 0 = m_1 L_V - m_2 L_F \rightarrow m_1 \frac{27}{4} L_F = (M - m_1) L_F$$

$$\rightarrow m_1 \frac{27}{4} = M - m_1 \rightarrow m_1 \frac{31}{4} = M \rightarrow m_1 = \frac{4}{31} M \approx 0.129M \rightarrow \frac{m_1}{M} \times 100 = 13$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- چه تعداد از جمله‌های زیر نادرست است؟

- الف: در رساناهای فلزی، سهم الکترون‌های آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتم‌هاست.
- ب: پدیده همرفتی در اثر تغییر چگالی شاره رخ می‌دهد.
- ج: گرم و سرد شدن بخش‌های مختلف بدن بر اثر گردش خون در جانوران خون گرم مثالی از همرفت طبیعی است.
- د: هر جسم در هر دمایی تابش الکترومغناطیسی دارد.
- ه: برای آشکارسازی تابش‌های فرسرخ از ابزاری به نام دمانگاشت استفاده می‌شود.

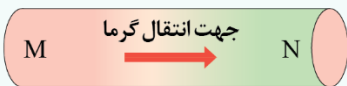
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - حفظی و بر اساس متن کتاب - ۱۰۰۴)

روش‌های انتقال گرما

- برای انتقال گرما سه روش وجود دارد. ۱- رسانش ۲- همرفت ۳- تابش گرمایی
- رسانش (هدایت)

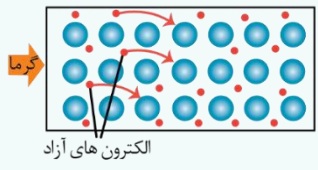
اگر یک سر یک میله فلزی را گرم کنیم پس از مدتی مشاهده می‌شود که انتهای دیگر میله نیز گرم شده است، بنابراین گرما در طول میله منتقل شده است. این روش انتقال گرما، توسط مولکول‌های یک قسمت از جسم به مولکول‌های مجاور رسانش گرمایی نامیده می‌شود.
فرض کنید در شکل زیر یک سر میله فلزی را توسط شعله‌ی شمع گرم کنیم، در این صورت گرما از شعله (که دمای بیشتری نسبت به میله دارد) به بخش M از فلز منتقل شده و مولکول‌های این بخش ارتعاشات شدیدتری خواهد نمود و در نتیجه دمای این بخش افزایش می‌یابد. در جامدات مولکول‌ها نمی‌توانند آزادانه از جایی به جای دیگر بروند، بنابراین فقط در اثر ارتعاشات شدیدتر و افزایش انرژی جنبشی، به مولکول‌های مجاور خود مقداری انرژی می‌دهند و در نتیجه گرما (انرژی) توسط مولکول‌ها دست‌به‌دست به نقاط مجاور منتقل شده تا این‌که، دمای ناحیه N نیز افزایش می‌یابد.



بسیاری از ما این تجربه را داریم که انتهای قاشق فلزی درون ظرف غذای روی اجاق روشن را با دست گرفته و داغی آن را احساس کرده‌ایم. اما همچنین دیده‌ایم اجسامی دیگر مانند شیشه، چوب و ... نیز می‌توانند گرما را تا حدودی انتقال دهند.



(رسانش گرمایی در این اجسام، به دلیل ارتعاش اتمها و گسترش این ارتعاشها در طول آنهاست) به جهت نبود الکترونهای آزاد، این اجسام رساناهای گرمایی خوبی نیستند. به همین دلیل از برخی از این مواد در دیوارها و سقف بناها استفاده می‌کنند تا حتی‌الامکان از خروج گرما در زمستان و ورود آن در تابستان جلوگیری کنند. در نافلزات گرما صرفاً از طریق ارتعاش اتمها انتقال می‌یابد. در شکل بالا، این انتقال ارتعاشات توسط فنرها شبیه‌سازی شده است. اما در فلزات افزون بر ارتعاشهای اتمی، الکترونهای آزاد نیز در انتقال گرما نقش دارند. بنابراین، نسبت به سایر اجسام، رساناهای گرمایی بسیار بهتری هستند. در واقع چون الکترونها بسیار کوچک‌اند و به سرعت حرکت می‌کنند با برخورد با سایر الکترونها و اتمها سبب رسانش گرما می‌شوند. بنابراین، در رساناهای فلزی سهم الکترونهای آزاد در رسانش گرما بیشتر از اتمهاست.



الکترونهای آزاد با برخورد به یکدیگر و اتمها موجب رسانش بهتری برای گرما می‌شوند.

نکته: تمامی فلزات رسانای گرمایی خوب هستند و جامداتی مانند چوب و لاستیک، کائوچو رسانای خوبی نیستند و گرما را به خوبی منتقل نمی‌کنند این‌گونه مواد را «عایق گرمایی» می‌نامند و کلبه مایعات از جمله آب نیز رسانای بسیار ضعیفی برای انتقال گرما هستند و همچنین هوا نیز رسانای بسیار خوبی است به همین علت پرندگان در هوای سرد پره‌های خود را پوش می‌کنند و هوا را زیر پره‌های خود حبس می‌کنند تا گرما از بدن آنها به بیرون منتقل نشود.

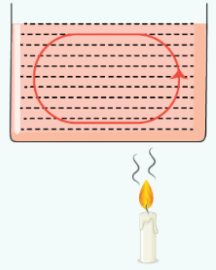


سؤال: اگر در زمستان، در یک اتاق دو میز چوبی و فلزی وجود داشته باشد روی آن دو دست بگذاریم میز فلزی سردتر به نظر می‌رسد. چرا؟
سؤال: اگر در یک روز تابستان که دمای هوا ۴۵ درجه سانتی‌گراد است، در یک اتاق دو میز چوبی و فلزی وجود داشته باشد روی آن دو، دست بگذاریم کدام میز سردتر به نظر می‌رسد. چرا؟
نکته: اگر دو مایع و یا دو گاز را در یک ظرف قرار دهیم مایع یا گازی که چگالی آن کمتر است در بالا قرار می‌گیرد.

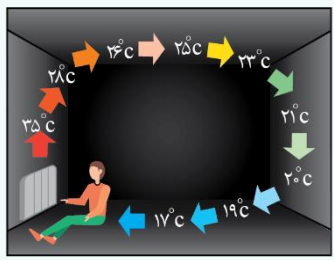
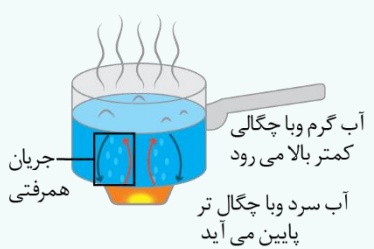
نکته: معمولاً مواد بر اثر گرفتن گرما منبسط شده و حجم آنها افزایش می‌یابد، در نتیجه طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ ، چگالی آنها کاهش می‌یابد.

همرفتی (یا کنوکسیون)

در این روش انتقال گرما که ویژه مایعات و گازها است، شاره (مایع یا گاز) ضمن جابجا شدن انرژی گرمایی را منتقل می‌کند. در این روش، آن قسمت از شاره که گرم‌تر است، چگالی‌اش کمتر می‌باشد و به طرف بالا حرکت می‌کند و قسمت سردتر جای آن را می‌گیرد شاره‌ای که به طرف بالا می‌رود گرما را با خود از نقطه‌ای به نقطه دیگر منتقل می‌کند و خود سرد شده و چگالی‌اش افزایش یافته پایین می‌آید و بدین ترتیب یک جریان همرفتی در شاره پدید آمده و همه جای آن گرم می‌شود.



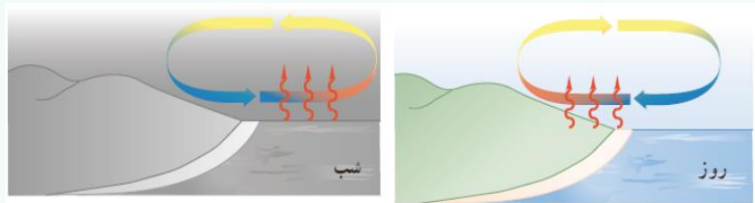
تذکر: گرم شدن هوای اتاق به وسیله بخاری و زود گرم شدن آبی که روی چراغ گاز است بیشتر به روش همرفت می‌باشد.



سؤال: هنگامی که در اتاق، بخاری روشن است چه عاملی باعث ایجاد جریان هوا روی کف اتاق می‌شود؟

سؤال: چرا هنگامی که در یخچال را باز می‌کنید، هوای سرد از پایین آن بیرون می‌آید؟

سؤال: چرا در روزهای تابستان در ساحل دریاها باد از دریا به سمت خشکی و در هنگام شب از خشکی به طرف دریا می‌وزد؟



روز: زمین ساحل گرم‌تر از آب دریاست. پدیده همرفت موجب نسیمی از سوی دریا به سمت ساحل می‌شود.
شب: زمین ساحل سردتر از آب دریاست. پدیده همرفت موجب نسیمی از سوی ساحل به سمت دریا می‌شود.

همرفت طبیعی: اگر جریان همرفتی، فقط به خاطر اختلاف چگالی رخ داده و به طور خودبه‌خود ادامه یابد همرفت طبیعی نامیده می‌شود. گرم شدن آب درون ظرفی که روی شعله‌ی آتش قرار دارد، گرم کردن هوای داخل اتاق در زمستان به وسیله بخاری و شوفاژ، جریان بادهای ساحل، انتقال گرما از مرکز خورشید به سطح آن، همگی به روش همرفت طبیعی است.

همرفت واداشته: در این نوع همرفت، شاره توسط تلمبه یا پمپ، به حرکت وادار شده و گرما را به نقاط مختلف منتقل می‌کند. سیستم گرم‌کننده‌ی مرکزی در ساختمان‌ها، سیستم خنک‌کننده‌ی موتور اتومبیل، گرم و سرد کردن بدن توسط جریان خون در جانوران خونگرم، مثال‌هایی از همرفت واداشته است.

تابش

اجسام انرژی خود را به صورت امواج الکترومغناطیسی نیز گسیل می‌کنند، این روش انتقال انرژی گرمایی که توسط امواج الکترومغناطیسی صورت می‌گیرد را تابش گرمایی می‌نامند. مانند رسیدن گرمای خورشید به زمین امواج الکترومغناطیس شامل امواج رادیویی، فرورسرخ، نور مرئی، فرابنفش، پرتوهای X و پرتوهای گاما است. این پرتوها، چشمه‌های تولید و آشکارسازهای مخصوص به خود را دارند. (ببینید دوستان، رادیو، تلویزیون و موبایل آشکارساز امواج رادیویی هستند.)

تابش گرمایی: از سطح همه‌ی اجسام، در هر دمایی تابش رخ می‌دهد. به این نوع تابش، تابش گرمایی می‌گویند. دمانگار و دمانگاشت: تابش گرمایی زیر دما 500°C عمدتاً در ناحیه‌ی فرورسرخ است که نامرئی است. برای آشکارسازی این نوع تابش، از دستگاهی به نام دمانگار استفاده می‌کنند و تصویر به‌دست آمده را دمانگاشت می‌نامند. در این تصویرها ناحیه‌های گرم‌تر با رنگ قرمز و ناحیه‌های سرد با رنگ آبی نشان داده می‌شود.

نکته: در انتقال گرما به روش رسانایی و همرفتی وجود ماده واسطه ضروری است، ولی در روش تابش، انتقال گرما در خلاء نیز صورت می‌گیرد. نکته: تابش گرمایی علاوه بر دما، به مساحت و صاف و صیقلی بوده سطح و رنگ جسم بستگی دارد. وقتی چند ورقه فلزی در یک دما باشند ورقه‌ای که تیره‌تر است تابش گرمایی بیشتری دارد. به همین خاطر بدنه بخاری‌ها را از ورقه‌های فلزی تیره می‌سازند و یا رنگ تیره می‌زنند.

نکته: وقتی چند جسم در مقابل یک چشمه‌ی گرما قرار می‌گیرند جسم تیره‌تر تابش گرمایی بیشتری را جذب کرده و جسم براق‌تر و روشن‌تر تابش گرمایی دریافت شده را بازتاب می‌کند به همین خاطر در تابستان لباس‌های سفید و در زمستان لباس‌های تیره می‌پوشند.

سؤال: چرا در لباس‌های آتش‌نشانی از پوشش‌های فلزی براق استفاده می‌شود؟

سؤال: چرا در کشورهای با آب و هوای گرم، رنگ سفید برای نمای بیرونی مناسب‌تر است؟

نمونه‌های از کاربرد تابش گرمایی در پدیده‌های زیستی: دو نمونه از آن شکار تابش فرورسرخ و کلم اسکانک است.

نوعی از مارهای زنگی اندام‌های حفره‌ای بر روی پوزه‌ی خود دارند که نسبت به تابش فرورسرخ حساس‌اند. این مارها در شب شکار می‌کنند. در واقع اندام‌های حفره‌ای به آن‌ها کمک می‌کند که طعمه‌های خونگرم خود را به واسطه‌ی تابش فرورسرخ‌شان در تاریکی و سرمای شب مشاهده کنند. هم‌چنین کلم اسکانک یکی از گیاهانی است که می‌تواند دمایش را تا بیشتر از دمای محیط بالا ببرد. این نوع کلم به خاطر دمای بالایش، انرژی خود را از طریق تابش فرورسرخ از دست می‌دهد و می‌تواند برف اطرافش را در زمستان آب کند.



از تابش گرمایی می‌توان به عنوان مبنایی برای اندازه‌گیری دمای جسم استفاده کرد. به روش‌های اندازه‌گیری دما بر اساس تابش گرمایی، تفسنجی و ابزار مورد نظر را تفسنج می‌نامند. تفسنج‌ها بدون تماس با جسم مورد نظر، دمای آن را اندازه‌گیری می‌کنند. تفسنج‌های تابشی و تفسنج نوری، وسایل مناسبی برای اندازه‌گیری دماهای بالای 1100°C هستند. تفسنج نوری یکی از دماسنج‌های معیار است.

پاسخ سریعی

عبارت‌های (ج) و (د) نادرست هستند.

گروه آموزشی ماز

۴۸- در شکل زیر فشارسنج عدد 14atm را نشان می‌دهد. دمای مخزن را از 27°C به 77°C می‌رسانیم. فشارسنج چند اتمسفر را نشان می‌دهد؟ (فشار

هوای محیط 1atm)

- ۱) ۱۵/۵
- ۲) ۱۶/۵
- ۳) ۱۷/۵
- ۴) ۱۸/۵



پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

مشخصه‌های گازها

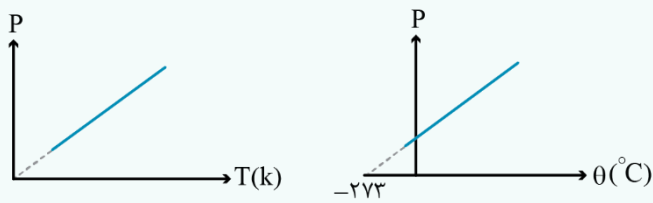
برای یک گاز فشار (P) و حجم (V) و دما (T) و مقدار یا تعداد مول‌ها را مشخصه‌های ترمودینامیکی گاز می‌نامند. برای مقدار معینی (جرم ثابت) از گازها، قانون زیر برقرار است.

قانون حجم ثابت (قانون گیلوساک)

برای مقدار معینی از یک گاز، در حجم ثابت، نسبت فشار گاز به دمای مطلق آن مقدار ثابتی است.

$$\frac{P}{T} = \text{ثابت} \quad \frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} = \frac{\Delta P}{\Delta T} \dots$$

نکته: در حجم ثابت، نمودار فشار گاز بر حسب دمای گاز به صورت زیر است.



مثال: در حجم ثابت فشار مقدار معینی از گاز را ۴ برابر می‌کنیم اگر دمای اولیه گاز ۲۳- درجه سلسیوس باشد، دمای نهایی آن چند درجه سلسیوس خواهد بود؟
پاسخ:

$$\theta_1 = -23^\circ\text{C} \rightarrow T_1 = \theta_1 + 273 = 250\text{K} \quad , \quad P_2 = 4P_1 \rightarrow \theta_2 = ?$$

$$\frac{P_1}{T_1} = \frac{P_2}{T_2} \rightarrow \frac{P_1}{250} = \frac{4P_1}{T_2} \rightarrow T_2 = 1000\text{K}$$

$$T_2 = \theta_2 + 273 \rightarrow \theta_2 = 1000 - 273 \rightarrow \theta_2 = 727^\circ\text{C}$$

پاسخ تشریحی:

فشارسنج، فشار پیمانه‌ای گاز را نشان می‌دهد. فشار مطلق گاز برابر است با:

$$P = P_g + P. \rightarrow P_1 = P_g + P. = 14 + 1 = 15\text{atm}$$

با توجه به ثابت بودن حجم گاز، طبق قانون گیلوساک، نسبت فشار گاز به دمای مطلق آن ثابت است، بنابراین خواهیم داشت:

$$\frac{P}{T} = \text{cte} \rightarrow \frac{P_2}{T_2} = \frac{P_1}{T_1} \rightarrow \frac{P_2}{77 + 273} = \frac{15}{25 + 273} \rightarrow \frac{P_2}{350} = \frac{1}{20} \rightarrow P_2 = 17.5\text{atm}$$

$$P_2 = P_{g2} + P. \rightarrow 17.5 = P_{g2} + 1 \rightarrow P_{g2} = 16.5\text{atm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- فشار مقدار معینی از یک گاز کامل را در دمای ثابت، ۲۰ درصد کاهش می‌دهیم. اگر حجم گاز ۵ لیتر تغییر کند، حجم اولیه گاز چند لیتر بوده است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۸ (۳) ۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

مشخصه‌های گازها

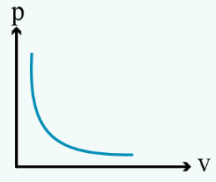
برای یک گاز فشار (P) و حجم (V) و دما (T) و مقدار یا تعداد مول‌ها را مشخصه‌های ترمودینامیکی گاز می‌نامند. برای مقدار معینی (جرم ثابت) از گازها، قانون زیر برقرار است.

قانون بویل - ماریوت (قانون دما ثابت)

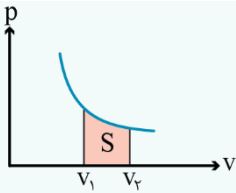
در دمای ثابت حاصل ضرب فشار گاز در حجم گاز، مقدار معینی است.

$$PV = \text{ثابت} \rightarrow P_1V_1 = P_2V_2 = \dots$$

نکته: نمودار فشار گاز بر حسب حجم گاز در دمای ثابت به صورت زیر است.



نکته: اگر گازی منبسط شود کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز منفی و اگر حجم گاز کم شود کار انجام شده توسط محیط بر روی گاز مثبت می‌باشد و سطح محصور بین نمودار P-V و محور V، برابر با مقدار کار انجام شده بر روی گاز (و یا توسط گاز) است.



$$S = |W|_{V_1 \rightarrow V_2}$$

مثال:

یک حباب هوا از عمق ۴۰ متری آب به چگالی $1 \frac{g}{cm^3}$ به سطح آب می‌آید. اگر دمای آب ثابت فرض شود و فشار هوا در سطح آب 100 kPa باشد حجم حباب چند

$$\text{برابر می‌شود؟} \left(\rho = 1 \frac{g}{cm^3} \right)$$

پاسخ:

$$P_1 = 100 \text{ kPa}, \rho = 1 \frac{g}{cm^3}, h = 40 \text{ m}, V_2 = ? V_1, T_2 = T_1$$

$$P_1 = P_2 + \rho gh = 10^5 + 1000 \times 10 \times 40 = 5 \times 10^5 \text{ Pa}$$

$$P_1 V_1 = P_2 V_2 \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{P_1}{P_2} = \frac{10^5}{5 \times 10^5} \rightarrow \frac{V_2}{V_1} = 0.2$$

پاسخ سرنوشتی:

با توجه به ثابت بودن دمای گاز، طبق قانون بویل - ماریوت، حاصل ضرب فشار گاز در حجم آن مقدار ثابتی است. در نتیجه حجم گاز با فشار گاز رابطه معکوس دارد. اگر فشار گاز کاهش یابد حجم آن افزایش می‌یابد. بنابراین خواهیم داشت:

$$PV = cte \rightarrow P_2 V_2 = P_1 V_1 \rightarrow (0.2 P_1)(V_1 + \Delta) = P_1 V_1 \rightarrow 0.2(V_1 + \Delta) = V_1$$

$$\rightarrow 0.2 V_1 = \Delta \rightarrow V_1 = 20 \text{ Lit}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- در یک مخزن گاز ۸ مول گاز کامل در دمای 77°C و فشار 420 cmHg وجود دارد. شیر مخزن را باز می‌کنیم تا ۲ مول از گاز خارج شود. اگر دمای نهایی گاز درون مخزن 27°C برسد، فشار نهایی گاز درون مخزن چند cmHg می‌شود؟

۲۷۰ (۴)

۲۵۵ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۲۵ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۰۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

قانون عمومی گازها

در حالت کلی، بین فشار، حجم و دمای مطلق گاز رابطه عمومی زیر برقرار است.

$$\frac{PV}{T} = \text{ثابت} \rightarrow \frac{P_1 V_1}{T_1} = \frac{P_2 V_2}{T_2} = \dots$$

گاز کامل

گازی است که ذرات آن با هم برهم‌کنش ندارند. گازهای رقیق (مانند هوا در شرایط معمولی) گاز کامل محسوب می‌شوند.

معادله حالت گاز کامل

بین متغیرهای ترمودینامیکی یک گاز کامل رابطه زیر برقرار است.

$$PV = nRT \rightarrow \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} = \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} = \dots$$

$$\text{ثابت عمومی گازها: } \frac{PV}{nT} = R = 8/314 = \dots$$

n: تعداد مول گاز

$$n = \frac{m}{M} = \frac{N}{N_a}$$

m: جرم گاز

M: جرم مولی گاز

N: تعداد مولکولهای گاز

$$N_a = 6/022 \times 10^{23} \text{ عدد آووگادرو}$$

با توجه به قانون گازهای کامل داریم:

$$\frac{PV}{nT} = \text{cte} \rightarrow \frac{P_2 V_2}{n_2 T_2} = \frac{P_1 V_1}{n_1 T_1} \rightarrow \frac{P_2}{6 \times (27 + 273)} = \frac{420}{8 \times (77 + 273)}$$

$$\rightarrow \frac{P_2}{6 \times 300} = \frac{420}{8 \times 350} \rightarrow P_2 = 270 \text{ cmHg}$$

گروه آموزشی ماز



۵۱- چند مورد از مطالب زیر، درست است؟

- آ: استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی و شیمیایی است.
 ب: در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، با عبور جریان برق از $Mg(OH)_2$ ، فلز منیزیم به دست می آید.
 پ: دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمک‌های حل شده در آن بسیار زیاد است.
 ت: بیشتر آب‌های روی زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد.
- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - حفظی - ۱۰۰۳)



موارد (آ)، (پ) و (ت) درست هستند.

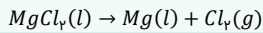


آ: استخراج $NaCl$ و فلز منیزیم از آب دریا، به ترتیب به روش فیزیکی (به صورت تبلور) و شیمیایی (واکنش با سایر مواد) است.



ب: در فرایند استخراج منیزیم از آب دریا، با عبور جریان برق از $MgCl_2$ ، فلز منیزیم به دست می آید. به درسامه زیر، دقت کنید:

فلز منیزیم ماده ارزشمند دیگری است که در تهیه آلیاژها، شربت معده و ... کاربرد دارد. یکی از منابع تهیه این فلز آب دریا است. منیزیم در آب دریا به شکل $Mg^{2+}(aq)$ وجود دارد. برای استخراج و جداسازی آن، در مرحله نخست منیزیم را به صورت ماده جامد و نامحلول $Mg(OH)_2$ رسوب می‌دهند، سپس آن را به منیزیم کلرید تبدیل می‌کنند. در پایان با استفاده از جریان برق، منیزیم کلرید مذاب را به عنصرهای سازنده آن تجزیه می‌کنند:



پ: دریاچه ارومیه، یکی از دریاچه‌های شور دنیا است که مقدار نمک‌های حل شده در آن بسیار زیاد است.



- محلول، مخلوطی همگن از دو یا چند ماده است که حالت فیزیکی و ترکیب شیمیایی محلول در سرتاسر آن، یکسان و یکنواخت است.
- محلول‌ها می‌توانند به سه حالت وجود داشته باشند:
 الف) گازی ← هوا
 ب) مایع ← سرم فیزیولوژیک، ضدیخ (اتیلن گلیکول در آب)، گلاب (مخلوط همگن از چند ماده آلی در آب)
 ج) جامد ← سکه فلزی
- برخی محلول‌ها رقیق و برخی غلیظ هستند که از جمله محلول‌های رقیق، سرم فیزیولوژیک را می‌توان نام برد. از جمله محلول‌های غلیظ گلاب دوآتشه، محلول نیتریک‌اسید ۷۰٪ جرمی، آب دریای مرده و آب دریاچه ارومیه را می‌توان مثال زد.
- مقایسه غلظت آب چهار دریا:

اقیانوس آرام > دریای مدیترانه > دریای سرخ > دریای مرده

برای راحت‌تر به خاطر سپردن ترتیب نام دریاها، می‌توانید از رمز «مرده، در سرخی مدیترانه آرام گرفت» استفاده کنید.

ت: بیشتر آب‌های روی زمین شور است و نمی‌توان از آن‌ها در کشاورزی، مصارف خانگی و صنعتی استفاده کرد.

گروه آموزشی ماز

۵۲- کدام یک از مطالب زیر، نادرست است؟

- ۱) نقطه جوش برم (Br_2) برخلاف کلر (Cl_2)، بالای $25^\circ C$ است.
- ۲) در هر کیلوگرم از محلول استریل سدیم کلرید، ۹ گرم نمک وجود دارد.
- ۳) عمده مصرف نمک سدیم کلرید، در تهیه Na ، Cl_2 ، $NaOH$ و H_2 است.
- ۴) معادله انحلال پذیری Li_2SO_4 بر حسب دما، می‌تواند به صورت $S = 0.15\theta + 35$ باشد.

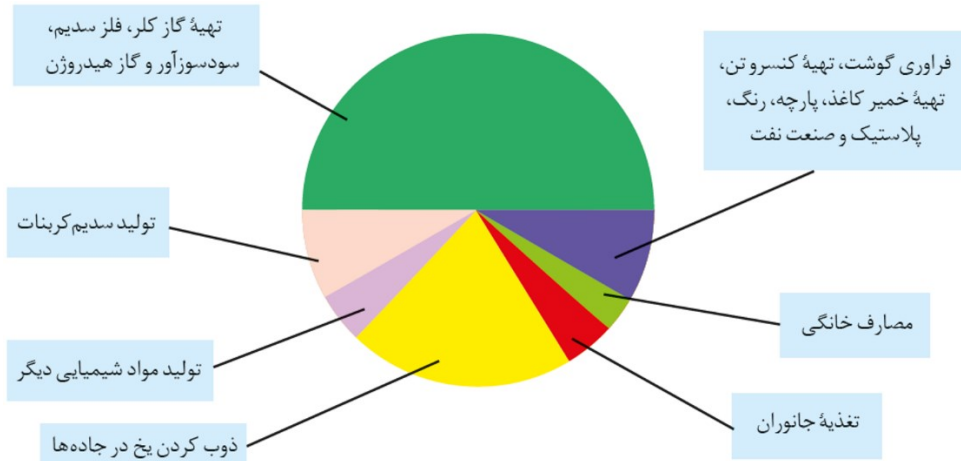
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۰۰۳)



انحلال پذیری Li_2SO_4 در آب، با دما رابطه عکس دارد. یعنی با افزایش دما، از میزان انحلال پذیری آن کاسته می‌شود. پس شیب نمودار انحلال پذیری این نمک، منفی است و در معادله انحلال پذیری بر حسب دما، ضریب θ باید عددی منفی باشد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) برم در دمای اتاق مایع است؛ پس نقطه جوش آن، بیشتر از 25°C است. کلر در دمای اتاق به صورت گاز است؛ پس نقطه جوش آن، کمتر از 25°C است.
- ۲) محلول استریل سدیم کلرید، $0/9$ درصد جرمی است. به عبارتی در 100 گرم از آن $0/9$ گرم سدیم کلرید وجود دارد؛ پس در یک کیلوگرم از آن، 9 گرم نمک موجود است.
- ۳) عمده مصرف نمک سدیم کلرید، در تهیه Na ، Cl_2 ، NaOH ، H_2 است. کاربردهای نمک سدیم کلرید را در شکل زیر می‌بینید:



گروه آموزشی ماز

۵۳- کدام یک از مطالب زیر، درست است؟

- ۱) در میدان الکتریکی، اتم‌های اکسیژن در مولکول کربن دی‌اکسید، به سمت قطب مثبت جهت گیری می‌کنند.
- ۲) در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه، مواد ناقطبی، نقطه جوش بالاتری نسبت به مواد قطبی دارند.
- ۳) انحلال پذیری باریم سولفات، کمتر از $0/1$ گرم در یک کیلوگرم آب است.
- ۴) بخش اعظم منابع غیراقیانوسی آب کره را، آب‌های زیرزمینی تشکیل داده‌اند.

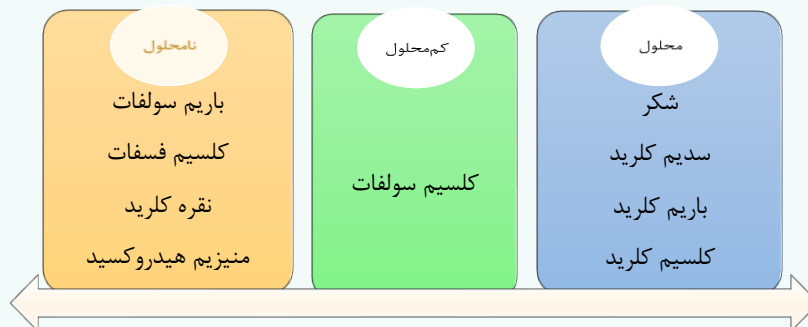
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

باریم سولفات نمکی نامحلول در آب است. مواد نامحلول در آب، کمتر از $0/1$ گرم در 100 گرم آب حل می‌شوند. پس می‌توان گفت انحلال پذیری باریم سولفات در یک کیلوگرم آب، کمتر از $0/1$ گرم است.

شیمی دان‌ها مواد حل‌شونده جامد را بر اساس انحلال‌پذیری در آب و در دمای اتاق به ۳ دسته تقسیم می‌کنند:

- ✓ مواد محلول: موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها بیشتر از 1 گرم حل‌شونده در 100 گرم آب است.
 - ✓ مواد کم‌محلول: موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها بین $0/1$ تا 1 گرم حل‌شونده در 100 گرم آب است.
 - ✓ مواد نامحلول: موادی که انحلال‌پذیری آن‌ها کمتر از $0/1$ گرم حل‌شونده در 100 گرم آب است.
- در تصویر زیر، انحلال‌پذیری چند مورد از ترکیب‌های مختلف آمده است:



به طور کلی، اکثر ترکیب‌های یونی که در ساختار خود یون آمونیوم (NH_4^+)، یون نیترات (NO_3^-) و کاتیون‌های فلزهای گروه اول جدول دوره‌ای را دارند، در آب محلول هستند.

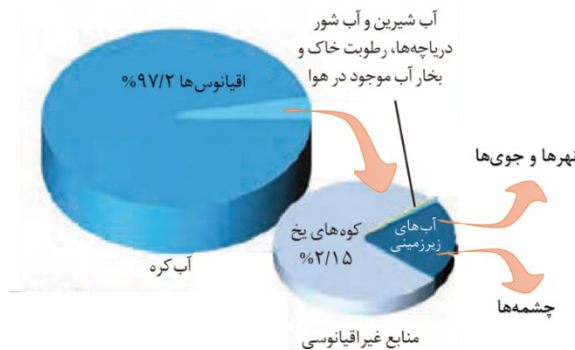
بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱ مولکول کربن دی‌اکسید ناقطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت گیری نمی‌کند.
- ۲ در مواد مولکولی با جرم مولی مشابه، مواد قطبی، نقطه جوش بالاتری نسبت به مواد ناقطبی دارند.

عوامل موثر بر نیروی بین مولکولی (وان دروالسی)

- ۱) قطبیت مولکول: هر چه قطبیت بیشتر ← نیروی بین مولکولی بیشتر ← نقطه جوش بیشتر
مثال: HCl قطبی و N_2 ناقطبی است. بنابراین نیروی بین مولکولی و نقطه جوش HCl بیشتر است.
- ۲) جرم و حجم مولکول: هر چه جرم و حجم بیشتر ← نیروی بین مولکولی بیشتر ← نقطه جوش بیشتر
مثال: I_2 جرم و حجم بیشتر نسبت به Br_2 دارد. بنابراین نیروی بین مولکولی قوی‌تر و نقطه جوش بالاتری دارد.
- نکته: هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد (به صفر نزدیک‌تر باشد) راحت‌تر به مایع تبدیل می‌شود. به عبارتی هر چه نقطه جوش یک گاز بالاتر باشد، مایع کردن آن در دماهای بالاتری انجام می‌شود.

- ۴) بخش اعظم منابع غیراقیانوسی آب کره را، کوه‌های یخ تشکیل داده‌اند. به شکل زیر دقت کنید:



گروه آموزشی ماز

۵۴- ترکیب حاصل از کاتیون و آنیون فراوان آب دریا به صورت است.

- | | |
|-----------------------------|--------------------------------|
| ۱) دومین - دومین - $MgCO_3$ | ۲) سومین - نخستین - $CaCl_2$ |
| ۳) سومین - دومین - $MgSO_4$ | ۴) نخستین - سومین - Na_2SO_4 |

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

ترتیب مقدار یون‌های موجود در آب دریا (هم کاتیون و هم آنیون) به صورت زیر است:
 $Cl^- > Na^+ > SO_4^{2-} > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+ > CO_3^{2-} > Br^-$
 مقایسه کاتیون‌ها و آنیون‌ها، به صورت جداگانه نیز در زیر آمده‌است:
 $Na^+ > Mg^{2+} > Ca^{2+} > K^+$
 $Cl^- > SO_4^{2-} > CO_3^{2-} > Br^-$

بررسی گزینه‌ها:

- ۱) دومین کاتیون Mg^{2+} و دومین آنیون SO_4^{2-} است و ترکیب حاصل از آن‌ها به صورت $MgSO_4$ است.
- ۲) سومین کاتیون Ca^{2+} و فراوان‌ترین آنیون، Cl^- است. ترکیب حاصل از این دو یون، به صورت $CaCl_2$ است.
- ۳) سومین کاتیون فراوان، Ca^{2+} و دومین آنیون فراوان، SO_4^{2-} است. ترکیب حاصل از این دو یون، به صورت $CaSO_4$ است.
- ۴) نخستین کاتیون Na^+ و سومین آنیون CO_3^{2-} است. ترکیب حاصل از این دو یون، به صورت Na_2CO_3 است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- اگر شمار اتم‌ها در هر واحد از فرمول شیمیایی مس (X) کربنات و آهن (Y) سولفات برابر باشد، فرمول شیمیایی مس (X) فسفات و آهن (Y) نیترات کدام است؟

- | | |
|--------------------------------|--------------------------------|
| ۱) $Fe(NO_3)_2 - Cu_3(PO_4)_2$ | ۲) $Fe(NO_3)_2 - Cu_3(PO_4)_2$ |
| ۳) $Fe(NO_3)_3 - Cu_3(PO_4)_2$ | ۴) $Fe(NO_3)_3 - Cu_3PO_4$ |

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ سریعی:

عنصر مس دارای دو نوع یون Cu^+ و Cu^{2+} است. پس فرمول شیمیایی کربنات حاصل از آن، به صورت Cu_2CO_3 یا $CuCO_3$ است. عنصر آهن نیز دارای دو نوع یون Fe^{2+} و Fe^{3+} می‌باشد. پس فرمول شیمیایی سولفات حاصل از آن به صورت $FeSO_4$ یا $Fe_2(SO_4)_3$ است. شمار اتم‌ها در دو ترکیب Cu_2CO_3 و $FeSO_4$ با هم برابر است. پس ظرفیت یون مس برابر با ۱ و ظرفیت یون آهن برابر با ۲ است. به عبارتی مقادیر x و y به ترتیب برابر با ۱ و ۲ هستند. بنابراین فرمول شیمیایی مس (I) فسفات و آهن (II) نیترات به ترتیب به صورت Cu_3PO_4 و $Fe(NO_3)_2$ است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب سمت راست، با نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب سمت چپ در کدام گزینه یکسان است؟

- (۱) آهن (II) فسفات - کلسیم اکسید
(۲) آلومینیم کربنات - منیزیم فسفات
(۳) کروم (II) سولفات - آمونیوم سولفید
(۴) آمونیوم فسفید - روی نیترید

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)

پاسخ سریعی:

برای محاسبه نسبت شمار آنیون به کاتیون، کافی است بدون نوشتن فرمول شیمیایی ترکیب، بار کاتیون را به بار آنیون تقسیم کنیم:

$$\frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{بار آنیون}}$$

به فرمول شیمیایی و بار یون‌های چند اتمی دقت کنید:

یون چند اتمی	فرمول شیمیایی
فسفات	PO_4^{3-}
کربنات	CO_3^{2-}
هیدروکسید	OH^-
نیترات	NO_3^-
سولفات	SO_4^{2-}
آمونیوم	NH_4^+

برای محاسبه نسبت شمار آنیون به کاتیون در ترکیب آلومینیم کربنات، بار کاتیون آلومینیم (۳) را به بار آنیون کربنات (۲) تقسیم می‌کنیم که برابر با $\frac{۲}{۳}$ است. هم‌چنین برای محاسبه نسبت شمار کاتیون به آنیون در ترکیب منیزیم فسفات، بار آنیون فسفات (۳) را به بار کاتیون منیزیم (۲) تقسیم می‌کنیم که این مقدار نیز برابر با $\frac{۲}{۳}$ است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ با توجه به توضیحات داده شده می‌توان نوشت:

آهن (II) فسفات:

کلسیم اکسید:

پس نسبت‌های خواسته شده با هم برابر نیستند.

۲ نسبت‌های خواسته شده در ترکیب‌های این گزینه نیز، با هم برابر نیستند.

کروم (II) سولفات:

آمونیوم سولفید (یون سولفید به صورت S^{2-} است):

۳ نسبت‌های خواسته شده در ترکیب‌های این گزینه نیز، با هم برابر نیستند.

آمونیوم فسفید (یون فسفید به صورت P^{3-} است):

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{بار آنیون}} = \frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۲}{۳}$$

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{بار کاتیون}} = \frac{\text{بار آنیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{بار آنیون}} = \frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{بار کاتیون}} = \frac{\text{بار آنیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{۲}{۱} = ۲$$

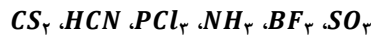
$$\frac{\text{شمار آنیون}}{\text{بار آنیون}} = \frac{\text{بار کاتیون}}{\text{شمار کاتیون}} = \frac{۱}{۳}$$

روی نیتريد (یون نیتريد به صورت N^{3-} است):

$$\frac{\text{شمار کاتیون}}{\text{شمار آنیون}} = \frac{\text{بار آنیون}}{\text{بار کاتیون}} = \frac{3}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- چند مولکول از مولکول‌های داده شده، در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند؟



۵ (۴)

۴ (۳)

۳ (۲)

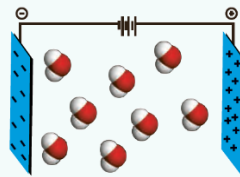
۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



به درسامه زیر دقت کنید:

در یک مولکول، اتم‌هایی که توانایی بیشتری در جذب الکترون‌ها دارند، دارای بار جزئی منفی می‌شوند و در میدان الکتریکی به سمت قطب مثبت میدان جهت‌گیری می‌کنند. به عنوان مثال، در مولکول آب، اکسیژن، دارای بار جزئی منفی و هیدروژن‌ها دارای بار جزئی مثبت هستند. پس در میدان الکتریکی، اکسیژن به سمت قطب مثبت و هیدروژن‌ها به سمت قطب منفی جهت‌گیری می‌کنند.



جهت‌گیری مولکول‌ها در میدان الکتریکی، مبنای اندازه‌گیری کمیتی به نام گشتاور دوقطبی (μ) با یکای دباي (D) است. مقدار این کمیت، با افزایش مقدار قطبیت مولکول افزایش می‌یابد. این کمیت، میزان قطبیت مولکول و قدرت نیروهای بین مولکولی را نشان می‌دهد. نمودار زیر، وابستگی گشتاور دوقطبی مولکول‌ها با سایر مشخصات مربوط به آن‌ها را نشان می‌دهد:



مولکول‌های ناقطبی:

مولکول‌های دارای دو اتم یکسان مانند F_2 و N_2

مولکول‌هایی با اتم‌های مشابه پیرامون اتم مرکزی و فاقد جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند CO_2 و CH_4

مولکول‌های قطبی:

مولکول‌های دارای جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی مانند SO_2 و NH_3

مولکول‌های دواتمی با دو اتم متفاوت مانند HCl و CO

مولکول‌های دارای اتم‌های متفاوت پیرامون اتم مرکزی مانند CH_3Cl

ساختار لوویس مولکول‌های داده شده در شکل زیر رسم شده است:



مولکول‌های SO_2 و BF_3 فاقد جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود هستند و اتم‌های پیرامون اتم مرکزی آن‌ها نیز، یکسان است؛ پس مولکول‌هایی ناقطبی هستند. مولکول‌های PCl_3 و NH_3 دارای جفت الکترون ناپیوندی روی اتم مرکزی خود هستند؛ پس مولکول‌هایی قطبی می‌باشند. مولکول‌های HCN و CS_2 هر دو دارای ساختار خطی هستند؛ زیرا اتم مرکزی آن‌ها فاقد جفت الکترون ناپیوندی است اما اتم‌های پیرامون اتم مرکزی در مولکول HCN متفاوت هستند؛ پس HCN مولکولی قطبی است اما CS_2 مولکولی ناقطبی می‌باشد. بنابراین در میان مولکول‌های داده شده، ۳ مولکول PCl_3 ، NH_3 و HCN قطبی بوده و در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۵۸- چند لیتر محلول ۵ مولار آمونیوم سولفید، باید با ۵ لیتر محلول ۲ مولار آن مخلوط شود تا پس از رقیق شدن تا حجم ۳۰ لیتر، به محلول ۲ مولار این نمک تبدیل شود؟

۱۰ (۴)

۱۲ (۳)

۱۵ (۲)

۸ (۱)



با توجه به رابطه $\frac{\text{مول حل شونده}}{\text{حجم محلول}} = \text{مولار}$ ، برای به دست آوردن مول حل شونده، باید حجم محلول را در غلظت مولار آن ضرب کنیم. پس اگر حجم محلول اولیه x لیتر باشد، مول حل شونده در آن برابر با $5x$ است:

$$5x = \text{مول حل شونده} \rightarrow \text{حجم محلول} \times \text{مولار} = \text{مول حل شونده}$$

بنابراین مول حل شونده در محلولی که به محلول اولیه اضافه می‌شود نیز، برابر با $10 = 5 \times 2$ است. پس می‌توان گفت پس از مخلوط کردن دو محلول، مجموع مول حل شونده برابر با $5x + 10$ است. این محلول تا حجم ۳۰ لیتر رقیق شده است. به هنگام رقیق شدن، مول حل شونده ثابت می‌ماند و با افزودن آب، فقط غلظت محلول کاسته می‌شود. پس مول حل شونده در محلول نهایی برابر با $60 = 30 \times 2$ است. بنابراین می‌توان نوشت:

$$5x + 10 = 60 \rightarrow x = 10 L$$

پس حجم محلول اولیه برابر با ۱۰ لیتر بوده است.

گروه آموزشی ماز

۵۹- ۱۵۰ گرم محلول سدیم کلرید با غلظت 11700 ppm را با ۸۵۰ گرم محلول نقره نیترات با غلظت 2000 ppm مخلوط می‌کنیم. غلظت یون کلرید در محلول نهایی چند ppm است؟

$$(N = 14, O = 16, Na = 23, Cl = 35/5, Ag = 108 : g.mol^{-1})$$

۷۱۰ (۴)

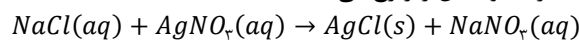
۱۷۷۵ (۳)

۹۴۵ (۲)

۱۰۶۵ (۱)



با مخلوط کردن دو محلول سدیم کلرید و نقره نیترات، واکنش زیر رخ می‌دهد:



بنابراین مقداری از یون کلر در ترکیب نقره کلرید، رسوب می‌کند. پس باید مول هر دو حل شونده را به دست آوریم و مقدار یون کلر واکنش نداده را محاسبه کرده و سپس غلظت آن را بیابیم. با توجه به رابطه ppm برای سدیم کلرید می‌توان نوشت:

$$\text{غلظت } \text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده } (g)}{\text{جرم محلول } (g)} \times 10^6 \rightarrow 11700 = \frac{x}{150} \times 10^6 \rightarrow x = 15 \times 117 \times 10^{-3}$$

پس در محلول سدیم کلرید، $15 \times 117 \times 10^{-3}$ گرم نمک وجود دارد. هنگامی که محاسبات طولانی به نظر می‌رسد، بهتر است اعداد را بدون محاسبه و به صورت ضرب (مشابه بالا) بنویسیم. این امکان وجود دارد که این اعداد در مراحل بعدی ساده شوند. می‌دانیم که در هر مول $NaCl$ ، یک مول یون کلر وجود دارد. پس جرم یون کلر در این محلول برابر است با:

$$? g Cl^- = 15 \times 117 \times 10^{-3} g NaCl \times \frac{1 \text{ mol } NaCl}{58/5 g NaCl} \times \frac{1 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } NaCl} \times \frac{35/5 g Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 1/0.65$$

بنابراین در ابتدا $1/0.65$ گرم یون کلر در محلول موجود است. همان‌طور که در محاسبات می‌بینید، ۱۱۷ دو برابر $58/5$ است و به راحتی ساده می‌شود. حال باید ببینیم چند گرم از این یون وارد واکنش شده و رسوب می‌کند. ابتدا رابطه ppm را برای نقره نیترات می‌نویسیم:

$$\text{غلظت } \text{ppm} = \frac{\text{جرم حل شونده } (g)}{\text{جرم محلول } (g)} \times 10^6 \rightarrow 2000 = \frac{x}{850} \times 10^6 \rightarrow x = 1/7$$

پس در محلول نقره نیترات $1/7$ گرم نمک وجود دارد. حال جرم یون کلر مصرف شده را محاسبه می‌کنیم:

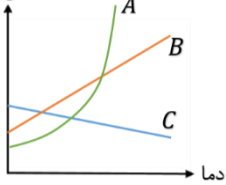
$$? g Cl^- = 1/7 g AgNO_3 \times \frac{1 \text{ mol } AgNO_3}{170 g AgNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } NaCl}{1 \text{ mol } AgNO_3} \times \frac{1 \text{ mol } Cl^-}{1 \text{ mol } NaCl} \times \frac{35/5 g Cl^-}{1 \text{ mol } Cl^-} = 0/355$$

بنابراین $0/355$ گرم از یون کلر مصرف شده و یون کلر باقی مانده در محلول نهایی برابر با $1/0.65 - 0/355 = 0/71$ است. اکنون غلظت نهایی یون کلر را محاسبه می‌کنیم:

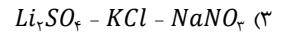
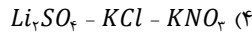
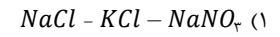
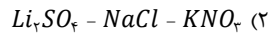
$$\text{غلظت } \text{ppm} = \frac{0/71 g}{850 + 150} \times 10^6 = 710$$

گروه آموزشی ماز

انحلال پذیری



۶۰- با توجه به شکل روبه‌رو که روند انحلال پذیری سه ماده A، B و C را نسبت به دما نشان می‌دهد، A، B و C به ترتیب، از راست به چپ کدام نمک‌ها می‌توانند باشند؟



پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - حفظی - ۱۰۰۳)

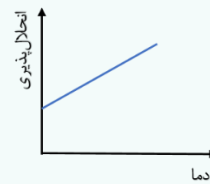
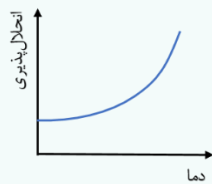


پاسخ سریعی!

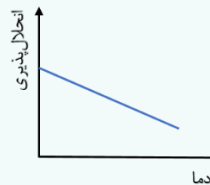
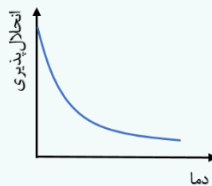
به درسنامه زیر دقت کنید:

رابطه دما با انحلال پذیری مواد، به یکی از سه صورت زیر است:

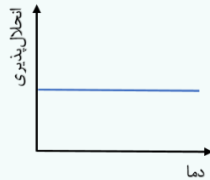
رابطه مستقیم: شیب نمودار انحلال پذیری موادی مانند $NaNO_3$ ، KNO_3 و KCl صعودی است؛ بنابراین، ترکیبات گفته شده با افزایش دما به میزان بیشتری در آب حل می‌شوند. با توجه به نمودار بالا، انحلال پذیری همه مواد به جز KNO_3 ، به صورت خطی است.



رابطه معکوس: شیب نمودار انحلال پذیری موادی مانند Li_2SO_4 و گازها، نزولی است. بنابراین با افزایش دما به میزان کمتری در آب حل می‌شوند. به عبارتی با افزایش دما، کمتر در آب حل می‌شوند.

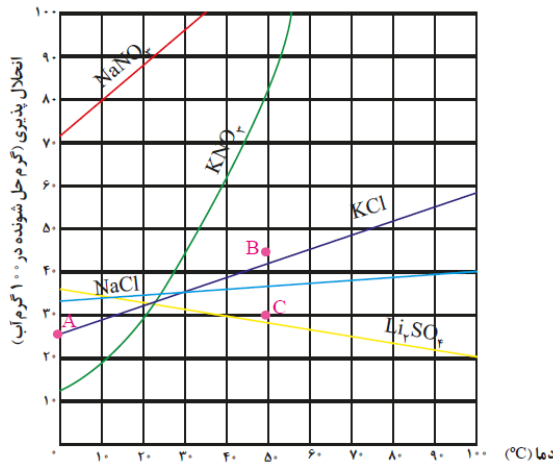


مستقل: دما تاثیر چندانی بر انحلال پذیری برخی مواد مانند $NaCl$ ندارد.



به طور کلی، هر چه شیب نمودار انحلال پذیری ماده‌ای بیشتر باشد، تاثیر دما بر انحلال پذیری آن بیشتر است.

ماده A، نمکی است که نمودار انحلال پذیری آن در آب به صورت صعودی و غیرخطی است. در میان مواد داده شده، KNO_3 دارای چنین شرایطی است. هم‌چنین انحلال پذیری ماده C با دما رابطه عکس دارد؛ در میان مواد داده شده، Li_2SO_4 دارای چنین شرایطی است.





۶۱- مخلوطی از دو محلول پتاسیم سولفات و سدیم سولفات به جرم ۱۰۰۰ گرم، موجود است. اگر درصد جرمی یون سولفات و یون پتاسیم در این محلول، به ترتیب برابر با ۴/۸ و ۲/۳۴ باشد، جرم نمک سدیم سولفات در این مخلوط کدام است؟

$(O = ۱۶, Na = ۲۳, S = ۳۲, K = ۳۹ : g.mol^{-1})$

۳۴/۲ (۴)

۲۸/۴ (۳)

۳۲/۶ (۲)

۲۴/۸ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)



ابتدا با استفاده از درصد جرمی یون پتاسیم، جرم یون سولفات موجود در ترکیب پتاسیم سولفات (K_2SO_4) را به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده } (g)}{\text{جرم محلول } (g)} \times 100 \rightarrow 2/34 = \frac{x}{1000} \times 100 \rightarrow x = 23/4$$

$$? g SO_4^{2-} = 23/4 g K^+ \times \frac{1 mol K^+}{39 g K^+} \times \frac{1 mol SO_4^{2-}}{2 mol K^+} \times \frac{96 g SO_4^{2-}}{1 mol SO_4^{2-}} = 28/8$$

پس جرم یون سولفات موجود در ترکیب پتاسیم سولفات برابر با ۲۸/۸ گرم است. اکنون با استفاده از درصد جرمی یون سولفات، جرم کل این یون را در محلول به دست می‌آوریم:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده } (g)}{\text{جرم محلول } (g)} \times 100 \rightarrow 4/8 = \frac{x}{1000} \times 100 \rightarrow x = 48$$

$$48 - 28/8 = 19/2$$

حال می‌توان جرم یون سولفات موجود در ترکیب سدیم سولفات را محاسبه کرد:

اکنون با استفاده از جرم یون سولفات، جرم نمک سدیم سولفات را به دست می‌آوریم:

$$? g Na_2SO_4 = 19/2 g SO_4^{2-} \times \frac{1 mol SO_4^{2-}}{96 g SO_4^{2-}} \times \frac{1 mol Na_2SO_4}{1 mol SO_4^{2-}} \times \frac{142 g Na_2SO_4}{1 mol Na_2SO_4} = 28/4$$

پس جرم سدیم سولفات برابر با ۲۸/۴ گرم است.

🧠 برای تمرین بیشتر مثال زیر را حل کنید.

در محلولی از منیزیم نیترات و کبالت(III)نیترات، ۷۲ گرم یون Mg^{2+} و ۲۳۶ گرم یون Co^{3+} وجود دارد. در این محلول، چند گرم یون نیترات وجود دارد؟ $(N = ۱۴, O = ۱۶, Mg = ۲۳, Co = ۵۹ : g.mol^{-1})$

۸۶۸ (۴)

۹۹۲ (۳)

۱۰۵۴ (۲)

۱۱۱۶ (۱)

پاسخ: گزینه ۱

فرمول شیمیایی منیزیم نیترات و کبالت(III)نیترات، به ترتیب به صورت $Mg(NO_3)_2$ و $Co(NO_3)_3$ است. هرگاه اطلاعات جرم یا مول کاتیون یا آنیونی از یک ترکیب را داشته باشیم، جرم یا مول کل ترکیب، یا یون دیگر را نیز، می‌توانیم به دست آوریم. برای این کار، کافی است جدول تناسبی مشابه جدول زیر، بنویسیم. به عنوان مثال جدول مربوط به نسبت مولی در ترکیب $Mg(NO_3)_2$ به صورت زیر است:

مول $Mg(NO_3)_2$	مول Mg^{2+}	مول NO_3^-
۱	۱	۲

این نسبت بیان می‌کند که در هر مول از $Mg(NO_3)_2$ ، یک مول کاتیون و دو مول آنیون وجود دارد. مشابه چنین جدولی را برای نسبت جرم‌ها نیز می‌توان نوشت:

جرم $Mg(NO_3)_2$	جرم Mg^{2+}	جرم NO_3^-
۱۴۸	۲۴	$2 \times 62 = ۱۲۴$

به عبارتی در ۱۴۸ گرم از $Mg(NO_3)_2$ ، ۲۴ گرم منیزیم و ۱۲۴ گرم نیترات وجود دارد. پس اکنون که ۷۲ گرم یون منیزیم داریم، مقدار یون نیترات برابر است با:

جرم Mg^{2+}	جرم NO_3^-
۲۴	۱۲۴
۷۲	$x = ۳۷۲$

این مطلب را به صورت استوکیومتری نیز می‌توان نشان داد:

$$? g NO_3^- = 72 g Mg^{2+} \times \frac{1 mol Mg^{2+}}{24 g Mg^{2+}} \times \frac{2 mol NO_3^-}{1 mol Mg^{2+}} \times \frac{62 g NO_3^-}{1 mol NO_3^-} = 372$$

پس به ازای ۷۲ گرم یون منیزیم، ۳۷۲ گرم یون نیترات وجود دارد. اکنون تناسب مشابه را برای ترکیب $Co(NO_3)_3$ می‌نویسیم.



در این ترکیب، به ازای هر مول $Co(NO_3)_3$ ، یک مول یون Co^{3+} و سه مول یون NO_3^- وجود دارد:

جرم Co^{3+}	جرم NO_3^-
۵۹	۱۸۶
۲۳۶	$x = ۷۴۴$

این مطلب را به صورت استوکیومتری نیز می‌توان نشان داد:

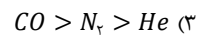
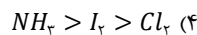
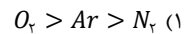
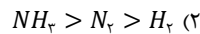
$$? g NO_3^- = ۲۳۶ g Co^{3+} \times \frac{۱ mol Co^{3+}}{۵۹ g Co^{3+}} \times \frac{۳ mol NO_3^-}{۱ mol Co^{3+}} \times \frac{۶۲ g NO_3^-}{۱ mol NO_3^-} = ۷۴۴$$

پس به ازای ۲۳۶ گرم یون کبالت، ۷۴۴ گرم یون نیترات وجود دارد و مجموع یون‌های نیترات در هر دو ترکیب برابر است با:

$$۳۷۲ + ۷۴۴ = ۱۱۱۶$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- مقایسه نقطه جوش مواد در کدام گزینه نادرست است؟



پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۰۰۳)



ید در دمای اتاق جامد است. پس نقطه جوش بالاتری نسبت به مولکول‌هایی که در دمای اتاق به صورت گاز هستند دارد. بنابراین مقایسه صحیح به صورت $I_2 > Cl_2 > NH_3$ است. (نقطه جوش گاز کلر از گاز آمونیاک بیشتر است اما این موضوع خارج از کتاب درسی است و نیازی به حفظ کردن آن نیست.)



۱ در فرایند تقطیر جزء به جزء هواکره به خاطر داریم که نقطه جوش گاز نیتروژن پایین‌تر از آرگون و اکسیژن است. هم‌چنین نقطه جوش گاز آرگون اندکی از گاز اکسیژن نیز کمتر است. به طور کلی، جرم گاز اکسیژن بیشتر از گاز نیتروژن بوده؛ پس نقطه جوش بالاتری نیز دارد.

۲ فرایند هابر به خاطر داریم که نقطه جوش گاز آمونیاک در حدود $33^\circ C$ است. هم‌چنین نقطه جوش گاز هیدروژن کمتر از $200^\circ C$ می‌باشد. به طور کلی، آمونیاک مولکولی قطبی است و نقطه جوش بالاتری نسبت به دو مولکول H_2 و N_2 دارد. گاز N_2 نیز جرم مولی بیشتری نسبت به گاز H_2 و در نتیجه نقطه جوش بالاتری نسبت به آن دارد.

۳ جرم مولی گازهای CO و N_2 یکسان است اما گاز CO قطبی بوده و نقطه جوش بالاتری دارد. نقطه جوش گاز هلیوم کمتر از $200^\circ C$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۶۳- برای تبدیل محلول فراسیرشده به محلول سیر شده آن، باید

(۱) لیتیم سولفات - دما را افزایش دهیم.

(۲) سدیم نیترات - مقداری از آب را با حرارت تبخیر کنیم.

(۳) پتاسیم کلرید - دما را افزایش دهیم.

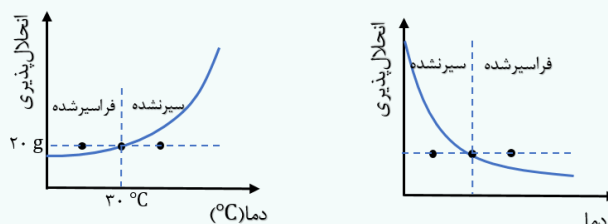
(۴) پتاسیم نیترات - محلول را با محلول سیر شده آن مخلوط کنیم.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



به درسامه زیر دقت کنید:

محلول‌های فراسیرشده و سیرنشده:



✓ موادی که نمودار انحلال‌پذیری آن‌ها صعودی است (نمودار سمت چپ)، با افزایش و کاهش دمای محلول سیرشده آن‌ها، به ترتیب به محلول سیرنشده و فراسیرشده تبدیل می‌شوند. به عنوان مثال، اگر ۲۰ گرم از ماده‌ای در دمای $30^\circ C$ ، در ۱۰۰ گرم آب حل شود و محلول سیرشده‌ای به دست آید، در دماهای بالای $30^\circ C$ ، محلولی سیرنشده است. هم‌چنین در دماهای پایین‌تر از $30^\circ C$ ، محلولی فراسیرشده است.

موادی که نمودار انحلال پذیری آن‌ها نزولی است (نمودار سمت راست)، با افزایش و کاهش دمای محلول سیر شده آن‌ها، به ترتیب به محلول فراسیر شده و سیر نشده تبدیل می‌شوند.

نمودار انحلال پذیری پتاسیم کلرید به صورت صعودی است. پس برای حل شدن مقدار اضافی آن، باید دمای محلول را افزایش داد تا انحلال پذیری افزایش یابد.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ نمودار انحلال پذیری لیتیم سولفات به صورت نزولی است. پس برای حل شدن مقدار اضافی آن، باید دمای محلول را کاهش داد تا انحلال پذیری افزایش یابد.

۲ با تبخیر آب، محلول غلیظ‌تر می‌شود. برای حل شدن مقدار اضافی نمک، باید آب بیشتری به محلول اضافه شود.

۴ در دمای ثابت، افزودن محلولی سیر نشده از نمک مورد نظر، می‌تواند باعث تهیه محلول سیر شده شود اما افزودن محلولی سیر شده به محلولی فراسیر شده، همچنان محلول نهایی را به صورت فراسیر شده نگه می‌دارد.

گروه آموزشی ماز

۶۴- انحلال پذیری ماده‌ای در دماهای 20°C و 40°C به ترتیب برابر با ۴۰ و ۷۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در دمای 20°C ، ۵۰ گرم از این ماده را در ۱۰۰ گرم آب حل می‌کنیم. کدام یک از روش‌های زیر برای سیر کردن محلول نامناسب است؟

۱) دمای محلول را به تقریب به $26/6^{\circ}\text{C}$ برسانیم.

۲) ۲۵ گرم آب در دمای 20°C به محلول اضافه کنیم.

۳) در دمای 20°C ، ۱۰۰ گرم محلول ۳۰٪ جرمی از همین ماده را، به محلول اولیه بیافزاییم.

۴) در دمای 20°C ، ۶۰ گرم محلول $\frac{1}{6}$ درصد جرمی از همین ماده را، به محلول اولیه بیافزاییم.

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۰۰۳)

پاسخ تشریحی:

با استفاده از انحلال پذیری‌های داده شده، معادله انحلال پذیری این نمک را می‌نویسیم. معادله کلی انحلال پذیری نمک‌ها به صورت $S = \alpha\theta + S_0$ است. با جایگذاری انحلال پذیری در دو دمای داده شده، می‌توان معادله را نوشت:

$$\begin{cases} 40 = 20\alpha + S_0 \\ 70 = 40\alpha + S_0 \end{cases} \rightarrow \alpha = 1/5 \quad S_0 = 10$$

پس معادله به صورت $S = 1/5\theta + 10$ است. در دمای 20°C ، انحلال پذیری این نمک برابر با ۴۰ گرم در ۱۰۰ گرم آب است. در محلول داده شده، ۵۰ گرم نمک حل شده؛ پس ۱۰ گرم آن اضافی است. اکنون بررسی می‌کنیم که چگونه محلول مورد نظر را به محلولی سیر شده تبدیل کنیم.

بررسی گزینه‌ها:

۱ یک راهکار برای تهیه محلول سیر شده، تغییر دمای محلول است. با توجه به ضریب مثبت θ در معادله، می‌توان دریافت که نمودار انحلال پذیری این نمک به صورت صعودی بوده و با افزایش دما، می‌توان انحلال پذیری را افزایش داد و محلولی سیر شده تهیه کرد. پس باید بررسی کنیم که در چه دمایی ۵۰ گرم حل شونده در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود:

$$50 = 1/5\theta + 10 \rightarrow \theta = 26/6$$

پس با افزایش دما تا $26/6^{\circ}\text{C}$ ، مقدار ۱۰ گرم اضافی نمک نیز در ۱۰۰ گرم آب حل شده و محلول سیر شده می‌شود.

۲ یک راهکار برای تهیه محلول سیر شده از محلول فراسیر شده، افزودن آب به محلول است. پس باید ببینیم که ۵۰ گرم از این نمک، در چه مقدار آب حل می‌شود. بدین منظور می‌توان گفت که در دمای 20°C ، ۴۰ گرم نمک در ۱۰۰ گرم آب حل می‌شود. پس ۵۰ گرم نمک در ۱۲۵ گرم آب حل می‌شود:

جرم آب	جرم نمک
۱۰۰	۴۰
$x = 125$	۵۰

پس اگر ۲۵ گرم آب به محلول اضافه کنیم، مقدار نمک اضافی نیز حل می‌شود و محلول سیر شده به دست می‌آید.

۳ جرم نمک موجود در ۱۰۰ گرم محلول ۳۰ درصد جرمی برابر با ۳۰ گرم است:

$$\text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 \rightarrow 30 = \frac{x}{100} \times 100 \rightarrow x = 30$$

پس ۷۰ گرم مابقی مربوط به جرم آب است. حال باید ببینیم در دمای ۲۰°C، ۸۰ گرم نمک (۵۰ گرم اولیه به علاوه ۳۰ گرم موجود در محلول دوم)، در چند گرم آب حل می‌شود:

جرم آب	جرم نمک
۱۰۰	۴۰
$x = ۲۰۰$	۸۰

بنابراین ۲۰۰ گرم آب لازم داریم اما اکنون ۱۷۰ گرم آب (۱۰۰ گرم اولیه به علاوه ۷۰ گرم در محلول دوم) داریم؛ پس محلول سیر شده نمی‌شود.

جرم نمک موجود در ۶۰ گرم محلول $\frac{۱۰۰}{۶۰}$ درصد جرمی برابر با ۱۰ گرم است:

$$\frac{(g) \text{ جرم حل شونده}}{(g) \text{ جرم محلول}} \times ۱۰۰ \rightarrow \frac{۱۰۰}{۶} = \frac{x}{۶۰} \times ۱۰۰ \rightarrow x = ۱۰$$

پس در این محلول ۱۰ گرم نمک و ۵۰ گرم آب وجود دارد. حال باید ببینیم در دمای ۲۰°C، ۶۰ گرم نمک (۵۰ گرم اولیه به علاوه ۱۰ گرم موجود در محلول دوم)، در چند گرم آب حل می‌شود:

جرم آب	جرم نمک
۱۰۰	۴۰
$x = ۱۵۰$	۶۰

در محلول اولیه ۱۰۰ گرم آب و در محلول دوم نیز ۵۰ گرم آب موجود است که مجموع آن‌ها برابر با ۱۵۰ می‌شود. پس از مخلوط این دو محلول، محلولی سیر شده به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۶۵- چند مورد از مطالب زیر، جملهٔ روبه‌رو را به درستی تکمیل می‌کنند؟ «با افزودن نمک به محلول، یک نمک نامحلول و یک نمک کم‌محلول در آب تولید می‌شود.»

آ: نقره سولفات - کلسیم کلرید	ب: کلسیم هیدروکسید - منیزیم کلرید
پ: کلسیم کلرید - منیزیم سولفات	ت: کلسیم برمید - آمونیوم کربنات
۱ (۱)	۳ (۳)
۲ (۲)	۴ (۴)

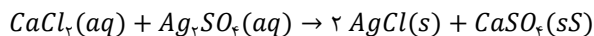
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۰۰۳)



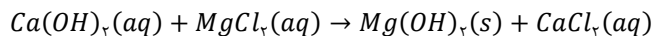
فقط مورد (آ) درست است. واکنش انجام شده در هر مورد را می‌نویسیم:



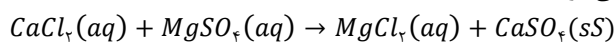
آ: نمک کلسیم سولفات کم محلول و نمک نقره کلرید، نامحلول است.



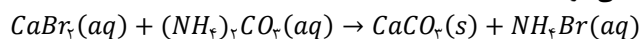
ب: در این واکنش مادهٔ کم محلول تشکیل نمی‌شود. پیش‌تر، در فرایند استخراج منیزیم، گفته شده که منیزیم هیدروکسید نمکی نامحلول در آب است.



پ: در این واکنش مادهٔ نامحلول تشکیل نمی‌شود.



ت: در این واکنش مادهٔ کم محلول تشکیل نمی‌شود.



گروه آموزشی ماز

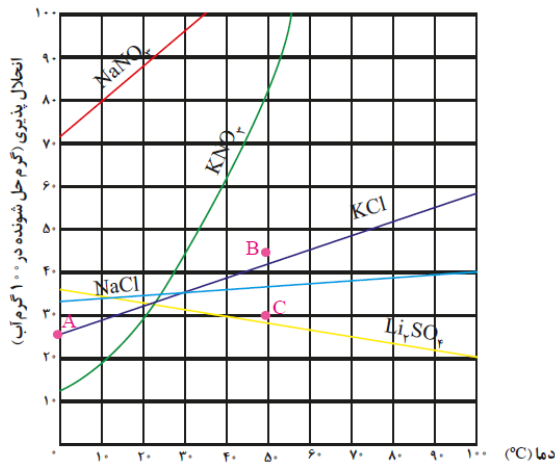
۶۶- تاثیر دما بر انحلال پذیری کدام‌یک از نمک‌های KNO_3 ، $NaCl$ ، Li_2SO_4 و KCl بیشتر از سایر نمک‌ها بوده و در ۲۰۰ میلی‌لیتر از محلول ۲ مولار آن، چند مول یون وجود دارد؟

۱ (۱) - Li_2SO_4	۲ (۲) - KNO_3	۳ (۳) - Li_2SO_4	۴ (۴) - KNO_3
--------------------	-----------------	--------------------	-----------------

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله - ۱۰۰۳)



هر چه شیب نمودار انحلال پذیری ماده‌ای بیشتر باشد (بدون در نظر گرفتن صعودی یا نزولی بودن آن)، تاثیر دما بر انحلال پذیری آن نیز، بیشتر است. در میان مواد داده شده، شیب نمودار انحلال پذیری KNO_3 بیشتر از سایر نمک‌ها است.



هر مول KNO_3 دارای دو مول یون است. پس داریم:

$$۰/۸ = \frac{۲ \text{ mol یون}}{۱ \text{ mol } KNO_3} \times \frac{۲ \text{ mol } KNO_3}{۱ \text{ L محلول}} \times \frac{۱ \text{ L}}{۱۰۰۰ \text{ ml}} \times \text{محلول } ۲۰۰ \text{ ml} = \text{یون } ۲ \text{ mol} \text{ ؟}$$

گروه آموزشی ماز

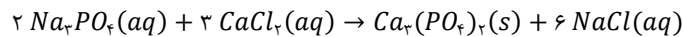
۶۷- ۲ لیتر محلول کلسیم کلرید با درصد جرمی ۳۳/۳٪ و چگالی $۱/۲ \text{ g}\cdot\text{mL}^{-۱}$ ، با چند لیتر محلول سدیم فسفات که غلظت یون سدیم در آن برابر با ۳/۶ مولار است، واکنش می‌دهد؟ ($Ca = ۴۰ \text{ g}\cdot\text{mol}^{-۱}$ ، $Cl = ۳۵/۵$)

$$\begin{matrix} ۲ (۱) & ۴ (۲) & \frac{۴}{۳} (۳) & \frac{۳}{۲} (۴) \end{matrix}$$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۰۰۳)



ابتدا واکنش مورد نظر را می‌نویسیم:



هنگامی که درصد جرمی و چگالی محلولی را به ما بدهند و غلظت مولار آن را بخواهند، از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

رابطه زیر، ارتباط بین درصد جرمی و غلظت مولی را نشان می‌دهد:

$$M = \frac{\text{درصد جرمی} \times \text{چگالی}}{\text{جرم مولی}} = \frac{۱۰ \text{ ad}}{\text{جرم مولی}}$$

بنابراین غلظت مولار محلول کلسیم کلرید برابر است با:

$$M = \frac{۱۰ \times ۱/۲ \times ۳۳/۳}{۱۱۱} = ۳/۶ \frac{\text{mol}}{\text{L}}$$

با استفاده از غلظت مولی، مول $CaCl_2$ را به دست می‌آوریم:

$$۳/۶ = \frac{x \text{ mol}}{۲ \text{ L}} \rightarrow x = ۷/۲ \text{ mol}$$

در هر واحد مول از نمک سدیم فسفات، ۳ مول کاتیون سدیم و یک مول آنیون فسفات وجود دارد. اکنون حجم محلول سدیم فسفات مورد نیاز را محاسبه می‌کنیم:

$$؟ \text{ L محلول } Na_3PO_4 = ۷/۲ \text{ mol } CaCl_2 \times \frac{۲ \text{ mol } Na_3PO_4}{۳ \text{ mol } CaCl_2} \times \frac{۳ \text{ mol } Na^+}{۱ \text{ mol } Na_3PO_4} \times \frac{۱ \text{ L محلول } Na^+}{۳/۶ \text{ mol } Na^+} = ۴$$

گروه آموزشی ماز

۶۸- دو ظرف حاوی یک لیتر محلول ۳ مولار نمک A موجود است. ظرف اول را گرما می‌دهیم تا ۴۰۰ میلی‌لیتر از آب موجود در آن، تبخیر شود. به محلول موجود در ظرف دوم، ۲۰۰ میلی‌لیتر آب می‌افزاییم. مولاریته محلول ظرف اول چند برابر ظرف دوم می‌شود؟

$$\begin{matrix} ۲ (۱) & ۱/۵ (۲) & ۳ (۳) & ۲/۵ (۴) \end{matrix}$$

بررسی گزینه‌ها:

۱ در هر لیتر خون این شخص، ۰/۹ گرم گلوکز وجود دارد.

$$? \text{ g گلوکز} = ۱ \text{ L خون} \times \frac{۹۰ \text{ mg گلوکز}}{۰/۱ \text{ L خون}} \times \frac{۱ \text{ g گلوکز}}{۱۰۰۰ \text{ mg گلوکز}} = ۰/۹$$

۲ در هر ۳۰۰ میلی‌لیتر خون این شخص، ۰/۲۷ گرم گلوکز وجود دارد.

$$? \text{ g گلوکز} = ۰/۳ \text{ L خون} \times \frac{۹۰ \text{ mg گلوکز}}{۰/۱ \text{ L خون}} \times \frac{۱ \text{ g گلوکز}}{۱۰۰۰ \text{ mg گلوکز}} = ۰/۲۷$$

۳ در هر لیتر خون این شخص، ۰/۰۰۵ mol گلوکز وجود دارد. با توجه به واکنش داریم:

$$? \text{ mol گلوکز} = ۱ \text{ L خون} \times \frac{۹۰ \text{ mg گلوکز}}{۰/۱ \text{ L خون}} \times \frac{۱ \text{ g گلوکز}}{۱۰۰۰ \text{ mg گلوکز}} \times \frac{۱ \text{ mol گلوکز}}{۱۸۰ \text{ g گلوکز}} \times \frac{۱۲ \text{ mol فراورده}}{۱ \text{ mol گلوکز}} = ۰/۰۶$$

۴ در هر ۲۰۰ میلی‌لیتر خون این شخص، $۱۰^{-۳}$ mol گلوکز وجود دارد. منظور از فراوردهٔ ناقطبی، CO_2 است. با توجه به واکنش داریم:

$$? \text{ mol گلوکز} = ۰/۲ \text{ L خون} \times \frac{۹۰ \text{ mg گلوکز}}{۰/۱ \text{ L خون}} \times \frac{۱ \text{ g گلوکز}}{۱۰۰۰ \text{ mg گلوکز}} \times \frac{۱ \text{ mol گلوکز}}{۱۸۰ \text{ g گلوکز}} \times \frac{۶ \text{ mol } CO_2}{۱ \text{ mol گلوکز}} = ۰/۰۰۶$$

گروه آموزشی ماز



دیجی ماز ، کتابخانه ی دیجیتال ماز

دیجی ماز به پلتفرم الکترونیکی و آموزشی که بهتون کمک میکنه در هر زمان و مکانی به کتاب های درسی و کمک درسیتون دسترسی داشته باشین و ازشون استفاده کنین .



دیجی ماز این بستر رو برات فراهم میکنه تا بتونی همه ی کتاب هات رو در یک اپلیکیشن کنار هم داشته باشی و همه جا با خودت ببریشون



تولید کمتر کاغذ به حفظ محیط زیستمون کمک میکنه



هزینه ی کتاب های الکترونیکی خیلی کمتر از کتاب های چاپ شده است



یک بار هر کتابی رو میخری ولی با هر چاپ جدید و آپدیت محتوای کتاب ، بهش دسترسی کامل داری !



سری کتاب های بیست شو منتشر شد

— برای ۲۰ شرن در امتحان نهایی —

تهیه ی کتاب های بیست شو ،

هم اکنون از طریق سایت و اپلیکیشن دیجی ماز

آشنایی بیشتر با امکانات اپلیکیشن و تهیه ی کتاب ها از طریق [سایت digimaze.org](http://digimaze.org)

۵ راهکار برای کاهش استرس و اضطراب در زمان جمع‌بندی کنکور

با نزدیک شدن به زمان کنکور استرس و اضطراب دانش‌آموزان زیاد می‌شود، به صورت کلی این استرس طبیعی است. زحمت‌های چند سال شما قرار است در یک آزمون خلاصه شود و نمی‌توان گفت که این استرس طبیعی نیست. فقط باید مراقب باشید که این استرس نزدیک زمان کنکور مانع جمع‌بندی و تست‌زنی و کاهش ساعت مطالعه شما نشود.

علائم اضطراب:

یک سری علائم مربوط به شرایط بدنی ما می‌شود. مانند: سرگیجه، مشکل در خوابیدن و بیدار شدن، ناخن جویدن، درد معده، سردرد و...
یک سری علائم مربوط به روحیه می‌شود. مانند: بی‌حوصلگی، تنبلی کردن و عدم اجرای برنامه، احساس خستگی و خواب‌آلودگی و...

علل استرس و اضطراب در ایام جمع‌بندی:

۱. عدم آمادگی کامل برای کنکور
 ۲. فراموشی مطالب
 ۳. نداشتن یک برنامه‌ریزی دقیق برای جمع‌بندی دروس
 ۴. توقع گرفتن یک نتیجه خوب و دل‌خواه
 ۵. تحت فشار خانواده و مسائل مربوط به خانواده
 ۶. تعداد سوالات غلط و نزده زیاد
- و...

چگونه استرس خودمان را کاهش دهیم؟

۱. محیط مطالعه خود را سر و سامانی دهید!

گاهی اوقات دانش‌آموزان به محیط مطالعه‌شان توجهی ندارند و از تاثیرات آن بی‌خبرند. مکانی را که شما برای مطالعه در نظر می‌گیرید باید ساده و مرتب باشد. زمانی که جلوی دیدتان شلوغ باشد تمرکزتان روی مطالعه کاهش پیدا می‌کند و در نهایت سرعت مطالعه‌تان کاهش پیدا می‌کند.

۲. یک برنامه دقیق داشته باشید.

برای خودتان یک برنامه دقیق از مباحثی که قرار است جمع‌بندی کنید. لیست کارهایی که قرار است انجام بدهید در بیاورید.

در این برنامه ساعت خواب و بیداری خودتان را مشخص کنید. بهتر است ساعت خوابتان را نزدیک کنکور تغییر ندهید و طبق یک روتین پیش بروید.

کنار کارهایی که در لیست نوشته‌اید تیک بزنید تا اعتماد بنفستان حفظ شود و انگیزه بگیرید برای روزهای پایانی. در برنامه‌ریزی خودتان سعی کنید از آزمون‌های جمع‌بندی سال‌های گذشته‌ها و امتحان بهره‌گیری تا بتوانید تمام مباحث را مرور کنید و نگران فراموشی آن‌ها نباشید. در نهایت بعد از این آزمون‌ها به سراغ کنکورهای سال‌های اخیر بروید.

۳. ورزش کنید.

اول صبح قبل از اینکه به پای برنامه درسی بروید بهتر است کمی ورزش کنید. ورزش باعث ترشح هورمون دوپامین در بدن می‌شود و باعث می‌شود استرستان کاهش پیدا کند.

۴. تغذیه مناسبی داشته باشید.

در این ایام بهتر است از خوردن شیرینی‌جات و خوراکی‌هایی که مواد افزودنی دارند خودداری کنید. بهترین تغذیه در این ایام خوردن میوه‌جات و مغزهای بادام، گردو، پسته و... است. حتماً بطری آب در کنار خودتان قرار دهید تا مصرف آب را فراموش نکنید.

مصرف قهوه و کافئین را به به حداقل برسانید یا کلاً مصرف نکنید. چرا که خود کافئین باعث ایجاد استرس و اضطراب می‌شود.

۵. مصرف تلفن همراه را به حداقل برسانید!

سعی کنید خودتان را از حواشی پیرامون کنکور دور کنید. از مقایسه خودتان با دیگران خودداری کنید. در این بازه تمام تمرکزتان را بر روی دروس بگذارید تا در نهایت بتوانید بهترین استفاده را ببرید و نتیجه دلخواهتان را بگیرید.