

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۱۴

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۳۰ سوال ۵۳ دقیقه	۵۳ دقیقه	۳۰	۱	۳۰	ریاضیات	۱

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

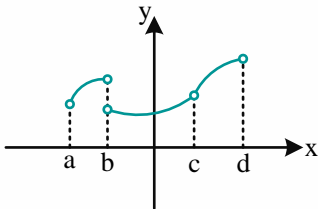
۱- اگر بازه $(x^2 - 6, x^3 - 5)$ یک همسایگی عدد ۳ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای x ، یک همسایگی برای کدام است؟

- (۱) 2 (۲) $\frac{5}{2}$ (۳) 3 (۴) $\frac{7}{2}$

۲- اگر $(\frac{2b}{3}, b+1) \cup (\frac{3a}{4}, 2a)$ یک همسایگی محذوف $x=6$ باشد، مجموع اعداد صحیح عضو این همسایگی، حداکثر چند است؟

- (۱) 16 (۲) 29 (۳) 39 (۴) 54

۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. در کدام نقطه تابع f حد دارد؟



- (۱) a (۲) b (۳) c (۴) d

۴- تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1} - \sqrt{5-x}}$ در نقطه $x=a$ تعریف نشده است. ولی در یک همسایگی محذوف آن تعریف شده است. مقدار

$f(a+1)$ کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2} - 1$ (۲) $2\sqrt{2} + 1$ (۳) $2\sqrt{3} - 2$ (۴) $2\sqrt{3} + 2$

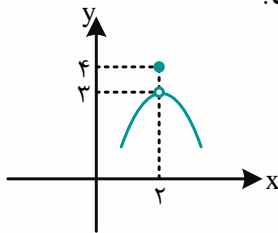
۵- تابع $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$ در $x=0$:

- (۱) حد راست دارد ولی حد چپ ندارد. (۲) حد چپ دارد ولی حد راست ندارد. (۳) حد چپ و حد راست ندارد. (۴) حد دارد.

۶- تابع $f(x) = [x] + [-x]$ در چند نقطه از بازه $(-2, 2)$ حد ندارد؟

- (۱) 1 (۲) 2 (۳) 3 (۴) 4 (صفر)

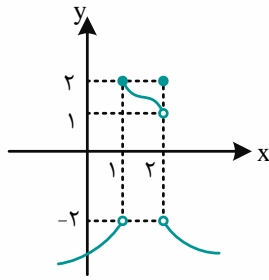
۷- نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - [\lim_{x \rightarrow 2} f(x)]$ کدام است؟



- (۱) 1 (۲) -1 (۳) 2 (۴) 3 (صفر)

محل انجام محاسبات

۸- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^+} f([x]) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f([x])$ کدام است؟



- (۱) ۱
(۲) -۱
(۳) ۲
(۴) صفر

۹- مقدار $\sin 75^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{6} + \sqrt{3}}{4}$ (۳) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6} - 1}{4}$

۱۰- مقدار $\sin^2 22/5^\circ - \sin^2 15^\circ$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{6}}{8}$ (۲) $\frac{\sqrt{3} + \sqrt{2}}{8}$ (۳) $\frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$ (۴) $\frac{\sqrt{6}}{4}$

۱۱- حاصل $\frac{2 \sin 50^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ کدام است؟

(۱) ۱ (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) $\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۲- اگر نقاط $A(6, 8)$ ، $B(1, 3)$ و $O(0, 0)$ سه رأس مثلث OAB باشند، کسینوس زاویه $\hat{A}OB$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۳) $\frac{2}{\sqrt{10}}$ (۴) $\frac{3}{2\sqrt{10}}$

۱۳- اگر α و β زاویه‌هایی حاده و $\tan \alpha = 2$ و $\tan \beta = 3$ باشند، مقدار $\cos(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(۱) $\frac{-2\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$ (۴) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$

۱۴- اگر $\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{1}{4}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{\sqrt{5} + 1}{4}$ (۲) $\frac{\sqrt{5} - 1}{4}$ (۳) $\frac{3\sqrt{5} + 1}{8}$ (۴) $\frac{3\sqrt{5} - 1}{8}$

محل انجام محاسبات

۱۵- اگر $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = 2 \cos \alpha$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1\sqrt{2}-5}{33}$ (۲) $\frac{1\sqrt{2}+5}{33}$ (۳) $\frac{-1\sqrt{2}+3}{17}$ (۴) $\frac{-1\sqrt{2}-3}{17}$

۱۶- اگر $\cos \alpha \cos 2\alpha = \frac{-7}{27}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مجموع مقادیرهای ممکن برای $\cos \alpha$ کدام است؟

(۱) $\frac{1+\sqrt{3}}{6}$ (۲) $\frac{\sqrt{3}-1}{6}$ (۳) $\frac{1+\sqrt{15}}{6}$ (۴) صفر

۱۷- حاصل $\cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{3\pi}{10}$ کدام است؟

(۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{5}{4}$ (۳) $\frac{13}{8}$ (۴) $\frac{9}{8}$

۱۸- اگر $2 \sin \alpha - 3 \cos \beta = 3$ و $2 \cos \alpha + 3 \sin \beta = 4$ باشد، زاویه $\alpha - \beta$ بر حسب رادیان کدام می‌تواند باشد؟

(۱) $\frac{\pi}{4}$ (۲) $\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{3\pi}{4}$ (۴) $\frac{3\pi}{2}$

۱۹- اگر $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$ و $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ با کدام گزینه برابر است؟

(۱) $\frac{2 - \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$ (۲) $\frac{2 + \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$ (۳) $\frac{2 - \tan \beta}{1 + 2 \tan \beta}$ (۴) $\frac{2 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}$

۲۰- مقدار $\sin^6 \frac{\pi}{24} + \cos^6 \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

(۱) $\frac{10 + 3\sqrt{3}}{16}$ (۲) $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{16}$ (۳) $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{8}$ (۴) $\frac{10 + 3\sqrt{3}}{8}$

۲۱- اگر در مثلث $\triangle ABC$ شعاع دایره محیطی مثلث، برابر $\sqrt{2}$ و حاصل ضرب سینوس زوایای آن، $\frac{\sqrt{3}}{8}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

(۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۲۲- در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر $AB = 3\sqrt{3}$ و $a \cos \hat{B} = b \cos \hat{A}$ و $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

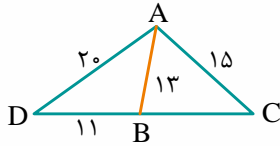
(۱) $3(2 + \sqrt{3})$ (۲) $6(1 + \sqrt{3})$ (۳) $3 + \sqrt{3}$ (۴) $6 + \sqrt{3}$

محل انجام محاسبات

۲۳- اگر مجموع مربعات اضلاع مثلث $\triangle ABC$ را m و مجموع سینوس زوایای آن را n بنامیم، حاصل عبارت $(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C})^2$ کدام است؟

- (۱) $m^2 + n^2$ (۲) mn (۳) $3m + 3n$ (۴) $m + n$

۲۴- با توجه به اندازه‌های شکل زیر، طول پاره خط BC کدام است؟



- (۱) ۱۲ (۲) ۱۴ (۳) ۹ (۴) ۱۰

۲۵- در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر بین اضلاع رابطه $b(\sqrt{2}c - b) = (c - a)(c + a)$ برقرار باشد، اندازه زاویه \hat{A} چند درجه می‌تواند باشد؟

- (۱) 30° (۲) 45° (۳) 60° (۴) 75°

۲۶- در جدول فراوانی $\frac{x_i}{f_i} \begin{matrix} 2 & a & 5 & 7 \\ 4 & 1 & a & 2 \end{matrix}$ ، اگر همه داده‌ها را ۳ برابر کنیم، میانگین ۱۲ می‌شود. a کدام است؟

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۲۷- اگر میانگین داده‌های a, b, c, d برابر با ۳ و واریانس آن‌ها صفر باشد، ضریب تغییرات داده‌های $b, a+2, a+b+1, 3d, 2d+2$ کدام است؟

- (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2/5}$ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3/5}$ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

۲۸- اگر میانگین داده‌های $1-2x_1, 1-2x_2, \dots, 1-2x_n$ برابر ۷ باشد، میانگین داده‌های $2+5x_1, 2+5x_2, \dots, 2+5x_n$ کدام است؟

- (۱) ۳۷ (۲) ۲۲ (۳) ۶۷ (۴) ۴۲

۲۹- در جدول فراوانی زیر، اگر به همه داده‌ها ۲ واحد اضافه و بعد همه را در ۳ ضرب کنیم، واریانس داده‌های جدید، کدام خواهد بود؟

x_i	۳	۵	۷	۹	
f_i	۱	۴	۳	۲	$6/72$ (۲)

(۱) $15/12$ (۳) $10/08$

۳۰- یک جامعه با اندازه ۲۰ و واریانس ۲۵ و جامعه دیگری با اندازه ۱۶ و واریانس $5/625$ تشکیل جامعه جدیدی می‌دهند. اگر میانگین دو جامعه یکسان باشد، انحراف معیار جامعه جدید کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{590}}{2}$ (۲) $\frac{\sqrt{590}}{3}$ (۳) $\frac{\sqrt{590}}{6}$ (۴) $\frac{\sqrt{590}}{12}$

محل انجام محاسبات

پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



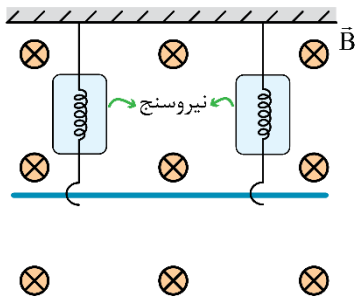
آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۱۴

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ‌گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۴۰ سوال ۴۶ دقیقه	۲۶ دقیقه	۵۰	۳۱	۲۰	فیزیک	۱
	۲۰ دقیقه	۷۰	۵۱	۲۰	شیمی	۲

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.
به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

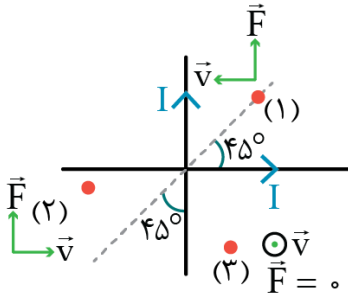
۳۱- مطابق شکل یک سیم حامل جریان، به جرم ۵ گرم و طول ۱/۵ متر به طور افقی نسبت به زمین قرار گرفته است. اگر هر نیروسنج



عدد $5mN$ را نشان بدهد، مقدار جریان گذرنده از سیم و جهت آن در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (بزرگی میدان مغناطیسی درون سو $G = \frac{25}{3}$ است. $(g = 10 \frac{m}{s^2})$)

- (۱) ۳۲، راست به چپ
- (۲) ۳۲، چپ به راست
- (۳) ۳۶، راست به چپ
- (۴) ۳۶، چپ به راست

۳۲- دو سیم راست که عمود بر هم قرار گرفته‌اند در یک صفحه واقع شده‌اند. اگر از هر سیم جریان ثابت I بگذرد، در کدام موارد

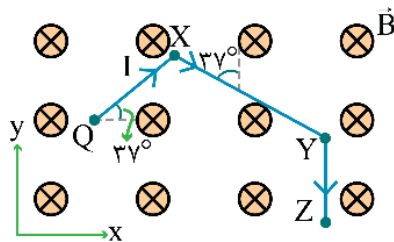


نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک ($q < 0$) به درستی رسم شده است؟

- (۱) ۲ و ۳
- (۲) ۳
- (۳) ۱
- (۴) ۲ و ۱

۳۳- در شکل زیر سیم حامل جریان $QXYZ$ درون میدان مغناطیسی زمین است. اگر نیروی وارد بر سیم XY از طرف میدان

مغناطیسی برابر \vec{F} باشد، نیروی مغناطیسی برآیند وارد بر کل سیم کدام می‌باشد؟ ($\vec{QX} = \vec{YZ} = \frac{1}{4} \vec{XY}$)

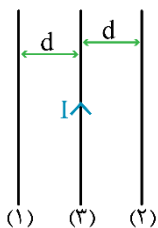


- (۱) $\frac{F}{2} \vec{i} + 0 \cdot \sqrt{2} F \vec{j}$
- (۲) $0 \cdot \sqrt{2} F \vec{i} + \frac{F}{2} \vec{j}$
- (۳) $F \vec{i} + 1 \cdot \sqrt{2} F \vec{j}$
- (۴) $F \vec{i} + F \vec{j}$

۳۴- دو سیم راست (۱) و (۲) حامل جریان‌های به ترتیب I_1 و I_2 می‌باشند. اگر سیم (۳) در وسط فاصله دو سیم (۱) و (۲) قرار بگیرد،

هیچ نیروی خالصی به آن وارد نمی‌شود. اگر جریان سیم (۱) قطع شود، سیم (۳) به طرف چپ منحرف می‌شود. جهت جریان

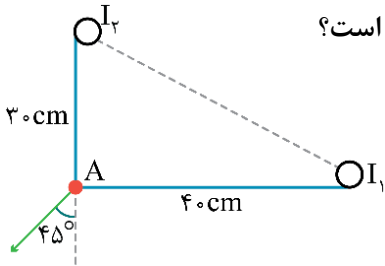
سیم‌های (۱) و (۲) به ترتیب کدام می‌باشد؟



- (۱) بالا، بالا
- (۲) بالا، پایین
- (۳) پایین، پایین
- (۴) پایین، بالا

محل انجام محاسبات

۳۵- دو سیم حامل جریان I_1 و I_2 مطابق شکل داریم. اگر جریان سیم‌ها یکسان باشد و بردار میدان مغناطیسی برآیند در نقطه A مطابق شکل باشد، در مورد جهت جریان‌های I_1 و I_2 و اندازه جریان‌ها کدام گزینه درست است؟



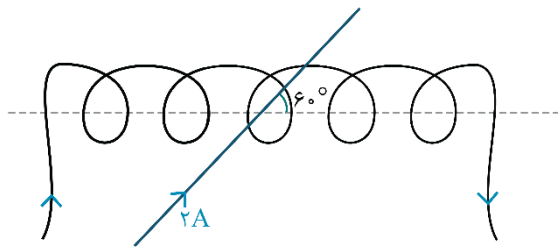
- (۱) $I_1 > I_2$, \otimes , \odot
- (۲) $I_1 > I_2$, \odot , \otimes
- (۳) $I_2 > I_1$, \odot , \otimes
- (۴) $I_2 > I_1$, \odot , \odot

۳۶- سیم راستی که طول آن ۲m و مساحت سطح مقطع آن 6mm^2 است را به شکل سیملوله‌ای درمی‌آوریم. اگر از این سیملوله جریان 0.5A عبور کند، حداکثر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس خواهد بود؟

$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}, \pi = 3)$

- (۱) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$
- (۲) ۶
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) ۳

۳۷- سیمی راست و مستقیم به طول ۲m، به صورت مایل از محور سیملوله‌ای می‌گذرد و با محور آن زاویه 60° می‌سازد. اگر جریان عبوری از سیملوله $2/5\text{A}$ و طول آن 40cm باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی که به قسمتی از سیم راست که در سیملوله قرار دارد، وارد می‌شود، چند نیوتون است؟ $(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$



- (۱) $2\sqrt{2} \times 10^{-6}$
- (۲) 2×10^{-6}
- (۳) $\sqrt{3} \times 10^{-6}$
- (۴) $2\sqrt{3} \times 10^{-6}$

۳۸- یک سیملوله آرمانی که در هر 6cm از طول آن، ۱۰۰ حلقه وجود دارد، میدان مغناطیسی 240G را تولید می‌کند. اگر طول سیملوله برابر 18cm باشد، جریان گذرنده از سیملوله چند آمپر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}})$

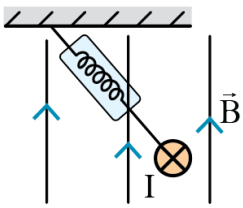
- (۱) $1/2$
- (۲) ۳۶
- (۳) ۴
- (۴) ۱۲

۳۹- دو سیم با طول یکسان را به صورت سیم‌پیچ‌های مسطحی با شعاع‌های $r_1 = 2\text{cm}$ و $r_2 = 10\text{cm}$ درمی‌آوریم. اگر جریان عبوری از سیم‌پیچ با شعاع کمتر، ۲ برابر جریان عبوری از سیم‌پیچ با شعاع بزرگ‌تر باشد، بزرگی میدان سیم‌پیچ کوچک‌تر چند برابر بزرگی میدان سیم‌پیچ بزرگ‌تر است؟

- (۱) ۵۰
- (۲) ۱۰
- (۳) 0.08
- (۴) ۵

محل انجام محاسبات

۴۰- در شکل زیر سیمی به طول $1/5m$ و جرم $100g$ توسط دو نیروسنج در یک میدان مغناطیسی با زاویه 30° درجه از راستای قائم منحرف شده است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی $\frac{\sqrt{3}}{2}T$ باشد، چه جریانی بر حسب A از سیم عبور می کند؟ (جریان عبوری از سیم عمود بر صفحه و به سمت داخل است و در شکل فقط یک نیروسنج نشان داده شده است).



- (۱) $\frac{2}{9}$
- (۲) $\frac{9}{4}$
- (۳) $\frac{4}{9}$
- (۴) $\frac{9}{2}$

۴۱- سیمی مسی به مساحت سطح مقطع $9mm^2$ و طول $100m$ را به صورت یک سیملوله با قطر $4cm$ درمی آوریم. اگر سیملوله را به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه $6V$ وصل کنیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس خواهد شد؟

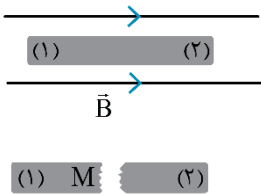
$$(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}, \rho_{\text{مس}} = 1/8 \times 10^{-8} \Omega.m)$$

- (۱) $0/3$
- (۲) 3
- (۳) 3π
- (۴) $0/3\pi$

۴۲- اگر درون یک سیملوله که جریان I از آن می گذرد، یک هسته از جنس آلومینیوم قرار دهیم، خاصیت آهنربایی آهنربای الکتریکی را

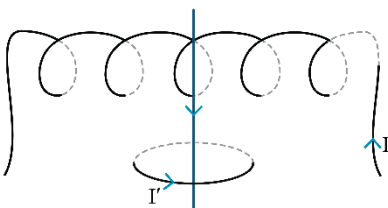
- (۱) ثابت نگه می دارد.
- (۲) کمی کاهش می دهد.
- (۳) خیلی افزایش می دهد.
- (۴) کمی افزایش می دهد.

۴۳- میله زیر را برای مدتی در میدان مغناطیسی \vec{B} قرار می دهیم، سپس میدان را قطع می کنیم. اگر این میله را به یک میخ فلزی نزدیک کنیم میخ را جذب می کند. سپس این میله را از وسط نصف می کنیم، میله کدام نوع ماده مغناطیسی است و قطب M کدام است؟



- (۱) فرومغناطیس نرم، N
- (۲) فرومغناطیس سخت، N
- (۳) پارامغناطیس، N
- (۴) فرومغناطیس سخت، S

۴۴- مطابق شکل سیمی عمود بر محور سیملوله ای و از درون آن و سپس از مرکز یک حلقه حامل جریان می گذرد. با توجه به جهت جریان های نشان داده شده، جهت نیرویی که سیملوله به سیم و جهت نیرویی که حلقه به سیم وارد می کند، به ترتیب کدام است؟



- (۱) درون سو، هیچ نیرویی وارد نمی کند
- (۲) برون سو، بالا
- (۳) برون سو، هیچ نیرویی وارد نمی کند
- (۴) درون سو، بالا

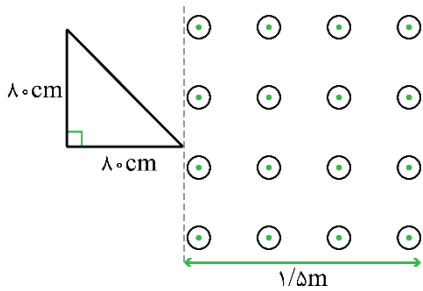
محل انجام محاسبات



۴۵- دو قاب مسی یکی به شکل مربع به ضلع a و دیگری به شکل مثلث متساوی الاضلاع به ضلع a در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارند. در مدت زمان $0.2s$ بزرگی میدان مغناطیسی به نصف مقدار اولیه کاهش می‌یابد. نسبت جریان القایی در قاب مربعی شکل به جریان القایی در قاب مثلثی شکل کدام است؟

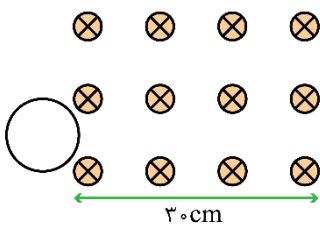
- (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۴۶- شکل زیر حلقه‌ای رسانا به شکل مثلث را نشان می‌دهد که با تندی ثابت $20 \frac{cm}{s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $3mT$ می‌شود. در ۴ ثانیه اول حرکت حلقه، اندازه نیروی محرکه القایی چند میلی‌ولت می‌باشد؟



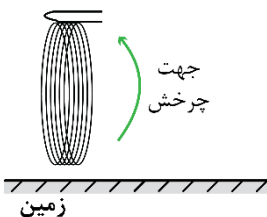
- (۱) ۱/۲ (۲) ۰/۱۲ (۳) ۲/۴ (۴) ۰/۲۴

۴۷- مطابق شکل یک حلقه با قطر D و با تندی ثابت $12 \frac{cm}{s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $1/5 T$ می‌شود. اگر از لحظه‌ای که حلقه وارد میدان شود تا لحظه‌ای که حلقه به صورت کامل از میدان مغناطیسی خارج شود، در مجموع ۲ ثانیه جریان القایی در مدار برابر صفر باشد، بیشترین شار عبوری چند میلی‌وبر است؟ ($\pi = 3$)



- (۱) ۴/۵ (۲) ۸/۱ (۳) ۴/۰۵ (۴) ۴۰/۵

۴۸- پیچه‌ای با مقاومت $2/5$ اهم دارای 100 حلقه و موازی با سطح زمین قرار دارد و سطح پیچه $100 cm^2$ می‌باشد. اگر شیب مغناطیسی زمین در محل پیچه 37° باشد، باید پیچه چند درجه بچرخد تا بار الکتریکی القایی $4 \mu C$ باشد؟ بزرگی میدان مغناطیسی زمین در محل $0.5 G$ است. ($\cos 37^\circ = 0.8, \sqrt{3} = 1.7, \sqrt{2} = 1.4$)



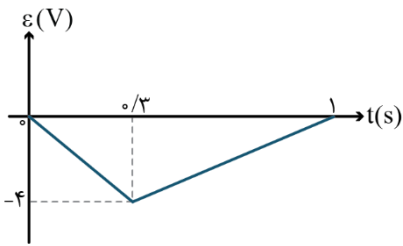
- (۱) ۳۷ (۲) ۹۰ یا ۳۷ (۳) ۵۳ (۴) ۹۰

۴۹- در بخشی از فضا میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = -5\vec{i} + 0.2\vec{j}$ (برحسب تسلا) برقرار است. اگر حلقه‌ای مربع شکل به ضلع $20 cm$ را عمود بر محور x قرار دهیم، بزرگی شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وبر خواهد شد؟

- (۱) ۰/۲ (۲) ۰/۱ (۳) ۲ (۴) ۱

محل انجام محاسبات

۵۰- نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان برای یک حلقه به صورت زیر است. اگر شعاع حلقه 10cm و حلقه بر میدان مغناطیسی عمود باشد، تغییرات میدان مغناطیسی در یک ثانیه اول، چند کیلو تسلا است؟ ($\pi \approx 3$)



(۱) $\frac{20}{3}$

(۲) $\frac{2}{3}$

(۳) $\frac{1}{150}$

(۴) $\frac{1}{15}$

محل انجام محاسبات



۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) پس از تشکیل صنعت نساجی به شکل امروزی، کلید موفقیت این صنعت تولید الیاف ساختگی بر پایه نفت بود.
- ۲) با کمک علم شیمی نیز نمی توان تعداد دقیق واحدهای تکرارشونده موجود در یک مولکول پلی اتن را مشخص کرد.
- ۳) پوشاک هر قوم، نشان دهنده هنر، دانش، فناوری و آداب و رسوم آن قوم است و نقش مهمی در تمدن بشری ایفا می کند.
- ۴) در طول تاریخ، انسان ها ابتدا پوشش خود را از بافت های گیاهی تهیه کردند و سپس به بافت های جانوری روی آوردند.

۵۲- پلی سیانواتن به علت استحکام بالا در ساخت پارچه های کششی استفاده می شود. اگر درصد جرمی اتم نیتروژن در یک نمونه از این پارچه برابر ۱۹/۶ درصد باشد، برای تولید ۱۰۰ توپ از این پارچه به جرم ۲۰ کیلوگرم در فرایند پلیمری شدن با بازده ۷۰ درصد چند هزار مول مونومر مصرف می شود؟

$$(H = 1, C = 12, N = 14: g. mol^{-1})$$

- ۴۰۰ (۱) ۴۰ (۲) ۲۰۰ (۳) ۲۰ (۴)

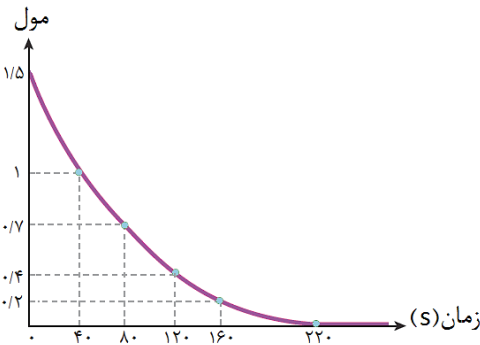
۵۳- چند مورد از مطالب زیر در مورد پلی اتن درست است؟

- الف: پلی اتن شفاف برخلاف پلی اتن کدر هیدروکربن راست زنجیر سیر شده است.
- ب: درصد جرمی هیدروژن در پلی اتن سبک، پلی اتن سنگین و پلی پروپن برابر است.
- پ: پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه هم جرم خود، حجم بیشتری دارد.
- ت: واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا انجام می گردد که منجر به تولید جامد بی رنگ می شود.

- ۴ (۱) ۳ (۲) ۲ (۳) ۱ (۴)

۵۴- نمودار مقابل، مربوط به تجزیه گاز دی نیتروژن تری اکسید به عناصر سازنده در یک ظرف ۵ لیتری است. با توجه به این نمودار، در لحظه $t = 80s$ جرم گاز دی نیتروژن تری اکسید چند برابر جرم گاز نیتروژن بوده و سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ۸۰ ثانیه دوم چند میلی مول بر لیتر بر دقیقه است؟ ($N = 14, O = 16: g. mol^{-1}$)

- ۱۱۲/۵ - ۲/۳۷۵ (۱)
 ۵۰ - ۲/۳۷۵ (۲)
 ۱۱۲/۵ - ۴/۷۵ (۳)
 ۵۰ - ۴/۷۵ (۴)



۵۵- اگر هر گرم بخار برم با ۳۵۰ میلی گرم آلکن واکنش دهد، از بسپارش ۱۰۰ لیتر از آن چند گرم پلیمر حاصل می شود؟ (حجم یک مول گاز در شرایط واکنش برابر ۳/۵ لیتر است. $H = 1, C = 12, Br = 80: g. mol^{-1}$)

- ۱۲۰۰ (۱) ۱۶۰۰ (۲) ۲۴۰۰ (۳) ۳۲۰۰ (۴)

۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد تترافلورو اتن نادرست هستند؟

- الف: تفاوت شمار جفت الکترون های پیوندی و ناپیوندی در این ماده برابر ۶ است.
- ب: یکی از کاربردهای این هیدروکربن سیر نشده، گاز سردکننده بوده است.
- پ: درصد جرمی کربن در این ماده و پلیمر ساخته شده از آن یکسان است.
- ت: حلال مناسب پلیمر تولید شده از آن، حلال های آلی ناقطبی هستند.

- ۱) «الف» و «ب» ۲) «الف» و «پ» ۳) «ب» و «ت» ۴) «پ» و «ت»

محل انجام محاسبات

۵۷- مونومر پلیمر به کاررفته در ظروف یکبار مصرف غذا این پلیمر، ترکیبی سیرنشده است و در ساختار این مونومر اتم هیدروژن دیده می‌شود.

- (۱) همانند - ۶ (۲) برخلاف - ۸ (۳) همانند - ۸ (۴) برخلاف - ۶

۵۸- اگر در واکنش حجم مشخصی از محلول هیدروکلریک اسید ۴ مولار با جسمی آهنی، پس از گذشت ۹۰ ثانیه ۵/۶ لیتر گاز در شرایط استاندارد آزاد شود و غلظت محلول هیدروکلریک اسید به ۲ مولار برسد، حجم محلول هیدروکلریک اسید چند میلی‌لیتر بوده و سرعت متوسط مصرف آهن در این ۹۰ ثانیه، چند مول بر ساعت است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید).

- (۱) ۱۵ - ۲۵۰ (۲) ۱۵ - ۲۰۰ (۳) ۱۰ - ۲۵۰ (۴) ۱۰ - ۲۰۰

۵۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد کلسترول درست است؟

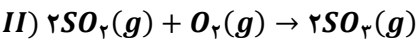
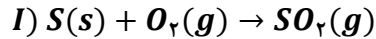
- (۱) ضعیف‌ترین پیوند کووالانسی در این ترکیب با ۳ حلقه شش کربنی، بین اتم‌های کربن است.
 (۲) در یک نمونه خالص از این ماده سیرنشده تنها نیروی بین‌مولکولی واندروالسی وجود دارد.
 (۳) این ماده ترکیبی آروماتیک بوده و در چربی برخلاف آب، انحلال‌پذیری بالایی دارد.
 (۴) سخته به علت رسوب تمام کلسترول موجود در مواد غذایی در رگ‌ها است.

۶۰- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف: مونومر سازنده نشاسته گندم و مونومر سازنده پلیمر پنبه یکسان بوده اما این دو ماده خواص متفاوتی دارند.
 ب: در تهیه لباس پنبه‌ای از الیاف آن، محصول فرایند بافندگی به طور مستقیم در فرایند دوزندگی مصرف می‌شود.
 پ: از الیاف طبیعی همانند الیاف ساختگی، علاوه بر تهیه پارچه برای پوشاک در تولید مواد دیگر نیز استفاده می‌شود.
 ت: با وجود به تقریب ۳ برابر بودن تولید پلی‌استر نسبت به پنبه، اما پنبه حدود نیمی از لباس‌های دنیا را تشکیل می‌دهد.

- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف»، «پ» و «ت»

۶۱- با توجه به واکنش‌های مقابل:



اگر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در واکنش اول دو برابر سرعت مصرف گاز گوگرد دی‌اکسید در واکنش دوم باشد، کدام یک از عبارتهای زیر نادرست است؟

- (۱) شیب نمودار مول-زمان گوگرد تری‌اکسید نصف قدرمطلق شیب نمودار مول-زمان گوگرد است.
 (۲) در واکنش اول، جرم گوگرد دی‌اکسید تولیدشده دو برابر جرم اکسیژن مصرف‌شده است.
 (۳) سرعت متوسط مصرف اکسیژن در واکنش دوم ۰/۲۵ برابر واکنش اول است.
 (۴) نسبت سرعت انجام واکنش اول به سرعت انجام واکنش دوم برابر ۸ است.

۶۲- ۵ لیتر محلول مس (II) سولفات، با فلز آلومینیم واکنش می‌دهد. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در چهار دقیقه دوم برابر چند میلی‌گرم بر ثانیه است؟ ($Al = 27 \text{ g. mol}^{-1}$)

زمان (دقیقه)	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
غلظت یون مس (II) (mol. L^{-1})	۰/۴	۰/۲۴	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۲	صفر

- (۱) ۲۲/۵ (۲) ۳۷/۵ (۳) ۴۵ (۴) ۷۵

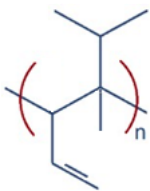
۶۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

- الف: شمار پیوندهای کووالانسی در ساختار متانول برابر این مقدار در ساختار فرمیک اسید است.
 ب: در ساختار استیک اسید شمار الکترون‌های پیوندی دو برابر شمار الکترون‌های ناپیوندی است.
 پ: تمام پیوندهای کووالانسی موجود در الکل‌ها در ساختار کربوکسیلیک اسیدها نیز دیده می‌شود.
 ت: یک کربوکسیلیک اسید تک‌عاملی با زنجیره هیدروکربنی اتیل، ۶ اتم هیدروژن در ساختار خود دارد.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۶۴- هر مول از مونومر سازنده ترکیب زیر در واکنش با مول گاز هیدروژن به آلکانی به نام تبدیل می‌شود.



- (۱) یک - ۳،۲،۲-تری متیل پنتان
- (۲) یک - ۳،۲-دی متیل هگزان
- (۳) دو - ۳،۲،۲-تری متیل پنتان
- (۴) دو - ۳،۲-دی متیل هگزان

۶۵- اگر در اثر سوختن مقداری از مخلوط گازهای اتن و اتان، $\frac{1}{4}$ مول آب و $\frac{1}{1}$ مول CO_2 تولید می‌شود. 200 گرم از این مخلوط گازی در فشار و دمای بالا چند گرم پلیمر تولید می‌کند؟

- ($H = 1, C = 12, O = 16: g. mol^{-1}$)
- (۱) ۷۷ (۲) ۸۰/۵ (۳) ۸۴ (۴) ۸۷/۵

۶۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در ساختار روغن زیتون بخش‌هایی که در مولکول آن تکرار شوند، دیده نمی‌شود.
- (۲) نیروی بین مولکولی در آب بیشتر از انسولین بوده و آب نقطه جوش بالاتری دارد.
- (۳) همه پلیمرها موادی مولکولی بوده و درشت مولکول به حساب می‌آیند.
- (۴) تمام درشت مولکول‌ها جرم مولی بسیار زیاد و شمار اتم‌های بالا دارد.

۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد خانواده استرها نادرست است؟

- (۱) از واکنش شیمیایی میان یک الکل و یک کربوکسیلیک اسید حاصل می‌شوند.
- (۲) در ساختار استرها، در یک سمت گروه عاملی ممکن است اتم هیدروژن قرار گیرد.
- (۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در این خانواده درصد جرمی اتم‌های اکسیژن کاهش می‌یابد.
- (۴) در پلی‌استرها بخش میان دو گروه عاملی متوالی، به دو اتم متفاوت در دو گروه عاملی متصل هستند.

۶۸- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- (۱) محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی سوختن مواد، دقیق‌تر از محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند است.
- (۲) با انحلال آمونیوم نیترات در آب دو یون نیتروژن‌دار تولیدشده و آنتالپی آمونیوم نیترات همانند دمای آب کاهش می‌یابد.
- (۳) با اکسایش هر مول چربی موجود در کوهان شتر با 56 مول CO_2 تولیدشده و آب و انرژی مورد نیاز حیوان تامین می‌شود.
- (۴) استفاده از بازدارنده در یک واکنش همانند کاهش مقدار واکنش‌دهنده محلول، سرعت و مقدار نهایی فرآورده را کاهش می‌دهد.

۶۹- 10 مول گاز اکسیژن را وارد یک سیلندر با پیستون متحرک به حجم اولیه 50 لیتر می‌کنیم تا به اوزون تبدیل شود. اگر هر نیم ساعت، حجم سیلندر 10 درصد کاهش یابد، سرعت انجام این واکنش در نیم ساعت سوم چند مول بر ثانیه است؟

- (۱) 3×10^{-4} (۲) $4/5 \times 10^{-3}$ (۳) $4/5 \times 10^{-4}$ (۴) 3×10^{-3}

۷۰- اگر برای تبدیل هر گرم از گازهای متان و هیدروژن به اتم‌های مجزای گازی به ترتیب به 105 و 220 کیلوژول گرما نیاز باشد، با توجه به معادله واکنش $2CH_4(g) \rightarrow C_2H_6(g) + H_2(g) + 65 kJ$ ، آنتالپی پیوند اشتراکی $C - C$ چند کیلوژول بر مول است؟

- (۱) ۴۶۵ (۲) ۳۳۵ (۳) ۳۶۵ (۴) ۳۹۰

محل انجام محاسبات

بودجه بندی آزمون مرحله ۱۵ ایزدهم ریاضی

۳ نیم سال دوم


۱۳ اردیبهشت

آمار و احتمال

آمار توصیفی / آمار استنباطی
 فصل ۳ (درس ۲ و ۳)
 فصل ۴ (درس ۱)
 صفحه های ۸۰ تا ۱۱۱

هندسه ۲

روابط طولی در مثلث
 فصل ۳
 (درس ۱ تا ۳)
 صفحه های ۵۹ تا ۷۰

حسابان ۱

حد و پیوستگی
 فصل ۵ (درس ۱ تا ۴)
 صفحه های ۱۱۳ تا ۱۴۴

شیمی

پوشاک، نیازی پایان ناپذیر
 فصل ۳
 (از ابتدای فصل تا ابتدای واکنش تشکیل پلی آمیدها)
 صفحه های ۹۹ تا ۱۱۷

فیزیک

مغناطیس فصل ۳
 (از ابتدای میدان مغناطیسی حاصل از سیملوله حامل جریان تا پایان فصل)
 القای الکترومغناطیسی فصل ۴
 (از ابتدای فصل تا ابتدای جریان متناوب)
 صفحه های ۹۹ تا ۱۲۲



کنکور پرمیوم

- محتوای آموزشی آمادگی کنکور ○
- پوشش آزمون‌ها ○

جهت استفاده از محتوا در کانال تلگرامی ما عضو باشید:

 @KONKOORPREMIUM



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۱/۳۰



پاسخنامه آزمون الکترونیکی یازدهم ریاضی - مرحله ۱۴

دروس	مسئول درس	طراحان	ویراستاران
ریاضیات	سیدجواد نظری	کاظم اجلائی - سوگند روشنی امیرحسین ابومحبوب	مهرداد اسپیدکار - رضا قانع حمیدرضا ولی پور
فیزیک	عباس غریبی	عباس غریبی - مجید میرزائی	نرجس تیمناک پویا هدایتی گودرزی - امیر هوشنگ کیانی علیرضا ملک حسینی - محمدصادقی فرد
شیمی	علی ترابی	فرشاد هادیان فرد - علی ترابی محمد کهنه پوشی	فرهنگ امیری - سجاد سیف‌اللهی عالیه میرزایی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

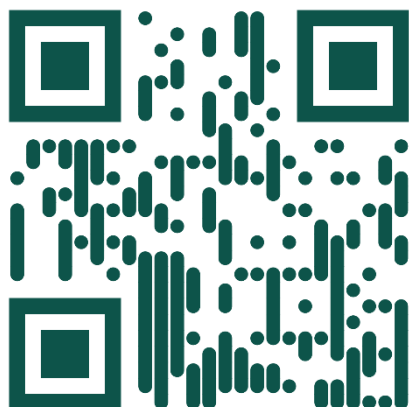
حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/x26895>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)
آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلاً: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

۱- اگر بازه $(x^2 - 6, x^3 - 5)$ یک همسایگی عدد ۳ باشد، مجموعه مقادیر ممکن برای x ، یک همسایگی برای کدام است؟

$\frac{7}{2}$ (۴)

۳ (۳)

$\frac{5}{2}$ (۲)

۲ (۱)

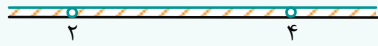
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

همسایگی:

یک همسایگی نقطه x بازه‌ای است که x داخل آن باشد. مثلاً بازه $(2, 4)$ یک همسایگی از اعداد $5/2, 3$ و $\sqrt{5}$ است.

$c \in (a, b) \Rightarrow a < c < b$



اگر نقطه c را از همسایگی آن یعنی بازه (a, b) حذف کنیم، همسایگی محذوف c به دست می‌آید.

$(a, b) - c = (a, c) \cup (c, b)$



پاسخ تشریحی:

بازه $(x^2 - 6, x^3 - 5)$ یک همسایگی عدد ۳ است. پس:

$$\begin{cases} x^2 - 6 < 3 \Rightarrow x^2 < 9 \Rightarrow -3 < x < 3 \\ 3 < x^3 - 5 \Rightarrow x^3 > 8 \Rightarrow x > 2 \end{cases} \quad \cap \rightarrow 2 < x < 3$$

بازه $(2, 3)$ یک همسایگی عدد $5/2$ است.

گروه آموزشی ماز

۲- اگر $(\frac{3a}{2}, 2a) \cup (\frac{2b}{3}, b+1)$ یک همسایگی محذوف $x=6$ باشد، مجموع اعداد صحیح عضو این همسایگی، حداکثر چند است؟

۵۴ (۴)

۳۹ (۳)

۲۹ (۲)

۱۶ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

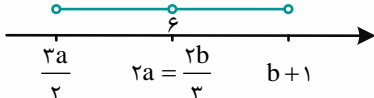
پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

دو حالت امکان پذیر است. ببینید:

حالت اول:

$$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ \frac{2b}{3} = 6 \Rightarrow b = 9 \end{cases}$$



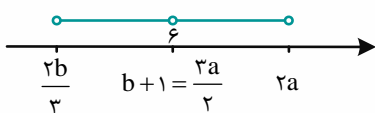
$(\frac{3a}{2}, 2a) \cup (\frac{2b}{3}, b+1) = (\frac{9}{2}, 6) \cup (6, 10)$

در این صورت:

عددهای صحیح عضو همسایگی عبارت‌اند از ۵، ۷، ۸، ۹ که مجموع آن‌ها برابر ۲۹ است.

حالت دوم:

$$\begin{cases} b+1 = 6 \Rightarrow b = 5 \\ \frac{3a}{2} = 6 \Rightarrow a = 4 \end{cases}$$



$(\frac{2b}{3}, b+1) \cup (\frac{3a}{2}, 2a) = (\frac{10}{3}, 6) \cup (6, 8)$

در این صورت:

عددهای صحیح عضو همسایگی عبارت‌اند از ۴، ۵، ۷ که مجموع آن‌ها برابر ۱۶ است.

پس مجموع اعداد صحیحی که در این بازه قرار دارند، حداکثر ۲۹ است.

گروه آموزشی ماز

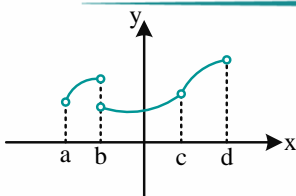
۳- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. در کدام نقطه تابع f حد دارد؟

b (۲)

a (۱)

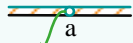
d (۳)

c (۴)



(آسان - مفهومی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۳



می‌تواند توپر یا توخالی باشد

شرط آن که تابع در یک نقطه دارای حد باشد، آن است که:

- (۱) تابع در همسایگی آن نقطه (نه لزوماً خود آن نقطه) تعریف شده باشد.
- (۲) حدهای راست و چپ اعداد مشخصی باشند. \Leftarrow اعداد غیرمشخص و ∞ نباشند.
- (۳) حدهای راست و چپ با هم برابر باشند. $\Leftarrow \lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow a^-} f(x)$

پاسخ تشریحی:

تابع f در همسایگی چپ $x = a$ و در همسایگی راست $x = d$ تعریف نشده است، پس تابع در این نقاط حد ندارد. همچنین در نقطه $x = b$ حد راست و حد چپ نابرابر دارد، پس تابع f در $x = b$ حد ندارد ولی تابع در نقطه $x = c$ حد دارد.

گروه آموزشی ماز

۴- تابع $f(x) = \frac{x}{\sqrt{x-1} - \sqrt{5-x}}$ در نقطه $x = a$ تعریف نشده است. ولی در یک همسایگی محذوف آن تعریف شده است. مقدار $f(a+1)$ کدام است؟

$2\sqrt{3} + 2$ (۴)

$2\sqrt{3} - 2$ (۳)

$2\sqrt{2} + 1$ (۲)

$2\sqrt{2} - 1$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

دامنهٔ تابع را تعیین می‌کنیم. ببینید:

$$\begin{cases} x-1 \geq 0 \Rightarrow x \geq 1 \\ 5-x \geq 0 \Rightarrow x \leq 5 \\ \sqrt{x-1} - \sqrt{5-x} \neq 0 \Rightarrow \sqrt{x-1} \neq \sqrt{5-x} \xrightarrow{\text{توان } 2} x-1 \neq 5-x \Rightarrow x \neq 3 \end{cases}$$

$\Rightarrow D_f = x \geq 1 \cap x \leq 5 - \{x \neq 3\} \Rightarrow D_f = [1, 5] - \{3\}$

بنابراین تابع f در $x = 3$ تعریف نمی‌شود اما در همسایگی $x = 3$ تعریف شده است، پس $a = 3$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(a+1) = f(4) = \frac{4}{\sqrt{4-1} - \sqrt{5-4}} = \frac{4}{\sqrt{3}-1} = \frac{4}{\sqrt{3}-1} \times \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1} = \frac{4(\sqrt{3}+1)}{\sqrt{3}^2-1} = 2(\sqrt{3}+1)$$

گروه آموزشی ماز

۵- تابع $f(x) = \sqrt{x^4 - x^2}$ در $x = 0$:

- (۱) حد راست دارد ولی حد چپ ندارد.
- (۲) حد چپ دارد ولی حد راست ندارد.
- (۳) حد چپ و حد راست ندارد.
- (۴) حد دارد.

(آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

دامنهٔ تابع را تعیین می‌کنیم. ببینید:

$$x^4 - x^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(x^2 - 1) \geq 0 \xrightarrow{\text{تعیین علامت}} \begin{array}{c} x=0, x=1, x=-1 \\ \uparrow \quad \uparrow \\ \begin{array}{ccccccc} -\infty & -1 & 0 & 1 & +\infty \\ \hline & + & - & - & + \\ \hline \end{array} \end{array} \Rightarrow D_f = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty) \cup \{0\}$$

بنابراین تابع f در همسایگی راست و چپ $x = 0$ تعریف نمی‌شود، پس در این نقطه نه حد راست دارد و نه حد چپ.

گروه آموزشی ماز

۶- تابع $f(x) = [x] + [-x]$ در چند نقطه از بازه $(-2, 2)$ حد ندارد؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

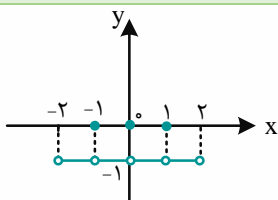
(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۵)

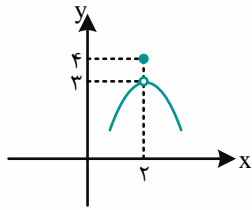
پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

نمودار تابع f به صورت مقابل است. این تابع در تمام نقاط درون بازه حد دارد و حد آن برابر -1 است.





۷- نمودار تابع $f(x)$ در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] - \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right]$ کدام است؟

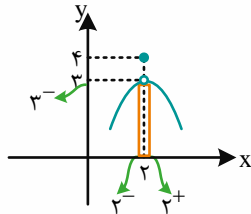
- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- صفر (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:



با توجه به نمودار، $\lim_{x \rightarrow 2} f(x) = 3$ می باشد اما حاصل حد کمی از ۳ کمتر است. ببینید:

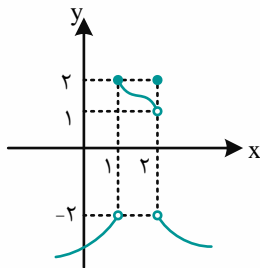
$$\text{پس } \left[\lim_{x \rightarrow 2} f(x) \right] = [3^-] = 2$$

از طرف دیگر، در یک همسایگی محذوف $x = 2$ داریم:

$$2 < f(x) < 3 \Rightarrow [f(x)] = 2 \Rightarrow \lim_{x \rightarrow 2} [f(x)] = \lim_{x \rightarrow 2} 2 = 2$$

پس مقدار خواسته شده برابر با $2 - 2 = 0$ است.

گروه آموزشی ماز



۸- نمودار تابع f در شکل مقابل رسم شده است. مقدار $\lim_{x \rightarrow 2^+} f([x]) - \lim_{x \rightarrow 2^-} f([x])$ کدام است؟

- ۱ (۱)
- ۱ (۲)
- ۲ (۳)
- صفر (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:

در یک همسایگی راست $x = 2$ داریم: $[x] = 2$. بنابراین:

$$\lim_{x \rightarrow 2^+} f([x]) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} 2 = 2$$

$$\lim_{x \rightarrow 2^-} f([x]) = \lim_{x \rightarrow 2^-} f(1) = \lim_{x \rightarrow 2^-} 1 = 1$$

در یک همسایگی چپ $x = 2$ داریم: $[x] = 1$. بنابراین:

بنابراین مقدار خواسته شده برابر $2 - 1 = 1$ می باشد.

گروه آموزشی ماز

۹- مقدار $\sin 75^\circ$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{6}-1}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{3}}{4}$ (۲)

$\frac{\sqrt{6}+\sqrt{2}}{4}$ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



نسبت‌های مثلثاتی مجموع و تفاضل زوایه:

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cos \beta \pm \cos \alpha \sin \beta$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta \mp \sin \alpha \sin \beta$$

$$\tan(\alpha \pm \beta) = \frac{\tan \alpha \pm \tan \beta}{1 \mp \tan \alpha \tan \beta}$$

پاسخ تشریحی:

$$\sin 75^\circ = \sin(45^\circ + 30^\circ) = \sin 45^\circ \cos 30^\circ + \cos 45^\circ \sin 30^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{6}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{4} = \frac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$$

۱۰- مقدار $\sin^2 15^\circ - \sin^2 22/5^\circ$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{6}}{4}$ (۴)

$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{2}}{4}$ (۳)

$\frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{8}$ (۲)

$\frac{\sqrt{6}}{8}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



نسبت‌های مثلثاتی برابر زاویه:



$$\left. \begin{aligned} \sin 2\alpha &= 2 \sin \alpha \cos \alpha \\ \cos 2\alpha &= \begin{cases} 1 - 2 \sin^2 \alpha \\ \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \\ 2 \cos^2 \alpha - 1 \end{cases} \Rightarrow \begin{aligned} \sin \alpha \cos \alpha &= \frac{1}{2} \sin 2\alpha \\ \cos^2 \alpha &= \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}, \sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2} \end{aligned} \\ \tan 2\alpha &= \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2 \alpha} \end{aligned} \right\}$$

پاسخ تشریحی:

با کمک رابطه $\sin^2 \alpha = \frac{1 - \cos 2\alpha}{2}$ می‌توانیم $\sin^2 15^\circ$ و $\sin^2 22/5^\circ$ را محاسبه کنیم. ببینید:

$$\left. \begin{aligned} \sin^2 15^\circ &= \frac{1 - \cos 30^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{3}}{4} \\ \sin^2 22/5^\circ &= \frac{1 - \cos 45^\circ}{2} = \frac{1 - \frac{\sqrt{2}}{2}}{2} = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin^2 22/5^\circ - \sin^2 15^\circ = \frac{2 - \sqrt{2}}{4} - \frac{2 - \sqrt{3}}{4} = \frac{\sqrt{3} - \sqrt{2}}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۱۱- حاصل $\frac{2 \sin 50^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ}$ کدام است؟

$\frac{\sqrt{3}}{2}$ (۴)

$\sqrt{3}$ (۳)

$\frac{1}{2}$ (۲)

۱ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



پاسخ تشریحی:

$$\begin{aligned} \frac{2 \sin 50^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} &= \frac{2 \sin(30^\circ + 20^\circ) - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{2 \sin 30^\circ \cos 20^\circ + 2 \cos 30^\circ \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} \\ &= \frac{2 \times \frac{1}{2} \times \cos 20^\circ + 2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} \sin 20^\circ - \cos 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \frac{\sqrt{3} \sin 20^\circ}{\sin 20^\circ} = \sqrt{3} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۲- اگر نقاط $A(6, 8)$ ، $B(1, 3)$ و $O(0, 0)$ سه رأس مثلث $\triangle OAB$ باشند، کسینوس زاویه $\hat{A}OB$ کدام است؟

$\frac{3}{2\sqrt{10}}$ (۴)

$\frac{2}{\sqrt{10}}$ (۳)

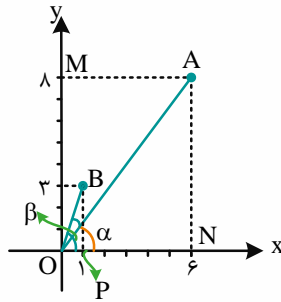
$\frac{1}{\sqrt{10}}$ (۲)

$\frac{3}{\sqrt{10}}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ ستریمی



زاویه \widehat{AOB} را در دستگاه مختصات رسم می‌کنیم. ببینید: مطابق شکل مقابل داریم:

$$\sin \alpha = \frac{AN}{OA} = \frac{8}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{8}{10} = \frac{4}{5}$$

$$\cos \alpha = \frac{ON}{OA} = \frac{6}{\sqrt{8^2 + 6^2}} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$$

$$\sin \beta = \frac{PB}{OB} = \frac{3}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

$$\cos \beta = \frac{OP}{OB} = \frac{1}{\sqrt{3^2 + 1^2}} = \frac{1}{\sqrt{10}}$$

به همین ترتیب:

$$\cos(\widehat{AOB}) = \cos(\beta - \alpha) = \cos \beta \cos \alpha + \sin \beta \sin \alpha = \frac{1}{\sqrt{10}} \times \frac{3}{5} + \frac{3}{\sqrt{10}} \times \frac{4}{5} = \frac{3 + 12}{5\sqrt{10}} = \frac{15}{5\sqrt{10}} = \frac{3}{\sqrt{10}}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۳- اگر α و β زاویه‌هایی حاده و $\tan \alpha = 2$ و $\tan \beta = 3$ باشند، مقدار $\cos(\alpha + \beta)$ کدام است؟

(۴) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$

(۳) $\frac{-\sqrt{2}}{2}$

(۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

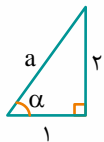
(۱) $\frac{-2\sqrt{2}}{5}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

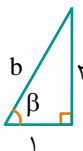
پاسخ: گزینه ۳

پاسخ ستریمی

نسبت‌های مثلثاتی زوایای α و β را با رسم مثلث قائم‌الزاویه به دست می‌آوریم. ببینید:



$$\tan \alpha = \frac{2}{1} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} a = \sqrt{5} \Rightarrow \begin{cases} \sin \alpha = \frac{2}{\sqrt{5}} \\ \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{5}} \end{cases}$$



$$\tan \beta = \frac{3}{1} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} \xrightarrow{\text{پیتاگورس}} b = \sqrt{10} \Rightarrow \begin{cases} \sin \beta = \frac{3}{\sqrt{10}} \\ \cos \beta = \frac{1}{\sqrt{10}} \end{cases}$$

$$\cos(\alpha + \beta) = \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \frac{1}{\sqrt{5}} \times \frac{1}{\sqrt{10}} - \frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{3}{\sqrt{10}} = \frac{1}{\sqrt{50}} - \frac{6}{\sqrt{50}} = \frac{-5}{\sqrt{50}} = \frac{-5}{5\sqrt{2}} = -\frac{\sqrt{2}}{2}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۱۴- اگر $\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{1}{4}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مقدار $\sin \alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{3\sqrt{5}-1}{8}$

(۳) $\frac{3\sqrt{5}+1}{8}$

(۲) $\frac{\sqrt{5}-1}{4}$

(۱) $\frac{\sqrt{5}+1}{4}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ ستریمی

$$\sin(\frac{\pi}{3} - \alpha) = \frac{1}{4} \Rightarrow \sin \frac{\pi}{3} \cos \alpha - \cos \frac{\pi}{3} \sin \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} \cos \alpha - \frac{1}{2} \sin \alpha = \frac{1}{4} \Rightarrow 2\sqrt{3} \cos \alpha - 2 \sin \alpha = 1$$

$$\Rightarrow 2\sqrt{3} \cos \alpha = 2 \sin \alpha + 1 \xrightarrow{\text{توان ۲}} (2\sqrt{3} \cos \alpha)^2 = (2 \sin \alpha + 1)^2 \Rightarrow 12 \cos^2 \alpha = 4 \sin^2 \alpha + 4 \sin \alpha + 1$$

$$\Rightarrow 12(1 - \sin^2 \alpha) = 4 \sin^2 \alpha + 4 \sin \alpha + 1 \Rightarrow 16 \sin^2 \alpha + 4 \sin \alpha - 11 = 0$$

معادله فوق را با تغییر متغیر $A = \sin \alpha$ ($A > 0$) حل می‌کنیم. پس:

$$16A^2 + 4A - 11 = 0 \Rightarrow A = \frac{-4 \pm \sqrt{720}}{32} = \frac{-4 \pm 4\sqrt{45}}{32}$$

$$A = \sin \alpha = \frac{-1 + \sqrt{45}}{8} = \frac{3\sqrt{5} - 1}{8} \text{ ققی}$$

$$A = \sin \alpha = \frac{-1 - \sqrt{45}}{8} = \frac{-3\sqrt{5} - 1}{8} \text{ غ ققی}$$

گروه آموزشی ماز

۱۵- اگر $\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = 2 \cos \alpha$ باشد، مقدار $\sin 2\alpha$ کدام است؟

(۴) $\frac{-8\sqrt{2} - 3}{17}$

(۳) $\frac{-8\sqrt{2} + 3}{17}$

(۲) $\frac{8\sqrt{2} + 5}{33}$

(۱) $\frac{8\sqrt{2} - 5}{33}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۴

چند اتحاد مثلثاتی 2α :

۱) $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

۲) $\cos 2\alpha = \frac{1 - \tan^2 \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$

۳) $\tan \alpha + \cot \alpha = \frac{2}{\sin 2\alpha}$

۴) $\cot \alpha - \tan \alpha = 2 \cot 2\alpha$

پاسخ تشریحی:

$$\cos(\frac{\pi}{4} + \alpha) = 2 \cos \alpha \Rightarrow \cos \frac{\pi}{4} \cos \alpha - \sin \frac{\pi}{4} \sin \alpha = 2 \cos \alpha \Rightarrow \frac{\sqrt{2}}{2} \cos \alpha - \frac{\sqrt{2}}{2} \sin \alpha = 2 \cos \alpha$$

$$\Rightarrow \sqrt{2} \cos \alpha - \sqrt{2} \sin \alpha = 4 \cos \alpha \Rightarrow (\sqrt{2} - 4) \cos \alpha = \sqrt{2} \sin \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{2} - 4}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \tan \alpha = \frac{\sqrt{2}(1 - 2\sqrt{2})}{\sqrt{2}} \Rightarrow \tan \alpha = 1 - 2\sqrt{2}$$

حال با استفاده از رابطه $\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha}$ مقدار $\sin 2\alpha$ را به دست می‌آوریم:

$$\sin 2\alpha = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2 \alpha} \xrightarrow{\tan \alpha = 1 - 2\sqrt{2}} \sin 2\alpha = \frac{2(1 - 2\sqrt{2})}{1 + (1 - 2\sqrt{2})^2} = \frac{2(1 - 2\sqrt{2})}{1 + 1 + 8 - 4\sqrt{2}} = \frac{2(1 - 2\sqrt{2})}{10 - 4\sqrt{2}} = \frac{2(1 - 2\sqrt{2})}{2(5 - 2\sqrt{2})}$$

$$\Rightarrow \sin 2\alpha = \frac{1 - 2\sqrt{2}}{5 - 2\sqrt{2}} \times \frac{5 + 2\sqrt{2}}{5 + 2\sqrt{2}} = \frac{5 + 2\sqrt{2} - 10\sqrt{2} - 8}{25 - 8} = \frac{-8\sqrt{2} - 3}{17}$$

گروه آموزشی ماز

۱۶- اگر $\cos \alpha \cos 2\alpha = \frac{-7}{27}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، مجموع مقدارهای ممکن برای $\cos \alpha$ کدام است؟

(۴) صفر

(۳) $\frac{1 + \sqrt{15}}{6}$

(۲) $\frac{\sqrt{3} - 1}{6}$

(۱) $\frac{1 + \sqrt{3}}{6}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

توجه داریم $\cos 2\alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1$ می‌باشد. پس:

$$\cos \alpha \cos 2\alpha = -\frac{7}{27} \Rightarrow \cos \alpha (2 \cos^2 \alpha - 1) = -\frac{7}{27} \Rightarrow 2 \cos^3 \alpha - \cos \alpha = -\frac{7}{27}$$

$$\xrightarrow{\times 27} \rightarrow 54 \cos^3 \alpha - 27 \cos \alpha + 7 = 0 \quad (*)$$

با تغییر متغیر $A = \cos \alpha > 0$ معادله (*) را حل می‌کنیم. پس:

$$54A^3 - 27A + 7 = 0 \Rightarrow 54A^3 - 6A - 21A + 7 = 0 \Rightarrow 6A(9A^2 - 1) - 7(3A - 1) = 0 \Rightarrow 6A(3A - 1)(3A + 1) - 7(3A - 1) = 0$$

$$\Rightarrow (3A-1)(6A(3A+1)-7) = 0 \Rightarrow (3A-1)(18A^2 + 6A - 7) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3A-1=0 \Rightarrow A = \frac{1}{3} \\ 18A^2 + 6A - 7 = 0 \Rightarrow A = \frac{-1+\sqrt{15}}{6}, A = \frac{-1-\sqrt{15}}{6} \text{ غرق} \end{cases}$$

بنابراین مقادیرهای قابل قبول برای $\cos \alpha$ عبارتند از $\frac{1}{3}$ و $\frac{-1+\sqrt{15}}{6}$ که مجموع آنها برابر است با:

$$\text{جواب} = \frac{1}{3} + \frac{-1+\sqrt{15}}{6} = \frac{1+\sqrt{15}}{6}$$

گروه آموزشی ماز

۱۷- حاصل $\cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{3\pi}{10}$ کدام است؟

$\frac{9}{8}$ (۴)

$\frac{13}{8}$ (۳)

$\frac{5}{4}$ (۲)

$\frac{3}{4}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

زوایای مکمل:

$$\alpha + \beta = \pi \xrightarrow{\text{مکمل } \beta, \alpha} \begin{cases} \sin \alpha = \sin \beta & \tan \alpha = -\tan \beta \\ \cos \alpha = -\cos \beta & \cot \alpha = -\cot \beta \end{cases}$$

پاسخ شریعی:

از رابطه $\cos^2 \alpha = \frac{1 + \cos 2\alpha}{2}$ کمک می‌گیریم. ببینید:

$$\begin{aligned} \cos^2 \frac{\pi}{10} + \cos^2 \frac{3\pi}{10} &= \frac{1 + \cos \frac{\pi}{5}}{2} + \frac{1 + \cos \frac{3\pi}{5}}{2} = \frac{1}{2} (1 + \cos \frac{\pi}{5} + 1 + \cos \frac{3\pi}{5}) = 1 + \frac{1}{2} (\cos \frac{\pi}{5} + \cos \frac{3\pi}{5}) \\ &\Rightarrow 1 + \frac{1}{2} (\cos(\frac{2\pi}{5} - \frac{\pi}{5}) + \cos(\frac{2\pi}{5} + \frac{\pi}{5})) = 1 + \frac{1}{2} (\cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} + \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{5} + \cos \frac{2\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} - \sin \frac{2\pi}{5} \sin \frac{\pi}{5}) \\ &\Rightarrow 1 + \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = 1 + \frac{\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} = 1 + \frac{\sin \frac{\pi}{5} \cos \frac{\pi}{5} = \frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} \Rightarrow 1 + \frac{\frac{1}{2} \sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} \\ &\xrightarrow{\frac{\sin \frac{2\pi}{5} \cos \frac{2\pi}{5} = \frac{1}{2} \sin \frac{4\pi}{5}}{}} 1 + \frac{1}{4} \times \frac{\sin \frac{4\pi}{5}}{\sin \frac{\pi}{5}} \xrightarrow{\frac{4\pi}{5} \text{ و } \frac{\pi}{5} \text{ مکمل هستند.}} 1 + \frac{1}{4} = \frac{5}{4} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۱۸- اگر $2 \sin \alpha - 3 \cos \beta = 3$ و $2 \sin \alpha + 3 \cos \alpha = 4$ باشد، زاویه $\alpha - \beta$ بر حسب رادیان کدام می‌تواند باشد؟

$\frac{3\pi}{2}$ (۴)

$\frac{2\pi}{4}$ (۳)

$\frac{\pi}{2}$ (۲)

$\frac{\pi}{4}$ (۱)

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

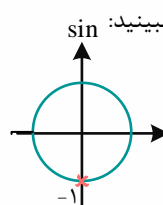
پاسخ: گزینه ۴

پاسخ شریعی:

طرفین تساوی‌های داده شده را به توان ۲ می‌رسانیم. ببینید:

$$\begin{aligned} 2 \sin \alpha - 3 \cos \beta = 3 &\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 4 \sin^2 \alpha + 9 \cos^2 \beta - 12 \sin \alpha \cos \beta = 9 \\ 2 \cos \alpha + 3 \sin \beta = 4 &\xrightarrow{\text{دو طرف به توان ۲}} 4 \cos^2 \alpha + 9 \sin^2 \beta + 12 \cos \alpha \sin \beta = 16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 4(\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha) + 9(\sin^2 \beta + \cos^2 \beta) - 12(\sin \alpha \cos \beta - \cos \alpha \sin \beta) &= 25 \\ \Rightarrow 4 + 9 - 12 \sin(\alpha - \beta) = 25 &\Rightarrow -12 \sin(\alpha - \beta) = 12 \Rightarrow \sin(\alpha - \beta) = -1 \end{aligned}$$



پس $\alpha - \beta$ می‌تواند $\frac{3\pi}{2}$ باشد.

۱۹- اگر $\sin(\alpha + \beta) = \frac{2}{3}$ و $\cos(\alpha - \beta) = \frac{1}{3}$ باشد، مقدار $\tan \alpha$ با کدام گزینه برابر است؟

- (۱) $\frac{2 - \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$ (۲) $\frac{2 + \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$ (۳) $\frac{2 - \tan \beta}{1 + 2 \tan \beta}$ (۴) $\frac{2 - \tan \beta}{1 + \tan \beta}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ شریعی:

$\sin(\alpha + \beta)$ را بر $\cos(\alpha - \beta)$ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$\frac{\sin(\alpha + \beta)}{\cos(\alpha - \beta)} = \frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{3}} = \frac{\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta + \sin \alpha \sin \beta} = 2$$

صورت و مخرج کسر سمت چپ تساوی بالا را بر $\cos \alpha \cos \beta$ تقسیم می‌کنیم. ببینید:

$$\frac{\frac{\sin \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\cos \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}}{\frac{\cos \alpha \cos \beta}{\cos \alpha \cos \beta} + \frac{\sin \alpha \sin \beta}{\cos \alpha \cos \beta}} = 2 \Rightarrow \frac{\tan \alpha + \tan \beta}{1 + \tan \alpha \tan \beta} = 2 \Rightarrow \tan \alpha + \tan \beta = 2 + 2 \tan \alpha \tan \beta$$

$$\Rightarrow \tan \alpha - 2 \tan \alpha \tan \beta = 2 - \tan \beta \Rightarrow \tan \alpha (1 - 2 \tan \beta) = 2 - \tan \beta \Rightarrow \tan \alpha = \frac{2 - \tan \beta}{1 - 2 \tan \beta}$$

گروه آموزشی ماز

۲۰- مقدار $\sin^6 \frac{\pi}{24} + \cos^6 \frac{\pi}{24}$ کدام است؟

- (۱) $\frac{10 + 3\sqrt{3}}{16}$ (۲) $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{16}$ (۳) $\frac{5 + 3\sqrt{3}}{8}$ (۴) $\frac{10 + 3\sqrt{3}}{8}$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

روابط مثلثاتی ارزشمند:

$$\sin^4 \alpha + \cos^4 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{1}{2} \sin^2 2\alpha$$

$$\sin^6 \alpha + \cos^6 \alpha = 1 - 3 \sin^2 \alpha \cos^2 \alpha = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 2\alpha$$

برای اثبات روابط فوق، دو طرف رابطه $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$ را یک بار به توان ۲ و بار دیگر به توان ۳ برسانید.

پاسخ شریعی:

طبق درسنامه می‌توان نوشت:

$$\sin^6 \frac{\pi}{24} + \cos^6 \frac{\pi}{24} = 1 - \frac{3}{4} \sin^2 \frac{\pi}{12} \xrightarrow{\text{از طرفی } \sin^2 \frac{\pi}{12} = \frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2}} 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \cos \frac{\pi}{6}}{2} \right)$$

$$\Rightarrow 1 - \frac{3}{4} \left(\frac{1 - \frac{\sqrt{3}}{2}}{2} \right) = 1 - \frac{3}{4} \times \frac{2 - \sqrt{3}}{4} = 1 - \frac{6 - 3\sqrt{3}}{16} = \frac{10 + 3\sqrt{3}}{16}$$

گروه آموزشی ماز

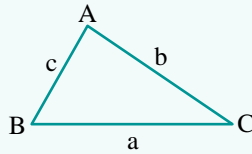
۲۱- اگر در مثلث $\triangle ABC$ شعاع دایره محیطی مثلث، برابر $\sqrt{3}$ و حاصل ضرب سینوس زوایای آن، $\frac{\sqrt{3}}{8}$ باشد، مساحت مثلث کدام است؟

- (۱) $\sqrt{3}$ (۲) $2\sqrt{3}$ (۳) $3\sqrt{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

مساحت مثلث:

مساحت هر مثلث برابر یک دوم حاصل ضرب دو ضلع در سینوس زاویه بین آن دو ضلع می باشد.

$$S_{\triangle ABC} = \frac{1}{2} ab \sin \hat{C} = \frac{1}{2} ac \sin \hat{B} = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A}$$



قضیه سینها در مثلث:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R$$

شعاع دایره محیطی مثلث

پاسخ تشریحی:

$$S = \frac{1}{2} bc \sin \hat{A} \text{ و } \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \Rightarrow \begin{cases} b = 2R \sin \hat{B} \\ c = 2R \sin \hat{C} \end{cases}$$

جای گذاری در مساحت مثلث $\Rightarrow S = \frac{1}{2} (2R \sin \hat{B}) \times (2R \sin \hat{C}) \sin \hat{A} \Rightarrow S = 2R^2 \sin \hat{B} \sin \hat{C} \sin \hat{A}$

$$\Rightarrow S = 2 \times \sqrt{3}^2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- در مثلث $\triangle ABC$ ، اگر $AB = 3\sqrt{3}$ و $a \cos \hat{B} = b \cos \hat{A}$ و $\hat{C} = 120^\circ$ باشد، محیط مثلث کدام است؟

۴) $6 + \sqrt{3}$

۳) $3 + \sqrt{3}$

۲) $6(1 + \sqrt{3})$

۱) $3(2 + \sqrt{3})$

پاسخ تشریحی:

با استفاده از قضیه سینوسها در مثلث $\triangle ABC$ داریم:

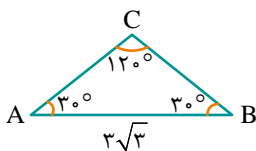
$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} \Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} \quad (I)$$

$$\frac{a}{b} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \quad (II)$$

با توجه به مفروضات سوال خواهیم داشت:

$$(I), (II) \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\sin \hat{B}} = \frac{\cos \hat{A}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \frac{\sin \hat{A}}{\cos \hat{A}} = \frac{\sin \hat{B}}{\cos \hat{B}} \Rightarrow \tan \hat{A} = \tan \hat{B} \Rightarrow \hat{A} = \hat{B} \xrightarrow{\hat{C}=120^\circ} \hat{A} = \hat{B} = 30^\circ$$

مثلث $\triangle ABC$ متساوی الساقین است. پس:



با استفاده از قضیه \cos ها می توانیم AC و BC را به دست آوریم. ببینید:

$$AB^2 = AC^2 + BC^2 - 2AC \times BC \times \cos \hat{C} \xrightarrow{AC=BC=x} (3\sqrt{3})^2 = x^2 + x^2 - 2x \times x \times (-\frac{1}{2}) \Rightarrow 27 = 3x^2 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow AC = BC = 3$$

$$\text{محیط} = 3 + 3 + 3\sqrt{3} = 6 + 3\sqrt{3} = 3(2 + \sqrt{3})$$

پس محیط مثلث برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۳- اگر مجموع مربعات اضلاع مثلث $\triangle ABC$ را m و مجموع مربعات سینوس زوایای آن را n بنامیم، حاصل عبارت $(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C})^2$ کدام است؟

۴) $m + n$

۳) $3m + 3n$

۲) mn

۱) $m^2 + n^2$

(سخت - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ سریعی

اگر عبارت داده شده در صورت سوال را ساده تر بنویسیم، خواهیم داشت:

$$\frac{a}{\sin \hat{A}} = \frac{b}{\sin \hat{B}} = \frac{c}{\sin \hat{C}} = 2R \quad (1)$$

با جای گذاری رابطه (۱) در عبارت $a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C}$ خواهیم داشت:

$$(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C}) = \underbrace{(2R \sin \hat{A})}_a \sin \hat{A} + \underbrace{(2R \sin \hat{B})}_b \sin \hat{B} + \underbrace{(2R \sin \hat{C})}_c \sin \hat{C} = 2R(\sin^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C}) \quad (*)$$

دوباره با جای گذاری رابطه (۱) در عبارت $a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C}$ خواهیم داشت:

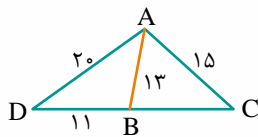
$$(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C}) = a \times \frac{\sin \hat{A}}{2R} + b \times \frac{\sin \hat{B}}{2R} + c \times \frac{\sin \hat{C}}{2R} = \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2R} \quad (**)$$

پس حاصل عبارت $(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C})^2$ برابر است با:

$$(a \sin \hat{A} + b \sin \hat{B} + c \sin \hat{C})^2 = 2R(\sin^2 \hat{A} + \sin^2 \hat{B} + \sin^2 \hat{C}) \times \frac{a^2 + b^2 + c^2}{2R} = m \times n$$

گروه آموزشی ماز

۲۴- با توجه به اندازه‌های شکل زیر، طول پاره خط BC کدام است؟



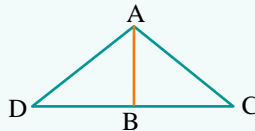
- ۱۲ (۱)
- ۱۴ (۲)
- ۹ (۳)
- ۱۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

قضیه استوارت:

$$BD \times AC^2 + BC \times AD^2 = CD \times (AB^2 + BD \times BC)$$



پاسخ سریعی

طبق قضیه استوارت در مثلث ACD و با فرض $BC = x$ داریم:

$$\begin{aligned} BD \times AC^2 + BC \times AD^2 &= CD \times (AB^2 + BD \times BC) \Rightarrow 11 \times 15^2 + x \times 20^2 = (11+x) \times (11^2 + 11 \times x) \\ \Rightarrow 2475 + 400x &= 1859 + 121x + 169x + 11x^2 \Rightarrow 11x^2 + 290x + 1859 = 400x + 2475 \Rightarrow 11x^2 - 110x - 616 = 0 \\ \xrightarrow{\div 11} x^2 - 10x - 56 &= 0 \Rightarrow (x-14)(x+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{قق } x = 14 \\ \text{غ قق } x = -4 \end{cases} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- در مثلث ABC، اگر بین اضلاع رابطه $b(\sqrt{2}c-b) = (c-a)(c+a)$ برقرار باشد، اندازه زاویه A چند درجه می تواند باشد؟

۷۵° (۴)

۶۰° (۳)

۴۵° (۲)

۳۰° (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

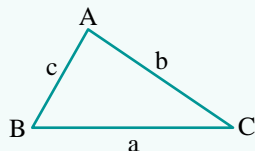
پاسخ: گزینه ۲

قضیه cosها در مثلث:

$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos \hat{A}$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos \hat{B}$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \hat{C}$$





عبارت داده شده در صورت سوال را ساده می‌کنیم:

$$b(\sqrt{2}c - b) = (c - a)(c + a) \Rightarrow \sqrt{2}bc - b^2 = c^2 - a^2 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc$$

از قضیه $\cos A$ ، رابطه مذکور به صورت $a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos A$ می‌باشد. پس:

$$a^2 = b^2 + c^2 - \sqrt{2}bc \Rightarrow -2bc \cos A = -\sqrt{2}bc \Rightarrow \cos A = \frac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow A = 45^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۶- در جدول فراوانی $\frac{x_i}{f}$ | $\begin{matrix} 2 & a & 5 & 7 \\ 4 & 1 & a & 2 \end{matrix}$ ، اگر همه داده‌ها را ۳ برابر کنیم، میانگین ۱۲ می‌شود. a کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

محاسبه میانگین در جدول فراوانی:

داده		
↑		
x_i	x_1 x_2 ... x_n	$\bar{x} = \frac{x_1 f_1 + x_2 f_2 + \dots + x_n f_n}{f_1 + f_2 + \dots + f_n}$
f_i	f_1 f_2 ... f_n	
↓		
فراوانی		



چون با ۳ برابر کردن داده‌ها، میانگین هم ۳ برابر می‌شود، پس میانگین داده‌های جدول فراوانی برابر ۴ می‌باشد. بنابراین:

$$\bar{x} = \frac{2 \times 4 + a \times 1 + 5 \times a + 7 \times 2}{4 + 1 + a + 2} = 4 \Rightarrow 8 + 6a + 14 = 28 + 4a \Rightarrow 2a = 6 \Rightarrow a = 3$$

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر میانگین داده‌های a, b, c, d برابر با ۳ و واریانس آن‌ها صفر باشد، ضریب تغییرات داده‌های $2d, 2d, a+b+1, a+2, b$ کدام است؟

- ۱ (۱) $\frac{3\sqrt{2}}{5}$ ۲ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2/5}$ ۳ (۳) $\frac{\sqrt{2}}{3/5}$ ۴ (۴) $\frac{3\sqrt{2}}{7}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

نکات پایه‌ای در آمار:

۱) میانگین: $\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$

۲) واریانس: $\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$ یا $\sigma^2 = \frac{x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_n^2}{n} - \bar{x}^2$

۳) انحراف معیار: $\sigma = \sqrt{\text{واریانس}}$

۴) ضریب تغییرات: $CV = \frac{\sigma}{\bar{x}}$

۵) دامنه تغییرات: $R = x_{\max} - x_{\min}$

اگر همه داده‌ها با هم برابر و مقداری مساوی k داشته باشند، میانگین داده‌ها همان k و واریانس، انحراف معیار، دامنه تغییرات و ضریب تغییرات برابر صفر خواهد بود.

$$x_1 = x_2 = x_3 = \dots = x_n = k \Rightarrow \bar{x} = k, \sigma^2 = \sigma = CV = R = 0$$

اگر داده‌ها تشکیل دنباله حسابی دهند، واریانس داده‌ها از رابطه $d^2 \times \frac{n^2 - 1}{12}$ به دست می‌آید که n تعداد داده‌ها و d قدرنسبت می‌باشد.



چون میانگین داده‌ها برابر ۳ و واریانس آن‌ها صفر است، پس همه داده‌ها با هم برابر و مساوی ۳ هستند. پس:

$$a = b = c = d = 3 \xrightarrow{\text{داده‌های جدید}} b, a+2, a+b+1, 3d, 3d+2 \Rightarrow 3, 5, 7, 9, 11$$

داده‌های فوق، جملات یک دنباله حسابی هستند. پس:

$$\sigma^2 = \frac{n^2-1}{12} d^2 \Rightarrow \sigma^2 = \frac{5^2-1}{12} \times 2^2 \Rightarrow \sigma^2 = 2 \times 4 \Rightarrow \sigma = 2\sqrt{2}$$

$$CV = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{2\sqrt{2}}{7} = \frac{\sqrt{2}}{3.5}$$

چون $\bar{x} = 7$ می‌باشد، پس ضریب تغییرات برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۸- اگر میانگین داده‌های $1-2x_1, 1-2x_2, \dots, 1-2x_n$ برابر ۷ باشد، میانگین داده‌های $2+5x_1+2, 2+5x_2+2, \dots, 2+5x_n+2$ کدام است؟

۴۲ (۴)

۶۷ (۳)

۲۲ (۲)

۳۷ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نکته:

اگر داده‌ها در a ضرب و با b جمع شوند، چه بلایی سر میانگین، واریانس و انحراف معیار می‌آید؟

انحراف معیار σ	واریانس σ^2	میانگین \bar{x}	داده‌های اولیه
$ a \sigma$	$a^2\sigma^2$	$a\bar{x}$	اگر داده‌ها در a ضرب شوند.
σ	σ^2	$\bar{x} + b$	اگر داده‌ها با b جمع شوند.
$ a \sigma$	$a^2\sigma^2$	$a\bar{x} + b$	اگر داده‌ها در a ضرب و با b جمع شوند.



اگر میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر \bar{x} باشد، در اینصورت میانگین داده‌های $1-2x_1-1, 1-2x_2-1, \dots, 1-2x_n-1$ برابر $2\bar{x}-1$ می‌باشد، پس:

$$2\bar{x}-1=7 \Rightarrow 2\bar{x}=8 \Rightarrow \bar{x}=4$$

بنابراین میانگین داده‌های x_1, x_2, \dots, x_n برابر $\bar{x}=4$ است، پس میانگین داده‌های $2+5x_1+2, 2+5x_2+2, \dots, 2+5x_n+2$ برابر است با:

$$\bar{x}' = 5 \times 4 + 2 = 22$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- در جدول فراوانی زیر، اگر به همه داده‌ها ۲ واحد اضافه و بعد همه را در ۳ ضرب کنیم، واریانس داده‌های جدید، کدام خواهد بود؟

x_i	۳	۵	۷	۹
f_i	۱	۴	۳	۲

۶/۷۲ (۲)

۱۵/۱۲ (۱)

۳۰/۲۴ (۴)

۱۰/۰۸ (۳)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴



ابتدا واریانس داده‌های درون جدول را محاسبه می‌کنیم. پس:

$$\bar{x} = \frac{3 \times 1 + 5 \times 4 + 7 \times 3 + 9 \times 2}{1 + 4 + 3 + 2} = \frac{62}{10} = 6.2$$

$$\sigma^2 = \frac{1 \times (3-6.2)^2 + 4 \times (5-6.2)^2 + 3 \times (7-6.2)^2 + 2 \times (9-6.2)^2}{10} = \frac{10.24 + 5.76 + 1.92 + 15.68}{10} = \frac{33.6}{10} = 3.36$$

$$\sigma^2 = 3^2 \times 3.36 = 30.24$$

داده‌ها با ۲ جمع و در ۳ ضرب می‌شوند، پس واریانس داده‌ها در 3^2 یعنی ۹ ضرب می‌شود. بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۳۰- یک جامعه با اندازه ۲۰ و واریانس ۲۵ و جامعه دیگری با اندازه ۱۶ و واریانس ۵/۶۲۵ تشکیل جامعه جدیدی می‌دهند. اگر میانگین دو جامعه یکسان

باشد، انحراف معیار جامعه جدید کدام است؟

$\frac{\sqrt{590}}{12}$ (۴)

$\frac{\sqrt{590}}{6}$ (۳)

$\frac{\sqrt{590}}{3}$ (۲)

$\frac{\sqrt{590}}{2}$ (۱)



پاسخ سریعی:

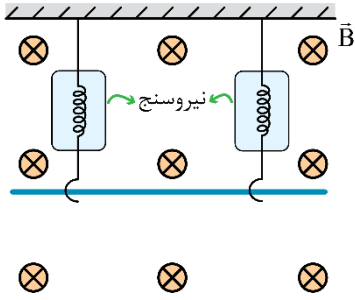
اگر یک جامعه با اندازه n_1 و واریانس σ_1^2 و جامعه دیگری با اندازه n_2 و واریانس σ_2^2 وجود داشته باشد و میانگین دو جامعه برابر باشد، واریانس جامعه جدید از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$\sigma^2 = \left(\frac{n_1}{n_1 + n_2}\right) \times \sigma_1^2 + \left(\frac{n_2}{n_1 + n_2}\right) \times \sigma_2^2$$

$$\sigma^2 = \left(\frac{20}{20+16}\right) \times 25 + \left(\frac{16}{20+16}\right) \times 5/625 = \frac{20}{36} \times 25 + \frac{16}{36} \times \frac{45}{1} = \frac{500}{36} + \frac{90}{36} = \frac{590}{36} \Rightarrow \sigma = \frac{\sqrt{590}}{6}$$

پس:

گروه آموزشی ماز



۳۱- مطابق شکل یک سیم حامل جریان، به جرم ۵ گرم و طول ۱/۵ متر به طور افقی نسبت به زمین قرار گرفته است. اگر هر نیروسنج عدد 5mN را نشان بدهد، مقدار جریان گذرنده از سیم و جهت آن در کدام گزینه به درستی آمده است؟ (بزرگی میدان مغناطیسی درون سو $G = \frac{25}{3}$ است. $(g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2})$)

- (۱) ۳۲، راست به چپ
- (۲) ۳۲، چپ به راست
- (۳) ۳۶، راست به چپ
- (۴) ۳۶، چپ به راست

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

نیروی مغناطیسی

۱- نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان از طرف میدان مغناطیسی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = BIL \sin \theta$$

در رابطه بالا، B ، I و L به ترتیب شدت میدان مغناطیسی، شدت جریان و طول سیم هستند و θ زاویه بین جهت جریان سیم و جهت بردار میدان مغناطیسی است.
 ۲- اگر سیم راست حامل جریان موازی میدان مغناطیسی باشد، نیروی وارد بر آن کمینه (صفر) خواهد شد و اگر سیم عمود بر میدان مغناطیسی باشد، نیروی مغناطیسی وارد بر آن بیشینه خواهد شد.
 ۳- بردار نیروی وارد بر سیم حتماً بر بردار میدان مغناطیسی و جهت جریان در سیم عمود است.

پاسخ تشریحی:

چون سیم در حال تعادل است و وزن آن برابر $mg = 5 \times 10^{-3} \times 10 = 0.05\text{N}$ می‌باشد و دو نیروسنج در مجموع عدد $2 \times 5 \times 10^{-3} = 0.01\text{N}$ را نشان می‌دهند، بنابراین داریم:

$$mg = F_B + 2F_{\text{نیروسنج}} \Rightarrow 0.05 = F_B + 0.01 \Rightarrow F_B = 0.04\text{N}$$

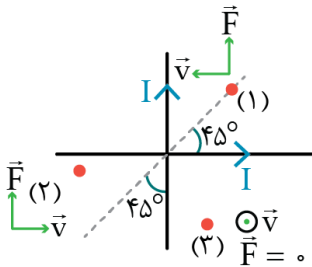
از طرفی $\theta = 90^\circ$ است و می‌توان نوشت:

$$F_B = ILB \sin \theta \Rightarrow 0.04 = I \times 1/5 \times \frac{25}{3} \times 10^{-4} \times 1 \Rightarrow I = 32\text{A}$$

برای تعیین جهت جریان، با توجه به جهت رو به بالای F_B و درون سو بودن میدان B و با کمک قاعده دست راست جهت جریان از چپ به راست به دست می‌آید.

گروه آموزشی ماز

۳۲- دو سیم راست که عمود بر هم قرار گرفته‌اند در یک صفحه واقع شده‌اند. اگر از هر سیم جریان ثابت I بگذرد، در کدام موارد نیروی مغناطیسی وارد بر ذره باردار متحرک ($q < 0$) به درستی رسم شده است؟



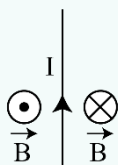
- (۱) ۳ و ۲
- (۲) ۳
- (۳) ۱
- (۴) ۲ و ۱

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

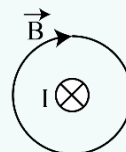
پاسخ: گزینه ۲

میدان مغناطیسی

۱- جهت میدان مغناطیسی حاصل از یک سیم بلند که حامل جریان الکتریکی است، مطابق قاعده دست راست تعیین می‌شود. برای این کار کافی است انگشت شست دست راست در جهت جریان سیم قرار گیرد و چهار انگشت دست راست حول آن بچرخد. در این صورت جهت میدان در همان جهت چرخش چهار انگشت خواهد بود.



میدان در دو سمت سیم راست حامل جریان الکتریکی

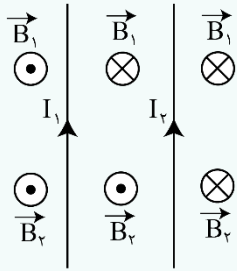


میدان در اطراف یک سیم حامل جریان الکتریکی درون سو

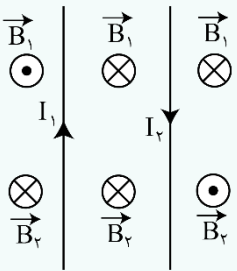
۲- شدت میدان حاصل از یک سیم راست با جریان سیم رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد:

جریان $I \rightarrow$
فاصله $d \rightarrow$: $B \propto \frac{I}{d}$ میدان سیم راست

۳- اگر دو سیم راست حامل جریان به صورت موازی در نزدیکی هم قرار بگیرند، دو حالت زیر امکان پذیر است که هر یک از آن‌ها را جداگانه بررسی خواهیم کرد.

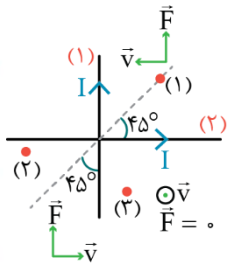


حالت (۱): جریان سیم‌ها هم‌جهت باشد.
در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در فاصله بین دو سیم مخالف هم است، بنابراین میدان مغناطیسی در فاصله بین دو سیم و در نزدیک سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر شود. دقت کنید که اگر جریان الکتریکی سیم‌ها برابر باشد، میدان دقیقاً در وسط فاصله آن‌ها صفر خواهد شد.



حالت (۲): جریان سیم‌ها در خلاف جهت هم باشد.
در این حالت جهت میدان سیم‌ها مطابق شکل مقابل است. همان‌طور که می‌بینید، جهت میدان سیم‌ها در خارج از فاصله آن‌ها و در دو سمت آن‌ها مخالف هم است، بنابراین میدان مغناطیسی در خارج از فاصله سیم‌ها و در نزدیک سیم با جریان کمتر می‌تواند صفر شود، دقت کنید اگر جریان الکتریکی سیم‌ها در این حالت هم‌اندازه باشد، میدان مغناطیسی خالص در هیچ نقطه‌ای صفر نخواهد شد.

پاسخ شریعی



بزرگی میدان مغناطیسی با فاصله از سیم رابطه عکس دارد. هم‌چنین جهت میدان مغناطیسی در سیم با قاعده دست راست تعیین می‌شود.

جهت میدان در سمت راست سیم (۱) درون سو و سمت چپ آن برون سو است.

جهت میدان در پایین سیم (۲) درون سو و بالای آن برون سو است.

نقطه (۱): چون روی نیمساز (زاویه 45°) قرار گرفته است پس میدان سیم (۱) درون سو و میدان سیم (۲) برون سو است و

اندازه آن‌ها برابر است، پس میدان مغناطیسی خالص برابر صفر است و نیرویی به ذره وارد نمی‌شود. پس جهت نیروی رسم شده نادرست است.

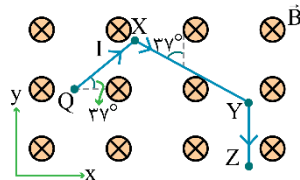
نقطه (۳): میدان سیم (۱) و (۲) در نقطه (۳) درون سو است و چون تندی ذره در امتداد میدان برآیند است پس نیرویی به ذره وارد نمی‌شود. این درست است.

نقطه (۲): چون این نقطه به سیم (۲) نزدیک‌تر است پس میدان برآیند درون سو است و چون بار ذره منفی است، با قاعده دست راست جهت نیرو بر ذره به سمت پایین است، این جهت نادرست است.

بنابراین فقط نقطه (۳) درست رسم شده است.

گروه آموزشی ماز

۳۳- در شکل زیر سیم حامل جریان QXYZ درون میدان مغناطیسی زمین است. اگر نیروی وارد بر سیم XY از طرف میدان مغناطیسی برابر \vec{F} باشد،



نیروی مغناطیسی برآیند وارد بر کل سیم کدام می‌باشد؟ $(\vec{QX} = \vec{YZ} = \frac{1}{2} \vec{XY})$

(۱) $\frac{F}{2} \vec{i} + \frac{F}{2} \vec{j}$

(۲) $\frac{F}{2} \vec{i} + \frac{F}{2} \vec{j}$

(۳) $F \vec{i} + F \vec{j}$

(۴) $F \vec{i} + F \vec{j}$

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ شریعی

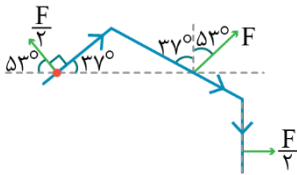
چون جریان بر میدان مغناطیسی عمود است و بزرگی میدان و جریان برای هر ۳ تکه سیم یکسان است، پس می‌توان نیروی وارد بر سیم‌های QX و YZ را به دست آورد.

چون طول QX و YZ با هم برابر و نصف طول XY هست، پس داریم:

$F_{XY} = F$, $F_{QX} = F_{YZ} = \frac{F}{2}$



با استفاده از قانون دست راست می‌توان جهت نیروها را به دست آورد.



اگر این نیروها را تجزیه کنیم خواهیم داشت:

$$F \cos 53^\circ = 0.6F$$

$$\frac{F}{\sqrt{5}} \sin 53^\circ = 0.4F$$

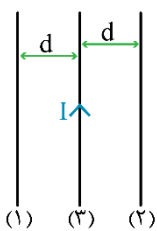
$$F \cos 37^\circ = 0.8F$$

$$\frac{F}{\sqrt{5}} \cos 53^\circ = 0.3F$$

$$\vec{F}_{\text{ج}} = F\vec{i} + F\vec{j}$$

گروه آموزشی ماز

۳۴- دو سیم راست (۱) و (۲) حامل جریان‌های به ترتیب I_1 و I_2 می‌باشند. اگر سیم (۳) در وسط فاصله دو سیم (۱) و (۲) قرار بگیرد، هیچ نیروی خالصی به آن وارد نمی‌شود. اگر جریان سیم (۱) قطع شود، سیم (۳) به طرف چپ منحرف می‌شود. جهت جریان سیم‌های (۱) و (۲) به ترتیب کدام می‌باشد؟



- (۱) بالا، بالا
- (۲) بالا، پایین
- (۳) پایین، پایین
- (۴) پایین، بالا

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

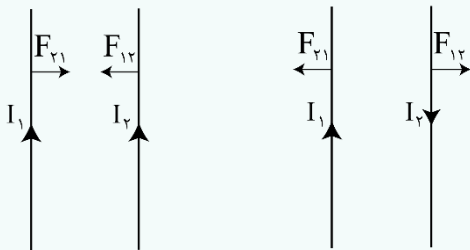
پاسخ: گزینه ۳

نیروی مغناطیسی

۱- دو سیم حامل جریان موازی به یکدیگر نیرو وارد می‌کنند. هر چه جریان سیم‌ها بزرگ‌تر و فاصله آن‌ها کمتر باشد، اندازه این نیرو بزرگ‌تر خواهد بود.

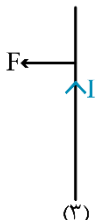
$$F \propto \frac{I_1 I_2}{d}$$

۲- اگر جهت جریان سیم‌های موازی با هم یکسان باشد، دو سیم به هم نیروی جاذبه وارد می‌کنند و اگر جهت جریان سیم‌ها مخالف هم باشد، دو سیم به هم نیروی دافعه وارد می‌کنند.



پاسخ تشریحی:

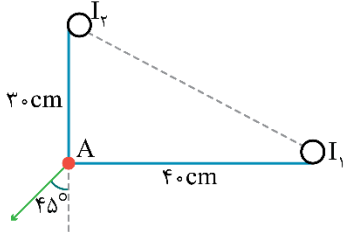
اگر جریان سیم (۱) قطع شود، یعنی فقط جریان سیم (۲) باعث ایجاد میدان مغناطیسی در فضا می‌شود. هم‌چنین جریان سیم (۳) به سمت بالا است و به سمت چپ به آن نیرو وارد می‌شود، پس داریم:



با استفاده از قاعده دست راست برای سیم (۳)، جهت میدان مغناطیسی عمود بر صفحه و به سمت داخل می‌باشد. پس باید جریان سیم (۲) به سمت پایین باشد. هم‌چنین چون در ابتدا به سیم (۳) هیچ نیروی خالصی وارد نمی‌شده است (قبل از قطع جریان سیم (۱))، پس در محل سیم (۳) میدان مغناطیسی برابری صفر بوده است و باید جریان سیم (۱) نیز به سمت پایین باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۵- دو سیم حامل جریان I_1 و I_2 مطابق شکل داریم. اگر جریان سیم‌ها یکسان باشد و بردار میدان مغناطیسی برآیند در نقطه A مطابق شکل باشد، در مورد جهت جریان‌های I_1 و I_2 و اندازه جریان‌ها کدام گزینه درست است؟



- (۱) $I_1 > I_2$ ، \otimes ، \odot
- (۲) $I_1 > I_2$ ، \odot ، \otimes
- (۳) $I_2 > I_1$ ، \odot ، \otimes
- (۴) $I_2 > I_1$ ، \odot ، \odot

(متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

آزمایش اورستد

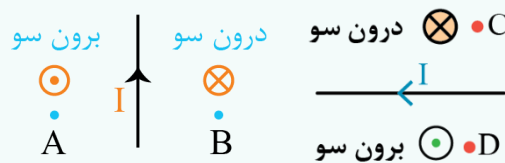
اورستد ضمن انجام آزمایش‌های الکترونیسته مشاهده کرد که عقربه مغناطیسی در کنار سیم حامل جریان الکتریکی منحرف می‌شود و با انجام آزمایش‌های بیشتر کشف کرد که عبور جریان الکتریکی از سیم رسانا در اطراف آن میدان مغناطیسی به وجود می‌آورد. سیم‌های حامل جریان که کاربرد زیادی در صنعت الکترونیسته دارند به سه صورت زیر می‌باشند:
 ۱- سیم راست حامل جریان ۲- پیچیده مسطح حامل جریان ۳- سیملوله حامل جریان

نکته:

خطوط میدان مغناطیسی حاصل از سیم بلند حامل جریان به صورت دایره‌های هم‌مرکز در اطراف سیم حامل جریان هستند، به شکلی که سیم در مرکز این دایره‌ها قرار دارد جهت خطوط با کمک قاعده دست راست به صورت زیر تعیین می‌شود که: انگشت شست در جهت جریان و بسته شدن انگشتان دیگر در نقطه موردنظر، جهت B را می‌دهد.

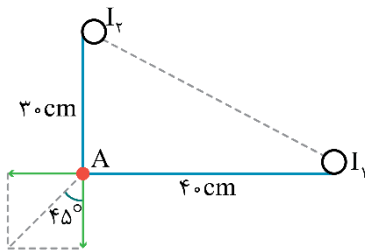
مثال:

در شکل‌های زیر با استفاده از قاعده دست راست جهت خطوط میدان مغناطیسی در نقاط A ، B ، C و D تعیین شده است:



پاسخ تشریحی:

خط‌های میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان به صورت دایره‌های هم‌مرکز به مرکزیت سیم می‌باشند و جهت میدان بر شعاع این دایره‌ها عمود است. با تجزیه بردار میدان برایند داریم:



از تجزیه بردار و با توجه به جهت بردارهای تجزیه شده می‌توان متوجه شد که جهت جریان برای سیم I_1 باید برون‌سو و جهت جریان سیم I_2 باید درون‌سو باشد.

بزرگی میدان مغناطیسی با اندازه جریان رابطه مستقیم و با فاصله از سیم رابطه عکس دارد. چون فاصله سیم (۱) از نقطه A نسبت به فاصله سیم (۲) از نقطه A بیشتر است پس باید میدان کوچک‌تری داشته باشد و با تجزیه بردار میدان برایند دیده می‌شود که بزرگی میدان ناشی از سیم (۱) و سیم (۲) برابر است پس باید سیم (۱) جریان بزرگ‌تری نیز داشته باشد.

گروه آموزشی ماز

۳۶- سیم راستی که طول آن ۲m و مساحت سطح مقطع آن 6mm^2 است را به شکل سیملوله‌ای درمی‌آوریم. اگر از این سیملوله جریان $5A$ عبور کند، حداکثر بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس خواهد بود؟ ($\pi = 3$ ، $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

- (۱) $\frac{3}{2}\sqrt{2}$
- (۲) ۶
- (۳) $3\sqrt{2}$
- (۴) ۳

نکته:

اگر قطر حلقه‌های سیملوله در مقایسه با طول آن بسیار کوچک و حلقه‌های آن خیلی به هم نزدیک باشند به این سیملوله، سیملوله آرمانی گفته می‌شود میدان مغناطیسی داخل یک سیملوله آرمانی از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$$

تراوایی مغناطیسی خلأ: μ_0

تعداد حلقه‌های سیملوله: N

طول سیملوله: ℓ

مثال:

تقریباً چند آمپر جریان از سیملوله‌ای که در هر سانتی‌متر طولش ۱۲ حلقه دارد عبور کند تا میدان مغناطیسی داخل آن $3 \times 10^{-3} \text{ T}$ تسلا شود؟ ($\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}}$)

$$B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \rightarrow I = \frac{B \ell}{\mu_0 N} = \frac{3 \times 10^{-3} \times 10^{-2}}{4\pi \times 10^{-7} \times 12} = \frac{300}{48\pi}$$

$$\rightarrow I = \frac{25}{4\pi} \rightarrow I \approx 2 \text{ (A)}$$

نکته:

اگر از سیمی به قطر d سیملوله‌ای شامل N حلقه به طول ℓ ساخته طوری که حلقه‌ها به هم چسبیده باشند و از آن جریان I عبور دهیم، خواهیم داشت:

$$\begin{cases} B = \frac{\mu_0 NI}{\ell} \rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{Nd} \rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{d} \\ \ell = Nd \end{cases}$$

پاسخ شریعی:

میدان وقتی بیشینه است که حلقه‌ها به هم چسبیده باشند، یعنی طول سیملوله برابر با $L = Nd$ باشد که N تعداد دور سیملوله و d قطر سیملوله است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L} \xrightarrow{N = \frac{L}{d}} B = \frac{\mu_0 I}{d}$$

چون مساحت سطح مقطع سیم را داریم پس می‌توان ضخامت آن را حساب کرد.

$$A = \pi \frac{d^2}{4} \Rightarrow 6 = 3 \times \frac{d^2}{4} \Rightarrow d = 2\sqrt{2} \text{ mm}$$

$$B = \frac{4 \times 3 \times 10^{-7} \times 0.5}{2\sqrt{2} \times 10^{-3}} = \frac{3}{2} \sqrt{2} \text{ G}$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- سیمی راست و مستقیم به طول ۲m، به صورت مایل از محور سیملوله‌ای می‌گذرد و با محور آن زاویه 60° می‌سازد. اگر جریان عبوری از سیملوله $2/5 \text{ A}$ و طول آن 40 cm باشد، بزرگی نیروی مغناطیسی که به قسمتی از سیم راست که در سیملوله قرار دارد، وارد می‌شود، چند نیوتون است؟

$$\left(\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{\text{T.m}}{\text{A}} \right)$$

(۱) $2\sqrt{2} \times 10^{-6}$

(۲) 2×10^{-6}

(۳) $\sqrt{3} \times 10^{-6}$

(۴) $2\sqrt{3} \times 10^{-6}$

پاسخ شریعی:

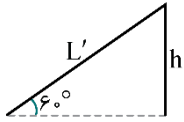
میدان مغناطیسی داخل سیملوله یکنواخت و در امتداد محور سیملوله است.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

اگر از سیمی به طول L سیملوله‌ای به قطر d درست کنیم داریم:

$$L = N(2\pi r) = N\pi d \rightarrow \frac{N}{L} = \frac{1}{\pi d}$$

$$B = \frac{\mu_0 \times I}{\pi d} = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 2/5}{\pi d} = \frac{10^{-7}}{d} \times 10^{-7} T$$



$$h = L' \sin 60^\circ = d \Rightarrow \frac{d}{L'} = \sin 60^\circ$$

طولی از سیم که در داخل میدان سیملوله قرار گرفته است، برابر است با:

که برابر با قطر سیملوله است، بنابراین نیروی وارد بر سیم از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$F = IL'B \sin \theta = 2 \times L' \times \frac{10^{-7}}{d} \times 10^{-7} \times \sin 60^\circ = 2 \times 10^{-6} N$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- یک سیملوله آرمانی که در هر 6cm از طول آن، 100 حلقه وجود دارد، میدان مغناطیسی 240G را تولید می‌کند. اگر طول سیملوله برابر 18cm باشد،

جریان گذرنده از سیملوله چند آمپر است؟ $(\mu_0 = 12 \times 10^{-7} \frac{T.m}{A})$

۱۲ (۴)

۴ (۳)

۳۶ (۲)

۱/۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)



میدان مغناطیسی درون سیملوله برابر است با:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{L}$$

با یک تناسب ساده می‌توان تعداد دورهای سیملوله را پیدا کرد.

$$\frac{N_1}{L_1} = \frac{N_2}{L_2} \Rightarrow \frac{100}{6\text{cm}} = \frac{N_2}{18\text{cm}} \Rightarrow N_2 = 300 \text{ حلقه}$$

$$240 \times 10^{-4} = \frac{12 \times 10^{-7} \times 300 \times I}{0.18} \Rightarrow I = 12\text{A}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- دو سیم با طول یکسان را به صورت سیم‌پیچ‌های مسطحی با شعاع‌های $r_1 = 2\text{cm}$ و $r_2 = 10\text{cm}$ درمی‌آوریم. اگر جریان عبوری از سیم‌پیچ با شعاع کمتر،

۲ برابر جریان عبوری از سیم‌پیچ با شعاع بزرگ‌تر باشد، بزرگی میدان سیم‌پیچ کوچک‌تر چند برابر بزرگی میدان سیم‌پیچ بزرگ‌تر است؟

۵ (۴)

۰/۰۸ (۳)

۱۰ (۲)

۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

میدان مغناطیسی در پیچه

اگر از سیمی به طول L ، پیچه‌ای به شعاع r درست کنیم، آن‌گاه تعداد دورهای پیچه (N) از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$L = N \times 2\pi r \rightarrow N = \frac{L}{2\pi r}$$

در پیچه‌ای به شعاع r که شامل N دور است، میدان مغناطیسی در مرکز پیچه از رابطه زیر به دست می‌آید:

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2r}, \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$$



میدان مغناطیسی برای یک پیچه از رابطه $B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$ به دست می‌آید. هم‌چنین اگر از سیمی به طول L یک پیچه به شعاع R با تعداد دور N ساخته شود

داریم:

$$L = N(2\pi R)$$

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R} \xrightarrow{L=N(2\pi R)} B = \frac{\mu_0 IL}{4\pi R^2}$$

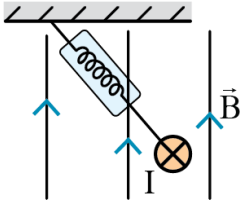
پیچه با شعاع کوچکتر را (۱) و پیچه با شعاع بزرگتر را (۲) در نظر می‌گیریم.

$$\frac{B_1}{B_2} = \frac{I_1}{I_2} \times \frac{L_1}{L_2} \times \left(\frac{R_2}{R_1}\right)^2 = 2 \times 1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 0.5$$

برابر ۰.۵

گروه آموزشی ماز

۴۰- در شکل زیر سیمی به طول $1/\delta m$ و جرم $100g$ توسط دو نیروسنج در یک میدان مغناطیسی با زاویه 30° درجه از راستای قائم منحرف شده است. اگر بزرگی میدان مغناطیسی $\frac{\sqrt{3}}{2} T$ باشد، چه جریانی بر حسب A از سیم عبور می‌کند؟ (جریان عبوری از سیم عمود بر صفحه و به سمت داخل است و در شکل فقط یک نیروسنج نشان داده شده است.)



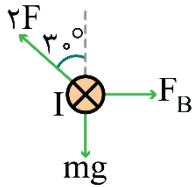
- (۱) $\frac{2}{9}$
- (۲) $\frac{9}{4}$
- (۳) $\frac{4}{9}$
- (۴) $\frac{9}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)



بر سیم ۳ نیرو، نیروی وزن، (نیروی مغناطیسی و نیروی کشش) از طرف نیروسنج‌ها اعمال می‌شود. چون دو نیروسنج داریم پس نیروی آن‌ها را برابر با F می‌گیریم.

اگر نیروی ۲F را تجزیه کنیم، از تعادل سیم می‌توان نوشت:



$$\begin{cases} 2F \cos 30^\circ = mg \\ 2F \sin 30^\circ = F_B \end{cases} \Rightarrow \frac{\cos 30^\circ}{\sin 30^\circ} = \frac{mg}{F_B}$$

با توجه به اینکه $F_B = ILB \sin \theta$ و $\theta = 90^\circ$ است، داریم:

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{0.1 \times 10}{I \times 1/\delta \times \frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{9}{8} I = \frac{1}{2} \Rightarrow I = \frac{4}{9} A$$

گروه آموزشی ماز

۴۱- سیمی مسی به مساحت سطح مقطع $9mm^2$ و طول $100m$ را به صورت یک سیملوله با قطر $4cm$ درمی‌آوریم. اگر سیملوله را به یک باتری آرمانی با نیروی محرکه ۶V وصل کنیم، بزرگی میدان مغناطیسی درون سیملوله چند گاوس خواهد شد؟ ($\rho_{\text{مس}} = 1/8 \times 10^{-8} \Omega.m$, $\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7} \frac{T.m}{A}$)

- (۱) ۰.۳
- (۲) ۳
- (۳) 3π
- (۴) 0.3π

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)



برای به دست آوردن جریان عبوری از سیملوله داریم:

$$I = \frac{\epsilon}{R} \quad R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow I = \frac{6}{1/8 \times 10^{-8} \times \frac{100}{9 \times 10^{-6}}} = 30 A$$

از یک سیم به طول L می‌توان یک سیملوله با قطر d و تعداد دور N ساخت به نحوی که داشته باشیم:

$$L = N\pi d \Rightarrow \frac{N}{L} = \frac{1}{\pi d}$$

$$B = \frac{4\pi \times 10^{-7} \times 30}{\pi \times 0.04} = 3G$$

گروه آموزشی ماز

- ۴۲- اگر درون یک سیمولوله که جریان I از آن می‌گذرد، یک هسته از جنس آلومینیوم قرار دهیم، خاصیت آهنربایی آهنربای الکتریکی را
 (۱) ثابت نگه می‌دارد.
 (۲) کمی کاهش می‌دهد.
 (۳) خیلی افزایش می‌دهد.
 (۴) کمی افزایش می‌دهد.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - حفظی و براساس متن کتاب - ۱۱۰۳)

انواع مواد مغناطیس

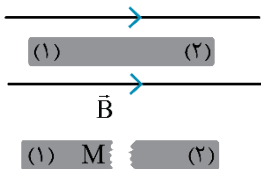
پارامغناطیس	دیامغناطیس	فرومغناطیس
۱- اتم‌های این مواد خاصیت مغناطیسی دارند. ۲- در میدان خارجی قوی دوقطبی‌ها در جهت میدان منظم می‌شوند. ۳- با حذف میدان خارجی به حالت اول برمی‌گردند. ۴- خاصیت مغناطیسی در آن‌ها ضعیف و موقت است. ۵- اورانیوم - پلاتین - آلومینیوم - سدیم - اکسیژن و اکسید نیتروژن از این مواد هستند.	۱- اتم‌های این مواد خاصیت مغناطیسی ندارند. ۲- در حضور میدان خارجی، دوقطبی‌های مغناطیسی در خلاف جهت میدان خارجی در آن‌ها القا می‌شود. ۳- مس، نقره - سرب و بیسموت از این مواد هستند.	۱- اتم‌ها به طور ذاتی دارای دوقطبی مغناطیسی هستند. ۲- در نواحی موسوم به حوزه‌های مغناطیسی دوقطبی‌ها هم‌جهت هستند. ۳- با قرار گرفتن در میدان خارجی حجم حوزه‌های هم‌جهت با میدان افزایش می‌یابد. ۴- به دو دسته نرم و سخت تقسیم می‌شوند. ۵- آهن، نیکل و کبالت فرومغناطیس نرم و فولاد فرومغناطیس سخت است.

پاسخ تشریحی:

چون آلومینیوم جزو مواد پارامغناطیس است پس در میدان مغناطیسی که قرار می‌گیرد، دو قطبی‌های مغناطیسی آن تا حدی در راستای خطوط میدان منظم می‌شوند و میدان مغناطیسی را کمی افزایش می‌دهند.

گروه آموزشی ماز

- ۴۳- میله زیر را برای مدتی در میدان مغناطیسی \vec{B} قرار می‌دهیم، سپس میدان را قطع می‌کنیم. اگر این میله را به یک میخ فلزی نزدیک کنیم میخ را جذب می‌کند. سپس این میله را از وسط نصف می‌کنیم، میله کدام نوع ماده مغناطیسی است و قطب M کدام است؟



- (۱) فرومغناطیس نرم، N
 (۲) فرومغناطیس سخت، N
 (۳) پارامغناطیس، N
 (۴) فرومغناطیس سخت، S

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

مواد فرومغناطیسی

حوزه‌های مغناطیسی برخی از مواد فرومغناطیسی، در حضور میدان مغناطیسی خارجی به سهولت تغییر می‌کند و ماده به سادگی آهنربا می‌شود و با حذف میدان خارجی نیز، خاصیت آهنربایی خود را به آسانی از دست می‌دهد. این مواد را مواد فرومغناطیسی نرم می‌نامند. از این مواد در ساخت هسته پیچ‌ها و سیمولوله‌ها استفاده می‌شود. مواد فرومغناطیسی نرم برای ساختن آهنرباهای الکتریکی (آهنرباهای غیردائم) نیز مناسب‌اند (چرا؟). برخی مواد دیگر مانند فولاد (آهن به اضافه ۲ درصد کربن)، آلیاژهای آهن، کبالت و نیکل به سختی آهنربا می‌شوند؛ یعنی در حضور میدان مغناطیسی خارجی، حجم حوزه‌ها در آن‌ها به سختی تغییر می‌کند. این مواد را مواد فرومغناطیس سخت می‌نامند. در این مواد، سمت‌گیری دوقطبی‌های مغناطیسی حوزه‌ها پس از حذف میدان خارجی، تا مدت زمان زیادی، تقریباً بدون تغییر باقی می‌ماند. به همین دلیل، این مواد برای ساختن آهنرباهای دائمی مناسب‌اند.

پاسخ تشریحی:

چون میله بعد از حذف میدان مغناطیسی \vec{B} توانسته است میخ را جذب کند، پس جزو مواد فرومغناطیس سخت است، یعنی میله خاصیت آهنربایی به دست آورده است و این خاصیت را حفظ کرده است.

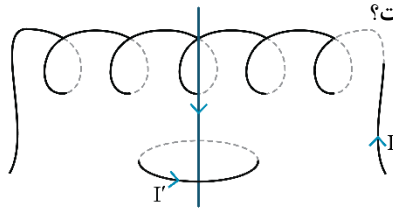
بنابراین سمت (۱) قطب S و سمت (۲) قطب N خواهد شد.

S (۱) (۲) N

چون تک قطبی مغناطیسی وجود ندارد بنابراین بعد از دو نیم کردن میله قطب M باید همان قطب N باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۴- مطابق شکل سیمی عمود بر محور سیملوله‌ای و از درون آن و سپس از مرکز یک حلقه حامل جریان می‌گذرد. با توجه به جهت جریان‌های نشان داده شده، جهت نیرویی که سیملوله به سیم و جهت نیرویی که حلقه به سیم وارد می‌کند، به ترتیب کدام است؟



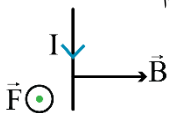
- (۱) درون سو، هیچ نیرویی وارد نمی‌کند
- (۲) برون سو، بالا
- (۳) برون سو، هیچ نیرویی وارد نمی‌کند
- (۴) درون سو، بالا

(آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



با توجه به جریان سیملوله و با استفاده از قاعده دست راست در سیملوله، میدان مغناطیسی سیملوله از چپ به راست است، بنابراین داریم:



پس نیروی وارد بر سیم از طرف سیملوله برون سو است.

چون جهت میدان در حلقه به سمت بالا است و هم‌راستا با جهت جریان سیم می‌باشد پس هیچ نیرویی به همدیگر وارد نمی‌کنند.

گروه آموزشی ماز

۴۵- دو قاب مسی یکی به شکل مربع به ضلع a و دیگری به شکل مثلث متساوی‌الاضلاع به ضلع a در یک میدان مغناطیسی یکنواخت B قرار دارند. در مدت زمان $0.2S$ بزرگی میدان مغناطیسی به نصف مقدار اولیه کاهش می‌یابد. نسبت جریان القایی در قاب مربعی شکل به جریان القایی در قاب مثلثی شکل کدام است؟

(۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۳) $\frac{\sqrt{3}}{3}$

(۲) ۳

(۱) ۴

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

شار مغناطیسی

شار مغناطیسی گذرنده از سطح از رابطه $\phi = AB \cos \theta$ به دست می‌آید که در این رابطه، A مساحت سطح و B اندازه میدان و θ زاویه بین بردار سطح (نیم‌خط عمود بر سطح) و خطوط میدان مغناطیسی است. یکای شار مغناطیسی در SI، $T \cdot m^2$ است که به آن Wb (وِبِر) گفته می‌شود. زمانی که قاب بر خطوط میدان عمود است، بردار سطح با خطوط میدان زاویه 0° یا 180° می‌سازد و اندازه شار بیش‌ترین مقدار خود را دارد.

$\phi_{max} = AB$

اما وقتی که قاب به موازات خطوط میدان قرار می‌گیرد، شار عبوری از آن برابر صفر می‌باشد.

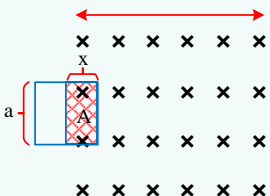
با تغییر A یا B یا θ ، شار عبوری از قاب تغییر می‌کند.

اگر مساحت تغییر کند. $\Delta\phi = B \cos \theta (A_2 - A_1) = B \cos \theta \times \Delta A$

اگر میدان تغییر کند. $\Delta\phi = A \cos \theta (B_2 - B_1) = A \cos \theta \times \Delta B$

اگر زاویه تغییر کند. $\Delta\phi = AB (\cos \theta_2 - \cos \theta_1)$

در شکل زیر قاب همواره بر خطوط میدان عمود است یعنی زاویه نیم‌خط عمود بر سطح با خطوط میدان همواره صفر درجه است. در حین ورود به میدان شار فقط برای قسمتی از قاب که در داخل میدان است، قابل تعریف است و با توجه به افزایش مساحت این قسمت، شار عبوری از قاب در حال افزایش است.

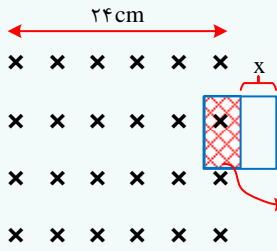


$A = xa \xrightarrow{x=vt} A = vat$

$\phi = AB \cos 0^\circ = (vat) \times B \times 1$

$\phi = vaBt$

همان طور که می بینید رابطه شار برحسب زمان به صورت یک تابع درجه یک می باشد پس نمودار $(\phi - t)$ هنگام عبور قاب به داخل میدان به صورت خطی خواهد بود. در مدت زمانی که قاب به طور کامل در داخل میدان است، شار بیشترین مقدار خود را دارد و همچنین تغییر نمی کند. اما وقتی لبه قاب به سمت دیگر میدان می رسد، مساحتی از قاب که در داخل میدان قرار می گیرد به تدریج کاهش می یابد. تا این که به صفر برسد.



$$\phi = AB \cos \theta = (a^2 - ax)B = a^2 B - aBx$$

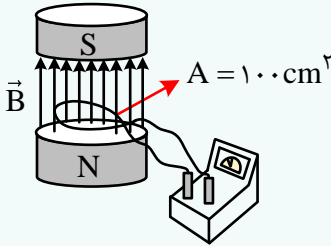
به جای x از عبارت $x = vt$ استفاده می کنیم.

$$\phi = a^2 B - aBvt$$

این رابطه نیز برحسب زمان، یک رابطه خطی است البته شیب نمودار این بار منفی است.

مثال:

در شکل زیر، میدان مغناطیسی بین قطب های یک آهنربای الکتریکی که بر سطح حلقه عمود است، با زمان تغییر می کند و در مدت 0.25 s از 0.1 تسلا روبه بالا به 0.1 تسلا روبه پایین می رسد. بزرگی نیروی محرکه القایی متوسط در حلقه در این مدت چند میلی ولت است؟



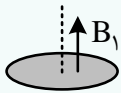
- ۱) صفر
- ۲) ۲
- ۳) ۴
- ۴) ۸

پاسخ: گزینه ۴

$$A = 100 \text{ cm}^2 = 100 \times 10^{-4} \text{ m}^2 = 10^{-2} \text{ m}^2, \Delta t = 0.25 \text{ s}$$

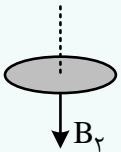
جهت نیم خط عمود بر سطح را روبه بالا در نظر می گیریم.

حالت اول:



$$\Rightarrow \theta_1 = 0 \Rightarrow \phi_1 = AB_1 \cos 0 = AB_1 = 10^{-2} \times 10^{-1} = 10^{-3} \text{ Wb}$$

حالت دوم:



$$\Rightarrow \theta_2 = 180^\circ \Rightarrow \phi_2 = AB_2 \cos 180^\circ = -AB_2 = -10^{-2} \times 10^{-1} = -10^{-3} \text{ Wb}$$

$$\Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} |\bar{\epsilon}| = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = \left| (1) \left(\frac{-10^{-3} - (10^{-3})}{0.25 \text{ s}} \right) \right| = 4 \times 2 \times 10^{-3} = 0.008 \text{ V} \Rightarrow |\bar{\epsilon}| = 8 \text{ mV} \\ \Delta t = 0.25 \text{ s} = \frac{1}{4} \text{ s} \end{array} \right.$$

پاسخ تشریحی:

تغییر شار فقط ناشی از تغییر میدان مغناطیسی است و چون هر دو از یک حلقه تشکیل شده اند، پس می توان نوشت:

$$\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \xrightarrow{N=1} \bar{\epsilon} = -A \cos \theta \frac{\Delta B}{\Delta t} \quad (1)$$

همچنین داریم:

$$\bar{\epsilon} = IR, \quad R = \rho \frac{L}{A} \Rightarrow \bar{\epsilon} = I \rho \frac{L}{A} \quad (2)$$

با استفاده از روابط (۱) و (۲) می توان نوشت:

$$I = \frac{-A^2 \cos \theta \Delta B}{\rho L \Delta t}$$

با توجه به اینکه تغییرات میدان برای هر دو قاب برابر می‌باشد، همچنین جنس هر دو قاب یکسان است، پس داریم:

$$\frac{I_{\text{قاب مربعی}}}{I_{\text{قاب مثلثی}}} = \left(\frac{A_{\text{قاب مربعی}}}{A_{\text{قاب مثلثی}}} \right)^2 \times \frac{L_{\text{قاب مثلثی}}}{L_{\text{قاب مربعی}}} = \left(\frac{a^2}{\frac{1}{4}\sqrt{3}a^2} \right)^2 \times \frac{3a}{4a} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{4} = 4$$

$$L_{\text{قاب مثلثی}} = 3a$$

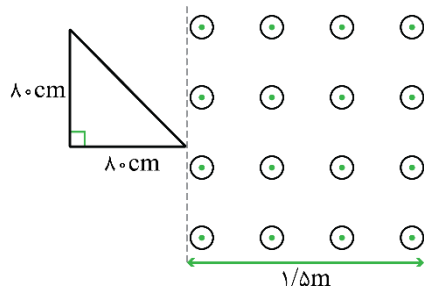
$$L_{\text{قاب مربعی}} = 4a$$

$$A_{\text{قاب مربعی}} = a^2$$

$$A_{\text{قاب مثلثی}} = \frac{1}{2} \times \frac{\sqrt{3}}{2} a^2$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- شکل زیر حلقه‌ای رسانا به شکل مثلث را نشان می‌دهد که با تندی ثابت $20 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی 3 mT می‌شود. در 4 ثانیه



اول حرکت حلقه، اندازه نیروی محرکه القایی چند میلی‌ولت می‌باشد؟

۱/۲ (۱)

۰/۱۲ (۲)

۲/۴ (۳)

۰/۲۴ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

چون تندی حلقه ثابت است، پس داریم:

$$\Delta x = v \Delta t = 20 \times 4 = 80 \text{ cm}$$

پس در 4 ثانیه اول حرکت، حلقه به طور کامل در میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد و داریم:

$$\Delta \phi = B \cos \theta \Delta A, \quad \Delta A = A_{\text{مثلث}} = \frac{1}{2} \times 80 \times 80 = 3200 \text{ cm}^2$$

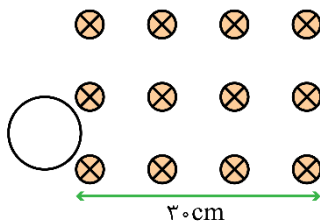
$$\bar{\varepsilon} = \left| -N \frac{\Delta \phi}{\Delta t} \right| = 1 \times \frac{3 \times 10^{-3} \times 1 \times 3200 \times 10^{-4}}{4} = 0.24 \text{ mV}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- مطابق شکل یک حلقه با قطر D و با تندی ثابت $12 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $1/5 \text{ T}$ می‌شود. اگر از لحظه‌ای که حلقه وارد میدان

شود تا لحظه‌ای که حلقه به صورت کامل از میدان مغناطیسی خارج شود، در مجموع 2 ثانیه جریان القایی در مدار برابر صفر باشد، بیشترین شار عبوری

چند میلی‌وبر است؟ ($\pi = 3$)



۴/۵ (۱)

۸/۱ (۲)

۴/۰۵ (۳)

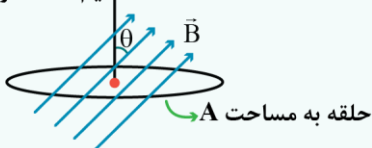
۴۰/۵ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

شار مغناطیسی

نیم خط عمود بر صفحه



هرگاه میدان مغناطیسی یکنواخت \vec{B} از صفحه‌ای به مساحت A عبور کند به طوری که زاویه بین \vec{B} و نیم‌خط عمود بر صفحه θ باشد، شار مغناطیسی به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\phi = BA \cos \theta$$

شار مغناطیسی بیانگر تعداد خطوط میدان مغناطیسی گذرنده از سطح بسته می‌باشد.

مثال:

حلقه‌ای به قطر ۵۰ سانتی‌متر در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی ۴۰۰ گاوس قرار دارد به طوری که بردار میدان مغناطیسی با سطح حلقه زاویه 53° می‌سازد. اندازه شار مغناطیسی عبوری از سطح حلقه چند میلی‌وبر است؟ $(\cos 37^\circ = 0.8)$

$$A = \pi r^2 = \pi \left(\frac{1}{4}\right)^2 = \frac{\pi}{16} \text{ m}^2$$

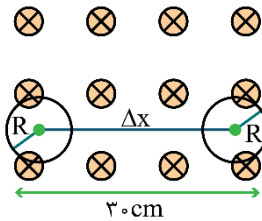
$$\theta = 90^\circ - \alpha = 90^\circ - 53^\circ = 37^\circ$$

$$\phi = BA \cos \theta \rightarrow \phi = 400 \times 10^{-4} \times \frac{\pi}{16} \times 0.8$$

$$\rightarrow \phi = 2\pi \times 10^{-2} \text{ Wb} = 2\pi \text{ mWb}$$

پاسخ تشریحی:

بیشینه شار عبوری برابر با $\phi_{\max} = AB$ است. برای به دست آوردن A مساحت حلقه، نیاز به شعاع حلقه داریم. چون تندی حلقه ثابت است و همچنین در مدت ۲ ثانیه جریان القایی برابر صفر است، پس حلقه در مدت این ۲ ثانیه به صورت کامل در میدان بوده است که $\Delta\phi = 0$ بوده است.



$$\Delta x = v\Delta t = 12 \times 2 = 24 \text{ cm}$$

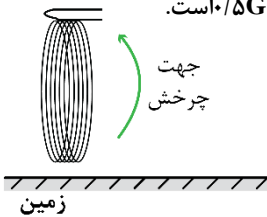
$$30 \text{ cm} = R + \Delta x + R \xrightarrow{\Delta x = 24 \text{ cm}} R = 3 \text{ cm}$$

$$A = \pi R^2 = 3 \times 3 = 27 \text{ cm}^2$$

$$\phi_{\max} = AB = 27 \times 10^{-4} \times 1/5 = 4/0.5 \text{ mWb}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- پیچه ای با مقاومت $2/5$ اهم دارای 100 حلقه و موازی با سطح زمین قرار دارد و سطح پیچه 100 cm^2 می‌باشد. اگر شیب مغناطیسی زمین در محل پیچه 37° باشد، باید پیچه چند درجه بچرخد تا بار الکتریکی القایی $4 \mu\text{C}$ باشد؟ بزرگی میدان مغناطیسی زمین در محل 50 G است.



$$(\cos 37^\circ = 0.8, \sqrt{3} = 1/7, \sqrt{2} = 1/4)$$

۳۷ (۱)

۲۷ یا ۹۰ (۲)

۵۳ (۳)

۹۰ (۴)

(متوسط - محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

محاسبه بار القایی

$$\begin{cases} \bar{I} = \frac{\bar{\epsilon}}{R} = \frac{-N\Delta\phi}{R\Delta t} \\ \bar{I} = \frac{\Delta q}{\Delta t} \end{cases} \rightarrow \frac{\Delta q}{\Delta t} = \frac{-N\Delta\phi}{R\Delta t} \rightarrow \Delta q = \frac{-N\Delta\phi}{R} \quad \Delta q \leftarrow \text{بار القایی}$$

مثال:

شار عبوری از یک حلقه بار اول در مدت t ثانیه و بار دوم در مدت $\frac{t}{2}$ ثانیه از صفر تا ϕ تغییر می‌کند. مقدار بار الکتریکی شارش شده در حلقه در حالت اول چند برابر حالت دوم است؟

طبق رابطه $\Delta q = \frac{-N\Delta\phi}{R}$ مقدار بار شارش شده به مدت زمان بستگی ندارد، پس Δq حالت اول با حالت دوم برابر است.

پاسخ تشریحی:

نیروی محرکه القایی از رابطه $\bar{\epsilon} = -N \frac{\Delta\phi}{\Delta t}$ به دست می‌آید. از طرفی داریم:

$$\bar{\epsilon} = IR = \frac{\Delta q}{\Delta t} R$$

با ترکیب این دو رابطه می توان نوشت:

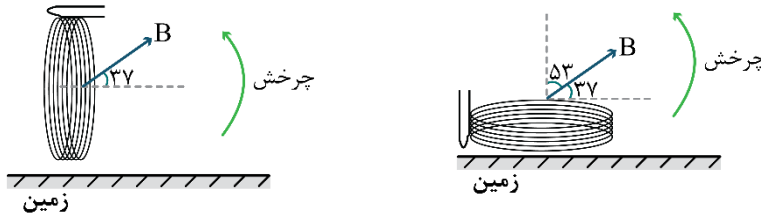
$$\Delta q = N \frac{|\Delta \phi|}{R}$$

چون مساحت سطح پیچه و میدان مغناطیسی تغییری نمی کند می توان نوشت:

$$\Delta q = \frac{NAB}{R} |\cos \theta_f - \cos \theta_i|$$

چون پیچه افقی است و زاویه شیب مغناطیسی 37° درجه است پس $\theta_i = 37^\circ$ می باشد.

$$4 \times 10^{-6} = \frac{100 \times 100 \times 10^{-4} \times 0.5 \times 10^{-4}}{2/5} |\cos \theta_f - \cos \theta_i| \Rightarrow |\cos \theta_f - \cos \theta_i| = 0.2$$



$$\cos \theta_i = \cos 37^\circ = 0.8 \Rightarrow \begin{cases} \cos \theta_f = 0.6 \Rightarrow \theta_f = 53^\circ \Rightarrow \Delta \theta = 53 - (-37) = 90^\circ \\ \cos \theta_f = 1 \Rightarrow \theta_f = 0^\circ \Rightarrow \Delta \theta = 37^\circ \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- در بخشی از فضا میدان مغناطیسی یکنواخت $\vec{B} = -5\vec{i} + 0.2\vec{j}$ (بر حسب تسلا) برقرار است. اگر حلقه ای مربع شکل به ضلع 20cm را عمود بر محور X قرار دهیم، بزرگی شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وبر خواهد شد؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۰/۱ (۲)

۰/۲ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

چون حلقه بر محور X عمود است، بنابراین فقط مؤلفه X میدان مغناطیسی از حلقه عبور می کند. یعنی نیم خط عمود بر حلقه موازی محور X است. پس برای شار می توان نوشت:

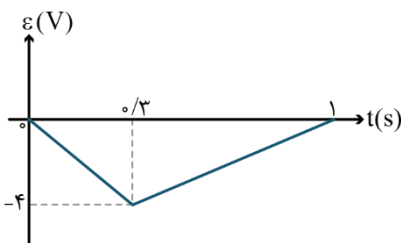
$$\phi = BA \cos \theta \Rightarrow |\phi_x| = |AB_x \cos \theta|$$

$$A = 20\text{cm} \times 20\text{cm} = 400\text{cm}^2 = 4 \times 10^{-2}\text{m}^2$$

$$|\phi_x| = 4 \times 10^{-2} \times 5 = 0.2\text{Wb}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- نمودار نیروی محرکه القایی بر حسب زمان برای یک حلقه به صورت زیر است. اگر شعاع حلقه 10cm و حلقه بر میدان مغناطیسی عمود باشد، تغییرات میدان مغناطیسی در یک ثانیه اول، چند کیلو تسلا است؟ ($\pi = 3$)



۲۰/۳ (۱)

۲/۳ (۲)

۱/۱۵۰ (۳)

۱/۱۵ (۴)

(متوسط - نموداری و محاسباتی - ۱۱۰۳)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه $\bar{\epsilon} = \frac{-\Delta \phi}{\Delta t}$ ، مساحت بین نمودار $\epsilon - t$ و محور زمان برابر با تغییرات شار است.

$$|\Delta \phi| = S = \frac{1}{2} \times 4 \times 1 = 2\text{Wb}$$

فقط بزرگی میدان مغناطیسی تغییر می‌کند، بنابراین می‌توان نوشت:

$$\Delta\phi = A \cos\theta \Delta B, \quad A = \pi r^2 = 3 \times 10^{-2} = 300 \text{ cm}^2 = 3 \times 10^{-2} \text{ m}^2$$

$$3 = 3 \times 10^{-2} \times 1 \times \Delta B \Rightarrow \Delta B = \frac{300}{3} \text{ T} = \frac{1}{15} \text{ mT}$$

گروه آموزشی ماز

۵۱- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- ۱) پس از تشکیل صنعت نساجی به شکل امروزی، کلید موفقیت این صنعت تولید الیاف ساختگی بر پایه نفت بود.
- ۲) با کمک علم شیمی نیز نمی‌توان تعداد دقیقی واحدهای تکرارشونده موجود در یک مولکول پلی‌اتن را مشخص کرد.
- ۳) پوشاک هر قوم، نشان‌دهنده هنر، دانش، فناوری و آداب و رسوم آن قوم است و نقش مهمی در تمدن بشری ایفا می‌کند.
- ۴) در طول تاریخ، انسان‌ها ابتدا پوشش خود را از بافت‌های گیاهی تهیه کردند و سپس به بافت‌های جانوری روی آوردند.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

پاسخ شیمی:

انسان با بهره‌مندی از هوش و تجربه‌های برگرفته از طبیعت، توانست نخستین پوشش خود را از پشم، مو و پوست جانوران تهیه کند. او با گذشت زمان از بافت‌های گیاهی نیز برای تهیه پوشش خود استفاده کرد؛ بنابراین، اولین پوشش‌های انسان به کمک بافت‌های جانوری ساخته شده است و در ادامه انسان به برای تولید پوشاک به بافت‌های گیاهی رو آورد.

ترتیب پوشش‌های انسان

بافت‌های جانوری مثل پشم، مو و پوست

بافت‌های گیاهی

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) هنگامی که روش‌های سنتی تولید پوشاک جواب‌گوی نیازهای جامعه نبودند، صنعت نساجی امروزی با بهره‌گیری از فناوری‌های نو پدیدار شد. اما موفقیت این صنعت در گرو تامین الیاف است که با توجه به محدود بودن الیاف طبیعی، نیاز به تولید الیاف ساختگی بر پایه نفت بود. در واقع این صنعت نتوانست در ابتدا نیاز جامعه را مرتفع کند که با تولید الیاف مصنوعی بر پایه نفت این مشکل برطرف شد.
- ۲) تعیین شمار دقیق مونومرهای شرکت‌کننده در واکنش بسپارش امکان‌پذیر نیست و تا به حال هیچ قاعده‌ای برای اتصال شمار مونومرها به یکدیگر ارائه نشده است.
- ۳) پوشاک، افزون بر پوشش بدن، در تمدن بشری نیز نقش بزرگی داشته است؛ آن چنان که نوع پوشاک در هر قوم، نشان‌دهنده توانایی و مهارت دستی، هنر، تصویرگری، دانش، فناوری و نیز آداب و رسوم آن قوم است.

گروه آموزشی ماز

۵۲- پلی‌سیانواتن به علت استحکام بالا در ساخت پارچه‌های کششی استفاده می‌شود. اگر درصد جرمی اتم نیتروژن در یک نمونه از این پارچه برابر ۱۹/۶ درصد باشد، برای تولید ۱۰۰ توپ از این پارچه به جرم ۲۰ کیلوگرم در فرایند پلیمری شدن با بازده ۷۰ درصد چند هزار مول مونومر مصرف می‌شود؟

$$(H = 1, C = 12, N = 14: g \cdot mol^{-1})$$

۲۰ (۴)

۲۰۰ (۳)

۴۰ (۲)

۴۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۳)

پاسخ شیمی:

فرمول شیمیایی پلی‌سیانواتن به صورت $[C_7H_7N]_n$ است.

راه حل مساله: برای حل این مساله ابتدا جرم پلیمر موجود در مقدار مورد نظر پارچه را محاسبه می‌کنیم. در نهایت با توجه به برابر بودن جرم مونومر و پلیمر در پلیمرهای افزایشی و بازده درصدی واکنش، مقدار مونومر مصرف‌شده را به دست می‌آوریم.

ابتدا جرم پلی‌سیانواتن را برای تولید این مقدار پارچه به دست می‌آوریم:

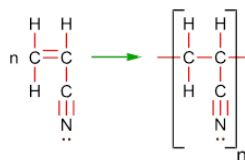
$$? g [C_7H_7N]_n = 100 \text{ توپ} \times \frac{20 \text{ kg پارچه}}{1 \text{ توپ}} \times \frac{1000 \text{ g}}{1 \text{ kg}} \times \frac{19/6 \text{ g N}}{100 \text{ g پتو}} \times \frac{1 \text{ mol N}}{14 \text{ g N}} \times \frac{1 \text{ mol } [C_7H_7N]_n}{n \text{ mol N}} \times \frac{53n \text{ g } [C_7H_7N]_n}{1 \text{ mol } [C_7H_7N]_n}$$

$$= 2000 \times 14 \times 53 \text{ g}$$

این جرم معادل جرم پلی‌سیانواتن تولیدشده به صورت عملی در واکنش پلیمری شدن است. بر این اساس جرم پلی‌سیانواتن تولیدشده به صورت نظری را حساب می‌کنیم:

$$\text{بازده درصدی} = \frac{\text{جرم فرآورده عملی}}{\text{جرم فرآورده نظری}} \times 100 \Rightarrow 70 = \frac{2000 \times 14 \times 53}{x} \times 100 \Rightarrow x = \frac{2000 \times 14 \times 53 \times 100}{70} = 40000 \times 53 \text{ g}$$

معادله بسپارش سیانواتن به صورت زیر است:



در واکنش بسپارش به صورت افزایشی، جرم مونومرهای مصرف شده و پلیمر تولید شده برابر است. پس جرم پلی سیانواتن معادل جرم سیانواتن مصرف شده برای تولید این مقدار پلیمر می باشد. بر این اساس مقدار مونومر به کاررفته در ساخت این جرم از پلی سیانواتن را محاسبه می کنیم:

$$? \text{ mol } C_7H_7N = 40000 \times 53 \text{ g } C_7H_7N \times \frac{1 \text{ mol } C_7H_7N}{53 \text{ g } C_7H_7N} = 40000 \text{ mol}$$

پس برای تولید این مقدار پارچه به ۴۰ هزار مول سیانواتن نیاز است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

جرم مولی یک نمونه از مولکول های پلی اتن، با جرم مولی یک نمونه از مولکول های پلی پروپین برابر است. در این شرایط، شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول های پلی اتن، چند برابر شمار واحدهای تکرارشونده در مولکول های پلی پروپین است؟ ($H = 1, C = 12 \text{ g. mol}^{-1}$)

- ۱) ۰/۶۷ (۲) ۰/۵ (۳) ۲ (۴) ۱/۵

پاسخ: گزینه ۴

فرمول شیمیایی پلی اتن به صورت $(C_2H_4)_n$ و فرمول شیمیایی پلی پروپین نیز به صورت $(C_3H_6)_n$ است. با توجه به فرمول شیمیایی این پلیمرها، جرم مولی یک نمونه از پلی اتن با n واحد تکرارشونده، برابر با $28 \times n$ و جرم مولی یک نمونه از پلی پروپین با n' واحد تکرارشونده برابر با $42 \times n'$ گرم بر مول است. با توجه به جرم مولی هر ترکیب، شمار واحدهای تکرارشونده موجود در آن ها را با هم مقایسه می کنیم:

$$\text{جرم مولی پلی پروپین} = \text{جرم مولی پلی اتن} \implies 42 \times n' = 28 \times n \implies \frac{n}{n'} = 1/5$$

پس نسبت خواسته شده برابر ۱/۵ است.

گروه آموزشی ماز

۵۳- چند مورد از مطالب زیر در مورد پلی اتن درست است؟

- الف: پلی اتن شفاف برخلاف پلی اتن کدر هیدروکربن راست زنجیر سیر شده است.
- ب: درصد جرمی هیدروژن در پلی اتن سبک، پلی اتن سنگین و پلی پروپین برابر است.
- پ: پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه هم جرم خود، حجم بیشتری دارد.
- ت: واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا انجام می گردد که منجر به تولید جامد بی رنگ می شود.

- ۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴) ۱

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)



پلی اتن ها، یکی از مهم ترین پلیمرهای ساختگی هستند که سالانه میلیون ها تن از آن در شرکت های پتروشیمیایی تولید می شود. این پلیمرها از بسپارش مولکول های اتن ساخته می شوند و در شرایط گوناگون به دو دسته سبک و سنگین تقسیم بندی می شوند. شکل زیر ساختار پلی اتن شاخه دار (سمت راست) و پلی اتن بدون شاخه (سمت چپ) را نشان می دهد:



پلی اتن سبک و سنگین به دلیل تفاوت در ساختار، خواص فیزیکی متفاوتی دارند. فقط عبارت (ب) و (پ) درست هستند.

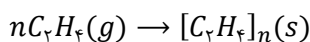
بررسی موارد

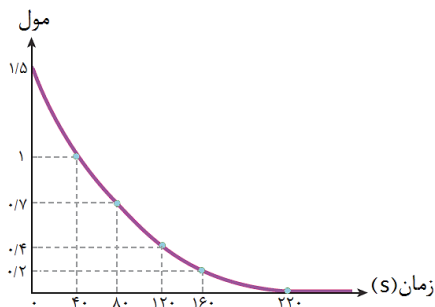
الف: پلی اتن شفاف همان پلی اتن شاخه دار و پلی اتن کدر همان پلی اتن بدون شاخه است. پلی اتن بدون شاخه همانطور که از اسم آن برداشت می شود، یک هیدروکربن راست زنجیر است و در ساختار آن هیچ شاخه فرعی دیده نمی شود. در حالی که در ساختار پلی اتن شاخه دار، شاخه های فرعی دیده می شود و این ترکیب راست زنجیر نخواهد بود. هر دو ترکیب یاد شده سیر شده هستند.

ب: فرمول شیمیایی هر دو پلی اتن به صورت $[C_2H_4]_n$ و فرمول شیمیایی پلی پروپین $[C_3H_6]_n$ است. در هر دو ماده شمار اتم های هیدروژن دو برابر شمار اتم های کربن بوده و با توجه به برابر بودن این نسبت در هر ۳ ماده می توان گفت درصد جرمی اتم های هیدروژن و کربن در هر دو ترکیب یکسان است.

پ: پلی اتن شاخه دار همان پلی اتن سبک و پلی اتن بدون شاخه، همان پلی اتن سنگین است. پس پلی اتن شاخه دار نسبت به پلی اتن بدون شاخه، چگالی کمتری داشته و به همین علت در جرم های برابر، حجم بیشتری دارد.

ت: واکنش بسپارش گاز اتن در فشار بالا و با گرما دادن به گاز اتن انجام می شود که فرآورده این واکنش جامدی سفیدرنگ به نام پلی اتن است. معادله این واکنش به صورت زیر است:





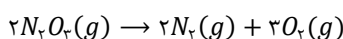
۵۴- نمودار مقابل، مربوط به تجزیه گاز دی‌نیتروژن تری‌اکسید به عناصر سازنده در یک ظرف ۵ لیتری است. با توجه به این نمودار، در لحظه $t = ۸۰ s$ جرم گاز دی‌نیتروژن تری‌اکسید چند برابر جرم گاز نیتروژن بوده و سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در ۸۰ ثانیه دوم چند میلی‌مول بر لیتر بر دقیقه است؟ ($N = ۱۴, O = ۱۶: g. mol^{-1}$)

- (۱) $۱۱۲/۵ - ۲/۳۷۵$
- (۲) $۵۰ - ۲/۳۷۵$
- (۳) $۱۱۲/۵ - ۴/۷۵$
- (۴) $۵۰ - ۴/۷۵$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



معادله واکنش مورد نظر به صورت زیر است:



با توجه به نمودار داده‌شده، در لحظه $t = ۸۰ s$ مقدار $۰/۷$ مول دی‌نیتروژن تری‌اکسید در ظرف واکنش وجود داشته و مقدار $۰/۸$ مول از آن در این مدت مصرف شده است. پس جرم نیتروژن و دی‌نیتروژن تری‌اکسید در این لحظه را حساب می‌کنیم:

$$? g N_2O_3 = ۰/۷ mol N_2O_3 \times \frac{۷۶ g N_2O_3}{۱ mol N_2O_3} = ۷۶ \times ۰/۷ g$$

$$? g N_2 = ۰/۸ mol N_2O_3 \times \frac{۲ mol N_2}{۲ mol N_2O_3} \times \frac{۲۸ g N_2}{۱ mol N_2} = ۲۸ \times ۰/۸ g$$

بنابراین نسبت مورد نظر برابر است با:

$$A = \frac{m_{N_2O_3}}{m_{N_2}} = \frac{۷۶ \times ۰/۷}{۲۸ \times ۰/۸} = \frac{۱۹}{۸} = ۲/۳۷۵$$

۸۰ ثانیه دوم از $t = ۸۰ s$ تا $t = ۱۶۰ s$ طول می‌کشد. در این بازه زمانی، $۰/۵$ مول گاز دی‌نیتروژن تری‌اکسید مصرف می‌شود. پس سرعت متوسط مصرف آن برابر است با:

$$\bar{R}_{N_2O_3} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t \times V} = \frac{۰/۵ mol \times \frac{۱۰۰۰ mmol}{۱ mol}}{\Delta L \times ۸۰ s \times \frac{۱ min}{۶۰ s}} = \frac{۳۰۰}{۴} = ۷۵ mmol. L^{-1}. min^{-1}$$

حال سرعت متوسط تولید اکسیژن را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{\bar{R}_{N_2O_3}}{R_{N_2O_3} \text{ ضریب}} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{O_2 \text{ ضریب}} \Rightarrow \frac{۷۵}{۲} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{۳} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{۷۵ \times ۳}{۲} = ۱۱۲/۵ mmol. L^{-1}. min^{-1}$$

پس سرعت متوسط تولید گاز اکسیژن در این بازه زمانی برابر $۱۱۲/۵$ میلی‌مول بر لیتر بر دقیقه است.

برای تمرین بیشتر، مثال زیر را حل کنید!

۴ مول گاز فلوئور و ۴ مول گاز هیدروژن را در دمای -۱۴۵ درجه سانتی‌گراد و فشار ۱ اتمسفر در یک ظرف در فشار ثابت نگه می‌داریم. این دو گاز بر اساس واکنش $H_2(g) + F_2(g) \rightarrow ۲HF(l)$ هم واکنش می‌دهند. پس از گذشتن ۵ دقیقه، حجم گازهای درون مخزن نصف شده و دمای آن‌ها به -۱۷ درجه سانتی‌گراد می‌رسد. در طول این بازه زمانی، سرعت متوسط تولید هیدروژن فلوئورید برابر با چند مول بر ساعت بوده است؟

- (۱) ۳۶
- (۲) ۷۲
- (۳) ۱۴۴
- (۴) ۱۸

پاسخ: گزینه ۲

به کمک قانون گازها، باید شمار مول‌های گازی موجود در مخزن واکنش را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه کنیم. رابطه مقایسه‌ای قانون گازها برای مقایسه میان مولفه‌های مختلف دو نمونه گازی استفاده می‌شود و به شرح زیر است:

$$\frac{PV}{T} \propto n \rightarrow \frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1}$$

در ابتدای واکنش ۸ مول گاز در ظرف وجود داشته است. با توجه به دما و حجم جدید گازها، مقدار آن‌ها را پس از گذشتن ۵ دقیقه محاسبه می‌کنیم. توجه داریم که فشار گازها در طول انجام واکنش ثابت است.

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{T_1}{T_2} \times \frac{P_2}{P_1} \times \frac{V_2}{V_1} \Rightarrow \frac{n_2}{۸ mol} = \frac{۲۷۳ + (-۱۴۵)}{۲۷۳ + (-۱۷)} \times \frac{۱ atm}{۱ atm} \times \frac{V_1}{V_1} \Rightarrow n_2 = ۲ mol$$

جدول زیر را بر اساس معادله این واکنش رسم می‌کنیم:

ماده	H_2	F_2	HF	مجموع مول‌های گازها
شمار مول‌های اولیه	۴	۴	۰	۸
شمار مول‌های ثانویه	$۴ - x$	$۴ - x$	$۲x$	$۸ - ۲x$

بر اساس شمار مول‌های گازی موجود در ظرف واکنش، پس از گذشتن ۵ دقیقه از شروع واکنش، مقدار هیدروژن فلئورید تولید شده را محاسبه می‌کنیم:

$$8 - 2x = 2 \Rightarrow x = 3 \text{ mol}$$

با توجه به مقدار x ، مقدار HF تولید شده در این بازه ۵ دقیقه‌ای برابر ۶ مول است. حال سرعت متوسط تولید آن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{HF} = \frac{\text{مول HF تولید شده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{HF} = \frac{6 \text{ mol}}{5 \text{ min} \times \frac{\text{hour}}{60 \text{ min}}} = 72 \text{ mol} \cdot \text{hour}^{-1}$$

پس سرعت تولید این ماده برابر ۷۲ مول در ساعت بوده است.

گروه آموزشی ماز

۵۵- اگر هر گرم بخار برم با ۳۵۰ میلی‌گرم آلکن واکنش دهد، از بسپارش ۱۰۰ لیتر از آن چند گرم پلیمر حاصل می‌شود؟ (حجم یک مول گاز در شرایط واکنش

برابر ۳/۵ لیتر است. $(H = 1, C = 12, Br = 80: g \cdot mol^{-1})$

۳۲۰۰ (۴)

۲۴۰۰ (۳)

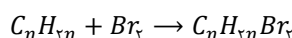
۱۶۰۰ (۲)

۱۲۰۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۳)



واکنش آلکن‌ها با بخار برم به صورت زیر انجام می‌گیرد:

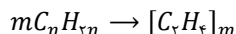


راه حل مساله: نکته این مساله برابر بودن جرم مونومر و پلیمر در واکنش بسپارش پلیمرهای افزایشی است.

مطابق این واکنش، هر مول آلکن با یک مول برم واکنش می‌دهد. پس جرم آلکنی که با یک مول برم واکنش می‌دهد، برابر جرم مولی آن آلکن است. پس این جرم مولی را حساب می‌کنیم:

$$? g C_n H_{2n} = 1 \text{ mol } Br_2 \times \frac{160 \text{ g } Br_2}{1 \text{ mol } Br_2} \times \frac{350 \text{ mg } C_n H_{2n}}{1 \text{ g } Br_2} \times \frac{1 \text{ g}}{1000 \text{ mg}} = 56 \text{ g}$$

جرم مولی این آلکن برابر ۵۶ گرم بر مول است. واکنش بسپارش یکی از واکنش‌های آلکن‌ها بوده که در آن پلیمر تولید می‌شود. معادله این واکنش به صورت زیر است:



در این واکنش جرم پلیمر تولید شده برابر جرم مونومرهای مصرف شده است. پس جرم ۱۰۰ لیتر از این گاز را در شرایط انجام واکنش به دست می‌آوریم:

$$? g C_n H_{2n} = 100 \text{ L } C_n H_{2n} \times \frac{56 \text{ g } C_n H_{2n}}{3/5 \text{ L } C_n H_{2n}} = 1600 \text{ g}$$

بنابراین در این واکنش ۱۶۰۰ گرم آلکن مصرف و ۱۶۰۰ گرم پلیمر تولید می‌شود.

پلیمرهای افزایشی:

موادی که پیوند دوگانه $C=C$ در ساختار خود دارند می‌توانند در فرایند بسپارش شرکت کنند، در این واکنش پیوند دوگانه میان اتم‌های کربن به یگانه تبدیل شده و دو تک الکترون بر روی دو اتم کربن باقی می‌ماند. در این زمان اتم‌های کربن حاوی تک الکترون در مونومرهای مجاور هم، با یکدیگر جفت شده و پیوند کووالانسی $C-C$ تشکیل داده و پلیمر تولید می‌کنند. به پلیمرهای تولید شده در چنین حالتی، پلیمرهای افزایشی می‌گویند. مهمترین ویژگی این پلیمرها این است که تمام اتم‌های موجود در مونومرها به پلیمر منتقل می‌شوند و جرم پلیمر برابر مجموع جرم مونومرهای سازنده آن ماده بوده و همچنین درصد جرمی عناصر نیز در پلیمر و مونومر برابر است.

گروه آموزشی ماز

۵۶- کدام یک از مطالب زیر در مورد تترافلئورواتن نادرست هستند؟

الف: تفاوت شمار جفت الکترون‌های پیوندی و ناپیوندی در این ماده برابر ۶ است.

ب: یکی از کاربردهای این هیدروکربن سیر نشده، گاز سردکننده بوده است.

پ: درصد جرمی کربن در این ماده و پلیمر ساخته شده از آن یکسان است.

ت: حلال مناسب پلیمر تولید شده از آن، حلال‌های آلی ناقطبی هستند.

(۴) «پ» و «ت»

(۳) «ب» و «ت»

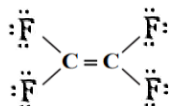
(۲) «الف» و «پ»

(۱) «الف» و «ب»

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)



ساختار شیمیایی تترافلئورواتن به صورت زیر است:



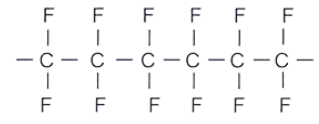
عبارت‌های (ب) و (ت) نادرست هستند.

بررسی موارد:

الف: در ساختار این ماده ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی که بر روی اتم‌های فلوئور قرار دارند، دیده می‌شود. همچنین در ساختار این ماده ۶ جفت الکترون پیوندی یا همان پیوند کووالانسی وجود دارد. بنابراین تفاوت این دو مقدار در تترافلوروواتن برابر ۶ است.

ب: در گذشته از تترافلوروواتن به عنوان گاز سردکننده استفاده می‌شده و تحقیقات پلانکت که موجب ساخت اتفاقی تفلون شد، بر روی همین ویژگی C_2F_4 بود. هیدروکربن‌ها دسته‌ای از مواد هستند که از فقط اتم‌های کربن و هیدروژن تشکیل شده‌اند و تترافلوروواتن چون این ویژگی را ندارد، در این دسته از مواد قرار نمی‌گیرد.

پ: ساختار تفلون به صورت زیر است:



درصد جرمی عناصر در پلیمرهای افزایشی که بر اساس پیوند دوگانه $C=C$ موجود در مونومر خود به وجود می‌آیند، برابر درصد جرمی عناصر در مونومر است. زیرا تمام عناصر موجود در مونومر به پلیمر منتقل می‌شوند.

ت: پلیمر ساخته‌شده از این ماده پلی تترافلوروواتن یا همان تفلون است که خواص ویژه‌ای دارد. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و نسبت به گرما مقاوم است؛ همچنین در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و ماده‌ای نجسب است.

تفلون:

یکی از پلیمرهای ساختگی تفلون است. این پلیمر از بسپارش مونومری به نام تترافلوروواتن به وجود می‌آید. این پلیمر افزایشی ویژگی‌ها بسیار زیادی داشته که کاربردهای این ماده را وسیع کرده است. این ماده نقطه ذوب بالایی داشته و در برابر گرما مقاوم است؛ به گونه‌ای که از آن در ساخت کفی اتو استفاده می‌شود. تفلون از نظر شیمیایی بی‌اثر بوده و با مواد شیمیایی واکنش نمی‌دهد و همچنین این ماده در حلال‌های آلی حل نمی‌شود و نجسب است؛ به همین خاطر بوده که از این پلیمر برای تولید ظروف آشپزخانه استفاده می‌شود. کاربردهای دیگر تفلون، تولید نخ دندان و نوارهای آب‌بندی لوله‌ها است.

گروه آموزشی ماز

۵۷- مونومر پلیمر به کاررفته در ظروف یکبار مصرف غذا این پلیمر، ترکیبی سیرنشده است و در ساختار این مونومر اتم هیدروژن دیده می‌شود.

- (۱) همانند - ۶ (۲) برخلاف - ۸ (۳) همانند - ۸ (۴) برخلاف - ۶

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - حفظی - ۱۱۰۳)

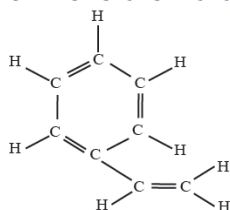
پاسخ سربیی:

جدول زیر ساختار برخی از پلیمرها و مونومرهای آن‌ها و همچنین کاربردهای این پلیمرها را نشان می‌دهد:

نام پلیمر	نام مونومر	ساختار مونومر	ساختار پلیمر	کاربرد
پلی‌اتن	اتن	$H_2C=CH_2$	$-(CH_2-CH_2)_n-$	کیسه‌های پلاستیکی بطری پلاستیکی لوله پلاستیکی
پلی‌سیانواتن	سیانواتن	$H_2C=CH-CN$	$-(CH_2-CH(CN))_n-$	پتو و پارچه
پلی‌پروپین	پروپین	$H_2C=CH-CH_3$	$-(CH_2-CH(CH_3))_n-$	تهیه و تولید سرنگ
پلی‌استیرن	استیرن	$H_2C=CH-C_6H_5$	$-(CH_2-CH(C_6H_5))_n-$	تولید ظرف یکبار مصرف

تفلون	تترافلوروواتن			نخ دندان کفی اتو تولید ظروف نجسب
پلی‌وینیل کلرید	وینیل کلرید (کلرواتن)			کیسه‌های خون

پلیمر به کاررفته در تولید ظروف یکبار مصرف، پلی‌استیرن بوده که مونومر سازنده آن استیرن با فرمول شیمیایی C_8H_8 و ساختار زیر است. هم در ساختار پلی‌استیرن و هم در ساختار مونومر آن پیوندهای دوگانه $C=C$ وجود دارد و بر این اساس هر دو ترکیب سیرنشده هستند.



گروه آموزشی ماز

۵۸- اگر در واکنش حجم مشخصی از محلول هیدروکلریک اسید ۴ مولار با جسمی آهنی، پس از گذشت ۹۰ ثانیه ۵/۶ لیتر گاز در شرایط استاندارد آزاد شود و غلظت محلول هیدروکلریک اسید به ۲ مولار برسد، حجم محلول هیدروکلریک اسید چند میلی‌لیتر بوده و سرعت متوسط مصرف آهن در این ۹۰ ثانیه، چند مول بر ساعت است؟ (از تغییر حجم محلول صرف نظر کنید).

۱۰ - ۲۰۰ (۴)

۱۰ - ۲۵۰ (۳)

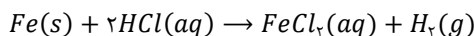
۱۵ - ۲۰۰ (۲)

۱۵ - ۲۵۰ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۱۲)



واکنش مورد نظر به صورت زیر انجام می‌گیرد:



ابتدا مقدار HCl مصرف شده را حساب می‌کنیم:

$$? \text{ mol } HCl = 5/6 \text{ L } H_2 \times \frac{1 \text{ mol } H_2}{22/4 \text{ L } H_2} \times \frac{2 \text{ mol } HCl}{1 \text{ mol } H_2} = 0/5 \text{ mol}$$

اگر حجم محلول اسید را برابر V در نظر بگیریم، مقدار HCl پیش و پس از واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{n}{V} \Rightarrow n = MV \begin{cases} n = 4V & \text{پیش از واکنش} \\ n = 2V & \text{پس از واکنش} \end{cases}$$

پس V برابر است با:

$$HCl \text{ مصرف شده} = \text{مقدار } HCl \text{ باقی‌مانده} + \text{مقدار } HCl \text{ مصرف شده} \Rightarrow 4V = 0/5 + 2V \Rightarrow V = 0/25 \text{ L} \times \frac{1000 \text{ mL}}{1 \text{ L}} = 250 \text{ mL}$$

با توجه به ضریب مواد در واکنش، مقدار آهن مصرف شده نصف HCl مصرف شده است. پس در این بازه زمانی ۰/۲۵ مول آهن مصرف می‌گردد. حال سرعت متوسط مصرف آهن را به دست می‌آوریم:

$$\bar{R}_{HCl} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{HCl} = \frac{0/25 \text{ mol}}{90 \text{ s} \times \frac{1 \text{ min}}{60 \text{ s}} \times \frac{1 \text{ h}}{60 \text{ min}}} = 10 \text{ mol} \cdot h^{-1}$$

پس سرعت مورد نظر برابر ۱۰ مول بر ساعت است.

گروه آموزشی ماز

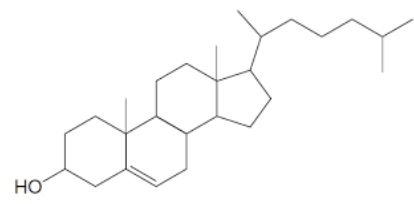
۵۹- کدام یک از مطالب زیر در مورد کلسترول درست است؟

- ۱) ضعیف‌ترین پیوند کووالانسی در این ترکیب با ۳ حلقه شش کربنی، بین اتم‌های کربن است.
- ۲) در یک نمونه خالص از این ماده سیرنشده تنها نیروی بین‌مولکولی واندروالسی وجود دارد.
- ۳) این ماده ترکیبی آروماتیک بوده و در چربی برخلاف آب، انحلال‌پذیری بالایی دارد.
- ۴) سکتته به علت رسوب تمام کلسترول موجود در مواد غذایی در رگ‌ها است.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)

پاسخ تشریحی:

کلسترول ترکیبی با ساختار زیر است:



فرمول مولکولی این ماده به صورت $C_{27}H_{46}O$ می‌باشد. در ساختار این ماده ۳ حلقه ۶ کربنی و یک حلقه ۵ کربنی وجود دارد. ضعیف‌ترین و قوی‌ترین پیوند کووالانسی در این ترکیب به ترتیب $C = C$ و $C - C$ هستند که هر دو میان اتم‌های کربن مشاهده می‌شوند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲) در مواد مولکولی، دو نیروی بین مولکولی وجود دارد: پیوند هیدروژنی و واندروالسی (غیر پیوند هیدروژنی). اگر در ساختار یک ماده، اتم هیدروژن با یکی از ۳ اتم اکسیژن، نیتروژن و یا فلئوژن پیوند داشته باشد، در نمونه خالص از آن ماده، پیوند هیدروژنی دیده می‌شود. در ساختار این ماده گروه هیدروکسیل وجود داشته که توانایی تشکیل پیوند هیدروژنی را دارد. همچنین با توجه به حضور یک پیوند چندگانه بین اتم‌های کربن در این ترکیب، این ماده سیر نشده است.

۳) بخش قطبی این ماده یعنی گروه عاملی هیدروکسیل کوچک بوده و این ترکیب ماده‌ای ناقطبی است. مواد ناقطبی در چربی‌ها محلول و در آب نامحلول هستند. همچنین با توجه به عدم حضور حلقه بنزنی در این ترکیب، این ماده آروماتیک نیست.

۴) کلسترول یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند و می‌تواند باعث گرفتگی رگ‌ها و حتی مرگ شود. (کلسترول یک ماده ضروری برای بدن انسان بوده و با توجه به عدم تولید آن در بدن، بدون آن مرگ حتمی است و باید مقدار کافی از آن در غذای مصرفی وجود داشته باشد).

گروه آموزشی ماز

۶۰- کدام یک از مطالب زیر درست هستند؟

- الف: مونومر سازنده نشاسته گندم و مونومر سازنده پلیمر پنبه یکسان بوده اما این دو ماده خواص متفاوتی دارند.
 - ب: در تهیه لباس پنبه‌ای از الیاف آن، محصول فرایند بافندگی به طور مستقیم در فرایند دوزندگی مصرف می‌شود.
 - پ: از الیاف طبیعی همانند الیاف ساختگی، علاوه بر تهیه پارچه برای پوشاک در تولید مواد دیگر نیز استفاده می‌شود.
 - ت: با وجود به تقریب ۳ برابر بودن تولید پلی‌استر نسبت به پنبه، اما پنبه حدود نیمی از لباس‌های دنیا را تشکیل می‌دهد.
- (۱) «الف» و «ب» (۲) «الف» و «پ» (۳) «ب» و «ت» (۴) «الف»، «پ» و «ت»

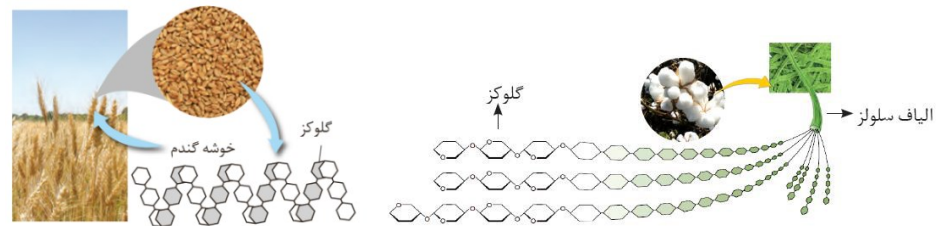
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

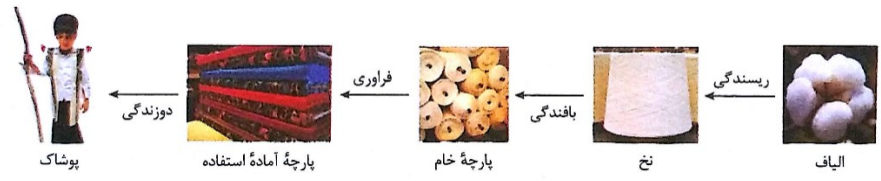
عبارت‌های (الف)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

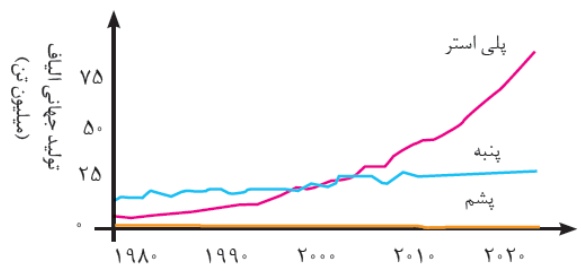
الف: گلوکز مونومر سازنده دو پلیمر گیاهی نشاسته و سلولز است. این دو پلیمر به دلیل تفاوت در ساختار، خواص متفاوتی دارند. (به عنوان مثال سلولز توسط آنزیم‌های جانوری قابل تجزیه نیست، در حالی که نشاسته که بخش عمده‌ای غذای انسان را تشکیل می‌دهد، از دهان شروع به تجزیه شدن می‌کند). شکل زیر ساختار سلولز و نشاسته را نمایش می‌دهد:



ب: فرایند تولید لباس پنبه‌ای به صورت زیر است:



فرآورده مرحله بافندگی پارچه خام است که به طور مستقیم در مرحله فرآوری مصرف می‌شود. در فرایند دوزندگی از پارچه آماده استفاده می‌شود.
پ: الیاف ساختگی، الیافی هستند که در طبیعت یافت نشده و از واکنش بین مواد شیمیایی در شرکت‌های پتروشیمی تولید می‌شوند. از این الیاف افزون بر تهیه پارچه و پوشاک، به طور گسترده‌ای در تهیه انواع پوشش‌ها، ظروف نجسب، یکبار مصرف و پلاستیکی، فرش، پرده و... استفاده می‌شود. از الیاف طبیعی نیز می‌توان به پنبه و ابریشم اشاره کرد. از پنبه افزون بر تولید پوشاک در تولید رویه مبل، پرده، تور ماهیگیری، گاز استریل و... استفاده می‌شود.
ت: نمودار زیر مقدار الیاف تولیدشده در طی چند سال گذشته را نشان می‌دهد.



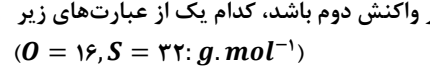
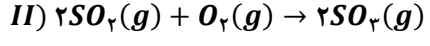
همانطور که از این نمودار مشخص است، تولید الیاف پلی‌استر به تقریب ۳ برابر تولید الیاف پنبه‌ای است. اما حدود نیمی از لباس‌های تولیدشده در دنیا از پنبه می‌باشد. این مطلب نشان می‌دهد که درصد کمتری از الیاف پلی‌استر نسبت به پنبه در تولید پوشاک مصرف می‌شوند و پلی‌استر نسبت به پنبه در موارد غیر از پوشاک، مصرف بیشتری دارد. پس به طور خلاصه می‌توان گفت الیاف پنبه بیشتر برای پوشاک و الیاف پلی‌استر بیشتر برای مصارف دیگر استفاده می‌شوند.

روند تولید الیاف در سالیان اخیر:

از سال ۱۹۸۰ تا به الان، تولید الیاف نخی و پلی‌استری افزایش پیدا کرده است اما میزان تولید الیاف پشمی، در طول این سال‌ها نسبتاً ثابت بوده است. همچنین شیب روند افزایش تولید الیاف پلی‌استری نیز تندتر از شیب روند افزایش تولید الیاف پنبه‌ای بوده است که موجب پیشی گرفتن الیاف پلی‌استری از الیاف پنبه‌ای شده است.

گروه آموزشی ماز

۶۱- با توجه به واکنش‌های مقابل:

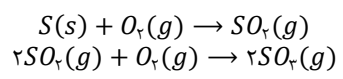


اگر سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن در واکنش اول دو برابر سرعت مصرف گاز گوگرد دی‌اکسید در واکنش دوم باشد، کدام یک از عبارت‌های زیر نادرست است؟
 ۱) شیب نمودار مول-زمان گوگرد تری‌اکسید نصف قدرمطلق شیب نمودار مول-زمان گوگرد است.
 ۲) در واکنش اول، جرم گوگرد دی‌اکسید تولیدشده دو برابر جرم اکسیژن مصرف شده است.
 ۳) سرعت متوسط مصرف اکسیژن در واکنش دوم ۰/۲۵ برابر واکنش اول است.
 ۴) نسبت سرعت انجام واکنش اول به سرعت انجام واکنش دوم برابر ۸ است.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۲)



واکنش‌ها به صورت زیر هستند:



اگر سرعت مصرف گاز گوگرد دی‌اکسید در واکنش دوم را x در نظر بگیریم، سرعت مصرف گاز اکسیژن در واکنش اول برابر $2x$ در همان مقیاس است. سرعت انجام واکنش اول و دوم برابر است با:

$$\text{واکنش اول: } \bar{R} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = 2x$$

$$\text{دوم: } \bar{R} = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{x}{2}$$

پس نسبت خواسته شده برابر ۴ است.

۱ از واکنش اول و دوم داریم:

$$\text{اول: } \frac{\bar{R}_S}{1} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{1} \Rightarrow \bar{R}_S = 2x$$

$$\text{دوم: } \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{SO_2} = x$$

شیب نمودار مول-زمان معادل سرعت آن ماده است. اگر مقدار آن مثبت باشد، ماده فراورده و اگر مقدار آن منفی باشد، ماده یادشده واکنش دهنده آن واکنش است. ۴ نسبت خواسته شده برابر ۰/۵ می باشد.

۲ در واکنش اول به ازای مصرف یک مول اکسیژن (۳۲ گرم)، یک مول گوگرد دی اکسید (۶۴ گرم) تولید می شود. پس نسبت خواسته شده برابر ۲ است.

۳ سرعت مصرف گاز اکسیژن در واکنش اول برابر $2x$ و در واکنش دوم برابر است با:

$$\frac{\bar{R}_{O_2}}{1} = \frac{\bar{R}_{SO_2}}{2} \Rightarrow \bar{R}_{O_2} = \frac{x}{2}$$

پس سرعت مصرف اکسیژن در واکنش دوم $\frac{1}{2}$ سرعت مصرف اکسیژن در واکنش اول است.

گروه آموزشی ماز

۶۲- ۵ لیتر محلول مس (II) سولفات، با فلز آلومینیم واکنش می دهد. با توجه به جدول زیر، سرعت متوسط مصرف فلز آلومینیم در چهار دقیقه دوم برابر چند میلی گرم بر ثانیه است؟ ($Al = 27 \text{ g} \cdot \text{mol}^{-1}$)

زمان (دقیقه)	۰	۲	۴	۶	۸	۱۰
غلظت یون مس (II) ($\text{mol} \cdot \text{L}^{-1}$)	۰/۴	۰/۲۴	۰/۱۲	۰/۰۶	۰/۰۲	صفر

۷۵ (۴)

۴۵ (۳)

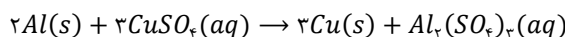
۳۷/۵ (۲)

۲۲/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مساله - ۱۱۰۲)



معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مساله: با توجه به تغییر غلظت یون مس (II) و حجم محلول، ابتدا مقدار مس (II) سولفات مصرف شده در این بازه و سپس جرم آلومینیم مصرف شده را حساب می کنیم. در نهایت سرعت مصرف این فلز را به دست می آوریم.

مقدار یون مس (II) در یک مول مس (II) سولفات برابر یک مول بوده و بر همین اساس می توان گفت غلظت این دو در محلول برابر است. چهار دقیقه دوم میان لحظات ۴ تا ۸ دقیقه می باشد. در این بازه زمانی، غلظت مس (II) سولفات $0.1 \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$ کاهش می یابد. ابتدا مقدار مس (II) سولفات مصرف شده را به دست می آوریم:

$$n = CV \Rightarrow n = 0.1 \times 5 = 0.5 \text{ mol}$$

پس در این واکنش ۰/۵ مول مس (II) سولفات مصرف شده است. بر این اساس جرم آلومینیم مصرف شده در این بازه را مشخص می کنیم:

$$? \text{ mg Al} = 0.5 \text{ mol CuSO}_4 \times \frac{2 \text{ mol Al}}{3 \text{ mol CuSO}_4} \times \frac{27 \text{ g Al}}{1 \text{ mol Al}} \times \frac{1000 \text{ mg}}{1 \text{ g}} = 9000 \text{ mg}$$

در نهایت سرعت متوسط مصرف آلومینیم را به دست می آوریم:

$$\bar{R}_{Al} = \frac{\text{جرم آلومینیم مصرف شده}}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{Al} = \frac{9000 \text{ mg}}{4 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 37.5 \text{ mg} \cdot \text{s}^{-1}$$

سرعت متوسط مصرف آلومینیم در این بازه زمانی برابر ۳۷/۵ میلی گرم بر ثانیه بوده است.

گروه آموزشی ماز

۶۳- چند مورد از مطالب زیر درست است؟

الف: شمار پیوندهای کووالانسی در ساختار متانول برابر این مقدار در ساختار فرمیک اسید است.

ب: در ساختار استیک اسید شمار الکترون های پیوندی دو برابر شمار الکترون های ناپیوندی است.

پ: تمام پیوندهای کووالانسی موجود در الکل ها در ساختار کربوکسیلیک اسیدها نیز دیده می شود.

ت: یک کربوکسیلیک اسید تک عاملی با زنجیره هیدروکربنی اتیل، ۶ اتم هیدروژن در ساختار خود دارد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

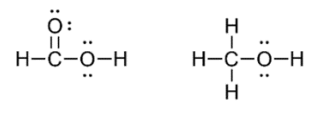
پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

همه عبارت‌های مطرح شده درست هستند.

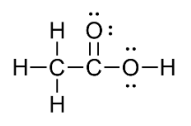
بررسی موارد:

الف: متانول و فرمیک اسید دو عضو اول خانواده الکل‌ها و اسیدهای آلی بوده و ساختار آن‌ها به صورت زیر است:



شمار پیوندهای کووالانسی در هر دو ترکیب برابر ۵ است.

ب: استیک اسید یا همان اتانوئیک اسید ترکیبی با ساختار زیر است:



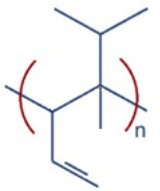
در این ماده ۴ جفت الکترون ناپیوندی بر روی اتم‌های اکسیژن و در مجموع ۸ جفت الکترون پیوندی یا پیوند کووالانسی دیده می‌شود. پس نسبت خواسته شده برابر ۲ است.

پ: در الکل‌ها پیوندهای $O-H$ و $C-O$ علاوه بر پیوندهای موجود در هیدروکربن‌ها ($C-H$, $C-C$, $C=C$ و $C \equiv C$) دیده می‌شود. در ساختار کربوکسیلیک اسیدها نیز این پیوندها دیده می‌شود. همچنین در گروه عاملی این خانواده، پیوند دوگانه میان اتم‌های کربن و اکسیژن نیز وجود دارد.

ت: کربوکسیلیک اسیدها را می‌توان به صورت $RCOOH$ در نظر گرفت. در این مواد $-COOH$ گروه عاملی و R بقیه مولکول است که می‌تواند هیدروژن یا یک زنجیره هیدروکربنی باشد. اگر R اتیل (آلکیلی با دو اتم کربن یعنی C_2H_5) باشد، اسید مورد نظر پروپانوئیک اسید است که در آن ۶ اتم هیدروژن وجود دارد. به طور کلی فرمول شیمیایی کربوکسیلیک اسیدهای تک عاملی به صورت $C_nH_{2n}O_2$ بوده و شمار اتم‌های هیدروژنی در اسیدی با ۳ اتم کربن برابر ۶ است.

گروه آموزشی ماز

۶۴- هر مول از مونومر سازنده ترکیب زیر در واکنش با مول گاز هیدروژن به آلکانی به نام تبدیل می‌شود.

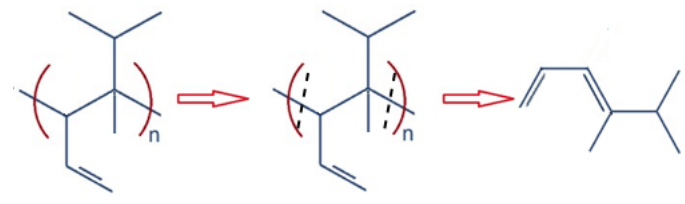


- (۱) یک - ۳،۲،۲-تری متیل پنتان
- (۲) یک - ۳،۲-دی متیل هگزان
- (۳) دو - ۳،۲،۲-تری متیل پنتان
- (۴) دو - ۳،۲-دی متیل هگزان

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)

پاسخ تشریحی:

با توجه به ساختار پلیمر مورد نظر، ساختار مونومرهای سازنده آن را به دست می‌آوریم. برای پیدا کردن ساختار مونومرهای سازنده پلیمرهای افزایشی، کافی است که ساختار واحد تکرارشونده پلیمر را به دست بیاوریم و پس از آن، پیوندهایی که این واحد تکرارشونده را به سایر واحدها متصل می‌کنند، حذف کنیم. در مرحله آخر، با تبدیل پیوند یگانه میان اتم‌های کربنی که در زنجیره اصلی پلیمر قرار داشتند به پیوند دوگانه، ساختار مونومر مورد نظر به دست می‌آید. مراحل به دست آوردن ساختار مونومرهای سازنده این پلیمر به صورت زیر است:



این مونومر در ساختار خود ۲ پیوند دوگانه دارد که هر مول از آن در واکنش با ۲ مول گاز هیدروژن به هیدروکربنی سیرشده تبدیل می‌شود.

فرایند مورد نظر، به صورت زیر است:



ترکیب حاصل از این فرایند شیمیایی، یک آلکان ۸ کربنی به نام ۳،۲-دی‌متیل هگزان است.

پیدا کردن مونومر پلیمر افزایشی:

برای پیدا کردن ساختار مونومر پلیمرهای افزایشی کافی است، پیوند C-C را در زنجیره اصلی پلیمر به صورت یکی در میان شکسته شده در نظر گرفت و سپس با تبدیل پیوند یگانه کربن - کربن باقی‌مانده در زنجیره اصلی به پیوند دوگانه، ساختار مونومر سازنده مشخص می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۵- اگر در اثر سوختن مقداری از مخلوط گازهای اتن و اتان، ۱/۴ مول آب و ۱/۱ مول CO_2 تولید می‌شود. ۲۰۰ گرم از این مخلوط گازی در فشار و دمای بالا چند گرم پلیمر تولید می‌کند؟

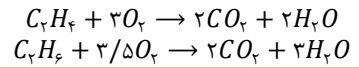
($H = 1, C = 12, O = 16: g \cdot mol^{-1}$)

- ۸۷/۵ (۴)
- ۸۴ (۳)
- ۸۰/۵ (۲)
- ۷۷ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (سخت - مساله - ۱۱۰۳)



واکنش سوختن اتان و اتن به صورت زیر است:



راه حل مساله: نکته حل این سوال آن است که تنها اتن در واکنش بسپارش مصرف می‌شود و باید جرم آن را در مخلوط گازی به کمک مقدار کربن دی‌اکسید و آب مصرف‌شده به دست آوریم. در نهایت با توجه به برابر بودن جرم مونومر و پلیمر در پلیمرهای را حساب می‌کنیم.

از سوختن هر مول از این دو ماده ۲ مول کربن دی‌اکسید تولید می‌شود. پس با توجه به تولید ۱/۱ مول گاز کربن دی‌اکسید، مجموع مقدار گازهای اتن و اتان برابر ۰/۵۵ مول است. اگر مقدار اتن را x مول در نظر بگیریم، مقدار اتان $0.55 - x$ مول است. بنابراین از مقدار آب تولیدشده داریم:

$$2x + 3(0.55 - x) = 1/4 \Rightarrow x = 0.25 \text{ mol}$$

پس در این مقدار مخلوط ۷ گرم اتن (معادل ۰/۲۵ مول) و ۹ گرم اتان (معادل ۰/۳ مول) وجود دارد. پس در ۱۶ گرم مخلوط گازی ۷ گرم گاز اتن وجود دارد. جرم پلی‌اتن تولیدشده در واکنش بسپارش برابر جرم اتن است. در نهایت جرم پلی‌اتن تولیدشده را حساب می‌کنیم:

$$? g (C_2H_4)_n = 200 g \text{ مخلوط گاز} \times \frac{7 g C_2H_4}{16 g \text{ مخلوط گاز}} \times \frac{1 g (C_2H_4)_n}{1 g C_2H_4} = 87.5 g$$

پس در این واکنش ۸۷/۵ گرم پلی‌اتن تولید می‌شود.

گروه آموزشی ماز

۶۶- کدام یک از مطالب زیر نادرست است؟

- (۱) در ساختار روغن زیتون بخش‌هایی که در مولکول آن تکرار شوند، دیده نمی‌شود.
- (۲) نیروی بین مولکولی در آب بیشتر از انسولین بوده و آب نقطه جوش بالاتری دارد.
- (۳) همه پلیمرها موادی مولکولی بوده و درشت مولکول به حساب می‌آیند.
- (۴) تمام درشت مولکول‌ها جرم مولی بسیار زیاد و شمار اتم‌های بالا دارد.

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۱۰۳)



انسولین یک پلیمر بوده و جرم مولی بسیار زیادی دارد در مقابل اما، آب مولکول کوچکی دارد. نیروی بین مولکولی در درشت مولکول‌ها نسبت به سایر ترکیبات مولکولی با مولکول‌های کوچک تا متوسط، بسیار بیشتر بوده و این امر موجب بیشتر بودن نقطه جوش آن‌ها نیز می‌شود.



روغن زیتون با این که درشت مولکول است، ولی به دلیل نداشتن واحد تکرارشونده، پلیمر نیست. در واقع در ساختار این ماده بخش‌های تکراری دیده نمی‌شود اما به علت تعداد بالای اتم‌های موجود در ساختار آن، درشت مولکول به حساب می‌آید. تنها ماده درشت مولکول غیرپلیمر مطرح‌شده در کتاب درسی روغن زیتون است.

۳ مواد مولکولی بر اساس جرم مولی و تعداد اتم‌ها به دو دسته درشت مولکول و مولکول‌های کوچک تا متوسط تقسیم می‌شوند. همچنین خود درشت مولکول‌ها نیز بر اساس وجود یا عدم وجود بخش تکرارشونده به دو دسته پلیمری و غیرپلیمری تقسیم خواهند شد. پس هر پلیمری جز ترکیبات مولکولی بوده و یک درشت مولکول نیز به حساب می‌آید.

۴ درشت مولکول‌ها دسته‌ای از مواد هستند که تعداد اتم‌های زیاد در مولکول خود دارند و به همین دلیل جرم مولی آن‌ها بسیار بزرگ است.

مواد مولکولی:

مواد مولکولی، موادی هستند که ذره‌های تشکیل دهنده آن‌ها مولکول‌ها هستند. این مواد به دو دسته کوچک مولکول و درشت مولکول تقسیم‌بندی می‌شوند.
 ۱- کوچک مولکول‌ها اتم‌های سازنده کمی دارند؛ در نتیجه جرم مولی آن‌ها کم تا متوسط است. از جمله کوچک مولکول‌ها می‌توان به کربن دی‌اکسید، آب، متان، برخی هیدروکربن‌ها و ... اشاره کرد.
 ۲- درشت مولکول‌ها، اتم‌های سازنده زیادی دارند (ده‌ها هزار) و در نتیجه جرم مولی آن‌ها زیاد بوده و نیروی بین‌مولکولی بیشتری نسبت به مولکول‌های کوچک دارند که به همین علت در دمای اتاق اغلب به حالت جامد هستند. برخی از درشت مولکول‌ها دارای واحد تکرارشونده هستند و پلیمر یا بسیار نام دارند. (مانند پروتئین موجود در پشم و ابریشم، انسولین، سلولز، نشاسته، پلی اتن، نایلون و ...) اما برخی درشت مولکول‌ها واحد تکرارشونده ندارند و پلیمر نیستند. تنها درشت مولکول غیرپلیمری مطرح‌شده در کتاب درسی روغن زیتون است.

گروه آموزشی ماز

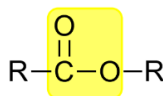
۶۷- کدام یک از مطالب زیر در مورد خانواده استرها نادرست است؟

- ۱) از واکنش شیمیایی میان یک الکل و یک کربوکسیلیک اسید حاصل می‌شوند.
- ۲) در ساختار استرها، در یک سمت گروه عاملی ممکن است اتم هیدروژن قرار گیرد.
- ۳) با افزایش شمار اتم‌های کربن در این خانواده درصد جرمی اتم‌های اکسیژن کاهش می‌یابد.
- ۴) در پلی‌استرها بخش میان دو گروه عاملی متوالی، به دو اتم متفاوت در دو گروه عاملی متصل هستند.

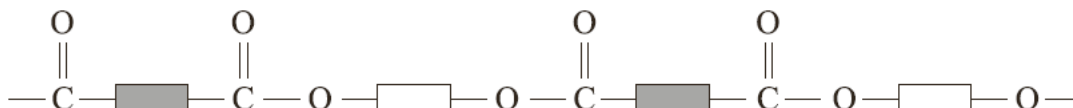
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۱۰۳)



استرها دسته‌ای از مواد آلی هستند که در ساختار آن‌ها گروه استری قرار دارد. شکل زیر ساختار کلی استرها را نمایش می‌دهد:



بخش زردرنگ نشان‌دهنده گروه عاملی است. ساختار پلی‌استرها به صورت زیر می‌باشد:



در این ساختار، بخش میان دو گروه عاملی متوالی (قسمت‌های خاکستری و سفید)، به دو اتم مشابه در دو گروه عاملی احاطه‌کننده آن‌ها متصل هستند. به عنوان مثال بخش‌های سفید از دو سمت به اتم‌ها اکسیژن و بخش‌های خاکستری از دو سمت به اتم‌های کربن در گروه عاملی متصل هستند.



۱) استرها که منشأ بوی خوش شکوفه‌ها، گل‌ها، عطرها و نیز بو و طعم میوه‌ها هستند، از واکنش شیمیایی میان یک الکل و یک کربوکسیلیک اسید حاصل می‌شوند.

۲) اگر ساختار استرها را به صورت $RCOOR'$ در نظر بگیریم، بخش R می‌تواند یک اتم هیدروژن یا زنجیره هیدروکربنی باشد، اما بخش R' قطعاً یک بخش هیدروکربنی دارد و نمی‌تواند اتم هیدروژن باشد. (اگر R' اتم هیدروژن باشد، گروه عاملی به کربوکسیل تغییر می‌کند و ماده کربوکسیک اسید خواهد بود.)

۳) در استرها شمار اتم‌های اکسیژن برابر ۲ است و جرم آن‌ها در یک مول از این مواد ثابت است. با افزایش شمار اتم‌های کربن در این خانواده جرم مولی ماده افزایش می‌یابد. با توجه به ثابت بودن صورت کسر و افزایش مخرج کسر در درصد جرمی اکسیژن، این مقدار کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۶۸- کدام یک از مطالب زیر درست است؟

- ۱) محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی سوختن مواد، دقیق‌تر از محاسبه آنتالپی واکنش به کمک آنتالپی پیوند است.
- ۲) با انحلال آمونیوم نیترات در آب دو یون نیتروژن‌دار تولیدشده و آنتالپی آمونیوم نیترات همانند دمای آب کاهش می‌یابد.
- ۳) با اکسایش هر مول چربی موجود در کوهان شتر با ۵۶ مول CO_2 تولیدشده و آب و انرژی مورد نیاز حیوان تامین می‌شود.
- ۴) استفاده از بازدارنده در یک واکنش همانند کاهش مقدار واکنش‌دهنده محلول، سرعت و مقدار نهایی فرآورده را کاهش می‌دهد.



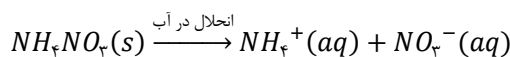
محاسبه آنتالپی واکنش با استفاده از اختلاف آنتالپی سوختن واکنش‌دهنده‌ها و فراورده‌ها نوعی استفاده از قانون هس است. در واقع در این حالت در نظر می‌گیریم طی واکنش سوختن واکنش‌دهنده‌ها می‌سوزند و در مرحله بعد طی واکنش قرینه سوختن فراورده‌ها، فراورده‌ها از محصولات سوختن واکنش‌دهنده‌ها تولید می‌شوند. استفاده از روش غیرمستقیم هس دقیق بوده و عدد به دست آمده دقیقاً برابر به دست آوردن آنتالپی واکنش به صورت مستقیم است. در مقابل اما، استفاده از روش آنتالپی پیوندها، به علت استفاده از میانگین آنتالپی پیوند (و نه دقیقاً آنتالپی خود هر پیوند) تقریبی بوده و هر چه مواد موجود در واکنش پیچیده‌تر باشند از دقت این تقریب کاسته می‌شود.



فرایندهای انحلال آمونیوم نیترات و کلسیم کلرید در آب به ترتیب گرماگیر و گرماده هستند؛ پس با حل شدن این دو ماده در آب به ترتیب دمای آب کاهش و افزایش می‌یابد و از این مواد برای تولید بسته‌های سرمازا و گرمازا در ورزش استفاده می‌شود.

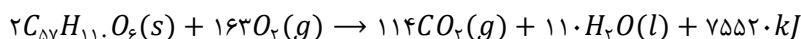
نوع بسته	نمک بسته	علامت آنتالپی	واکنش انحلال
سرمازا	آمونیم نیترات (NH_4NO_3)	مثبت	$NH_4NO_3(s) + Q \xrightarrow{\text{در آب}} NH_4^+(aq) + NO_3^-(aq)$
گرمازا	کلسیم کلرید ($CaCl_2$)	منفی	$CaCl_2(s) \xrightarrow{\text{در آب}} Ca^{2+}(aq) + 2Cl^-(aq) + Q$

در فرایند گرماگیر انحلال آمونیوم نیترات، آنتالپی آمونیم نیترات محلول (فراورده) بیشتر از آنتالپی آمونیوم نیترات جامد (واکنش‌دهنده) است. واکنش انجام‌شده به صورت زیر می‌باشد:



در این فرایند دو یون نیتروژن‌دار تولید می‌شود.

با اکسایش چربی موجود در کوهان شتر علاوه بر آب مورد نیاز حیوان، انرژی لازم برای فعالیت‌های این جانور تامین می‌شود. واکنش اکسایش این چربی به صورت زیر است:

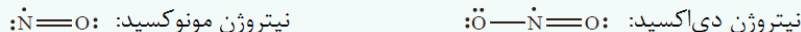


همانطور که در این معادله مشخص است، با اکسایش دو مول از این چربی جانوری، مقدار ۱۱۴ مول گاز کربن دی‌اکسید تولید می‌شود؛ بنابراین در اکسایش هر مول از این چربی ۵۷ مول گاز کربن دی‌اکسید آزاد می‌شود.

بازدارنده‌ها دسته‌ای از مواد مغذی هستند که موجب کاهش سرعت واکنش رادیکال‌ها با بدن انسان می‌شوند. بازدارنده‌ها موجب کاهش سرعت واکنش می‌شوند اما تاثیری بر مقدار فراورده در انتهای واکنش ندارند. در واقع تنها کاهش مقدار واکنش‌دهنده‌ها بر روی مقدار فراورده نهایی تاثیرگذار است و موجب افزایش یا کاهش آن می‌شود. همچنین کاهش مقدار یک واکنش‌دهنده گازی یا محلول، موجب کاهش مقدار فراورده نهایی (با توجه به روابط استوکیومتری) و کاهش سرعت انجام واکنش (با توجه به کاهش غلظت) می‌شوند.



رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های موجود در ساختار آن الکترون جفت‌نشده دارند. در واقع، رادیکال‌ها محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. به عنوان مثال، به ساختار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) دقت کنید:



همانطور که مشخص است، اتم‌های نیتروژن موجود در این ترکیب‌ها دارای یک الکترون جفت‌نشده هستند؛ پس این ترکیب‌ها رادیکال محسوب می‌شوند. با توجه به حضور یک یا چند الکترون جفت‌نشده در ساختار رادیکال‌ها، این گونه‌های شیمیایی واکنش‌پذیری بالایی دارند. در بدن ما نیز به دلیل انجام واکنش‌های متنوع و پیچیده، رادیکال‌هایی به وجود می‌آیند که اگر تاثیر آن‌ها خنثی نشود، می‌توانند با انجام واکنش‌های سریع به بافت‌های بدن آسیب برسانند.

گروه آموزشی ماز

۶۹- ۱۰ مول گاز اکسیژن را وارد یک سیلندر با پیستون متحرک به حجم اولیه ۵۰ لیتر می‌کنیم تا به اوزون تبدیل شود. اگر هر نیم ساعت، حجم سیلندر ۱۰ درصد کاهش یابد، سرعت انجام این واکنش در نیم ساعت سوم چند مول بر ثانیه است؟

۳ × ۱۰^{-۳} (۴)

۴/۵ × ۱۰^{-۴} (۳)

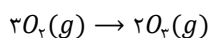
۴/۵ × ۱۰^{-۳} (۲)

۳ × ۱۰^{-۴} (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۱۰۲)



واکنش انجام شده به صورت زیر است:



راه حل مساله: باید کاهش حجم گاز را در بازه مورد نظر حساب کنیم و از آن طریق به مقدار اکسیژن مصرف شده برسیم. در نهایت با محاسبه سرعت مصرف اکسیژن، سرعت واکنش را به دست آوریم.

در ابتدای واکنش ۱۰ مول گاز اکسیژن ۵۰ لیتر حجم دارد، پس در شرایط واکنش، هر مول گاز ۵ لیتر حجم دارد. در این واکنش به ازای مصرف ۳ مول گاز اکسیژن، ۲ مول گاز اوزون تولید می شود و در نتیجه یک مول گاز از مقدار گاز موجود در ظرف می کاهد. در این واکنش هر ۳۰ دقیقه حجم ظرف ۱۰ درصد کاهش می یابد و به ۹۰ درصد می رسد؛ یعنی هر ۳۰ دقیقه حجم گاز ۰/۹ برابر می شود. پس جدول زیر را می توان برای این واکنش رسم کرد:

زمان (min)	حجم گازها (L)
صفر (آغاز)	۵۰
۳۰ (آخر ۳۰ دقیقه اول)	۴۵
۶۰ (آخر ۳۰ دقیقه دوم)	۴۰/۵
۹۰ (آخر ۳۰ دقیقه سوم)	۳۶/۴۵

پس در ۳۰ دقیقه سوم یعنی از دقیقه ۶۰ تا ۹۰، حجم گاز ۴/۰۵ لیتر کاهش می یابد. بر این اساس مقدار اکسیژن مصرف شده در این مدت را به دست می آوریم:

$$? \text{ mol } O_2 = \frac{\text{کاهش مقدار گاز } 3 \text{ mol } O_2}{\text{کاهش حجم گاز } 5 \text{ L}} \times \frac{\text{کاهش مقدار گاز } 1 \text{ mol}}{\text{کاهش حجم گاز } 4/0.5 \text{ L}} = 0.81 \times 3 \text{ mol}$$

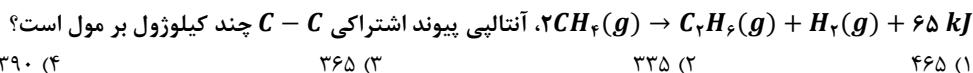
حال سرعت متوسط واکنش را به کمک سرعت متوسط مصرف گاز اکسیژن محاسبه می کنیم:

$$\bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{\bar{R}_{O_2}}{\text{ضریب } O_2} = \frac{|\Delta n|}{\Delta t} \Rightarrow \bar{R}_{\text{واکنش}} = \frac{0.81 \times 3 \text{ mol}}{30 \text{ min} \times \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ min}}} = 4/5 \times 10^{-4} \text{ mol} \cdot \text{s}^{-1}$$

پس سرعت انجام این واکنش در بازه زمانی نیم ساعت سوم، برابر $4/5 \times 10^{-4}$ مول بر ثانیه است.

گروه آموزشی ماز

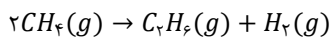
۷۰- اگر برای تبدیل هر گرم از گازهای متان و هیدروژن به اتمهای مجزای گازی به ترتیب به ۱۰۵ و ۲۲۰ کیلوژول گرما نیاز باشد، با توجه به معادله واکنش



پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مساله - ۱۱۰۲)

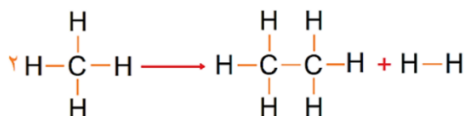


معادله موازنه شده واکنش داده شده به صورت زیر است:



راه حل مساله: برای حل این مساله ابتدا آنتالپی پیوندهای H-H و C-H را از تجزیه متان و هیدروژن به دست آوریم و پس از آن به کمک آنتالپی واکنش آنتالپی پیوند C-C را محاسبه کنیم.

معادله ساختاری این واکنش نیز به صورت زیر است:



از محاسبه آنتالپی این واکنش به کمک آنتالپی پیوندها داریم:

$$\Delta H_{\text{واکنش}} = [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد واکنش دهنده}] - [\text{مجموع آنتالپی پیوندها در مواد فراورده}]$$

$$\Rightarrow +65 = (2 \times 4\Delta H(C-H)) - (\Delta H(C-C) + 6\Delta H(C-H) + \Delta H(H-H))$$

$$\Rightarrow +65 = 2\Delta H(C-H) - (\Delta H(C-C) + \Delta H(H-H))$$

تبدیل یک گاز به عناصر گازی برابر مجموع آنتالپی پیوندها در آن ماده است.

پس مجموع آنتالپی پیوند را در یک مول گاز هیدروژن و گاز متان به دست می آوریم:

$$H_2: ? \text{ kJ گرما} = 1 \text{ mol } H_2 \times \frac{2 \text{ g } H_2}{1 \text{ mol } H_2} \times \frac{220 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ g } H_2} = 440 \text{ kJ}$$

$$CH_4: ? \text{ kJ گرما} = 1 \text{ mol } CH_4 \times \frac{16 \text{ g } CH_4}{1 \text{ mol } CH_4} \times \frac{105 \text{ kJ گرما}}{1 \text{ g } CH_4} = 1680 \text{ kJ}$$

بر این اساس آنتالپی پیوند $H-H$ برابر 440 کیلوژول بر مول و میانگین آنتالپی پیوند $C-H$ (با توجه به حضور 4 پیوند در یک مول متان) برابر 420 کیلوژول بر مول است. در نهایت آنتالپی پیوند $C-C$ را به دست می آوریم:

$$+65 = 2\Delta H(C-H) - (\Delta H(C-C) + \Delta H(H-H)) \Rightarrow 65 = 2 \times 420 - \Delta H(C-C) - 440$$

$$\Rightarrow \Delta H(C-C) = 335 \text{ kJ}$$

پس آنتالپی این پیوند در اتان برابر 335 کیلوژول بر مول است.

گروه آموزشی ماز

۵ راهکار برای کاهش استرس و اضطراب در زمان جمع‌بندی کنکور

با نزدیک شدن به زمان کنکور استرس و اضطراب دانش‌آموزان زیاد می‌شود، به صورت کلی این استرس طبیعی است. زحمت‌های چند سال شما قرار است در یک آزمون خلاصه شود و نمی‌توان گفت که این استرس طبیعی نیست. فقط باید مراقب باشید که این استرس نزدیک زمان کنکور مانع جمع‌بندی و تست‌زنی و کاهش ساعت مطالعه شما نشود.

علائم اضطراب:

یک سری علائم مربوط به شرایط بدنی ما می‌شود. مانند: سرگیجه، مشکل در خوابیدن و بیدار شدن، ناخن جویدن، درد معده، سردرد و...
یک سری علائم مربوط به روحیه می‌شود. مانند: بی‌حوصلگی، تنبلی کردن و عدم اجرای برنامه، احساس خستگی و خواب‌آلودگی و...

علل استرس و اضطراب در ایام جمع‌بندی:

۱. عدم آمادگی کامل برای کنکور
 ۲. فراموشی مطالب
 ۳. نداشتن یک برنامه‌ریزی دقیق برای جمع‌بندی دروس
 ۴. توقع گرفتن یک نتیجه خوب و دل‌خواه
 ۵. تحت فشار خانواده و مسائل مربوط به خانواده
 ۶. تعداد سوالات غلط و نزده زیاد
- و...

چگونه استرس خودمان را کاهش دهیم؟

۱. محیط مطالعه خود را سر و سامانی دهید!

گاهی اوقات دانش‌آموزان به محیط مطالعه‌شان توجهی ندارند و از تاثیرات آن بی‌خبرند. مکانی را که شما برای مطالعه در نظر می‌گیرید باید ساده و مرتب باشد. زمانی که جلوی دیدتان شلوغ باشد تمرکزتان روی مطالعه کاهش پیدا می‌کند و در نهایت سرعت مطالعه‌تان کاهش پیدا می‌کند.

۲. یک برنامه دقیق داشته باشید.

برای خودتان یک برنامه دقیق از مباحثی که قرار است جمع‌بندی کنید. لیست کارهایی که قرار است انجام بدهید در بیاورید.

در این برنامه ساعت خواب و بیداری خودتان را مشخص کنید. بهتر است ساعت خوابتان را نزدیک کنکور تغییر ندهید و طبق یک روتین پیش بروید.

کنار کارهایی که در لیست نوشته‌اید تیک بزنید تا اعتماد بنفستان حفظ شود و انگیزه بگیرید برای روزهای پایانی. در برنامه‌ریزی خودتان سعی کنید از آزمون‌های جمع‌بندی سال‌های گذشته‌ها و امتحان بهره‌گیری تا بتوانید تمام مباحث را مرور کنید و نگران فراموشی آن‌ها نباشید. در نهایت بعد از این آزمون‌ها به سراغ کنکورهای سال‌های اخیر بروید.

۳. ورزش کنید.

اول صبح قبل از اینکه به پای برنامه درسی بروید بهتر است کمی ورزش کنید. ورزش باعث ترشح هورمون دوپامین در بدن می‌شود و باعث می‌شود استرستان کاهش پیدا کند.

۴. تغذیه مناسبی داشته باشید.

در این ایام بهتر است از خوردن شیرینی‌جات و خوراکی‌هایی که مواد افزودنی دارند خودداری کنید. بهترین تغذیه در این ایام خوردن میوه‌جات و مغزهای بادام، گردو، پسته و... است. حتماً بطری آب در کنار خودتان قرار دهید تا مصرف آب را فراموش نکنید.

مصرف قهوه و کافئین را به به حداقل برسانید یا کلاً مصرف نکنید. چرا که خود کافئین باعث ایجاد استرس و اضطراب می‌شود.

۵. مصرف تلفن همراه را به حداقل برسانید!

سعی کنید خودتان را از حواشی پیرامون کنکور دور کنید. از مقایسه خودتان با دیگران خودداری کنید. در این بازه تمام تمرکزتان را بر روی دروس بگذارید تا در نهایت بتوانید بهترین استفاده را ببرید و نتیجه دلخواهتان را بگیرید.