

کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۲/۱۳



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۸

آزمون اختصاصی - دفترچه ۱

ردیف	مواد امتحانی	تعداد سوال	از شماره	تا شماره	زمان پاسخ گویی
۱	ریاضیات	۴۰	۱	۴۰	۷۰ دقیقه

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پرمیوم

KONKOORPREMIUM

۱- با فرض $f(x) = \sqrt{x^2 - |x||x|} + 1$ ، مقدار $f'_+(1) - f'_-(0)$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{\sqrt{2}}$ (۳) $\frac{3}{2}$ (۴) $-\frac{1}{2}$

۲- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$ در $x=1$ محور عرض‌ها را در کدام نقطه قطع می‌کند؟

- (۱) $A(0, \frac{3}{8})$ (۲) $A(0, \frac{1}{2})$ (۳) $A(0, \frac{5}{16})$ (۴) $A(0, \frac{3}{16})$

۳- هرگاه $f(x) = \sqrt{\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}}$ باشد، مقدار $f'(13)$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{128}$ (۲) $\frac{\pi}{128}$ (۳) $\frac{\pi}{64}$ (۴) $-\frac{\pi}{64}$

۴- اگر $f(x) = 4x + 4\sqrt{x}$ و $g(x) = x^2 - \frac{4}{x} - 5$ باشد، مشتق تابع $y = (f \circ g)(\frac{4}{x})$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) 12 (۳) -18 (۴) 18

۵- اگر $f(\frac{2}{x}) = -x + \sqrt{x+3}$ و برای تابع مشتق‌پذیر g ، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x^2) - g(1)}{2x^2 - 3x + 1} = 6$ باشد، مقدار $(g \circ f)'(3)$ چه عددی است؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{3}{8}$

۶- اگر $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ و $g(x) = x^2 + ax + b$ در نقطه‌ای به طول $x = -1$ بر هم مماس باشند، مقدار مشتق $y = g \circ f'(x)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- (۱) -42 (۲) 42 (۳) -84 (۴) 84

۷- اگر $g'(x) = \frac{2}{x^3}$ و $f(\frac{2}{x}) = g(\sqrt{x})$ باشد، مقدار $f''(2)$ چه عددی است؟

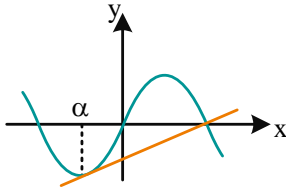
- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) 1 (۳) صفر (۴) $\frac{1}{2}$

۸- اگر $f(x) = \cos^3 x \sin x$ و $g(x) = \sin^3 x \cos x$ باشد، حاصل $f''(\frac{\pi}{16}) - g''(\frac{\pi}{16})$ چه عددی است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

محل انجام محاسبات

۹- $f(x) = 4x - x^3$ و خط مماس بر آن در شکل مقابل رسم شده است. مقدار α کدام است؟



- (۱) $-\frac{1}{2}$
 (۳) $-\frac{2}{3}$
 (۲) $-\frac{1}{2}$
 (۴) $-\frac{1}{3}$

۱۰- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{2x+1}{x+6}$ در بازه $[-\alpha, \alpha]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = -3$ است، مقدار α کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{6}$ (۲) $3\sqrt{3}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $4\sqrt{2}$

۱۱- مجموع طول نقاط بحرانی تابع $y = \frac{|x-2|}{x^2+6x}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

۱۲- بیشترین مقدار تابع $f(x) = 2\sqrt{x} - \sqrt{(x+a)^2}$ برابر صفر است. مقدار $[-\frac{2a}{3}]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

۱۳- درون کره‌ای به شعاع R ، استوانه‌ای با بیشترین حجم ممکن را محاط کرده‌ایم. اگر ارتفاع استوانه برابر ۴ باشد، R کدام است؟

- (۱) $2\sqrt{2}$ (۲) $3\sqrt{2}$ (۳) ۳ (۴) $2\sqrt{3}$

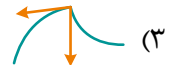
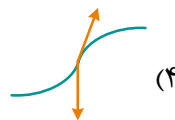
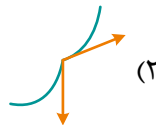
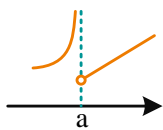
۱۴- کمترین فاصله نقاط منحنی $y = \sqrt{2x-13}$ از نیمساز ناحیه اول چقدر است؟

- (۱) $3\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $2\sqrt{3}$ (۴) $3\sqrt{3}$

۱۵- تابع $f(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2}$ در بازه $(a, 1)$ اکیداً یکنوا است. حداقل مقدار a و نوع یکنوایی چگونه است؟

- (۱) $a = -1$ و صعودی (۲) $a = -2$ و نزولی (۳) $a = -1$ و نزولی (۴) $a = -2$ و صعودی

۱۶- نمودار مشتق تابع پیوسته f به صورت مقابل است. نمودار f در همسایگی $x = a$ چگونه است؟

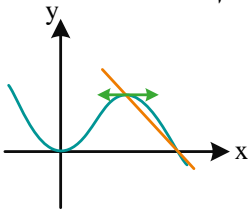


محل انجام محاسبات

۱۷- نقطه $A(2, |a|)$ نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b$ است. مقدار \max نسبی تابع $f(x)$ کدام است؟

- ۱۰ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

۱۸- در شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ و خط $2x + y = 3$ رسم شده است. مقدار b کدام است؟

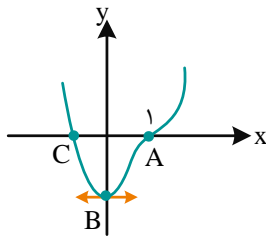


- ۲ (۱)
۲ (۲)
۳ (۳)
-۳ (۴)

۱۹- تابع $f(x) = |x|(x^2 - 4x + 5)$ در بازه (α, β) صعودی و دارای تقعر رو به پایین است. حداکثر $\beta - \alpha$ کدام است؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۲۰- نمودار تابع درجه چهارم f به صورت مقابل است. اگر مثلث ABC در رأس B قائمه باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟



- $-\frac{1}{3}$ (۱)
-۳ (۲)
 $-\sqrt{3}$ (۳)
 $-\frac{\sqrt{3}}{3}$ (۴)

۲۱- اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ و $|(\vec{a} - 3\vec{b}) \times (2\vec{a} + 5\vec{b})| = 11\sqrt{3}$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

- ۳۰° (۱) ۴۵° (۲) ۶۰° (۳) ۱۵۰° (۴)

۲۲- اگر $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = 2\vec{j} + 2\vec{k}$ و $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ باشد، طول تصویر قائم بردار \vec{c} روی صفحه xOz کدام است؟

- $\sqrt{7}$ (۱) $\sqrt{11}$ (۲) $\sqrt{17}$ (۳) $\sqrt{19}$ (۴)

۲۳- در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ و طول قطر کوچک $2\sqrt{6}$ ، مساحت چهارضلعی محدود به دو کانون و دو رأس غیرکانونی این بیضی کدام است؟

- $2\sqrt{3}$ (۱) $4\sqrt{3}$ (۲) $\frac{1}{8}\sqrt{6}$ (۳) $\frac{1}{2}\sqrt{6}$ (۴)

محل انجام محاسبات

۲۴- در سهمی $3x^2 + 2y - kx + k^2 = 1$ فاصله کانون تا خط هادی برابر کدام است؟

- (۱) $\frac{3}{2}$ (۲) $\frac{3}{4}$ (۳) $\frac{1}{3}$ (۴) $\frac{2}{3}$

۲۵- اگر $A(1, 2, 1)$ ، $B(3, 5, 2)$ و $C(7, 3, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، به طوری که \overline{AM} میانه و \overline{AH} ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، طول \overline{MH} کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $\sqrt{3}$ (۳) $\sqrt{6}$ (۴) ۳

۲۶- چند نقطه روی محور OY وجود دارد که فاصله اش از نقطه $A(1, 2, 1)$ به اندازه ۶ باشد؟

- (۱) هیچ (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی شمار

۲۷- اگر $|\vec{a}| = 2$ ، $|\vec{b}| = 1$ ، $|\vec{c}| = 4$ و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ (۳) -۲ (۴) ۲

۲۸- چهار نقطه $A(1, 2, m)$ ، $B(4, 2, 1)$ ، $C(2, 1, 1)$ و $D(0, 2, -1)$ واقع بر یک صفحه هستند. مقدار m کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) $\frac{1}{5}$ (۳) $-\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{1}{2}$

۲۹- خط $y = 3x + 2$ سهمی $y = x^2 + 2x$ را در نقاط A و B و خط $y = 3x + 1$ این سهمی را در نقاط A' و B' قطع می کند. معادله خط گذرنده از وسط پاره خط های AB و $A'B'$ کدام است؟

- (۱) $x = -\frac{1}{2}$ (۲) $x = -1$ (۳) $x = \frac{1}{2}$ (۴) $x = 1$

۳۰- اگر نقاط $F(9, -4)$ و $F'(-5, -4)$ کانون های بیضی گذرنده از نقطه $N(4, 8)$ باشند، طول وتر گذرنده از کانون که عمود بر محور کانونی است، کدام می باشد؟

- (۱) ۱۹ (۲) ۲۰ (۳) ۲۱ (۴) ۲۶

۳۱- چند مربع لاتین به شکل مقابل وجود دارد؟

۲			۴
	۲		
		۳	
			۳

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۸

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آنها وجود دارد؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۱ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

محل انجام محاسبات

۳۳- عدد احاطه‌گری مکمل گراف P_8 کدام است؟

- ۵ (۱) ۴ (۲) ۳ (۳) ۲ (۴)

۳۴- از میان ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک که همگی متمایز هستند به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک انتخاب کرد و در قفسه چید به طوری که دو کتاب فیزیک کنار هم قرار نگیرند؟

- ۴۳۲ (۱) ۲۸۸ (۲) ۸۶۴ (۳) ۲۱۶ (۴)

۳۵- به چند طریق می‌توان مجموعه $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b\}$ را به دو زیرمجموعه افراز کرد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

۳۶- به چند طریق می‌توان ۶ جایزه مختلف را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرطی که لااقل به یک نفر هیچ جایزه‌ای نرسد؟

- ۲۱۰ (۱) ۱۹۰ (۲) ۱۸۹ (۳) ۱۸۰ (۴)

۳۷- اگر معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ با شرط $x_i \geq k$ دارای ۲۱ دسته جواب طبیعی باشد، k کدام است؟

- ۶ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

۳۸- به چند طریق می‌توان ۴ سیب قرمز یکسان و ۵ پرتقال یکسان را بین ۳ نفر توزیع کرد؟

- ۲۱۰ (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۱۵ (۳) ۴۲۰ (۴)

۳۹- در یک گراف ۴- منتظم، اگر $\gamma(G) = 3$ باشد، حداکثر مرتبه گراف کدام است؟

- ۱۲ (۱) ۱۵ (۲) ۱۷ (۳) ۱۹ (۴)

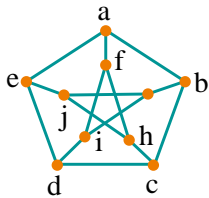
۴۰- در گراف مقابل، اختلاف بیشترین و کمترین تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمال کدام است؟

- ۱ (۱)

- ۲ (۲)

- ۳ (۳)

- ۴ (۴)



محل انجام محاسبات

کد کنترل

122

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۲/۱۳



آزمون الکترونیکی کنکوری های ریاضی - مرحله ۱۸

آزمون اختصاصی - دفترچه ۲

ملاحظات	زمان پاسخ گویی	تا شماره	از شماره	تعداد سوال	مواد امتحانی	ردیف
۶۵ سوال ۷۵ دقیقه	۴۵ دقیقه	۷۵	۴۱	۳۵	فیزیک	۱
	۳۰ دقیقه	۱۰۵	۷۶	۳۰	شیمی	۲

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هرگونه استفاده غیرقانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

کنکور پرمیوم

KONKOORPREMIUM

۴۱- در رابطه $A = \frac{m}{\mu_0 \epsilon_0}$ ، کمیت‌های m ، μ_0 و ϵ_0 به ترتیب جرم، تراوایی مغناطیسی خلأ و گذردهی الکتریکی خلأ هستند. یکای

کمیت A در SI، با یکای کدام یک از کمیت‌های زیر یکسان است؟

- (۱) انرژی (۲) تکانه (۳) نیرو (۴) شتاب

۴۲- شکل‌های زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک شنونده را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد. اگر بسامدی که شنونده در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌شنود به ترتیب f_1 ، f_2 و f_3 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟

چشمه	شنونده		(۱) $f_1 > f_2 > f_3$	(۲) $f_1 > f_3 > f_2$	(۳) $f_2 > f_1 > f_3$	(۴) $f_3 > f_1 > f_2$
•	•	(۱)				
•→	•	(۲)				
←•	•	(۳)				

۴۳- معادله نوسان چشمه یک موج در SI به صورت $x = 0.02 \cos(100\pi t)$ است. اگر تندی انتشار موج در محیط $50 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله هر دو قله متوالی موج چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

۴۴- یک نوسان‌ساز موج‌هایی دوره‌ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند. اگر کشش ریسمان را افزایش دهیم، بسامد و طول موج درون ریسمان به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ثابت - کاهش (۲) ثابت - افزایش (۳) کاهش - کاهش (۴) کاهش - افزایش

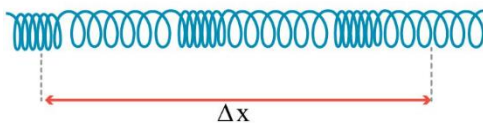
۴۵- طول آنتن یک گوشی تلفن همراه قدیمی معمولاً $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است. بسامد یک موج رادیویی که توسط تلفن‌های همراه قابل دریافت است $5 \times 10^8 \text{ Hz}$ است. طول آنتن تلفن همراه قدیمی چند سانتی‌متر باشد تا بتواند این موج را دریافت کند؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s})$$

- (۱) ۷/۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

۴۶- مطابق شکل زیر، یک موج طولی با بسامد 100 Hz در یک فنر کشیده شده در حال انتشار است. اگر تندی انتشار موج در فنر

$25 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله Δx چند سانتی‌متر است؟

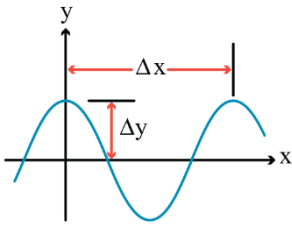


- (۱) ۷۵ (۲) ۶۲/۵ (۳) ۳۷/۵ (۴) ۱۲/۵

محل انجام محاسبات

۴۷- در نمودار جابه‌جایی - مکان موج عرضی شکل زیر که در طنابی آهنی با شعاع مقطع ۱mm منتشر می‌شود، $\Delta x = 320 \text{ cm}$ و $\Delta y = 15 \text{ cm}$ است. اگر بیشینه شتاب هر یک از ذرات محیط $\frac{21}{6} \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ باشد، نیروی کشش طناب تقریباً چند نیوتون است؟

$$(\rho_{\text{آهن}} = 8 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}, \pi \approx 3)$$



- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

۴۸- شخصی به انتهای میله باریک بلندی ضربه می‌زند. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است دو صدا با اختلاف زمانی ۰/۱۲s می‌شنود طول میله تقریباً چند متر است؟ (سرعت صوت در هوا و میله به ترتیب $340 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ و $5100 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.)

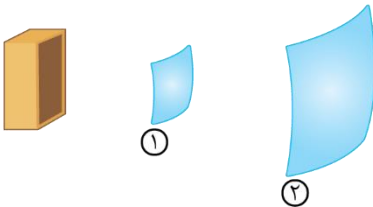
- ۳۰ (۴)
- ۵۲ (۳)
- ۲۲ (۲)
- ۴۴ (۱)

۴۹- اگر از یک چشمه صوتی ۴m دور شویم، تراز شدت صوت ۲۰ دسی‌بل کاهش می‌یابد. فاصله اولیه از این چشمه چند متر بوده است؟

- $\frac{4}{9}$ (۴)
- $\frac{1}{3}$ (۳)
- $\frac{2}{9}$ (۲)
- $\frac{1}{9}$ (۱)

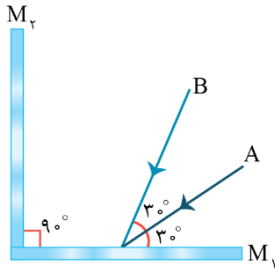
۵۰- مطابق شکل، دو صفحه (۱) و (۲) با مساحت‌های 10 cm^2 و 40 cm^2 در فاصله‌های 10 m و 30 m از یک چشمه صوت قرار دارند. انرژی صوتی که در هر دقیقه به صفحه (۲) می‌رسد، می‌رسد، کمتر از انرژی صوتی است که در هر دقیقه به صفحه (۱) می‌رسد. توان متوسط چشمه صوت چند وات است؟ ($\pi \approx 3$ و از جذب انرژی در محیط صرف نظر کنید.)

- ۲۱/۶ (۱)
- ۲۲/۴ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۱۸/۴ (۴)



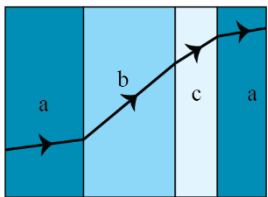
محل انجام محاسبات

۵۱- مطابق شکل، دو پرتوی نور تکفام به آینه M_1 می تابند و پس از بازتاب از آینه‌ها، از مجموعه خارج می‌شوند. زاویه بین دو پرتوی خارج شده چند درجه است؟



- (۱) ۳۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۹۰
- (۴) ۱۲۰

۵۲- شکل زیر، یک پرتوی موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با عبور از محیط اولیه a ، از طریق محیط‌های b و c به محیط a باز می‌گردد. اگر طول موج پرتو در این محیط‌ها را با λ_a ، λ_b و λ_c نشان دهیم، کدام مقایسه صحیح است؟



- (۱) $\lambda_a > \lambda_b > \lambda_c$
- (۲) $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_c$
- (۳) $\lambda_b > \lambda_a > \lambda_c$
- (۴) $\lambda_b > \lambda_c > \lambda_a$

۵۳- دانش آموزی بین دو صخره قائم بلند ایستاده است و فاصله او تا صخره دورتر 400m است. دانش آموز فریاد می‌زند. اگر فاصله زمانی شنیدن اولین و دومین پژواک صدایش 2s باشد، فاصله میان دو صخره چند متر است؟ ($\frac{330\text{m}}{\text{s}}$ = تندی صوت)

- (۱) ۴۸۰
- (۲) ۵۶۰
- (۳) ۸۸۰
- (۴) ۷۲۰

۵۴- نور مسافت d را در محیط شفاف (۱) در مدت زمان t و همین مسافت را در محیط شفاف (۲) در مدت زمان $\frac{4}{3}t$ طی می‌کند. سرعت نور در محیط (۲) چند درصد از محیط (۱) کمتر است و اگر نور با زاویه تابش 53° از محیط (۱) وارد محیط (۲) شود، چند درجه از راستای اولیه‌اش منحرف می‌شود؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$, $\sin 53^\circ = 0/8$, $\sin 30^\circ = 0/5$)

- (۱) 16° و 20%
- (۲) 23° و 20%
- (۳) 16° و 25%
- (۴) 23° و 25%

۵۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- الف: با افزایش دما، چگالی هوا کاهش می‌یابد که این سبب افزایش ضریب شکست هوا می‌شود.
- ب: علت تجزیه نور سفید خورشید به رنگ‌های مختلف هنگام عبور از منشور آن است که ضریب شکست شیشه به طول موج نور بستگی دارد.
- ج: عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است.
- د: اگر باریکه‌ی نوری متشکل از دو پرتوی قرمز و آبی از هوا با زاویه تابش 45° بر سطح تیغه تختی از کوارتز بتابد، زاویه شکست برای پرتو آبی از زاویه شکست برای پرتو قرمز بیشتر است.

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

محل انجام محاسبات

۵۶- یک چشمه نور با توان $24W$ فوتون‌هایی با طول موج $310nm$ گسیل می‌کند. در هر دقیقه چند فوتون از این چشمه گسیل می‌شود؟ ($hc = 1240 eV \cdot nm$)

- (۱) $4/5 \times 10^{21}$ (۲) $2/25 \times 10^{21}$ (۳) $4/5 \times 10^{19}$ (۴) $2/25 \times 10^{19}$

۵۷- کمترین بسامد نور مرئی گسیل شده توسط اتم هیدروژن چند برابر بیشترین بسامد نور مرئی گسیل شده توسط آن است؟

- (۱) $\frac{5}{9}$ (۲) $\frac{5}{8}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{7}{9}$

۵۸- در اتم هیدروژن اگر الکترون از تراز $n=2$ به تراز $n=1$ برود، انرژی فوتون آزاد شده چند الکترون-ولت است؟

($E_R = 13/6 eV$)

- (۱) $13/6$ (۲) $3/4$ (۳) $11/2$ (۴) $10/2$

۵۹- بسامد قطع یک فلز برابر $6 \times 10^{14} Hz$ است. چه تعداد از فوتون‌های زیر می‌توانند باعث جدا شدن فوتوالکترون از این فلز شوند؟

($c = 3 \times 10^8 \frac{m}{s}$, $R \approx 10(\mu m)^{-1}$)

الف: فوتون مربوط به خط دوم رشته بالمر ($n'=2$)

ب: فوتون مربوط به خط اول رشته پاشن ($n'=3$)

ج: فوتون با طول موج $300nm$

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

۶۰- چه تعداد از عبارات‌های زیر صحیح است؟

الف: آزمایش نشان می‌دهد در پدیده فلوئورسانسی طول موج‌های گسیل‌یافته معمولاً برابر همان طول موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

ب: تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

ج: وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند.

د: در گسیل القایی، فوتون‌های گسیل شده، هم‌فاز، هم‌بسامد و هم‌جهت است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۱- اگر c, h و R به ترتیب تندی نور در خلأ، ثابت پلانک و ثابت ریذبرگ باشند، انرژی یک الکترون در اولین تراز برانگیخته اتم هیدروژن کدام است؟

- (۱) $-hcR$ (۲) $-\frac{hcR}{4}$ (۳) $-\frac{R}{hc}$ (۴) $-\frac{R}{4hc}$

۶۲- الکترون اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. چند ژول انرژی به این الکترون بدهیم تا شعاع مدار آن ۴ برابر شود؟

($e = 1/6 \times 10^{-19} C$, $E_R = 13/6 eV$)

- (۱) $1/632 \times 10^{-19}$ (۲) $1/632 \times 10^{-18}$ (۳) $3/264 \times 10^{-18}$ (۴) $3/264 \times 10^{-19}$

محل انجام محاسبات

۶۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف: نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌ای کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

ب: نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است.

ج: هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 92$) متعلق به اورانیوم می‌باشد.

د: هرگاه کاستی جرم هسته را در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته به دست می‌آید.

ه: نوکلئون‌های درون هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

۶۴- در واکنش هسته‌ای ${}^{235}_{92}\text{U} + {}^1_0\text{n} \rightarrow {}^{138}_{56}\text{Ba} + {}^A_{Z}\text{Kr} + 3{}^1_0\text{n}$ ، بار الکتریکی هسته Kr چند کولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

- (۱) $5/76 \times 10^{-18}$ (۲) $5/6 \times 10^{-18}$ (۳) $5/44 \times 10^{-18}$ (۴) $5/28 \times 10^{-18}$

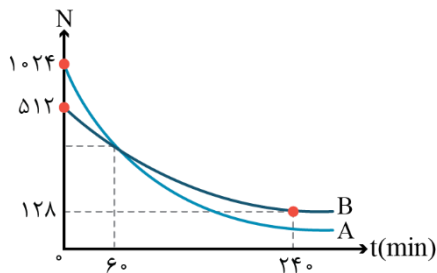
۶۵- پس از چند فرآیند واپاشی، عنصر ${}^{237}_{93}\text{Np}$ با گسیل ۷ ذره آلفا و ۴ ذره بتا (β^-) به ${}^A_Z\text{X}$ تبدیل می‌شود، Z و A از راست به چپ کدامند؟

- (۱) ۹۳، ۲۰۹ (۲) ۸۳، ۲۰۹ (۳) ۹۳، ۲۱۳ (۴) ۸۳، ۲۱۳

۶۶- پس از یک ماه (۳۰ روزه)، جرم واپاشی شده یک ماده رادیواکتیو ۶۳ برابر جرم باقی‌مانده آن است. نیمه‌عمر این ماده چند روز است؟

- (۱) ۵ (۲) ۶ (۳) ۷/۵ (۴) ۱۰

۶۷- نمودار تعداد هسته‌های فعال دو ماده پرتوزا بر حسب زمان مطابق شکل است. در بازه زمانی $t_1 = 240 \text{ min}$ تا $t_2 = 420 \text{ min}$ ، تعداد هسته‌های A که دچار واپاشی شده‌اند، تا تا از تعداد هسته‌های B است که دچار واپاشی شده‌اند.



(۱) ۴۰، کمتر

(۲) ۴۰، بیشتر

(۳) ۵۶، کمتر

(۴) ۵۶، بیشتر

۶۸- تار مرتعش دو انتها بسته‌ای با بسامد 800 Hz ارتعاش می‌کند و در طول آن، ۵ گره تشکیل می‌شود. اگر تندی انتشار موج در تار

$160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، طول تار چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۵۰ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۲۰

۶۹- آزمایش یانگ را با نور بنفش با طول موج $4/0$ میکرون انجام داده‌ایم و پهنای هر نوار روشن $6/0$ میلی‌متر شده است. اگر آزمایش را در همان شرایط با نور قرمز با طول موج $7/0$ میکرون انجام دهیم، پهنای هر نوار روشن چند میلی‌متر می‌شود؟

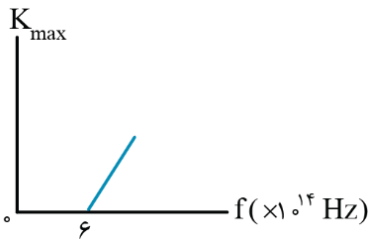
- (۱) ۱/۰۵ (۲) $\frac{6}{175}$ (۳) $\frac{60}{175}$ (۴) $0/6$

محل انجام محاسبات

۷۰- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور تابیده شده را m برابر می‌کنیم، در نتیجه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها n برابر می‌شود. کدام مقایسه صحیح است؟ ($m > 1$)

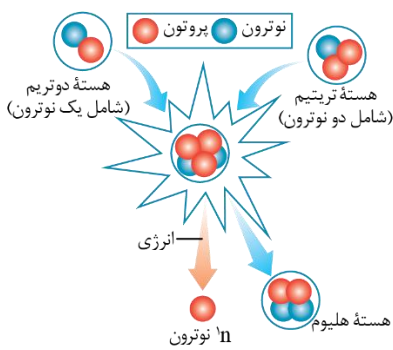
- (۱) $m = n$ (۲) $m > n$ (۳) $m < n$ (۴) $m \geq n$

۷۱- در آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها بر حسب بسامد نور فرودی بر یک فلز، مطابق شکل



است. کدام گزینه درباره این فلز درست است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

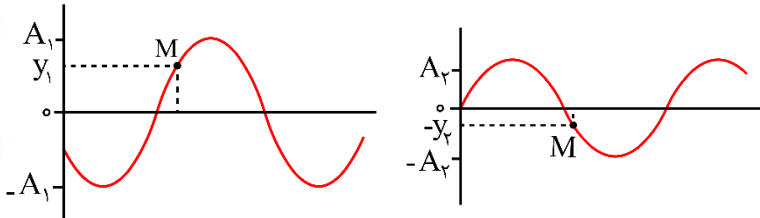
- (۱) تابع کار این فلز $3/2 \text{ eV}$ است.
 (۲) اگر نور زرد با طول موج $6 \mu\text{m}$ به این فلز بتابد، فوتوالکتریک رخ می‌دهد.
 (۳) اگر نوری با بسامد 800 THz به این فلز بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترون‌ها $0/8 \text{ eV}$ می‌شود.
 (۴) طول موج آستانه این فلز 400 nm است.



۷۲- شکل زیر چه واکنش هسته‌ای را نشان می‌دهد و معادله واکنش کدام است؟

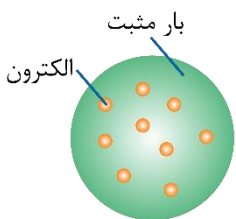
- (۱) ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - گداخت هسته‌ای
 (۲) ${}^1_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - گداخت هسته‌ای
 (۳) ${}^2_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - شکافت هسته‌ای
 (۴) ${}^1_1\text{H} + {}^3_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - شکافت هسته‌ای

۷۳- شکل‌های زیر نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج را در لحظه معینی نشان می‌دهد. جابه‌جایی بر این نقطه M در این لحظه چقدر است و در این لحظه، نوع تداخل در این نقطه چگونه است؟



- (۱) $y_1 - y_2$ ، سازنده
 (۲) $y_1 + y_2$ ، سازنده
 (۳) $y_1 - y_2$ ، ویرانگر
 (۴) $y_1 + y_2$ ، ویرانگر

۷۴- شکل زیر، کدام مدل اتمی را نشان می‌دهد و آزمایش‌های انجام شده توسط چه کسی، باعث کنار گذاشته شدن این مدل شد؟



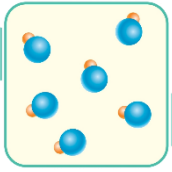
- (۱) کیک کشمش - تامسون
 (۲) کیک کشمش - رادرفورد
 (۳) اتم هسته‌دار - تامسون
 (۴) اتم هسته‌دار - رادرفورد

۷۵- کدام یک از موارد زیر به عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای مورد استفاده قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) سرب (۲) آب سنگین (۳) آب معمولی (۴) گرافیت

محل انجام محاسبات

۷۶- تصویر مقابل، نمایی از یک نمونه ماده را نشان می‌دهد. در رابطه با این ماده، کدام یک از مطالب زیر به یقین درست است؟



- ۱) گشتاور دوقطبی این ماده در مقایسه با اتین بزرگ‌تر است.
- ۲) اتمی از این مولکول با شعاع بزرگ‌تر، بار جزئی منفی خواهد داشت.
- ۳) برای توصیف این ماده، همانند سیلیسیم کربید، می‌توان از واژه جرم مولکولی استفاده کرد.
- ۴) یک نمونه از این ماده، در مقایسه با هر ماده‌ای که $\mu = 0$ داشته باشد، دمای جوش بالاتری دارد.

۷۷- در رابطه با ماده‌ای که در حالت مذاب نارسا بوده و در حالت جامد نیز درجه سختی بسیار بالایی دارد، کدام موارد از عبارات زیر درست هستند؟

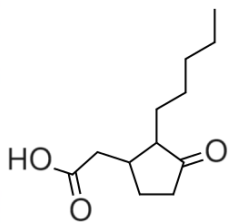
- آ: این ماده در حالت جامد، می‌تواند در دسته رساناهای الکترونی قرار بگیرد.
 ب: شعاع همه ذرات موجود در ساختار بلوری این ماده، قطعا برابر با یکدیگر خواهد بود.
 پ: اتم‌هایی از عناصر موجود در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، قطعا در ساختار این ماده یافت می‌شوند.
 ت: دمای ذوب یک نمونه از این ماده، به یقین از دمای ذوب یک نمونه هیدروژن سولفید بیشتر است.
- ۱) آ و ب ۲) ب و پ ۳) پ و ت ۴) آ و ت

۷۸- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول مقابل نادرست است؟ (نماد عناصر به صورت فرضی داده شده است.)

گروه \ تناوب	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲	A			D	G
۳		E		J	K

- ۱) آنتالپی فروپاشی ترکیب A_2G بیشتر از ترکیب A_2K است.
- ۲) اتم‌های D ، یون تک‌اتمی ایجاد نکرده و در ترکیب‌های یونی یافت نمی‌شوند.
- ۳) برای توجیه برخی از خواص فیزیکی عنصر E ، از مدل دریای الکترونی استفاده می‌شود.
- ۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر J ، با شمار این الکترون‌ها در هر اتم تیتانیوم برابر است.

۷۹- چه تعداد از عبارات زیر در رابطه با ترکیب مقابل درست است؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)



- آ: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در این ماده، 0.75 برابر شمار این الکترون‌ها در اوره است.
 ب: درصد جرمی کربن در ساختار این ترکیب آلی، 6 برابر درصد جرمی هیدروژن در آن است.
 پ: در ساختار این ماده، همانند کلسترول، یک حلقه پنج‌ضلعی کربنی مشاهده می‌شود.
 ت: در ساختار مولکولی این ماده، 13 پیوند یگانه کربن-کربن دیده می‌شود.
 ث: ذرات این ماده با اتانول وارد واکنش شده و یک استر را ایجاد می‌کنند.
- ۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

۸۰- با زدن جرقه در مخلوطی از بخار پنتان و گاز اکسیژن، کل گاز اکسیژن در واکنش سوختن کامل مصرف شده و 50% از مقدار اولیه پنتان در ظرف واکنش باقی می‌ماند. درصد جرمی گاز اکسیژن در مخلوط گازی اولیه چقدر بوده است؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

- ۱) ۷۲ ۲) ۸۰ ۳) ۴۸ ۴) ۶۴

۸۱- کدام یک از عبارات زیر در مورد فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین نادرست است؟

- ۱) مولکول‌های سازنده این عنصر، به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌ها در فرایند اکسایش گلوکز در بدن مصرف می‌شوند.
- ۲) مولکول‌هایی که در آن‌ها اتم هیدروژن به اتم این عنصر متصل است، با متانول پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.
- ۳) می‌تواند در ساختار جامدهای کووالانسی، مولکولی و یونی به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب آرگون برسد.
- ۴) با حل کردن ترکیب‌های گوگرد در آب، غلظت یون هیدروکسید در محلول کاهش پیدا می‌کند.

محل انجام محاسبات

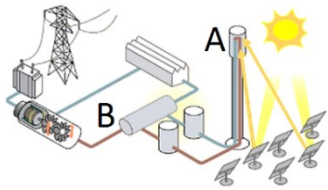
۸۲- در سلول استفاده شده برای انجام فرایند هال، نمونه‌ای از گاز کربن دی‌اکسید تولید شده که تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن و کربن موجود در آن برابر با ۳۰۰ است. در ساختار دریای الکترونی موجود در آلومینیم تولید شده، چند الکترون وجود دارد؟
($Al = 27$ و $O = 16$ و $C = 12 : g.mol^{-1}$)

- (۱) $1/204 \times 10^{25}$ (۲) $2/408 \times 10^{25}$ (۳) $1/806 \times 10^{25}$ (۴) $3/612 \times 10^{25}$

۸۳- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار یون سیلیکات، با شمار این الکترون‌ها در ساختار کدام یک از گونه‌های زیر متفاوت است؟

- (۱) ویتامین (ث) (۲) یون سولفات (۳) کربن تترابرمید (۴) یون نیتрат

۸۴- با توجه به شکل مقابل که فناوری تولید انرژی الکتریکی با استفاده از نور خورشید را نمایش می‌دهد، کدام یک از عبارات‌های داده شده درست است؟



- (۱) گرمای حاصل از ماده A، حالت فیزیکی B را طی یک فرآیند شیمیایی تغییر می‌دهد.
(۲) شارهای که توربین را به حرکت در می‌آورد، نقطه ذوب بیشتری نسبت به گرافیت دیگر دارد.
(۳) در صورت ورود شاره موجود در قسمت A به سلول برقکافت، در مجاورت با کاتد سلول برقکافت، نوعی فلز تولید می‌شود.
(۴) ماده موجود در محفظه B، دارای ذرات ناقطبی بوده و نسبت به شاره دیگر در گستره دمایی کوچک‌تری حالت مایع دارد.

۸۵- تفاوت انرژی شبکه بلور (آنتالپی فروپاشی) کدام دو ترکیب، بیشتر است؟

- (۱) LiF و KF (۲) $LiCl$ و KCl (۳) $NaBr$ و KBr (۴) NaF و $LiCl$

۸۶- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- (۱) عناصری با عدد اتمی ۳۱ و ۲۱، رسانای جریان گرما و الکتریسیته بوده و خاصیت چکش‌خواری و قابلیت ورقه شدن دارند.
(۲) در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم‌های سازنده عناصر موجود در ساختار نیتینول، شمار الکترون‌های برابری وجود دارد.
(۳) درصد جرمی مس در نمونه‌ای از مس (I) اکسید، بیشتر از درصد جرمی اتم‌های این عنصر در مس (II) اکسید است.
(۴) دوده، از جمله رنگدانه‌های آلی است که به رنگ سیاه دیده شده و همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

۸۷- محلولی از منیزیم کلرید با درصد جرمی ۱۱/۹٪ و چگالی $1/25 g.mL^{-1}$ در اختیار داریم. آب موجود در ۰/۸ لیتر از این محلول، بر اثر تجزیه چند مول هیدروژن پراکسید بدست آمده و در واکنش تولید نمک موجود در این محلول، چند الکترون بین گونه‌ها

مبادله می‌شود؟ ($Cl = 35/5$ و $Mg = 24$ و $O = 16$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

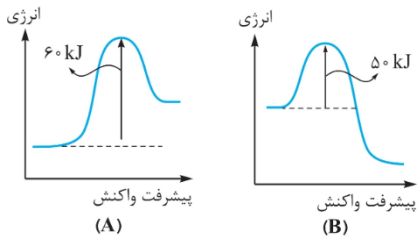
- (۱) $2/408 \times 10^{24} - 42/5$ (۲) $2/408 \times 10^{24} - 54/5$
(۳) $1/204 \times 10^{24} - 42/5$ (۴) $1/204 \times 10^{24} - 54/5$

۸۸- اگر جرم اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه‌هایی از سیلیس و کربونیل سولفید با هم برابر باشد، جرم نمونه سیلیس چند برابر جرم نمونه کربونیل سولفید بوده و دمای جوش کدام ماده در مقایسه با ماده دیگر بیشتر است؟

($S = 32$ و $Si = 28$ و $O = 16$ و $C = 12 : g.mol^{-1}$)

- (۱) ۰/۷۵ - کربونیل سولفید
(۲) ۰/۷۵ - سیلیس
(۳) ۰/۵ - کربونیل سولفید
(۴) ۰/۵ - سیلیس

محل انجام محاسبات

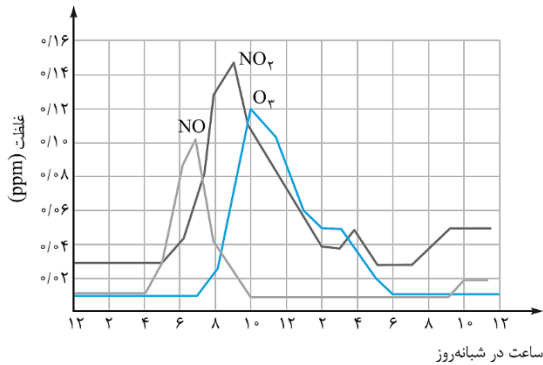


۸۹- با توجه به نمودارهای داده شده، کدام یک از مطالب زیر درست است؟
 (۱) تغییر آنتالپی واکنش A می تواند برابر با ۹۰ کیلوژول باشد.
 (۲) در شرایط یکسان، واکنش A سریع تر از واکنش B انجام می شود.
 (۳) با افزایش دما، سرعت واکنش A برخلاف واکنش B افزایش می یابد.
 (۴) فراورده های حاصل از واکنش B نسبت به واکنش دهنده ها پایدارترند.

۹۰- اگر تعادل $N_2(g) + 2O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g), \Delta H = -110 kJ$ در یک محفظه دربسته برقرار باشد، با واکنش در جهت جابه جا شده و در تعادل جدیدی که برقرار می شود، در مقایسه با تعادل اولیه خواهد بود.

- (۱) افزایش حجم ظرف - برگشت - غلظت گازهای نیتروژن و اکسیژن - بیشتر
- (۲) خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف - برگشت - مقدار گاز نیتروژن - بیشتر
- (۳) کاهش دمای ظرف واکنش - رفت - فشار محتویات ظرف واکنش - بیشتر
- (۴) افزودن مقداری گاز نیتروژن به ظرف - رفت - مقدار گاز نیتروژن - کمتر

۹۱- با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد از عبارات داده شده نادرست هستند؟ ($O = 16$ و $N = 14 : g.mol^{-1}$)



آ: در ساعت ۷ صبح، شمار مولکول های نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از نیتروژن دی اکسید خواهد بود.
 ب: در بازه زمانی ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با گاز اوزون بیشتر است.
 پ: در طول شب، مجموع غلظت گونه های رادیکال در هوای شهر بیشتر از غلظت گاز اوزون در آن است.
 ت: در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۹۲- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- (۱) از طیف سنجی فروسرخ برای شناسایی برخی از آلاینده های موجود در هواکره استفاده می شود.
- (۲) امواج رادیویی نوعی پرتو الکترومغناطیسی بوده و برخلاف پرتوهای فروسرخ، برهمکنشی با مولکول ها نخواهند داشت.
- (۳) اگر در یک اتاق تاریک، امواجی با طول موج $400 nm$ را به یک جسم سفید بتابانیم، جسم به رنگ بنفش دیده می شود.
- (۴) طیف سنجی در دستگاه MRI کاربرد داشته و برای خنک کردن قطعات این دستگاه، از نوعی گاز نجیب استفاده می شود.

۹۳- در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی در یک خودرو، مقدار گاز NO خارج شده از اگزوز به ازای طی یک کیلومتر از $1/0.4$ به $0.1/0.4$ گرم می رسد. اگر سرعت تولید گاز نیتروژن در مبدل کاتالیستی این خودرو در شرایط STP برابر با 0.336 لیتر بر دقیقه باشد، سرعت این خودرو چند کیلومتر در ساعت است؟ ($O = 16$ و $N = 14 : g.mol^{-1}$)

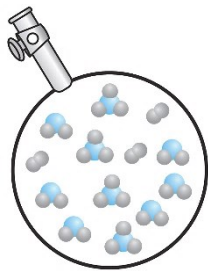
- ۴۲ (۱) ۲۷ (۲) ۸۴ (۳) ۵۴ (۴)

۹۴- چه تعداد از عبارات زیر درست هستند؟

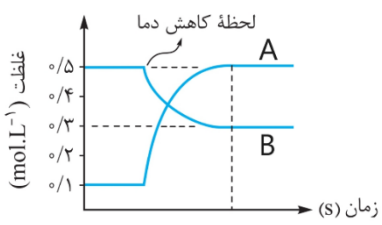
- آ: اتم نیتروژن، در ساختار پروتئین ها یافت شده و گیاهان، این عنصر ضروری برای رشد خود را از خاک جذب می کنند.
- ب: با کاهش حجم ظرف واکنش در فرایند هابر، سرعت انجام واکنش های رفت و برگشت به طور همزمان افزایش می یابد.
- پ: در شرایط بهینه برای انجام شدن فرایند هابر، 28% جرمی از مخلوط واکنش را گاز آمونیاک تشکیل می دهد.
- ت: در فناوری تولید آمونیاک به روش هابر، دمای سردکننده باید کمی کمتر از نقطه جوش گاز آمونیاک باشد.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

محل انجام محاسبات



- ۹۵- تصویر مقابل، برقراری تعادل $2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g)$ در یک ظرف سر بسته و با حضور $0/8$ مول واکنش دهنده را نشان می دهد. در رابطه با این فرایند، کدام یک از مطالب زیر درست است؟
 (۱) واکنش مورد نظر با استفاده از $1/4$ مول گاز گوگرد تری اکسید آغاز شده است.
 (۲) ثابت تعادل این واکنش، همانند فرایند یونش HCl در آب، به یقین بزرگ تر از یک است.
 (۳) پس از افزودن مقداری گاز اکسیژن به ظرف واکنش، فشار گازها در این ظرف به مرور کاهش می یابد.
 (۴) در حالت تعادل، مولکول های گوگرد تری اکسید دیگر تجزیه نشده و فرآورده ها را تولید نمی کنند.



- ۹۶- نمودار مقابل، روند جابه جایی تعادل مربوط به تبدیل مقداری ماده A به ماده B بر اثر تغییر دما را نشان می دهد. طی این فرایند، ثابت تعادل واکنش مورد نظر چند برابر شده است؟
 (۱) $0/24$
 (۲) $0/48$
 (۳) $0/24$
 (۴) $0/48$

- ۹۷- مقدار 800 گرم گاز گوگرد تری اکسید را در یک ظرف سر بسته 5 لیتری وارد کرده و گرم می کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. در هنگام تعادل، چند مول گاز قطبی در ظرف وجود دارد؟ ($O = 16$ و $S = 32$)
 $2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g), K = 0/5 \text{ mol.L}^{-1}$
 (۱) $7/5$ (۲) 5 (۳) 6 (۴) 3

- ۹۸- در رابطه با مولکول پارازیلین، کدام عبارت درست است؟

- (۱) نسبت شمار کربن به هیدروژن در آن مشابه استون است.
 (۲) دارای 2 گروه متیل بوده و برخلاف استیرن، یک ماده آروماتیک است.
 (۳) دارای 5 پیوند دوگانه بوده و برخلاف اتانول، در نفت خام یافت می شود.
 (۴) شمار اتم های هیدروژن متصل به اتم کربن در ساختار آن، $2/5$ برابر شمار این اتمها در اتیلن گلیکول است.

- ۹۹- مقداری گاز هیدروژن یدید به جرم 32 گرم را وارد یک ظرف سر بسته 3 لیتری می کنیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل 60 درصد از حجم مخلوط تعادلی گاز هیدروژن یدید باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش در دمای مورد نظر کدام است؟ ($H = 1$ و $I = 127$)
 $2HI(g) \rightleftharpoons H_2(g) + I_2(g)$

- (۱) $1/3$ (۲) $1/5$ (۳) $1/9$ (۴) $1/15$

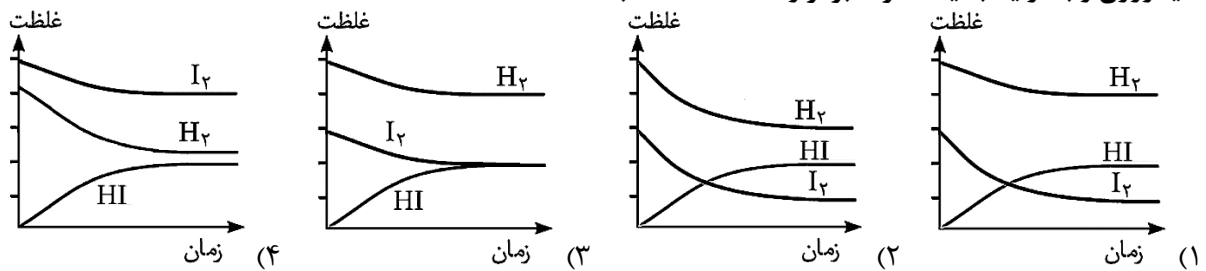
- ۱۰۰- کدام موارد از عبارت های زیر درست هستند؟

- آ: از تغییر فشار، می توان برای افزایش پیشرفت تعادل $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ استفاده کرد.
 ب: افزایش فشار گازها، باعث کاهش درصد پیشرفت واکنش تعادلی تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون می شود.
 پ: در سیلندر مجهز به پیستون روان، با افزایش فشار روی پیستون می توان حجم سامانه را در دمای ثابت کاهش داد.
 ت: با افزودن مقداری آب به تعادل $2Br^-(aq) + Cl_2(aq) \rightleftharpoons Br_2(aq) + 2Cl^-(aq)$ ، رنگ محلول قرمز تر می شود.
 (۱) آ و پ (۲) آ و ت (۳) ب و پ (۴) ب و ت

- ۱۰۱- تعادل شیمیایی $N_2(g) + O_2(g) \rightleftharpoons 2NO(g)$ را با وارد کردن حجم های برابر از گازهای N_2 و O_2 به یک ظرف دربسته آغاز می کنیم. اگر درصد پیشرفت این واکنش تا لحظه برقراری تعادل برابر با 80% باشد، مقدار ثابت تعادل آن چقدر می شود؟
 (۱) 36 (۲) 9 (۳) 64 (۴) 16

محل انجام محاسبات

۱۰۲- کدام یک از نمودارهای زیر را می توان به فرایند برقراری تعادل $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ که با ورود مقداری از گاز هیدروژن و بخار ید به یک ظرف برقرار شده است، نسبت داد؟



۱۰۳- کدام یک از مطالب داده شده درست است؟

- ۱) فناوری را می توان به کار بردن دانش برای حل یک مسئله در صنعت یا برای رسیدن به هدفی خاص دانست.
 - ۲) معادن مس، طلا و مرمر، از جمله منابع شیمیایی ارزشمندی هستند که به طور یکسان در جهان توزیع شده اند.
 - ۳) تعداد کمی از کشورها، منابع طبیعی خود از جمله نفت را بدون فراوری و طی فرایند خام فروشی به فروش می رسانند.
 - ۴) با افزایش تنوع فراورده های تولید شده در یک واکنش شیمیایی، صرفه انجام آن واکنش از دیدگاه اتمی افزایش می یابد.
- ۱۰۴- برای اکسایش $127/2$ گرم پارازیلین با خلوص 75% و تبدیل آن به ترفتالیک اسید، چند میلی لیتر محلول $2/5$ مولار پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) نیاز است و بر اثر واکنش فراورده آلی حاصل با مقدار کافی اتانول، چند گرم دی استر تولید خواهد شد؟
($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1$: $g \cdot mol^{-1}$)

(۱) $199/8 - 1080$ (۲) $266/4 - 1080$ (۳) $199/8 - 1440$ (۴) $266/4 - 1440$

۱۰۵- چه تعداد از عبارتهای زیر در رابطه با فراورده حاصل از واکنش گاز کربن مونوکسید با گاز هیدروژن، درست هستند؟
 آ: شمار جفت الکترونهای ناپیوندی در این ماده، با شمار این الکترونها در کلروفرم برابر است.
 ب: این ماده، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی توان یک محلول سیر شده از آن را ایجاد کرد.
 پ: با انجام فرایندهای شیمیایی روی این ماده، می توان نوعی ترکیب آلدهیدی بدست آورد.
 ت: شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این ماده، نصف شمار این پیوندها در پروپان است.
 ث: از واکنش این ماده با دی متیل آمین، می توان نوعی ترکیب آمیدی را تهیه کرد.

(۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴) ۵

محل انجام محاسبات

بودجه بندی آزمون مرحله ۱۹ دوازدهم ریاضی

۲۷ اردیبهشت

جامع دوازدهم



گسسته

هندسه

حسابان

آمار و احتمال

دوازدهم

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم +
پایه مرتبط

-

جامع کل کتاب
(آمادگی نهایی)

-

جامع کل کتاب
(آمادگی نهایی)

-

جامع کل کتاب
(آمادگی نهایی)

شیمی

فیزیک

پایه

دوازدهم

پایه

دوازدهم

-

جامع کل کتاب
(آمادگی نهایی)

-

جامع کل کتاب
(آمادگی نهایی)



کد کنترل

121

A



پنجشنبه

۱۴۰۳/۰۲/۱۳



پاسخنامه آزمون الکترونیکی کنکوری‌های ریاضی - مرحله ۱۸

ویراستاران	طراحان	مسئول درس	درس
مهرداد اسپیدکار - حمیدرضا ولی پور رضا قانع	حسین شفیع زاده - مهرداد کیوان علیرضا شریف خطیبی	محدثه شیخعلی	ریاضیات
پویا هدایتی گودرزی - نرجس تیمناک امیر هوشنگ کیانی - علیرضا ملک حسینی	کامران ابراهیمی - سجاد صادقی زاده	سجاد صادقی زاده	فیزیک
فرهنگ امیری - سجاد سیف‌اللهی محمد داوودآبادی فراهانی - عالیہ میرزایی	فرشاد هادیان فرد - محمد کهنه‌پوشی علی ترابی	فرشاد هادیان فرد	شیمی
مدیر آزمون: رسول خنجری			

حق چاپ و تکثیر سوالات به هر روش (الکترونیکی و...) پس از برگزاری آزمون برای تمامی اشخاص حقیقی و حقوقی تنها با مجوز «گروه ماز» مجاز می‌باشد و با متخلفین برابر مقررات رفتار می‌شود.

به دلیل عدم رضایت تیم ماز، هر گونه استفاده غیر قانونی از دفترچه سوالات و پاسخنامه ماز برای تمامی اشخاص، شرعاً حرام است.

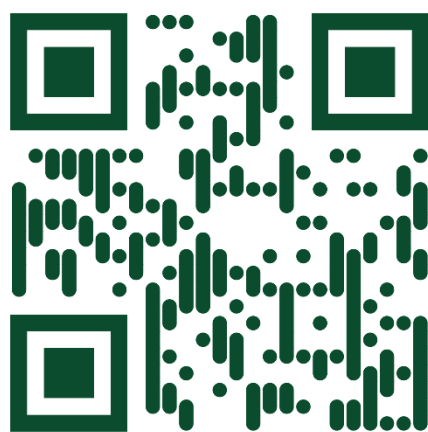
کنکور پرمیوم

KONKOORPREMIUM



دوست مازی من، سلام!

برای اینکه ما نظرت رو در رابطه با آزمون بدونیم نیاز هست که در نظرسنجی شرکت کنی.
برای شرکت در نظرسنجی فقط کافیست روی لینک زیر بزنی یا QR کد زیر رو اسکن کنی تا صفحه
نظرسنجی برات باز بشه!
ممنون که نظرت رو به ما میگی و بهمون برای بهتر شدن آزمون‌ها کمک می‌کنی (:



<https://B2n.ir/z92571>

مازی‌ها! میدونین که جلوی هر سوال ما براتون ویژگی و آدرس اون سوال رو میذاریم، حالا
واسه اینکه کامل یادش بگیرید میخوام براتون بگم که چجوری اینا رو براتون چیدیم:

(سطح سوال - سبک سوال - آدرس سوال)
آسان - متوسط - سخت مفهومی - مساله و ... مثلا: ۱۱۰ یعنی فصل ۱ پایه یازدهم

در کنکور سراسری هر سال بیش از یک میلیون نفر شرکت کرده و برای به دست آوردن صندلی دانشگاه‌های برتر با هم رقابت می‌کنند.

یکی از وظایف کنکور، متمایز کردن این افراد از هم می‌باشد. متمایز کردن به این معناست که کنکور باید طوری طراحی شود که تا جای ممکن، دو نفر از داوطلبان رتبه یکسانی کسب نکنند. همین ماجرا باعث می‌شود که طراحان کنکور سراسری مجبور شوند هر سال سؤالات خود را از سال گذشته سخت‌تر طراحی کنند. به همین دلیل هست که هر سال شاهد نوآوری‌های جدیدی در کنکور هستیم.

یکی از ویژگی‌های ثابت کنکور در سالیان اخیر، سخت شدن یک دفعه‌ای بعضی درس‌هاست. به این معنی که در هر سال به صورت تصادفی، تعدادی از دروس سخت‌تر از حد معمول طراحی می‌شوند.

ما در آزمون‌های ماز نیز تا کنکور همین کار را خواهیم کرد و روند طراحی سؤالات ما دقیقاً به همین صورت خواهد بود. در هر آزمون به صورت تصادفی چند درس سخت‌تر از حد معمول طراحی خواهند شد تا بتوانیم شما را به چالش بکشیم و کنکور را دقیق‌تر از هر جای دیگری، برای شما شبیه‌سازی کنیم.

در این آزمون درس **ریاضی** سخت‌تر طراحی شد.

۱- با فرض $f(x) = \sqrt{x^3 - |x|[x] + 1}$ ، مقدار $f'_+(1) - f'_-(0)$ چه عددی است؟

- ۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{3}{2}$ ۴) $-\frac{1}{2}$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

مشتق تابع $y = \sqrt{u}$

اگر u تابعی مشتق پذیر بر حسب x باشد، آن گاه: $y = \sqrt{u} \Rightarrow y' = \frac{u'}{2\sqrt{u}}$

مشتق گیری از توابع جزء صحیح:

برای محاسبه مشتق تابع در $x = a$ بهترین و کم خطرترین روش، استفاده از تعریف مشتق است.

اگر تابع در $x = a$ پیوسته باشد، مقدار برکت را هنگامی که $x \rightarrow a^+$ و $x \rightarrow a^-$ محاسبه و در تابع قرار می دهیم و از تابع، بدون وجود برکت مشتق می گیریم.

پاسخ تشریحی:

$$x < 0 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^3 - x + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x^3 - x + 1}} \Rightarrow f'_-(0) = \frac{-1}{2}$$

با توجه به پیوستگی تابع در $x = 0$ می توان نوشت:

$$x > 1 \Rightarrow f(x) = \sqrt{x^3 - x + 1} \Rightarrow f'(x) = \frac{3x^2 - 1}{2\sqrt{x^3 - x + 1}} \Rightarrow f'_+(1) = \frac{2}{2\sqrt{1}} = 1$$

تابع در $x = 1$ پیوستگی راست دارد. پس:

$$f'_+(1) - f'_-(0) = 1 - \left(-\frac{1}{2}\right) = \frac{3}{2}$$

پس جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲- خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}}$ در $x = 1$ محور عرض ها را در کدام نقطه قطع می کند؟

- ۱) $A(0, \frac{3}{8})$ ۲) $A(0, \frac{1}{2})$ ۳) $A(0, \frac{5}{16})$ ۴) $A(0, \frac{3}{16})$

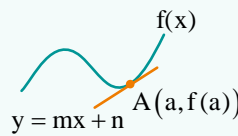
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

خط مماس:

اگر خط $y = mx + n$ در نقطه a به طول a واقع بر منحنی $f(x)$ ، بر آن مماس شود، شیب خط مماس، همان مشتق تابع در نقطه a به طول a است.

شیب خط $= f'(a) = m$

معادله خط مماس: $y - y_A = m(x - x_A) \Rightarrow y - f(a) = f'(a)(x - a)$



پاسخ تشریحی:

معادله خط مماس بر نمودار تابع را در $x = 1$ می نویسیم:

$$T \Big|_1 \Rightarrow T \Big|_{\frac{1}{2}}$$

$$f(x) = \sqrt{\frac{x}{x+3}} \Rightarrow f'(x) = \frac{\left(\frac{x}{x+3}\right)'}{2\sqrt{\frac{x}{x+3}}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1 \times (x+3) - 1 \times x}{2\sqrt{\frac{x}{x+3}}} = \frac{3}{2\sqrt{\frac{x}{x+3}}}$$

$$\text{شیب خط مماس} \Rightarrow m = f'(1) = \frac{3}{2\sqrt{\frac{1}{4}}} = \frac{3}{16}$$

معادله خط مماس را می نویسیم. ببینید:

$$y - y_T = m(x - x_T) \Rightarrow y - \frac{1}{2} = \frac{3}{16}(x - 1) \Rightarrow y = \frac{3}{16}x + \frac{5}{16} \xrightarrow{x=0} y = \frac{5}{16} \Rightarrow A(0, \frac{5}{16})$$

گروه آموزشی ماز

۳- هرگاه $f(x) = \sqrt{\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}}$ باشد، مقدار $f'(13)$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{128}$ (۲) $\frac{\pi}{128}$ (۳) $\frac{\pi}{64}$ (۴) $-\frac{\pi}{64}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۴)

مشتق توابع مثلثاتی با توان یک:

اگر u تابعی مشتق پذیر و بر حسب x باشد، آن گاه:

- ۱) $f(x) = \sin u \Rightarrow f'(x) = u' \cos u$
- ۲) $f(x) = \cos u \Rightarrow f'(x) = -u' \sin u$
- ۳) $f(x) = \tan u \Rightarrow f'(x) = u'(1 + \tan^2 u)$
- ۴) $f(x) = \cot u \Rightarrow f'(x) = -u'(1 + \cot^2 u)$

مشتق گیری از توابع مثلثاتی با توان های غیر از یک:

اگر u یک تابع مثلثاتی باشد، آن گاه:

$$f(x) = k \times u^n \Rightarrow f'(x) = k \times n \times u' \times u^{n-1}$$



$$f(x) = \sqrt{\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}} = \left(\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}\right)^{\frac{1}{2}} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \times \left(\frac{\pi}{\sqrt{x+3}}\right)' \times (1 + \tan^2 \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}) \times \left(\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2} \times \frac{-\pi}{2\sqrt{x+3} \times (x+3)} \times (1 + \tan^2 \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}) \times \left(\tan \frac{\pi}{\sqrt{x+3}}\right)^{-\frac{1}{2}}$$

$$f'(13) = \frac{1}{2} \times \frac{-\pi}{2\sqrt{16} \times 16} \times (1 + \tan^2 \frac{\pi}{4}) \times \left(\tan \frac{\pi}{4}\right)^{-\frac{1}{2}} = \frac{1}{2} \times \frac{-\pi}{8 \times 16} \times 2 \times 1 = \frac{-\pi}{128}$$

بنابراین:

گروه آموزشی ماز

۴- اگر $f(x) = 4x + 4\sqrt{x}$ و $g(x) = x^2 - \frac{4}{x} - 5$ باشد، مشتق تابع $y = (f \circ g)(\frac{4}{x})$ به ازای $x = -2$ کدام است؟

- (۱) -12 (۲) 12 (۳) -18 (۴) 18

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۴)

مشتق ترکیب توابع:

u تابعی بر حسب x و مشتق پذیر است.
شرط مشتق پذیری دو تابع رعایت شود.
شرط مشتق پذیری دو تابع رعایت شود.

- $y = f(u) \Rightarrow y' = u' \times f'(u)$
- $y = f \circ g(x) \Rightarrow y' = g'(x) \times f'(g(x))$
- $y = g \circ f(x) \Rightarrow y' = f'(x) \times g'(f(x))$



$$y = (f \circ g)\left(\frac{4}{x}\right) \Rightarrow y' = \left(\frac{4}{x}\right)' \times (f \circ g)'\left(\frac{4}{x}\right) \Rightarrow y' = \frac{-4}{x^2} \times g'\left(\frac{4}{x}\right) \times f'\left(g\left(\frac{4}{x}\right)\right)$$

حال $x = -2$ را در مشتق جای گذاری می کنیم. ببینید:

$$y' = \frac{-4}{4} \times g'(-2) \times f'(g(-2)) = -g'(-2) \times f'(g(-2))$$

حال $f'(x)$ و $g'(x)$ را محاسبه می‌کنیم:

$$f'(x) = 4 + \frac{2}{\sqrt{x}}, g'(x) = 2x + \frac{4}{x^2} \Rightarrow \begin{cases} g(-2) = 4 + 2 - 5 = 1 \\ g'(-2) = -4 + 1 = -3 \\ f'(g(-2)) = f'(1) = 4 + \frac{2}{\sqrt{1}} = 6 \end{cases}$$

$$y' = -(-3) \times 6 = 18$$

بنابراین جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۵- اگر $f(\frac{3}{x}) = -x + \sqrt{x+3}$ و برای تابع مشتق پذیر g ، $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x^3) - g(1)}{2x^2 - 3x + 1} = 6$ باشد، مقدار $(g \circ f)'(3)$ چه عددی است؟

- ۱ (۱) $\frac{3}{4}$ (۲) $\frac{1}{4}$ (۳) $\frac{3}{8}$ (۴)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲



$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{g(x^3) - g(1)}{2x^2 - 3x + 1} \stackrel{H}{=} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{3xg'(x^3)}{4x - 3} = 2g'(1) = 6 \Rightarrow g'(1) = 3$$

$$f(\frac{3}{x}) = -x + \sqrt{x+3} \Rightarrow (\frac{3}{x})' f'(\frac{3}{x}) = -1 + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \Rightarrow -\frac{3}{x^2} f'(\frac{3}{x}) = -1 + \frac{1}{2\sqrt{x+3}} \xrightarrow{x=1 \text{ جایگذاری}} -3f'(3) = -1 + \frac{1}{2\sqrt{4}}$$

از طرفی:

$$\Rightarrow -3f'(3) = -\frac{3}{4} \Rightarrow f'(3) = \frac{1}{4}$$

$$(g \circ f)'(3) = f'(3) \times g'(f(3)) = \frac{1}{4} \times g'(1) = \frac{1}{4} \times 3 = \frac{3}{4}$$

بنابراین جواب برابر است با:

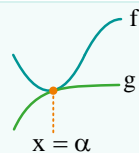
گروه آموزشی ماز

۶- اگر $f(x) = x^2 + \frac{2}{x}$ و $g(x) = x^3 + ax + b$ در نقطه‌ای به طول $x = -1$ بر هم مماس باشند، مقدار مشتق $y = g \circ f(x)$ به ازای $x = 1$ کدام است؟

- ۸۴ (۴) -۸۴ (۳) ۴۲ (۲) -۴۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱



$$f(\alpha) = g(\alpha)$$

$$f'(\alpha) = g'(\alpha)$$

شرط مماس بودن دو منحنی در $x = \alpha$:



$$f(-1) = g(-1), f'(-1) = g'(-1)$$

توابع $f(x)$ و $g(x)$ را در $x = -1$ بر هم مماس هستند، پس:

$$f(-1) = g(-1) \Rightarrow 1 - 2 = (-1)^3 + a \times (-1) + b \Rightarrow -1 = -1 - a + b \Rightarrow a = b$$

$$\left. \begin{aligned} f'(x) &= 2x - \frac{2}{x^2} \\ g'(x) &= 3x^2 + a \end{aligned} \right\} \Rightarrow f'(-1) = g'(-1) \Rightarrow -2 - \frac{2}{1} = 3 + a \Rightarrow -4 = 3 + a \Rightarrow a = -7 \Rightarrow b = a = -7$$

پس $g(x) = x^3 - 7x - 7$ می‌باشد. بنابراین:

$$f(x) = x^2 + \frac{2}{x} \Rightarrow f'(x) = 2x - \frac{2}{x^2} \Rightarrow f''(x) = 2 + \frac{4}{x^3}$$

$$y = (g \circ f)'(1) = f''(1) \times g'(f(1)) = (2 + \frac{4}{1}) \times g'(0) = 6 \times (-7) = -42$$

بنابراین جواب برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۷- اگر $g'(x) = \frac{2}{x^2}$ و $f(\frac{2}{x}) = g(\sqrt{x})$ باشد، مقدار $f''(2)$ چه عددی است؟

- (۱) $-\frac{1}{2}$ (۲) ۱ (۳) صفر (۴) $\frac{1}{2}$

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

از دو طرف تساوی مشتق می‌گیریم:

$$\left(\frac{2}{x}\right)' f'\left(\frac{2}{x}\right) = (\sqrt{x})' \times g'(\sqrt{x}) \Rightarrow -\frac{2}{x^2} \times f'\left(\frac{2}{x}\right) = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times g'(\sqrt{x}) = \begin{cases} g'(1) = 2 \\ -2f'(2) = \frac{1}{2}g'(1) \Rightarrow f'(2) = -\frac{1}{4} \end{cases}$$

مجدداً از دو طرف تساوی، مشتق می‌گیریم:

$$\left(-\frac{2}{x^2}\right)' \times f'\left(\frac{2}{x}\right) + \left(-\frac{2}{x^2}\right) f''\left(\frac{2}{x}\right) \times \left(-\frac{2}{x^2}\right) = \left(\frac{1}{2\sqrt{x}}\right)' \times g'(\sqrt{x}) + (\sqrt{x})' \times g''(\sqrt{x}) \times \frac{1}{2\sqrt{x}}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{x^3} \times f'\left(\frac{2}{x}\right) + \frac{4}{x^4} f''\left(\frac{2}{x}\right) = -\frac{1}{4x\sqrt{x}} \times g'(\sqrt{x}) + \frac{1}{4x} \times g''(\sqrt{x})$$

با جای گذاری $x=1$ داریم:

$$\Rightarrow \frac{4}{1} f'(2) + \frac{4}{1} f''(2) = \frac{-1}{4} g'(1) + \frac{1}{4} g''(1) \xrightarrow{g'(x) = \frac{-2}{x^2} \Rightarrow g'(1) = -2}$$

$$4 \times \left(-\frac{1}{4}\right) + 4f''(2) = \frac{-1}{4} \times 2 + \frac{1}{4} \times (-6) \Rightarrow -2 + 4f''(2) = -2 \Rightarrow f''(2) = 0$$

گروه آموزشی ماز

۸- اگر $f(x) = \cos^3 x \sin x$ و $g(x) = \sin^3 x \cos x$ باشد، حاصل $f''(\frac{\pi}{16}) - g''(\frac{\pi}{16})$ چه عددی است؟

- (۱) $-2\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$ (۳) $4\sqrt{2}$ (۴) $-4\sqrt{2}$

(متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ تشریحی:

ابتدا تابع را ساده می‌کنیم و بعد مشتق می‌گیریم:

$$f(x) - g(x) = \cos^3 x \sin x - \sin^3 x \cos x = \underbrace{\cos x \sin x}_{\frac{1}{2} \sin 2x} (\underbrace{\cos^2 x - \sin^2 x}_{\cos 2x}) = \frac{1}{4} \sin 4x$$

از دو طرف رابطه $f(x) - g(x) = \frac{1}{4} \sin 4x$ دو بار مشتق می‌گیریم. ببینید:

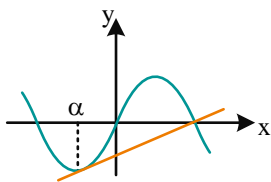
$$f'(x) - g'(x) = \cos 4x \Rightarrow f''(x) - g''(x) = -4 \sin 4x$$

بنابراین:

$$f''\left(\frac{\pi}{16}\right) - g''\left(\frac{\pi}{16}\right) = -4 \sin \frac{\pi}{4} = -4 \times \frac{\sqrt{2}}{2} = -2\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

۹- $f(x) = 4x - x^3$ و خط مماس بر آن در شکل زیر رسم شده است. مقدار α کدام است؟



- (۱) -۱ (۲) $-\frac{1}{2}$ (۳) $-\frac{2}{3}$ (۴) $-\frac{1}{3}$

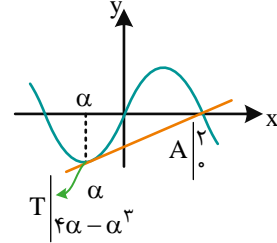
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی:

نمودار تابع، مطابق شکل زیر از نقطه A می‌گذرد. زیرا:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 4x - x^3 = 0 \Rightarrow x(4 - x^2) = 0 \Rightarrow x(2-x)(2+x) = 0 \xrightarrow{x > 0} x = 2 \Rightarrow A \left| \begin{matrix} 2 \\ 0 \end{matrix} \right.$$



از طرفی، طول نقطه تماس نمودار تابع با خط مماس، همان α است، پس عرض آن $4\alpha - \alpha^3$ می‌باشد.

برای به دست آوردن شیب خط مماس، کافی است مشتق تابع در α را به دست آوریم و یا از دو نقطه A و T استفاده کنیم. ببینید:

$$\left. \begin{aligned} m_{AT} = f'(\alpha) &\Rightarrow m_{AT} = 4 - 3\alpha^2 \\ m_{AT} = \frac{y_A - y_T}{x_A - x_T} = \frac{0 - (4\alpha - \alpha^3)}{2 - \alpha} = \frac{\alpha^3 - 4\alpha}{2 - \alpha} = \frac{\alpha(\alpha - 2)(\alpha + 2)}{2 - \alpha} = -\alpha(\alpha + 2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 4 - 3\alpha^2 = -\alpha^2 - 2\alpha$$

$$\Rightarrow 2\alpha^2 - 2\alpha - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} \alpha = -1 \text{ قی} \\ \alpha = 2 \text{ غی} \end{cases}$$

گروه آموزشی ماز

۱۰- آهنگ تغییر متوسط تابع $f(x) = \frac{2x+10}{x+6}$ در بازه $[-\alpha, \alpha]$ ، برابر آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = -3$ است، مقدار α کدام است؟

$4\sqrt{2}$ (۴)

$6\sqrt{2}$ (۳)

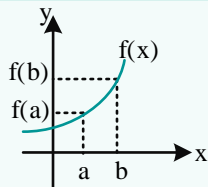
$3\sqrt{3}$ (۲)

$2\sqrt{6}$ (۱)

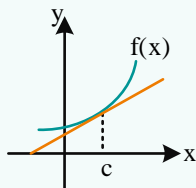
(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

آهنگ تغییرات تابع:



آهنگ تغییر متوسط: $\text{شیب خط قاطع} = \frac{f(b) - f(a)}{b - a} = \text{آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه } [a, b]$



آهنگ تغییر لحظه‌ای: $\text{شیب خط مماس} = f'(c) = \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در } x = c$

آهنگ تغییر لحظه‌ای:

پاسخ سریعی:

آهنگ تغییر متوسط تابع در بازه $[-\alpha, \alpha]$ را محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \text{آهنگ تغییر متوسط تابع در } [-\alpha, \alpha] &= \frac{f(\alpha) - f(-\alpha)}{2\alpha} = \frac{\frac{2\alpha+10}{\alpha+6} - \frac{2(-\alpha)+10}{(-\alpha)+6}}{2\alpha} = \frac{\frac{2\alpha+10}{\alpha+6} - \frac{-2\alpha+10}{-\alpha+6}}{2\alpha} \\ &= \frac{(2\alpha+10)(6-\alpha) - (-2\alpha+10)(\alpha+6)}{2\alpha} = \frac{12\alpha - 2\alpha^2 - 60 + 10\alpha + 12\alpha - 10\alpha - 6\alpha^2 + 60}{(36 - \alpha^2) \times 2\alpha} = \frac{4\alpha}{(36 - \alpha^2) \times 2\alpha} = \frac{2}{36 - \alpha^2} \end{aligned}$$

آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = -3$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$x = -3 \text{ در } \text{آهنگ تغییر لحظه‌ای} = f'(-3) = \frac{2}{(-3+6)^2} = \frac{2}{9}$$

بنابراین: $\Rightarrow \frac{2}{36 - \alpha^2} = \frac{2}{9} \Rightarrow 36 - \alpha^2 = 9 \Rightarrow \alpha = 3\sqrt{3}$
 آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در $x = -3 =$ آهنگ تغییر متوسط تابع در $[-\alpha, \alpha]$

گروه آموزشی ماز

۱۱- مجموع طول نقاط بحرانی تابع $y = \frac{|x-2|}{x^2+6x}$ کدام است؟

- (۱) صفر (۲) ۲ (۳) ۴ (۴) ۶

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

نقاط بحرانی:

نقطه $x = c$ را بحرانی می‌گوییم هرگاه این نقطه عضو دامنه تابع باشد و مشتق تابع در این نقطه یا صفر باشد و یا وجود نداشته باشد.
 $c \in D_f \Rightarrow f'(c) = 0$ وجود نداشته باشد یا $f'(c)$ وجود نداشته باشد.
 با تعریف فوق، تمام نقاطی که در دامنه تابع هستند و تابع در آن نقاط ناپیوسته و یا مشتق‌ناپذیر (نقاط مشتق‌ناپذیر مانند زاویه‌دار، بازگشتی، عطف قائم) باشد، بحرانی هستند. همچنین نقاطی که در آن‌ها، خط مماس، افقی باشد نیز بحرانی هستند. همچنین اگر نقاط بحرانی تابع $f(x)$ را در بازه $[a, b]$ بخواهند نقاط ابتدا و انتهای بازه یعنی $x = a$ و $x = b$ بحرانی هستند.

پاسخ تشریحی:

ریشه داخل قدرمطلق بحرانی است. (چرا؟) پس $x = 2$ بحرانی است. حال تابع را به صورت دوضابطه‌ای می‌نویسیم. ببینید:

$$y = \begin{cases} \frac{x-2}{x^2+6x} & x \geq 2 \\ -\frac{x-2}{x^2+6x} & x \leq 2 \end{cases}$$

از ضابطه اول مشتق می‌گیریم. چون دوضابطه، قرینه هم هستند، پس نیاز به مشتق‌گیری از هر دو ضابطه نیست.

$$y' = \frac{1(x^2+6x) - (2x+6)(x-2)}{(x^2+6x)^2} \Rightarrow y' = \frac{-x^2+4x+12}{(x^2+6x)^2} \Rightarrow -x^2+4x+12=0 \Rightarrow x^2-4x-12=0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x=6 \\ x=-2 \end{cases}$$

$x = 6$ و $x = -2$ هر دو بحرانی هستند (چرا؟)، پس مجموع طول نقاط بحرانی برابر $6 + (-2) + 6$ یعنی ۱۰ است.

گروه آموزشی ماز

۱۲- بیشترین مقدار تابع $f(x) = 2\sqrt[3]{x} - \sqrt{(x+a)^2}$ برابر صفر است. مقدار $\left[-\frac{2a}{3}\right]$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) -۲ (۳) -۳ (۴) -۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

نکته فخن از خط مماس:

اگر خط $y = k$ بر نمودار تابع $y = f(x)$ مماس باشد، معادله تلاقی خط و منحنی، ریشه مضاعف دارد. یعنی معادله تلاقی و مشتق معادله تلاقی هر دو ریشه یکسان دارند. اگر معادله تلاقی درجه دوم باشد، $\Delta = 0$ است.

پاسخ تشریحی:

$$y = 0 \Rightarrow 2\sqrt[3]{x} - \sqrt{(x+a)^2} = 0 \Rightarrow 2\sqrt[3]{x} = \sqrt{(x+a)^2} \Rightarrow \lambda x = (x+a)^2 \Rightarrow x^2 + 2ax + a^2 = \lambda x \Rightarrow x^2 + (2a-\lambda)x + a^2 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow (2a-\lambda)^2 - 4 \times 1 \times a^2 = 0 \Rightarrow 4a^2 - 4\lambda a + 4a^2 - 4a^2 = 0 \Rightarrow a = 2 \Rightarrow \left[-\frac{2a}{3}\right] = \left[-\frac{4}{3}\right] = -\frac{4}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۳- درون کره‌ای به شعاع R ، استوانه‌ای با بیشترین حجم ممکن را محاط کرده‌ایم. اگر ارتفاع استوانه برابر ۴ باشد، R کدام است؟

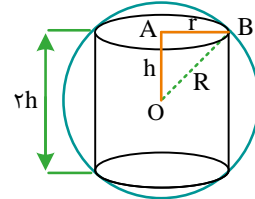
- ۱) $2\sqrt{2}$ ۲) $3\sqrt{2}$ ۳) ۳ ۴) $2\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۵)

بهینه‌سازی:

در مسائل مربوط به بهینه سازی به دنبال محاسبه \max یا \min عبارتی هستیم که به آن تابع هدف می‌گوییم. تابع هدف معمولاً شامل دو یا چند متغیر است، که ابتدا باید با روابط ریاضی تعداد متغیرها را به یکی کاهش دهیم و بعد \max یا \min تابع هدف را محاسبه کنیم. (با مشتق‌گیری)

پاسخ تشریحی:



$$V = \pi r^2 \times 2h = 2\pi r^2 h \xrightarrow[r^2 = R^2 - h^2]{r^2 + h^2 = R^2} V = 2\pi(R^2 - h^2) \times h$$

$$V' = 0 \Rightarrow 2\pi(R^2 - 2h^2) = 0 \Rightarrow h^2 = \frac{R^2}{2} \Rightarrow h = \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow r = \frac{R}{\sqrt{2}} \Rightarrow R = 2\sqrt{3}$$

گروه آموزشی ماز

۱۴- کمترین فاصله نقاط منحنی $y = \sqrt{2x-13}$ از نیمساز ناحیه اول چقدر است؟

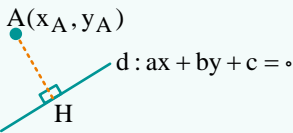
- ۱) $3\sqrt{2}$ ۲) $2\sqrt{2}$ ۳) $2\sqrt{3}$ ۴) $3\sqrt{3}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - ترکیبی / محاسباتی - ۱۳۰۵)

فاصله نقطه از خط:

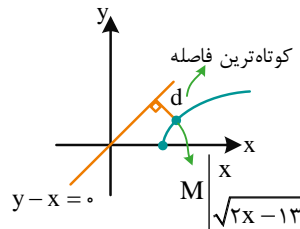
برای محاسبه فاصله نقطه $A(x_A, y_A)$ از خط $d: ax + by + c = 0$ رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$AH = \frac{|ax_A + by_A + c|}{\sqrt{a^2 + b^2}}$$



پاسخ تشریحی:

برای درک بهتر، شکل زیر را در نظر بگیرید:



$$y - x = 0 \Rightarrow d = \frac{|\sqrt{2x-13} - x|}{\sqrt{2}}$$

برای یافتن مینیمم d ، از عبارت درون قدرمطلق، مشتق می‌گیریم.

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x-13}} - 1 = 0 \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2x-13}} = 1 \Rightarrow \sqrt{2x-13} = 1 \Rightarrow 2x-13=1 \Rightarrow x=7 \Rightarrow \min(d) = \frac{|\sqrt{2 \times 7 - 13} - 7|}{\sqrt{2}}$$

$$\Rightarrow \min(d) = \frac{6}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$$

گروه آموزشی ماز

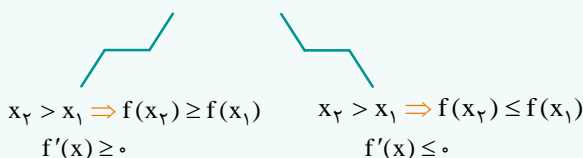
۱۵- تابع $f(x) = \frac{2x+1}{(x-1)^2}$ در بازه $(a, 1)$ اکیداً یکنوا است. حداقل مقدار a و نوع یکنوایی چگونه است؟

- ۱) $a = -1$ و صعودی ۲) $a = -2$ و نزولی ۳) $a = -1$ و نزولی ۴) $a = -2$ و صعودی

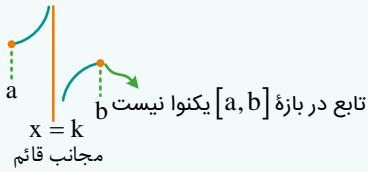
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۵)

یکنوایی:

تابع $f(x)$ را صعودی می‌گوییم هرگاه با افزایش x ، y افزایش یابد و یا ثابت بماند. همچنین تابع $f(x)$ را نزولی می‌گوییم هرگاه با افزایش x ، y کاهش یابد و یا ثابت بماند.



برای تشخیص یکنوایی تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ ، کافی است از تابع $f(x)$ مشتق بگیریم. در هر بازه‌ای که $f'(x) \geq 0$ باشد تابع $f(x)$ صعودی و در هر بازه‌ای که $f'(x) \leq 0$ باشد، تابع $f(x)$ نزولی است. توجه داریم که مجانب قائم درون بازه وجود نداشته باشد.

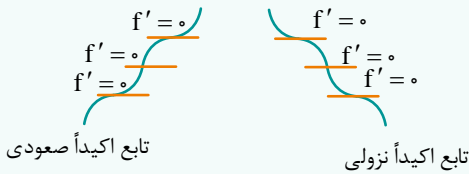


تابع $f(x)$ را اکیداً صعودی می‌گوییم هرگاه با افزایش x ، y افزایش یابد. تابع $f(x)$ را اکیداً نزولی می‌گوییم هرگاه با افزایش x ، y کاهش یابد.

$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) > f(x_1) \quad f'(x) > 0$$

$$x_2 > x_1 \Rightarrow f(x_2) < f(x_1) \quad f'(x) < 0$$

اگر تابع مشتق‌پذیر $f(x)$ اکیداً صعودی باشد، آن‌گاه $f'(x) \geq 0$ است (نقاطی که $f'(x)$ برابر صفر می‌شود نباید روی یک خط افقی باشند). همچنین اگر $f(x)$ اکیداً نزولی باشد، آن‌گاه $f'(x) \leq 0$ است (نقاطی که $f'(x)$ برابر صفر می‌شود نباید روی یک خط افقی باشند). شرط نبود مجانب قائم در بازه را فراموش نکنید.

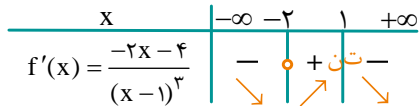


در برخی از توابع مانند براکتی، چندضابطه‌ای و قدرمطلق بهتر است برای تشخیص یکنوایی تابع، نمودار آن را رسم کنیم.

پاسخ شریعی:

از تابع $f(x)$ مشتق می‌گیریم:

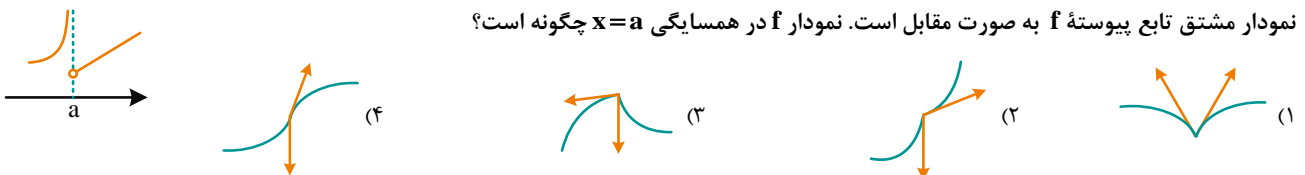
$$f'(x) = \frac{2(x-1)^2 - 2(x-1)(2x+1)}{(x-1)^4} \Rightarrow f'(x) = \frac{2(x-1) - 2(2x+1)}{(x-1)^3} \Rightarrow f'(x) = \frac{2x - 2 - 4x - 2}{(x-1)^3} = \frac{-2x - 4}{(x-1)^3}$$



بنابراین تابع در بازه $(-2, 1)$ اکیداً صعودی است و $a = -2$ می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۱۶- نمودار مشتق تابع پیوسته f به صورت مقابل است. نمودار f در همسایگی $x=a$ چگونه است؟



(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ شریعی:

در هر دو طرف $x = a$ ، علامت f' مثبت است، پس f صعودی است، یعنی گزینه‌های ۱ و ۳ نادرست هستند. در سمت راست $x = a$ ، f' اکیداً صعودی است، پس مشتق آن یعنی f'' مثبت است. در نتیجه باید در سمت راست $x = a$ تفرع تابع f رو به بالا باشد، پس گزینه ۴ نادرست است. بنابراین جواب درست گزینه ۲ می‌باشد.

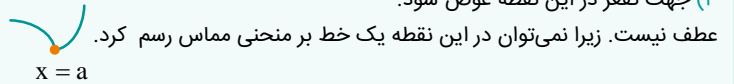
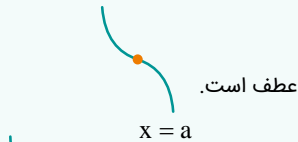
گروه آموزشی ماز

۱۷- نقطه $A(2, |a|)$ نقطه عطف تابع $f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b$ است. مقدار \max نسبی تابع $f(x)$ کدام است؟
 ۱۰ (۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۶ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

نقطه عطف:

نقطه $(c, f(c))$ را نقطه عطف تابع $f(x)$ می‌گوییم هرگاه:
 (۱) تابع در این نقطه پیوسته باشد.
 (۲) در این نقطه بتوان خط مماس بر تابع رسم کرد. (خط مماس از تابع می‌گذرد)
 (۳) جهت تغير در این نقطه عوض شود.
 عطف نیست. زیرا نمی‌توان در این نقطه یک خط بر منحنی مماس رسم کرد.



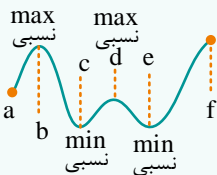
انواع نقطه عطف:



مشتق دوم در نقطه عطف یا صفر است و یا وجود ندارد. برای به دست آوردن نقطه عطف، مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم. اگر علامت مشتق دوم در نقطه‌ای عوض شود، آن نقطه عطف است در صورتی که شرایط نقطه عطف در آن نقطه رعایت شود.

اکسترم نسبی:

تابع $f(x)$ در $x = c$ ماکزیمم نسبی دارد اگر یک همسایگی شامل نقطه c (مانند (a, b)) موجود باشد که برای هر $x \in (a, b)$ ، $f(c) \geq f(x)$ باشد. همچنین تابع $f(x)$ در $x = c$ مینیمم نسبی دارد اگر یک همسایگی شامل نقطه c (مانند (a, b)) موجود باشد که برای هر $x \in (a, b)$ ، $f(c) \leq f(x)$ باشد. نقاط ابتدا و انتهای بازه نمی‌توانند اکسترم نسبی باشند.



برای تعیین نقاط اکسترم نسبی تابع پیوسته $f(x)$ ، کافی است از تابع مشتق گرفته و بعد مشتق را تعیین علامت کنیم. اگر علامت مشتق از چپ به راست از مثبت به منفی تغییر کند نقطه \max نسبی بوده و اگر علامت مشتق از چپ به راست از منفی به مثبت تغییر کند، نقطه \min نسبی می‌باشد. اگر علامت مشتق در یک نقطه تغییر نکند، آن نقطه، اکسترم نسبی نیست.

پاسخ سریعی:

در توابع درجه سوم، در نقطه عطف $f'' = 0$ می‌شود. پس:

$$f(x) = x^3 + ax^2 + 9x + b \Rightarrow f'(x) = 3x^2 + 2ax + 9 \Rightarrow f''(x) = 6x + 2a \xrightarrow{f''(2)=0} f''(2) = 6 \times 2 + 2a = 0$$

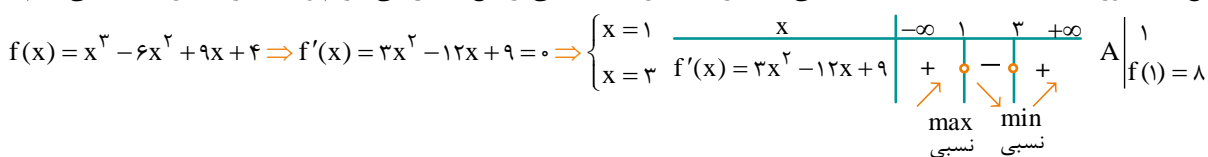
$x = 2$ طول نقطه عطف است

$\Rightarrow a = -6$

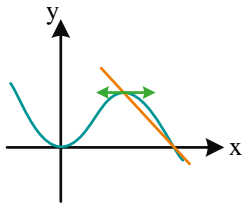
$f(2) = 2^3 - 6 \times 2^2 + 9 \times 2 + b = 6 \Rightarrow 8 - 24 + 18 + b = 6 \Rightarrow 2 + b = 6 \Rightarrow b = 4$

از طرفی، $|a| = f(2) = 6$ می‌باشد. بنابراین:

بنابراین ضابطه تابع f به صورت $f(x) = x^3 - 6x^2 + 9x + 4$ می‌باشد. برای تعیین \max نسبی از تابع مشتق می‌گیریم و $f'(x)$ را تعیین علامت می‌کنیم.



پس مقدار \max نسبی تابع برابر ۸ می‌باشد.



۱۸- در شکل مقابل، نمودار تابع $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx$ و خط $2x + y = 3$ رسم شده است. مقدار b کدام است؟

- (۱) -۲
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) -۳

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

تابع در $x = 0$ مینیمم نسبی دارد، پس $f'(0) = 0$ است. بنابراین:

$$f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c \Rightarrow f'(0) = c = 0 \Rightarrow c = 0$$

از طرفی، خط $2x + y = 3$ محور x ها را در $\frac{3}{2}$ قطع می‌کند و تابع درجه سوم نیز از همین نقطه می‌گذرد. پس:

$$f\left(\frac{3}{2}\right) = 0 \Rightarrow f\left(\frac{3}{2}\right) = a \times \left(\frac{3}{2}\right)^3 + b \times \left(\frac{3}{2}\right)^2 = 0 \Rightarrow \frac{3}{2}a + b = 0 \Rightarrow b = -\frac{3}{2}a$$

$$\Rightarrow f'(x) = 3ax^2 - 3ax = 0 \Rightarrow 3ax(x-1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \Rightarrow \text{با توجه به نمودار طول نقطه min نسبی است} \\ x = 1 \Rightarrow \text{با توجه به نمودار طول نقطه max نسبی است} \end{cases}$$

خط $2x + y = 3$ از نقطه $x = 1$ (max) می‌گذرد، پس مقدار \max برابر ۱ است. یعنی $f(1) = 1$ می‌باشد. ببینید:

$$f(x) = ax^3 - \frac{3}{2}ax^2 \Rightarrow f(1) = a - \frac{3}{2}a = 1 \Rightarrow -\frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = -2 \Rightarrow b = 3$$

گروه آموزشی ماز

۱۹- تابع $f(x) = |x|(x^2 - 4x + 5)$ در بازه (α, β) صعودی و دارای تفرع رو به پایین است. حداکثر $\beta - \alpha$ کدام است؟

- (۱) ۱
- (۲) ۲
- (۳) ۳
- (۴) ۴

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۵)

پاسخ: گزینه ۳

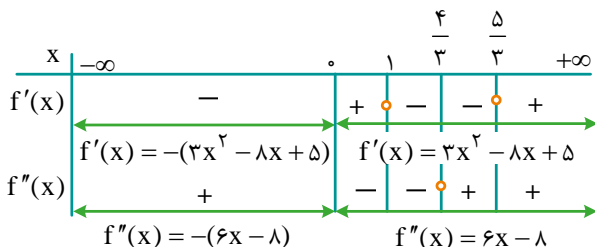
پاسخ تشریحی:

تابع $f(x)$ را به صورت چندضابطه‌ای می‌نویسیم. ببینید:

$$f(x) = \begin{cases} x^3 - 4x^2 + 5x & x \geq 0 \\ -x^3 + 4x^2 - 5x & x \leq 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f'(x) = \begin{cases} 3x^2 - 8x + 5 & x > 0 \\ -(3x^2 - 8x + 5) & x < 0 \end{cases} \Rightarrow f''(x) = \begin{cases} 6x - 8 & x > 0 \\ -(6x - 8) & x < 0 \end{cases}$$

$f'(x)$ و $f''(x)$ را با هم در یک جدول تعیین علامت می‌کنیم:

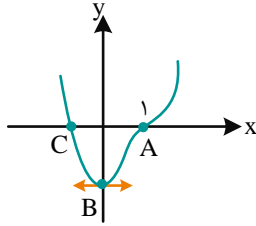


$$(\alpha, \beta) = (0, 1) \Rightarrow \begin{cases} \alpha = 0 \\ \beta = 1 \end{cases}$$

تابع در بازه $(0, 1)$ صعودی بوده و دارای تفرع رو به پایین است. بنابراین:

پس حداکثر $\beta - \alpha$ برابر $1 - 0 = 1$ یعنی ۱ است.

گروه آموزشی ماز



۲۰- نمودار تابع درجه چهارم f به صورت مقابل است. اگر مثلث ABC در رأس B قائمه باشد، مقدار $f(0)$ کدام است؟

- (۱) $-\frac{1}{3}$
- (۲) -3
- (۳) $-\sqrt{3}$
- (۴) $-\frac{\sqrt{3}}{3}$

(سخت - ترکیبی / محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴

پاسخ تشریحی:

چون تابع در $x=1$ نقطه عطف دارد، پس در تجزیه تابع باید $(x-1)^3$ وجود داشته باشد. اگر ریشه دیگر تابع را α فرض کنیم، ضابطه تابع به صورت $f(x) = k(x-\alpha)(x-1)^3$ می باشد. از طرفی، $f'(0) = 0$ می باشد. پس:

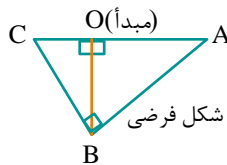
$$f(x) = k(x-\alpha)(x-1)^3 \Rightarrow f'(x) = k(1 \times (x-1)^3 + 3(x-1)^2 \times (x-\alpha)) \Rightarrow f'(0) = k(-1-3\alpha) = 0$$

$$\Rightarrow -3\alpha - 1 = 0 \Rightarrow \alpha = -\frac{1}{3}$$

پس $f(x) = k(x + \frac{1}{3})(x-1)^3$ می باشد. از طرفی در مثلث قائم الزاویه ABC با توجه به قائمه بودن رأس B می توان گفت:

$$\Rightarrow OB^2 = OA \times OC \Rightarrow OB^2 = 1 \times \frac{1}{3} \Rightarrow OB = \sqrt{\frac{1}{3}} \Rightarrow OB = \frac{\sqrt{3}}{3}$$

$$f(0) = -|OB| = -\frac{\sqrt{3}}{3}$$



مقدار $f(0)$ همان قرینه اندازه پاره خط OB می باشد که برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۱- اگر $\vec{a} \cdot \vec{b} = 3$ و $|(\vec{a} - 3\vec{b}) \times (2\vec{a} + 5\vec{b})| = 11\sqrt{3}$ باشد، زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} کدام است؟

(۴) 150°

(۳) 60°

(۲) 45°

(۱) 30°

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۱

زاویه بین دو بردار \vec{a} و \vec{b} :

$$\cos \theta = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{a}| |\vec{b}|}$$

$$\tan \theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا عبارت $|(\vec{a} - 3\vec{b}) \times (2\vec{a} + 5\vec{b})| = 11\sqrt{3}$ را ساده می کنیم. ببینید:

$$|(\vec{a} - 3\vec{b}) \times (2\vec{a} + 5\vec{b})| = 11\sqrt{3} \Rightarrow |2\vec{a} \times \vec{a} + 5\vec{a} \times \vec{b} - 6\vec{b} \times \vec{a} - 15\vec{b} \times \vec{b}| = 11\sqrt{3} \Rightarrow |11\vec{a} \times \vec{b}| = 11\sqrt{3} \Rightarrow |\vec{a} \times \vec{b}| = \sqrt{3}$$

$$\tan \theta = \frac{|\vec{a} \times \vec{b}|}{\vec{a} \cdot \vec{b}} \Rightarrow \tan \theta = \frac{\sqrt{3}}{3} \Rightarrow \theta = 30^\circ$$

گروه آموزشی ماز

۲۲- اگر $\vec{a} = \vec{i} - 2\vec{j}$ و $\vec{b} = 2\vec{k} + 2\vec{j}$ و $\vec{c} = 4\vec{i} + \vec{j} - 2\vec{k}$ باشد، طول تصویر قائم بردار $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ روی صفحه xOz کدام است؟

(۴) $\sqrt{19}$

(۳) $\sqrt{17}$

(۲) $\sqrt{11}$

(۱) $\sqrt{7}$

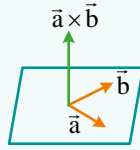
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

ضرب خارجی دو بردار:

ضرب خارجی دو بردار \vec{a} و \vec{b} برداری است که بر هر ۲ بردار \vec{a} و \vec{b} و بر صفحه، شامل آن‌ها عمود است.

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (a_1, a_2, a_3) \\ \vec{b} &= (b_1, b_2, b_3) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ b_1 & b_2 & b_3 \end{vmatrix}$$



طول تصویر قائم بردار $\vec{a} = (x, y, z)$ روی صفحات مختصات:

$$\vec{a} = (x, y, z) = \begin{cases} \text{طول تصویر بردار روی } XOY = \sqrt{x^2 + y^2} \\ \text{طول تصویر بردار روی } XOZ = \sqrt{x^2 + z^2} \\ \text{طول تصویر بردار روی } YOZ = \sqrt{y^2 + z^2} \end{cases}$$

پاسخ تشریحی:

ابتدا بردار $\vec{a} \times \vec{b}$ و سپس بردار $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ را محاسبه می‌کنیم. ببینید:

$$\left. \begin{aligned} \vec{a} &= (1, -2, 0) \\ \vec{b} &= (0, 3, 2) \\ \vec{c} &= (4, 1, -2) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ 1 & -2 & 0 \\ 0 & 3 & 2 \end{vmatrix} = -4\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k} \Rightarrow \vec{a} \times \vec{b} = (-4, -2, 3)$$

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c} = \begin{vmatrix} \mathbf{i} & \mathbf{j} & \mathbf{k} \\ -4 & -2 & 3 \\ 4 & 1 & -2 \end{vmatrix} = \mathbf{i} + 4\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$$

$$\text{جواب} = \sqrt{x^2 + z^2} = \sqrt{1^2 + 4^2} = \sqrt{17}$$

بنابراین طول تصویر قائم بردار $(\vec{a} \times \vec{b}) \times \vec{c}$ روی صفحه، XOZ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۳- در یک بیضی با خروج از مرکز $\frac{1}{4}$ و طول قطر کوچک $2\sqrt{6}$ ، مساحت چهارضلعی محدود به دو کانون و دو رأس غیر کانونی این بیضی کدام است؟

$\frac{1}{2}\sqrt{6}$ (۴)

$\frac{1}{8}\sqrt{6}$ (۳)

$4\sqrt{3}$ (۲)

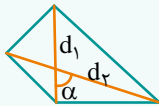
$2\sqrt{3}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

مساحت چهارضلعی:

مساحت چهارضلعی محدب، برابر $\frac{1}{4}$ حاصل ضرب دو قطر در \sin زاویه بین دو قطر است.



$$S = \frac{1}{4} d_1 \times d_2 \times \sin \alpha$$

پاسخ تشریحی:

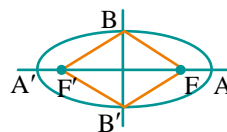
شکل مقابل را ببینید:

قطر کوچک $= 2b = 2\sqrt{6} \Rightarrow b = \sqrt{6}$

$e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \frac{1}{2}$ توان ۲ $\rightarrow 1 - \frac{6}{a^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{6}{a^2} = \frac{3}{4} \Rightarrow a^2 = 8 \Rightarrow a = \sqrt{8}$

$a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 8 = 6 + c^2 \Rightarrow c^2 = 2 \Rightarrow c = \sqrt{2}$

$S = \frac{1}{4} B'B \times F'F = \frac{1}{4} \times 2\sqrt{6} \times 2\sqrt{2} = 2\sqrt{12} = 4\sqrt{3}$



مساحت چهارضلعی $BFB'F'$ برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۴- در سهمی $3x^2 + 2y - kx + k^2 = 1$ فاصله کانون تا خط هادی برابر کدام است؟

$\frac{2}{3}$ (۴)

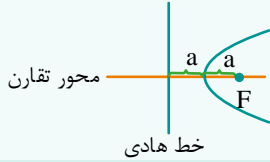
$\frac{1}{3}$ (۳)

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{3}{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۲)

پاسخ: گزینه ۳



سهمی:

فاصله کانون تا خط هادی سهمی برابر $2a$ می‌باشد.

پاسخ شریعی

معادله سهمی را به صورت استاندارد می‌نویسیم. ببینید:

$$3x^2 + 2y - kx + k^2 = 1 \Rightarrow 3(x^2 - \frac{k}{3}x) + 2y + k^2 = 1$$

$$3((x - \frac{k}{6})^2 - \frac{k^2}{36}) + k^2 + 2y = 1 \Rightarrow 3(x - \frac{k}{6})^2 + \frac{11}{12}k^2 + 2y = 1 \Rightarrow 3(x - \frac{k}{6})^2 = -2y + 1 - \frac{11}{12}k^2$$

$$(x - \frac{k}{6})^2 = -\frac{2}{3}(y - \frac{1}{2} + \frac{11}{24}k^2) \Rightarrow 4a = \frac{2}{3} \Rightarrow a = \frac{1}{6} \Rightarrow \text{فاصله کانون تا خط هادی سهمی} = 2a = \frac{1}{3}$$

گروه آموزشی ماز

۲۵- اگر $A(1, 2, 1)$ ، $B(3, 5, 2)$ و $C(7, 3, 0)$ سه رأس مثلث ABC باشند، به طوری که AM میانه و AH ارتفاع وارد بر ضلع BC باشد، طول MH کدام است؟

۳ (۴)

$\sqrt{6}$ (۳)

$\sqrt{3}$ (۲)

$\sqrt{2}$ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

تصویر قائم بردار \vec{a} روی امتداد بردار \vec{b} :

$$\vec{a}' = \frac{\vec{a} \cdot \vec{b}}{|\vec{b}|^2} \vec{b}$$



پاسخ شریعی

شکل فرضی مقابل را ببینید:

مختصات نقطه M (وسط BC) را محاسبه می‌کنیم:

$$M = \frac{B+C}{2} \Rightarrow \begin{cases} x_M = \frac{3+7}{2} = 5 \\ y_M = \frac{5+3}{2} = 4 \\ z_M = \frac{0+2}{2} = 1 \end{cases} \Rightarrow M \begin{pmatrix} 5 \\ 4 \\ 1 \end{pmatrix}$$

تصویر بردار \vec{MA} روی بردار \vec{MB} همان بردار \vec{MH} است.

$$\vec{MA} = (1-5, 2-4, 1-1) = (-4, -2, 0)$$

$$\vec{MB} = (3-5, 5-4, 2-1) = (-2, 1, 1)$$

$$\vec{MH} = \frac{\vec{MA} \cdot \vec{MB}}{|\vec{MB}|^2} \vec{MB} = \frac{(-4) \times (-2) + (-2) \times 1 + 0 \times 1}{\sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2}} (-2, 1, 1) = \frac{6}{6} (-2, 1, 1) = (-2, 1, 1)$$

بردار \vec{MH} برابر است با:

$$|\vec{MH}| = \sqrt{(-2)^2 + 1^2 + 1^2} = \sqrt{6}$$

اندازه بردار \vec{MH} برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۲۶- چند نقطه روی محور OY وجود دارد که فاصله‌اش از نقطه $A(1, 2, 1)$ به اندازه ۶ باشد؟

بی‌شمار (۴)

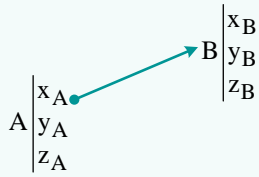
۲ (۳)

۱ (۲)

هیچ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

فاصله ۲ نقطه:



$$AB = \sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2 + (z_B - z_A)^2}$$

پاسخ شریقی:

نقطه مورد نظر را $M(0, y, 0)$ در نظر می‌گیریم. بنابراین:

$$MA = \sqrt{(1-0)^2 + (2-y)^2 + (1-0)^2} = 6 \xrightarrow{\text{توان ۲}} 1 + (2-y)^2 + 1 = 36 \xrightarrow{\text{جنر}} (2-y)^2 = 34 \xrightarrow{\text{جذر}} 2-y = \pm\sqrt{34} \Rightarrow y = \pm\sqrt{34} + 2$$

دو مقدار برای y یافت می‌شود، پس دو نقطه برای M وجود دارد.

گروه آموزشی ماز

۲۷- اگر $|\vec{a}| = 2$ ، $|\vec{b}| = 1$ ، $|\vec{c}| = 4$ و $\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k}$ باشد، حاصل $\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}$ کدام است؟

۲ (۴)

-۲ (۳)

۴ (۲)

-۴ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

بردار دست بردار نیست از سرمون:

$$|\vec{a} \pm \vec{b}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 \pm 2(\vec{a} \cdot \vec{b})$$

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c})$$

پاسخ شریقی:

$$\vec{a} + \vec{b} + \vec{c} = 2\vec{i} - 3\vec{k} \Rightarrow |\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}| = \sqrt{2^2 + (-3)^2} = \sqrt{13}$$

$$|\vec{a} + \vec{b} + \vec{c}|^2 = |\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + |\vec{c}|^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) \Rightarrow \sqrt{13}^2 = 2^2 + 1^2 + 4^2 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c})$$

$$\Rightarrow 13 = 21 + 2(\vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c}) \Rightarrow \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c} + \vec{b} \cdot \vec{c} = -4$$

گروه آموزشی ماز

۲۸- چهار نقطه $A(1, 2, m)$ ، $B(4, 2, 1)$ ، $C(2, 1, 1)$ و $D(0, 2, -1)$ واقع بر یک صفحه هستند. مقدار m کدام است؟

$\frac{1}{2}$ (۴)

$-\frac{1}{4}$ (۳)

$\frac{1}{5}$ (۲)

$-\frac{1}{2}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

نکته:

شرط آن که سه بردار، واقع بر یک صفحه باشند، آن است که ضرب مختلط سه بردار، صفر باشد. $|\vec{a} \cdot (\vec{b} \times \vec{c})| = 0$

پاسخ شریقی:

بردارهای \vec{BA} ، \vec{BC} و \vec{BD} را تشکیل می‌دهیم. ببینید:

$$\vec{BA} = (1-4, 2-2, m-1) = (-3, 0, m-1)$$

$$\vec{BC} = (2-4, 1-2, 1-1) = (-2, -1, 0)$$

$$\vec{BD} = (0-4, 2-2, -1-1) = (-4, 0, -2)$$

ضرب مختلط سه بردار، باید صفر باشد، بنابراین:

$$\overline{BA} \cdot (\overline{BC} \times \overline{BD}) = \begin{vmatrix} -3 & 0 & m-1 \\ -2 & -1 & 0 \\ -4 & 0 & -2 \end{vmatrix} = -1 \times \begin{vmatrix} -3 & m-1 \\ -4 & -2 \end{vmatrix} = 0 \Rightarrow -1(6 + 4m - 4) = 0 \Rightarrow 4m + 2 = 0 \Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

گروه آموزشی ماز

۲۹- خط $y = 3x + 2$ سهمی $y = x^2 + 2x$ را در نقاط A و B و خط $y = 3x + 1$ این سهمی را در نقاط A' و B' قطع می‌کند. معادله خط گذرنده از وسط پاره‌های AB و A'B' کدام است؟

$x = 1$ (۴)

$x = \frac{1}{2}$ (۳)

$x = -1$ (۲)

$x = -\frac{1}{2}$ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

روش اول:

نقاط A, B, A' و B' را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = 3x + 2 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x = 3x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_A = 2 \Rightarrow A(2, 8) \\ x_B = -1 \Rightarrow B(-1, -1) \end{cases} \Rightarrow \text{مختصات وسط AB} \Rightarrow M \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{7}{2} \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x = 3x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x_{A'} = \frac{1+\sqrt{5}}{2} \Rightarrow A'(\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{3\sqrt{5}+5}{2}) \\ x_{B'} = \frac{1-\sqrt{5}}{2} \Rightarrow B'(\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{-3\sqrt{5}+5}{2}) \end{cases} \Rightarrow \text{مختصات وسط A'B'} \Rightarrow N \begin{pmatrix} \frac{1}{2} \\ \frac{5}{2} \end{pmatrix}$$

معادله خط گذرنده از M و N را می‌نویسیم: $x = \frac{1}{2}$

روش دوم:

خط گذرنده از وسط وترهای موازی در سهمی، همان خطی است که همواره موازی محور تقارن سهمی رسم می‌شود. پس کافی است طول وسط پاره خط AB یا A'B' را به دست آوریم. برای این منظور نقاط برخورد یکی از خطوط را با سهمی بدست می‌آوریم.

$$\begin{cases} y = x^2 + 2x \\ y = 3x + 1 \end{cases} \Rightarrow x^2 + 2x = 3x + 1 \Rightarrow x^2 - x - 1 = 0 \Rightarrow x_A + x_B = -\frac{b}{a} \Rightarrow x_A + x_B = \frac{1}{1} = 1 \Rightarrow x = \frac{x_A + x_B}{2} = \frac{1}{2}$$

معادله خط گذرنده از وسط دو وتر $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$

گروه آموزشی ماز

۳۰- اگر نقاط $F(-5, -4)$ و $F'(9, -4)$ بیضی گذرنده از نقطه $N(4, 8)$ باشند، طول وتر گذرنده از کانون که عمود بر محور کانونی است، کدام می‌باشد؟

26 (۴)

21 (۳)

20 (۲)

19 (۱)

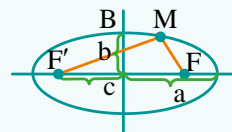
(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۳

بیضی:

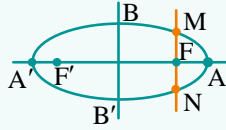
مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که مجموع فواصل آن‌ها از دو نقطه ثابت و متمایز F و F' در آن صفحه، مقداری ثابت (مثبت باشد) این دو نقطه ثابت، کانون‌های بیضی بوده و مقدار ثابت همان قطر بزرگی بیضی است.

$$MF + MF' = 2a = \text{قطر بزرگ} \quad a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow \begin{cases} \text{قطر بزرگ} = 2a \\ \text{قطر کوچک} = 2b \\ \text{فاصله کانونی} = 2c \end{cases}$$



وتر کانونی بیضی:

اگر در نقاط F یا F' خطی عمود بر قطر بزرگ (موازی قطر کوچک) رسم کنیم تا بیضی را در نقاط M و N قطع کند، همان وتر کانونی بیضی است.



وتر کانونی بیضی $MN = \frac{2b^2}{a}$

پاسخ تشریحی:

مجموع فواصل هر نقطه روی بیضی از کانون‌ها برابر قطر بزرگ (2a) می‌باشد. پس:

$$\left. \begin{aligned} NF &= \sqrt{(9-4)^2 + (-4-8)^2} = \sqrt{25+144} = 13 \\ NF' &= \sqrt{(-5-4)^2 + (-4-8)^2} = \sqrt{81+144} = 15 \end{aligned} \right\} \Rightarrow NF + NF' = 2a \Rightarrow 13 + 15 = 2a \Rightarrow a = 14$$

$$FF' = 2c \Rightarrow 14 = 2c \Rightarrow c = 7 \Rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 14^2 = 7^2 + b^2 \Rightarrow b^2 = 196 - 49 = 147 \Rightarrow b^2 = 147$$

$$\text{وتر کانونی} = \frac{2b^2}{a} = \frac{2 \times 147}{14} = \frac{2 \times 49 \times 3}{14} = 21$$

بنابراین طول وتر کانونی برابر است با:

گروه آموزشی ماز

۳۱- چند مربع لاتین به شکل مقابل وجود دارد؟

۲			۴
	۲		
		۳	
			۳

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۴ (۳)
- ۸ (۴)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

فقط ۲ مربع لاتین زیر می‌تواند وجود داشته باشد.

دقت کنید خانه‌هایی که اعداد آن با رنگ سبز پر شده، فقط با همان اعداد سازگارند و فقط ۴ خانه‌ای که اعداد آن با رنگ نارنجی نوشته شده ۲ حالت دارند. پس دو مربع لاتین می‌توان با شرایط داده شده نوشت.

۲	۳	۱	۴
۳	۲	۴	۱
۴	۱	۳	۲
۱	۴	۲	۳

۲	۳	۱	۴
۳	۲	۴	۱
۱	۴	۳	۲
۴	۱	۲	۳

گروه آموزشی ماز

۳۲- حداقل چند عضو از مجموعه اعداد طبیعی کمتر از ۲۱ انتخاب کنیم تا مطمئن باشیم حداقل ۲ عضو با تفاضل ۱۱ در بین آن‌ها وجود دارد؟

۱۳ (۴)

۱۲ (۳)

۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ تشریحی:

مجموعه‌های زیر را ببینید:

$$\{1\}, \{1, 0\}, \{1, 20\}, \{1, 19\}, \{1, 18\}, \{1, 17\}, \{1, 16\}, \{1, 15\}, \{1, 14\}, \{1, 13\}, \{1, 12\}$$

اگر از هر مجموعه فوق، یک عضو انتخاب کنیم به مجموعه‌ای مانند $\{1, 2, 3, \dots, 10, 11\}$ می‌رسیم که تفاضل هیچ دو عضوی از آن ۱۱ نمی‌باشد. با اضافه کردن عضو دوازدهم (انتخاب یک عضو دیگر از یکی از مجموعه‌های ۲ عضوی) به مجموعه‌ای ۱۲ عضوی می‌رسیم که طبق اصل لانه کبوتری حداقل ۲ عضو آن تفاضلی برابر ۱۱ دارند.

گروه آموزشی ماز

۳۳- عدد احاطه‌گری مکمل گراف P_8 کدام است؟

۲ (۴)

۳ (۳)

۴ (۲)

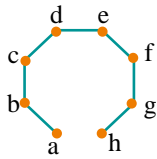
۵ (۱)

(متوسط - مفهومی - ۱۳۰۲)

پاسخ: گزینه ۴



پاسخ تشریحی:



در شکل مقابل، رئوس a و h از درجه ۱ هستند که در گراف مکمل این رئوس از درجه ۶ خواهند بود.

در گراف مکمل P_8 ، رأس a به تمام رئوس به غیر از b و رأس h به تمام رئوس به غیر از g متصل می‌شود، پس این دو رأس، تمامی رئوس گراف مکمل P_8 را احاطه می‌کنند و عدد احاطه‌گری ۲ خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۳۴- از میان ۴ کتاب ریاضی و ۳ کتاب فیزیک که همگی متمایز هستند به چند طریق می‌توان ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک انتخاب کرد و در قفسه چید به طوری که دو کتاب فیزیک کنار هم قرار نگیرند؟

۲۱۶ (۴)

۸۶۴ (۳)

۲۸۸ (۲)

۴۳۲ (۱)

(متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۳۰۳)

پاسخ: گزینه ۳



ترکیب:

$$C(n, r) = \binom{n}{r} = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

انتخاب r شیء از n شیء متمایز که به آن ترکیب گفته می‌شود برابر است با:

جایگشت:

هر طریق، قرارگیری n شیء متمایز در یک ردیف کنار هم را یک جایگشت از آن اشیاء می‌گوییم. جایگشت n شیء متمایز برابر $n!$ است.

روش اول:

ابتدا ۳ کتاب از ۴ کتاب ریاضی و ۲ کتاب از ۳ کتاب فیزیک انتخاب می‌کنیم که این کار به $\binom{4}{3} \times \binom{3}{2}$ یعنی ۱۲ طریق امکان‌پذیر است.

حال به روش متمم، تعداد حالت‌هایی را حساب می‌کنیم که ۲ کتاب فیزیک کنار هم باشند و آن را از جایگشت ۵ شیء کم می‌کنیم. ببینید:

$$48 = 4! \times 2! = 24 \times 2 = 48$$

تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم هستند \Rightarrow ریاضی، ریاضی، فیزیک، فیزیک، ریاضی

$$72 = 48 - 24 = 24$$

تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نیستند. $\Rightarrow 5! = 120 - 48 = 72$ تعداد حالت‌های قرارگیری ۵ کتاب کنار هم

تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نیستند.

$$\binom{4}{3} \times \binom{3}{2} \times 72 = 4 \times 3 \times 72 = 864$$

بنابراین جواب برابر است با:

انتخاب کتاب‌ها

روش دوم:

برای محاسبه تعداد حالت‌هایی که در جایگشت ۳ کتاب ریاضی و ۲ کتاب فیزیک، کتاب‌های فیزیک کنار هم نباشند، می‌توان ۳ کتاب ریاضی را با فاصله در کنار هم قرار داد که در بین و اطراف ۳ کتاب ریاضی، ۴ فضای خالی ایجاد می‌شود و می‌توان ۲ فضا را برای قرارگیری کتاب‌های فیزیک انتخاب کرد و جایگشت کتاب‌های ریاضی و جایگشت کتاب‌های فیزیک را در آن ضرب کرد.

$$R_1 - R_2 - R_3 \Rightarrow \binom{4}{2} \times 3! \times \binom{3}{2} \times \binom{4}{3} = 6 \times 6 \times 2 \times 3 \times 4 = 864$$

انتخاب کتاب‌ها: تعداد حالت‌هایی که ۲ کتاب فیزیک کنار هم نباشند.

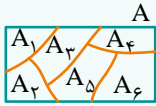
گروه آموزشی ماز

۳۵- به چند طریق می توان مجموعه $A = \{a, \{a\}, \{a, b\}, b\}$ را به دو زیرمجموعه افراز کرد؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۷ (۳) ۹ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

افراز مجموعه‌ها:



- وقتی می‌خواهیم یک مجموعه را به چند زیرمجموعه افراز کنیم:
 (۱) هیچ کدام از مجموعه‌ها نباید تهی باشد.
 (۲) اشتراک دوبه‌دوی تمام مجموعه‌ها، تهی می‌باشد.
 (۳) اجتماع تمام مجموعه‌ها، همان مجموعه اصلی می‌باشد.

پاسخ شریقی:

اندازه‌های مورد نظر به دو شکل مقابل است: یا

$$\frac{\binom{4}{2} \times \binom{2}{2}}{2!} + \binom{4}{1} \times \binom{3}{2} = \frac{6 \times 1}{2} + 4 \times 1 = 3 + 4 = 7$$

گروه آموزشی ماز

۳۶- به چند طریق می توان ۶ جایزه مختلف را بین ۳ نفر توزیع کرد به شرطی که لاقبل به یک نفر هیچ جایزه‌ای نرسد؟

- ۲۱۰ (۱) ۱۹۰ (۲) ۱۸۹ (۳) ۱۸۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ شریقی:

باید تعداد توابع غیرپوشا از یک مجموعه ۶ عضوی به یک مجموعه ۳ عضوی را محاسبه کنیم که مطابق اصل شمول برابر است با:

$$2^6 \times 3 - 1^6 \times 3 + 0 = 189$$

گروه آموزشی ماز

۳۷- اگر معادله $x_1 + x_2 + x_3 = 12$ با شرط $x_3 \geq k$ دارای ۲۱ دسته جواب طبیعی باشد، k کدام است؟

- ۴ (۱) ۵ (۲) ۴ (۳) ۳ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ شریقی:

$$\left. \begin{array}{l} x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 1 \\ x_3 \geq k \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{تغییر متغیر}} x'_1 + x'_2 + x'_3 + 1 + 1 + k = 12 \xrightarrow{x'_1 \geq 0, x'_2 \geq 0, x'_3 \geq 0} x'_1 + x'_2 + x'_3 = 10 - k$$

$$\Rightarrow \binom{10 - k + 3 - 1}{3 - 1} = 21 \Rightarrow \binom{12 - k}{2} = 21 \Rightarrow 12 - k = 7 \Rightarrow k = 5$$

گروه آموزشی ماز

۳۸- به چند طریق می توان ۴ سیب قرمز یکسان و ۵ پرتقال یکسان را بین ۳ نفر توزیع کرد؟

- ۲۱۰ (۱) ۲۷۰ (۲) ۳۱۵ (۳) ۴۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی / محاسباتی - ۱۲۰۳)

پاسخ شریقی:

مسئله را به شکل ریاضی تبدیل می‌کنیم و دستگاه زیر ساخته می‌شود:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 4 \\ y_1 + y_2 + y_3 = 5 \end{cases}$$

باید تعداد جواب‌های هر معادله را محاسبه کرده و در هم ضرب کنیم:

$$\text{تعداد جواب‌های معادله اول} = \binom{n+k-1}{k-1} = \binom{4+3-1}{3-1} = \binom{6}{2} = 15$$

$$\text{تعداد جواب‌های معادله دوم} = \binom{5+3-1}{3-1} = \binom{7}{2} = 21$$

$$15 \times 21 = 315 = \text{تعداد جواب نهایی (تعداد راه‌های توزیع پرتقال و سیب بین ۳ نفر)}$$

گروه آموزشی ماز

۳۹- در یک گراف ۴- منتظم، اگر $\gamma(G) = 3$ باشد، حداکثر مرتبه گراف کدام است؟

۱۹ (۴)

۱۷ (۳)

۱۵ (۲)

۱۲ (۱)

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:

در هر گراف از مرتبه n و ماکزیمم درجه Δ می‌توان گفت:

$$\gamma(G) \geq \left\lceil \frac{n}{\Delta+1} \right\rceil$$

$$\Rightarrow 3 \geq \left\lceil \frac{n}{4+1} \right\rceil \Rightarrow 3 \geq \left\lceil \frac{n}{5} \right\rceil \Rightarrow \max(n) = 15$$

پس:

توجه داریم گراف ۴-منتظم از مرتبه ۱۵، می‌تواند عدد احاطه‌گری ۳ داشته باشد، کافی است سه گراف k جدا از هم بکشید!!

گروه آموزشی ماز

۴۰- در گراف مقابل، اختلاف بیشترین و کمترین تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمال کدام است؟

۱ (۱)

۲ (۲)

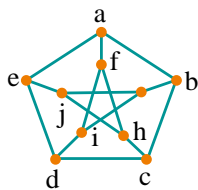
۳ (۳)

۴ (۴)

(متوسط - مفهومی - ۱۴۰۲)

پاسخ: گزینه ۲

پاسخ تشریحی:



مجموعه احاطه‌گر مینیمم این گراف ۳ عضوی است. مثلاً مجموعه $\{a, i, h\}$ یک γ -مجموعه است.

می‌دانیم تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمم، همان حداقل تعداد عضوهای مجموعه احاطه‌گر مینیمال است. پس مجموعه احاطه‌گر مینیمال حداقل ۳ عضو دارد. از طرفی مجموعه $\{a, b, c, d, e\}$ بیشترین تعداد عضو را در بین مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال داراست. پس اختلاف بیشترین و کمترین تعداد عضو در بین مجموعه‌های احاطه‌گر مینیمال این گراف برابر ۲ است.

گروه آموزشی ماز

۴۱- در رابطه $A = \frac{m}{\mu \cdot \epsilon}$ ، کمیت‌های m ، μ و ϵ به ترتیب جرم، تراوایی مغناطیسی خلأ و گذردهی الکتریکی خلأ هستند. یکای کمیت A در SI، با یکای کدام یک از کمیت‌های زیر یکسان است؟

- (۱) انرژی (۲) تکانه (۳) نیرو (۴) شتاب

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



با توجه به این که تندی نور در خلأ برابر $c = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}}$ است، می‌توان کمیت A را به صورت زیر نوشت:

$$A = \frac{m}{\mu \cdot \epsilon} = m \times \left(\frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}} \right)^2 = mc^2$$

بنابراین طبق رابطه معروف $E = mc^2$ که توسط اینشتین ارائه شد، کمیت A از جنس انرژی می‌باشد.

گروه آموزشی ماز

۴۲- شکل‌های زیر جهت‌های حرکت یک چشمه صوتی و یک شنونده را در وضعیت‌های مختلف نشان می‌دهد. اگر بسامدی که شنونده در شکل‌های (۱)، (۲) و (۳) می‌شنود به ترتیب f_1 ، f_2 و f_3 باشد، کدام مقایسه صحیح است؟

چشمه	شنونده		(۱)	$f_1 > f_2 > f_3$
•	•		(۲)	$f_1 > f_2 > f_3$
• →	•		(۳)	$f_2 > f_1 > f_3$
• ←	•		(۴)	$f_3 > f_1 > f_2$

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



در شکل (۲)، فاصله شنونده و چشمه در حال کاهش است و بسامد افزایش می‌یابد. ($f_2 > f_1$)
در شکل (۳)، فاصله شنونده و چشمه در حال افزایش است و بسامد کاهش می‌یابد. ($f_2 < f_1$)

$f_2 > f_1 > f_3$

گروه آموزشی ماز

۴۳- معادله نوسان چشمه یک موج در SI به صورت $x = 0.2 \cos 100\pi t$ است. اگر تندی انتشار موج در محیط $50 \frac{m}{s}$ باشد، فاصله هر دو قله متوالی موج چند سانتی‌متر است؟

- (۱) ۲ (۲) ۱ (۳) ۱۰۰ (۴) ۲۰۰

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)



هرگاه در ناحیه‌ای از یک محیط کشسان، ارتعاشی به وجود آید موجب پدید آمدن ارتعاش‌های پی‌درپی دیگری می‌شود که از محل شروع ارتعاش دور می‌شوند و به این ترتیب یک موج ایجاد می‌شود موج مکانیکی برای انتشار خود به یک محیط مادی نیاز دارند مانند موج‌های روی سطح آب.



در این موج راستای انتشار موج بر راستای ارتعاش ذرات محیط عمود است.



در این موج راستای ارتعاش ذرات در راستای انتشار موج است.



فاصله بین دو برآمدگی یا دو فرورفتگی مجاور در موج عرضی و فاصله بین دو تراکم متوالی یا دو انبساط متوالی در موج طولی، طول موج نامیده می‌شود. طول موج مسافتی است که موج در مدت دوره تناوب نوسان چشمه طی می‌کند.

$$\lambda = vT = \frac{v}{f}$$

- f : بسامد موج T : دوره تناوب v : تندی انتشار موج λ : طول موج



نکته:

تندی انتشار موج به جنس محیط و ویژگی‌های فیزیکی محیط انتشار بستگی دارد.

نکته ۲:

دوره تناوب، بسامد و دامنه موج صرفاً به چشمه موج وابسته‌اند.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \begin{cases} \lambda_2 = \frac{v_2}{f} \\ \lambda_1 = \frac{v_1}{f} \end{cases} \leftarrow \text{(۱) اگر بسامد ثابت بماند}$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \lambda_2 = \frac{v_2}{f_2} \\ \lambda_1 = \frac{v_1}{f_1} \end{array} \right. \leftarrow \text{(۲) اگر تندی انتشار موج ثابت بماند}$$

گام اول:

بسامد نوسان برابر است با:

$$x = 0.2 \cos 100\pi t \rightarrow \omega = 100\pi \rightarrow 2\pi f = 100\pi \rightarrow f = 50 \text{ Hz}$$

گام دوم:

طول موج و فاصله دو قله متوالی برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \lambda = \frac{50}{50} \rightarrow \lambda = 1 \text{ m}$$

$$\text{فاصله هر دو قله متوالی} = \lambda = 1 \text{ m} = 100 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۴- یک نوسان‌ساز موج‌هایی دوره‌ای در یک ریسمان کشیده ایجاد می‌کند. اگر کشش ریسمان را افزایش دهیم، بسامد و طول موج درون ریسمان به ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟

- (۱) ثابت - کاهش (۲) ثابت - افزایش (۳) کاهش - کاهش (۴) کاهش - افزایش

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



بسامد موج به منبع موج (نوسان‌ساز) بستگی دارد و ثابت می‌ماند. با افزایش نیروی کشش ریسمان، طبق رابطه $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ ، تندی انتشار موج افزایش می‌یابد.

و در نتیجه طبق رابطه $\lambda = \frac{v}{f}$ ، طول موج نیز افزایش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۴۵- طول آنتن یک گوشی تلفن همراه قدیمی معمولاً $\frac{1}{4}$ طول موج دریافتی است. بسامد یک موج رادیویی که توسط تلفن‌های همراه قابل دریافت است

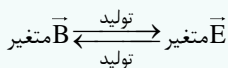
$5 \times 10^8 \text{ Hz}$ است. طول آنتن تلفن همراه قدیمی چند سانتی‌متر باشد تا بتواند این موج را دریافت کند؟ $(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}})$

- (۱) ۷/۵ (۲) ۱۰ (۳) ۱۵ (۴) ۳۰

پاسخ: گزینه ۳ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

امواج الکترومغناطیسی

این امواج از رابطه متقابل میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی به وجود می‌آیند که رابطه متقابل میدان‌ها سبب انتقال نوسان‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از یک نقطه فضا به نقاط دیگر و یا همان انتشار موج الکترومغناطیسی می‌شود.



مشخصه‌های موج الکترومغناطیسی

۱- میدان الکتریکی \vec{E} همواره عمود بر میدان مغناطیسی \vec{B} است.

۲- میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی \vec{E} و \vec{B} همواره بر جهت حرکت موج عمودند و در نتیجه موج الکترومغناطیسی یک موج عرضی است.

۳- میدان‌ها با بسامد یکسان و هم‌گام با یکدیگر تغییر می‌کنند.

۴- تندی انتشار همه موج‌های الکترومغناطیسی در خلأ یکسان و برابر $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ است.

هـ. این امواج، انرژی را به صورت انرژی میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی منتقل می‌کنند.

جهت انتشار امواج الکترومغناطیسی

برای تعیین جهت انتشار موج‌های الکترومغناطیسی از قاعده دست راست استفاده می‌کنیم:

چهار انگشت دست راست را در جهت \vec{E} می‌گیریم به طوری که اگر آن‌ها را 90° خم کنیم در جهت \vec{B} قرار بگیرند در این حالت انگشت شست باز جهت انتشار موج را نشان می‌دهد.

تندی انتشار امواج الکترومغناطیسی

$$c = \frac{1}{\sqrt{\mu \cdot \epsilon}}$$

μ : تراوایی مغناطیسی خلأ
 ϵ : ضریب گذردهی الکتریکی خلأ

پاسخ سریعی:

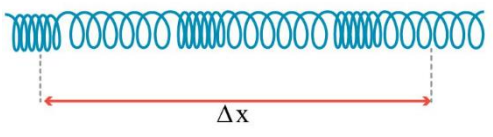
با استفاده از رابطه طول موج، به سادگی می‌توان نوشت:

$$\lambda = \frac{c}{f} \rightarrow \lambda = \frac{3 \times 10^8}{5 \times 10^7} \rightarrow \lambda = 0.6 \text{ m} = 60 \text{ cm}$$

$$L = \frac{1}{4} \lambda = \frac{1}{4} \times 60 \text{ (cm)} \rightarrow L = 15 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۶- مطابق شکل زیر، یک موج طولی با بسامد 100 Hz در یک فنر کشیده شده در حال انتشار است. اگر تندی انتشار موج در فنر $25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، فاصله Δx چند سانتی‌متر است؟



- (۱) ۷۵
- (۲) ۶۲/۵
- (۳) ۳۷/۵
- (۴) ۱۲/۵

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۳)

موج طولی و مشخصه‌های آن

در انتشار موج طولی در یک فنر کشیده شده، ناحیه‌های جمع‌شدگی و بازشدگی به طور متناوب در طول فنر ظاهر می‌شوند. همه مشخصه‌های موج عرضی، برای یک موج طولی نیز تعریف می‌شود.
 طول موج (λ): فاصله بین دو تراکم یا دو انبساط متوالی است.
 دامنه (A): بیشینه جابه‌جایی از مکان تعادل است.
 تندی انتشار موج:

$$v = \frac{\lambda}{T}$$

v : تندی انتشار موج λ : طول موج T : دوره تناوب

نکته مهم:

برای امواج مکانیکی، تندی انتشار امواج طولی در یک محیط جامد بیشتر از تندی انتشار موج عرضی در همان محیط است.

گام اول:

طول موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} = \frac{25}{100} = 0.25 \text{ m} = 25 \text{ cm}$$

گام دوم:

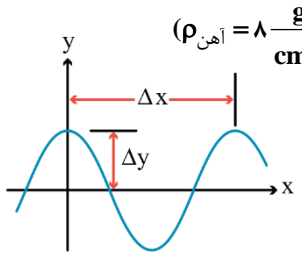
همان طور که می دانیم فاصله دو تراکم متوالی برابر λ و فاصله یک تراکم و یک انبساط متوالی $\frac{\lambda}{2}$ است پس داریم:

$$\Delta x = \lambda + \lambda + \frac{\lambda}{2} = \frac{5}{2}\lambda$$

$$\rightarrow \Delta x = \frac{5}{2} \times 25 \rightarrow \Delta x = 62.5 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۴۷- در نمودار جابه جایی - مکان موج عرضی شکل زیر که در طنابی آهنی با شعاع مقطع ۱mm منتشر می شود، $\Delta x = 32 \text{ cm}$ و $\Delta y = 15 \text{ cm}$ است. اگر



بیشینه شتاب هر یک از ذرات محیط $\frac{m}{s^2}$ $21/6$ باشد، نیروی کشش طناب تقریباً چند نیوتون است؟ ($\pi = 3$ ، $\rho_{\text{آهن}} = 8 \frac{g}{cm^3}$)

- ۱ (۱)
- ۲ (۲)
- ۳ (۳)
- ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی - ۱۲۰۳)

تندی انتشار امواج عرضی در طناب

برای محاسبه تندی امواج عرضی در طناب، می توان از روابط زیر استفاده کرد:

۱) $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ → نیروی کشش طناب → چگالی خطی

۲) $v = \sqrt{\frac{FL}{m}}$ → طول طناب → جرم طناب

۳) $v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$
قطر مقطع طناب چگالی طناب

گام اول:

با توجه به نمودار، دامنه موج برابر $A = 15 \text{ cm}$ است. بسامد زاویه ای موج برابر است با:

$$a_{\text{max}} = A\omega^2 \rightarrow 21/6 = \frac{15}{100} \omega^2 \rightarrow \omega^2 = 144 \rightarrow \omega = 12 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

گام دوم:

با توجه به نمودار، طول موج برابر $\lambda = 32 \text{ cm}$ است. تندی انتشار موج برابر است با:

$$\lambda = \frac{v}{f} \quad f = \frac{\omega}{2\pi} \approx 2 \text{ Hz} \rightarrow 32/2 = \frac{v}{2} \rightarrow v = 64 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

گام سوم:

نیروی کشش طناب برابر است با:

$$v = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}} \rightarrow 64 = \frac{2}{2 \times 10^{-3}} \sqrt{\frac{F}{8 \times 10^3 \times 3}}$$

$$\rightarrow 64 \times 64 = 10^6 \times \frac{F}{24 \times 10^3} \rightarrow F = \frac{24 \times 64 \times 64}{1000} \approx 1 \text{ N}$$

گروه آموزشی ماز

۴۸- شخصی به انتهای میله باریک بلندی ضربه می‌زند. شخص دیگری که گوش خود را نزدیک به انتهای دیگر میله گذاشته است دو صدا با اختلاف زمانی $0.12s$ می‌شنود طول میله تقریباً چند متر است؟ (سرعت صوت در هوا و میله به ترتیب $340 \frac{m}{s}$ و $5100 \frac{m}{s}$ است.)

۴۴ (۱) ۲۲ (۲) ۵۲ (۳) ۳۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۳)

موج صوتی

صوت یک موج طولی است که توسط جسمی مرتعش تولید می‌شود که به آن چشمه صوت گفته می‌شود در هنگام انتشار صوت مجموعه‌ای از تراکم‌ها و انبساط‌ها در محیط تشکیل می‌شود.

تندی انتشار صوت

تندی صوت نیز مانند هر موج مکانیکی دیگری با رابطه $v = f\lambda$ به دست می‌آید و به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد.

نکته ۱:

تندی صوت در جامدها بیشتر از مایعات و در مایعات بیشتر از گازها است.

نکته ۲:

تندی صوت افزون بر جنس محیط به دما نیز بستگی دارد یعنی با افزایش دمای محیط، تندی انتشار صوت در آن محیط بیشتر می‌شود.

پاسخ سریع:

ضربه به انتهای میله زده می‌شود



چون تندی صوت در میله بیشتر از تندی صوت در هوا است پس صوت در میله سریع‌تر به گوش شنونده می‌رسد و داریم:

$$t_{\text{در هوا}} = t_{\text{در میله}} + 0.12s$$

$$\frac{L}{v_{\text{در هوا}}} = \frac{L}{v_{\text{در میله}}} + 0.12$$

$$\rightarrow \frac{L}{340} = \frac{L}{5100} + 0.12 \xrightarrow{\times 5100} 15L = L + 612$$

$$\rightarrow 14L = 612 \rightarrow L = \frac{612}{14} = \frac{306}{7} \rightarrow L \approx 44m$$

گروه آموزشی ماز

۴۹- اگر از یک چشمه صوتی $4m$ دور شویم، تراز شدت صوت 20 دسی‌بل کاهش می‌یابد. فاصله اولیه از این چشمه چند متر بوده است؟

$\frac{4}{9}$ (۴) $\frac{1}{3}$ (۳) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{1}{9}$ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۳)

شدت صوت

شدت یک موج صوتی (I) در یک سطح، برابر آهنگ متوسط انرژی است که توسط موج به واحد سطح، عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد یا از آن عبور می‌کند.

$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

I : شدت صوت

P_{av} : آهنگ متوسط انتقال انرژی

A : مساحت سطح

یکای شدت صوت، وات بر متر مربع $(\frac{W}{m^2})$ است.

نکته:

شدت صوت با مربع دامنه (A^2) و نیز مربع بسامد (f^2) موج صوتی متناسب است.

$$I \propto A^2 f^2$$

نکته ۲:

شدت صوت با مربع فاصله از چشمه صوت نسبت معکوس دارد:

$$I \propto \frac{1}{r^2}$$

تراز شدت صوت

برای بررسی گستره وسیعی از شدت‌های صوت ساده‌تر است به جای شدت I، از تراز شدت صوت یا تراز صوتی استفاده کرد که به صورت رابطه لگاریتمی زیر تعریف می‌شود:

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$$

یکای تراز شدت صوت دسی‌بل است.

نکته ۳:

اختلاف تراز شدت دو موج صوتی:

$$\beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 20 \log \left(\frac{A_2}{A_1} \times \frac{f_2}{f_1} \times \frac{r_1}{r_2} \right)$$

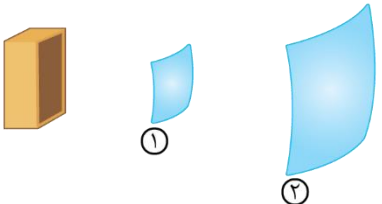
پاسخ تشریحی:

فاصله اولیه تا چشمه صوت برابر است با:

$$\begin{aligned} \beta &= 10 \log \frac{I}{I_0} \rightarrow \beta_2 - \beta_1 = 10 \log \frac{I_2}{I_1} \\ \rightarrow -20 &= 10 \log \frac{I_2}{I_1} \rightarrow \log \frac{I_2}{I_1} = -2 \\ \rightarrow \frac{I_2}{I_1} &= 10^{-2} = \frac{1}{100} \rightarrow \left(\frac{r_1}{r_2} \right)^2 = \frac{1}{100} \\ \rightarrow \frac{r_1}{r_2} &= \frac{1}{10} \rightarrow \frac{r_1}{r_1 + 4} = \frac{1}{10} \\ \rightarrow 10r_1 &= r_1 + 4 \rightarrow 9r_1 = 4 \rightarrow r_1 = \frac{4}{9} \text{ m} \end{aligned}$$

گروه آموزشی ماز

۵۰- مطابق شکل، دو صفحه (۱) و (۲) با مساحت‌های 10 cm^2 و 40 cm^2 در فاصله‌های 10 m و 30 m از یک چشمه صوت قرار دارند. انرژی صوتی که در هر دقیقه به صفحه (۲) می‌رسد، 0.6 mJ کمتر از انرژی صوتی است که در هر دقیقه به صفحه (۱) می‌رسد. توان متوسط چشمه صوت چند وات است؟ ($\pi \approx 3$) و از جذب انرژی در محیط صرف نظر کنید.



- ۲۱/۶ (۱)
- ۲۲/۴ (۲)
- ۲۴ (۳)
- ۱۸/۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - محاسباتی - ۱۴۰۳)

پاسخ تشریحی:

با استفاده از یک تناسب ساده، مشخص می‌کنیم چه کسری از توان صوتی چشمه به هر صفحه می‌رسد.

مساحت	توان	
صفحه (۱)	$10 \times 10^{-4} \text{ m}^2$	P_1
کل	$4\pi \times 10^2 \text{ m}^2$	$P_{\text{کل}}$

$$\rightarrow P_1 = \frac{10 \times 10^{-4} \times P_{\text{کل}}}{4 \times 3 \times 10^2} \rightarrow P_1 = \frac{P_{\text{کل}}}{12 \times 10^5}$$

صفحه (۲) کل	$\frac{\text{مساحت}}{4.0 \times 10^{-4} \text{ m}^2}$ <hr style="width: 100%;"/> $\frac{4\pi \times 3.0^2 \text{ m}^2}{P_{\text{کل}}}$	$\frac{P_{\text{کل}}}{P_{\text{کل}}}$	$\rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{4.0 \times 10^{-4} \times P_{\text{کل}}}{4 \times 3 \times 3.0^2} \rightarrow P_{\text{کل}} = \frac{P_{\text{کل}}}{27 \times 10^5}$
----------------	--	---------------------------------------	--

بنابراین انرژی صوتی که در هر دقیقه به هر یک از صفحه‌ها می‌رسد برابر است با:

$$E_1 = P_1 t = \frac{P_{\text{کل}}}{12 \times 10^5} \times 60 = \frac{P_{\text{کل}}}{2 \times 10^4}$$

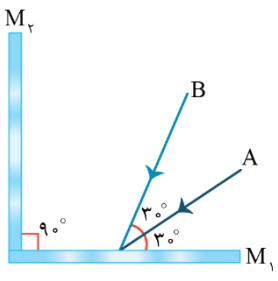
$$E_2 = P_2 t = \frac{P_{\text{کل}}}{27 \times 10^5} \times 60 = \frac{2P_{\text{کل}}}{9 \times 10^4}$$

$$E_1 - E_2 = 0.6 \times 10^{-3} \text{ J} \rightarrow \frac{P_{\text{کل}}}{2 \times 10^4} - \frac{2P_{\text{کل}}}{9 \times 10^4} = 0.6 \times 10^{-3}$$

$$\rightarrow \frac{P_{\text{کل}}}{2} - \frac{2P_{\text{کل}}}{9} = 6 \rightarrow \frac{5P_{\text{کل}}}{18} = 6 \rightarrow P_{\text{کل}} = 21.6 \text{ W}$$

گروه آموزشی ماز

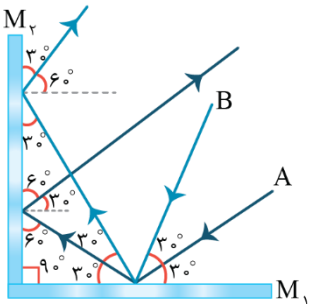
۵۱- مطابق شکل، دو پرتوی نور تکفام به آینه M_1 می‌تابند و پس از بازتاب از آینه‌ها، از مجموعه خارج می‌شوند. زاویه بین دو پرتوی خارج شده چند درجه است؟



- ۳۰ (۱)
- ۶۰ (۲)
- ۹۰ (۳)
- ۱۲۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

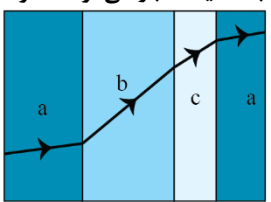
مسیر پرتوها مطابق قانون عمومی بازتاب به شکل زیر است.



مطابق شکل، پرتوی خروجی A، ۳۰° بالای خط افق و پرتوی خروجی B، ۶۰° بالای خط افق است، بنابراین زاویه بین دو پرتو ۳۰° است.

گروه آموزشی ماز

۵۲- شکل زیر، یک پرتوی موج الکترومغناطیسی را نشان می‌دهد که با عبور از محیط اولیه a، از طریق محیط‌های b و c به محیط a باز می‌گردد. اگر طول موج پرتو در این محیط‌ها را با λ_a ، λ_b و λ_c نشان دهیم، کدام مقایسه صحیح است؟



- (۱) $\lambda_a > \lambda_b > \lambda_c$
- (۲) $\lambda_a = \lambda_b = \lambda_c$
- (۳) $\lambda_b > \lambda_a > \lambda_c$
- (۴) $\lambda_b > \lambda_c > \lambda_a$

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۴۰۴)

در عبور از محیط a به b، پرتو از خط عمود دور شده است، پس سرعت آن افزایش یافته و طول موج آن نیز بیشتر شده است. ($\lambda_b > \lambda_a$)
 در عبور از محیط b به c، پرتو به خط عمود نزدیک شده، پس سرعت آن کاهش یافته و طول موج آن نیز کمتر شده است. ($\lambda_b > \lambda_c$)
 در عبور از محیط c به a، پرتو به خط عمود نزدیک شده، پس سرعت آن کاهش یافته و طول موج آن نیز کمتر شده است. ($\lambda_c > \lambda_a$)
 $\rightarrow \lambda_b > \lambda_c > \lambda_a$

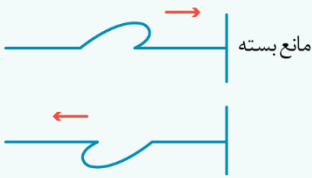
گروه آموزشی ماز

۵۳- دانش آموزی بین دو صخره قائم بلند ایستاده است و فاصله او تا صخره دورتر 400m است. دانش آموز فریاد می‌زند. اگر فاصله زمانی شنیدن اولین و

دومین پژواک صدایش 2s باشد، فاصله میان دو صخره چند متر است؟ $(\frac{m}{s} = 320 = \text{تندی صوت})$

- (۱) ۴۸۰ (۲) ۵۶۰ (۳) ۸۸۰ (۴) ۷۲۰

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۴)



بازتاب موج مطابق شکل هرگاه یک تپ (موج ساده) در یک ریسمان ایجاد کنیم تپ در انتهای بسته وارونه شده و برمی‌گردد علت آن نیروی مخالفی است که طبق قانون سوم نیوتن از طرف مانع به ریسمان وارد می‌شود:

بازتاب امواج دایره‌ای یا امواج تخت بر روی سطح آب وقتی که یک مانع در مسیر انتشار آن‌ها قرار دهیم نمونه‌ای از بازتاب موج در دو بعد است.



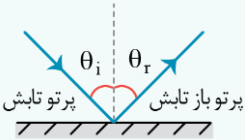
بازتاب صوت را از روی یک مانع پژواک می‌نامند که نمونه‌ای از بازتاب موج در سه بعد است.



صوت بازتاب شده پس از یک تأخیر زمانی شنیده می‌شود اگر تأخیر زمانی کمتر از $1/10$ ثانیه باشد، صوت بازتاب شده با صوت اصلی قابل تشخیص نخواهد بود.

قانون بازتاب عمومی

اگر زاویه بین پرتوی تابیده (فرودی) با خط عمود بر سطح مانع را با θ_i و زاویه بین پرتوی بازتابیده با خط عمود بر سطح مانع را با θ_r نشان دهیم در این صورت همواره زاویه تابش با زاویه بازتابش برابر است.



$$\theta_i = \theta_r$$

انواع بازتاب نور: ۱- منظم یا آینه‌ای ۲- نامنظم یا پخشنده

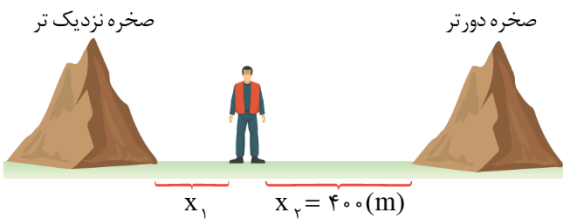


اگر (طول موج < ابعاد اجزای سطح) باشد سطح هموار و بازتاب منظم است و اگر (طول موج > ابعاد اجزای سطح) باشد سطح ناهموار و بازتاب نامنظم است.



در مکان‌یابی با استفاده از پژواک امواج فراصوتی (وال عنبر یا خفاش) شرط تشخیص جسم آن است که اندازه آن باید در حدود طول موج به کار رفته یا بزرگتر از آن باشد.

پاسخ تشریحی:



ابتدا زمان رسیدن پژواک صدای شخص از صخره دورتر را به دست می‌آوریم:

$$d_r = vt_r \rightarrow (400 + 400) = 320 \times t_r$$

$$\rightarrow t_r = 2/5\text{s}$$

چون فاصله زمانی شنیدن اولین و دومین پژواک ۲ ثانیه بوده است پس زمان رسیدن اولین پژواک صدای شخص از صخره نزدیک‌تر $0/5$ ثانیه است، بنابراین:

$$d_1 = x_1 + x_1 = 320 \times 0/5 = 160 \rightarrow 2x_1 = 160 \rightarrow x_1 = 80\text{m}$$

$$\text{فاصله میان دو صخره} = x_1 + x_2 = 80 + 400 = 480\text{m}$$

گروه آموزشی ماز

۵۴- نور مسافت d را در محیط شفاف (۱) در مدت زمان t و همین مسافت را در محیط شفاف (۲) در مدت زمان $\frac{4}{3}t$ طی می‌کند. سرعت نور در محیط (۲)

چند درصد از محیط (۱) کمتر است و اگر نور با زاویه تابش 53° از محیط (۱) وارد محیط (۲) شود، چند درجه از راستای اولیه‌اش منحرف می‌شود؟

$$(\sin 53^\circ = 4/5, \sin 37^\circ = 3/5, \sin 30^\circ = 1/2)$$

- (۱) 20% و 16° (۲) 20% و 23°
 (۳) 25% و 16° (۴) 25% و 23°

(متوسط - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳



شکست موج



وقتی موج از یک محیط وارد محیط دیگری می‌شود تندی موج تغییر کرده و ممکن است جهت انتشار موج نیز تغییر کند و اصطلاحاً موج شکست پیدا می‌کند.

نکته:



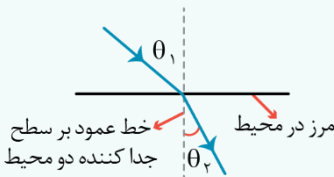
وقتی موج شکست پیدا می‌کند بسامد آن تغییر نمی‌کند ولی تندی و طول موج هر دو تغییر می‌کنند.

$$\lambda = \frac{v}{f} \rightarrow \frac{\lambda_2}{\lambda_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

قانون شکست عمومی



مطابق شکل، موج فرودی در هنگام عبور از مرز دو محیط تغییر جهت می‌دهد اگر تندی موج فرودی v_1 و تندی موج شکست یافته v_2 باشد رابطه زیر همواره برقرار است که به آن قانون شکست عمومی می‌گویند:



$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1}$$

$\sin \theta_1$: زاویه تابش

$\sin \theta_2$: زاویه شکست

v_1 : تندی موج تابش

v_2 : تندی موج شکست

نکته:



زاویه تابش = زاویه بین جبهه موج تابش و مرز جدایی = زاویه بین پرتو تابش و خط عمود بر مرز جدایی
 زاویه شکست = زاویه بین جبهه موج شکست و مرز جدایی = زاویه بین پرتو شکست و خط عمود بر مرز جدایی
 ضریب شکست:

$$n = \frac{c}{v} \rightarrow \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} \quad (n \geq 1)$$

n : ضریب شکست محیط

c : تندی نور در خلأ

v : تندی نور در محیط

قانون شکست اسنل



با استفاده از قانون شکست عمومی و مفهوم ضریب شکست داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{n_1}{n_2} \rightarrow n_1 \sin \theta_1 = n_2 \sin \theta_2$$

پاسخ تشریحی:

طبق رابطه $v = \frac{d}{t}$ داریم:

$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{d}{t_2}}{\frac{d}{t_1}} \rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow v_2 = \frac{t_1}{t_2} v_1$$

نتیجه می‌گیریم سرعت نور در محیط (۲)، ۲۵٪ از سرعت نور در محیط (۱) کمتر است از طرفی طبق رابطه اسنل داریم:

$$\frac{\sin \theta_2}{\sin \theta_1} = \frac{n_1}{n_2} = \frac{v_2}{v_1} = \frac{t_1}{t_2} \rightarrow \frac{\sin \theta_2}{\sin 53^\circ} = \frac{3}{4}$$

$$\rightarrow \sin \theta_2 = 0.6 \rightarrow \theta_2 = 37^\circ$$

$$D = \theta_1 - \theta_2 = 53^\circ - 37^\circ = 16^\circ$$

زاویه انحراف

۵۵- چه تعداد از گزاره‌های زیر درست است؟

- الف: با افزایش دما، چگالی هوا کاهش می‌یابد که این سبب افزایش ضریب شکست هوا می‌شود.
 ب: علت تجزیه نور سفید خورشید به رنگ‌های مختلف هنگام عبور از منشور آن است که ضریب شکست شیشه به طول موج نور بستگی دارد.
 ج: عموماً ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر بیشتر است.
 د: اگر باریکه نوری متشکل از دو پرتوی قرمز و آبی از هوا با زاویه تابش 45° بر سطح تیغه تختی از کوارتز بتابد، زاویه شکست برای پرتو آبی از زاویه شکست برای پرتو قرمز بیشتر است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

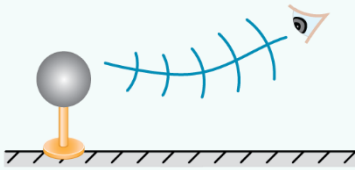
۱ (۱)

(متوسط - مفهومی و خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۳۰۴)

پاسخ: گزینه ۲

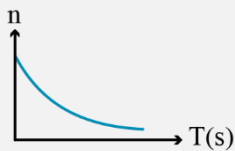
سراب

در روز گرم تابستان، هوای مجاور سطح زمین داغ‌تر است و چگالی آن کاهش می‌یابد که سبب کاهش ضریب شکست نیز می‌شود. جبهه‌های موج که به زمین می‌رسند بخش پایینی و هر جبهه موج کمی تندتر از بخش بالایی جبهه موج حرکت می‌کند و این موجب خم شدن رو به بالای پرتوهای موج می‌شود. چشم ناظر تصور می‌کند این پرتوها از جسمی است که در امتداد آن‌ها است و تصویر را در سطح زمین مشاهده می‌کند.



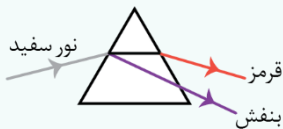
نکته:

نمودار ضریب شکست هوا با دما



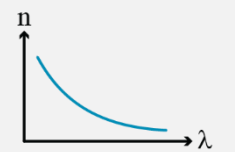
پاشندگی نور

وقتی باریکه نوری شامل پرتوهایی با طول موج‌های مختلف (مانند نور سفید) وارد محیط جدید شوند این پرتوها در زاویه‌های مختلفی شکسته می‌شوند به این پخش‌شدگی نور، پاشندگی نور می‌گویند معمولاً از یک منشور برای پاشندگی استفاده می‌شود.



نکته:

ضریب شکست یک محیط معین برای طول موج‌های کوتاه‌تر، بیشتر است.

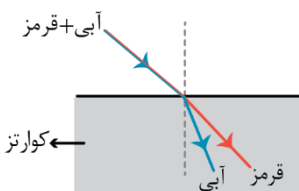


$$n_{\text{قرمز}} > n_{\text{نارنجی}} > n_{\text{زرد}} > n_{\text{سبز}} > n_{\text{آبی}} > n_{\text{نیلی}} > n_{\text{بنفش}}$$

نمودار تغییرات ضریب شکست بر حسب طول موج

بررسی موارد:

- الف: با افزایش دما و کاهش چگالی، ضریب شکست کاهش می‌یابد. (×)
 ب: طبق نکات ارائه شده صحیح است. (✓)
 ج: طبق نکات ارائه شده صحیح است. (✓)
 د: چون طول موج پرتو آبی از طول موج پرتو قرمز کمتر است. پس ضریب شکست نور آبی در کوارتز از ضریب شکست نور قرمز بیشتر است در نتیجه پرتو آبی بیشتر منحرف می‌شود و در نتیجه زاویه شکست برای پرتو آبی کمتر خواهد بود. (×)
 گزاره‌های ب و ج صحیح هستند. پاسخ گزینه ۲ است.



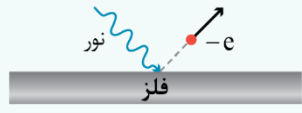
۵۶- یک چشمه نور با توان ۲۴W فوتون‌هایی با طول موج ۳۱۰nm گسیل می‌کند. در هر دقیقه چند فوتون از این چشمه گسیل می‌شود؟
($hc = 1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}$)

- (۱) $4/5 \times 10^{21}$ (۲) $2/25 \times 10^{21}$ (۳) $4/5 \times 10^{19}$ (۴) $2/25 \times 10^{19}$

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - محاسباتی - ۱۲۰۵)

اثر فوتوالکتریک و فوتون

وقتی نوری با بسامد مناسب مانند نور فرابنفش به سطح فلزی بتابد الکترون‌هایی از آن گسیل می‌شوند این پدیده فیزیکی را اثر فوتوالکتریک و الکترون‌های جدا شده از سطح فلز را فوتوالکترون می‌نامند.



تفسیر کوانتومی پدیده فوتوالکتریک

اینشتین در نظریه فوتوالکتریک خود با توجه به نتایج کارهای ماکس پلانک فرض کرد نور با بسامد f را می‌توان به صورت مجموعه‌ای از بسته‌های انرژی (فوتون) در نظر گرفت هر فوتون دارای انرژی است که از رابطه زیر به دست می‌آید:

$E = hf$

$h = 6.63 \times 10^{-34} \text{ Js}$ ثابت پلانک f : بسامد نور

در دیدگاه کوانتومی، وقتی نوری تک‌فام بر سطح فلز می‌تابد، هر فوتون صرفاً با یکی از الکترون‌های فلز برهم‌کنش می‌کند اگر فوتون انرژی کافی داشته باشد (f به حد کافی بزرگ باشد) فرآیند خارج کردن الکترون از فلز را به طور آبی انجام می‌دهد و به شدت نور بستگی ندارد.

نکته:

اگر توان چشمه نور را داشته باشیم، می‌توانیم از رابطه زیر برای محاسبه تعداد فوتون‌ها استفاده کنیم:

$E_t = P \cdot t = nhf$

- P: توان چشمه نور
- n: تعداد فوتون‌ها
- f: بسامد نور
- f: بسامد آستانه
- λ : طول موج آستانه

پاسخ تشریحی:

برای محاسبه تعداد فوتون‌ها از رابطه زیر استفاده می‌کنیم:

$$E_t = P \cdot t = nhf = \frac{nhc}{\lambda}$$

$$\rightarrow 24 \times 60 = n \times \frac{(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}) \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}}{\text{eV}}}{310 \text{ nm}}$$

$$\rightarrow n = \frac{24 \times 60 \times 310 \text{ nm}}{(1240 \text{ eV}\cdot\text{nm}) \times 1/6 \times 10^{-19} \text{ J}} \frac{\text{eV}}{\text{eV}}$$

$$\rightarrow n = \frac{360}{1/6} \times 10^{19} \rightarrow n = 225 \times 10^{19} \rightarrow n = 2/25 \times 10^{21}$$

گروه آموزشی ماز

۵۷- کمترین بسامد نور مرئی گسیل شده توسط اتم هیدروژن چند برابر بیشترین بسامد نور مرئی گسیل شده توسط آن است؟

- (۱) $5/9$ (۲) $5/8$ (۳) $7/8$ (۴) $7/9$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۵)

طیف خطی

اگر مقداری گاز رقیق و کم‌فشار را به داخل یک لامپ باریک و بلند شیشه‌ای وارد کرده و به دو سر این لامپ ولتاژ بالایی وصل کنیم گاز شروع به گسیل نور می‌کند و در طیف نور آن خط‌های رنگی جدا از هم (طول موج‌های معین) تشکیل می‌شود این طیف گسسته را طیف گسیلی خطی یا به اختصار طیف خطی می‌نامند. طیف خطی هر گاز منحصر به فرد است و درباره نوع و ساختار اتم‌های آن گاز اطلاعات مهمی را می‌دهد.

نکته:

طیف یک جسم جامد (نظیر رشته داغ لامپ) طیف گسیلی پیوسته است و شامل گستره پیوسته‌ای از طول موج‌ها است که علت آن برهم‌کنش قوی بین اتم‌های جسم جامد است.

معادله ریذبرگ

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \quad (n > n')$$

λ : بر حسب nm $R = 0.011 \text{ (nm)}^{-1}$ ثابت ریذبرگ

با معادله ریذبرگ می‌توان طول موج‌های مربوط به تمام خط‌های طیفی هیدروژن را حساب کرد.

رشته لیمان (فرابنفش) $n' = 1$

رشته بالمر (فرابنفش و مرئی) $n' = 2$

رشته پاشن (فروسرخ) $n' = 3$

رشته براکت (فروسرخ) $n' = 4$

رشته پفوند (فروسرخ) $n' = 5$

نکته ۲:

کوتاه‌ترین طول موج طیف گسیلی مربوط به رشته لیمان و بلندترین طول موج مربوط به رشته پفوند است.

نکته ۳:

در هر رشته طیفی به ازاء $n = n' + 1$ ، λ_{\max} آن رشته و به ازاء $n = \infty$ ، λ_{\min} آن رشته تعیین می‌شود. (هرچه از تراز بالاتر به سمت n' جابه‌جایی الکترون صورت گیرد انرژی فوتون و در نتیجه بسامد فوتون بیشتر بوده و طول موج کمتر است).

نکته ۴:

اختلاف کوتاه‌ترین و بلندترین طول موج در هر رشته را گستره طول موج‌های آن رشته می‌نامند:

$$\text{گستره طول موج‌ها} = \lambda_{\max} - \lambda_{\min}$$

پاسخ سئواری:

نور مرئی مربوط به طیف رشته بالمر ($n' = 2$) است:

$$\frac{f_{\min} \text{ مرئی}}{f_{\max} \text{ مرئی}} = \frac{c}{\lambda_{\max}} = \frac{1}{\lambda_{\max}} = \frac{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)}{c}$$

$$\frac{f_{\max} \text{ مرئی}}{f_{\min} \text{ مرئی}} = \frac{c}{\lambda_{\min}} = \frac{1}{\lambda_{\min}} = \frac{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{n^2} \right)}{c}$$

چهار طول موج نور مرئی تابش شده توسط اتم هیدروژن در طیف مرئی هستند.

n	n'
۳	→ ۲
۴	→ ۲ ⇒
۵	→ ۲
۶	→ ۲

$$\Rightarrow \frac{f_{\min} \text{ مرئی}}{f_{\max} \text{ مرئی}} = \frac{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{3^2} \right)}{R \left(\frac{1}{2^2} - \frac{1}{6^2} \right)}$$

$$\rightarrow \frac{f_{\min} \text{ مرئی}}{f_{\max} \text{ مرئی}} = \frac{5}{36} = \frac{5}{8}$$

گروه آموزشی ماز

۵۸- در اتم هیدروژن اگر الکترون از تراز $n = 2$ به تراز $n = 1$ برود، انرژی فوتون آزاد شده چند الکترون-ولت است؟ ($E_R = 13.6 \text{ eV}$)

۱۰/۲ (۴)

۱۱/۲ (۳)

۳/۴ (۲)

۱۳/۶ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۴



مدل اتم (رادرفورد - بور)



رادرفورد باریکهای از ذره‌های آلفا (بار مثبت) بر سطح ورقه‌ای نازک از جنس طلا فرو تاباند انحراف و برگشتن تعدادی از ذره‌های آلفا ثابت کرد باید نقاطی بسیار متراکم و دارای بار مثبت در مرکز هر اتم وجود داشته باشد که هسته نامیده شد که با تعدادی الکترون در فاصله‌هایی به نسبت دور احاطه شده است که آن را مدل هسته‌ای اتم می‌نامند.

دو اشکال اساسی مدل اتمی رادرفورد



۱- اگر الکترون‌ها نسبت به هسته ساکن باشند بر اثر نیروی ربایشی روی هسته سقوط می‌کند و اتم ناپایدار خواهد بود.
۲- حرکت مداری الکترون چون شتاب‌دار است سبب تابش امواج الکترومغناطیسی می‌شود در نتیجه انرژی الکترون کم شده و شعاع مدار آن به تدریج کوچک‌تر و بسامد حرکتش به تدریج بیشتر می‌شود به این ترتیب باید بسامد موج الکترومغناطیسی گسیل شده به تدریج زیاد شود یعنی طیف پیوسته تشکیل شود در صورتی که طیف گسیل شده خطی است.

نظریه بور



بور با ارائه نظریه جدید، ناپایداری اتم را در مدل اتمی رادرفورد حل کرد و معادله ری‌دبرگ را برای طیف خطی اتم هیدروژن به دست آورد:
۱- مدارها و انرژی‌های الکترون در هر اتم کوانتیده است یعنی مقادیر گسسته‌ای دارند.

$$E_n = -\frac{13.6}{n^2} \text{ eV} \quad \text{شعاع مدارهای الکترون } r_n = n^2 a.$$

در رابطه‌های فوق n عدد کوانتومی نامیده می‌شود ($n = 1, 2, 3, \dots$).

a . شعاع کوچک‌ترین مدار در اتم هیدروژن و $E_R = 13.6 \text{ eV}$ انرژی الکترون در $n = 1$ است.

۲- وقتی الکترون در مدار مانا یا حالت مانا قرار دارد هیچ نوع تابش الکترومغناطیسی گسیل نمی‌شود.

۳- اگر الکترون از یک حالت مانا با انرژی بیشتر E_U به یک حالت مانا با انرژی کمتر E_L گذار کند یک فوتون تابش می‌شود:

$$E_U - E_L = hf$$

معادله گسیل فوتون از اتم



انرژی فوتون آزاد شده $hf = E_U - E_L$

$$\Rightarrow hf = \frac{-E_R}{n_U^2} - \left(\frac{-E_R}{n_L^2} \right) = \frac{E_R}{n_L^2} - \frac{E_R}{n_U^2} = \frac{13.6 \text{ eV}}{1^2} - \frac{13.6 \text{ eV}}{2^2}$$

$$\rightarrow hf = 13.6 - 3.4 = 10.2 \text{ eV}$$

گروه آموزشی ماز

۵۹- بسامد قطع یک فلز برابر $6 \times 10^{14} \text{ Hz}$ است. چه تعداد از فوتون‌های زیر می‌توانند باعث جدا شدن فوتوالکترون از این فلز شوند؟

$$(c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}, R = 10 \text{ } (\mu\text{m})^{-1})$$

الف: فوتون مربوط به خط دوم رشته بالمر ($n' = 2$)

ب: فوتون مربوط به خط اول رشته پاشن ($n' = 3$)

ج: فوتون با طول موج 300 nm

۳ (۴)

۲ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

(سخت - محاسباتی - ۱۲۰۵)

پاسخ: گزینه ۲



نکته:



برای به دست آوردن بسامد فوتون حاصل از گذار الکترون از مدار n به n' می‌توان از رابطه زیر استفاده کرد:

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right) \rightarrow \frac{c}{\lambda} = Rc \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

$$\frac{\frac{c}{\lambda} = f}{Rc = 3 \times 10^{15} \text{ Hz}} \rightarrow f = 3 \times 10^{15} \left(\frac{1}{n'^2} - \frac{1}{n^2} \right)$$

پاسخ تشریحی:

بسامد هر یک از فوتون‌ها را به دست می‌آوریم:

$$f_1 = 3 \times 10^{15} \times \left(\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{9}{16} \times 10^{15} = 5/625 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

الف:

$$f_2 = 3 \times 10^{15} \times \left(\frac{1}{r_3} - \frac{1}{r_1} \right) = \frac{21}{144} \times 10^{15} \approx 1/5 \times 10^{14} \text{ Hz}$$

ب:

$$f_3 = \frac{c}{\lambda} = \frac{3 \times 10^8}{300 \times 10^{-9}} = 10^{15} \text{ Hz}$$

ج:

فقط بسامد f_3 از بسامد آستانه فلز بیشتر است و می‌تواند باعث رخ دادن فوتوالکتریک شود.

گروه آموزشی ماز

۶۰- چه تعداد از عبارتهای زیر صحیح است؟

الف: آزمایش نشان می‌دهد در پدیده فلوتورسانی طول موج‌های گسیل یافته معمولاً برابر همان طول موج نور فرودی یا بزرگ‌تر از آن است.

ب: تشکیل طیف پیوسته توسط جسم جامد، ناشی از برهم‌کنش قوی بین اتم‌های سازنده آن است.

ج: وارونی جمعیت الکترون‌ها در یک محیط لیزری، مربوط به وضعیتی است که تعداد الکترون‌ها در ترازهایی موسوم به ترازهای شبه پایدار نسبت به تراز پایین‌تر بسیار بیشتر باشند.

د: در گسیل القایی، فوتون‌های گسیل شده، هم‌فاز، هم‌بسامد و هم‌جهت است.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۲۰۵)

همه موارد از متن کتاب درسی انتخاب شده‌اند و صحیح هستند.

گروه آموزشی ماز

۶۱- اگر h, c, R به ترتیب تندی نور در خلأ، ثابت پلانک و ثابت ریدبرگ باشند، انرژی یک الکترون در اولین تراز برانگیخته اتم هیدروژن کدام است؟

- ۱) $-hcR$ ۲) $-\frac{hcR}{4}$ ۳) $-\frac{R}{hc}$ ۴) $-\frac{R}{4hc}$

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی و محاسباتی - ۱۲۰۵)

نکته:

می‌توان انرژی ریدبرگ (E_R) را بر حسب R, c و h بیان کرد.

$$\frac{1}{\lambda} = R \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow \frac{hc}{\lambda} = hcR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$$

$$\frac{hc}{\lambda} = E_{\text{فوتون}} \rightarrow E_{\text{فوتون}} = hcR \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right) \rightarrow E_R = hcR$$

پاسخ تشریحی:

با توجه به نکته فوق داریم:

$$E_2 = \frac{-E_R}{4} \quad E_R = hcR \rightarrow E_2 = \frac{-hcR}{4}$$

گروه آموزشی ماز

۶۲- الکترون اتم هیدروژن در حالت پایه قرار دارد. چند ژول انرژی به این الکترون بدهیم تا شعاع مدار آن ۴ برابر شود؟

($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{ C}$, $E_R = 13/6 \text{ eV}$)

- ۱) $1/632 \times 10^{-19}$ ۲) $1/632 \times 10^{-18}$ ۳) $3/264 \times 10^{-18}$ ۴) $3/264 \times 10^{-19}$



برای آن که شعاع مدار الکترون ۴ برابر شود، باید از مدار $n = 1$ به مدار $n = 2$ برود. اختلاف انرژی این دو مدار برابر است با:

$$E_2 - E_1 = \frac{-E_R}{4} - (-E_R) = \frac{3}{4} E_R = \frac{3}{4} \times 13/6 = 10/2 eV$$

حال کافی است این انرژی را به ژول تبدیل کنیم.

$$10/2 eV = 10/2 eV \times \frac{1/6 \times 10^{-19} J}{1 eV} = 1/632 \times 10^{-18}$$

گروه آموزشی ماز

۶۳- چه تعداد از گزاره‌های زیر صحیح است؟

الف: نیروی هسته‌ای کوتاه‌برد است و تنها در فاصله‌های کوچک‌تر از ابعاد هسته اثر می‌کند.

ب: نیروی هسته‌ای مستقل از بار الکتریکی است.

ج: هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 92$) متعلق به اورانیوم می‌باشد.

د: هرگاه کاستی جرم هسته را در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم، انرژی بستگی هسته به دست می‌آید.

ه: نوکلئون‌های درون هسته می‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند.

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

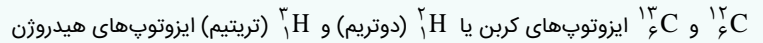


هسته در مرکز اتم قرار دارد و شعاع آن تقریباً $\frac{1}{10000}$ شعاع اتم است. هسته از نوترون‌ها و پروتون‌ها تشکیل شده است که به طور کلی نوکلئون نامیده می‌شوند.

نوترون بار الکتریکی ندارد و جرمش اندکی بیشتر از پروتون است. هسته را به صورت ${}_Z^A X_N$ نشان می‌دهند که در آن A عدد جرمی، Z عدد اتمی و N عدد نوترونی است که $A = Z + N$ می‌باشد Z نشانگر تعداد پروتون‌ها، N تعداد نوترون‌ها و A تعداد نوکلئون‌های هسته است.



هسته‌هایی که تعداد پروتون مساوی ولی تعداد نوترون متفاوت دارند ایزوتوپ (هم‌مکان) نامیده می‌شوند ایزوتوپ‌های یک عنصر خواص شیمیایی یکسان دارند. مانند



با اینکه ابعاد هسته بسیار کوچک است ولی ۹۹/۹ درصد جرم اتم در آن متمرکز شده است. علی‌رغم اینکه در هسته، نیروی الکترواستاتیکی رانش خیلی قوی بین پروتون‌های درون آن وجود دارد عامل پایداری هسته نمی‌تواند نیروی گرانشی بین نوکلئون‌ها باشد زیرا بسیار ضعیف‌تر از نیروی الکترواستاتیکی است این موضوع نیروی جدیدی بین نوکلئون‌ها را مطرح کرد که به آن نیروی هسته‌ای گفته می‌شود.



۱- بسیار قوی هستند. ۲- کوتاه‌برد هستند. ۳- از نوع ربایشی هستند. ۴- به بار نوکلئون‌ها بستگی ندارند. نکته: در هسته‌های سنگین پایدار $N > Z$ است زیرا نیروی هسته‌ای با نیروی دافعه بین پروتون‌ها باید موازنه شده باشد در هسته‌های سبک و پایدار $N = Z$ است. هسته‌های سنگین با $Z > 83$ ناپایدارند.



انرژی لازم برای جدا کردن نوکلئون‌های یک هسته انرژی بستگی هسته‌ای نامیده می‌شود:

$E = mc^2$ m : کاستی جرم هسته



الف: نیروی هسته‌ای کوتاه برد است. (✓)

ب: نیروی ربایشی هسته‌ای یکسانی بین دو پروتون، دو نوترون یا یک پروتون و یک نوترون وجود دارد. (✓)

ج: هسته اورانیوم پایدار نمی‌باشد و واپاشی می‌کند، منتهی واپاشی آن کند است. هسته پایدار با بیشترین تعداد پروتون ($Z = 83$) متعلق به بیسموت است. (✗)

د: جرم هسته از مجموع جرم پروتون‌ها و نوترون‌های تشکیل‌دهنده‌اش اندکی کمتر است اگر این اختلاف جرم را که به آن کاستی جرم هسته گفته می‌شود

مطابق رابطه $E = mc^2$ در مربع تندی نور (c^2) ضرب کنیم انرژی بستگی هسته‌ای به دست می‌آید. (✓)

۵: انرژی نوکلئون‌های وابسته به هسته کوانتیده‌اند و نمی‌توانند هر انرژی دلخواهی را اختیار کنند. (*)

گروه آموزشی ماز

۶۴- در واکنش هسته‌ای $^{235}_{92}\text{U} + ^1_0\text{n} \rightarrow ^{138}_{56}\text{Ba} + ^{94}_{36}\text{Kr} + 3^1_0\text{n}$ ، بار الکتریکی هسته Kr چند کولن است؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19} \text{C}$)

(۱) $5/76 \times 10^{-18}$ (۲) $5/6 \times 10^{-18}$ (۳) $5/44 \times 10^{-18}$ (۴) $5/28 \times 10^{-18}$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۶)



با توجه به پایستگی عدد اتمی داریم:

$$92 = 56 + Z \rightarrow Z = 36$$

بار الکتریکی هسته برابر است با:

$$q = Ze = 36 \times 1/6 \times 10^{-19} = 5/76 \times 10^{-18} \text{C}$$

گروه آموزشی ماز

۶۵- پس از چند فرآیند واپاشی، عنصر $^{237}_{93}\text{Np}$ با گسیل ۷ ذره آلفا و ۴ ذره بتا (β^-) به ^A_ZX تبدیل می‌شود. A و Z از راست به چپ کدامند؟

(۱) $93, 209$ (۲) $83, 209$ (۳) $93, 213$ (۴) $83, 213$

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - محاسباتی - ۱۲۰۶)



وقتی یک هسته ناپایدار یا پرتوزا به طور طبیعی (خودبه‌خود) واپاشی می‌کند به آن پرتوهای طبیعی گفته می‌شود در پرتوهای طبیعی سه نوع پرتو آزاد می‌شود:

- ۱) پرتوهای آلفا (α)
- ۲) پرتوهای بتا (β)
- ۳) پرتوهای γ

نکته:

میزان نفوذ پرتوهای هسته‌ای در ورقه سرب:

$$\alpha (< 0.1 \text{mm}) < \beta (< 1 \text{mm}) < \gamma (> 100 \text{mm})$$

نکته ۲:

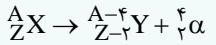
در طی فرآیند واپاشی هسته‌ای، تعداد نوکلئون‌ها پایسته است.

نکته ۳:

پرتوهای α و β در میدان مغناطیسی منحرف می‌شوند ولی پرتو γ منحرف نمی‌شود چون فاقد بار الکتریکی است.

۱- واپاشی α :

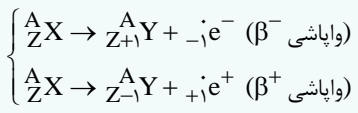
این واپاشی در هسته‌های سنگین صورت می‌گیرد، پرتوهای α از جنس هسته اتم هلیم (^4_2He) هستند واپاشی α با رابطه زیر بیان می‌شود:



X هسته مادر و Y هسته دختر نامیده می‌شود. یکی از کاربردهای واپاشی α در آشکارسازهای دود است.

۲- واپاشی β :

متداول‌ترین نوع واپاشی در هسته‌ها است در این واپاشی الکترون (e^-) یا پوزیترون (e^+) از هسته مادر گسیل می‌شود:



در واپاشی β^- ، یک نوترون در هسته مادر به پروتون و الکترون تبدیل می‌شود و در واپاشی β^+ ، یک پروتون در هسته مادر به نوترون و پوزیترون تبدیل می‌شود.

اغلب هسته‌ها پس از واپاشی α یا β در حالت برانگیخته قرار می‌گیرند و با گسیل فوتون‌های پرنانرژی (پرتو گاما) به حالت پایدار می‌رسند.



از پایستگی عدد جرمی و عدد اتمی استفاده می‌کنیم:

$$\begin{aligned} ^{237}_{93}\text{Np} &\rightarrow ^A_Z\text{X} + 7^4_2\alpha + 4^0_{-1}\beta \\ \rightarrow \begin{cases} 237 = A + (7 \times 4) + (4 \times 0) \rightarrow A = 209 \\ 93 = Z + (7 \times 2) + (4 \times (-1)) \rightarrow Z = 83 \end{cases} \end{aligned}$$

۶۶- پس از یک ماه (۳۰ روزه)، جرم واپاشی شده یک ماده رادیواکتیو ۶۳ برابر جرم باقی مانده آن است. نیمه عمر این ماده چند روز است؟
 ۵ (۱) ۶ (۲) ۷/۵ (۳) ۱۰ (۴)

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۶)

نیمه عمر

مدت زمانی که طول می کشد تا تعداد هسته های مادر موجود در یک ماده پرتوزا به نصف برسد نیمه عمر نامیده می شود و با نماد $T_{\frac{1}{2}}$ نشان می دهند.

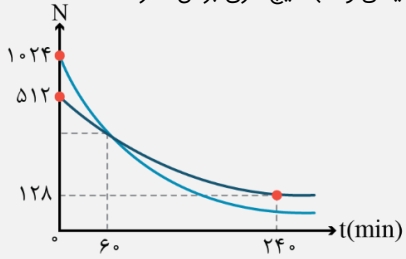
$$N \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N}{2} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N}{4} \xrightarrow{T_{\frac{1}{2}}} \frac{N}{8} \rightarrow \dots \rightarrow \frac{N}{2^n}$$

اگر تعداد هسته های اولیه N_0 باشد، پس از گذشت زمان $t = nT_{\frac{1}{2}}$ ، تعداد هسته های پرتوزای باقی مانده از رابطه زیر به دست می آید:

$$N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{یا} \quad N = N_0 \left(\frac{1}{2}\right)^{\frac{t}{T_{\frac{1}{2}}}}$$

نکته:

نیمه عمر یک ماده پرتوزا فقط به نوع هسته بستگی دارد عامل های خارجی (دما، فشار، میدان های الکتریکی و مغناطیسی و ...) هیچ اثری بر آن ندارند. نمودار تغییرات هسته های پرتوزا بر حسب زمان:



پاسخ سریعی:

m : جرم باقی مانده m : جرم اولیه n : تعداد نیمه عمر سپری شده m' : جرم متلاشی شده

$$\begin{cases} m' = 63m \\ m + m' = m_0 \end{cases} \rightarrow 64m = m_0 \rightarrow m = \frac{1}{64} m_0$$

$$m = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

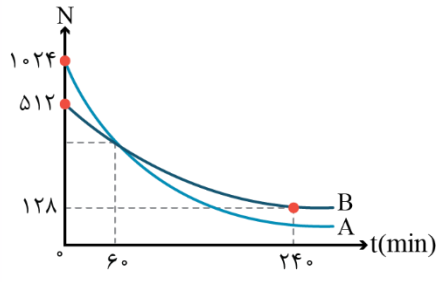
$$\rightarrow m_0 \times \frac{1}{64} = m_0 \left(\frac{1}{2}\right)^n$$

$$\left(\frac{1}{2}\right)^n = \frac{1}{64} \rightarrow n = 6$$

$$n = \frac{t}{T_{\frac{1}{2}}} = 6 \rightarrow \frac{30}{T_{\frac{1}{2}}} = 6 \rightarrow T_{\frac{1}{2}} = 5 \text{ روز}$$

گروه آموزشی ماز

۶۷- نمودار تعداد هسته های فعال دو ماده پرتوزا بر حسب زمان مطابق شکل است. در بازه زمانی $t_1 = 240 \text{ min}$ تا $t_2 = 420 \text{ min}$ ، تعداد هسته های A که دچار واپاشی شده اند، تا از تعداد هسته های B است که دچار واپاشی شده اند.



- (۱) ۴۰، کمتر
- (۲) ۴۰، بیشتر
- (۳) ۵۶، کمتر
- (۴) ۵۶، بیشتر

(سخت - نموداری - ۱۴۰۶)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی:

در ۶۰ دقیقه اول، تعداد هسته‌های A نصف شده است، پس نیمه عمر A برابر $T_A = 60 \text{ min}$ است.

در ۱۸۰ دقیقه بعدی، تعداد هسته‌های B از ۵۱۲ به ۱۲۸ رسیده و $\frac{1}{4}$ برابر شده است، پس مدت ۱۸۰ دقیقه برابر ۲ نیمه عمر بوده است و نیمه عمر B برابر $T_B = 90 \text{ min}$ است.

در لحظه $t_1 = 240 \text{ min}$ ، تعداد هسته‌ها برابر است با:

$$N_A = \frac{N_0 A}{2^4} = \frac{1024}{16} = 64$$

$$N_B = 128$$

لحظه $t_2 = 420 \text{ min}$ ، $t_2 = 180$ دقیقه پس از لحظه t_1 است، یعنی ۳ نیمه عمر برای A و دو نیمه عمر برای B سپری شده است.

$$N'_A = \frac{N_A}{2^3} = \frac{64}{8} = 8$$

$$N'_B = \frac{N_B}{2^2} = \frac{128}{4} = 32$$

تعداد هسته‌های واپاشی شده در این مدت برابر است با:

$$A \text{ شده} = N_A - N'_A = 64 - 8 = 56$$

$$B \text{ شده} = N_B - N'_B = 128 - 32 = 96$$

بنابراین تعداد هسته‌های واپاشی شده A، ۴۰ تا کمتر از B است.

گروه آموزشی ماز

۶۸- تار مرتعش دو انتها بسته‌ای با بسامد 800 Hz ارتعاش می‌کند و در طول آن، ۵ گره تشکیل می‌شود. اگر تندی انتشار موج در تار $160 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد، طول تار

چند سانتی‌متر است؟

۲۰ (۴)

۴۰ (۳)

۲۵ (۲)

۵۰ (۱)

(آسان - محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۳

پاسخ سریعی:

تعداد گره‌ها همواره یکی بیشتر از شماره هماهنگ صوت تار دو سر بسته است، بنابراین هماهنگ چهارم نواخته شده است و داریم:

$$f_n = \frac{nv}{2L} \rightarrow 800 = \frac{4 \times 160}{2L} \rightarrow L = 0.4 \text{ m} = 40 \text{ cm}$$

گروه آموزشی ماز

۶۹- آزمایش یانگ را با نور بنفش با طول موج 400 nm میکرون انجام داده‌ایم و پهنای هر نوار روشن 0.6 mm میلی‌متر شده است. اگر آزمایش را در همان شرایط با نور

قرمز با طول موج 700 nm میکرون انجام دهیم، پهنای هر نوار روشن چند میلی‌متر می‌شود؟

۰.۶ (۴)

$\frac{60}{175}$ (۳)

$\frac{6}{175}$ (۲)

۱/۰۵ (۱)

(آسان - مفهومی و محاسباتی - ۱۴۰۴)

پاسخ: گزینه ۱

پاسخ سریعی:

پهنای نوارهای روشن متناسب با طول موج نور است، پس می‌توان نوشت:

$$\frac{w_2}{w_1} = \frac{\lambda_2}{\lambda_1} \rightarrow \frac{w_2}{0.6} = \frac{0.7}{0.4} \rightarrow w_2 = 1.05 \text{ mm}$$

گروه آموزشی ماز

۷۰- در یک آزمایش فوتوالکتریک، بسامد نور تابیده شده را m برابر می‌کنیم، در نتیجه بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترن‌ها n برابر می‌شود. کدام مقایسه

صحیح است؟ ($m > 1$)

$m \geq n$ (۴)

$m < n$ (۳)

$m > n$ (۲)

$m = n$ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - محاسباتی - ۱۳۰۵)

پاسخ سریعی:

با m برابر کردن بسامد می توان نوشت:

حالت اولیه : $K_1 = hf - W$.

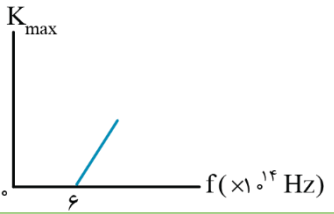
حالت دوم : $K_2 = h(mf) - W$.

$$\rightarrow \frac{K_2}{K_1} = \frac{hmf - W}{hf - W} = \frac{hmf - mW + (m-1)W}{hf - W}$$

$$\rightarrow \frac{K_2}{K_1} = m + \frac{(m-1)W}{hf - W} \rightarrow \frac{K_2}{K_1} > m \xrightarrow{\frac{K_2}{K_1} = n} n > m$$

گروه آموزشی ماز

۷۱- در آزمایش فوتوالکتریک، نمودار بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانها بر حسب بسامد نور فرودی بر یک فلز، مطابق شکل است. کدام گزینه درباره این



فلز درست است؟ ($h = 4 \times 10^{-15} \text{ eV.s}$, $c = 3 \times 10^8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$)

- (۱) تابع کار این فلز $2/2 \text{ eV}$ است.
- (۲) اگر نور زرد با طول موج $0.6 \mu\text{m}$ به این فلز بتابد، فوتوالکتریک رخ می دهد.
- (۳) اگر نوری با بسامد 800 THz به این فلز بتابد، بیشینه انرژی جنبشی فوتوالکترانها 0.1 eV می شود.
- (۴) طول موج آستانه این فلز 400 nm است.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - نموداری - ۱۳۰۵)

بررسی گزینه ها:

۱) تابع کار فلز برابر است با:

$$W = hf = 4 \times 10^{-15} \times 6 \times 10^{14} = 2.4 \text{ eV}$$

۲) و

۴) طول موج قطع فلز برابر است با:

$$\lambda = \frac{c}{f} = \frac{3 \times 10^8}{6 \times 10^{14}} = 0.5 \times 10^{-6} \text{ m} = 0.5 \mu\text{m}$$

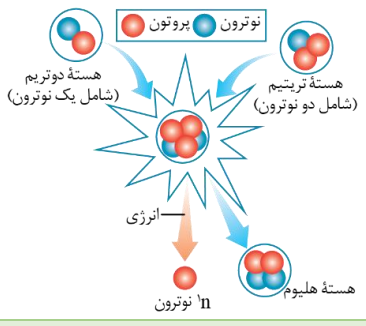
بنابراین چون طول موج نور زرد ($0.6 \mu\text{m}$) بزرگ تر از طول موج قطع فلز است، فوتوالکتریک رخ نمی دهد.

۳) اگر نوری با بسامد 800 THz به فلز بتابد، می توان نوشت:

$$K_{\text{max}} = hf - W = 4 \times 10^{-15} \times 800 \times 10^{12} - 2.4 = 3.2 - 2.4 = 0.8 \text{ eV}$$

گروه آموزشی ماز

۷۲- شکل زیر چه واکنش هسته ای را نشان می دهد و معادله واکنش کدام است؟

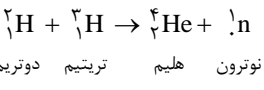


- (۱) ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - گداخت هسته ای
- (۲) ${}^1_0\text{n} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - گداخت هسته ای
- (۳) ${}^2_1\text{H} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - شکافت هسته ای
- (۴) ${}^1_0\text{n} + {}^2_1\text{H} \rightarrow {}^4_2\text{He} + {}^1_0\text{n}$ - شکافت هسته ای

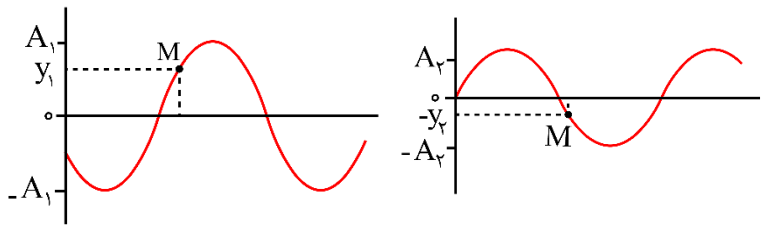
پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۳۰۶)

پاسخ سریعی:

شکل نشان داده شده فرایند گداخت هسته ای را نشان می دهد که به آن هم جوشی هسته ای نیز می گویند. معادله واکنش آن به صورت زیر است:



۷۳- شکل‌های زیر نمودار جابه‌جایی - مکان دو موج را در لحظه معینی نشان می‌دهد. جابه‌جایی برای نقطه M در این لحظه چقدر است و در این لحظه، نوع



تداخل در این نقطه چگونه است؟

- (۱) $y_1 - y_2$ ، سازنده
- (۲) $y_1 + y_2$ ، سازنده
- (۳) $y_1 - y_2$ ، ویرانگر
- (۴) $y_1 + y_2$ ، ویرانگر

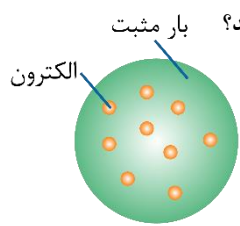
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - نموداری - ۱۴۰۴)



طبق اصل برهم‌نهی موج، جابه‌جایی برای نقطه M برابر مجموع جابه‌جایی دو موج، یعنی $y_1 - y_2$ خواهد بود. چون جهت جابه‌جایی دو موج در نقطه M برعکس هم است، برهم‌نهی آن‌ها ویرانگر است.

گروه آموزشی ماز

۷۴- شکل زیر، کدام مدل اتمی را نشان می‌دهد و آزمایش‌های انجام شده توسط چه کسی، باعث کنار گذاشته شدن این مدل شد؟



- (۱) کیک کشمش - تامسون
- (۲) کیک کشمش - رادرفورد
- (۳) اتم هسته‌دار - تامسون
- (۴) اتم هسته‌دار - رادرفورد

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۴۰۵)



شکل نشان داده شده مربوط به مدل اتمی تامسون یا همان مدل کیک کشمش است که در آن، الکترون‌ها در جاهای مختلف فضایی با بار مثبت پخش شده‌اند.

آزمایش ورقه طلای رادرفورد، باعث کنار گذاشته شدن این مدل شد.

گروه آموزشی ماز

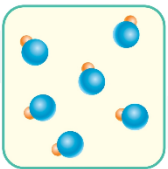
۷۵- کدام یک از موارد زیر به عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای مورد استفاده قرار نمی‌گیرد؟

- (۱) سرب
- (۲) آب سنگین
- (۳) آب معمولی
- (۴) گرافیت

پاسخ: گزینه ۱ (آسان - خطبه‌خط کتاب درسی - ۱۴۰۶)

نوترون‌های آزاد شده در فرایند شکافت ایزوتوپ $^{235}_{92}\text{U}$ ، انرژی جنبشی زیادی دارند (به طور متوسط حدود 2MeV) و به نوترون‌های تند معروف‌اند. این نوترون‌ها، با احتمال بسیار بیشتری جذب ایزوتوپ $^{238}_{92}\text{U}$ می‌شوند. تجربه نشان می‌دهد اگر بتوان نوترون‌های تند را به نحوی کند ساخت که انرژی جنبشی آن‌ها به حدود 0.04eV یا کمتر از آن برسد، احتمال جذب آن‌ها توسط ایزوتوپ‌های $^{235}_{92}\text{U}$ افزایش می‌یابد. این افزایش احتمال می‌تواند برای ایجاد واکنش زنجیری شکافت، کافی باشد. آب معمولی (H_2O)، آب سنگین (D_2O) و گرافیت (اتم‌های کربن) از جمله موادی هستند که به عنوان کندساز نوترون‌ها در واکنش‌های شکافت هسته‌ای استفاده می‌شوند.

گروه آموزشی ماز



۷۶- تصویر مقابل، نمایی از یک نمونه ماده را نشان می‌دهد. در رابطه با این ماده، کدام یک از مطالب زیر به یقین درست است؟
 (۱) گشتاور دوقطبی این ماده در مقایسه با اتین بزرگ‌تر است.
 (۲) اتمی از این مولکول با شعاع بزرگ‌تر، بار جزئی منفی خواهد داشت.
 (۳) برای توصیف این ماده، همانند سیلیسیم کربید، می‌توان از واژه جرم مولکولی استفاده کرد.
 (۴) یک نمونه از این ماده، در مقایسه با هر ماده‌ای که $\mu = 0$ داشته باشد، دمای جوش بالاتری دارد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

در تصویر نشان داده شده، تعدادی مولکول مجزا وجود دارد، پس این تصویر مربوط به یک نوع ماده مولکولی است. در مولکول‌های داده شده، دو اتم به یکدیگر متصل بوده و این دو اتم، شعاع متفاوتی دارند؛ پس می‌توان گفت نوعی مولکول دواتمی ناجورهسته در این تصویر نشان داده شده است. اتین، نوعی هیدروکربن بوده و گشتاور دوقطبی آن برابر با صفر است درحالی که مولکول‌های دواتمی ناجورهسته گشتاور دوقطبی بزرگ‌تر از صفر دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۲ نسبت خاصیت نافلزی اتم‌ها، بار جزئی آن‌ها در ساختار مواد مولکولی را مشخص می‌کند. در مولکول‌های دواتمی ناجورهسته، اتم با شعاع بزرگ‌تر ممکن است بار جزئی مثبت و یا منفی داشته باشد. برای مثال، در مولکول‌های نیتروژن مونوکسید و هیدروژن کلرید، اتمی با شعاع بزرگ‌تر به ترتیب معادل با نیتروژن و کلر هستند و این دو اتم به ترتیب دارای بارهای جزئی مثبت و منفی هستند.

۳ سیلیسیم کربید، ساختاری مشابه الماس و سیلیسیم دارد و از آن در تهیه سنبله استفاده می‌شود. فرمول شیمیایی سیلیسیم کربید به صورت SiC بوده و این ماده نوعی جامد کووالانسی به شمار می‌رود. چون جامدهای کووالانسی در ساختار خود مولکول ندارند، برای توصیف این گروه از مواد، نمی‌توان از واژه جرم مولکولی استفاده کرد.

۴ بین دو ماده مولکولی، الزاما ماده‌ای که گشتاور دوقطبی بیشتری دارد، دمای جوش بالاتری نخواهد داشت؛ چراکه علاوه بر قطبیت، جرم مولی مواد نیز روی مقدار دمای جوش آن‌ها تاثیر دارد. برای مثال، ید از ذرات ناقطبی ساخته شده است اما چون جرم مولی خیلی بالایی دارد، دمای جوش یک نمونه از آن در مقایسه بسیاری از مواد قطبی مثل هیدروژن کلرید و هیدروژن فلئورید بالاتر است.

گروه آموزشی ماز

۷۷- در رابطه با ماده‌ای که در حالت مذاب نارسا بوده و در حالت جامد نیز درجه سختی بسیار بالایی دارد، کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟
 آ: این ماده در حالت جامد، می‌تواند در دسته رساناهای الکترونی قرار بگیرد.

ب: شعاع همه ذرات موجود در ساختار بلوری این ماده، قطعاً برابر با یکدیگر خواهد بود.

پ: اتم‌هایی از عناصر موجود در گروه ۱۴ جدول دوره‌ای، قطعاً در ساختار این ماده یافت می‌شوند.

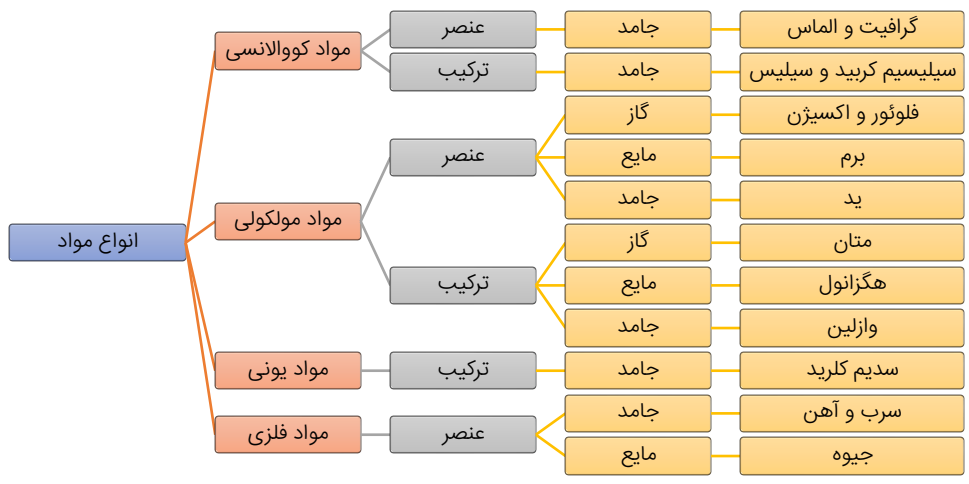
ت: دمای ذوب یک نمونه از این ماده، به یقین از دمای ذوب یک نمونه هیدروژن سولفید بیشتر است.

- (۱) آ و ب (۲) ب و پ (۳) پ و ت (۴) آ و ت

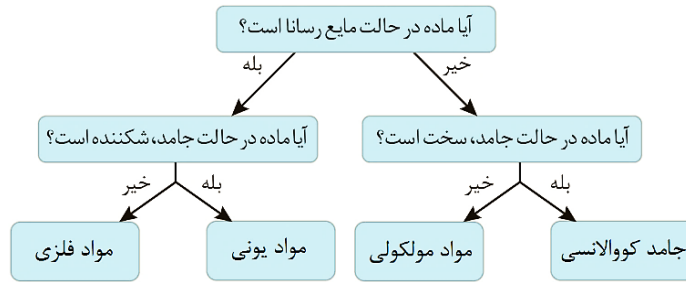
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

نمودار زیر، یک دسته‌بندی کلی از انواع مواد بلوری را نشان می‌دهد:



از الگوی زیر برای تشخیص انواع مواد از یکدیگر استفاده می‌شود:

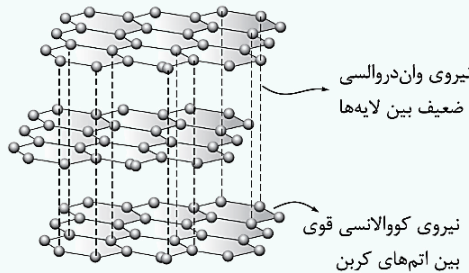


مواد کووالانسی و مواد مولکولی، در حالت مذاب (مایع) نارسانا بوده و جریان برق را از خود عبور نمی‌دهند. مواد کووالانسی، مواد فلزی و مواد یونی نیز در حالت جامد درجه سختی بالایی دارند. بر این اساس، می‌توان گفت ماده‌ای که در حالت مذاب نارسانا بوده و در حالت جامد نیز درجه سختی بسیار بالایی دارد، معادل با یک جامد کووالانسی است. البته، این ماده نمی‌تواند معادل با گرافیت باشد، چراکه گرافیت درجه سختی بالایی ندارد. با توجه به توضیحات داده شده، عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: از آن‌جا که رسانایی الکتریکی فلزها و گرافیت توسط الکترون‌ها انجام می‌شود، به این مواد رسانای الکترونی می‌گویند. ماده مورد نظر نه معادل با گرافیت و نه معادل با عنصر فلزی است.

ساختار گرافیت به صورت زیر است:



با توجه به این تصاویر، گرافیت ساختار لایه‌ای دارد و در هر لایه از آن، اتم‌های کربن مطابق با یک ساختار دو بعدی به یکدیگر متصل شده‌اند. از آن‌جا که بین لایه‌های مختلف سازنده گرافیت نیروی ضعیف وان‌دروالسی وجود دارد، این لایه‌ها می‌توانند به راحتی بر روی یکدیگر بلغزند و به همین خاطر، گرافیت برخلاف الماس ماده بسیار نرمی است. بخاطر همین ویژگی گرافیت، از آن برای ساختن مغز مداد استفاده می‌شود. گرافیت برخلاف الماس رسانای قوی جریان الکتریسیته است، اما یک نمونه خالص از این ماده، رسانایی گرمایی ندارد.

ب: اگر ماده مورد نظر معادل با سیلیسیم یا سیلیسیم کربید باشد، در ساختار آن اتم‌هایی از عناصر متفاوت وجود داشته و بر این اساس، نمی‌توان گفت شعاع همه ذرات موجود در ساختار بلوری این ماده، قطعاً برابر با یکدیگر خواهد بود.

پ: عناصر اصلی سازنده جامدهای کووالانسی، کربن و سیلیسیم هستند. این دو عنصر متعلق به گروه ۱۴ جدول تناوبی بوده و در ساختار برخی از ترکیب‌های یونی مثل سدیم کربنات، کلسیم کربید، آمونیوم کربنات و کلسیم سیلیکات وجود دارند؛ در حالی که از این دو عنصر تاکنون یون تک اتمی در هیچ ترکیبی یافت نشده است.

ت: مواد کووالانسی، شامل شمار بسیار زیادی از اتم‌ها می‌شوند که توسط پیوندهای اشتراکی به یکدیگر متصل شده‌اند. چون این مواد در شرایط اتاق حالت جامد دارند، آن‌ها را با نام جامدهای کووالانسی نیز می‌خوانند. برای ذوب یک جامد کووالانسی باید پیوندهای اشتراکی میان اتم‌ها شکسته شود، پس دمای ذوب این مواد به طور کلی بالا بوده و به قدرت پیوندهای اشتراکی در آن‌ها وابسته است. این در حالی است که هیدروژن سولفید نوعی ماده مولکولی بوده و دمای ذوب بالایی ندارد.

گروه آموزشی ماز

۷۸- کدام یک از مطالب زیر در رابطه با عناصر موجود در جدول مقابل نادرست است؟ (نماد عناصر به صورت فرضی داده شده است).

گروه \ تناوب	۱	۲	۱۳	۱۴	۱۵
۲	A			D	G
۳		E		J	K

(۱) آنتالپی فروپاشی ترکیب A_3G بیشتر از ترکیب A_2K است.

(۲) اتم‌های D ، یون تک‌اتمی ایجاد نکرده و در ترکیب‌های یونی یافت نمی‌شوند.

(۳) برای توجیه برخی از خواص فیزیکی عنصر E ، از مدل دریای الکترونی استفاده می‌شود.

(۴) شمار الکترون‌های ظرفیتی عنصر J ، با شمار این الکترون‌ها در هر اتم تیتانیم برابر است.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)

پاسخ سریعی:

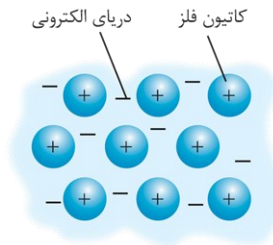
عناصر A, E, D, J, G و K ، به ترتیب معادل با لیتیم، منیزیم، کربن، سیلیسیم، نیتروژن و فسفر هستند. توجه داریم که از اتم کربن، یون تک‌اتمی یافت نمی‌شود اما اتم‌های این عنصر در ساختار برخی از مواد یونی مثل کربنات‌ها وجود دارند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱) چون یون فسفید در مقایسه با یون نیتريد شعاع بزرگ‌تر و چگالی بار کمتری دارد، پس می‌توان گفت یک نمونه از ترکیب لیتیم نیتريد در مقایسه با لیتیم فسفید، آنتالپی فروپاشی شبکه بالاتر و دمای جوش بیشتری دارد.

در یک گروه از جدول تناوبی، با حرکت از بالا به پایین، تعداد لایه‌های الکترونی موجود در یون‌ها بیشتر شده و به همین خاطر، شعاع یونی عناصر افزایش پیدا می‌کند. به عنوان مثال، مقایسه شعاع یونی کاتیون‌های حاصل از عناصر گروه اول به صورت $Li^+ > Na^+ > K^+ > Rb^+ > Cs^+$ و مقایسه شعاع یونی آنیون‌های حاصل از عناصر گروه هفدهم (هالوژن‌ها) به صورت $F^- > Cl^- > Br^- > I^-$ است. بر این اساس، می‌توان گفت در یک گروه از جدول تناوبی با حرکت از بالا به پایین، شعاع یون‌ها افزایش پیدا می‌کند، در حالی که بار الکتريکی آن‌ها ثابت باقی می‌ماند. بر این اساس، در یک گروه از جدول تناوبی با حرکت از بالا به پایین، چگالی بار یون‌ها کاهش پیدا می‌کند.

۳) منیزیم، نوعی عنصر فلزی است. تصویر زیر، یک الگوی ساده از شبکه بلوری فلزها را نشان می‌دهد که برای توجیه برخی از رفتارهای فیزیکی این عناصر ارائه شده و به مدل دریای الکترونی معروف است:



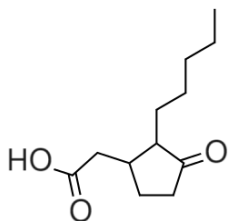
براساس این مدل، ساختار فلزها آرایش منظمی از کاتیون‌ها در سه بعد است که در فضای میان آن‌ها سست‌ترین الکترون‌های موجود در هر اتم (الکترون‌های ظرفیتی) دریایی را ساخته‌اند و در آن آزادانه جابه‌جا می‌شوند.

۴) تیتانیم، عنصری از گروه شماره ۴ جدول دوره‌ای بوده و در هر اتم آن، همانند هر اتم سیلیسیم، ۴ الکترون ظرفیتی وجود دارد.

تیتانیم (${}_{22}Ti$) یکی از عناصر موجود در دسته d تناوب چهارم جدول دوره‌ای است که به خاطر ویژگی‌های باورنکردنی و فراتر از انتظار مثل ماندگاری و استحکام مناسب، از آن در جاهای مختلفی مثل ساخت موتور جت، پروانه کشتی‌های اقیانوس‌پیما و نمای زیبای ساختمان‌ها استفاده می‌شود. اجسام ساخته شده از فلز تیتانیم، همانند فولاد زنگ‌نزن، مقاومت بسیار بالایی در برابر سایش دارند. با توجه به زیبایی ظاهری تیتانیم و مقاومت بالای این فلز در مقابل خوردگی و سایش، ساخت بناهایی از جمله موزه گوگنهایم با پوشش بیرونی تیتانیم، باعث افزایش ماندگاری این بناها شده است.

گروه آموزشی ماز

۷۹- چه تعداد از عبارت‌های زیر در رابطه با ترکیب مقابل درست است؟ ($C = 12$ و $H = 1 : g. mol^{-1}$)



۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (آسان - مفهومی و مساله - ۱۲۰۳)

پاسخ سریعی:

فرمول شیمیایی ترکیب مورد نظر به صورت $C_{12}H_{20}O_2$ است. در رابطه با این ترکیب، عبارت‌های (پ) و (ث) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در ساختار این ماده، ۳ اتم اکسیژن و روی هر اتم اکسیژن نیز ۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد، پس می‌توان گفت در ساختار این ماده مجموعاً ۶ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود. این در حالی است که در ساختار اوره $(CO(NH_2)_2)$ ، مجموعاً ۴ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد.



ب: نسبت درصد جرمی دو عنصر در ساختار یک ترکیب واحد، برابر با نسبت جرم آن دو عنصر در ماده مورد نظر است. در هر مول از این ماده، ۱۲ مول اتم کربن (معادل با ۱۴۴ گرم اتم کربن) و ۲۰ مول اتم هیدروژن (معادل با ۲۰ گرم اتم هیدروژن) وجود دارد. بر این اساس، می‌توان گفت درصد جرمی کربن در این ماده، $\frac{144}{176} = 7/2$ برابر درصد جرمی هیدروژن در آن است.

پ: در ساختار کلسرول، همانند این ترکیب، یک حلقه پنج‌ضلعی کربنی مشاهده می‌شود. البته، توجه داریم که در ساختار کلسترول، سه حلقه کربنی شش‌ضلعی نیز یافت می‌شود.

کلسترول، یکی از مواد آلی موجود در غذاهای جانوری است که مقدار اضافی آن در دیواره رگ‌ها رسوب می‌کند. این فرایند، منجر به گرفتگی رگ‌ها شده و سکنه قلبی را به دنبال دارد. این ترکیب آلی دارای ۴ حلقه کربنی و یک پیوند دوگانه در ساختار خود است؛ پس در دسته ترکیب‌های آلی سیرنشده قرار می‌گیرد. با توجه به گروه عاملی هیدروکسیل موجود در کلسترول، این ترکیب یک الکل سیرنشده محسوب می‌شود.

ت: در ساختار ماده مورد نظر، ۱۲ پیوند $C - C$ ، ۱۹ پیوند $C - H$ و دو پیوند $C = O$ وجود دارد.

ث: در ساختار ترکیب داده شده، یک عامل اسیدی وجود دارد. عاملی اسیدی موجود در این ماده در شرایط مناسب با نوعی الکل مثل اتانول واکنش داده و یک ترکیب استری را ایجاد می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۰- با زدن جرقه در مخلوطی از بخار پنتان و گاز اکسیژن، کل گاز اکسیژن در واکنش سوختن کامل مصرف شده و ۵۰٪ از مقدار اولیه پنتان در ظرف واکنش باقی می‌ماند. درصد جرمی گاز اکسیژن در مخلوط گازی اولیه چقدر بوده است؟

($O = 16$ و $C = 12$ و $H = 1 : g.mol^{-1}$)

۶۴ (۴)

۴۸ (۳)

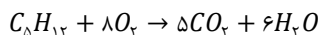
۸۰ (۲)

۷۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۲۰۳)



معادله واکنش سوختن پنتان به صورت زیر است:



با توجه به معادله این واکنش، یک مول پنتان (معادل با ۷۲ گرم پنتان)، در حضور ۸ مول گاز اکسیژن (معادل با ۲۵۶ گرم گاز اکسیژن) در واکنش سوختن شرکت کرده و مصرف می‌شود. طبق فرض سوال، در انتهای کار ۵۰٪ از مقدار اولیه پنتان در ظرف واکنش باقی می‌ماند، پس می‌توان گفت مقدار اولیه پنتان در شرایط فرض شده معادل با ۱۴۴ گرم بوده است. بر این اساس، در یک مخلوط $400 = 256 + 144$ گرمی از پنتان و اکسیژن، جرقه ایجاد شده و در نهایت مقداری فراورده تولید شده و مقداری پنتان نیز در ظرف باقی مانده است. با توجه به توضیحات داده شده، درصد جرمی گاز اکسیژن را در مخلوط گازی اولیه محاسبه می‌کنیم:

$$\text{درصد جرمی اکسیژن} = \frac{\text{جرم اکسیژن}}{\text{جرم مخلوط}} \times 100 = \frac{256 \text{ g}}{400 \text{ g}} \times 100 = 64 \text{ درصد}$$

گروه آموزشی ماز

۸۱- کدام یک از عبارتهای زیر در مورد فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین نادرست است؟

- ۱) مولکول‌های سازنده این عنصر، به عنوان یکی از واکنش‌دهنده‌ها در فرایند اکسایش گلوکز در بدن مصرف می‌شوند.
- ۲) مولکول‌هایی که در آن‌ها اتم هیدروژن به اتم این عنصر متصل است، با متانول پیوند هیدروژنی برقرار می‌کنند.
- ۳) می‌تواند در ساختار جامدهای کووالانسی، مولکولی و یونی به آرایش هشت‌تایی گاز نجیب آرگون برسد.
- ۴) با حل کردن ترکیب‌های گوگرد در آب، غلظت یون هیدروکسید در محلول کاهش پیدا می‌کند.

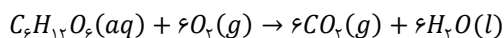
پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۳)



فراوان‌ترین عنصر موجود در پوسته جامد زمین، اکسیژن بوده و پس از آن، دومین عنصر فراوان موجود در پوسته جامد زمین معادل با سیلیسیم است؛ به طوری که ترکیب‌های گوناگون این دو عنصر بیش از ۹۰ درصد پوسته جامد زمین را تشکیل داده است. اکسیژن (O) در دمای اتاق، نافلزگی گازی شکل بوده و در گروه ۱۶ و دوره دوم جدول تناوبی قرار دارد. این نافلز در ساختار جامدهای کووالانسی (مثل SiO_2)، جامدهای یونی (مثل MgO و سدیم اکسید) و جامدهای مولکولی (مثل یخ و یخ خشک) وجود دارد. اکسیژن هم می‌تواند با سایر نافلزها و شبه فلزها پیوند کووالانسی تشکیل دهد و هم می‌تواند با تبدیل شدن به یون اکسید (O^{2-})، با سایر کاتیون‌ها پیوند یونی تشکیل دهد و به آرایش گاز نجیب هم‌دوره خود، یعنی نئون برسد. دقت کنید که فراوان‌ترین عنصر موجود در کل سیاره زمین (نه پوسته آن)، آهن است.

بررسی سایر گزینه‌ها:

۱ گاز اکسیژن، به همراه گلوکز در واکنش اکسایش شرکت کرده و انرژی مورد نیاز سلول‌های بدن را تامین می‌کند. معادله واکنش اکسایش گلوکز در یاخته‌ها به صورت زیر است:



۲ مولکول‌هایی که در ساختار خود یک یا چند اتم هیدروژن متصل به اکسیژن دارند (مثل H_2O ، الکل‌ها، کربوکسیلیک اسیدها و ...)، می‌توانند با مولکول متانول (CH_3OH) پیوند هیدروژنی برقرار کنند.

به برهم‌کنش‌های بین مولکول‌های سازنده یک ماده، نیروهای بین مولکولی گفته می‌شود که به دو دسته پیوند هیدروژنی و نیروهای وان‌دروالسی تقسیم‌بندی می‌شود. به طور کلی می‌توان گفت اگر بین دو مولکول پیوند هیدروژنی برقرار نباشد، نیروی بین مولکولی آن‌ها از نوع وان‌دروالسی است. برای ایجاد پیوند هیدروژنی بین دو مولکول، دو شرط لازم است:
 شرط اول) در یکی از مولکول‌ها، اتم هیدروژن به طور مستقیم (با پیوند اشتراکی) به یکی از سه اتم F ، O و N متصل باشد.
 شرط دوم) در مولکول دیگر، کفایت فقط یکی از سه اتم F ، O و N وجود داشته و این مولکول، قطبی باشد.

۳ ترکیب‌های گوگرد دار اکسیژن (مثل SO_2 و SO_3)، اکسیدهایی نافلزیه بوده و با انحلال در آب، اسید ایجاد می‌کنند. همانطور که می‌دانیم، مقدار pH محلول‌های اسیدی در دمای اتاق، کمتر از ۷ بوده و با انحلال این مواد در آب، غلظت یون هیدروژن در محلول افزایش یافته و غلظت یون هیدروکسید کاهش پیدا می‌کند.

گروه آموزشی ماز

۸۲- در سلول استفاده شده برای انجام فرایند هال، نمونه‌ای از گاز کربن دی‌اکسید تولید شده که تفاوت جرم اتم‌های اکسیژن و کربن موجود در آن برابر با ۳۰۰ است. در ساختار دریای الکترونی موجود در آلومینیم تولید شده، چند الکترون وجود دارد؟

$$(Al = 27 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 : g \cdot mol^{-1})$$

$$3/612 \times 10^{25} \text{ (۴)}$$

$$1/806 \times 10^{25} \text{ (۳)}$$

$$2/408 \times 10^{25} \text{ (۲)}$$

$$1/204 \times 10^{25} \text{ (۱)}$$

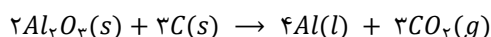
پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۲۰۳)

پاسخ سربینی

جرم مولی عناصر کربن و اکسیژن، به ترتیب برابر با ۱۲ و ۱۶ گرم بر مول است. در هر مول گاز کربن دی‌اکسید (CO_2)، یک مول اتم کربن (معادل با ۱۲ گرم اتم کربن) و دو مول اتم اکسیژن (معادل با ۳۲ گرم اتم اکسیژن) وجود دارد؛ لذا تفاوت جرم اتم‌های این دو عنصر در ساختار هر مول گاز کربن دی‌اکسید برابر با $20 = 32 - 12$ گرم است. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ mol } CO_2 = 300 \text{ g جرم اتم‌ها} \times \frac{1 \text{ mol } CO_2}{20 \text{ g تفاوت جرم اتم‌ها}} = 15 \text{ mol}$$

پس در این سلول، ۱۵ مول کربن دی‌اکسید تولید شده است. فرایند هال به صورت زیر انجام می‌شود:



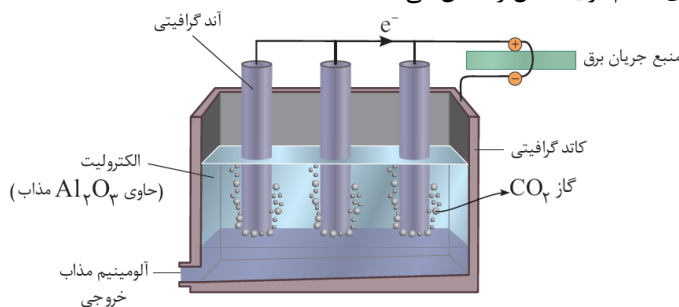
با توجه به معادله موازنه شده، مقدار فلز آلومینیم تولید شده را بدست می‌آوریم:

$$? \text{ mol } Al = 15 \text{ mol } CO_2 \times \frac{4 \text{ mol } Al}{3 \text{ mol } CO_2} = 20 \text{ mol}$$

طی این فرایند، ۲۰ مول فلز آلومینیم تولید شده و هر اتم آلومینیم نیز ۳ الکترون ظرفیتی خود را وارد دریای الکترونی می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت شمار الکترون‌ها در دریای الکترونی آلومینیم، ۳ برابر شمار اتم‌های این عنصر است. در این رابطه، داریم:

$$? \text{ e دریای الکترونی} = 20 \text{ mol } Al \times \frac{3 \text{ mol e دریای الکترونی}}{1 \text{ mol } Al} \times \frac{6/02 \times 10^{23} \text{ e}}{1 \text{ mol e دریای الکترونی}} = 3/612 \times 10^{25} \text{ e}$$

تصویر زیر، نمایی از سلول استفاده شده برای انجام فرایند هال را نشان می‌دهد:



در فرایند هال، گرافیت به کاررفته در کاتد در واکنش شرکت نمی‌کند در حالی که گرافیت به کاررفته در تیغه‌های آند، با اکسیژن واکنش داده و به مرور زمان مصرف می‌شود. در این فرایند، همانند سایر سلول‌های الکترولیتی، کاتیون‌ها به سمت کاتد (دیواره‌های ظرف) و آنیون‌ها نیز به سمت آند (تیغه‌های موجود در بالای ظرف) حرکت می‌کنند. الکترون‌های موجود در مدار خارجی نیز از سمت آند به سمت کاتد حرکت می‌کنند.

گروه آموزشی ماز

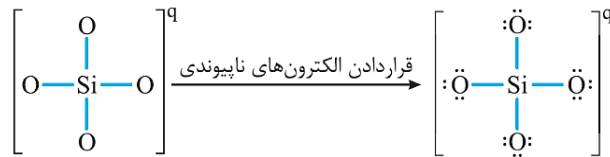
۸۳- شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی موجود در ساختار یون سیلیکات، با شمار این الکترون‌ها در ساختار کدام یک از گونه‌های زیر متفاوت است؟

- (۱) ویتامین (ث) (۲) یون سولفات (۳) کربن تترابرمید (۴) یون نیترات

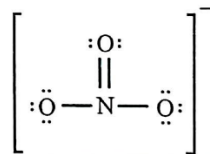
پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



یون سیلیکات، از جمله یون‌های چنداتیمی بوده و در ساختار آن، یک اتم سیلیسیم به ۴ اتم اکسیژن متصل شده است. ابتدا با توجه به ساختار لوویس یون سیلیکات، بار آن را تعیین می‌کنیم:



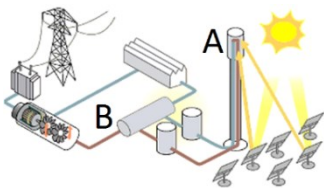
$-4 = [(4 \times 6) + 4] - [(4 \times 6) + (4 \times 2)]$ = تعداد کل الکترون‌های ناپیوندی و پیوندی - مجموع الکترون‌های ظرفیتی = بار آنیون همانطور که مشخص است، در ساختار این یون ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم‌های اکسیژن وجود دارد. در ساختار ویتامین (ث)، یون سولفات و کربن تترابرمید (CBT) نیز ۱۲ جفت الکترون ناپیوندی وجود دارد در حالی که در ساختار یون نیترات، ۸ جفت الکترون ناپیوندی یافت می‌شود. ساختار لوویس یون نیترات به صورت زیر است:



گوگرد، همانند فسفر و سیلیسیم، از جمله عناصر اکسیژن دوست به شمار رفته به طوری که انواعی از ترکیبات و یون‌های چنداتیمی با اکسیژن تشکیل می‌دهد. اغلب عنصرها در طبیعت به شکل ترکیب یافت می‌شوند هر چند در میان فلزات، نمونه‌هایی از طلا، نقره، مس و پلاتین و در میان نافلزات، عناصری مانند اکسیژن، نیتروژن و گوگرد به صورت آزاد در طبیعت وجود دارند.

گروه آموزشی ماز

۸۴- با توجه به شکل مقابل که فناوری تولید انرژی الکتریکی با استفاده از نور خورشید را نمایش می‌دهد، کدام یک از عبارات‌های داده شده درست است؟



- گرمای حاصل از ماده A، حالت فیزیکی B را طی یک فرآیند شیمیایی تغییر می‌دهد.
- شاره‌ای که توربین را به حرکت در می‌آورد، نقطه ذوب بیشتری نسبت به گرافیت دیگر دارد.
- در صورت ورود شاره موجود در قسمت A به سلول برقکافت، در مجاورت با کاتد سلول برقکافت، نوعی فلز تولید می‌شود.
- ماده موجود در محفظه B، دارای ذرات ناقطبی بوده و نسبت به شاره دیگر در گستره دمایی کوچک‌تری حالت مایع دارد.

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)



ماده استفاده شده به عنوان شاره A، سدیم کلرید مذاب است. توجه داریم که این ماده در سلول برقکافت، به عناصر سازنده خود تجزیه می‌شود! در واقع در این سلول که به سلول دانه نیز شهرت دارد، سدیم کلرید مذاب به سدیم مذاب و گاز کلر تجزیه می‌شود. فلز سدیم، در مجاورت کاتد تولید شده و گاز کلر نیز در مجاورت با آند تولید می‌شود. توجه داریم که در سلول‌های الکترولیتی، آند به قطب مثبت باتری و کاتد به قطب منفی باتری متصل می‌شود.



- گرمای حاصل از شاره یونی، به شاره مولکولی می‌رسد و باعث تبخیر آب می‌شود. طی این فرایند، آب به بخار آب تبدیل می‌شود. این تغییر حالت، فرایندی فیزیکی است، نه شیمیایی!
- شاره‌ای که توربین را به حرکت در می‌آورد، شاره مولکولی بوده که نقطه ذوب و جوش کمتری نسبت به مواد کووالانسی از جمله گرافیت دارد. برای ذوب ترکیب‌های مولکولی باید به جاذبه بین مولکول‌ها غلبه کرد، در حالی که برای ذوب مواد کووالانسی باید پیوندهای اشتراکی را شکست و برای ذوب



ترکیب‌های یونی نیز باید به پیوندهای یونی قوی بین یون‌ها غلبه کرد. نیروهای بین مولکولی بسیار ضعیف‌تر از پیوندهای کووالانسی و پیوندهای یونی هستند؛ در نتیجه غلبه کردن بر آن‌ها نیاز به انرژی کمتری دارد.

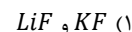
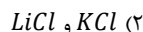
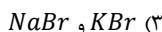
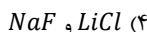
۴۴

شاره‌ای که نور خورشید را جذب می‌کند، شاره یونی (شاره A) بوده و شاره‌ای که توربین را به حرکت در می‌آورد، شاره مولکولی (شاره B) است. به عنوان شاره یونی از سدیم کلرید مذاب و به عنوان شاره مولکولی از آب استفاده می‌شود. شاره B (آب)، از مولکول‌های قطبی تشکیل شده و ذرات سازنده آن در میدان الکتریکی جهت‌گیری می‌کند. اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ترکیب‌های مولکولی، کمتر از ترکیب‌های یونی است؛ در نتیجه ترکیب‌های یونی، ظرفیت بیشتری برای ذخیره گرما داشته و در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع هستند.

تبدیل انرژی خورشیدی به انرژی الکتریکی، نیازمند تجهیزات و فناوری پیشرفته بوده و فقط در برخی کشورها انجام پذیر است. برای این کار نیاز به دو شاره (سیال) یونی و مولکولی است. شاره (سیال)، ماده‌ای است که مقاومت چندانی در برابر جاری شدن نداشته باشد؛ در نتیجه مواد گازی یا مایع می‌توانند به عنوان شاره استفاده شوند. هرچه اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ماده‌ای بیشتر باشد، آن ماده در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع خواهد بود. اختلاف نقطه ذوب و جوش برای ترکیب‌های یونی، بیشتر از ترکیب‌های مولکولی است؛ در نتیجه ترکیب‌های یونی، ظرفیت بیشتری برای جذب گرما داشته و در گستره وسیع‌تری از دما به حالت مایع هستند، از این رو از شاره‌های یونی (مثل NaCl مذاب)، به عنوان ماده‌ای برای ذخیره انرژی گرمایی در این فناوری استفاده می‌شود. در این فناوری، ابتدا نور خورشید توسط آینه‌ها بر روی برج گیرنده (برچی که شاره یونی در آن جریان دارد) متمرکز شده و باعث گرم شدن شاره یونی می‌شود. سپس شاره یونی داغ، وارد منبع ذخیره انرژی گرمایی شده و پس از آن، با ورود به مخزن مبادله گرما، دمای شاره مولکولی را افزایش می‌دهد. شاره مولکولی (مثل بخار آب داغ و ...) باعث به حرکت درآوردن توربین می‌شود. در این فناوری هدر رفتن شاره‌های یونی و مولکولی را مشاهده خواهیم کرد، چون هر دو شاره پس از سرد شدن دوباره وارد فرایند خواهند شد.

گروه آموزشی ماز

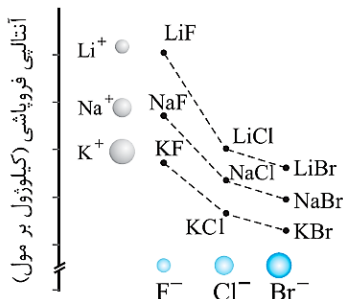
۸۵- تفاوت انرژی شبکه بلور (آنتالپی فروپاشی) کدام دو ترکیب، بیشتر است؟



پاسخ: گزینه ۱ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۳)



هالیدهای فلزهای قلیایی شامل گروهی از ترکیب‌های یونی می‌شوند که از واکنش میان عناصر فلزی گروه اول (فلزهای قلیایی) و عناصر نافلزی موجود در گروه ۱۷ (هالوژن‌ها) بدست می‌آیند. به طور کلی در هالیدهای فلزهای قلیایی، با افزایش عدد اتمی آنیون یا کاتیون، شعاع این یون‌ها افزایش پیدا کرده و چگالی بار آن‌ها کم‌تر می‌شود. انرژی شبکه بلور با مجموع قدر مطلق بار آنیون و کاتیون سازنده آن ترکیب رابطه مستقیم داشته و با اندازه آنیون و کاتیون موجود در بلور ترکیب یونی مورد نظر رابطه عکس دارد. نمودار زیر، روند تغییر آنتالپی فروپاشی شبکه هالیدهای فلزهای قلیایی را نشان می‌دهد:



مطابق نمودار، اختلاف انرژی شبکه بلور KF و LiF بیشتر از سایر موارد داده شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۶- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- ۱) عنصری با عدد اتمی ۳۱ و ۲۱، رسانای جریان گرما و الکتریسیته بوده و خاصیت چکش‌خواری و قابلیت ورقه شدن دارند.
- ۲) در بیرونی‌ترین زیرلایه الکترونی اتم‌های سازنده عنصر موجود در ساختار نیتروژن، شمار الکترون‌های برابری وجود دارد.
- ۳) درصد جرمی مس در نمونه‌ای از مس (I) اکسید، بیشتر از درصد جرمی اتم‌های این عنصر در مس (II) اکسید است.
- ۴) دوده، از جمله رنگدانه‌های آلی است که به رنگ سیاه دیده شده و همه طول موج‌های مرئی را جذب می‌کند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۳)



دوده، از جمله رنگدانه‌های معدنی (یک ماده غیرآلی) است که به رنگ سیاه دیده می‌شود. این رنگدانه سیاه رنگ، همه طول موج‌های مرئی را به خود جذب کرده و هیچ پرتویی را بازتاب نمی‌کند و به همین خاطر است که به رنگ سیاه دیده می‌شود.

امروزه با پیشرفت و گسترش تولید فرآورده‌های صنعتی، این فرآورده‌ها افزون بر رقابت در جنبه‌های کمی و کیفی، باید از دیدگاه زیباشناختی نیز رنگ و رنگ‌آمیزی جذاب و مناسبی داشته باشند. بر این اساس، امروزه رنگ‌های ساختگی گوناگونی تولید می‌شوند که از آن‌ها در صنایع غذایی، نساجی و ساختمانی استفاده می‌شود.

برای مثال، رنگ‌هایی که برای پوشش سطح استفاده می‌شوند (مثل رنگ‌های روغنی)، نوعی کلوئید هستند که لایه نازکی روی سطح ایجاد می‌کنند تا افزون بر زیبایی، از نفوذ رطوبت و اکسیژن به لایه‌های زیرین جلوگیری کرده و مانع خوردگی اجسام در برابر اکسیژن، رطوبت و مواد شیمیایی می‌شوند. توجه داریم که جزء سازنده اصلی یک ماده رنگی که به آن رنگ می‌بخشد، رنگدانه نام دارد. در واقع، رنگدانه‌های موجود در یک ماده با جذب یا بازتاب برخی از پرتوهای مرئی، سبب ایجاد رنگ‌های مختلف می‌شوند. به عنوان مثال، رنگ سبز درختان و رنگ سرخ گل رز به خاطر وجود رنگدانه‌ها است. تیتانیم (IV) اکسید، آهن (III) اکسید و دوده، از جمله رنگدانه‌های معدنی هستند که به ترتیب رنگ‌های سفید، قرمز و سیاه را ایجاد می‌کنند. انسان‌های گذشته این مواد را از منابع طبیعی همچون گیاهان، جانوران و برخی از کانی‌ها تهیه می‌کردند.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) عناصر X_{31} و Y_{21} ، به ترتیب معادل با گالیم (یک فلز اصلی از گروه ۱۳) و اسکاندیم (یک فلز واسطه از گروه ۳) هستند. این عناصر فلزی، رسانای جریان گرما و جریان الکتریسیته بوده و خاصیت چکش‌خواری و ورقه شدن دارند.
- ۲) تیتانیم به شکل آلیاژهای گوناگون کاربرد گسترده‌ای در صنعت دارد. به عنوان مثال، نیتینول آلیاژی از تیتانیم و نیکل بوده که به آلیاژ هوشمند معروف است. همانطور که گفتیم، نیتینول از اتم‌های نیکل (${}_{28}Ni$) و تیتانیم (${}_{22}Ti$) ساخته شده است. این دو عنصر فلزی متعلق به دسته d از تناوب سوم بوده و آرایش الکترونی آن‌ها به زیرلایه $4s^2$ ختم می‌شود.
- ۳) چون نسبت میان شمار اتم‌های مس به شمار اتم‌های اکسیژن در مس (I) اکسید (Cu_2O)، بیشتر از مقدار این نسبت در مس (II) اکسید (CuO) است، می‌توان گفت درصد جرمی اتم‌های مس در این ترکیب نیز بیشتر از درصد جرمی اتم‌های مس در CuO است.

گروه آموزشی ماز

۸۷- محلولی از منیزیم کلرید با درصد جرمی $1/9\%$ و چگالی $1/25 g \cdot mL^{-1}$ در اختیار داریم. آب موجود در $0/8$ لیتر از این محلول، بر اثر تجزیه چند مول هیدروژن پراکسید بدست آمده و در واکنش تولید نمک موجود در این محلول، چند الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود؟

$(Cl = 35/5$ و $Mg = 24$ و $O = 16$ و $H = 1 : g \cdot mol^{-1})$

$2/40.8 \times 10^{24} - 54/5$
 $1/20.4 \times 10^{24} - 54/5$

$2/40.8 \times 10^{24} - 42/5$ (۱)
 $1/20.4 \times 10^{24} - 42/5$ (۳)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۲۰۳)

پاسخ تشریحی:

برای حل قسمت اول این سوال، مقدار آب موجود در $0/8$ لیتر از این محلول (معادل با 1000 گرم از محلول مورد نظر) را به دست می‌آوریم. همانطور که می‌دانیم، درصد جرمی منیزیم کلرید در این محلول برابر با $1/9$ درصد است. بر این اساس، داریم:

$$\text{جرم حل شونده} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{جرم محلول}} \times 100 = \text{درصد جرمی} = \frac{\text{جرم حل شونده}}{\text{چگالی} \times \text{حجم محلول}} \times 100 = 1/9 = \frac{x}{800 \times 1/25} \times 100 \Rightarrow x = 19 g$$

با توجه به اینکه $0/8$ لیتر از این محلول 1000 گرم جرم دارد، برای محاسبه جرم آب موجود در محلول، جرم حل شونده (منیزیم کلرید) را از کل جرم محلول کم می‌کنیم. بر این اساس، داریم:

$1000 - 19 = 981 g$ جرم آب

در قدم بعد، باید مشخص کنیم این مقدار آب از تجزیه چند گرم هیدروژن پراکسید (آب اکسیژنه یا همان H_2O_2) به دست می‌آید. معادله موازنه شده واکنش تجزیه هیدروژن پراکسید به صورت مقابل است:



بر اساس معادله موازنه شده این واکنش شیمیایی، داریم:

$? g H_2O_2 = 981 g H_2O \times \frac{1 mol H_2O}{18 g H_2O} \times \frac{2 mol H_2O_2}{2 mol H_2O} = 54/5 mol$

بنابراین آب موجود در $0/8$ لیتر محلول منیزیم کلرید را با تجزیه $54/5$ مول H_2O_2 می‌توان به دست آورد. برای حل قسمت دوم سوال، ابتدا غلظت مولی محلول منیزیم کلرید را به کمک چگالی و درصد جرمی آن تعیین می‌کنیم:

$\text{غلظت مولی} = \frac{1 \cdot ad}{\text{جرم مولی}} \Rightarrow \frac{10 \times 1/9 \times 1/25}{95} = 0/25 mol \cdot L^{-1}$

در واکنش تولید هر مول منیزیم کلرید از عناصر سازنده آن، 2 مول الکترون بین گونه‌ها مبادله می‌شود. بر این اساس، داریم:

$? e = 2/40.8 \times 10^{23} e = \frac{\text{مبادله شده } 6/02 \times 10^{23} e}{1 mol e \text{ مبادله شده}} \times \frac{2 mol e \text{ مبادله شده}}{1 mol MgCl_2} \times \frac{0/25 mol MgCl_2}{1 L \text{ محلول}} \times 0/8 L \text{ محلول} = \text{مبادله شده } e$

همانطور که مشخص است، طی این فرایند $10^{23} \times 2/40.8$ الکترون بین گونه‌ها مبادله شده است.

گروه آموزشی ماز

۸۸- اگر جرم اتم‌های اکسیژن موجود در نمونه‌هایی از سیلیس و کربونیل سولفید با هم برابر باشد، جرم نمونه سیلیس چند برابر جرم نمونه کربونیل سولفید بوده و دمای جوش کدام ماده در مقایسه با ماده دیگر بیشتر است؟

$(S = 32 \text{ و } Si = 28 \text{ و } O = 16 \text{ و } C = 12 : g \cdot mol^{-1})$

۲) ۰/۷۵ - سیلیس

۱) ۰/۷۵ - کربونیل سولفید

۴) ۰/۵ - سیلیس

۳) ۰/۵ - کربونیل سولفید

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - مساله و مفهومی - ۱۳۰۳)



فرمول شیمیایی سیلیس و کربونیل سولفید به ترتیب به صورت SiO_2 و SCO است. جرم اتم‌های اکسیژن موجود در هر ماده را برابر با x گرم در نظر گرفته و جرم هر ماده را محاسبه می‌کنیم.

$$SiO_2 \text{ جرم نمونه سیلیس} = x \text{ g O} \times \frac{1 \text{ mol O}}{16 \text{ g O}} \times \frac{1 \text{ mol SiO}_2}{2 \text{ mol O}} \times \frac{60 \text{ g SiO}_2}{1 \text{ mol SiO}_2} = \frac{15x}{8} \text{ g}$$

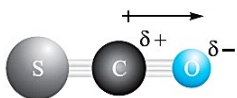
$$SCO \text{ جرم نمونه کربونیل سولفید} = x \text{ g O} \times \frac{1 \text{ mol O}}{16 \text{ g O}} \times \frac{1 \text{ mol SCO}}{1 \text{ mol O}} \times \frac{60 \text{ g SCO}}{1 \text{ mol SCO}} = \frac{30x}{8} \text{ g}$$

در قدم بعد، جرم نمونه‌های داده شده از این مواد را با هم مقایسه می‌کنیم.

$$\frac{\text{جرم نمونه سیلیس}}{\text{جرم نمونه کربونیل سولفید}} = \frac{\frac{15x}{8} \text{ g}}{\frac{30x}{8} \text{ g}} = 0.5$$

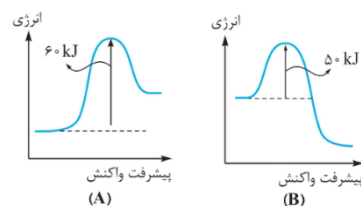
برابر ۰/۵

تصویر زیر، ساختار کربونیل سولفید و نقشه پتانسیل الکترواستاتیکی این ماده را نشان می‌دهد:



همان‌طور که مشخص است، توزیع بار الکتریکی در اطراف اتم مرکزی کربونیل سولفید متقارن نیست و اتم اکسیژن سر منفی این مولکول را تشکیل می‌دهد. بر این اساس، مولکول SCO یک مولکول قطبی با گشاور دوقطبی بزرگتر از صفر است و در میدان الکتریکی جهت‌گیری پیدا می‌کند. این ماده عضوی از خانواده مواد مولکولی است. همانطور که می‌دانیم، ترکیب‌های مولکولی در مقایسه با جامدهای کووالانسی مثل سیلیس دمای ذوب پایین‌تری دارند.

گروه آموزشی ماز



۸۹- با توجه به نمودارهای داده شده، کدام‌یک از مطالب زیر درست است؟

- تغییر آنتالپی واکنش A می‌تواند برابر با ۹۰ کیلوژول باشد.
- در شرایط یکسان، واکنش A سریع‌تر از واکنش B انجام می‌شود.
- با افزایش دما، سرعت واکنش A برخلاف واکنش B افزایش می‌یابد.
- فرآورده‌های حاصل از واکنش B نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارترند.

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مفهومی - ۱۳۰۴)



واکنش B ، یک واکنش گرماده بوده و در واکنش‌های گرماده، سطح انرژی مواد کاهش پیدا می‌کند. در این واکنش‌ها، فرآورده‌های تولید شده نسبت به واکنش‌دهنده‌ها پایدارتر هستند.



۱) در واکنش‌های گرماگیر، مقدار انرژی فعال‌سازی واکنش قطعاً از مقدار تغییر آنتالپی واکنش بیشتر است. در واکنش A ، مقدار انرژی فعال‌سازی برابر با ۶۰ کیلوژول است، پس تغییر آنتالپی این واکنش قطعاً باید کمتر از ۶۰ کیلوژول باشد.

۲) چون واکنش B انرژی فعال‌سازی کمتری دارد، در شرایط یکسان در مقایسه با واکنش دیگر با سرعت بیشتری انجام می‌شود.

۳) مستقل از اینکه یک واکنش گرماده یا گرماگیر باشد و مقدار ΔH آن چقدر باشد، با افزایش دما، سرعت آن واکنش افزایش پیدا خواهد کرد.

۹۰- اگر تعادل $N_2(g) + 2O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g)$, $\Delta H = -110 kJ$ در یک محفظه دربسته برقرار باشد، با واکنش در جهت جابه‌جا شده و در تعادل جدیدی که برقرار می‌شود، در مقایسه با تعادل اولیه خواهد بود.

- ۱) افزایش حجم ظرف - برگشت - غلظت گازهای نیتروژن و اکسیژن - بیشتر
- ۲) خارج کردن گاز اکسیژن از ظرف - برگشت - مقدار گاز نیتروژن - بیشتر
- ۳) کاهش دمای ظرف واکنش - رفت - فشار محتویات ظرف واکنش - بیشتر
- ۴) افزودن مقداری گاز نیتروژن به ظرف - رفت - مقدار گاز نیتروژن - کمتر

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مفهومی - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

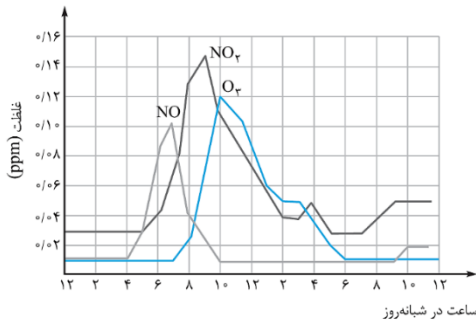
در واکنش $N_2(g) + 2O_2(g) \rightleftharpoons 2NO_2(g) + Q$ ، با خارج کردن مقداری گاز اکسیژن (واکنش‌دهنده واکنش) از ظرف، واکنش در جهت تولید این ماده (در جهت برگشت) به پیش رفته و گاز نیتروژن نیز در محفظه واکنش تولید می‌شود. بر این اساس، می‌توان گفت در تعادل جدید برقرار شده مقدار گاز نیتروژن بیشتر از تعادل اولیه و مقدار گاز NO_2 نیز کمتر از تعادل اولیه خواهد بود.

بررسی سایر گزینه‌ها:

- ۱) با افزایش حجم ظرف واکنش، تعادل در جهت تعداد مول‌های گازی بیشتر (در جهت برگشت) به پیش می‌رود تا فشار گازهای موجود در ظرف واکنش افزایش پیدا کند. البته، می‌دانیم که جابه‌جایی تعادل مورد نظر نمی‌تواند به طور کامل اثر تغییر اعمال شده را خنثی کند. هرچند که در تعادل جدید برقرار شده مقدار گازهای اکسیژن و نیتروژن بیشتر از تعادل اولیه است، اما با توجه به افزایش حجم ظرف و اینکه جابه‌جایی تعادل مورد نظر نمی‌تواند به طور کامل اثر تغییر اعمال شده را خنثی کند، غلظت این گازها در تعادل جدید کمتر از تعادل اولیه خواهد بود.
- ۳) چون تعادل مورد نظر گرماده است، با کاهش دمای ظرف واکنش، تعادل در جهت رفت (در جهت تولید گرما) جابه‌جا شده و تعداد مول‌های گازی موجود در ظرف کاهش پیدا می‌کند؛ پس می‌توان گفت در چنین شرایطی فشار گازهای موجود در ظرف کاهش می‌یابد.
- ۴) با افزودن گاز نیتروژن به ظرف واکنش، تعادل در جهت مصرف این گاز به پیش می‌رود، اما چون تعادل نمی‌تواند اثر تغییر اعمال شده را به طور کامل جبران کند، پس مقدار گاز نیتروژن در تعادل جدید برقرار شده بیشتر از تعادل اولیه خواهد بود.

گروه آموزشی ماز

۹۱- با توجه به نمودار مقابل، کدام موارد از عبارتهای داده شده نادرست هستند؟ ($N = 14$ و $O = 16$ g.mol⁻¹)



- آ: در ساعت ۷ صبح، شمار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از نیتروژن دی‌اکسید خواهد بود.
- ب: در بازه زمانی ساعت ۶ تا ۸ صبح، سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با گاز اوزون بیشتر است.
- پ: در طول شب، مجموع غلظت گونه‌های رادیکال در هوای شهر بیشتر از غلظت گاز اوزون در آن است.
- ت: در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواکره همواره در حال کاهش یافتن است.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۱ (سخت - مفهومی و مساله - ۱۲۰۴)

پاسخ تشریحی:

فقط عبارت (ت) نادرست است.

بررسی موارد:

آ: در ساعت ۷ صبح، غلظت ppm گاز NO در مقایسه با گاز NO_2 کمی بیشتر بوده و از طرفی، جرم مولی این گاز نیز در مقایسه با جرم مولی گاز NO_2 کمتر است. به عبارتی، می‌توان گفت در این حالت جرم گاز NO موجود در هواکره بیشتر از گاز NO_2 بوده و با توجه به جرم مولی کمتر این گاز در مقایسه با گاز NO_2 ، قطعاً شمار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید موجود در هوا بیشتر از نیتروژن دی‌اکسید خواهد بود.

گاز NO یکی از آلاینده‌های موجود در هوا است که براساس معادله $N_2(g) + O_2(g) \rightarrow 2NO(g)$ از واکنش میان گازهای اکسیژن و نیتروژن تولید می‌شود. این واکنش، انرژی فعال‌سازی بالایی داشته و به همین خاطر، گاز نیتروژن به عنوان اصلی‌ترین جزء سازنده هواکره، به طور معمول با گاز اکسیژن وارد واکنش نمی‌شود. شرایط مورد

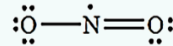
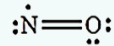


نیاز برای انجام شدن واکنش میان گازهای اکسیژن و نیتروژن، فقط در دماهای بسیار بالا (مثل شرایط موجود در موتور خودروها و شرایط ایجاد شده به هنگام رعدوبرق) فراهم می‌شود.

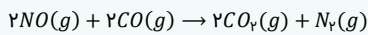
ب: در بازه زمانی ساعت ۶ تا ۸ صبح، غلظت گاز NO_2 از ۰/۰۴ به ۰/۱۳ رسیده در حالی که در طول همین بازه زمانی، غلظت گاز اوزون از ۰/۰۱ به حدود ۰/۰۲۵ رسیده است. با توجه به اینکه میزان تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با اوزون بیشتر است، پس می‌توان گفت سرعت متوسط تغییر غلظت گاز NO_2 در مقایسه با گاز اوزون بیشتر خواهد بود.

پ: با توجه به نمودار، در طول شب، مجموع غلظت گونه‌های رادیکال (گازهای نیتروژن مونوکسید و نیتروژن دی‌اکسید) در هوای شهر بیشتر از غلظت گاز اوزون در آن است.

رادیکال، گونه فعال و ناپایداری است که برخی از اتم‌های موجود در ساختار آن الکترون جفت نشده دارند. در واقع، رادیکال‌ها محتوی اتم‌هایی هستند که از قاعده هشت‌تایی پیروی نمی‌کنند. به عنوان مثال، به ساختار مولکول‌های نیتروژن مونوکسید (NO) و نیتروژن دی‌اکسید (NO_2) دقت کنید:



همانطور که مشخص است، اتم‌های نیتروژن موجود در این ترکیب‌ها دارای یک الکترون جفت نشده هستند؛ پس این ترکیب‌ها رادیکال محسوب می‌شوند. همانطور که می‌دانیم، گازهای کربن مونوکسید و نیتروژن مونوکسید، در دسته گازها و مواد خارج شده از آگزوز خودروها هستند که آلاینده‌گی زیادی دارند. این گازها را بر اساس معادله کلی زیر، با هم واکنش می‌دهند تا از آلاینده‌گی آن‌ها کاسته شود:



طی این فرایند، گازهای واکنش‌دهنده به فرآورده‌هایی با آلاینده‌گی کمتر و پایدارتر تبدیل می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت فرآورده‌های این واکنش آلاینده‌گی کمتری نسبت به واکنش‌دهنده‌ها دارند؛ اما این مواد نیز همچنان جزو آلاینده‌ها هستند. یکی از این فرآورده‌ها گاز کربن دی‌اکسید است که از گازهای گلخانه‌ای بوده و بر گرمایش زمین اثر دارد.

ت: رنگ قهوه‌ای هوای آلوده بخاطر گاز NO_2 ایجاد می‌شود. با توجه به نمودار، غلظت گاز NO_2 در طول بازه زمانی داده شده همواره روند کاهشی نداشته و گاهی افزایش پیدا می‌کند. بر این اساس، می‌توان گفت در طول بازه زمانی ساعت ۱۰ صبح تا ۱۰ شب، شدت رنگ قهوه‌ای هواگره گاهی در حال کاهش یافتن است و گاهی در حال افزایش یافتن است.

گروه آموزشی ماز

۹۲- کدام یک از مطالب داده شده نادرست است؟

- ۱) از طیف سنجی فرورسرخ برای شناسایی برخی از آلاینده‌های موجود در هواگره استفاده می‌شود.
- ۲) امواج رادیویی نوعی پرتو الکترومغناطیسی بوده و برخلاف پرتوهای فرورسرخ، برهمکنشی با مولکول‌ها نخواهند داشت.
- ۳) اگر در یک اتاق تاریک، امواجی با طول موج 400nm را به یک جسم سفید بتابانیم، جسم به رنگ بنفش دیده می‌شود.
- ۴) طیف‌سنجی در دستگاه MRI کاربرد داشته و برای خنک کردن قطعات این دستگاه، از نوعی گاز نجیب استفاده می‌شود.

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)



امواج رادیویی از جمله پرتوهای الکترومغناطیسی با طول موج بلند هستند. امواج رادیویی، همانند سایر پرتوهای الکترومغناطیسی، با مولکول‌ها و گروه‌های عاملی موجود در آن‌ها برهمکنش خواهند داشت. در واقع مولکول‌ها طول موج‌های خاصی از این پرتوها را جذب کرده و طول موج‌های خاصی از آن‌ها را نیز بازتاب می‌کنند.



- ۱) با استفاده از طیف‌سنجی فرورسرخ، می‌توان غلظت برخی از آلاینده‌های موجود در هوای شهرها مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن را محاسبه کرد. علاوه بر این، از طیف‌سنجی فرورسرخ برای شناسایی برخی مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای نیز استفاده می‌شود.
- ۳) اگر در یک اتاق تاریک، امواج الکترومغناطیسی بنفش‌رنگ که طول موج آن‌ها حدوداً برابر با 400nm است را به یک جسم سفید بتابانیم، آن جسم کل این پرتوها را به سمت چشم بیننده بازتاب کرده و بر این اساس، جسم مورد نظر به رنگ بنفش دیده می‌شود.
- ۴) از طیف‌سنجی فرورسرخ می‌توان برای شناسایی آلاینده‌هایی مانند کربن مونوکسید و اکسیدهای نیتروژن در هواگره و نیز شناسایی برخی از مولکول‌ها در فضای بین ستاره‌ای استفاده کرد. افزون بر طیف‌سنجی فرورسرخ، می‌توان از برهم‌کنش پرتوهای فرابنفش، نور مرئی و امواج رادیویی نیز برای شناسایی مواد گوناگون بهره برد. دستگاه ام.آر.آی، نمونه‌ای از کاربرد طیف‌سنجی در علم پزشکی است. توجه داریم که از گاز هلیوم، افزون بر پرکردن بالن‌های هواشناسی، تفریحی، تبلیغاتی و کپسول غواصی، در جوشکاری نیز استفاده می‌شود. مهم تر از همه، چون این ماده ظرفیت گرمایی بالایی دارد، از آن برای خنک کردن قطعات الکترونیکی در دستگاه‌های تصویربرداری مانند MRI استفاده می‌شود.

گروه آموزشی ماز



۹۳- در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی در یک خودرو، مقدار گاز NO خارج شده از اگزوز به ازای طی یک کیلومتر از $1/04$ به $0/04$ گرم می‌رسد. اگر سرعت تولید گاز نیتروژن در مبدل کاتالیستی این خودرو در شرایط STP برابر با $0/336$ لیتر بر دقیقه باشد، سرعت این خودرو چند کیلومتر در ساعت

است؟ ($O = 16$ و $N = 14 : g \cdot mol^{-1}$)

۵۴ (۴)

۸۴ (۳)

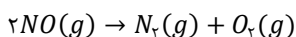
۲۷ (۲)

۴۲ (۱)

پاسخ: گزینه ۴ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)



واکنش انجام شده در مبدل کاتالیستی به صورت مقابل است:



انرژی فعال‌سازی واکنش‌ها را می‌توان با گرم‌آدمان به مخلوط واکنش‌دهنده‌ها تأمین کرد و یا با استفاده از کاتالیزگرهای مناسب، مقدار آن را کاهش داد. در این شرایط، واکنش‌های موردنظر با سرعت دلخواه انجام می‌شوند. از کاتالیزگرها در واکنش‌های بسیاری استفاده می‌شود. به عنوان مثال، با استفاده از کاتالیزگرها در مبدل‌های کاتالیستی، می‌توانیم برای کاهش یا حذف آلاینده‌های خروجی از اگزوز خودروها استفاده کنیم. گازهای کربن مونوکسید، نیتروژن مونوکسید و هیدروکربن‌های نسوخته از جمله آلاینده‌های تولید شده در موتور خودروها هستند که باعث آلودگی هوا کرده می‌شوند. با استفاده از مبدل‌های کاتالیستی، می‌توان مقدار این آلاینده‌ها را در گازهای خروجی از اگزوز خودروها کاهش داد. کاتالیزگرهای موجود در مبدل‌های کاتالیستی، بارها و بارها در واکنش‌های مربوط به حذف آلاینده‌ها شرکت می‌کنند و مصرف نمی‌شوند؛ اما این کاتالیزگرها گاهی با برخی از مواد افزودنی موجود در سوخت‌ها وارد واکنش شده و کارایی خود را از دست می‌دهند. در این شرایط، کارایی مبدل کاتالیستی کاهش پیدا کرده و این مبدل دیگر قابل استفاده نیست.

در صورت استفاده از مبدل کاتالیستی، در هر کیلومتر $1/04 - 0/04 = 0/996$ گرم گاز NO طبق واکنش بالا به گازهای N_2 و O_2 تبدیل می‌شود. ابتدا حساب می‌کنیم به ازای طی یک کیلومتر مسافت، چند مول N_2 تولید می‌شود:

$$mol N_2 = 1 \text{ km} \times \frac{1 \text{ mol } NO}{3 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{2 \text{ mol } NO} = \frac{1}{6} \text{ mol } N_2$$

در قدم بعد، میزان تولید گاز نیتروژن را بر حسب مول در هر ساعت محاسبه می‌کنیم:

$$mol N_2 = 1 \text{ h} \times \frac{60 \text{ min}}{1 \text{ h}} \times \frac{0/336 \text{ L } N_2}{1 \text{ min}} \times \frac{1 \text{ mol } N_2}{22/4 \text{ L } N_2} = 0/9 \text{ mol}$$

برای محاسبه سرعت این خودرو باید حساب کنیم تعداد مول نیتروژن تولید شده در یک ساعت به ازای طی مسافت چند کیلومتری تولید می‌شود:

$$\text{سرعت خودرو} = \frac{\text{تعداد مول نیتروژن تولید شده در یک ساعت}}{\text{تعداد مول نیتروژن تولید شده در هر کیلومتر}} = \frac{0/9}{1/6} = 54 \text{ km} \cdot \text{h}^{-1}$$

گروه آموزشی ماز

۹۴- چه تعداد از عبارتهای زیر درست هستند؟

- آ: اتم نیتروژن، در ساختار پروتئین‌ها یافت شده و گیاهان، این عنصر ضروری برای رشد خود را از خاک جذب می‌کنند.
- ب: با کاهش حجم ظرف واکنش در فرایند هابر، سرعت انجام واکنش‌های رفت و برگشت به طور همزمان افزایش می‌یابد.
- پ: در شرایط بهینه برای انجام شدن فرایند هابر، ۲۸٪ جرمی از مخلوط واکنش را گاز آمونیاک تشکیل می‌دهد.
- ت: در فناوری تولید آمونیاک به روش هابر، دمای سردکننده باید کمی کمتر از نقطه جوش گاز آمونیاک باشد.

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - حفظی و مفهومی - ۱۲۰۴)



عبارتهای (آ)، (ب) و (ت) درست هستند.



آ: یکی از عناصر مورد نیاز گیاهان برای رشد، نیتروژن است. هر چند که در حدود ۸۰٪ از حجم هوا توسط گاز نیتروژن تشکیل شده است، اما گیاهان نمی‌توانند این عنصر ضروری برای رشد خود را به طور مستقیم از هوا جذب کنند. به همین خاطر، نیتروژن را باید در قالب ترکیبات نیتروژن‌دار از جمله آمونیاک و اوره به خاک افزود. به عنوان مثال، در برخی از کشورها برای افزایش بازده تولید فراورده‌های کشاورزی، آمونیاک مایع را به عنوان کود شیمیایی به طور مستقیم به خاک تزریق می‌کنند.

تصویر زیر، روند مبادله گازهای مختلف را بین هواکره و زیست کره نشان می‌دهد:



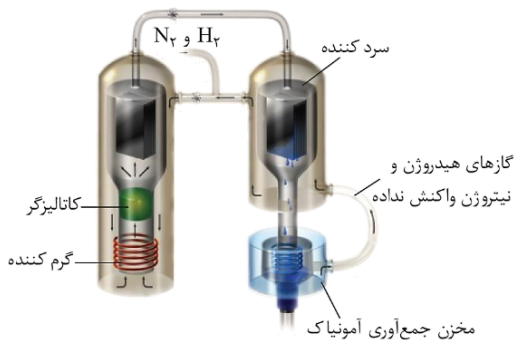
همانطور که مشخص است، نیتروژن مورد نیاز گیاهان توسط باکتری‌های موجود در خاک جذب و تثبیت خواهد شد. توجه داریم که پروتئین‌ها نیز نوعی پلی‌آمید بوده و در ساختار خود حاوی اتم نیتروژن هستند.

ب: با کاهش حجم ظرف در هر واکنش تعادلی، غلظت مواد افزایش یافته و سرعت انجام شدن واکنش‌های رفت و برگشت به طور همزمان افزایش می‌یابد. البته، با کاهش حجم ظرف در فرایند هابر، سرعت واکنش رفت در مقایسه با سرعت واکنش برگشت به مقدار بیشتری افزایش یافته و به همین خاطر است که تعادل در جهت رفت جابه‌جا می‌شود.

پ: در شرایط بهینه برای انجام شدن فرایند هابر، ۲۸٪ حجمی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد. به عبارت دیگر، اگر در حالت تعادلی این فرایند مجموعاً ۱۰۰ مول ماده گازی در ظرف واکنش وجود داشته باشد، ۲۸ مول آن توسط آمونیاک تشکیل می‌شود.

چون افزایش دما درصد مولی آمونیاک را در فرایند هابر کاهش می‌دهد، فریتس هابر دریافت که افزایش دما نمی‌تواند برای تولید مقدار مناسب آمونیاک ثمربخش باشد. او با استفاده از یک کاتالیزگر مناسب مثل ورقه‌های آهنی، توانست واکنش را در دماهای پایین‌تر و با سرعت مناسب انجام دهد. البته، کاتالیزگر فقط سرعت تولید گاز آمونیاک را افزایش می‌دهد و تأثیری بر درصد مولی آمونیاک تولیدشده ندارد. در فرایند هابر، در دمای ۴۵۰ درجه سانتی‌گراد، فشار ۲۰۰ اتمسفر و در حضور کاتالیزگر آهن، تنها ۲۸ درصد مولی از مخلوط واکنش را آمونیاک تشکیل می‌دهد.

ت: نقطه جوش گازهای H_2 و N_2 از نقطه جوش آمونیاک بسیار پایین‌تر است، بنابراین با تنظیم دمای سردکننده در دمایی کمی پایین‌تر از دمای جوش آمونیاک می‌توان این گاز را به حالت مایع تبدیل کرده و از مخلوط گازی جدا نمود. تصویر زیر، نمایی از دستگاه استفاده شده برای تولید آمونیاک بر اساس فرایند هابر را نشان می‌دهد:



گروه آموزشی ماز

۹۵- تصویر مقابل، برقراری تعادل $2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g)$ در یک ظرف سر بسته و با حضور ۰/۸ مول واکنش‌دهنده

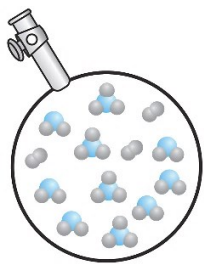
را نشان می‌دهد. در رابطه با این فرایند، کدام یک از مطالب زیر درست است؟

(۱) واکنش مورد نظر با استفاده از ۱/۴ مول گاز گوگرد تری‌اکسید آغاز شده است.

(۲) ثابت تعادل این واکنش، همانند فرایند یونش HCl در آب، به یقین بزرگ‌تر از یک است.

(۳) پس از افزودن مقداری گاز اکسیژن به ظرف واکنش، فشار گازها در این ظرف به مرور کاهش می‌یابد.

(۴) در حالت تعادل، مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید دیگر تجزیه نشده و فرآورده‌ها را تولید نمی‌کنند.



پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مفهومی - ۱۳۰۴)



پس از افزودن مقداری گاز اکسیژن به ظرف حاوی تعادل $2SO_2(g) \rightleftharpoons 2SO_3(g) + O_2(g)$ ، واکنش در جهت مصرف گاز اکسیژن جابه‌جا شده و به سمت برگشت پیش می‌رود. چون شمار مول‌های گازی سمت چپ واکنش کمتر از شمار مول‌های گازی در سمت راست است، با جابه‌جایی واکنش به سمت برگشت، شمار مول‌های گازی در ظرف کمتر شده و فشار گازها در این ظرف کاهش می‌یابد.

۱ در حالت تعادل، ۴ ذره SO_3 در ظرف وجود داشته و طبق فرض سوال، این ۴ ذره معادل با $0/8$ مول گاز SO_3 است. بر این اساس، می‌توان گفت که هر ذره نشان داده شده در تصویر، معادل با $0/2$ مول از آن ماده است. در حالت تعادل، ۶ ذره SO_2 در ظرف وجود دارد که معادل با $1/2$ مول از این ماده بوده و همانطور که می‌دانیم، $1/2$ مول گاز SO_2 ، بر اثر تجزیه $1/2$ مول گاز SO_3 تولید می‌شود. بر این اساس، داریم:

$$2 \text{ mol} = 0/8 + 1/2 = \text{مقدار } SO_3 \text{ مصرف شده} + \text{مقدار } SO_3 \text{ تعادلی} = \text{مقدار } SO_3 \text{ اولیه}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، مقدار SO_3 اولیه برابر با ۲ مول بوده است.

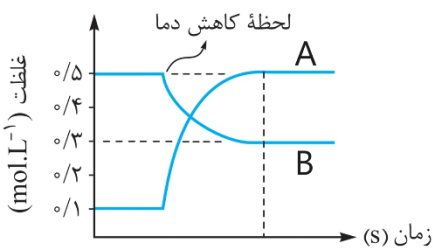
۲ رابطه ثابت تعادل این واکنش به صورت زیر است:

$$K = \frac{[SO_2]^2 \times [O_2]}{[SO_3]^2}$$

هرچند که می‌دانیم در حالت تعادل $1/2$ مول گاز SO_2 ، $0/8$ مول گاز SO_3 و $0/6$ مول گاز O_2 در ظرف واکنش وجود دارد، اما چون از حجم ظرف واکنش خبر نداریم، نمی‌توانیم در رابطه با مقدار ثابت تعادل واکنش و اینکه این مقدار بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از یک است، اظهار نظر کنیم. این در حالی است که می‌دانیم ثابت یونش هیدروکلریک اسید در محلول‌های آبی مقدار بسیار بزرگی داشته و قطعاً مقدار آن بزرگ‌تر از یک است.

۴ در حالت تعادل، واکنش‌های رفت و برگشت همواره و با سرعت برابر انجام می‌شوند. بر این اساس، می‌توان گفت در این حالت مولکول‌های گوگرد تری‌اکسید باز هم در حال تجزیه شدن بوده و فراورده‌ها را تولید می‌کنند.

گروه آموزشی ماز



۹۶ - نمودار مقابل، روند جابه‌جایی تعادل مربوط به تبدیل مقداری ماده A به ماده B بر اثر تغییر دما را

نشان می‌دهد. طی این فرایند، ثابت تعادل واکنش مورد نظر چند برابر شده است؟

- (۱) $0/24$ (۲) $0/48$
(۳) $0/24$ (۴) $0/48$

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مساله - ۱۳۰۴)

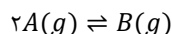
پاسخ تشریحی:

معادله واکنش انجام شده به صورت $aA(g) \rightleftharpoons bB(g)$ است. برای پیدا کردن ضریب هر ماده در معادله موازنه شده واکنش، باید به روند تغییر تعداد مول‌های هر ماده پس از تغییر دمای سامانه توجه کنیم. می‌دانیم که تغییر مقدار غلظت هر ماده، متناسب با ضریب استوکیومتری آن ماده است. بر این اساس، در رابطه با مواد شرکت‌کننده در واکنش داریم:

$$\Delta[A] = |0/5 - 0/1| = 0/4 \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\Delta[B] = |0/3 - 0/5| = 0/2 \text{ mol.L}^{-1}$$

تغییر غلظت ماده A، دو برابر تغییر غلظت ماده B است، پس ضریب استوکیومتری این ماده نیز ۲ برابر ماده B خواهد بود. بر این اساس، معادله موازنه شده واکنش به صورت زیر خواهد بود:



با توجه به معادله واکنش و غلظت تعادلی مواد، مقدار ثابت تعادل این واکنش را در حالت نهایی محاسبه می‌کنیم:

$$K_2 = \frac{[B]}{[A]^2} = \frac{0/3}{0/5 \times 0/5} = 1/2 \text{ L.mol}^{-1}$$

در قدم بعد، مقدار ثابت تعادل این واکنش را در حالت اولیه و قبل از تغییر دما محاسبه می‌کنیم:

$$K_1 = \frac{[B]}{[A]^2} = \frac{0/5}{0/1 \times 0/1} = 5 \text{ L.mol}^{-1}$$

در قدم آخر، نسبت میان مقادیر محاسبه شده را بدست می‌آوریم:

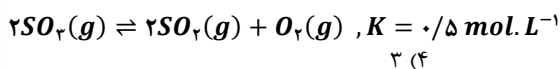
$$\frac{K_2}{K_1} = \frac{1/2 \text{ L.mol}^{-1}}{5 \text{ L.mol}^{-1}} = 0/024 \text{ برابر}$$

با توجه به محاسبات انجام شده، طی این فرایند مقدار ثابت تعادل واکنش $0/024$ برابر شده است.

گروه آموزشی ماز



۹۷- مقدار ۸۰۰ گرم گاز گوگرد تری اکسید را در یک ظرف سر بسته ۵ لیتری وارد کرده و گرم می‌کنیم تا تعادل زیر برقرار شود. در هنگام تعادل، چند مول گاز قطبی در ظرف وجود دارد؟ ($S = ۳۲$ و $O = ۱۶ : g \cdot mol^{-1}$)



۳ (۴)

۶ (۳)

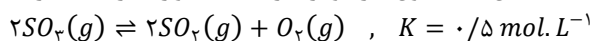
۵ (۲)

۷/۵ (۱)

پاسخ: گزینه ۲ (سخت - مساله - ۱۳۰۴)



در ابتدای فرایند، ۸۰۰ گرم گاز گوگرد تری اکسید (معادل با ۱۰ مول گاز گوگرد تری اکسید) وارد ظرف ۵ لیتری شده تا تعادل زیر برقرار شود:



با توجه به حجم ظرف، غلظت اولیه گاز گوگرد تری اکسید برابر با ۲ مول بر لیتر می‌شود. با انجام شدن این واکنش، به ازای مصرف ۲x مول بر لیتر از گاز گوگرد تری اکسید، مقدار ۲x مول بر لیتر گاز گوگرد دی اکسید به همراه x مول بر لیتر گاز اکسیژن تولید می‌شود. در این حالت، غلظت تعادلی مواد را به صورت پارامتری محاسبه کرده و در نهایت، مقدار مولفه x را با توجه به مقدار ثابت تعادل واکنش محاسبه می‌کنیم. برای این منظور، ابتدا جدول تغییرات مقدار مول مواد را رسم می‌کنیم. در این رابطه، داریم:

واکنش	$2SO_3(g) \rightleftharpoons 2SO_2(g) + O_2(g)$		
غلظت اولیه	۲	۰	۰
تغییر غلظت	-۲x	+۲x	+x
غلظت نهایی	۲-۲x	۲x	x

بر این اساس، داریم:

$$K = \frac{[SO_2]^2 \times [O_2]}{[SO_3]^2} = \frac{(2x)^2 \times x}{(2-2x)^2} \Rightarrow 0.5 = \frac{4x^3}{4x^2 - 8x + 4} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{x^3}{x^2 - 2x + 1} \Rightarrow 2x^3 = x^2 - 2x + 1 \Rightarrow$$

$$2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow x = 0.5$$

با توجه به مقدار مولفه x، می‌توان گفت از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعادل، ۱ مول بر لیتر گاز SO_3 تجزیه شده و یک مول بر لیتر گاز SO_2 به همراه ۰/۵ مول بر لیتر گاز O_2 نیز تولید شده است. تنها گاز قطبی موجود در ظرف واکنش، گاز SO_2 بوده و غلظت این گاز در حالت تعادل برابر با ۱ مول بر لیتر است. بر این اساس، شمار مول‌های این گاز را در ظرف محاسبه می‌کنیم:

$$? \text{ mol } SO_2 = \Delta L \text{ ظرف} \times \frac{1 \text{ mol } SO_2}{1 L \text{ حجم ظرف}} = \Delta \text{ mol}$$

په‌ها دقت کنید که برای بدست آوردن جواب معادله $2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0$ ، الزاما نیاز به حل کردن این معادله نداشتیم! با توجه به اعداد موجود در گزینه‌های سوال، مقدار x می‌تواند برابر با ۰/۷۵، ۰/۵، ۰/۶، ۰/۳ و کافی بوده هر یک از این اعداد را در معادله ایجاد شده جایگذاری کنیم و ببینیم که کدام عدد در معادله مورد نظر صدق می‌کند! برای حل کردن این معادله، داریم:

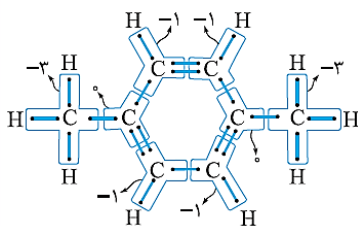
$$2x^3 - x^2 + 2x - 1 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(x^2 + 1) = 0 \Rightarrow x = 0.5$$

گروه آموزشی ماز

۹۸- در رابطه با مولکول پارازایلن، کدام عبارت درست است؟

- نسبت شمار کربن به هیدروژن در آن مشابه استون است.
- دارای ۲ گروه متیل بوده و برخلاف استیرن، یک ماده آروماتیک است.
- دارای ۵ پیوند دوگانه بوده و برخلاف اتانول، در نفت خام یافت می‌شود.
- شمار اتم‌های هیدروژن متصل به اتم کربن در ساختار آن، ۲/۵ برابر شمار این اتم‌ها در اتیلن گلیکول است.

پاسخ: گزینه ۴ (آسان - حفظی و مفهومی - ۱۳۰۴)



پارازایلن، هیدروکربنی از نفت خام است که از آن در مراحل تولید پلی‌اتیلن ترفتالات استفاده می‌شود. تصویر مقابل، ساختار پارازایلن و عدد اکسایش کربن موجود در آن را نشان می‌دهد: همانطور که مشخص است، در ساختار این ماده دو گروه متیل به یک حلقه بنزنی متصل شده‌اند، پس این ماده یک ترکیب آروماتیک به شمار می‌رود. با توجه به ساختار نشان داده شده، عدد اکسایش ۲ عدد از اتم‌های کربن موجود در این ترکیب (اتم‌های کربن متصل به شاخه فرعی متیل) برابر صفر است. در ساختار این ماده، ۱۰ اتم هیدروژن متصل به کربن وجود دارد در حالی که در ساختار اتیلن گلیکول، ۴ اتم هیدروژن متصل به کربن وجود دارد.

۱ فرمول مولکولی پارازیلین به صورت C_8H_{10} بوده و فرمول مولکولی استون به صورت C_4H_6O است. همانطور که مشخص است، نسبت شمار اتم‌های کربن به هیدروژن در پارازیلین، مشابه استون نیست.

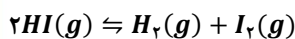
۲ پارازیلین، همانند استیرین، دارای یک حلقه کربنی بنزنی بوده و از جمله مواد آروماتیک است. توجه داریم که فرمول مولکولی استیرین به صورت C_8H_8 است.

۳ پارازیلین در ساختار مولکولی خود دارای ۳ پیوند دوگانه است.

گروه آموزشی ماز

۹۹- مقداری گاز هیدروژن دیده به جرم ۳۲ گرم را وارد یک ظرف سربسته ۳ لیتری می‌کنیم تا تعادل گازی زیر برقرار شود. اگر در حالت تعادل ۶۰ درصد از

حجم مخلوط تعادلی گاز هیدروژن دیده باشد، مقدار ثابت تعادل این واکنش در دمای مورد نظر کدام است؟ ($I = 127$ و $H = 1 : g \cdot mol^{-1}$)



$$\frac{1}{15} \quad (4)$$

$$\frac{1}{9} \quad (3)$$

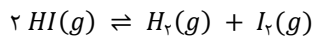
$$\frac{1}{5} \quad (2)$$

$$\frac{1}{3} \quad (1)$$

پاسخ: گزینه ۳ (متوسط - مساله - ۱۲۰۴)



در ابتدای کار، ۳۲ گرم گاز هیدروژن دیده وارد ظرف واکنش شده و مقداری از این گاز تجزیه می‌شود تا تعادل برقرار شود. در مراحل برقراری تعادل، اگر $2x$ مول گاز هیدروژن دیده مصرف شده باشد، مقدار x مول از هر یک از فراورده‌ها تولید می‌شود. در حالت تعادل داریم:



$$\text{شمار مول مواد در حال تعادل} : \frac{32}{128} - 2x \quad x \quad x$$

از طرفی درصد حجمی یک گاز در یک مخلوط گازی از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$\text{درصد حجمی گاز} = \frac{\text{حجم گاز}}{\text{مجموع شمار مول‌های گازی در مخلوط}} \times 100 = \frac{\text{مول گاز}}{\text{مجموع شمار مول‌های گازی در مخلوط}} \times 100$$

بر این اساس، می‌توان نوشت:

$$\text{درصد حجمی گاز هیدروژن دیده} = \frac{n_{HI}}{n_{HI} + n_{H_2} + n_{I_2}} \times 100 \Rightarrow \frac{60}{100} = \frac{0.25 - 2x}{(0.25 - 2x) + x + x} \Rightarrow 0.25 - 2x = 0.15 \Rightarrow$$

$$x = \frac{0.25 - 0.15}{2} = 0.05 \text{ mol}$$

اگر مقدار تعادلی مواد شرکت‌کننده در یک واکنش و مقدار ثابت تعادل آن واکنش را داشته باشیم، با استفاده از رابطه زیر می‌توانیم مقدار حجم ظرف واکنش را به راحتی محاسبه کنیم:

$$K = \frac{\text{مقدار مول تعادلی فراورده‌های گازی یا محلول به توان ضرایب استوکیومتری آنها}}{\text{مقدار مول تعادلی واکنش‌دهنده‌های گازی یا محلول به توان ضرایب استوکیومتری آنها}} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{\Delta n}$$

مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت چپ - مجموع ضرایب استوکیومتری مواد گازی و محلول سمت راست = Δn

با توجه به رابطه بالا، اگر مجموع تعداد مول‌های گازی/محلول دو طرف معادله واکنش با هم برابر باشند، می‌توانیم مقدار تعادلی مواد را در رابطه ثابت تعادل قرار بدهیم و از تاثیر دادن حجم ظرف واکنش صرف نظر کنیم.

در نهایت ثابت تعادل واکنش را محاسبه می‌کنیم:

$$K = \frac{[H_2][I_2]}{[HI]^2} = \frac{n_{H_2} \times n_{I_2}}{n_{HI}^2} \times \left(\frac{1}{V}\right)^{2-2} = \frac{(0.05) \times (0.05)}{(0.15)^2} \times 1 = \frac{25 \times 10^{-4}}{225 \times 10^{-4}} = \frac{1}{9}$$

توجه داریم که ثابت تعادل این واکنش فاقد یکانا است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۰- کدام موارد از عبارتهای زیر درست هستند؟

آ: از تغییر فشار، می‌توان برای افزایش پیشرفت تعادل $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ استفاده کرد.

ب: افزایش فشار گازها، باعث کاهش درصد پیشرفت واکنش تعادلی تبدیل گاز اکسیژن به گاز اوزون می‌شود.

پ: در سیلندر مجهز به پیستون روان، با افزایش فشار روی پیستون می‌توان حجم سامانه را در دمای ثابت کاهش داد.

ت: با افزودن مقداری آب به تعادل $2Br^-(aq) + Cl_2(aq) \rightleftharpoons Br_2(aq) + 2Cl^-(aq)$ ، رنگ محلول قرمز تر می‌شود.

(۴) ب و ت

(۳) ب و پ

(۲) آ و ت

(۱) آ و پ



عبارت‌های (ا) و (پ) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: هر واکنشی که شمار مول‌های گازی موجود در دو سمت آن برابر نباشد، با تغییر فشار جابه‌جا می‌شود. چنین واکنش‌هایی با افزایش فشار به سمتی جابه‌جا می‌شوند که شامل شمار مول‌های گازی کمتری باشد. در نقطه مقابل، این واکنش‌ها با کاهش فشار به سمتی جابه‌جا می‌شوند که شامل شمار مول‌های گازی بیشتری باشد. چون در واکنش $PCl_5(g) \rightleftharpoons PCl_3(g) + Cl_2(g)$ نیز شمار مول‌های گازی در دو طرف معادله متفاوت است، با تغییر فشار، تعادل برقرار شده جابه‌جا می‌شود.

ب: بر اثر افزایش فشار در تعادل گازی $2O_3(g) \rightleftharpoons 3O_2(g)$ ، این تعادل در جهت رفت (در جهت تعداد مول‌های گازی کمتر) جابه‌جا شده و در نتیجه درصد پیشرفت واکنش تعادلی افزایش می‌یابد.

پ: در سیلندری با پیستون روان، با افزایش فشار بر روی پیستون حجم سامانه کاهش یافته و گازهای موجود در سیلندر متراکم‌تر می‌شوند. در همین سیلندر، با کاهش فشار بر روی پیستون، حجم سامانه افزایش می‌یابد.

یکی از راه‌های تغییر حجم سامانه‌های گازی، تغییر فشار است. در واقع، با افزایش فشار اعمال شده بر یک تعادل گازی، حجم اشغال شده توسط گازها کاهش پیدا می‌کند و با کاهش فشار اعمال شده بر یک تعادل گازی نیز حجم اشغال شده توسط گازها افزایش می‌یابد. با کاهش حجم یک سامانه تعادلی، فشار گازهای شرکت‌کننده در آن تعادل بالا رفته و غلظت این گازها افزایش پیدا می‌کند. در این شرایط، تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی کمتر جابه‌جا شده و فشار گازهای موجود در محفظه واکنش را تا حد امکان کاهش می‌دهد. در نقطه مقابل، با افزایش حجم یک سامانه تعادلی و کم‌تر شدن فشار گازهای شرکت‌کننده در آن تعادل، غلظت این گازها کاهش یافته و تعادل به سمت تعداد مول‌های گازی بیشتر جابه‌جا می‌شود و فشار گازهای موجود در محفظه واکنش را تا حد امکان افزایش می‌دهد.

ت: با افزودن مقداری آب خالص به محلول آبی که تعادل $2Br^-(aq) + Cl_2(aq) \rightleftharpoons Br_2(aq) + 2Cl^-(aq)$ در آن برقرار شده است، غلظت همه مواد موجود در ظرف واکنش کاهش پیدا می‌کند اما چون مجموع شمار مول‌های محلول در دو سمت واکنش با هم برابر است، تعادل اصلاً جابه‌جا نمی‌شود. چون طی این فرایند غلظت برم محلول در آب کاهش یافته است، شدت رنگ قرمز محلول نیز کاهش می‌یابد.

گروه آموزشی ماز

۱۰۱- تعادل شیمیایی $2NO(g) \rightleftharpoons N_2(g) + O_2(g)$ را با وارد کردن حجم‌های برابر از گازهای N_2 و O_2 به یک ظرف در بسته آغاز می‌کنیم. اگر درصد پیشرفت این واکنش تا لحظه برقراری تعادل برابر با ۸۰٪ باشد، مقدار ثابت تعادل آن چقدر می‌شود؟

۳۶ (۱) ۹ (۲) ۶۴ (۳) ۱۶ (۴)



از آنجا که حجم گازهای وارد شده به ظرف با هم برابر است، پس می‌توان گفت شمار مول‌های این گازها نیز با هم برابر است. اگر غلظت اولیه گاز نیتروژن وارد شده به ظرف را برابر با x مول در نظر بگیریم، غلظت اولیه اکسیژن وارد شده به ظرف نیز برابر با x مول می‌شود. با توجه به بازدهی داده شده از این واکنش، $0.8x$ مول بر لیتر از هریک از گازهای اکسیژن و نیتروژن مصرف شده و $0.2x$ مول بر لیتر از آن‌ها در ظرف باقی می‌ماند. در چنین شرایطی، $1/6x$ مول بر لیتر از گاز نیتروژن مونوکسید نیز تولید می‌شود. جدول زیر، روند تغییرات غلظت این گازها را نشان می‌دهد:

گاز	نیتروژن	اکسیژن	نیتروژن مونوکسید
غلظت اولیه	x	x	۰
غلظت نهایی	$0.2x$	$0.2x$	$1/6x$

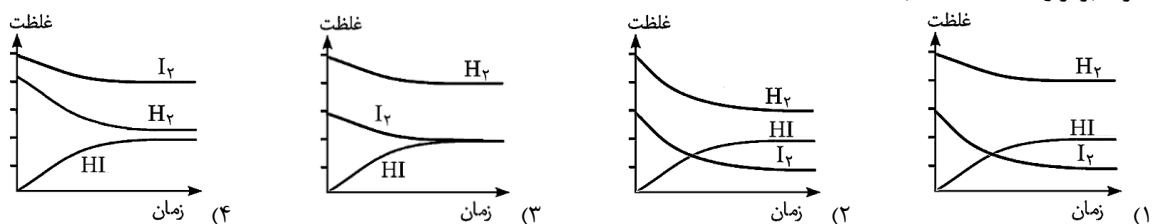
با توجه به داده‌های موجود در این نمودار، مقدار ثابت تعادل واکنش مورد نظر را محاسبه می‌کنیم.

$$K = \frac{[NO]^2}{[N_2] \times [O_2]} = \frac{1/6x \times 1/6x}{0.2x \times 0.2x} = 64$$

با توجه به محاسبات انجام شده، ثابت تعادل واکنش مورد نظر برابر با ۶۴ می‌شود. توجه داریم که ثابت تعادل این واکنش فاقد یکان است.

گروه آموزشی ماز

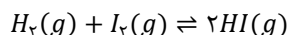
۱۰۲- کدام یک از نمودارهای زیر را می توان به فرایند برقراری تعادل $H_2(g) + I_2(g) \rightleftharpoons 2HI(g)$ که با ورود مقداری از گاز هیدروژن و بخار ید به یک ظرف برقرار شده است، نسبت داد؟



پاسخ: گزینه ۳ (آسان - مفهومی - ۱۲۰۴)



معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



تعدادل با ورود مقداری از گاز هیدروژن و بخار ید به یک ظرف برقرار شده است، پس می توان گفت از ابتدای کار تا لحظه برقراری تعدادل، اگر غلظت هریک از گازهای هیدروژن و ید به اندازه x مول بر لیتر کاهش پیدا کند، غلظت گاز هیدروژن یدید باید به اندازه $2x$ مول بر لیتر افزایش پیدا کند. به عبارت دیگر، میزان تغییر غلظت گاز هیدروژن یدید باید ۲ برابر میزان تغییر غلظت هریک از واکنش دهنده ها باشد. تنها نموداری که در آن نسبت تغییر غلظت مواد به درستی نشان داده شده است، نمودار موجود در گزینه ۳ است.

گروه آموزشی ماز

۱۰۳- کدام یک از مطالب داده شده درست است؟

- ۱) فناوری را می توان به کار بردن دانش برای حل یک مسئله در صنعت یا برای رسیدن به هدفی خاص دانست.
- ۲) معادن مس، طلا و مرمر، از جمله منابع شیمیایی ارزشمندی هستند که به طور یکسان در جهان توزیع شده اند.
- ۳) تعداد کمی از کشورها، منابع طبیعی خود از جمله نفت را بدون فراوری و طی فرایند خام فروشی به فروش می رسانند.
- ۴) با افزایش تنوع فرآورده های تولید شده در یک واکنش شیمیایی، صرفه انجام آن واکنش از دیدگاه اتمی افزایش می یابد.

پاسخ: گزینه ۱ (متوسط - مفهومی - ۱۲۰۴)

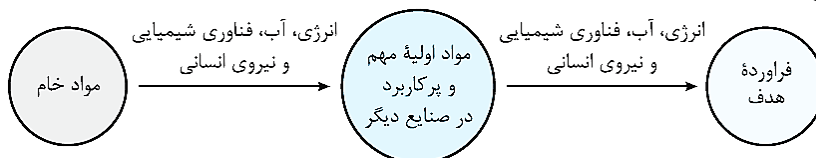


فناوری را می توان به کار بردن دانش برای حل یک مسئله در صنعت یا زندگی روزانه برای رسیدن به هدفی خاص دانست. فناوری ارتباطات، کشاورزی، غذایی، نظامی، دارویی، الکترونیکی و آموزشی، از جمله فناوری هایی هستند که بشر امروزی از آن ها برای حل مسائل خود بهره می برد.



۲) نفت خام، گاز طبیعی، زغال سنگ و معادن مس، آهن، طلا، مرمر و فیروزه از جمله منابع شیمیایی ارزشمندی هستند که به طور یکسان در جهان توزیع نشده اند. به همین دلیل، برخی از کشورها صادر کننده این منابع و برخی دیگر از کشورها وارد کننده آن ها هستند. در واقع، برخی کشورهای دنیا با کسب درآمد از فروش منابع خود، زمینه آسایش، رشد و توسعه را فراهم می کنند.

۳) بسیاری از کشورها منابع طبیعی خود را کم و بیش بدون فراوری و به همان صورتی که از طبیعت به دست می آید، به فروش می رسانند. این فرایند، به خام فروشی منابع معروف است. روش دیگر برای بهره وری از منابع، این است که به کمک فناوری های شیمیایی مختلف، مواد خام و اولیه را به فرآورده های دیگر تبدیل کرد تا بتوان به قیمت های بسیار بالاتری به فروش رساند. برای نمونه، فروش نفت خام ساده ترین راه بهره برداری از این منبع طبیعی بوده و نمونه ای از فرایند خام فروشی است؛ در حالی که راه دیگر آن، پالایش نفت خام و فروش فرآورده های تولید شده در این فرایند است. تصویر زیر، روند فراوری مواد خام را نشان می دهد:



با توجه به این تصویر، مواد خام با استفاده از انرژی، آب، فناوری شیمیایی و نیروی انسانی به فرآورده هدف تبدیل می شوند.

۴) شیمی سبز به دنبال طراحی واکنش هایی با کمترین آسیب به محیط زیست و بیشترین بازده است. برطبق اصول شیمی سبز، یک واکنش شیمیایی هنگامی از دیدگاه اتمی به صرفه تر است که شمار بیشتری از اتم های موجود در مواد واکنش دهنده به فرآورده های سودمند تبدیل شوند. توجه داریم که تولید انواع بیشتری از فرآورده ها، دلیلی بر افزایش بازده اتمی یک واکنش نیست.

۱۰۴- برای اکسایش ۱۲۷/۲ گرم پارازایلن با خلوص ۷۵٪ و تبدیل آن به ترفتالیک اسید، چند میلی لیتر محلول ۲/۵ مولار پتاسیم پرمنگنات ($KMnO_4$) نیاز است و بر اثر واکنش فراورده آلی حاصل با مقدار کافی اتانول، چند گرم دی استر تولید خواهد شد؟

$(O = ۱۶ \text{ و } C = ۱۲ \text{ و } H = ۱ : g.mol^{-1})$

- (۱) ۱۹۹/۸ - ۱۰۸۰ (۲) ۲۶۶/۴ - ۱۰۸۰ (۳) ۱۹۹/۸ - ۱۴۴۰ (۴) ۲۶۶/۴ - ۱۴۴۰

پاسخ: گزینه ۳ (سخت - مساله - ۱۲۰۴)



در واکنش تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید، عدد اکسایش ۲ اتم کربن موجود در این ماده از ۳- به ۳+ می‌رسد. بر این اساس، می‌توان گفت در واکنش مورد نظر عدد اکسایش اتم‌های کربن در مجموع به اندازه ۱۲ واحد افزایش یافته است. در این رابطه داریم:

$۱۲ = ۲ \times (۳ - (-۳))$

از طرف دیگر، در این واکنش یون پرمنگنات (MnO_4^-) به MnO_2 کاهش پیدا کرده و تغییر عدد اکسایش منگنز در آن برابر است با:

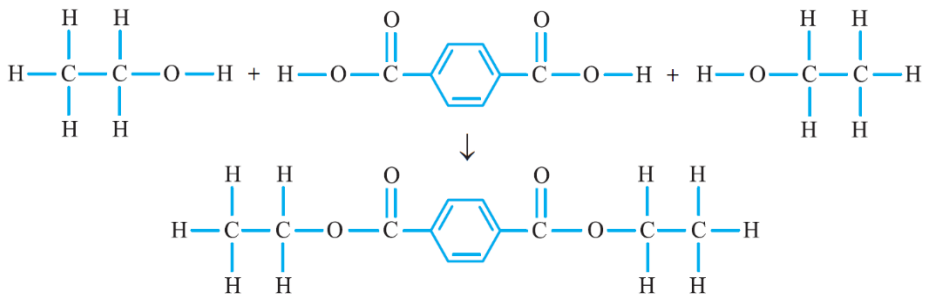
$MnO_4^- : Mn + 4(-2) = -1 \Rightarrow Mn = +7$
 $MnO_2 : Mn + 2(-2) = 0 \Rightarrow Mn = +4$
 عدد اکسایش Mn سه واحد کاهش یافته است.

از آنجا که شمار الکترون‌های مبادله شده توسط گونه‌های اکسند و کاهنده باید با هم برابر باشد، پس می‌توان گفت به ازای مصرف هر مول پارازایلن، به ۴ مول پتاسیم پرمنگنات نیاز است. بر این اساس، داریم:

$$? mL \text{ محلول} = \frac{۱۲۷/۲ g \text{ پارازایلن ناخالص}}{۱۰۰ g \text{ پارازایلن ناخالص}} \times \frac{۷۵ g \text{ پارازایلن}}{۱۰۶ g \text{ پارازایلن}} \times \frac{۱ mol \text{ پارازایلن}}{۱۰۶ g \text{ پارازایلن}} \times \frac{۴ mol MnO_4^-}{۱ mol \text{ پارازایلن}} \times \frac{۱ L \text{ محلول}}{۲/۵ mol MnO_4^-}$$

$$\times \frac{۱۰۰۰ mL \text{ محلول}}{۱ L \text{ محلول}} = ۱۴۴۰ mL$$

یک نمونه از ترفتالیک اسید با اتانول به صورت زیر واکنش می‌دهد:

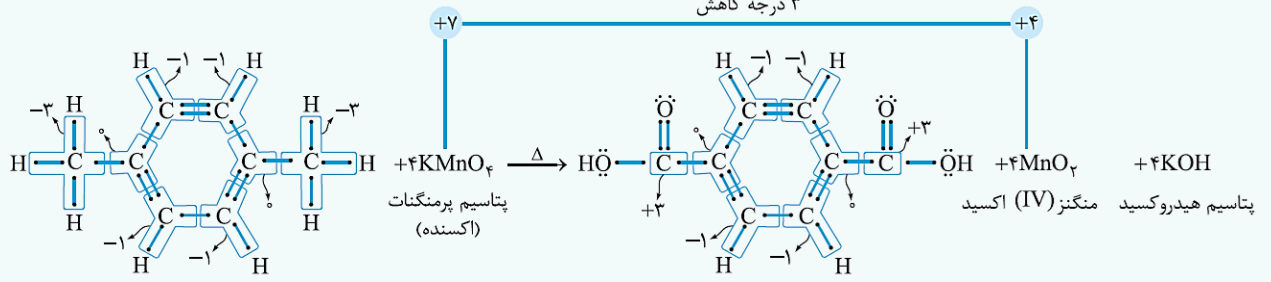


بر این اساس، جرم دی استر تولید شده برابر خواهد بود با:

$$? g \text{ دی استر} = \frac{۱۲۷/۲ g \text{ پارازایلن ناخالص}}{۱۰۰ g \text{ پارازایلن ناخالص}} \times \frac{۷۵ g \text{ پارازایلن}}{۱۰۶ g \text{ پارازایلن}} \times \frac{۱ mol \text{ پارازایلن}}{۱۰۶ g \text{ پارازایلن}} \times \frac{۱ mol \text{ ترفتالیک اسید}}{۱ mol \text{ پارازایلن}} \times \frac{۱ mol \text{ دی استر}}{۱ mol \text{ ترفتالیک اسید}}$$

$$\times \frac{۲۲۲ g \text{ دی استر}}{۱ mol \text{ دی استر}} = ۱۹۹/۸ g$$

فرایند اکسایش پارازایلن به ترفتالیک اسید دشوار بوده و با وجود غلظت بالای یون پرمنگنات در محلول، تنها با افزایش دمای مخلوط واکنش، شرایط تبدیل پارازایلن به ترفتالیک اسید تأمین می‌شود. بنابراین انرژی فعال‌سازی این واکنش بالا است. توجه داریم که در این واکنش، یون MnO_4^- به MnO_2 تبدیل شده و عدد اکسایش منگنز از +۷ به +۴ کاهش می‌یابد. معادله واکنش انجام شده به صورت زیر است:



همانطور که مشخص است، ترکیب تولید شده طی این فرایند ۲ گروه عاملی کربوکسیل در ساختار خود دارد.

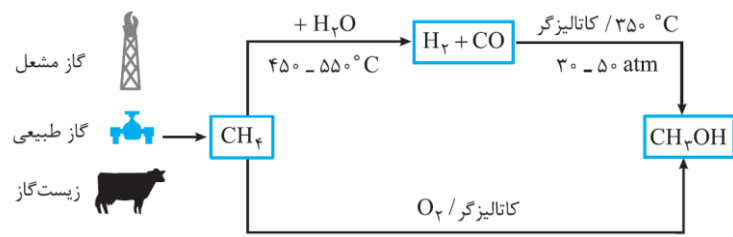
۱۰۵- چه تعداد از عبارات‌های زیر در رابطه با فرآورده حاصل از واکنش گاز کربن مونوکسید با گاز هیدروژن، درست هستند؟
 آ: شمار جفت الکترون‌های ناپیوندی در این ماده، با شمار این الکترون‌ها در کلروفرم برابر است.
 ب: این ماده، به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان یک محلول سیرشده از آن را ایجاد کرد.
 پ: با انجام فرایندهای شیمیایی روی این ماده، می‌توان نوعی ترکیب آلدئیدی بدست آورد.
 ت: شمار پیوندهای اشتراکی در ساختار این ماده، نصف شمار این پیوندها در پروپان است.
 ث: از واکنش این ماده با دی‌متیل‌آمین، می‌توان نوعی ترکیب آمیدی را تهیه کرد.

۲ (۱) ۳ (۲) ۴ (۳) ۵ (۴)

پاسخ: گزینه ۲ (متوسط - مفهومی و حفظی - ۱۲۰۴)



متانول مایعی بی‌رنگ، بسیار سمی و ساده‌ترین عضو خانواده الکل‌ها است که می‌توان آن را از چوب تهیه کرد. این ترکیب الکی را با استفاده از واکنش شیمیایی میان گازهای کربن مونوکسید و هیدروژن بر اساس معادله $CO(g) + 2H_2(g) \rightarrow CH_3OH(l)$ نیز می‌توان تهیه کرد. روش‌های مختلف تولید متانول به صورت زیر است:



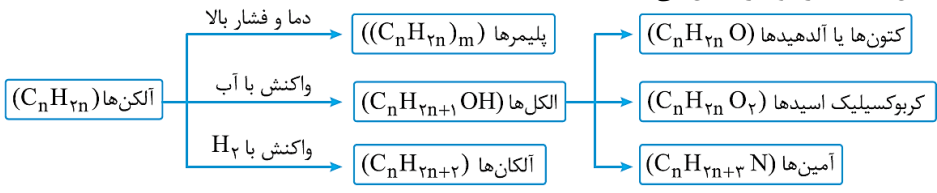
در رابطه با متانول، عبارات‌های (ب)، (پ) و (ت) درست هستند.

بررسی موارد:

آ: در ساختار مولکولی متانول، فقط دو جفت الکترون ناپیوندی روی اتم اکسیژن وجود دارد درحالی که در ساختار کلروفرم ($CHCl_3$)، مجموعاً ۹ جفت الکترون ناپیوندی روی اتم‌های کلر قرار گرفته است.

ب: چون متانول یک ماده شدیداً قطبی بوده و به خوبی با آب پیوند هیدروژنی برقرار می‌کند، این ماده به هر نسبتی در آب حل شده و نمی‌توان یک محلول سیرشده از آن را ایجاد کرد.

پ: متانول، عضوی از خانواده الکل‌ها است. این ماده از واکنش میان گاز کربن مونوکسید با هیدروژن تولید می‌شود اما سایر الکل‌ها را می‌توان از واکنش میان آلکن‌ها با آب بدست آورد. توجه داریم که الکل‌ها، با استفاده از فرایندهای شیمیایی، به سایر مواد آلی تبدیل می‌شوند. نمودار زیر، روند تبدیل آلکن‌ها به الکل‌ها و پس از آن، روش تبدیل الکل‌ها به سایر مواد را نشان می‌دهد:



با توجه به نمودار بالا، با انجام فرایندهای شیمیایی روی متانول، می‌توان آلدئیدها را بدست آورد.

ت: در ساختار مولکولی متانول، مجموعاً ۵ پیوند اشتراکی و در ساختار پروپان (C_3H_8) نیز مجموعاً ۱۰ پیوند اشتراکی بین اتم‌ها برقرار شده است.

ث: برای تولید آمیدها، باید ترکیب‌های اسیدی را با آمین‌ها وارد واکنش کرد. در شرایط عادی، متانول با آمین‌ها وارد واکنش نمی‌شود.



آرامش پس از طوفان: بازیابی انرژی و آمادگی برای امتحانات نهایی

بالاخره بعد از ماه‌ها تلاش بی‌امان و شب‌زنده‌داری، مرحله اول کنکور به پایان رسید. فارغ از اتفاقاتی که سر جلسه برای شما رخ داد است به شما پیشنهاد می‌دهیم این مقاله را مطالعه کنید تا به شما کمک کند از زمان باقی مانده بهترین بهره را برای مرحله دوم کنکور و امتحانات نهایی ببرید.

امتحانات نهایی پیش‌رو نه تنها تعیین‌کننده معدل نهایی شما هستند، بلکه در نتیجه کنکور تان و انتخاب رشته آینده تان نیز تأثیرگذار هستند. با این حال، پس از فشار روحی و جسمی طاقت فرسای کنکور، چگونه می‌توانید انگیزه و انرژی کافی برای شروع دوباره مطالعه را پیدا کنید؟



اهمیت استراحت و بازیابی انرژی

باید زمانی برای انجام فعالیت‌های لذت‌بخش، سرگرم‌کننده و آرامش‌بخش در نظر بگیرید. ورزش و گردش در طبیعت، گذراندن اوقات با خانواده و دوستان، سفر کوتاه، تماشای فیلم یا خواندن کتاب‌های غیردرسی، همه می‌توانند به شما کمک کنند تا باتری‌های خالی خود را شارژ کرده و احساس شادابی و انرژی دوباره پیدا کنید.

برنامه‌ریزی مطالعاتی

در این برنامه باید دروس را بر اساس اهمیت و دشواری آن‌ها اولویت‌بندی کنید. همچنین باید زمان مطالعه برای هر درس را به دقت تعیین و تقسیم کنید. برای درس‌هایی با ضریب بیشتر زمان بیشتری قرار دهید. بهتر است در برنامه درسی‌تان تنوع دروس را نیز در نظر بگیرید.

بهترین منبع مطالعاتی امتحان نهایی

بهترین منبع برای کسب نمره عالی کتاب درسی است. امتحانات نهایی سال‌های اخیر اهمیت تمرین‌های کتاب را نشان می‌دهد.

برای نیمه دوم کتاب وقت بیشتری قرار دهید. بعد از یادگیری مطالب به سراغ حل تمرینات بیشتر بروید. سوالات امتحانات نهایی سال‌های اخیر مخصوصاً ۳ سال قبل را به خوبی تحلیل و حل کنید. سال‌های قبل‌تر سوالات سطح ساده‌تری داشتند با توجه به مفهومی شدن سوالات بهتر است برای آن مباحث تست کار کنید. باتست زدن هم آمادگی‌تان برای کنکور حفظ می‌شود هم سطح تسلطتان افزایش می‌یابد.

کلاس کمک آموزشی

با توجه به تأثیر ۵۰٪ نمرات امتحانات نهایی بهتر است نقاط ضعف خودتان را پیدا کنید و آن‌ها را تقویت کنید. در این راستا نیز گروه آموزشی ماز برای شما کلاس‌هایی را بصورت فشرده و خلاصه در نظر گرفته است. با بهترین اساتید کشوری مطالب را در کمترین زمان یاد بگیرید و به تسلط بالا برسید.

اهمیت حل نمونه سوال

حتماً با شرکت در کنکور متوجه اهمیت دیدن تیپ‌های مختلف سوالات را متوجه شدید. برای امتحانات نهایی نیز شرایط همین است لازم است تا تیپ‌های مختلف سوالی را ببینید و برای هر مدل سوالی خودتان را آماده کنید. آزمون‌های آنلاین ویژه امتحان نهایی ماز نیز برای به تسلط بیشتر شما بر دروس کمک می‌کند. در ادامه به شما کمک می‌کند متوجه شوید طراحان به چه قسمت‌هایی دقت می‌کنند و چه قسمت‌هایی اهمیت بیشتری دارند.

مرحله دوم کنکور

در برنامه‌ریزی درسی‌تان قسمتی را به مرحله دوم کنکور اختصاص دهید تا مطالب را فراموش نکنید. در این بازه می‌توانید از کتاب‌هایی که آزمون‌های جامع دارند استفاده کنید. هر روز تعداد مشخصی تست از دروس مختلف بزنید و آمادگی خودتان را حفظ کنید.

از بابت دروس پایه دوازدهم خیالتان راحت باشد چرا که امتحانات نهایی فرصت خوبی برای مرور کامل با جزئیات زیاد است و باعث می‌شود بتوانید تست‌های این پایه را به خوبی حل کنید.

