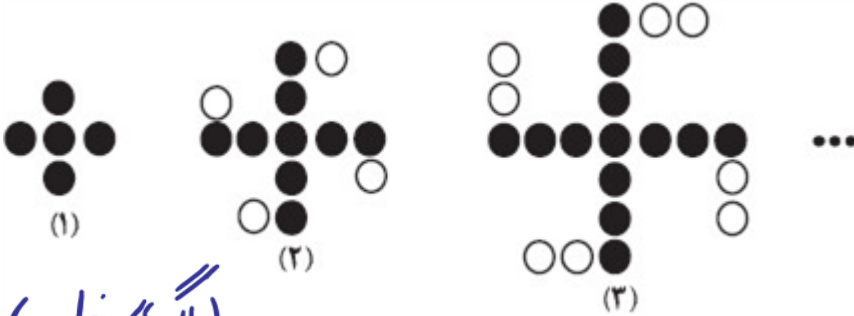


۱ در الگوی روبه‌رو، مجموع کل مهره‌ها و مهره‌های رنگی در شکل شماره یازدهم کدام است؟



(الف) خطی

۱۳۴ (۴)

۱۳۲ (۳)

۱۳۰ (✓)

۱۲۸ (۱)

$$t_n = an + b$$

↓ ↓
نصرت‌علوی ست‌علوی
(یا عبارت صغیر)

① ۳, ۵, ۷, ۹, ...
+۲ +۲ +۲ +۲

محل کوه: ۵, ۱۳, ۲۱, ... $t_n = 8n - 3 \Rightarrow 15$
+۸ +۸

زنی: ۵, ۹, ۱۳, ... $t_n = 4n + 1 \Rightarrow 45$
+۴ +۴

۲ جمله عمومی یک دنباله خطی برابر $a_n = \frac{2n^2 - an + b}{n + 1}$ می‌باشد و جمله چهارم نصف جمله دوم می‌باشد، آنگاه

-۴ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

-۲ (✓)

$$a_n = \frac{(n+1)(n+b)}{n+1} = n+b \quad \left| \begin{array}{l} a_n = \frac{1}{2} a_{2n} \\ 1+b = \frac{1}{2} (1+b) \end{array} \right.$$

$$17 + 2b = 1 + b \Rightarrow b = -12 \Rightarrow a_n = n - 12 \xrightarrow{n=5} -7$$

۲, ۶, ۱۲, ۲۰, ...

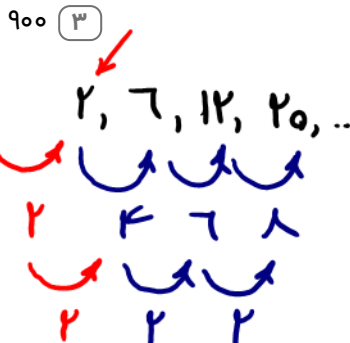
جمله ۱۰ام از الگوی مقابل کدام است؟ ۳

(الگوی درجه دوم) ۴ ۱۰۰

$$t_n = an^2 + bn + c$$

ستاره
جایضرت

$\alpha, \beta, \gamma, \theta, \dots$



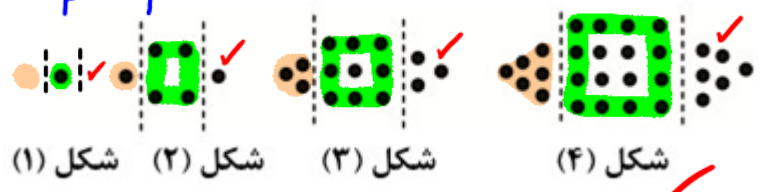
۱۱۰ ۱ ۱۰۱

$$an^2 + bn + c$$

$$1 + b = 2 \Rightarrow b = 1$$

$$t_n = n^2 + n \xrightarrow{10} 110$$

در الگوی زیر، جمله بیستم چند نقطه دارد؟ ۴



$$t_n = n^2 + n \times \frac{(n-1)n}{2}$$

$$= n^2 + n^2 - n = 2n^2 - n$$

۶۹۰ ۴

مربعی: $t_n = n^2$

۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, ...

۷۸۰ ۲ ۸۷۰ ۲ ۹۶۰ ۱

$= 4, 9, 16, \dots \rightarrow (n+1)^2$

$= 0, 1, 4, 9, 16, \dots \rightarrow (n-1)^2$

$$t_{20} = 100 - 20 = 80$$

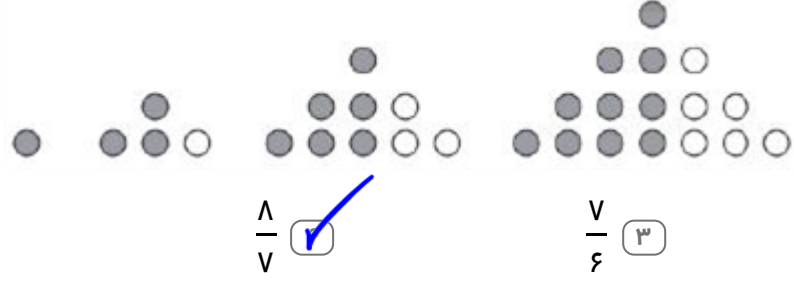
ثلاثی: $t_n = \frac{n(n+1)}{2}$

۱, ۳, ۶, ۱۰, ۱۵, ...

$3, 6, 10, \dots \rightarrow \frac{(n+1)(n+2)}{2}$

$0, 1, 3, 6, 10, \dots \rightarrow \frac{(n-1)(n)}{2}$

در الگوی زیر تعداد گوی‌های رنگی به سفید در شکل پانزدهم کدام است؟ ۵



$\frac{8}{5}$ ۳ $\frac{6}{5}$ ۲ $\frac{5}{4}$ ۱

زیر: $1, 3, 6, 10, \dots \rightarrow \frac{n(n+1)}{2}$

سید: $0, 1, 3, 6, \dots \rightarrow \frac{(n-1)n}{2}$

$$\Rightarrow \frac{n+1}{n-1} \xrightarrow{15} \frac{16}{14} = \frac{8}{7}$$

$$a = -1/10 \times 11 = -1/5$$

اعداد ۱۴ و ۱۷/۲ به ترتیب جملات پنجم و هفتم یک دنباله درجه دوم هستند. اگر ضریب بزرگترین درجه جمله

عمومی، برابر $\frac{1}{v}$ قرینه جمله پنجم باشد، جمله پانزدهم چند برابر جمله اول است؟

۵ (۴)

۲/۶ (۳)

۲/۴ (۲)

۲ (۱)

$$\begin{aligned} \rightarrow -a + ab + c = 11 &\rightarrow ab + c = 19 \\ \rightarrow -\frac{11}{5} + ab + c = 17, 2 &\rightarrow ab + c = 27 \\ \rightarrow -\frac{11}{5} + ab + c = 17, 2 &\rightarrow ab + c = 27 \\ \rightarrow -\frac{11}{5} + ab + c = 17, 2 &\rightarrow ab + c = 27 \\ \rightarrow -\frac{11}{5} + ab + c = 17, 2 &\rightarrow ab + c = 27 \end{aligned}$$

اعداد طبیعی متوالی را طوری دسته‌بندی می‌کنیم که اولین عدد هر دسته مربع کامل باشد یعنی $\{1, 2, 3\}, \{4, 5, 6, 7, 8\}, \dots$ در دسته دهم واسطه حسابی بین جملات اول و آخر کدام است؟

۱۱۰ (۴)

۱۰۵ (۳)

۱۰۰ (۲)

۹۵ (۱)

$$\begin{aligned} &\{1^2, \dots, 2^2 - 1\} \\ &\{2^2, \dots, 3^2 - 1\} \\ &\{3^2, \dots, 4^2 - 1\} \\ &\{4^2, \dots, 5^2 - 1\} \\ &\Rightarrow \{10^2, \dots, 11^2 - 1\} \Rightarrow = \frac{100 + 110}{2} \\ &\quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ &\quad 100 \quad \quad 110 \end{aligned}$$

اعداد طبیعی زوج را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته برابر شماره آن دسته باشد، مانند: $(2), (4, 6), (8, 10, 12), (14, 16, 18, 20), \dots$ مجموع جملات دسته بیستم کدام است؟

۸۰۳۰ (۴)

۸۰۲۰ (۳)

۸۰۱۰ (۲)

۸۰۰۰ (۱)

$$\begin{aligned} &0 \quad 2, 7, 12, 17, \dots \quad n^2 + n + 0 \Rightarrow 10: \{3, 4, \dots, 10\} \\ &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &+2 \quad 4 \quad 7 \quad 10 \\ &\quad \uparrow \quad \uparrow \quad \uparrow \\ &+2 \quad +2 \quad +2 \end{aligned}$$

عقدهای اول و آخر هر دسته

$$= \frac{10}{2} (3 + 10) = 10 \times 10 = 100$$

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, \dots \rightarrow a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$$

معکوس جمله‌ی هشتم دنباله‌ی بازگشتی $a_1 = \frac{1}{2}$ و $a_{n+1} = \frac{1}{1 + \frac{1}{a_n}}$ مضربی از کدام عدد است؟ ۹

۷ ۴

۵ ۳

۳

۲ ۱

$$a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{1+\frac{1}{2}} = \frac{2}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{1+\frac{2}{3}} = \frac{3}{5}$$

$$\vdots$$

$$a_n = \frac{1}{n} \rightarrow = 4$$

جمله‌ی پنجم دنباله‌ی حسابی $2, 5, 8, \dots$ برابر جمله‌ی یازدهم دنباله‌ی حسابی $-30, -25, \dots$ می‌باشد؟ ۱۰

دهم ۴

هفتم ۷

نهم ۲

پنجم ۱

$$2, 5, 8, 11, 14, 17, 20, 23, \dots \rightarrow a_n = 3n - 1$$

$$-30, -25, -20, -15, -10, -5, \dots$$

⑤ جمله‌ی متوالی ← جمله‌ی n ام

$$t_{n1} = 3n - 1 \quad t_{n2} = 5n - 30$$

$$3n - 1 = 20$$

$$n = 7$$

$$\downarrow \parallel$$

$$t_{11} = 20$$

دو دنباله‌ی حسابی به صورت زیر داریم. این دو دنباله، چند عدد سه رقمی مشترک دارند؟ ۱۱

$$\begin{cases} 2, 7, 12, 17, 22, \dots \\ 8, 11, 14, 17, 20, \dots \end{cases}$$

۵۸ ۴

۶۱ ۳

۶۰

۵۹ ۱

$$\begin{cases} a_1 = 17 \\ d = 5, 3, 2, 1, \dots \end{cases} \Rightarrow t_n = 15n + 2$$

$$100 \leq 15n + 2 \leq 999 \Rightarrow 98 \leq 15n \leq 997 \Rightarrow \underbrace{7, 12, \dots, n}_{n_1, \dots, n_2} \leq n \leq \underbrace{77, 12, \dots, n_2}_{n_1, \dots, n_2}$$

$$n = 77 - 7 = 70 + 1 = 70$$

۱۲ جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر با ۷ و جمله یازدهم آن ۱۷ است. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۸ (۳)

۳۲ (۷) ✓

۳۰ (۱)

(S_2) جمله غیر متوالی ← د بازی

$$a_7 = 7$$

$$a_{11} = 17$$

$$d = 10 \rightarrow d = 2,5$$

$$a_{17} = 17 + 10 \times 2,5 = 17 + 25 = 42$$

۱۳ مجموع سه جمله اول یک دنباله حسابی برابر ۳ و مجموع سه جمله بعدی ۳۹ است. جمله ششم این دنباله کدام است؟

۱۷ (۷) ✓

۱۸ (۳)

۱۶ (۲)

۱۵ (۱)



(S_3) جمع جمله ← فانک اندیس

$$a_1 + a_3 = a_2 + a_4 = a_5 + a_7 = a_6 + a_6$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 3a_4$$

$$a_1 + a_3 + a_5 = 3 \Rightarrow 3a_4 = 3 \rightarrow a_4 = 1$$

$$a_4 + a_6 + a_8 = 39 \Rightarrow a_6 = 13$$

$$1 + 3d = 13 \Rightarrow d = 4$$

$$a_7 = 13 + 4$$

۱۴ اعداد $1, 2m+1, 3m+2, 5m+3$ به ترتیب از راست به چپ سه جمله متوالی یک دنباله حسابی هستند. اگر جمله چهارم این دنباله باشد، جمله سیزدهم آن کدام است؟

۷۶ (۴)

۷۲ (۷) ✓

۶۴ (۲)

۶۰ (۱)

(S_4) سه جمله متوالی ← واسطه ج

$$a, b, c \rightarrow 2b = a + c$$
 بیک + قبله وسطه

$$2(3m+2) = 5m+3 + 2m+1$$

$$m = 4$$

$$9, 12, 15, \dots$$

$$9 + 9 \times 4 = 45$$

۱۵) مجموع ۳ جمله‌ی متوالی از یک دنباله‌ی حسابی برابر ۲۱ و حاصل ضرب آن‌ها ۱۶۸ است. بزرگ‌ترین جمله‌ی از بین این ۳ عدد چند برابر کوچک‌ترین آن‌ها است؟

۶

۵

۲/۸

۳/۶

جملات متوالی ← گزینش **۵**

$$a-d, a, a+d \rightarrow 3a=21 \rightarrow a=7$$

$$(u-d)u(u+d)=128 \Rightarrow 2, u, 12$$

$$(\Sigma a - d^2)u = 128$$

$$\Sigma a - d^2 = 128 \Rightarrow d = \pm 5$$

۱۶) با اضافه کردن ۴ واحد به جملات اول و دوم یک دنباله حسابی، جملات اول و دوم دنباله حسابی جدید ساخته می‌شود. اختلاف جمله n ام دو دنباله کدام است؟

۶

۲

۸

۴

$$\begin{array}{l} \text{اولی: } a_1, a_1+d \\ \quad \quad \quad \uparrow \quad \quad \uparrow \\ \text{دوم: } a_1+k, a_1+d+k \end{array} = k$$

۱۷) در یک دنباله حسابی با جمله اول a و قدرنسبت d ، تساوی $6a_7^2 = 5a_3a + 2a_7a$ برقرار است. نسبت جمله چهارم دنباله به d ، کدام می‌تواند باشد؟

۴

۳/۵

۱/۵

۱

$$d=1 \Rightarrow 7(a_1+1)^2 = 5(a_1+2)a_1 + 3(a_1+1)a_1$$

$$2a_1^2 + a_1 - 2 = 0$$

$$a_1 = -\frac{1}{2} \Rightarrow -\frac{1}{2} + 2 = \frac{3}{2} = 1$$

$$a_1 = \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} = 2.5$$

۱۸ در یک دنباله حسابی، جمله نوزدهم برابر صفر است. جمله بیست و پنجم این دنباله k برابر جمله هفدهم است. واسطه

حسابی بین دو عدد $k^2 - k + 1$ و $k^2 + k + 1$ کدام است؟

۱۲ (۴)

۸ (۳)

۱۰ (✓)

۹ (۱)

$$a_{19} = 0 \Rightarrow a_1 + 18d = 0 \Rightarrow a_1 = -18d$$

$$\frac{a_{17}}{a_{19}} = k \Rightarrow \frac{-18d + 12d}{-18d + 18d} = \frac{-6d}{0} = -3$$

$$= \frac{10 + 13}{2} = 10$$

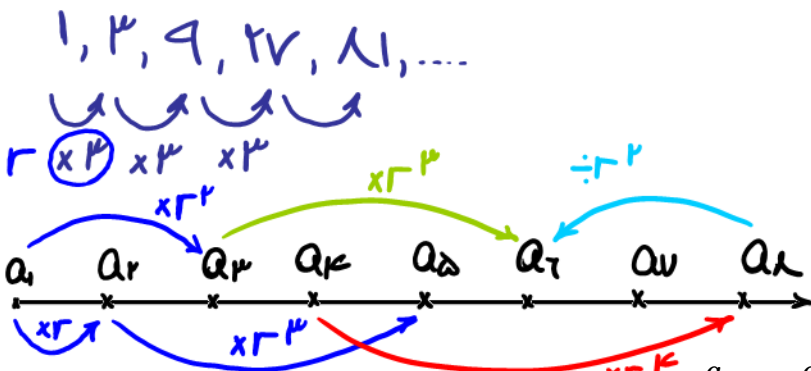
۱۹ در یک دنباله هندسی افزایشی اختلاف جملات پنجم و سوم برابر با ۶ است. اگر قدرنسبت دنباله برابر با $\sqrt{2}$ باشد، جمله دهم کدام است؟

۹۶ (۴)

۹۶ (۳)

۴۸ (✓)

۴۸ (۱)



$$\begin{aligned} a_5 - a_3 &= 7 \\ a_1 + 4r - a_1 + 2r &= 7 \\ 6r &= 7 \\ r &= \frac{7}{6} \\ a_1 &= 3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r \times r^4 &= a_{10} \\ r \times \sqrt{2}^4 &= \\ r \times \sqrt{2}^8 &= \\ &= 64r \end{aligned}$$

۲۰ در یک دنباله هندسی با جمله اول a ، تساوی $\frac{a_6}{a_3} + \frac{a_7}{a_2} = 2$ برقرار است. نسبت a^2 به جمله دوم کدام می‌تواند باشد؟

$-\frac{1}{2}$ (✓)

$\frac{1}{2}$ (۳)

۲ (۲)

-۲ (۱)

$$\frac{a_1 r^5}{(a_1 r)^5} + \frac{a_1 r}{a_1} = 2 \Rightarrow \frac{r^5}{a_1^4} + \frac{r}{a_1} - 2 = 0 \Rightarrow t^5 + t - 2 = 0$$

$$t = -r, +1$$

$$\frac{a_1^r}{a_1 r} = \frac{a_1}{r} = -\frac{1}{r}, +1$$

بین دو عدد ۶ و ۳۸۴، پنج واسطه هندسی مثبت درج نموده ایم. مجموع اولین و پنجمین واسطه درج شده با جمله ی چندم دنباله ای با جمله ی عمومی $a_n = 7n + 1$ برابر است؟

۲۱

رای

۳۱ (۴)

۲۹ (۳) ✓

۲۷ (۲)

۲۵ (۱)

$7, \dots, 192, 384 \Rightarrow 12 + 192 = 204 = 7n + 1$
 $n = \frac{204 - 1}{7} = 29$
 $7 \times r^2 = 384 \Rightarrow r^2 = \frac{384}{7} \Rightarrow r = 2$

در دنباله ای هندسی که تمام جملات آن مثبت هستند $a_1 a_5 = 36$ و $\frac{a_5}{a_3} = 2$ مقدار a_7 کدام است؟

۲۲

قانون ادرین

$\sqrt{6}$ (۴)

$3\sqrt{2}$ (۳) ✓

۶ (۲)

$2\sqrt{3}$ (۱)

$a_1 \times a_5 = a_2 \times a_4 = a_3 \times a_3$

$a_3 \times a_3 = 36 \Rightarrow a_3 = 6$

تقسیم جملات به r

$r^2 = 2 \rightarrow r = \sqrt{2}$

$a_7 = \frac{a_3}{r} \Rightarrow \frac{6}{\sqrt{2}} = \frac{3 \times 2}{\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}$

در یک دنباله هندسی با جملات افزایشی، مجموع سه جمله اول ۱۹ و حاصل ضرب آنها ۲۱۶ می باشد. قدر نسبت دنباله چقدر است؟

۲۳

$\frac{2}{3}$ (۴)

$\frac{3}{2}$ (۳) ✓

$\frac{3}{4}$ (۲)

$\frac{4}{3}$ (۱)

$\frac{a}{r}, a, ar \xrightarrow{\times} a^3 = 216$
 $a = 6$

$\frac{6}{r} + 6 + 6r = 19$

$\cancel{6r^2} - 13r + \cancel{6} = 0$

$r = \frac{2}{3}$
 $r = \frac{3}{2}$

