

درسنامه

موج و انواع آن

۶

فرسنگ

درسنامه

وقتی به صدایی که در یک محیط آرام شنیده شود و یا افتادن قطرات آب روی سطح آب راکد و همینطور ارتعاشاتی که در طول یک تار یا فنر ایجاد می شود دقت کنیم، در واقع پدیده‌ای طبیعی به نام موج را مشاهده کردیم.

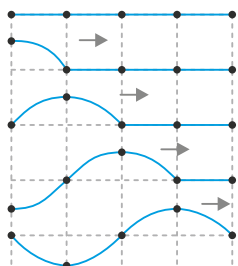
وقتی در یک محیط کشسان، ارتعاشی به وجود می آید، موجب پدید آمدن ارتعاش‌های پی‌در پی دیگری می شود، که در تمام ابعاد محیط منتشر می شود. امواج از نظر ماهیت تولید، به دو دسته مکانیکی و الکترومغناطیسی تقسیم می شوند.

امواج مکانیکی

این امواج در محیط‌های کشسان و مادی به وجود می آیند، یعنی برای انتشار خود نیاز به محیط مادی دارند. مانند امواجی که در سطح آب و یا در طول یک تار یا فنر ایجاد می شود.

نکته: در انتشار امواج مکانیکی دو نوع حرکت مورد بررسی قرار می گیرد: یکی حرکت ارتعاش ذرات محیط و دیگر حرکت یا جابه‌جایی موج (انتشار پیشروی موج) است.

حرکت ارتعاشی یا نوسانی ذرات در جای خود و بدون انتقال صورت می گیرد، به عبارتی وقتی موج مکانیکی از محیطی عبور می کند، ذرات در جای خود فقط به ارتعاش درمی آیند، ولی همراه موج منتقل نمی شوند.



شکل مقابل موجی را در طولی یک ریسمان نشان می دهد. دقت کنید، نقاط در جای خود به نوسان درمی آیند و همراه موج منتقل نمی شوند، ولی موج منتقل می شود.

هر ذره با دامنه A و بسامد f که منبع یا چشمه‌ی موج آن را ایجاد می کند در جای خود به ارتعاش درمی آیند.

از آنجا که دامنه و بسامد چشمه‌ی موج ثابت است پس همه‌ی ذرات محیط با یک دامنه و یک بسامد به ارتعاش درنمی آیند.

در بررسی ذرات محیط باید از معادلات و قوانین حرکت نوسانی استفاده کنید.

ولی حرکت پیشروی موج (انتشار موج) در محیط، یک حرکت یکنواخت و بدون شتاب است و موج در زمان‌های مساوی جابه‌جایی‌های یکسانی را طی می کند.

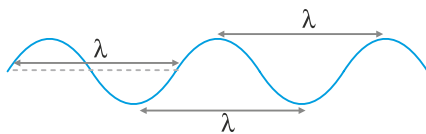
$$V = \frac{\Delta X}{\Delta t}$$

طول موج λ

وقتی موج وارد محیط می شود ذرات در جای خود به نوسان درمی آیند. اگر یک ذره محیط در مدت

T (دوره تناوب) به نوسان درآید، موج در این مدت به اندازه‌ی یک λ پیشروی می کند.

تندی انتشار موج در محیط ثابت است و از رابطه‌ی زیر بدست می آید.

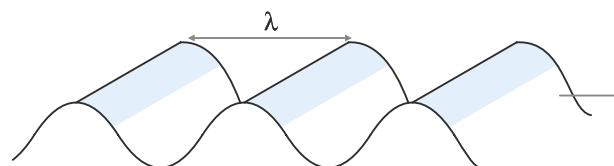
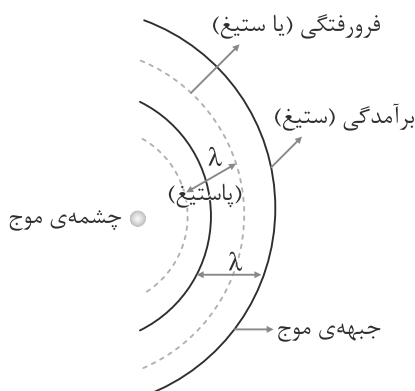


$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$$

به فاصله‌ی دو قله‌ی متوالی یا دو دره‌ی متوالی یک طول موج نیز گفته می شود.

جالب‌تر این است که این تندی موج نه تابع λ و نه تابع T یا f است بلکه فقط به ویژگی‌های فیزیکی محیط بستگی دارد.



به دورنمای امواجی که در سطح مایع ایجاد می شود نگاه کنید:



نقاط برآمده را ستیخ و نقاط فرورفته را پاستیخ می‌گویند که به مجموعه نقاط روی یک ستیخ و یا یک پاستیخ جبهه‌ی موج گفته می‌شود.

نکته: افزایش عمق آب باعث افزایش λ و تندی موج می‌شود.

تقسیم‌بندی امواج از نظر نحوه انتشار:

- (۱) **موج عرضی:** هرگاه ارتعاش اجزای محیط بر جابه‌جایی انتشار موج عمود باشد، موج را عرضی می‌گویند. مانند انتشار موج در ریسمان یا تار، امواج در سطح مایع و ...
- 
- (۲) **موج طولی:** هرگاه ارتعاش اجزای محیط بر جابه‌جایی انتشار موج منطبق باشد موج را طولی می‌گویند. مانند امواج صوت و یا امواجی که در فتر منتشر می‌شود.
- 

محاسبه‌ی تندی امواج عرضی در تار یا ریسمان کشیده شده

همانطور که گفته شد تندی انتشار موج در یک ریسمان به مشخصات فیزیکی محیط بستگی دارد. در یک ریسمان یا تار کشیده شده، نیروی کشش (F) و چگالی جرم تار در تندی انتشار موج موثر هستند.

$$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \rightarrow \begin{matrix} \text{نیروی کشش} \\ \text{چگالی جرم} \end{matrix} \rightarrow \mu = \frac{m}{L} \rightarrow \begin{matrix} \text{جرم تار} \\ \text{طول تار} \end{matrix}$$

مثال (۱) تاری به طول یک متر و به جرم 2 g از هر طرف با نیروی $12/8 \text{ نیوتن}$ کشیده شده و بین دو نقطه‌ی ثابت می‌بندیم و با ایجاد بسامد 500 Hz در آن موج ایجاد می‌کنیم طول موج ایجاد شده در تاره چند سانتی‌متر می‌شود؟

- (۱) ۸ (۲) ۲۴ (۳) ۱۶ (۴) ۳۲

مثال (۲) اگر نیروی کشش تاری را ۲۱ درصد اضافه کنیم و طول آن را نصف کنیم تندی انتشار موج در تار چند درصد اضافه می‌شود؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) تغییری نمی‌کند (۴) ۲۵

مثال (۳) ریسمانی به طول $2/5$ متر و به جرم 100 گرم را با نیروی F می‌کنیم. اگر انتشار موج عرضی در مدت یک ثانیه طول ریسمان را طی کند. نیروی F چند نیوتن است؟

@MoallemanNews

(۱) ۵ (۲) $2/5$ (۳) ۴ (۴) $0/25$

$$V = \sqrt{\frac{FL}{m}} \rightarrow V = \sqrt{\frac{F}{\rho A}} \rightarrow V = \frac{2}{D} \sqrt{\frac{F}{\rho \pi}}$$

نکته: اگر انتشار موج عرضی در یک تار یا ریسمان همگن به قطر D و چگالی ρ برابر V باشد می‌توان نوشت:

* A سطح مقطع تار یا ریسمان است.

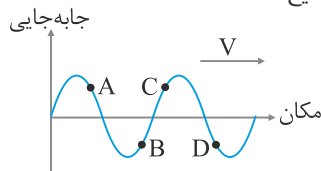
مثال (۴) سیمی به چگالی $7/80 \text{ g/cm}^3$ و سطح مقطع 50 mm^2 بین دو نقطه با نیروی 156 N کشیده شده است تندی انتشار موج عرضی در این سیم چند m/s است؟

- (۱) ۲۰۰ (۲) ۱۸۰ (۳) ۱۶۰ (۴) ۲۵۰

مثال (۵) قطر تار A نصف قطر تار B و نیروی کشش تار A ، ۴ برابر نیروی کشش تار B است. اگر هر دو تار از یک جنس باشند. تندی انتشار موج در تار A چند برابر انتشار موج در تار B است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) $\frac{\sqrt{2}}{2}$

مثال (۶) در شکل مقابل نقش یک موج عرضی نشان داده شده است. باتوجه به جهت انتشار موج چند مطلب زیر صحیح است؟



(الف) دو ذره‌ی A و B از محیط انتشار در حال دور شدن از نقطه‌ی تعادل خود هستند.

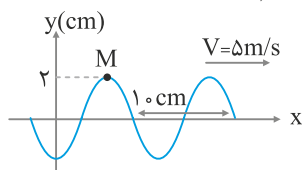
(ب) انرژی جنبشی دو ذره C و D در حال افزایش است.

(پ) دو ذره‌ی A و C در یک وضعیت ارتعاشی خود هستند.

(ت) بسامد و دامنه‌ی نوسان همه‌ی ذرات در محیط یکسان است.

- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

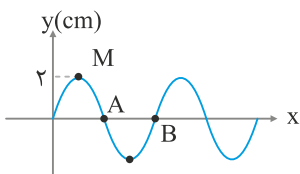
مثال (۷) نقش یک موج عرضی در لحظه‌ی $t=0$ در شکل نشان داده شده است. معادله‌ی ارتعاشی نقطه‌ی M در SI کدام است؟



- (۱) $y = 2 \sin 100\pi t$ (۲) $y = 0.02 \cos 100\pi t$
- (۳) $y = 2 \cos 100\pi t$ (۴) $y = 0.02 \cos 100\pi t$

مثال ۸ نقش موجی عرضی در یک محیط انتشار نشان داده شده است. ذره‌ی B در لحظه‌ی $t = 0$ از مرکز نوسان به سمت بالا جابه‌جا شود و حداقل

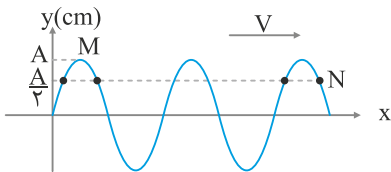
فاصله‌ی آن با نقطه‌ی A برابر 4 cm می‌باشد اگر موج این فاصله را در مدت 25° ثانیه طی کند، بردار انتشار موج و بردار سرعت ذره‌ی A در لحظه‌ی $t = 0$



برحسب $\frac{\text{cm}}{\text{s}}$ کدام است؟

- (۱) $4\pi\vec{j}, 16\vec{i}$
- (۲) $-4\pi\vec{j}, 16\vec{i}$
- (۳) $-8\pi\vec{j}, -16\vec{i}$
- (۴)

مثال ۹ نقش موج مقابل برای یک موج عرضی در لحظه‌ی $t = 0$ نشان داده شده است اگر فاصله‌ی MN برابر 20 cm باشد و بسامد ارتعاش ذرات ۲۵

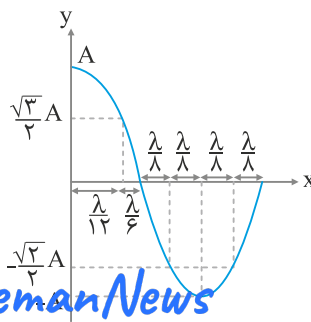
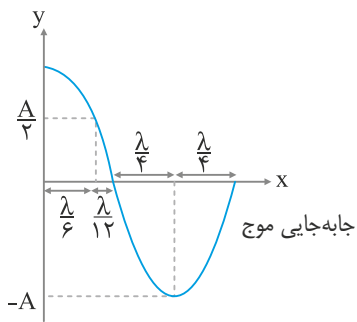


هرتز باشد تندی انتشار موج چند متر بر ثانیه است؟

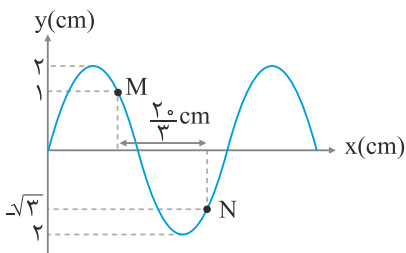
- (۱) $2/25$
- (۲) $2/5$
- (۳) 25
- (۴) $4/5$

دقت داشته باشید چون نسبت $\frac{\lambda}{T}$ که برابر تندی موج است و در یک محیط همواره ثابت است، پس تغییرات λ با تغییر T متناسب است.

به عبارتی جابه‌جایی موج در $\frac{T}{2}$ برابر $\frac{\lambda}{2}$ در $\frac{T}{6}$ برابر $\frac{\lambda}{6}$ و در $\frac{T}{8}$ برابر $\frac{\lambda}{8}$ و در $\frac{T}{12}$ برابر $\frac{\lambda}{12}$ است.

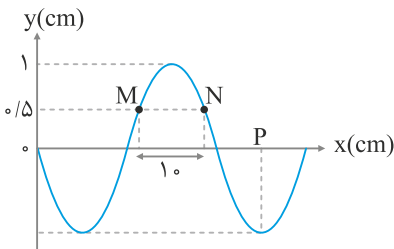


مثال ۱۰ در شکل مقابل نقش موجی عرضی در یک لحظه ($t = 0$) نشان داده شده است. اگر تندی انتشار موج $8 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد بسامد ارتعاش ذرات چند هرتز است؟



- (۱) ۸۰
- (۲) ۶۰
- (۳) ۱۲۰
- (۴) ۵۰

مثال ۱۱ در شکل مقابل نقش یک موج در یک لحظه نشان داده شده است. اگر فاصله‌ی افقی MN برابر 10 cm باش و تندی موج $90 \frac{\text{cm}}{\text{s}}$ باشد فاصله‌ی



OP در چه مدتی برحسب ثانیه طی می‌شود؟

- (۱) $\frac{5}{9}$
- (۲) $\frac{4}{9}$
- (۳) $\frac{5}{12}$
- (۴) $\frac{2}{3}$

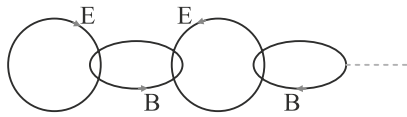
انتقال انرژی در موج عرضی

موج باعث انتقال انرژی از یک مکان به مکان دیگر می‌شود. که این انرژی به صورت انرژی پتانسیل و جنبشی ذرات محیط در تمام اجزای محیط با عبور موج ظاهر می‌گردد.

مقدار متوسط آهنگ انتقال انرژی (توان متوسط) در یک موج عرضی برای تمام امواج مکانیکی با مربع دامنه و مربع بسامد موج متناسب است.

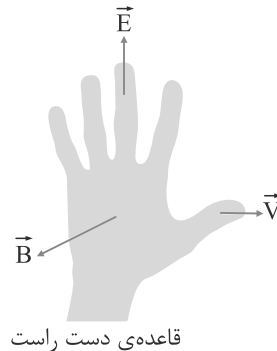
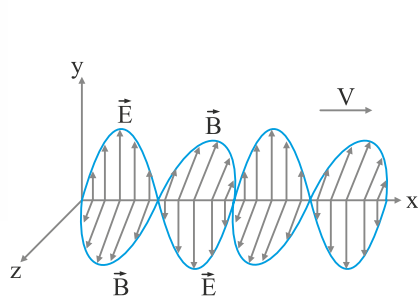
امواج الکترومغناطیسی

امواج دیگری که ماهیت آن‌ها با امواج مکانیکی متفاوت است امواج الکترومغناطیسی است با تغییر میدان الکتریکی در هر فضایی، میدان مغناطیسی متغیری ایجاد می‌شود و این میدان مغناطیسی متغیر خود میدان الکتریکی متغیری ایجاد می‌کند. درست مانند حلقه‌های یک زنجیر هر میدان متغیر میدان دیگری را ایجاد می‌کند.



این رابطه متقابل میدان‌ها سبب انتقال نوسان‌های میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی از یک نقطه‌ی فضا به به نقاط دیگر و یا همان انتشار موج الکترومغناطیسی می‌شود.

ماکسول نتیجه گرفت که امواج الکترومغناطیسی باید لزوماً ناشی از تغییرات همزمان میدان‌های الکتریکی و مغناطیسی (اصطلاحاً میدان الکترومغناطیسی) باشد.



قاعده‌ی دست راست

می‌توان برای تعیین جهت‌گذاری میدان‌های \vec{E} و \vec{B} و بردار سرعت موج الکترومغناطیسی \vec{V} از قاعده‌ی دست راست استفاده می‌کنند. چهار انگشت دست راست در حالت باز شده در جهت میدان الکتریکی \vec{E} قرار داده به طوری که میدان مغناطیسی \vec{B} از کف دست خارج شود، انگشت شست در جهت \vec{V} است.

ویژگی‌های امواج الکترومغناطیسی

1) منشا این امواج از نوسانات دو میدان \vec{E} و \vec{B} که عمودبرهم می‌باشند تشکیل یافته

2) دو میدان \vec{E} و \vec{B} بر بردار سرعت انتشار عمودند (موج عرضی است)

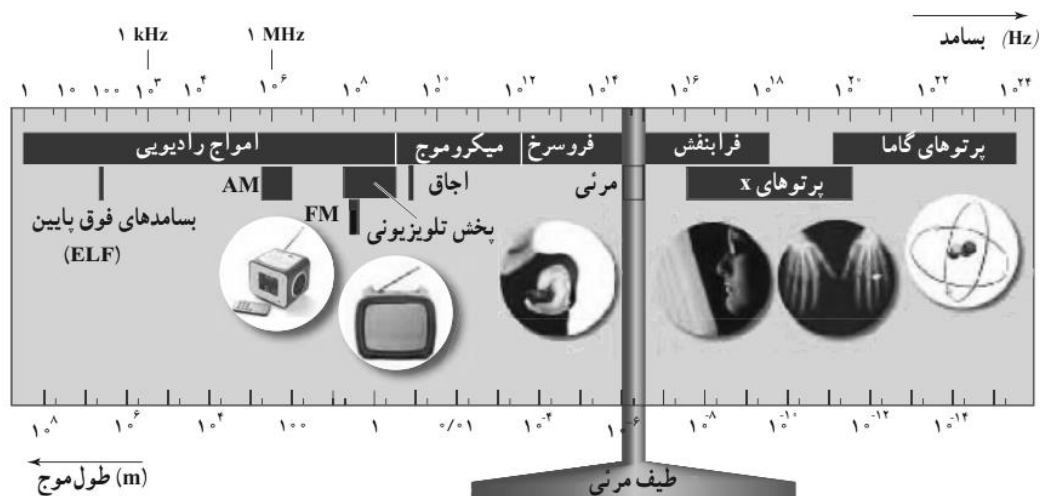
3) برای انتشار نیاز به محیط مادی ندارند و حتی در خلاء هم منتشر می‌شوند.

4) همه‌ی امواج الکترومغناطیسی در خلا با تندی ثابت منتشر می‌شوند.

$$C = \frac{1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu_0}} \approx 3 \times 10^8 \text{ m/s}$$

طیف امواج الکترومغناطیسی

امواج الکترومغناطیسی در طبیعت طیف گسترده‌ای دارند. برای دسته‌بندی این امواج از کمیت طول موج و بسامد استفاده می‌شود. از آنجا که $C = \lambda f = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ است و مقدار C همواره ثابت است رابطه‌ی λ و f معکوس می‌باشد. طیف این امواج به گونه‌ی زیر دسته‌بندی می‌شود.



از راست به چپ طول موج افزایش می‌یابد ولی بسامد کاهش می‌یابد و مقدار $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$ ثابت است.

- بنفش $0.4 \mu\text{m}$
- نیلی
- آبی $0.5 \mu\text{m}$
- سبز
- طیف امواج مرئی: زرد $0.6 \mu\text{m}$
- نارنجی
- قرمز $0.7 \mu\text{m}$
- $0.8 \mu\text{m}$

مثال ۱۲) گستره‌ی طول موج‌های امواج مرئی از 400 تا 750 نانومتر است بیشترین بسامد و کمترین بسامد نورهای مرئی چند هرتز است؟ $C = 3 \times 10^8 \text{ m/s}$

- (۱) $7/5 \times 10^{14}, 4 \times 10^{15}$ (۲) $7/5 \times 10^{14}, 4 \times 10^{14}$ (۳) $2/5 \times 10^{15}, 4 \times 10^{15}$ (۴) $5 \times 10^{14}, 4 \times 10^{15}$

مثال ۱۳) یک موج الکترومغناطیسی در جهت محور $+y$ پیش‌روی می‌کند اگر میدان مغناطیسی در راستای محور x باشد، جهت میدان الکتریکی به کدام سمت است؟

- (۱) $z-$ (۲) $z+$ (۳) $y-$ (۴) $z+$ یا $z-$

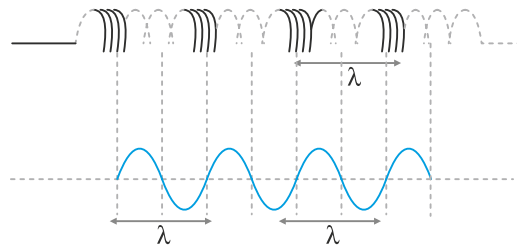
مثال ۱۴) در کدام گزینه موج‌های الکترومغناطیسی برحسب افزایش طول موج درست قرار گرفته‌اند؟

- (۱) گاما، نور زرد، فرسوخ، میکروموج (۲) گاما، رادیویی، نور زرد، فرسوخ (۳) فرسوخ، نور زرد، میکروموج، گاما (۴) میکروموج، فرسوخ، ایکس، فرابنفش

@MoallemanNews

مشخصه‌های موج طولی

مهمترین نمایش از یک موج طولی، موجی است که می‌توان در یک فنر طویل نشان داد. وقتی در یک فنر کشیده تراکم یا کشیدگی ایجاد کنیم، موج پدید آمده در طول فنر پیشروی می‌کند، ارتعاش حلقه‌ها در راستای انتشار موج است. فاصله‌ی بین دو تراکم متوالی یا دو بازشدگی متوالی طول موج (λ) است.



نکته: در یک محیط انتشار، تندی انتشار به مشخصات فیزیکی محیط بستگی دارد. ولی در یک محیط ممکن است تندی امواج عرضی با تندی امواج طولی متفاوت باشد. به عنوان مثال امواج زلزله بر دو نوع S (عرضی) و P (طولی) هستند. تندی امواج P در حدود $8 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ و تندی امواج S حدود $4/5 \frac{\text{km}}{\text{s}}$ است.

امواج صوت:

امواج صوت جز امواج مکانیکی طولی هستند. ارتعاش یک جسم مثل دیابازون - سیم گیتار - تار صوتی حنجره انسان یا پوسته‌های مرتعش مثل طبل یا بلندگوهای اطراف این چشمه‌های صوت شروع به ارتعاش می‌کنند و محیط‌های پرتراکم و کم‌تراکم را به وجود می‌آورند که به صورت یک موج طولی به تمام جهات منتشر می‌شود.

جنس و دما از ویژگی‌های فیزیکی گازها برای تندی انتشار صوت می‌باشد. هرچه دمای گاز بیشتر می‌شود تندی صوت بیشتر و هرچه جرم مولی گاز بیشتر باشد تندی صوت کمتر می‌شود.

مثال ۱۵) تاری به چگالی جرم $0.2 \frac{\text{g}}{\text{cm}}$ را با نیروی 32 می‌کشیم و با ایجاد بسامد 50 هرتز ارتعاشی در تار ایجاد می‌شود و صدای تار شنیده می‌شود. اگر

تندی انتشار صوت در هوا $320 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ باشد. نسبت طول موج در تار چند برابر طول موج در هوا می‌باشد؟

- (۱) $1/8$ (۲) 8 (۳) $1/4$ (۴) 4

شدت صوت

انتشار صوت همراه با انتقال انرژی است که توسط لایه‌های هوا یا گاز از چشمه به اطراف چشمه منتقل می‌شود. آهنگ متوسط انرژی که توسط موج به واحد سطح عمود بر راستای انتشار صوت می‌رسد و یا از آن عبور می‌کند را شدت صوت می‌گویند.

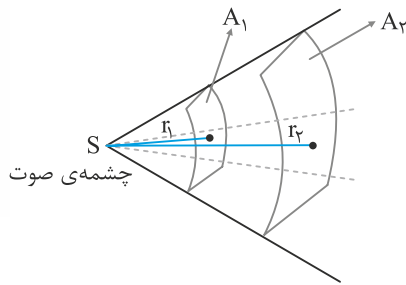
$$I = \frac{P_{av}}{A}$$

A یکای سطح برحسب m^2 و یکای شدت صوت $\frac{W}{m^2}$ است.

مثال ۱۶) موج صوتی باتوان $1/2 \times 10^{-4}$ از صفحه‌ای به مساحت $4m^2$ به طور عمود عبور می‌کند. شدت صوت چند $\frac{W}{m^2}$ است؟

- (۱) 3×10^{-4} (۲) 3×10^{-3} (۳) 3×10^{-5} (۴) 3×10^{-6}

با دور شدن از چشمه‌ی صوت شدت صوت کاهش می‌یابد.



$$I_1 = \frac{P}{4\pi r_1^2} \Rightarrow \frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

$$I_2 = \frac{P}{4\pi r_2^2}$$

به‌طور کلی شدت یک صوت با مجذور دامنه و مجذور بسامد که هر دو از ویژگی‌های منبع صوت هستند متناسب است ولی با مجذور فاصله‌ی شنونده از منبع صوت رابطه‌ی معکوس دارد.

$$\frac{I_2}{I_1} = \left(\frac{f_2}{f_1}\right)^2 \times \left(\frac{A_2}{A_1}\right)^2 \times \left(\frac{r_1}{r_2}\right)^2$$

شدت صوت را می‌توان با یک وسیله یا آشکارساز اندازه‌گیری کرد. ولی گستره‌ی شنوایی گوش انسان در حدود 10^{12} وات برمترمربع است. بهتر است برای اندازه‌گیری شدت یک صوت در این گستره بسیار زیاد، از کمیت دیگری به نام تراز شدت صوت استفاده کرد.

@MoallemanNews

تراز شدت صوت β

بنا به تعریف، لگاریتم (در پایه‌ی ۱۰) شدت هر صوت به شدت صوت مبنا ($I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$) را تراز شدت صوت می‌گویند. یکای تراز شدت صوت دسی‌بل است.

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}$$

تراز شدت صوت مرجع (آستانه‌ی شنوایی) به ازای $I = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$ برابر صفر است.

مثال ۱۷) شدت صوت یک چشمه‌ی صوت در فاصله‌ی معینی $10^{-4} \frac{W}{m^2}$ است. تراز شدت این صوت چند دسی‌بل است؟ $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

- (۱) ۶۰ (۲) ۴۰ (۳) ۸۰ (۴) ۱۰۰

مثال ۱۸) تراز شدت صوتی ۱۲ دسی‌بل است. شدت صوت آن چند $\frac{W}{m^2}$ است؟ $I_0 = 10^{-12} \frac{W}{m^2}$

$$\log 2 = 0.3$$

- (۱) $1/6 \times 10^{-11}$ (۲) $1/6 \times 10^{-5}$ (۳) $1/2 \times 10^{-5}$ (۴) $1/2 \times 10^{-6}$

مثال ۱۹) تراز شدت صوتی ۶۳ دسی‌بل است شدت این صوت چند برابر شدت مرجع است؟

- (۱) 2×10^{-13} (۲) 4×10^{-15} (۳) $4 \times 10^{+12}$ (۴) 2×10^6

مثال ۲۰) تراز شدت صوتی در یک فاصله‌ی معین ۲۰ دسی‌بل است با نزدیک شدن به چشمه تراز شدت صوت به ۶۰ دسی‌بل می‌رسد. شدت صوت این صوت چند برابر شده است؟

- (۱) ۱۰ (۲) ۱۰۰ (۳) ۱۰۰۰ (۴) ۱۰۰۰۰

ادراک شنوایی

هر تَن موسیقایی دارای دو ویژگی است: ۱- ارتفاع ۲- بلندی

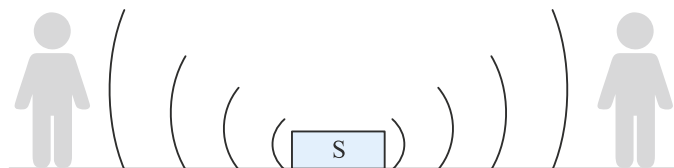
ارتفاع، بسامدی است که گوش انسان درک می‌کند. وقتی گوش آن را درک می‌کند که چند دستگاه با بسامدهای مختلف به ارتعاش درمی‌آیند. مثل چند دیپازون با بسامدهای مختلف در کنار هم به ارتعاش درمی‌آیند و تفاوت ارتفاع صوت را می‌توان درک کرد.

اما **بلندی**، شدتی است که گوش انسان از صوت درک می کند. اگر به یک دیپازون که بسامد مشخص و ثابتی دارد یک بار ضربه‌ی محکم و بار دیگر ضربه‌ای آهسته وارد کنیم، تفاوت این دو صدا را با یک بسامد درک می کنیم.

تفاوت بلندی با شدت صوت این است که شدت صوت را می توان با یک وسیله یا آشکارساز اندازه گیری کرد ولی بلندی با یک وسیله قابل اندازه گیری نیست فقط به ادراک شنوایی ما بستگی دارد. گوش انسان بسامدهایی بین ۲۰ تا ۲۰/۰۰۰ هرتز را می شنود. ولی گستره‌ی حساسیت بسامدهایی که می شود به بین ۲۰۰۰ تا ۵۰۰۰ هرتز است.

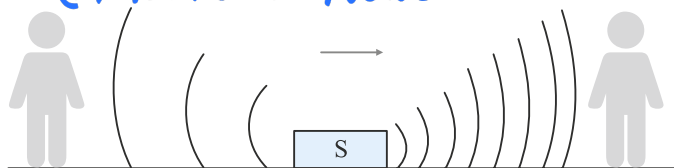
اثر دوپلر

شکل زیر چشمه‌ی صوت ساکنی را نشان می دهد که صوتی را با بسامد مشخص به اطراف منتشر می کند شنونده‌های ساکن بسامد صوت را در اطراف این چشمه دریافت می کنند.



حال اگر چشمه‌ی صوت روی یک خط راست به یک شنونده نزدیک و از شنونده‌ی دیگر دور شود بسامدی که شنونده‌ها دریافت می کنند متفاوت خواهد شد. شنونده‌ای که چشمه‌ی صوت به آن نزدیک می شود، بسامدی که دریافت می کند بیشتر از بسامد واقعی چشمه‌ی صوت است و شنونده‌ای که چشمه‌ی صوت از آن دور می شود، بسامدی که دریافت می کند کمتر از بسامد واقعی چشمه است. علت آن این است که بر اثر نزدیک شدن چشمه به شنونده فاصله‌ی جبهه‌های موج (λ) کاهش می یابد. از آنجا که تندی صوت در محیط ثابت است، پس بسامد دریافتی افزایش می یابد و به همین شکل برای شنونده‌ای که چشمه از آن دور می شود فاصله‌ی جبهه‌های موج افزایش یافته و بسامد دریافتی شنونده‌ی کاهش می یابد.

@MoallemanNews



در حالتی که چشمه‌ی صوت ساکن و شنونده‌ها به چشمه‌ی صوت نزدیک یا دور شوند، بسامد دریافتی با هم اختلاف پیدا می کند. برای شنونده‌ای که به چشمه‌ی صوت نزدیک می شود بسامد دریافتی افزایش می یابد و برای شنونده‌ای که از چشمه دور می شود بسامد دریافتی کاهش می یابد.

نتیجه: به طور کلی اگر نتیجه‌ی حرکت چشمه و شنونده به هم نزدیک شوند بسامد دریافتی افزایش می یابد و اگر نتیجه‌ی حرکت چشمه و شنونده دور شدن باشد بسامد دریافتی کاهش می یابد.

مثال (۲۱) اگر فاصله‌ی شنونده‌ای از یک چشمه صوت ۲۰ درصد کاهش یابد شدت صوت آن چند درصد افزایش می یابد؟ (از جذب صدا توسط محیط صرف نظر می شود).

- ۶۰ (۱)
- ۵۶/۲۵ (۲)
- ۶۲/۲۵ (۳)
- ۷۶/۲۵ (۴)

مثال (۲۲) اگر فاصله‌ی شنونده‌ای از یک چشمه صوت به $\frac{1}{10}$ مقدار اولیه برسد، تراز شدت صوت چند دسی بل افزایش می یابد؟

- ۱۰ (۱)
- ۲۵ (۲)
- ۳۰ (۳)
- ۲۰ (۴)

مثال (۲۳) تراز شدت صوتی ۴۷ دسی بل است. شدت صوت این صوت چند $\frac{W}{m^2}$ است؟

- 5×10^{-8} (۱)
- 10^{-8} (۲)
- 7×10^{-8} (۳)
- $1/5 \times 10^{-8}$ (۴)

مثال (۲۴) کدام گزینه‌ی زیر برای اثر دوپلر صحیح است؟

- (۱) اگر ناظری با تندی ثابت از یک چشمه صوت دور شود بسامد چشمه کاهش می یابد.
- (۲) اگر ناظری با تندی ثابت به یک چشمه‌ی صوت نزدیک شود بسامد چشمه افزایش می یابد.
- (۳) اگر ناظری با سرعت V_1 و چشمه با سرعت V_2 به طرف هم نزدیک شوند بسامد دریافتی ناظر بیشتر از بسامد واقعی چشمه شنیده می شود.
- (۴) اگر ناظری با سرعت V_1 و چشمه با سرعت V_2 از هم دور شوند بسامد دریافتی ناظر بیشتر از بسامد واقعی چشمه شنیده می شود.

الکتریسیته ساکن

بار الکتریکی q

در بسیاری از اجسام یا حتی ذرات خاصیتی به نام بار الکتریکی وجود دارد که می‌توان وجود این خاصیت را در ذراتی بسیار کوچک مثل الکترون و یا پروتون یافت. وقتی دو جسم باهم مالش داده می‌شوند تعدادی الکترون که دارای بار منفی $1/6 \times 10^{-19}$ کولن است، بین دو جسم مبادله می‌شود و دو ماده دارای خاصیت بار الکتریکی می‌شود.

یکای این کمیت کولن است و یک کولن مقدار بار نسبتاً بزرگی است از واحد های کوچک تری مانند میکرو کولن، نانو کولن..... استفاده می‌شود

$$q = \pm ne$$

اگر n الکترون بین دو جسم مبادله شود، بار الکتریکی جسم برابر است با:

$$e = 1/6 \times 10^{-19} C$$

وقتی جسم الکترون بدست می‌آورد بار آن منفی و وقتی از دست می‌دهد بار آن مثبت می‌شود.

مثال ۱) یک ماده یا یک جسم چه تعداد الکترون از دست بدهد تا بار الکتریکی آن یک کولن شود؟

$$e = 1/6 \times 10^{-19} C$$

$$6/25 \times 10^{19} \quad (4)$$

$$6/25 \times 10^{18} \quad (3)$$

$$1/6 \times 10^{-19} \quad (2)$$

$$1/6 \times 10^{19} \quad (1)$$

بار الکتریکی یک کمیت کوانتومی است؟

کمیت‌هایی که مقدار آن‌ها مضرب درستی از یک کمیت پایه باشند را کمیت کوانتومی می‌گویند. مثل بار الکتریکی که مقدار آن مضرب درستی از بار یک الکترون است. (کوانتیده)

دو ویژگی مهم بارهای الکتریکی: ۱- کوانتیده هستند ۲- مقدار بار الکتریکی کمیتی پایسته است؛ یعنی به وجود نمی‌آید و از بین نمی‌رود. (اصل پایستگی بار)

$$e = 1/6 \times 10^{-19} C$$

مثال ۲) عدد اتمی هلیم (Z=2) است. بار هسته و بار اتم چند میکروکولن است؟

$$8 \times 10^{+14}, 8 \times 10^{-14} \quad (4)$$

$$0, 8 \times 10^{-16} \quad (3)$$

$$3/2 \times 10^{-13}, 3/2 \times 10^{+13} \quad (2)$$

$$3/2 \times 10^{-13}, 3/2 \times 10^{+13} \quad (1)$$

@MoallemanNews

جدول تریبوالکتریک

وقتی اجسام را به هم مالش می‌دهیم تعدادی الکترون از یک جسم به جسم دیگر منتقل می‌شود که طبق اصل پایستگی بار الکتریکی تعداد الکترون‌هایی که یک جسم از دست می‌دهد با تعداد الکترون‌هایی که جسم دیگر بدست می‌آورد پایسته است. در جدول تریبوالکتریک مشخص می‌شود که دو جسم در تماس با هم کدامیک الکترون به دست می‌آورد و کدامیک الکترون از دست می‌دهد.

اجسام نزدیک به انتهای مثبت تمایل به از دست دادن الکترون دارند و اجسام نزدیک به انتهای منفی تمایل به گرفتن الکترون دارند.

انتهای منفی	تفلون - لاستیک - پلاستیک - ... - سُرَب - موی گربه - پشم - سلفون - نایلون - شیشه - موی انسان	انتهای مثبت
-------------	---	-------------

نکته: وقتی دو کره رسانای کوچک با بار الکتریکی q_1 و q_2 به هم تماس داده می‌شوند و سپس جدا شوند، بار هر یک برابر است با: $q_1' = q_2' = \frac{q_1 + q_2}{2}$

$$\Delta q = \frac{|q_1 - q_2|}{2}$$

و مقدار بار جابه‌جا شده بین دو کره‌ی رسانا و مشابه برابر است با:

باردار کردن اجسام به روش القا:

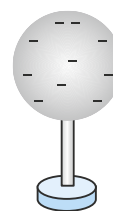
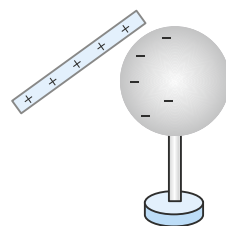
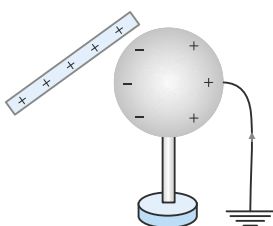
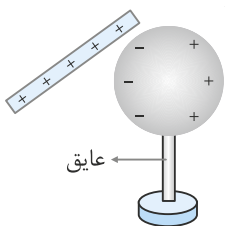
در روش تماس یا مالش دیدیم که بین دو جسم بدون بار، الکترون مبادله می‌شود و بار یکی از اجسام $q+$ و بار جسم دیگر $q-$ می‌شود.

در روش القا جسم باردار به جسم رسانای بدون بار (مثل یک کره‌ی فلزی)

نزدیک شده و توازن بارها در کره به هم می‌خورد به عبارتی بارهای مخالف

نزدیک جسم باردار و بارهای مخالف در طرف دیگر و دورتر از جسم باردار قرار می‌گیرند.

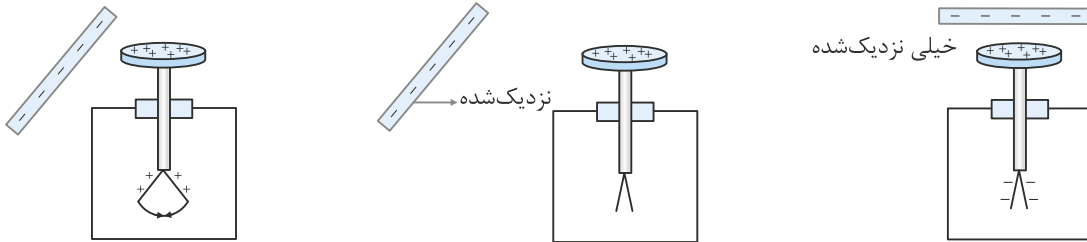
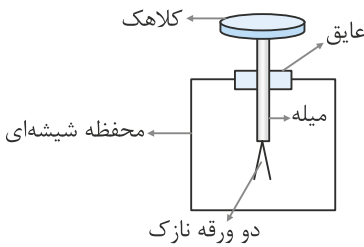
با اتصال کره به زمین بار مخالف به کره داده می‌شود.



الکتروسکوپ چیست؟

این وسیله که ساختمانی ساده دارد برای تشخیص وجود بار و نوع بار الکتریکی به کار می‌رود و حتی در بعضی از موارد مقدار بار الکتریکی جسم را اندازه می‌گیرد.

از یک کلاهک و یک میله فلزی رسانا و دو ورقه‌ی نازک که به هم لولاً شده‌اند ساخته شده است. وقتی الکتروسکوپ دارای بار الکتریکی است دو ورقه از هم دور هستند. با معلوم بودن بار الکتروسکوپ، اگر یک جسم باردار به آن نزدیک شود ورقه‌ها از هم دور می‌شوند (وقتی بار جسم با بار الکتروسکوپ هم‌نام باشند) و یا به هم نزدیک می‌شوند (وقتی بار جسم با بار الکتروسکوپ ناهم‌نام باشد). اگر بار جسم و بار الکتروسکوپ مخالف هم باشند، ابتدا ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند ولی وقتی بیش از اندازه جسم به کلاهک نزدیک می‌شود، بار ورقه از هم دور می‌شوند.

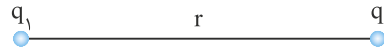


نکته: در مواردی که الکتروسکوپ بدون بار است. با نزدیک شدن یک جسم باردار ورقه‌های الکتروسکوپ از هم باز می‌شوند (به علت القای بار) نیروی بین بارهای الکتریکی (قانون کولن)

کولن نشان داد که نیروی که دو ذره‌ی باردار که در فاصله‌ی r به هم وارد می‌کنند. با حاصل ضرب دو بار رابطه‌ی مستقیم و با مجذور فاصله‌ی دو بار نسبت معکوس دارد.

$$F = \frac{K|q_1||q_2|}{r^2}$$

$$K = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$$



دقت کنید نیرویی که دوبار به هم وارد می‌کنند طبق قانون سوم نیوتن حتماً برابر هم و در خلاف جهت هم می‌باشند.

مثال ۳ میله‌ای با بار الکتریکی مثبت را به آرامی به کلاهک الکتروسکوپی نزدیک می‌کنیم. ورقه‌های الکتروسکوپ نخست بسته و سپس از هم باز می‌شوند بار اولیه الکتروسکوپ از چه نوع بوده است؟

@MoallemanNews

- (۱) مثبت (۲) منفی (۳) خنثی یا مثبت (۴) خنثی یا منفی

مثال ۴ دو کره‌ی رسانای کوچک و مشابه، دارای بار الکتریکی $q_1 = -2\mu C$ و $q_2 = -10\mu C$ را به هم تماس می‌دهیم و پس از آن در فاصله‌ی 3cm یکدیگر قرار می‌دهیم. نیرویی که دو کره به هم وارد می‌کنند چند نیوتن می‌شود؟

- (۱) ۳۶ (۲) ۳۶۰ (۳) ۳۰ (۴) ۳۰۰

مثال ۵ یک میله‌ی شیشه‌ای را با پارچه‌ی ابریشمی مالش داده سپس آن را به کلاهک الکتروسکوپی با بار منفی نزدیک می‌کنیم. چه تغییری را مشاهده می‌کنیم؟

- (۱) ورقه‌های الکتروسکوپ به هم نزدیک می‌شوند. (۲) ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا به هم نزدیک سپس دور می‌شوند. (۳) ورقه‌های الکتروسکوپ ابتدا دور سپس به هم نزدیک می‌شوند. (۴) هر سه مورد ممکن است اتفاق بیفتد.

مثال ۶ نیروی دفعه‌ی بین دو بار الکتریکی مشابه در فاصله‌ی r از هم برابر $2 \times 10^{-2} \text{N}$ است. اگر به یکی از بارها $20\mu C$ اضافه شود، نیرویی دفعه بین دو بار $3 \times 10^{-3} \text{N}$ می‌گردد. مقدار بار اولیه‌ی هر یک از بارها چند میکروکولن بوده است؟

- (۱) ۲ (۲) ۴ (۳) ۶ (۴) ۸

مثال ۷ دو بار q_1 و $q_2 = 2q_1$ در فاصله‌ی r از هم قرار دارند و به هم نیروی دفعه وارد می‌کنند چند درصد از بار q_2 را به q_1 منتقل کنیم تا در همان فاصله نیروی بین بارهای الکتریکی بیشینه شود؟

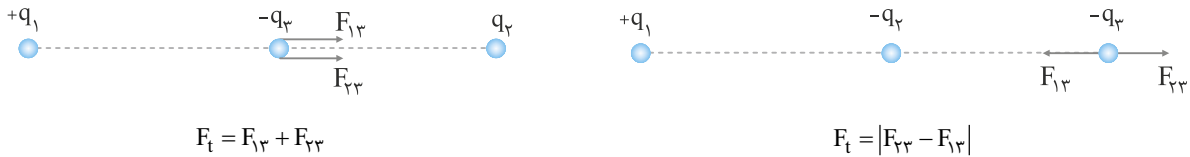
- (۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۴۰ (۴) ۵۰

مثال ۸ دو کره‌ی مشابه فلزی کوچک و رسانا دارای بار الکتریکی $q_1 = +5\mu C$ و $q_2 = +15\mu C$ در فاصله‌ی r نیروی F بر یکدیگر وارد می‌کنند. اگر این دو کره را در یک لحظه به هم تماس داده و مجدداً در همان فاصله‌ی قبلی قرار دهیم نیروی دفعه‌ی بین دو کره چگونه تغییر می‌کند؟

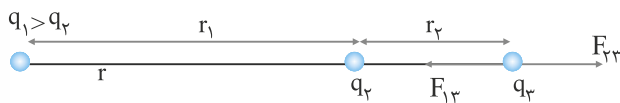
- (۱) ۲۵ درصد افزایش می‌یابد (۲) ۲۵ درصد کاهش می‌یابد (۳) تقریباً ۳۳ درصد کاهش می‌یابد (۴) تقریباً ۳۳ درصد افزایش می‌یابد

اصل برهم نهی نیروهای الکترواستاتیکی

گاهی چند بار الکتریکی در یک راستا قرار دارند و می‌خواهیم برآیند نیروهای وارد بر یکی از بارها را محاسبه کنیم (اصل برهم نهی الکترواستاتیکی) ابتدا نیرویی که هر یک از بارها به بار مورد نظر وارد می‌کند را ترسیم کرده، سپس به روش برآیند بردارها نیروی خالص وارد بر بار را محاسبه می‌کنیم. به طور مثال نیروهای وارد بر بار q_3 مطابق شکل رسم شده و برآیند این نیروها را مشخص کرده‌ایم.



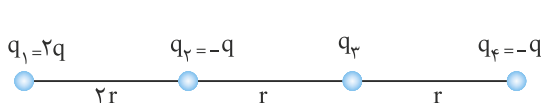
در حالتی که بخواهیم بار سوم در فاصله‌ای از دو بار الکتریکی q_1 و q_2 که به فاصله‌ی r از هم قرار دارند، به حال تعادل باشد. به روش زیر عمل می‌کنیم: اگر دو بار q_1 و q_2 غیر همنام باشند باید بار q_3 خارج از دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر روی خط واصل دو بار قرار گیرد. که علامت و مقدار q_3 تأثیری در تعادل با q_3 ندارد فقط مکان آن باید مشخص گردد.



$$F_{13} = F_{23} \Rightarrow \frac{q_1}{r_1^2} = \frac{q_2}{r_2^2}$$

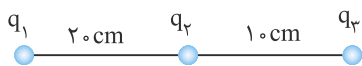
اگر دو بار q_1 و q_2 همنام باشند باید بار q_3 بین دو بار و نزدیک بار کوچک‌تر باشد.

مثال ۹) در شکل مقابل چهار بار الکتریکی نقطه‌ای در چهار نقطه ساکن هستند، برآیند نیروهای وارد بر q_3 چند برابر برآیند نیروهای وارد بر q_1 است؟



- (۱) $\frac{8}{3}$
- (۲) $\frac{3}{8}$
- (۳) $\frac{8}{3}$
- (۴) $\frac{3}{8}$

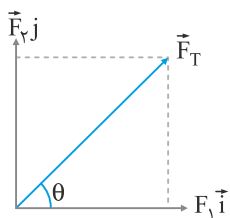
مثال ۱۰) در شکل مقابل برآیند نیروهای الکتریکی وارد بر هر یک از بارهای نقطه‌ای برابر صفر است. کدام است $\frac{q_3}{q_2}$ ؟



- (۱) -۴
- (۲) +۴
- (۳) $-\frac{9}{4}$
- (۴) $\frac{9}{4}$

اصل برهم نهی نیروهای الکتریکی غیرهم‌راستا

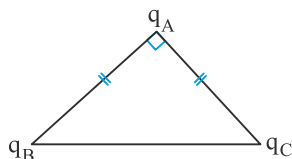
در مواردی که بارها در یک خط قرار ندارند (مثلاً در رئوس یک مثلث یا مربع یا مستطیل و ...) نیروهای وارد بر یک بار در یک راستا قرار ندارند. در حالتی که نیروهای الکتریکی وارد بر یک بار عمود برهم باشند، برآیند را به روش زیر بدست می‌آوریم:



$$F_T = F_1 \vec{i} + F_2 \vec{j}$$

$$F_T = \sqrt{F_1^2 + F_2^2} \Rightarrow \tan \theta = \frac{F_2}{F_1}$$

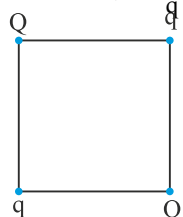
مثال ۱۱) در شکل مقابل سه بار الکتریکی $q_A = q$ و $q_B = \sqrt{3}q$ و $q_C = -q$ در رئوس مثلث متساوی‌الساقینی قرار دارند. زاویه‌ای که برآیند نیروهای



الکتریکی وارد بر q_A با امتداد پاره‌خط AB می‌سازد چند درجه است؟

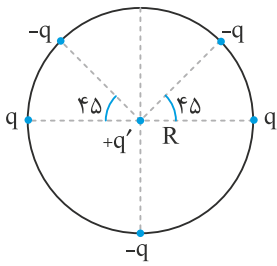
- (۱) ۳۰
- (۲) ۴۵
- (۳) ۵۳
- (۴) ۶۰

مثال ۱۲) بارهای الکتریکی q و Q مطابق شکل در چهار رأس مربعی قرار دارند اگر برآیند نیروهای وارد بر بار Q صفر باشد. نسبت $\frac{Q}{q}$ کدام است؟



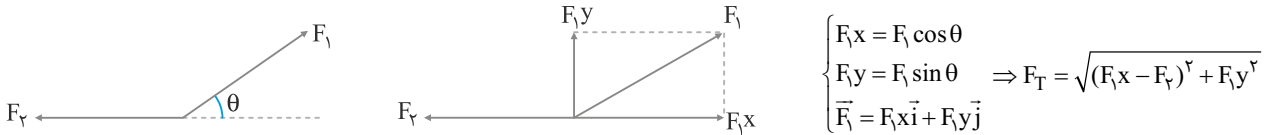
- (۱) $2\sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{2}$
- (۳) $-\sqrt{2}$
- (۴) $-2\sqrt{2}$

مثال ۱۳) پنج بار نقطه‌ای هم‌اندازه روی محیط دایره‌ای به شعاع R قرار دارند و بار q' در مرکز دایره است. نیرویی که بار q' بر q وارد می‌کند F است. برآیند نیروهای وارد بر q' چند F است؟

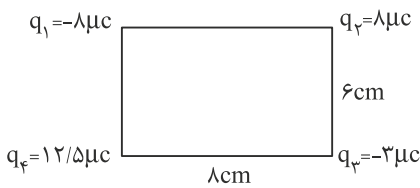


- (۱) $\sqrt{2}$
- (۲) $\sqrt{2}-1$
- (۳) $\sqrt{2}+1$
- (۴) صفر

نکته: در مواردی که نیروهای وارد بر یک بار الکتریکی برهم عمود نیستند و در یک راستا قرار ندارند از روش تجزیه استفاده کنید.



مثال ۱۴) چهار بار الکتریکی در چهار رأس مستطیلی ساکن شده‌اند. بزرگی برآیند نیروهای وارد بر q_4 چند نیوتن است؟



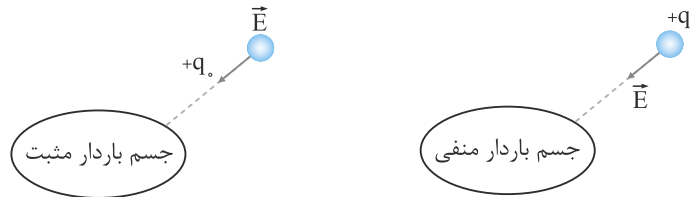
- (۱) $6\sqrt{10}$
- (۲) $6\sqrt{5}$
- (۳) ۱۸
- (۴) ۱۲

میدان الکتریکی

در فضای اطراف اجسام باردار خاصیتی وجود دارد که می‌تواند به واسطه وجود این خاصیت (میدان الکتریکی) به اجسام باردار اطراف خود نیرو وارد کند. این کمیت برداری است. (\vec{E})

@MoallemanNews

از آنجا که این خاصیت نامرئی است، برای تشخیص وجود این خاصیت در یک فضا از بار کوچکی به نام بار آزمون استفاده می‌کنند، برای تشخیص جهت این خاصیت، بار آزمون را به طور قراردادی مثبت فرض می‌کنند. ($+q_0$) که بنا به تعریف: جهت میدان الکتریکی هم جهت نیرویی است که به بار آزمون مثبت وارد می‌شود.



تعریف کمی میدان الکتریکی

بزرگی میدان الکتریکی بزرگی نیرویی است که به واحد بار الکتریکی وارد می‌شود.

یکای میدان الکتریکی $\frac{N}{C}$ بزرگی میدان الکتریکی $E = \frac{F}{q_0}$ است.

در اطراف یک ذره باردار q این خاصیت تا فاصله‌ی بسیار زیاد وجود دارد. برای محاسبه‌ی میدان در هر فاصله معین (r) کافی است بار q را در این فاصله، از ذره باردار q قرار داد، بزرگی نیروی وارد بر بار q، بزرگی میدان است.

$$E = \frac{F}{q_0} = \frac{kqq_0}{r^2 q_0} \Rightarrow E = \frac{kq}{r^2}$$

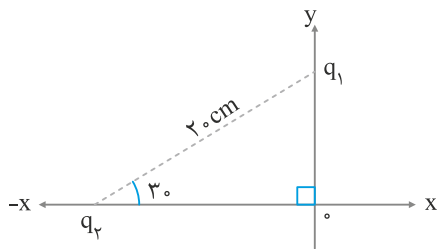
مثال ۱۵) در فضایی میدان الکتریکی، وزن بار $2/mc5$ به جرم $1/mg$ را خنثی می‌کند. بزرگی این میدان برحسب $\frac{N}{C}$ کدام است؟ $g = 10 \text{ N/kg}$

- (۱) ۲۵۰
- (۲) ۴۰
- (۳) ۴۰۰
- (۴) ۲۵۰۰

مثال ۱۶) دو بار الکتریکی $-Q_1$ و Q_2 در فاصله‌ی یک متری هم قرار دارند. اگر در نقطه‌ای بین دو بار به فاصله‌ی ۴۰ سانتی‌متری از بار $-Q_1$ میدان الکتریکی دو ذره باردار باهم برابر باشد. نسبت $\frac{Q_2}{|Q_1|}$ کدام است؟

- (۱) ۱/۲۵
- (۲) ۱/۵۰
- (۳) ۲/۲۵
- (۴) ۲/۵۰

مثال ۱۷) دو بار همنام $q_1 = q_2 = 4\mu\text{C}$ مطابق شکل در فاصله ۲۰ سانتی متری هم قرار دارند و نیروی $\frac{3}{6}$ نیوتن را به هم وارد می‌کنند. بردار میدان در مبدأ مختصات (نقطه ۰) کدام است؟ (یکای میدان $\frac{\text{N}}{\text{C}}$)



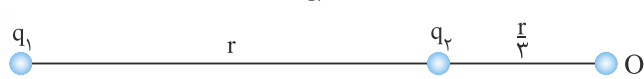
(۱) $\vec{E} = 12 \times 10^5 (\vec{i} - 3\vec{j})$

(۲) $12 \times 10^5 (3\vec{i} - \vec{j})$

(۳) $12 \times 10^5 (\vec{i} - 3\vec{j})$

(۴) $12 \times 10^5 (3\vec{i} - \vec{j})$

مثال ۱۸) دو بار الکتریکی q_1 و q_2 در فاصله r از هم قرار دارند. اگر برآیند میدان در نقطه ۰ صفر باشد نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



(۱) $\frac{1}{9}$

(۲) $-\frac{1}{9}$

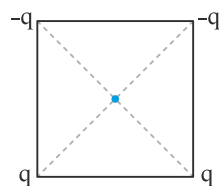
(۳) $\frac{1}{16}$

(۴) $-\frac{1}{16}$

مثال ۱۹) بارهای الکتریکی نقطه‌ای 400C و 800C روی محور x به ترتیب در مکان‌های $x_1 = 6\text{cm}$ و $x_2 = 12\text{cm}$ قرار دارند. بار نقطه‌ای چند میکروکولنی را باید در مکان $x = 18\text{cm}$ قرار داد تا میدان الکتریکی در مبدأ محور مختصات صفر شود؟

(۱) -54 (۲) -18 (۳) 18 (۴) 54

مثال ۲۰) چهار بار نقطه‌ای مطابق شکل در رأس‌های مربعی به ضلع $a\sqrt{2}$ قرار دارند. بزرگی میدان الکتریکی در مرکز مربع کدام است؟



(۱) $\frac{kq}{a^2}$

(۲) $\frac{kq}{2a^2}$

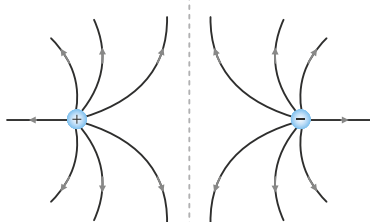
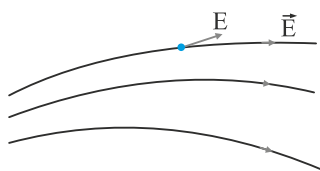
(۳) $\frac{\sqrt{2}kq}{a^2}$

(۴) $\frac{2\sqrt{2}kq}{a^2}$

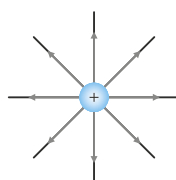
نمایش میدان الکتریکی (خطوط میدان الکتریکی)

برای تجسم میدان از خطوط فرضی استفاده می‌شود که دارای ویژگی‌های زیر می‌باشند:

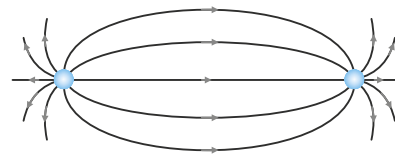
- ۱- بردار میدان در هر نقطه برداری است مماس بر این خطوط و جهت آن، هم‌جهت نیرویی است که به بار مثبت وارد می‌شود. (از مثبت به منفی)
- ۲- تراکم خطوط (در مکان‌هایی که خطوط به هم نزدیک هستند) نشانه‌ی قوی بودن میدان است.
- ۳- خطوط میدان یکدیگر را قطع نمی‌کنند. یعنی از هر نقطه فقط یک خط میدان می‌گذرد.



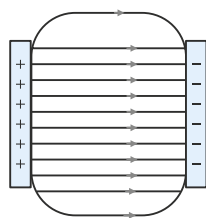
دو بار مشابه



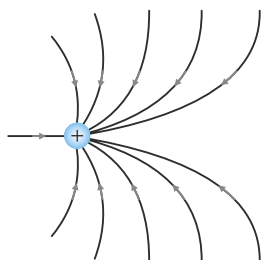
تک قطبی مثبت



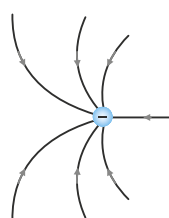
دو قطبی الکتریکی



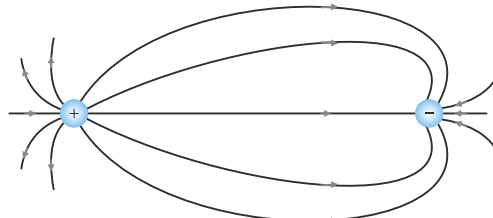
میدان یکنواخت



دو بار همنام نامساوی



دو بار غیر همنام نامساوی



در میدان یکنواخت که خطوط میدان به صورت موازی است. بزرگی و جهت میدان در همه‌ی نقاط یکسان است.

مثال ۲۱) در فضایی میدان الکتریکی یکنواختی در راستای قائم برقرار است. یک ذره ی بردار به جرم 1g و بار $4\mu\text{C}$ - به حال تعادل قرار دارد. بردار میدان

کدام است؟ $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

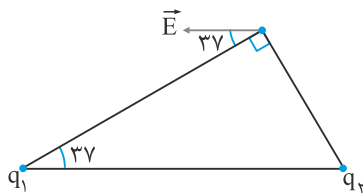
- (۱) $250\vec{j}$ (۲) $-250\vec{j}$ (۳) $2500\vec{j}$ (۴) $-2500\vec{j}$

مثال ۲۲) در فضایی میدان الکتریکی برقرار است یک ذره ی بردار به جرم 2g و بار $50\mu\text{C}$ ، شتابی معادل $\vec{a} = 10\vec{i}$ بر حسب متر بر مجذور ثانیه می‌گیرد.

بردار میدان الکتریکی کدام گزینه است؟ $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$

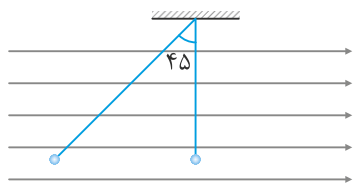
- (۱) $4 \times 10^3 \vec{i} + \vec{j}$ (۲) $4 \times 10^5 \vec{i} + \vec{j}$ (۳) $4 \times 10^3 \vec{i}$ (۴) $4 \times 10^5 \vec{i}$

مثال ۲۳) در شکل مقابل برآیند دو میدان حاصل از دو بار q_1 و q_2 در رأس قائمه‌ی مثلث رسم شده است. نسبت $\frac{q_2}{q_1}$ کدام است؟



- (۱) $\frac{4}{3}$
(۲) $\frac{27}{64}$
(۳) -1
(۴) $-\frac{13}{15}$

مثال ۲۴) بار الکتریکی q به جرم 10 گرم توسط نخ سبک از سقفی آویزان است میدان الکتریکی یکنواخت $10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ آن را 45 درجه از خط قائم منحرف

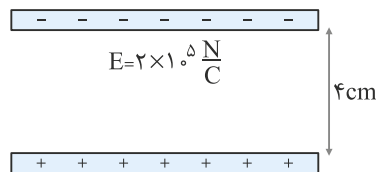


می‌کند. بار الکتریکی بر حسب میکروکولن کدام است؟

- (۱) -1 (۲) -2 (۳) -3 (۴) -4

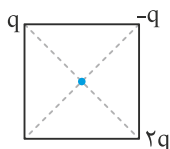
@MoallemNews

مثال ۲۵) بار الکتریکی $300\mu\text{C}$ به جرم 50 گرم از مجاورت صفحه‌ی پایینی رها می‌شود و با شتاب ثابتی به صفحه بالایی می‌رسد. (بافرض اینکه مقاومت هوا وجود نداشته باشد و $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$ و همچنین بار جسم به دو صفحه منتقل نشود.) پس از چند ثانیه به صفحه‌ی بالایی می‌رسد؟



- (۱) $0/2$ (۲) $0/1$ (۳) $0/25$ (۴) $0/3$

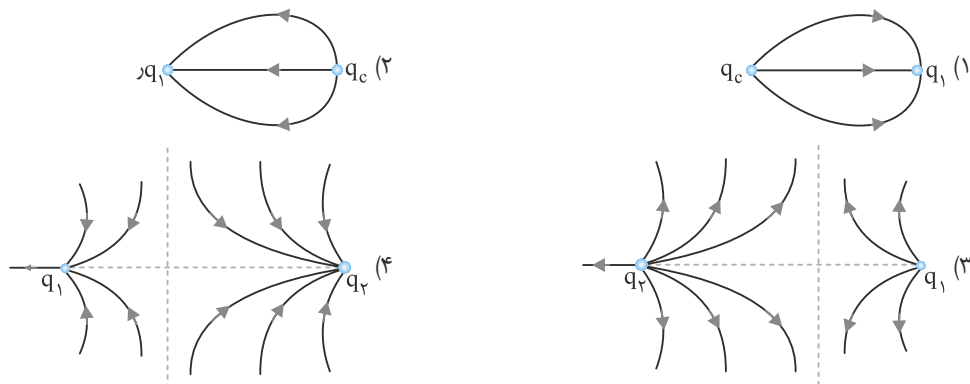
مثال ۲۶) مطابق شکل ۳ بار نقطه‌ای در ۳ رأس مربعی به ضلع a ثابت شده‌اند. با حذف کدام بار برآیند میدان در مرکز مربع از نظر اندازه تغییری نمی‌کند؟



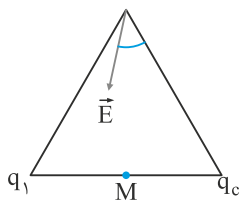
- (۱) q (۲) $q-$ (۳) $q2$ (۴) با حذف هریک اندازه‌ی میدان تغییری نمی‌کند.

مثال ۲۷) دو بار نقطه‌ای q_1 و q_2 از هم ثابت شده‌اند. برآیند میدان بین دو بار نزدیک بار q_2 صفر است. کدام نمایش رسم خطوط میدان را برای این دو

بار درست نشان می‌دهد؟



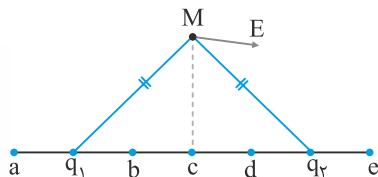
مثال ۲۸) بردار میدان حاصل از دو بار q_1 و q_2 در رأس مثلث متساوی‌الاضلاع است. بردار میدان در نقطه‌ی M وسط دو بار و روی خط واصل دو بار



q_1 و q_2 چگونه است؟

- (۱) کوچک‌تر از \vec{E} به سمت راست
- (۲) بزرگ‌تر از \vec{E} به سمت راست
- (۳) کوچک‌تر از \vec{E} به سمت چپ
- (۴) صفر است

مثال ۲۹) بردار میدان حاصل از دو بار q_1 و q_2 در رأس مثلث قائم‌الزاویه مشخص شده است. برآیند میدان حاصل از دو بار روی خط واصل دو بار در چه



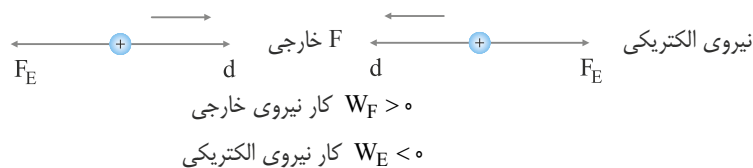
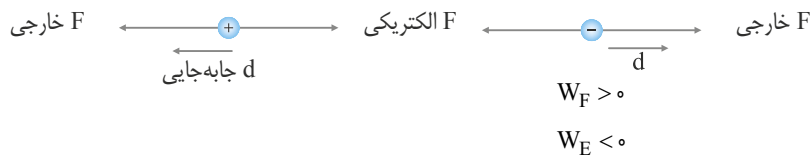
نقطه‌ای صفر است؟

- (۲) a و e
- (۴) b و c

انرژی پتانسیل الکتریکی

در سال دهم با دو انرژی پتانسیل گرانشی و کشسانی آشنا شدید. در اینجا انرژی پتانسیل الکتریکی را مورد بررسی قرار می‌دهیم.

وقتی دو بار همنام را به یکدیگر نزدیک می‌کنیم و یا دو بار غیرهمنام را از هم دور می‌کنیم، برای انجام این عمل باید کار مثبت انجام داد. ولی کار میدان الکتریکی روی هر بار منفی است.



در این وضعیت در سامانه‌ی دو بار انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره کند. به عبارتی دیگر: $\Delta U = -W_E$ و اگر کار نیروی خارجی با سرعت یا تندی ثابت انجام شود $W_E = -W_F$ است.

[@MoallemNews](https://www.moallemnews.com)

می‌توان با جابه‌جایی بار الکتریکی درون میدان الکتریکی در بار انرژی پتانسیل الکتریکی ذخیره نمود. اگر بار منفی در جهت میدان و بار مثبت در خلاف جهت میدان جابه‌جا شوند انرژی پتانسیل الکتریکی آن‌ها افزایش می‌یابد و اگر بار در راستای عمود بر میدان جابه‌جا شود چون کار میدان بر روی بار صفر است، پس انرژی پتانسیل الکتریکی آن تغییر نمی‌کند.

محاسبه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار الکتریکی درون میدان یکنواخت

$$\Delta U = -W_E \quad W_E = Fd \cos \theta \rightarrow W = E|q|d \cos \theta \quad \Delta U = -E|q|d \cos \theta$$

همانطور که در رابطه‌ی کار θ زاویه‌ی بین نیرو و جابه‌جایی است. در این رابطه هم θ زاویه‌ی جابه‌جایی و نیروی میدان الکتریکی است.

تذکره: البته برای آنکه در محاسبات علامت ΔU و W_E اشتباهی صورت نگیرد، یادتان باشد اگر بار مثبت در جهت میدان جابه‌جا شود علامت W_E مثبت و ΔU منفی است و در خلاف جهت میدان جابه‌جایی صورت گیرد برعکس می‌شود و برای بار منفی هم، اگر بار منفی در جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود کار میدان الکتریکی بر روی بار منفی و تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی مثبت خواهد بود. به عبارت دیگر قبل از محاسبه‌ی ΔU و W_E علامت این دو کمیت را مشخص کنید.

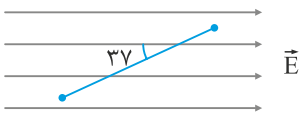
مثال ۳۰) درون یک میدان الکتریکی یکنواخت و افقی (در راستای محور x) بار $q = -5 \text{ mC}$ را با سرعت اولیه‌ی $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ در راستای میدان الکتریکی و در

خلاف جهت محور x پرتاب می‌کنیم. اگر بار پس از 20 cm جابه‌جایی در راستای افقی متوقف شود. اندازه‌ی میدان یکنواخت چند $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ و در چه جهتی است؟

(جرم بار 2 گرم و از وزن بار صرف نظر کنید.)

- (۱) در جهت $x+$
- (۲) در جهت $-x$
- (۳) در جهت $x+$
- (۴) در جهت $x-$

مثال ۳۱) بار نقطه‌ای 4 nC در یک میدان یکنواخت به بزرگی $1/5 \times 10^6 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ از نقطه‌ی A تا B جابه‌جایی شود. انرژی پتانسیل الکتریکی این بار نقطه‌ای چگونه تغییر می‌کند؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$) ، $(AB = 25\text{ cm}$

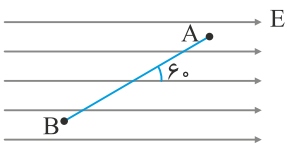


چگونه تغییر می‌کند؟ ($\sin 37^\circ = 0/6$) ، $(AB = 25\text{ cm}$

(۱) $1/2$ ژول افزایش می‌یابد (۲) $1/2$ ژول کاهش می‌یابد

(۳) $1/5$ ژول افزایش می‌یابد (۴) $1/5$ ژول کاهش می‌یابد

مثال ۳۲) بار الکتریکی -10 nC در میدان یکنواخت الکتریکی $4 \times 10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ مطابق شکل از نقطه‌ی A با تندی 100 متر بر ثانیه در راستای AB به فاصله‌ی mA جابه‌جا شود. تندی آن در نقطه‌ی B چند $\frac{\text{m}}{\text{s}}$ می‌شود. از اصطکاک و نیروی وزن صرف‌نظر می‌شود. (جرم بار $0/4$ گرم)



(۱) 400 (۲) 300

(۳) 160 (۴) 40

مثال ۳۳) در فضایی میدان یکنواختی به طور افقی در راستای محور x ایجاد شده است برای آنکه با رها کردن یک ذره‌ی باردار 1 nC به جرم یک گرم درون این میدان، به ازای هر سانتی‌متر جابه‌جایی به تندی آن یک متر بر ثانیه اضافه شود. بزرگی میدان چند $\frac{\text{N}}{\text{C}}$ باید باشد؟

(۱) 5×10^3 (۲) 5×10^4 (۳) 4×10^5 (۴) 4×10^4

اختلاف پتانسیل الکتریکی

همانطور که دیدیم وقتی بار الکتریکی درون میدان الکتریکی جابه‌جا شود، انرژی پتانسیل الکتریکی آن بین دو نقطه تغییر می‌کند. نسبت تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی به واحد بار الکتریکی را اختلاف پتانسیل الکتریکی بین آن دو نقطه می‌گویند.

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q}$$

[@MoallemNews](https://www.instagram.com/MoallemNews)

یکای این کمیت $\frac{\text{J}}{\text{C}}$ یا ولت است.

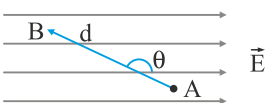
دقت داشته باشید که در مسائل اختلاف پتانسیل علامت بار در رابطه‌ی فوق حتماً قید شود.

اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه در یک میدان الکتریکی یکنواخت

با استفاده از رابطه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار در یک میدان یکنواخت:

$$\Delta U = -Eqd \cos \theta$$

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} = \frac{-E(q)d \cos \theta}{q} \Rightarrow \Delta V = -Ed \cos \theta$$



$$V_B - V_A = -Ed \cos \theta$$

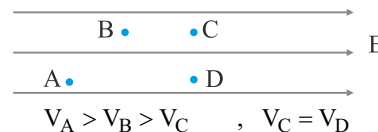
θ زاویه بین بردار میدان و بردار جابه‌جایی است.

بهتر است قبل از آنکه خودتان را درگیر علامت‌های مثبت و منفی کنید، قبل از محاسبه اختلاف پتانسیل بین دو نقطه تشخیص دهید علامت اختلاف پتانسیل بین دو نقطه را مثبت قرار دهید یا منفی:

در جهت میدان الکتریکی پتانسیل الکتریکی نقاط کاهش می‌یابد در خلاف جهت میدان الکتریکی، پتانسیل الکتریکی نقاط افزایش می‌یابد.



$$V_C < V_B < V_A$$



$$V_A > V_B > V_C, \quad V_C = V_D$$

نکته: میدان یکنواخت که بین دو صفحه موازی باردار به فاصله d از هم قرار دارند برابر است با:

$$E = \frac{\Delta V}{d}$$

ΔV اختلاف پتانسیل بین دو صفحه‌ی باردار است.

مثال ۳۳) بار الکتریکی -2 nC از نقطه‌ای با پتانسیل الکتریکی $V_1 = -40\text{ V}$ تا نقطه‌ای با پتانسیل $V_2 = -10\text{ V}$ جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل بار چند ژول و چگونه تغییر می‌کند؟

(۱) 10^{-4} کاهش می‌یابد (۲) 10^{-4} افزایش می‌یابد (۳) 6×10^{-5} کاهش می‌یابد (۴) 6×10^{-5} کاهش می‌یابد

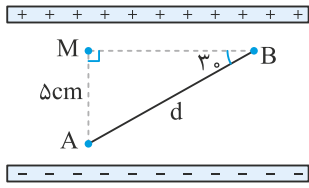
مثال ۳۴) در یک میدان الکتریکی بار -2 nC از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر انرژی پتانسیل الکتریکی آن در نقاط A و B به ترتیب 4 mJ و $0/6\text{ mJ}$ باشد و پتانسیل نقطه‌ی A، 20 ولت باشد، پتانسیل نقطه‌ی B چند ولت است؟

(۱) 80 (۲) -80 (۳) -120 (۴) 120

مثال ۳۵ درون یک میدان الکتریکی یکنواخت بار الکتریکی $-2\mu\text{C}$ از نقطه‌ی A تا B جابه‌جا می‌شود. اگر کار نیروی الکتریکی در این انتقال برابر 5×10^{-5} ج باشد، تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار q چند ژول است و $V_B - V_A$ برابر چند ولت می‌باشد؟

- (۱) -5×10^{-5} و -25 (۲) -5×10^{-5} و $+25$ (۳) 5×10^{-5} و -25 (۴) 5×10^{-5} و $+25$

مثال ۳۶ بین دو صفحه‌ی موازی باردار به فاصله‌ی 10cm میدان یکنواخت الکتریکی $10^5 \frac{\text{N}}{\text{C}}$ برقرار شده است. چند مطلب زیر صحیح می‌باشد؟

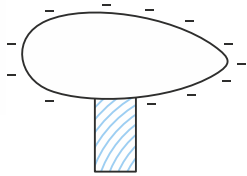


- (۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۳ (۴) ۴

(الف) پتانسیل نقطه B از پتانسیل نقطه‌ی A به اندازه‌ی ۵ کیلوولت بیشتر است.
 (ب) پتانسیل نقطه‌ی A از پتانسیل نقطه‌ی B به اندازه‌ی $5\sqrt{3}$ کیلوولت کمتر است.
 (پ) به بار الکتریکی q در نقطه‌ی B نیروی بیشتری نسبت به نقطه‌ی A وارد می‌شود.
 (ت) با رها کردن یک ذره‌ی باردار $-2\mu\text{C}$ و سبک از نقطه‌ی A، این ذره مسیر A تا M طی می‌کند و انرژی پتانسیل الکتریکی آن به اندازه‌ی 10^5 میلی‌ژول کاهش می‌یابد.

توزیع بار در اجسام رسانا

طبق آزمایش‌های انجام شده وقتی بار اضافی به یک جسم رسانا داده می‌شود، تمام بار اضافه روی سطح رسانا پخش می‌شود. بار و میدان درون رسانا صفر است. توزیع بار به گونه‌ای است که در نقاط برجسته تراکم بار بیشتر است.

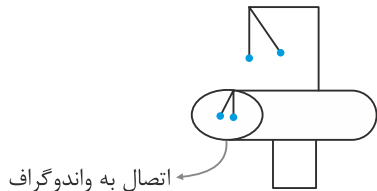


@MoallemanNews

مثال ۳۷ با یک کره رسانا متصل به یک نخ عایق، یک الکتروسکوپ و یک ظرف فلزی، آزمایشی طراحی می‌کنیم. ظرف بدون بار روی سطح عایقی قرار دارد. به وسیله‌ی یک جسم باردار به کره‌ی رسانا و الکتروسکوپ بار همنام می‌دهیم. سپس کره را به درون ظرف فرو برده و به ته ظرف تماس می‌دهیم و پس از آن کره را خارج کرده و به الکتروسکوپ نزدیک می‌کنیم، چه چیزی مشاهده می‌کنیم؟

- (۱) ورقه‌های الکتروسکوپ ثابت می‌ماند. (۲) ورقه‌ها از هم دور می‌شوند.
 (۳) ورقه‌ها به هم نزدیک می‌شوند. (۴) ورقه‌ها ابتدا به هم نزدیک شده سپس دور می‌شوند.

مثال ۳۸ در یک آزمایش استوانه فلزی روی پایه عایق قرار دارد و بدنه‌ی آن به یک مولد واندوگراف متصل است در این حالت:

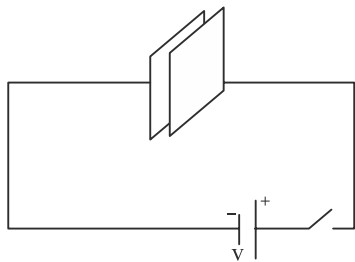


اتصال به واندوگراف

- (۱) همه آونگ‌ها از هم دور می‌شوند.
 (۲) هیچ تغییری در آونگ‌ها ایجاد نمی‌شود.
 (۳) آونگ‌های داخل استوانه از هم دور و آونگ‌های روی سطح استوانه بدون تغییر خواهند ماند.
 (۴) آونگ‌های داخل استوانه بدون تغییر ولی آونگ‌های روی سطح استوانه از هم دور می‌شوند.

خازن

این قطعه به عنوان ذخیره‌کننده‌ی بار و انرژی الکتریکی در بیشتر قطعات الکتریکی یا الکترونیکی مورد استفاده قرار می‌گیرد. شکل‌های مختلفی دارد. یک نوع ساده‌ی آن خازن تخت یا مسطح است که از دو صفحه‌ی مشابه و رسانا تشکیل شده و بین صفحات آن عایق وجود دارد.



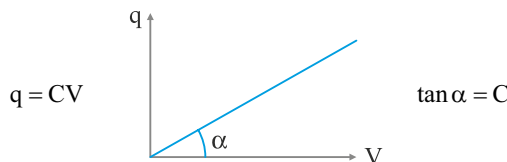
وقتی خازن خالی (دشارژ) است که باری روی صفحات خازن نمی‌باشد و میدان الکتریکی بین دو صفحه وجود ندارد. برای شارژ یا پُر کردن خازن کافی است دو صفحه خازن را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل کنیم. در مدتی که بارهای الکتریکی روی صفحات خازن قرار می‌گیرند خازن در حال شارژ شده است. در واقع مکانیزم پُر شدن خازن بدین صورت است که وقتی اختلاف پتانسیل به دو سر خازن اعمال می‌شود، شارش بار از یک صفحه به صفحه‌ی دیگر شروع می‌شود و تا وقتی که اختلاف پتانسیل دو سر خازن با اختلاف پتانسیل دو سر مولد برابر شود خازن در حال ذخیره بار و انرژی الکتریکی می‌گردد.

ظرفیت خازن

در هر خازن نسبت با ذخیره شده به اختلاف پتانسیل دو سر آن مقدار ثابتی است که به آن ظرفیت می‌گویند.

بار ذخیره شده بر حسب کولن $C = \frac{q}{V}$
 اختلاف پتانسیل بر حسب ولت

یکای ظرفیت خازن کولن بر ولت $(\frac{C}{V})$ یا فاراد است.



دقت کنید با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن بار روی صفحات تغییر می کند و ظرفیت همواره ثابت است.

مثال ۳۹ دو سر یک خازن تخت را یک بار به ۱۲ ولت و بار دیگر به ۱۸ ولت متصل می کنیم در این عمل به اندازه ی 4×10^{-4} بار روی صفحات خازن شارش

می شود. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) $\frac{2}{3}$ (۲) $\frac{4}{3}$ (۳) $\frac{1}{5}$ (۴) ۴

عوامل مؤثر بر ظرفیت خازن

دیدیم با تغییر اختلاف پتانسیل دو سر خازن، ظرفیت همچنان ثابت می ماند. برای تغییر در ظرفیت خازن های مسطح باید ساختار خازن را تغییر داد.

عوامل مؤثر در ظرفیت خازن عبارتند از:

۱- مساحت صفحات خازن A: هرچه مساحت صفحات خازن بیشتر شود، ظرفیت خازن بیشتر می گردد. $C \propto A$

۲- فاصله ی بین دو صفحه d: هرچه فاصله ی بین دو صفحه را کاهش دهیم در واقع میدان یکنواخت ($E = \frac{V}{d}$) شدت یافته و باعث جذب بار بیشتر روی صفحات

خازن و افزایش ظرفیت خازن می شود. $C \propto \frac{1}{d}$

۳- ضریب دی الکتریک K: قرار گرفتن یک دی الکتریک بین صفحات خازن پُر شده باعث می شود که خازن بتواند ولتاژهای بیشتری را تحمل کند و باعث افزایش

بار و افزایش ظرفیت خازن می شود. البته دی الکتریک ها دارای ضرایب گوناگونی هستند.

$C \propto K\epsilon_0$ $C = \frac{K\epsilon_0 A}{d}$ $\epsilon_0 = 8.85 \times 10^{-12} \frac{F}{m}$ (ضریب گذردهی خلا است که جز ثابت های جهانی است).

مثال ۴۰ مساحت هر صفحه ی یک خازن مسطح 25 cm^2 است و فاصله ی بین دو صفحه $1/77$ میلی متری است. اگر ضریب دی الکتریک بین دو صفحه

$K = 4$ باشد. ظرفیت خازن چند پیکوفاراد است؟

- (۱) ۲۵ (۲) ۵۰ (۳) ۱۵ (۴) ۶۰

مثال ۴۱ اگر فاصله ی بین دو صفحه ی خازنی مسطح ۲۵ درصد و مساحت هر صفحه ۵۰ درصد کاهش یابد. اختلاف پتانسیل و ضریب دی الکتریک خازن

هر یک چند درصد تغییر کنند تا ظرفیت خازن ثابت بماند؟

- (۱) صفر و ۵۰ (۲) ۵۰ و ۱ (۴) ۱ و ۵۰

@MoallemanNews

فروریزش الکتریکی

اثر دی الکتریک بین صفحات خازن این امکان را به خازن می دهد تا اختلاف پتانسیل های بیشتری را تحمل کند. اگر اختلاف پتانسیل از حد تحمل خازن بیشتر

شود، مسیرهای رسانایی برای عبور بار الکتریکی در دی الکتریک به وجود می آید و باعث ایجاد جرقه هایی شده و خازن تخلیه می شود که به این پدیده فروریزش

الکتریکی گفته می شود.

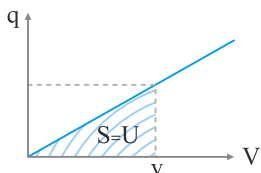
انرژی خازن

همانطور که گفته شد وقتی دو سر خازنی با ظرفیت ثابت C را به اختلاف پتانسیل ثابتی وصل کنیم در تمام لحظاتی که اختلاف پتانسیل با اختلاف

پتانسیل دو سر مولد در حال نزدیک شدن است، خازن دارای انرژی و بار الکتریکی می شود. البته انرژی در فضای بین دو صفحه (در میدان الکتریکی) ذخیره می گردد.

اگر خازن پُر شده را به یک لامپ متصل کنید یک لحظه لامپ را روشن می کند و انرژی خازن تخلیه می شود.

انرژی ذخیره شده در خازن به صورت زیر محاسبه می شود:



$$S = U = \frac{1}{2} qv \xrightarrow{q=Cv} U = \frac{1}{2} CV^2$$

$$v = \frac{q}{C} \rightarrow U = \frac{1}{2} \frac{q^2}{C}$$

@MoallemanNews

مثال ۴۲ انرژی ذخیره شده در خازنی که به اختلاف پتانسیل یک کیلوولت متصل است برابر 10^{-6} Kwh است. ظرفیت خازن چند میکروفاراد است؟

- (۱) $4/6$ (۲) $7/2$ (۳) ۳۶ (۴) ۷۲

مثال ۴۳ اگر با ثابت بودن ظرفیت خازن اختلاف پتانسیل دو سر آن ۸۰ درصد کاهش یابد انرژی این خازن چند درصد کاهش می یابد؟

- (۱) ۴۰ (۲) ۶۴ (۳) ۸۰ (۴) ۹۶

مثال ۴۴ اگر بار خازنی $4 \times 10^{-4} \text{ C}$ کاهش یابد انرژی آن ۳۶ درصد کاهش می یابد بار اولیه خازن چند میکروکولن بوده است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۳۰ (۳) ۱۰۰ (۴) ۵۰

مثال ۴۵ دو صفحه‌ی خازن تختی که در ابتدا بین آن هوا قرار دارد، به دو سر یک باتری متصل می‌کنیم. اگر در این حالت فاصله‌ی بین دو صفحه نصف و بین دو صفحه‌ی دی‌الکتریک به ضریب $K=2$ قرار می‌دهیم. به ترتیب از راست به چپ انرژی ذخیره شده در خازن و بزرگی میدان بین دو صفحه چند برابر می‌شود؟

- (۱) $\frac{1}{4}$ و ۴ (۲) ۲ و ۴ (۳) ۴ و ۲ (۴) ۴ و ۴

مثال ۴۶ دو سر خازنی را که دی‌الکتریک آن هوا است، به دو سر یک باتری وصل می‌کنیم تا انرژی ذخیره شده در آن U شود. اگر درحالتی که به باتری متصل است، فاصله‌ی بین دو صفحه را n برابر کنیم، انرژی آن U' می‌شود. ولی اگر همان خازن اولیه را از باتری جدا کرده و سپس فاصله‌ی بین دو صفحه را n برابر کنیم انرژی ذخیره شده U'' می‌شود نسبت $\frac{U''}{U'}$ چقدر است؟

- (۱) $\frac{1}{n}$ و n (۲) n (۳) $\frac{1}{n^2}$ (۴) n^2

ویژه رشته ریاضی

چگالی سطحی بار الکتریکی:

نسبت بار ذخیره شده به واحد سطح را چگالی سطحی بار می‌گویند. [@MoallemNews](#)
توزیع بار در اجسام رسانای کروی شکل به گونه‌ای است که بار اضافه روی سطح خارجی در تمام نقاط دارای چگالی سطحی یکسان است. ولی در اجسامی که دارای گوشه‌های برجسته و یا نوک‌تیز می‌باشد چگالی سطحی بار در نقاط نوک‌تیز بیشتر است.

مثال چگالی سطحی بار الکتریکی کره‌ای فلزی به قطر 1 m برابر $5 \frac{\infty}{\text{m}^2}$ است. بار الکتریکی سطح کره چند میکروکولن است؟

- (۱) $5 \neq$ (۲) $7/5 \neq$ (۳) $12/5 \neq$ (۴) $15 \neq$

مثال یک کره رسانا به شعاع 10 cm روی پایه عایق قرار دارد. چگالی سطحی بار کره $160 \frac{\infty}{\text{m}^2}$ است. اگر کره را با یک سیم به زمین متصل کنیم چند الکترون از زمین به کره منتقل می‌شود؟ ($e = 1/6 \times 10^{-19}$, $\pi = 3$)

- (۱) $1/2 \times 10^{12}$ (۲) $1/2 \times 10^{14}$ (۳) $1/2 \times 10^{17}$ (۴) $1/2 \times 10^{19}$

$$\sigma = \frac{q}{A}$$