

۱ مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی روبه‌رو را به دست آورید.  $4, 10, 16, 22, \dots$

۲ جمله یازدهم یک دنباله حسابی ۳۲ و جمله نوزدهم آن ۷۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

۳ با توجه به دنباله‌های  $c_n = \frac{n}{2}$ ,  $a_n = \frac{2n-1}{n-2}$  و  $b_n = n^2$  حاصل عبارت  $a_3 + b_5 + c_4$  را به دست آورید.

۴ در یک الگوی خطی جمله سوم برابر ۱۳ و جمله نهم برابر ۲۵ است. جمله عمومی این الگو را بنویسید.

۵ کدامیک از جملات عمومی زیر مربوط به دنباله حسابی است؟ اختلاف مشترک آن را به دست آورید.  
الف)  $a_n = n(n-1)$  ب)  $b_n = 3(n-2)$

۶ در دنباله حسابی مقابل، مجموع ۱۶ جمله اول را به دست آورید.  $11, 8, 5, \dots$

۷ در یک دنباله حسابی جمله اول -۱۷ و جمله دهم برابر ۱۰ است. جمله عمومی این دنباله را به دست آورید.

۸ با توجه به دنباله‌های  $a_n = 2^{2n+1}$  و  $b_n = \frac{15}{n+1}$  و  $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$  حاصل عبارت  $a_1 - b_4 + c_2$  را به دست آورید.

ضابطه دنباله	فرمول بازگشتی	جمله اول دنباله
$a_n = 2n + 1$		

۹ جدول مقابل را کامل کنید.

۱۰ در یک دنباله حسابی  $a_6 + a_4 + a_8 = 90$  باشد، جمله ششم دنباله چه قدر است؟

۱۱ در یک دنباله حسابی جمله اول ۱۲ و اختلاف مشترک ۲۰ است. کدام جمله از دنباله برابر ۵۹۲ است؟

۱۲ جمله پنجم از دنباله بازگشتی زیر را بنویسید.

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} \quad a_1 = a_2 = a_3 = 2$$

مجموع بیست جمله اول دنباله حسابی روبه‌رو را به دست آورید.  $-۱۰, -۶, -۲, +۲, ۶, \dots$

برای جملات دنباله روبه‌رو:

$۳, ۸, ۱۳, ۱۸, ۲۳, \dots$

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

در یک دنباله حسابی افزایشی، حاصل‌ضرب جمله اول و چهارم برابر ۵۲ و ضرب جملات دوم و سوم برابر ۷۰ است. قدرنسبت این دنباله را حساب کنید.

در یک دنباله حسابی افزایشی، حاصل‌ضرب جمله اول و چهارم برابر ۵۵ و ضرب جملات دوم و سوم برابر ۶۳ است. قدرنسبت این دنباله را حساب کنید.

در یک دنباله حسابی افزایشی مجموع سه جمله اول برابر ۲۱ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۹۱ است. این دنباله چند جمله سه رقمی دارد؟

در یک دنباله حسابی افزایشی، مجموع سه جمله اول برابر ۴۸ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۲۱۶۰ است. این دنباله چند جمله دو رقمی دارد؟

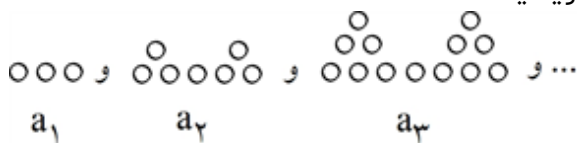
در یک دنباله حسابی افزایشی، مجموع سه جمله اول برابر ۱۸ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۱۶۸- است. جمله دوازدهم این دنباله حسابی را به دست آورید.

در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر ۲۱ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۱۶۸ است. در صورتی که این دنباله کاهشی باشد جمله دهم را حساب کنید.

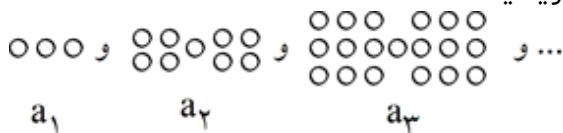
در یک دنباله حسابی، مجموع سه جمله اول برابر ۳۳ و حاصل‌ضرب آن‌ها برابر ۹۳۵ است. این سه جمله را بنویسید. (دنباله افزایشی است.)

اگر در یک الگوی غیرخطی  $a_n = an^2 + (a+1)n + b$ ، جمله اول برابر ۶ و جمله پنجم برابر ۶۶ باشد،  $a, b$  را حساب کنید.

جمله عمومی الگوی درجه دو زیر را بنویسید.



جمله عمومی الگوی درجه دو زیر را بنویسید.



در دنباله  $a_n = \frac{3n+1}{n+6}$ :

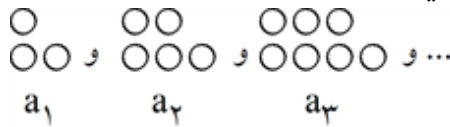
الف) جمله هشتم را حساب کنید. ب) کدام جمله برابر ۲ است؟

۲۶ در دنباله‌های زیر چهار جمله اول دنباله را حساب کنید.

الف)  $a_n = 2n + 1$

ب)  $b_n = 2n^2 + 3n - 1$

۲۷ جمله عمومی الگوی خطی زیر را بنویسید.



۲۸ در یک الگوی خطی، جملات دهم و سیزدهم به ترتیب برابر ۱۱ و ۲۰ است. جمله عمومی الگو را بیابید.

۲۹ در یک الگوی خطی، جملات هفتم و دوازدهم به ترتیب برابر ۱۰ و ۲۰ است. جمله عمومی الگو را بیابید.

۳۰ با توجه به رابطه 
$$\begin{cases} a_{n+1} = 5 + a_n \\ a_1 = -2 \end{cases}$$
 مطلوب است محاسبه  $S_{13}$ .

۳۱ مجموع سی جمله اول دنباله حسابی روبه‌رو را به دست آورید.  $-1, 4, 9, \dots$

۳۲ اگر جمله عمومی یک دنباله به صورت  $a_n = -5 + 3(n - 1)$  باشد. جمله اول و اختلاف مشترک را به دست آورید.

۳۳ در یک دنباله حسابی جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک ۱۸ است. کدام جمله از دنباله برابر ۶۰۱ است؟

۳۴ با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{n+6}{3n-2}$ ,  $b_n = n^2 - 1$  حاصل عبارت  $a_4 + b_4$  را به دست آورید.

۳۵ الف) چهار جمله از دنباله‌ی زیر را بنویسید.

ب) آیا این دنباله حسابی است؟ 
$$\begin{cases} a_{n+1} = -a_n + 4 \\ a_1 = -2 \end{cases}$$

۳۶ برای جملات دنباله روبه‌رو:  $1, 4, 7, 10, 13, \dots$

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

۳۷ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

۳۸ سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۲۶ قرار دهید که تشکیل یک دنباله حسابی با اختلاف مشترک مثبت تشکیل دهد. (به دست آوردن اختلاف مشترک الزامی است.)

۳۹) ب) در یک دنباله حسابی، جمله اول ۲۵ و اختلاف مشترک برابر ۱۸ است. کدام جمله دنباله برابر ۶۰۱ است؟

۴۰) مجموع شانزده جمله اول اعداد زوج را به دست آورید.

۴۱) هفتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۴۵ و جمله پانزدهم آن برابر ۹۳ است. جمله سی و یکم این دنباله را به دست آورید.

۴۲) با توجه به دنباله‌های  $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$  و  $b_n = n + 4$  و  $c_n = \frac{n}{4}$  حاصل عبارت  $a_1 + b_8 - c_2$  را به دست آورید.

۴۳) پنج جمله اول دنباله  $a_{n+1} = -a_n + (-1)^n$  را با فرض  $a_1 = 3$  بنویسید.

۴۴) با توجه به جملات دنباله مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید.  $9, 3, 1, \frac{1}{3}, \dots$

الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه دنباله را به دست آورید.

۴۵) هشتمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۶۵ و جمله شانزدهم آن برابر ۱۰۵ است. جمله بیست و نهم این دنباله حسابی را به دست آورید.

۴۶) مجموع بیست جمله اول دنباله  $4, 7, 10, \dots$  را محاسبه کنید.

۴۷) مجموع بیست جمله اول دنباله  $35, 31, 27, \dots$  را به دست آورید.

۴۸) در یک دنباله حسابی جمله نهم برابر ۶۱ و جمله شانزدهم برابر ۹۶ است. اختلاف مشترک و جمله‌ی سی‌ام این دنباله را به دست آورید.

۴۹) مجموع عددهای زیر را به دست آورید.

الف)  $1, 5, 9, \dots, 401$  ب)  $13, \dots, 81, 85, 89$

۵۰) براساس رابطه‌ی به دست آمده در مسئله ۶، سه عدد را به گونه‌ای میان اعداد ۱۰ و ۱۸ قرار دهید که یک دنباله‌ی حسابی تشکیل دهند.

۵۱) محاسبه‌ی جذر اعداد در تمدن بابل - با نوشتن جملات دنباله‌ی بازگشتی زیر می‌توانیم به طرف شگفت‌انگیزی به جذر

عدد  $k$  یعنی  $\sqrt{k}$  نزدیک شویم.  $a_1 = k$   $a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{k}{a_n} \right)$

این روش منسوب به تمدن بابل (واقع در شرق ایران و در بین‌النهرین) است. به کمک دنباله‌ی بازگشتی بالا، اگر  $a_3$  را تقریبی برای  $\sqrt{k}$  در نظر بگیریم، حاصل اعداد زیر را مشخص کنید.

الف)  $\sqrt{2}$  ب)  $\sqrt{3}$  ج)  $\sqrt{5}$

آیا این روش مزیتی بر استفاده از ماشین حساب دارد؟ چرا؟

نمودارهای دنباله‌های زیر را برای  $n \leq 5$  رسم کنید.

$$a_n = -\frac{1}{4}n + 3 \quad \text{الف}$$

$$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \quad \text{ب}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2 \quad \text{ج}$$

$$a_n = \begin{cases} 1 & n \text{ زوج} \\ \frac{1}{n} & n \text{ فرد} \end{cases} \quad \text{د}$$

اگر تابع  $f$  مدل ریاضی هر کدام از مسائل زیر باشد، دامنه‌ی هر کدام از آن‌ها را مشخص کنید.

الف) کاهش دمای هوا با دور شدن از سطح زمین تا ارتفاع ۱۵ کیلومتر  
ب) میزان استفاده‌ی دانش‌آموزان یک مدرسه از اینترنت در هر ساعت  
ج) حجم مکعبی به ضلع  $x$   
د) تغییرات سطح دریاچه‌ی ارومیه در بیست سال اخیر  
ه) میزان مصرف ماهیانه‌ی آب در یک واحد مسکونی

- N       R
- N       R
- N       R
- N       R
- N       R

برای محاسبه‌ی قبض آب (آب‌بها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می‌شود و بر اساس آن «طبقه‌ی مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می‌گردد. آن‌گاه به کمک رابطه‌ی زیر، آب‌بها محاسبه می‌شود:

هزینه‌ی هر متر مکعب با توجه به طبقه‌ی مصرف  $\times$  میانگین مصرف = آب‌بها

جدول ۱. محاسبه‌ی آب‌بها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)
$0 \leq m < 5$	۱/۴۱۹	$25 \leq m < 30$	۸/۴۹۶
$5 \leq m < 10$	۲/۱۲۳	$30 \leq m < 35$	۱۱/۵۸۰
$10 \leq m < 15$	۲/۸۲۷	$35 \leq m < 40$	۱۵/۴۴۴
$15 \leq m < 20$	۳/۷۰۳	$40 \leq m < 50$	۳۳/۴۶۲
$20 \leq m < 25$	۵/۴۰۰	$m \geq 50$	۶۶/۹۲۴

الف) نمودار «طبقه مصرف - آب‌بها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.  
ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی در تهران در یک ماه  $20/49 m^3$  باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آب‌بها را مشخص می‌کند؟

یازدهمین جمله یک دنباله حسابی برابر ۵۲ و جمله نوزدهم آن برابر ۹۲ است. جمله بیست و ششم این دنباله حسابی را به دست آورید.

۵۶ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

۵۷ با توجه به دنباله‌های  $b_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^{n-1}$ ,  $c_n = \frac{1}{3n-1}$ ,  $d_n = n^2 + 1$  حاصل عبارت  $b_4 + d_2 - c_1$  را به دست آورید.

۵۸ با توجه به دنباله روبه‌رو به سوالات پاسخ دهید.  
 $1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$

الف) نوع دنباله را مشخص کنید و نسبت مشترک آن را به دست آورید.  
ب) جمله عمومی دنباله را بنویسید.  
پ) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

۵۹ مجموع ده جمله اول دنباله حسابی زیر را به دست آورید.  
 $1, 5, 9, \dots$

۶۰ یازدهمین جمله یک دنباله حسابی ۵۲ و جمله نوزدهم آن ۹۲ است. جمله سی‌ام این دنباله را مشخص کنید.

۶۱ در یک دنباله‌ی حسابی، جمله اول برابر ۲ و مجموع جملات سوم و چهارم برابر ۱۹ است. مقدار جمله یازدهم را حساب کنید.

۶۲ در یک دنباله حسابی، جمله اول برابر ۱۱ و مجموع جملات نهم و دهم برابر ۵۶ است. جمله سیزدهم را حساب کنید.

۶۳ در یک دنباله حسابی جملات هفتم و دهم به ترتیب ۲۰ و ۳۲ است. جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص کنید.

۶۴ در یک دنباله حسابی جملات هفتم و دوازدهم به ترتیب ۱۹ و ۴۴ است. جمله اول و قدرنسبت دنباله را مشخص کنید.

۶۵ اگر در یک سالن تئاتر تعداد صندلی‌های ردیف اول ۶، ردیف دوم ۱۰، ردیف سوم ۱۴ و ... و مجموع تعداد صندلی‌ها ۲۸۶ باشد، تعداد ردیف‌هایی که در این سالن، صندلی چیده‌اند چه قدر است؟

۶۶ اگر  $a_n = \frac{1-3n}{2}$  جمله‌ی عمومی یک دنباله‌ی حسابی باشد،  $S_7$  را به دست آورید.

۶۷ در یک دنباله‌ی عددی اگر  $d \neq 0$  داشته باشیم  $a_4 + a_8 + a_{12} + \dots + a_{4n} = \frac{nd}{2}$  حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

$$\frac{a_3 + a_7 + a_{11} + \dots + a_{4n-1}}{a_5 + a_9 + a_{13} + \dots + a_{4n+1}}$$

۶۸ در یک دنباله‌ی عددی اگر  $d \neq 0$  داشته باشیم  $a_5 + a_{10} + a_{15} + \dots + a_{5n} = \frac{nd}{3}$  حاصل عبارت زیر را به

دست آورید.

$$\frac{a_2 + a_8 + a_{13} + \dots + a_{5n-2}}{a_6 + a_{11} + a_{16} + \dots + a_{5n+1}}$$

۶۹ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی غیرخطی زیر را بنویسید.

۶, ۱۳, ۲۴, ...

۷۰ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی غیرخطی زیر را بنویسید.

۷, ۱۳, ۲۳, ...

۷۱ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی غیرخطی زیر را بنویسید.

۳, ۷, ۱۳, ...

۷۲ در یک دنباله‌ی حسابی، جمله‌ی پنجم، ۱۵ و جمله‌ی هشتم آن ۳۰ می‌باشد. جمله‌ی اول و قدرنسبت را مشخص کنید.

۶, □, □, □, ۱۸, ۲۱

۷۳ الف) جاهای خالی را در دنباله‌ی حسابی روبه‌رو پر کنید.  
ب) مجموع ۲۰ جمله‌ی اول این دنباله را به دست آورید.

۷۴ چندمین جمله از این دنباله، عدد ۳ است؟

۷۵ جاهای خالی را پر کنید.

۷۶ در یک دنباله حسابی جمله‌ی چهارم ۲۶ و جمله‌ی هشتم ۵۸ می‌باشد. جمله‌ی اول و قدرنسبت این دنباله را بیابید.

۷۷ در دنباله حسابی ... ۱۴, ۱۰, ۶, ۲ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود.

۷۸ مجموع ۵ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی ۱۰۰ و مجموع سه جمله‌ی بزرگتر هفت برابر مجموع دو جمله‌ی کوچکتر است. جمله‌های این دنباله را پیدا کنید. (قدرنسبت مثبت فرض شود)

۷۹ مجموع ۵۰ جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی ۲۰۰ و مجموع ۵۰ جمله‌ی بعدی آن ۲۷۰۰ است. جمله‌ی اول این دنباله را پیدا کنید.

۸۰ اگر جمله‌های دنباله‌ی حسابی را در یک عدد ضرب کنیم، آیا دنباله‌ی حاصل همیشه دنباله‌ی حسابی خواهد شد؟ چرا؟

۸۱ آیا دنباله‌ی حاصل نیز یک دنباله‌ی حسابی است؟

آیا دنباله‌ی زیر حسابی است؟ اگر حسابی است قدر نسبت و مجموع ۱۵ جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی آن را پیدا کنید:

۱۵, ۱۴, ۱۳, ۱۲, ۱۱, ...

آیا دنباله‌ی زیر حسابی است؟ اگر حسابی است قدر نسبت و مجموع ۱۵ جمله‌ی اول دنباله‌ی حسابی آن را پیدا کنید:

۴, ۲۴, ۴۴, ۶۴, ۸۴, ...

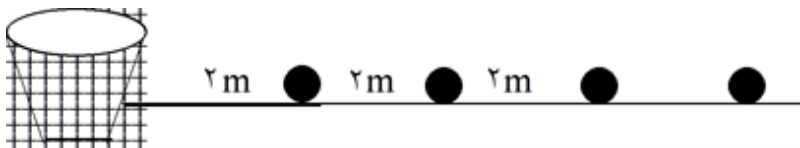
ثابت کنید اگر  $a, b, c$  و  $d$  جمله‌های متوالی از یک دنباله هندسی باشند، آن‌گاه داریم:

$$(b - c)^2 + (c - a)^2 + (d - b)^2 = (a - d)^2$$

اگر اضلاع مثلث قائم‌الزاویه‌ای تشکیل دنباله عددی بدهند صورت کلی آن دنباله چیست؟

درخت‌های بریده از جنگل چنان روی هم قرار گرفته‌اند که در ردیف بالایی ۱۵ درخت، ردیف بعد ۱۶ درخت و به همین ترتیب در هر ردیف زیر یکی بیش‌تر از ردیف بالایی درخت قرار دارد. اگر جمعاً ۲۲۶ درخت موجود باشد تعیین کنید: الف) درخت‌ها در چند ردیف قرار گرفته‌اند؟ ب) در ردیف زیر (آخر) چند درخت وجود دارد؟

تعدادی توپ روی یک خط مستقیم و به فاصله‌ی دو متر از هم قرار دارند. فاصله‌ی توپ اول تا یک سبد ۲ متر است. (شکل زیر) دونه‌ای باید از کنار سبد شروع کرده هر توپ را برداشته به سبد بیندازد و مجدداً به طرف توپ بعدی بدود و آن را تا سبد حمل کند و داخل آن بیندازد. اگر این دونه در مجموع ۴۸۰ متر دویده باشد معین کنید او چند توپ در سبد انداخته است؟



اگر  $S_n$  مجموع  $n$  جمله‌ی اول یک دنباله عددی و  $a_n$  جمله‌ی عمومی آن باشد، نشان دهید:

الف)  $a_n = S_n - S_{n-1}$

ب)  $d = S_n - 2S_{n-1} + S_{n-2}$

در فرمول مجموع  $n$  جمله‌ی اول یک دنباله عددی بر حسب  $n, a$  و  $d$ ، ضریب  $n^2$  چیست؟

مجموع نه جمله‌ی اول یک دنباله عددی ۸۱ است. اگر مجموع جمله‌ی اول و سوم آن صفر باشد جمله اول و قدر نسبت آن را حساب کنید.

مجموع مضرب‌های ۷، بین ۱ تا ۶۴۰ را حساب کنید.

در یک مغازه، قوطی‌های آب‌میوه به طریق زیر چیده شده‌اند: در بالاترین ردیف سه قوطی، زیر آن ۵ قوطی، بعدی ۷ قوطی و... اگر قوطی‌ها در ۱۰ ردیف چیده شده باشند، معین کنید:

تعداد قوطی‌های ردیف آخر را:



۹۳ تعداد قوطیهای ردیف آخر را:

۹۴ تعداد کل قوطیهای آبمیوه که به این طریق چیده شده‌اند.

۹۵ تعداد کل قوطیهای آبمیوه که به این طریق چیده شده‌اند.

۹۶ سه عدد تشکیل دنباله عددی می‌دهند. اگر مجموع آن‌ها ۱۵ و حاصلضرب آن‌ها ۱۰۵ باشد، آن سه عدد را پیدا کنید.

۹۷ در یک دنباله عددی  $t_3 = -2$  و  $t_9 = 28$ ، چند جمله از این دنباله را، با شروع از جمله اول، باید جمع کنیم تا عدد ۱۰۹۳ حاصل شود؟

۹۸ در یک دنباله عددی  $a = 7$  و  $d = 2$  و مجموع  $n$  جمله اول ۲۴۷ است. مقدار  $n$  را حساب کنید.

۹۹ مجموع ۲۰ جمله از یک دنباله عددی را حساب کنید که جمله هشتم آن ۶ و جمله دوازدهم آن ۹ است.

۱۰۰ جمله اول و جمله دهم دنباله مقابل داده شده است. دنباله آن را مشخص کنید.  
 $a = 1, t_{10} = 55$

۱۰۱ نمودار هندسی دنباله زیر را رسم کنید.  
 $-3, -1, 1, 3, 5, \dots$   
آیا نقاطی که این دنباله را مشخص می‌کنند روی یک خط مستقیم قرار دارند؟

۱۰۲ آیا دنباله‌ی زیر یک دنباله عددی است؟ قدر نسبت آن را حساب کنید.  
 $11, 17, 22, \dots$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times a_1 + (20-1)d] \Rightarrow S_{20} = 10 [8 + 19 \times 6] = 1220 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$d = \frac{72 - 32}{19 - 11} = \frac{40}{8} = 5$$

$$a_{11} = a_1 + 10d \Rightarrow 32 = a_1 + 50$$

$$a_1 = -18$$

$$a_{29} = -18 + 29 \times 5 = 127 \text{ (ص ۶۷)}$$

$$a_7 = 5, b_5 = 25, c_4 = 2 \Rightarrow 5 + 25 + 2 = 32 \text{ (ص ۵۸)}$$

۴ جمله عمومی الگوی خطی  $a_n = an + b$  است.

$$a_3 = 13 \Rightarrow 3a + b = 13 \Rightarrow 6a = 12 \Rightarrow a = 2$$

$$a_9 = 25 \Rightarrow 9a + b = 25$$

$$\xrightarrow{a=2} 6 + b = 13 \Rightarrow b = 7 \Rightarrow a_n = 2n + 7$$

$$-3, 0, 3, 6, \dots \Rightarrow d = 3$$

۵ (ب) دنباله حسابی هست.

$$S_{16} = \frac{16}{2} [2 \times (11) + 15 \times (-3)] \Rightarrow S_{16} = 8(22 - 45) = -184 \text{ (ص ۶۹)}$$

$$d = \frac{10 - (-17)}{10 - 1} = \frac{27}{9} = 3$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = -17 + (n-1) \times 3 \Rightarrow a_n = 3n - 20 \text{ (ص ۶۸)}$$

$$a_1 = 2^3 = 8, b_4 = \frac{15}{5} = 3, c_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^2 = 1$$

$$a_1 - b_4 + c_2 = 8 - 3 + 1 = 6 \text{ (ص ۵۵)}$$

۹ (ص ۵۴) دنباله اول جمله ۴: ۳, ۵, ۷, ۹

$$\text{فرمول بازگشتی: } a_{n+1} = a_n + 2 \Rightarrow a_1 = 3$$

$$a_1 + 5d + a_1 + 3d + a_1 + 7d = 90 \Rightarrow 3a_1 + 15d = 90 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 5d = 30$$

$$\Rightarrow a_4 = 30 \text{ (ص ۷۰)}$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 592 = 12 + (n-1) \times 20 \Rightarrow 592 - 12 + 20 = 20n \Rightarrow 600 = 20n$$

$$\Rightarrow n = 30 \text{ (ص ۶۳)}$$

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 6 \Rightarrow a_5 = a_2 + a_3 + a_4 = 2 + 2 + 6 = 10 \text{ (ص ۵۸)}$$

$$S_{10} = \frac{20}{2} [2 \times (-10) + 19 \times 4] \Rightarrow S_{10} = 560 \text{ (ص ۶۹)}$$

۱۳

الف)  $a_{n+1} = a_n + 5, a_1 = 3$

۱۴

ب)  $a_n = 3 + (n - 1) \times 5 \Rightarrow a_n = 5n - 2 \text{ (ص ۵۵)}$

۱۵ قدر نسبت این دنباله را برابر  $2t$  در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\underbrace{b - 3t}_{a_1}, \underbrace{b - t}_{a_2}, \underbrace{b + t}_{a_3}, \underbrace{b + 3t}_{a_4}$$

$$a_1 \times a_4 = 52 \Rightarrow (b - 3t)(b + 3t) = 52 \Rightarrow b^2 - 9t^2 = 52$$

$$a_2 \times a_3 = 70 \Rightarrow (b - t)(b + t) = 70 \Rightarrow b^2 - t^2 = 70$$

$$\begin{cases} b^2 - 9t^2 = 52 \\ b^2 - t^2 = 70 \end{cases} \Rightarrow -8t^2 = -18 \Rightarrow t^2 = \frac{9}{4} \Rightarrow t = \pm \frac{3}{2}$$

$$t = \frac{3}{2} \Rightarrow d = 2t \Rightarrow d = 2 \times \frac{3}{2} = 3$$

چون دنباله افزایشی است بنابراین  $t$  را مثبت می‌گیریم:

۱۶ قدر نسبت این دنباله را برابر  $2t$  در نظر می‌گیریم. بنابراین داریم:

$$\underbrace{b - 3t}_{a_1}, \underbrace{b - t}_{a_2}, \underbrace{b + t}_{a_3}, \underbrace{b + 3t}_{a_4}$$

$$a_1 \times a_4 = 55 \Rightarrow (b - 3t)(b + 3t) = 55 \Rightarrow b^2 - 9t^2 = 55$$

$$a_2 \times a_3 = 63 \Rightarrow (b - t)(b + t) = 63 \Rightarrow b^2 - t^2 = 63$$

$$\begin{cases} b^2 - 9t^2 = 55 \\ b^2 - t^2 = 63 \end{cases} \Rightarrow -8t^2 = -8 \Rightarrow t^2 = 1 \Rightarrow t = \pm 1$$

$$t = 1 \Rightarrow d = 2t \Rightarrow d = 2 \times 1 = 2$$

چون دنباله افزایشی است بنابراین  $t$  را مثبت می‌گیریم.

۱۷

برای حل این سؤال جمله وسط را  $b$  در نظر می‌گیریم.

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = 91 \xrightarrow{b=7} (7 - d)7(7 + d) = 91 \xrightarrow{\div 7} 49 - d^2 = 13$$

$$\Rightarrow d^2 = 36 \Rightarrow d = \pm 6$$

چون دنباله افزایشی است  $d = 6$  در نظر می‌گیریم.

$$\xrightarrow{b=7, d=6} 1, 7, 13, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 1 \\ d = 6 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 1 + (n - 1)(6)$$

$$\Rightarrow a_n = 6n - 5$$

برای یافتن جملات سه رقمی، جمله عمومی این دنباله را بین ۹۹ و ۱۰۰۰ قرار می‌دهیم.

$$99 < 6n - 5 < 1000 \xrightarrow{+5} 104 < 6n < 1005 \xrightarrow{\div 6} 17 \frac{1}{3} < n < 167 \frac{1}{6}$$

$$\Rightarrow 18 \leq n \leq 167 \Rightarrow \text{تعداد جملات} = 167 - 18 + 1 = 150$$

بنابراین ۱۵۰ جمله این دنباله سه رقمی است.

برای حل این سؤال جمله وسط را  $b$  در نظر می‌گیریم.

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = 48 \Rightarrow 3b = 48 \Rightarrow b = 16$$

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = 2160 \xrightarrow{b=16} (16 - d)16(16 + d) = 2160 \xrightarrow{\div 16} 256 - d^2 = 135$$

$$\Rightarrow d^2 = 121 \Rightarrow d = \pm 11$$

چون دنباله افزایشی است  $d = 11$  در نظر می‌گیریم.

$$\xrightarrow[b=16]{d=11} 5, 16, 27, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 5 \\ d = 11 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 5 + (n - 1)(11)$$

$$\Rightarrow a_n = 11n - 6$$

برای یافتن جملات دو رقمی، جمله عمومی این دنباله را بین ۹ و ۱۰۰ قرار می‌دهیم.

$$9 < 11n - 6 < 100 \xrightarrow{+6} 15 < 11n < 106 \xrightarrow{\div 11} 1/3 < n < 9/6 \Rightarrow 2 \leq n \leq 9$$

$$\Rightarrow \text{تعداد جملات} = 9 - 2 + 1 = 8$$

بنابراین ۸ جمله این دنباله دو رقمی است.

برای حل این سؤال جمله وسط را  $b$  در نظر می‌گیریم.

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = 18 \Rightarrow 3b = 18 \Rightarrow b = 6$$

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = -168 \xrightarrow{b=6} (6 - d)6(6 + d) = -168 \xrightarrow{\div 6} 36 - d^2 = -28$$

$$\Rightarrow d^2 = 64 \Rightarrow d = \pm 8$$

چون دنباله افزایشی است  $d = 8$  در نظر می‌گیریم.

$$\xrightarrow[b=6]{d=8} -2, 6, 14, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -2 \\ d = 8 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = -2 + (n - 1)(8)$$

$$\Rightarrow a_n = 8n - 10 \xrightarrow{n=12} a_{12} = 96 - 10 = 86$$

بنابراین جمله دوازدهم برابر ۸۶ است.

برای حل این سؤال جمله وسط را  $b$  در نظر می‌گیریم.

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = 21 \Rightarrow 3b = 21 \Rightarrow b = 7$$

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = 168 \xrightarrow{b=7} (7 - d)7(7 + d) = 168 \xrightarrow{\div 7} 49 - d^2 = 24$$

$$\Rightarrow d^2 = 25 \Rightarrow d = \pm 5$$

چون دنباله کاهشی است  $d = -5$  در نظر می‌گیریم.

$$\xrightarrow[b=7]{d=-5} 12, 7, 2, \dots \Rightarrow \begin{cases} a_1 = 12 \\ d = -5 \end{cases} \Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d \Rightarrow a_n = 12 + (n - 1)(-5)$$

$$\Rightarrow a_n = -5n + 17 \xrightarrow{n=10} a_{10} = -50 + 17 = -33$$

بنابراین جمله دهم برابر -۳۳ است.

برای حل این سوال جمله وسط را  $b$  در نظر می‌گیریم.

$$b - d, b, b + d$$

$$b - d + b + b + d = ۳۳ \Rightarrow ۳b = ۳۳ \Rightarrow b = ۱۱$$

مجموع این سه جمله:

ضرب این سه جمله:

$$(b - d)b(b + d) = ۹۳۵ \xrightarrow{b=11} (11 - d)11(11 + d) = ۹۳۵ \xrightarrow{\div 11} ۱۲۱ - d^2 = ۸۵$$

$$\Rightarrow d^2 = ۳۶ \Rightarrow d = \pm ۶$$

$$b=11$$

$$\xrightarrow{d=6} ۵, ۱۱, ۱۷$$

چون دنباله افزایشی است  $d = ۶$  در نظر می‌گیریم.

$$a_1 = ۶ \Rightarrow a + a + ۱ + b = ۶ \Rightarrow ۲a + b = ۵$$

$$a_5 = ۶۶ \Rightarrow ۲۵a + ۵a + ۵ + b = ۶۶ \Rightarrow ۳۰a + b = ۶۱$$

$$\begin{cases} ۲a + b = ۵ \\ ۳۰a + b = ۶۱ \end{cases} \Rightarrow ۲۸a = ۵۶ \Rightarrow a = ۲ \xrightarrow{a=2} ۲(۲) + b = ۵ \Rightarrow b = ۱$$

روش اول: این الگو دو دنباله مثلثی است که بین آن‌ها یک دایره قرار دارد بنابراین جمله عمومی دنباله به صورت زیر

$$a_n = ۲ \left( \frac{n(n+1)}{۲} \right) + ۱ \Rightarrow a_n = n^2 + n + ۱ \quad \text{است.}$$

روش دوم: در این روش برای یافتن  $a, b, c$  در دنباله  $a_n = an^2 + bn + c$  داریم:

$$۳, ۷, ۱۳, \dots$$

$$\xrightarrow{\div 2} a = \frac{۲}{۲} = ۱$$

$$۲a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow ۲(۱) + b = ۷ - ۳ \Rightarrow ۳ + b = ۴ \Rightarrow b = ۱$$

$$a + b + c = a_1 \Rightarrow ۱ + ۱ + c = ۳ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow a_n = n^2 + n + ۱$$

روش اول: این الگو دو دنباله مربعی است که بین آن‌ها یک دایره قرار دارد بنابراین جمله عمومی آن به صورت زیر

$$a_n = ۲n^2 + ۱ \quad \text{است.}$$

روش دوم: در این روش برای یافتن  $a, b, c$  در دنباله  $a_n = an^2 + bn + c$  داریم:

$$۳, ۹, ۱۹, \dots$$

$$\xrightarrow{\div 2} a = \frac{۴}{۲} = ۲$$

$$۲a + b = a_2 - a_1 \Rightarrow ۲(۲) + b = ۹ - ۳ \Rightarrow ۶ + b = ۹ \Rightarrow b = ۰$$

$$a + b + c = a_1 \Rightarrow ۲ + ۰ + c = ۳ \Rightarrow c = ۱ \Rightarrow a_n = ۲n^2 + ۱$$

الف) برای یافتن جمله هشتم باید به جای  $n$  عدد هشتاد قرار دهیم. ۲۵

$$a_{80} = \frac{3(80) + 1}{80 + 6} = \frac{241}{86}$$

ب) باید جمله عمومی دنباله را برابر ۲ قرار دهیم.

$$\frac{3n + 1}{n + 6} = 2 \Rightarrow 3n + 1 = 2n + 12 \Rightarrow n = 11$$

بنابراین جمله یازدهم دنباله برابر ۲ است.

الف)  $a_1 = 3, a_2 = 5, a_3 = 7, a_4 = 9$  ۲۶

ب)  $b_1 = 4, b_2 = 13, b_3 = 26, b_4 = 43$

با توجه به خطی بودن الگو، جمله عمومی آن به صورت  $a_n = an + b$  است. ۲۷

$$\begin{cases} a_1 = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ a_2 = 5 \Rightarrow 2a + b = 5 \end{cases} \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{a=2} 2 + b = 3 \Rightarrow b = 1 \Rightarrow a_n = 2n + 1$$

جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت  $a_n = an + b$  است. بنابراین: ۲۸

$$\begin{cases} a_{10} = 11 \Rightarrow 10a + b = 11 \\ a_{13} = 20 \Rightarrow 13a + b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 10a + b = 11 \\ 13a + b = 20 \end{cases} \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a=3} 10(3) + b = 11 \Rightarrow b = 11 - 30 \Rightarrow b = -19$$

$$\Rightarrow a_n = 3n - 19$$

جمله عمومی یک الگوی خطی به صورت  $a_n = an + b$  است. بنابراین: ۲۹

$$\begin{cases} a_4 = 10 \Rightarrow 4a + b = 10 \\ a_{12} = 20 \Rightarrow 12a + b = 20 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4a + b = 10 \\ 12a + b = 20 \end{cases} \Rightarrow 8a = 10 \Rightarrow a = 2 \xrightarrow{a=2} 4(2) + b = 10 \Rightarrow b = 10 - 8 \Rightarrow b = 2$$

$$\Rightarrow a_n = 2n - 2$$

$$d = 5 \Rightarrow S_{12} = \frac{12}{2} [-2 + (12 - 1) \times 5] = 306 \text{ (ص ۷۰)}$$

$$S_{20} = \frac{20}{2} [2 \times a_1 + (n - 1) \times d] \Rightarrow S_{20} = 10 [-2 + 145] = 2145 \text{ (ص ۷۰)}$$

$$a_1 = -5, a_2 = -2 \Rightarrow d = -2 + 5 = 3 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$601 = 25 + (n - 1)18 \Rightarrow 601 - 25 + 18 = 18n \Rightarrow 594 = 18n \Rightarrow n = 33 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$a_2 = 2, b_2 = 15 \Rightarrow 2 + 15 = 17 \text{ (ص ۵۸)}$$

$$\text{الف) } -2, 6, -2, 6 \text{ (ص ۵۹)}$$

$$\text{الف) } a_{n+1} = 3 + a_n, a_1 = 1 \text{ (ص ۵۴)}$$

$$\text{ب) } a_n = 3n - 2$$

$$d = 2, a_1 = 1 \Rightarrow S_{29} = \frac{29}{2} [2 \times 1 + 29 \times 2] = 900$$

روش اول: (ص ۷۰)

$$a_1 = 1, a_{29} = 59 \Rightarrow S_{29} = \frac{29}{2} [1 + 59] = 900$$

روش دوم:

$$d = \frac{26 - 10}{5 - 1} = \frac{16}{4} = 4$$

$$\Rightarrow d = 4 \quad 14, 18, 22 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$601 = 25 + (n - 1)18 \Rightarrow n = 33 \text{ (ص ۷۰)}$$

$$S_{16} = \frac{16}{2} [2 \times 2 + 15 \times 2] \Rightarrow S_{16} = 272 \text{ (ص ۷۰)}$$

$$d = \frac{93 - 45}{15 - 7} = 6, a_7 = a_1 + 36 = 45 \Rightarrow a_1 = 9$$

$$a_{31} = 9 + 30 \times 6 = 189 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$a_1 = -1, b_8 = 12, c_2 = 1 \Rightarrow -1 + 12 - 1 = 10 \text{ (ص ۵۸)}$$

$$3, -4, 5, -6, 7 \text{ (ص ۵۴)}$$

$$\text{الف) } a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n, a_1 = 9$$

$$\text{ب) } a_n = 3^{3-n} \text{ (ص ۵۶)}$$

$$d = \frac{105 - 65}{16 - 8} = 5 \quad a_8 = a_1 + (8 - 1) \times 5 \Rightarrow 65 = a_1 + 35 \Rightarrow a_1 = 30$$

$$a_{29} = 30 + (29 - 1) \times 5 \Rightarrow a_{29} = 170 \text{ (ص ۷۱)}$$

$$d = 3, a_1 = 4$$

$$S_{29} = \frac{29}{2} [2 \times 4 + 19 \times 3] = 650 \text{ (ص ۷۰)}$$

۳۴

۳۵

ب) حسابی نیست.

۳۶

۳۷

۳۸

۳۹

۴۰

۴۱

۴۲

۴۳

۴۴

۴۵

۴۶

$$S_{۲۰} = \frac{۲۰}{۲}(۳۵ - ۴۱) = ۱۰(-۶) = -۶۰$$

$$a_{۲۰} = ۳۵ - ۴ \times ۱۹ = -۴۱$$

$$\begin{cases} a_۹ = a + ۸d \Rightarrow ۶۱ = a + ۸d \\ a_{۱۶} = a + ۱۵d \Rightarrow ۹۶ = a + ۱۵d \end{cases} \Rightarrow ۷d = ۳۵ \Rightarrow d = ۵ \Rightarrow a = ۲۵$$

$$a_{۲۰} = ۲۱ + ۲۹ \times ۵ = ۱۶۶$$

$$b = a + (n - ۱)d$$

الف) اگر b جمله‌ی آخر و a جمله‌ی اول یک دنباله‌ی حسابی باشد، در این صورت:

$$n = \frac{b - a}{d} + ۱$$

$$n = \frac{b - a}{d} + ۱ = \frac{۴۰۱ - ۱}{۴} + ۱ = ۱۰۱$$

در این جا نیز می‌توان نوشت:

$$S = \frac{n}{۲}(a + b) = \frac{۱۰۱}{۲}(۱ + ۴۰۱) = ۱۰۱ \times ۲۰۱ = ۲۰۳۰۱$$

مجموع جملات

$$\text{ب) } n = \frac{b - a}{d} + ۱ = \frac{۱۳ - ۸۹}{-۴} + ۱ = ۲۰$$

$$S = \frac{n}{۲}(a + b) = \frac{۲۰}{۲}(۸۹ + ۱۳) = ۱۰ \times ۱۰۲ = ۱۰۲۰$$

لذا دو دنباله‌ی زیر را می‌توان نوشت:

۱۰, ۱۲, ۱۴, ۱۶, ۱۸, ...

۱۸, ۱۶, ۱۴, ۱۲, ۱۰, ...

۴۷

۴۸

۴۹

۵۰



الف)  $k = 2$ 

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left( a_n + \frac{2}{a_n} \right); a_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \left( a_1 + \frac{2}{a_1} \right) = \frac{1}{2} \left( 2 + \frac{2}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \left( a_2 + \frac{2}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{3}{2} + \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{17}{6} = \frac{17}{12} \approx 1.41\bar{6}$$

ب)  $k = 3$ 

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} \left( a_n + \frac{3}{a_n} \right); a_1 = 3$$

$$a_2 = \frac{1}{3} \left( a_1 + \frac{3}{a_1} \right) = \frac{1}{3} \left( 3 + \frac{3}{3} \right) = \frac{4}{3}$$

$$a_3 = \frac{1}{3} \left( a_2 + \frac{3}{a_2} \right) = \frac{1}{3} \left( \frac{4}{3} + \frac{3}{\frac{4}{3}} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{25}{4} = \frac{25}{12} \approx 2.08\bar{3}$$

ج)  $k = 5$ 

$$a_{n+1} = \frac{1}{5} \left( a_n + \frac{5}{a_n} \right); a_1 = 5$$

$$a_2 = \frac{1}{5} \left( a_1 + \frac{5}{a_1} \right) = \frac{1}{5} \left( 5 + \frac{5}{5} \right) = \frac{6}{5}$$

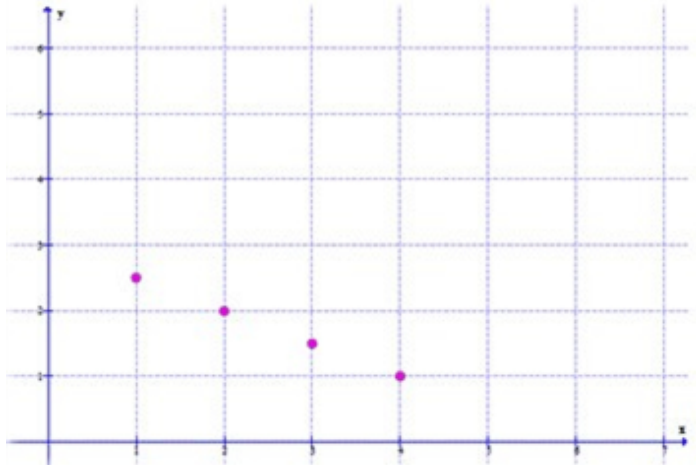
$$a_3 = \frac{1}{5} \left( a_2 + \frac{5}{a_2} \right) = \frac{1}{5} \left( \frac{6}{5} + \frac{5}{\frac{6}{5}} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{31}{3} = \frac{31}{15} \approx 2.06\bar{6}$$



$$a_n = -\frac{1}{2}n + 2$$

n	١	٢	٣	٤
a <sub>n</sub>	$\frac{3}{2}$	٢	$\frac{3}{2}$	١

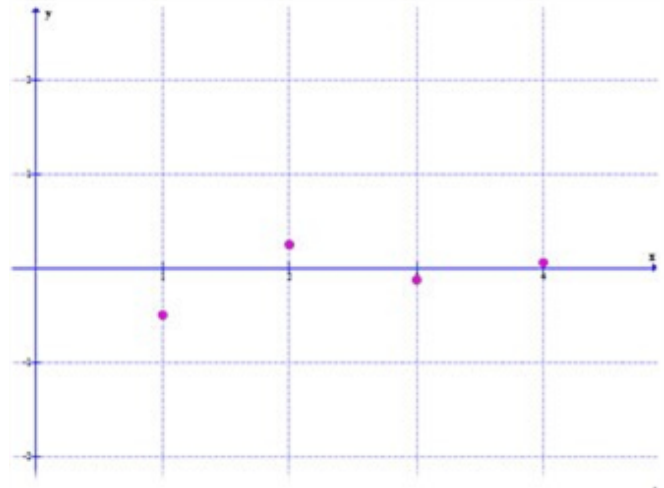
(الف) ٥٢



$$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

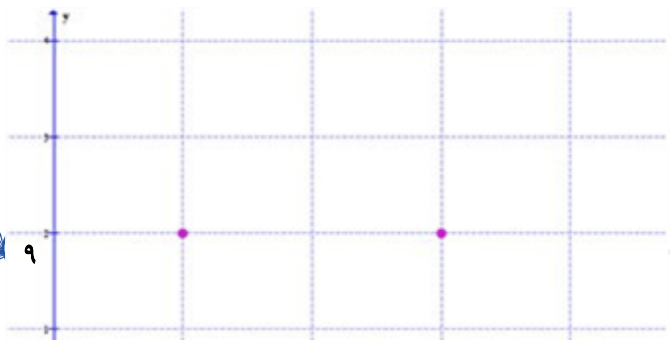
n	١	٢	٣	٤
a <sub>n</sub>	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$

(ب)



ج)  $a_1 = 2, a_2 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}, a_3 = \frac{1}{2} = 2, a_4 = \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

n	١	٢	٣	٤
a <sub>n</sub>	٢	$\frac{1}{2}$	٢	$\frac{1}{2}$



N	R	مورد
	✓	الف
✓		ب
	✓	ج
✓		د
✓		هـ

$$= 1, a_3 = \frac{1}{2}, a_4 = 1$$

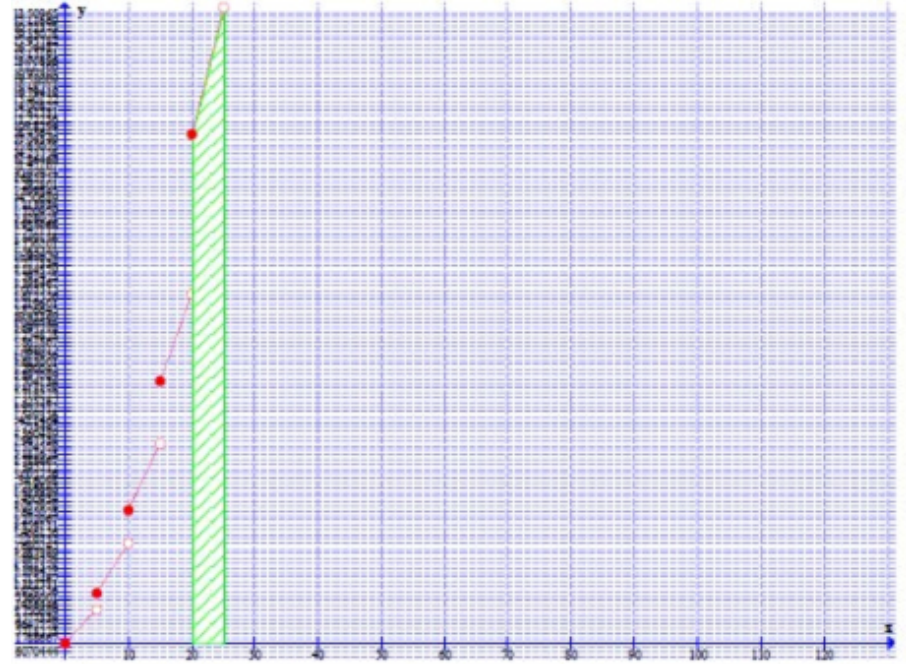
۳	۴
$\frac{1}{2}$	۱



۵۳



۵۴ (الف)



ضابطه

۱ طبقه  $f(x) = 1/419x \quad 0 \leq x < 5$   
 ۲ طبقه  $f(x) = 2/123x \quad 5 \leq x < 10$   
 طبقه آخر  $f(x) = 66/927x \quad x \geq 50$

برد =  $[0, 7/0.95) \cup [10/615, 42/4.05) \cup \dots \cup [3346/2, +\infty)$   
 دامنه =  $[0, +\infty)$

ب)  $f(20/49) = 5/400 \times 20/49 = 110/646$  طبقه پنجم

۵۵ صفحه ۷۱ کتاب

$$d = \frac{92 - 52}{19 - 11} = 5(0/5) a_{11} = a_1 + (11 - 1) \times 5(0/5) \Rightarrow 52 = a_1 + 50 \Rightarrow a_1 = 2(0/25)$$

$$a_{26} = 2 + (26 - 1) \times 5(0/5) \Rightarrow a_{26} = 127(0/25)$$

۵۶ صفحه ۷۰ کتاب

$$d = 2(0/25), a_1 = 1(0/25), S_{30} = \frac{30}{2} [2 \times 1 + 29 \times 2] (0/75) = 900(0/25)$$

$$d_r = 5(0/25), c_1 = \frac{1}{2(0/25)}, b_r = -\frac{1}{2(0/25)} \Rightarrow -\frac{1}{2} + 5 - \frac{1}{2(0/5)} = 4(0/25)$$

(ص ۷۷) ۵۸

الف) دنباله هندسی  $(0/5)$   $r = \frac{1}{3}(0/5)$

ب)  $a_n = 1 \times \left(\frac{1}{3}\right)^{n-1} (0/5)$

پ)  $a_{n+1} = \frac{1}{3}a_n, a_1 = 1(0/5)$

(ص ۷۱) ۵۹

$$S_n = \frac{n}{3} [2 \times a_1 + (n-1) \times d] \xrightarrow{(0/5)} S_{10} = \frac{10}{3} [2 \times 1 + (10-1) \times 4] (0/5)$$

$$\Rightarrow S_{10} = 190(0/5)$$

(ص ۷۱) ۶۰

$$\begin{cases} 52 = a_1 + 10d \\ 92 = a_1 + 18d \end{cases} (0/5) \Rightarrow d = 5(0/25), a_1 = 2(0/25)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d(0/25) \Rightarrow a_{30} = 2 + (30-1)5(0/5) = 147(0/25)$$

$$a_1 = 2$$

۶۱

$$a_r + a_r = a_1 + 2d + a_1 + 3d = 2a_1 + 5d = 19 \xrightarrow{a_1=2} 4 + 5d = 19 \Rightarrow 5d = 15$$

$$\Rightarrow d = 3$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = 2 + 30 = 32$$

$$a_1 = 11$$

۶۲

$$a_9 + a_{10} = 56 \Rightarrow a_1 + 8d + a_1 + 9d = 56 \Rightarrow 2a_1 + 17d = 56 \xrightarrow{a_1=11}$$

$$22 + 17d = 56 \Rightarrow 17d = 34 \Rightarrow d = 2$$

$$a_{13} = a_1 + 12d = 11 + 12(2) = 11 + 24 = 35$$

$$a_7 = 20 \Rightarrow a_1 + 6d = 20$$

$$a_{10} = 32 \Rightarrow a_1 + 9d = 32 \Rightarrow 3d = 12 \Rightarrow d = 4 \xrightarrow{d=4} a_1 + 6 \times 4 = 20 \Rightarrow a_1 = -4$$

۶۳

$$a_7 = 19 \Rightarrow a_1 + 6d = 19$$

$$a_{12} = 44 \Rightarrow a_1 + 11d = 44 \Rightarrow 5d = 25 \Rightarrow d = 5$$

۶۴

$$\xrightarrow{d=5} a_1 + 6 \times 5 = 19 \Rightarrow a_1 = -11$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$286 = \frac{n}{2} [12 + (n-1) \times 4] \Rightarrow 286 = 2n(n+2) \Rightarrow n^2 + 2n - 143 = 0$$

$$\Rightarrow (n-11)(n+13) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 11 \text{ ق ق} \\ n = -13 \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_1 = \frac{1-2}{2} = -1 \\ a_2 = \frac{1-6}{2} = -\frac{5}{2} \end{cases} \Rightarrow d = a_2 - a_1 = -\frac{5}{2} + 1 = -\frac{3}{2}$$

$$S_n = \frac{n}{2} [2a_1 + (n-1)d]$$

$$S_{11} = \frac{11}{2} [2(-1) + 10 \times (-\frac{3}{2})] = 11 [-2 - \frac{15}{2}] = 11 \times (-\frac{29}{2}) = -159.5$$

$$\frac{a_2 - d + a_4 - d + a_6 - d + \dots + a_{2n} - d}{a_2 + d + a_4 + d + a_6 + d + \dots + a_{2n} + d} = \frac{a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} - nd}{a_2 + a_4 + a_6 + \dots + a_{2n} + nd}$$

$$= \frac{\frac{nd}{2} - nd}{\frac{nd}{2} + nd} = \frac{-\frac{1}{2}nd}{\frac{3}{2}nd} = -\frac{1}{3}$$

$$\frac{a_5 - 2d + a_{10} - 2d + a_{15} - 2d + \dots + a_{5n} - 2d}{a_5 + d + a_{10} + d + a_{15} + d + \dots + a_{5n} + d} = \frac{a_5 + a_{10} + a_{15} + \dots + a_{5n} - 2nd}{a_5 + a_{10} + a_{15} + \dots + a_{5n} + nd}$$

$$= \frac{\frac{nd}{3} - 2nd}{\frac{nd}{3} + nd} = \frac{-\frac{5}{3}nd}{\frac{4}{3}nd} = -\frac{5}{4}$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

دنباله تفاضل جملات  
 $6, 13, 24, \dots \longrightarrow 7, 11, \dots$

$$\Rightarrow a = \text{نصف قدر نسبت دنباله حسابی تفاضل} = \frac{4}{2} = 2$$

$$a_n = 2n^2 + bn + c$$

$$a_2 - a_1 = 8 + 2b + c - 2 - b - c = 6 \Rightarrow 6 + b = 6 \Rightarrow b = 0$$

$$a_1 = 2 + 0 + c = 6 \Rightarrow c = 4$$

$$a_n = 2n^2 + n + 4$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

دنباله تفاضل جملات  
 $۷, ۱۳, ۲۳, \dots \longrightarrow ۶, ۱۰, \dots \Rightarrow$  نصف قدرنسبت دنباله حسابی تفاضل  $= \frac{۶}{۲} = ۳$

$$a_n = ۳n^2 + bn + c$$

$$a_2 - a_1 = ۸ + ۲b + c - ۳ - b - c = ۶ \Rightarrow ۶ + b = ۶ \Rightarrow b = ۰$$

$$a_1 = ۳ + ۰ + c = ۷ \Rightarrow c = ۴$$

$$a_n = ۳n^2 + ۴$$

$$a_n = an^2 + bn + c$$

دنباله تفاضل جملات  
 $۳, ۷, ۱۳, \dots \longrightarrow ۴, ۶, \dots \Rightarrow a =$  نصف قدرنسبت دنباله حسابی تفاضل  $= \frac{۴}{۲} = ۲$

$$a_n = ۲n^2 + bn + c$$

$$a_2 - a_1 = ۴ + ۲b + c - ۲ - b - c = ۲ \Rightarrow b + ۲ = ۲ \Rightarrow b = ۰$$

$$a_1 = ۲ \Rightarrow ۲ + ۰ + c = ۳ \Rightarrow c = ۱$$

$$a_n = ۲n^2 + n + ۱$$

$$a_n = a + (n - 1)d \Rightarrow ۱۵ = a + ۴d, ۳۰ = a + ۷d$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + ۷d = ۳۰ \\ a + ۴d = ۱۵ \end{cases} \Rightarrow a = -۵ \Rightarrow d = ۵$$

$$۹, ۱۲, ۱۵$$

(الف) ۷۳

$$S_{۲۰} = \frac{۲۰ [۲(۹) + (۲۰ - 1)۳]}{۲} = ۱۰ [۱۲ + ۵۷] = ۶۹۰ \Rightarrow d = ۳$$

(ب)

$$a_n = a + (n - 1)d$$

$$۳ = ۳۹ + (n - 1)(-۳) \Rightarrow n = ۱۳$$

$$a_n = a + (n - 1)d \Rightarrow ۳۲ = ۱۲ + ۵d \Rightarrow d = ۴$$

$$۱۶, ۲۰, ۲۴, ۲۸$$

$$\begin{cases} ۲۶ = a + ۳d \\ ۵۸ = a + ۷d \end{cases} \Rightarrow ۴d = ۳۲ \Rightarrow d = ۸ \Rightarrow a + ۳(۸) = ۲۶ \Rightarrow a = ۲$$

$$S = \frac{n [۲a + (n-1)d]}{۲} (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{n [۴ + (n-1)۸]}{۲} > ۲۰۰ (۰/۲۵)$$

$$۴n^2 > ۴۰۰ (۰/۲۵) \Rightarrow n > ۱۰ \Rightarrow ۱۱. جمله باید جمع کنیم.$$

$$S_{\Delta} = 100 \Rightarrow \begin{cases} 100 = \frac{\Delta(2a_1 + 4d)}{2} \\ a_{\Delta} + a_{\Upsilon} + a_{\Gamma} = \Upsilon(a_{\Upsilon} + a_1) \Rightarrow \begin{cases} a + 4d + a + 3d + a + 2d = \Upsilon(a + d + a) \\ 40 = 2a + 4d \\ 3a + 9d = 14a + 7d \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2d = 20 \\ 11a - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow 12a = 20 \rightarrow a = \frac{20}{12} = \frac{5}{3} \rightarrow d = \frac{55}{6}$$

$$\frac{5}{3}, \frac{65}{6}, \frac{120}{6}, \dots$$

$$\begin{cases} S_{\Delta} = 200 \Rightarrow 200 = \frac{\Delta(2a_1 + 49d)}{2} \\ S_{100} = 2700 + 200 = 2900 \Rightarrow 2900 = \frac{100(2a_1 + 99d)}{2} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8 = 2a_1 + 49d \\ 58 = 2a_1 + 99d \end{cases} \Rightarrow 50 = 50d \Rightarrow d = 1$$

$$8 = 2a_1 + 49 \Rightarrow -41 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = -\frac{41}{2}$$

۸۰. بله، قدر نسبت دنباله جدید عبارت است از قدر نسبت دنباله قبلی ضرب در همان عدد.

۸۱. بله.

۸۲. بله.  $d = 14 - 15 = -1$

$$S_{15} = \frac{15 [2(15) + (15 - 1)(-1)]}{2} = \frac{15 [30 - 14]}{2} = \frac{15 \times 16}{2} = 15 \times 8 = 120$$

۸۳. بله: قدر نسبت  $d = a_{\Upsilon} - a_1 \Rightarrow d = 24 - 4 = 20$

$$S_n = \frac{n [2a + (n - 1)d]}{2} \Rightarrow S_{15} = \frac{15 [8 + 14 \times 20]}{2} = \frac{15 [8 + 280]}{2} = 2160$$

$$\begin{aligned} \text{سمت چپ} &= (b - c)^{\Upsilon} + (c - a)^{\Upsilon} + (d - b)^{\Upsilon} = (aq - aq^{\Upsilon})^{\Upsilon} + (aq^{\Upsilon} - a)^{\Upsilon} + (aq^{\Upsilon} - aq)^{\Upsilon} \\ &= a^{\Upsilon} q^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} + a^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} - 1)^{\Upsilon} + a^{\Upsilon} q^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} - 1)^{\Upsilon} \\ &= a^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} + (q + 1)^{\Upsilon} + q^{\Upsilon} (q + 1)^{\Upsilon}) \\ &= a^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} + 2q^{\Upsilon} + 3q^{\Upsilon} + 2q + 1) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{سمت راست} &= (a - d)^{\Upsilon} = (a - aq^{\Upsilon})^{\Upsilon} = a^{\Upsilon} (1 - q^{\Upsilon})^{\Upsilon} \\ &= a^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} (1 + q + q^{\Upsilon})^{\Upsilon} \\ &= a^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} + q^{\Upsilon} + 1 + 2q^{\Upsilon} + 2q^{\Upsilon} + 2q) \end{aligned}$$

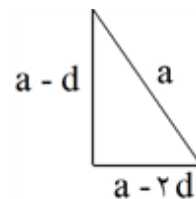
$$\text{سمت چپ} = a^{\Upsilon} (1 - q)^{\Upsilon} (q^{\Upsilon} + 2q^{\Upsilon} + 3q^{\Upsilon} + 2q + 1)$$

$$a^2 = (a-d)^2 + (a-2d)^2$$

$$a^2 = 2a^2 - 6ad + 5d^2 \rightarrow a^2 - 6ad + 5d^2 = 0$$

$$\rightarrow (a-5d)(a-d) = 0 \rightarrow a = 5d$$

→ جملات دنباله:  $3d, 4d, 5d$



الف)  $15, 16, 17, \dots$

$$226 = \frac{n}{2}(2 \times 15 + (n-1) \times 1) = \frac{n}{2}(n+29) \rightarrow n^2 + 29n - 452 = 0 \rightarrow n = 51/468$$

چون  $n$  طبیعی به دست نیامده است پس سؤال غلط است.

دونده مرتبه‌ی اول  $4m$ ، مرتبه‌ی دوم  $8m$ ، مرتبه‌ی سوم  $12m$  و ..... طی می‌کند. مجموع جملات دنباله

$4, 8, 12, \dots$  برابر  $480$  است، پس

$$480 = \frac{n}{2}(2 \times 4 + (n-1) \times 4) = n(2+2n) \rightarrow n^2 + n - 240 = 0 \rightarrow n = 15$$

اثبات الف)

$$\begin{cases} a_n = a + (n-1)d \\ S_n = \frac{n(2a+(n-1)d)}{2} \end{cases}$$

$$S_n - S_{n-1} = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d) - \frac{n-1}{2}(2a+(n-2)d)$$

$$= \cancel{an} + \frac{dn}{2} - \frac{dn}{2} - \cancel{an} - \frac{n^2 d}{2} + a + \frac{2nd}{2} - d$$

$$= dn + a - d = a + (n-1)d = a_n$$

اثبات ب)

$$S_n - 2S_{n-1} + S_{n-2} = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d) - \frac{2(n-1)}{2}(2a+(n-2)d) + \frac{n-2}{2}(2a+(n-3)d)$$

$$= an + n(n-1)\frac{d}{2} - 2a(n-1) - (n-1)(n-2)d + a(n-2) + (n-2)(n-3)\frac{d}{2}$$

$$= a(n-2n+2+n-2) + \frac{d}{2}(n(n-1) - 2(n-1)(n-2) + (n-2)(n-3))$$

$$\frac{d}{2}(n^2 - n - 2n^2 + 4n - 4 + n^2 - 5n + 6) = d$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a+(n-1)d) = \frac{n}{2}(2a-d+nd) = \frac{d}{2}n^2 + \frac{2a-d}{2}n$$

ضریب  $n^2$  همان  $\frac{d}{2}$  یعنی نصف قدر نسبت است.



$$\begin{cases} S_4 = 11 = \frac{4}{2}(2a + 3d) \\ t_1 + t_7 = 0 \Rightarrow a + a + 6d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 3d = 9 \\ a + d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -3 \\ d = 3 \end{cases}$$

۷, ۱۴, ۲۱, ..., ۶۳۷

دنباله حسابی است و  $a = 7$  و  $d = 7$

$$t_n = l = 7 + (n - 1) \times 7 \Rightarrow 637 = 7n \Rightarrow n = 91$$

$$S_{91} = \frac{91}{2}(7 + 637) = 29302$$

$$l = t_{10} = a + 9d = 3 + 9 \times 2 = 21$$

۹۲ در واقع در دنباله ۳, ۵, ۷, ... جمله ی دهم را می‌خواهد.

$$l = t_{10} = a + 9d = 3 + 9 \times 2 = 21$$

۹۳ در واقع در دنباله ۳, ۵, ۷, ... جمله ی دهم را می‌خواهد.

۹۴ در دنباله ۳, ۵, ۷, ... مجموع ده جمله را می‌خواهد.

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9d) = 5(2 \times 3 + 9 \times 2) = 120$$

۹۵ در دنباله ۳, ۵, ۷, ... مجموع ده جمله را می‌خواهد.

$$S_{10} = \frac{10}{2}(2a + 9d) = 5(2 \times 3 + 9 \times 2) = 120$$

$a - d, a, a + d$  دنباله مورد نظر

$$\begin{cases} (a - d) + a + (a + d) = 15 \\ (a - d)a(a + d) = 105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 3a = 15 \\ a(a^2 - d^2) = 105 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 5 \\ 5(25 - d^2) = 105 \end{cases} \Rightarrow d = \pm 2$$

پس سه جمله عبارت‌اند از ۳, ۵, ۷ و یا ۳, ۵, ۷.

$$\begin{cases} t_7 = -2 \Rightarrow a + 6d = -2 \\ t_4 = 28 \Rightarrow a + 3d = 28 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = -12 \\ d = 5 \end{cases} \Rightarrow S_n = 1092 = \frac{n}{2}(-24 + 5(n - 1))$$

$$\Rightarrow 5n^2 - 29n - 2184 = 0 \Rightarrow n = 24$$

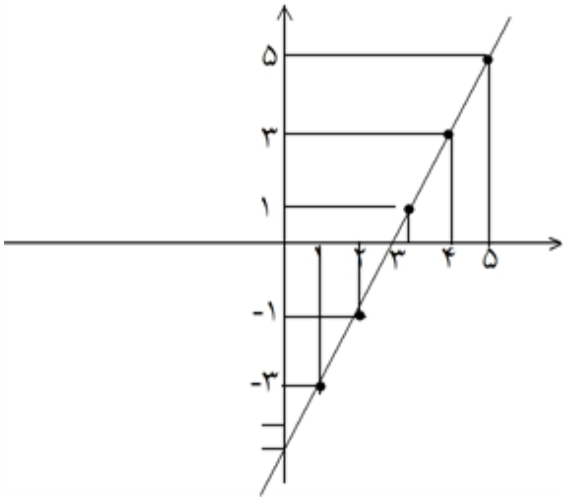
$$247 = \frac{n}{2}(2 \times 7 + (n - 1) \times 2) = n(7 + n) \Rightarrow n^2 + 7n - 247 = 0 \Rightarrow n = 8$$

$$\begin{cases} t_8 = 6 \Rightarrow a + 7d = 6 \\ t_{12} = 9 \Rightarrow a + 11d = 9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = \frac{3}{4} \\ d = \frac{3}{4} \end{cases} \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2} \left( 2 \times \frac{3}{4} + 19 \times \frac{3}{4} \right) = 157.5$$

$$t_{10} = a + (n - 1)d \Rightarrow 55 = 1 + 9d \Rightarrow d = 6$$

دنباله: ۱, ۷, ۱۳, ۱۹, ۲۵, ۳۱, ۳۷, ۴۳, ۴۹, ۵۵

$$a_n = 2n - 5$$



۱۰۱

۱۰۲ خیر، زیرا  $۱۷ - ۱۱ = ۲۲ - ۱۷$  نیست.

