۱) اگر $f(x)=\frac{x}{۵}-۱$ و $g(x)=x^۳$ باشد، مقدار $(g^{-۱}\text{of}^{-۱})(۲۴)$ را حساب کنید.

۲) تابع خطی $f(x)=(x+a)(x+b)+۲(a+b)x^۲$ از نقطه $(-۱,۴)$ می‌گذرد، تابع $f^{-۱}(x)$ را حساب کنید.

۳) وارون تابع $f(x)=\frac{۵x^۲-۶x+۱}{x-۱}$ ، تابع $f^{-۱}(x)=\frac{x^۲+ax+b}{۵x+c}$ است. c و b و a را حساب کنید.

۴) با رسم نمودار تابع $f(x)=\begin{cases}۱-x^۲ & x\le ۱\\ -۱ & x>۱\end{cases}$ تعیین کنید تابع در چه بازه‌ای صعودی و در چه بازه ای نزولی می‌باشد.

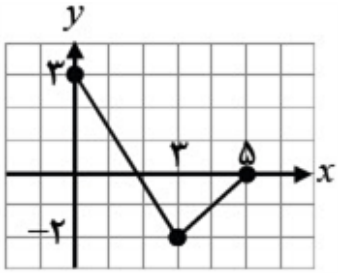
۵) به روش هندسی تعداد جواب معادله‌ی $x^۳-۳x^۲+۳x=\sqrt{x-۱}+۱$ را حساب کنید.

۶) درستی یا نادرستی عبارت زیر را بنویسید.
اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز هست.

۷) اگر $f(x)=\sqrt{x-۱}$ و $g(x)=۲x^۲-۱$ باشد:
الف) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید.
ب) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.

۸) درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آن‌گاه اکیدا صعودی نیز خواهد بود.

۹) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x)=f(۳-x)$ را رسم کرده و دامنه آن‌را تعیین کنید.



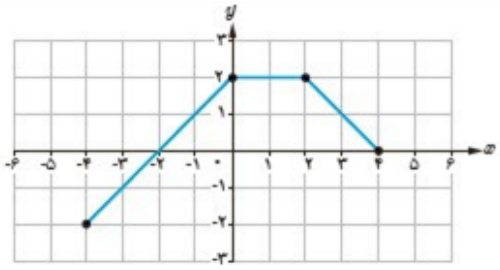
۱۰ اگر $f(x)=\frac{۱}{۸}x-۳$ و $g(x)=x^{۳}$، مقدار زیر را به دست آورید.

الف) $(\text{fog})^{-۱}(۵)$

ب) $(f^{-۱}\text{of}^{-۱})(۶)$

پ) $(g^{-۱}\text{of}^{-۱})(۵)$

۱۱ با استفاده از نمودار تابع f، نمودار خواسته شده را رسم کنید.

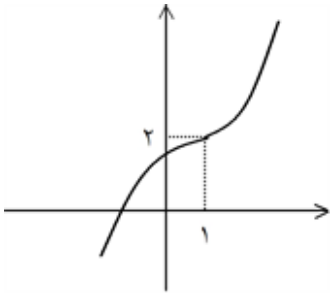


الف) $y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱$

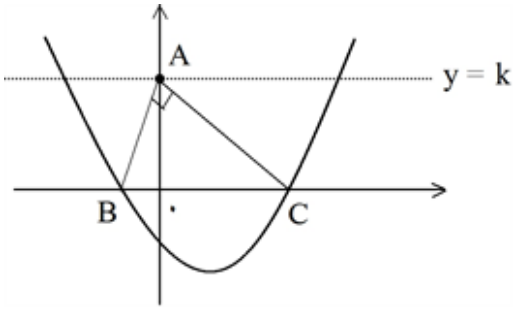
۱۲ نمودار توابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن‌ها را مشخص نمایید.

الف) $y=(x-۱)^{۳}-۱$ ب) $y=(x+۲)^{۳}-۲$

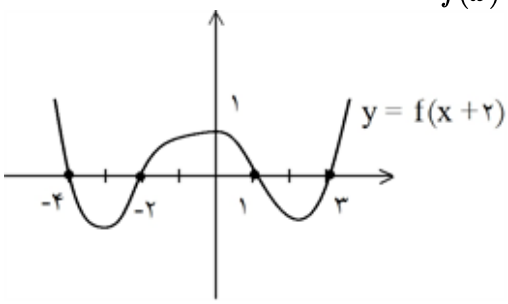
۱۳ اگر نمودار تابع $y=(x+a)(x^{۲}+\text{bx}+c)$ به صورت زیر باشد $a\times b+c$ را بیابید.



۱۴ خط $y=k$ و $k>۰$ نمودار تابع $y=x^{۲}-۲x-۳$ را در ۲ نقطه قطع می‌کند. مقدار k را چنان بیابید که زاویه‌ی $B\hat{A}C$ قائمه باشد.



۱۵ اگر نمودار تابع $y = f(x+۲)$ در شکل زیر رسم شده باشد، دامنه‌ی تابع $g(x) = \frac{۱}{f(x)}$ را بیابید.



۱۶ اگر $f(x) = ۲x + k$ و $\text{fofof}(x) = ۸x - ۱۵$ باشند مقدار $f^{-۱}(-۱)$ را بیابید.

۱۷ اگر f یک تابع خطی و $f^{-۱}(۱) = ۰$ و $f(۲) = ۵$ باشند ضابطه‌ی این تابع را بیابید.

۱۸ به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.

الف) تابع روبه‌رو را رسم کنید. $f(x) = \begin{cases} x+۲ & ; x \geq ۱ \\ ۱ & ; -۲ < x < ۱ \\ -۲x - ۵ & ; x \leq -۲ \end{cases}$

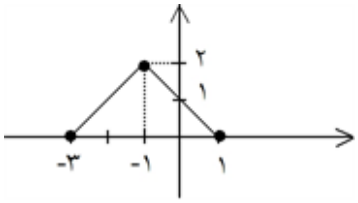
ب) بازه‌هایی که در آن‌ها تابع صعودی، نزولی یا ثابت است را مشخص کنید.

۱۹ علی می‌خواهد یک دوچرخه با قیمت بیش از ۴ میلیون از فروشگاهی بخرد. این فروشگاه به مناسبت فرارسیدن سال نو در خریدهای بیش از ۴ میلیون، ۲۰۰ هزار تومان تخفیف نقدی می‌دهد. هم‌چنین علی یک کارت تخفیف ۲۰ درصدی نیز برای خرید دارد. با استفاده از تابع مرکب مشخص کنید کدام‌یک از راه‌های زیر به نفع علی است؟

الف) اول از کارت تخفیف ۲۰ درصدی و بعد تخفیف نقدی استفاده کند.

ب) اول از تخفیف نقدی و بعد کارت تخفیف استفاده کند.

۲۰ نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $y = f(۲x-۱)$ را رسم کنید.



۲۱ اگر $g(x) = x^۳ + x^۲ - x - ۱$ و $f(x) = ۳x^۲ + x - ۳$، آن‌گاه $\text{gof}(x) = ۰$ چند ریشه دارد؟

۲۲ اگر تابع خطی f از نقاط $(۱, ۲)$ و $(۵, ۴)$ عبور کند، ضابطه‌ی تابع وارون آن‌را به دست آورید.

۲۳ اگر $f(x) = ۳۵ - ۷x$ باشد، دامنه $h(x) = \frac{۱}{f^{-۱}(x)}$ را حساب کنید.

۲۴ اگر $f = \{(۲, m^۲ + ۳m), (۵, ۱۰), (۲, ۴), (۵m, ۱۱), (-۴, ۵)\}$ تابعی یک به یک و $g(x) = \left[\frac{۷x}{۳}\right]$ باشد، مقدار $(f+g)(m)$ را حساب کنید. ([] نماد جزء صحیح است.)

۲۵ جاهای خالی را پر کنید.

تابع	$f(x)=3x$	$g(x)=2x-1$	$h(x)=x^2$	$t(x)=5-x$
دامنه تابع	$[-1,3]$		$[-1,3]$	$[-2,4]$
برد تابع		$[-1,7]$		

۲۶ در بازه (a,b) مقادیر تابع با ضابطه‌ی $f(x)=\frac{1}{4}x^2-\frac{9}{4}x+3$ کم‌تر از ۱ می‌باشد، بیش‌ترین مقدار $b-a$ را حساب کنید.

۲۷ m را طوری تعیین کنید که خط $y=-2x+m-3$ بر سهمی $y=(m-1)x^2+4x+3m-2$ در یک نقطه مماس باشد.

۲۸ m را طوری تعیین کنید که خط $y=-2mx-7$ در یک نقطه بر سهمی $y=(m+2)x^2-4mx-6$ مماس باشد.

۲۹ اگر $f(x)+f^{-1}(6)=2x+10$ باشد، مقدار $\frac{1+f(1)}{2-f^{-1}(0)}$ را حساب کنید.

۳۰ فاصله خط $2y-x=1$ تا وارون تابع $f(x)=2x+5$ را حساب کنید.

۳۱ به ازای چه محدوده از x سهمی $y=x^2-7x+6$:
الف) بالاتر از محور x ها قرار دارد؟
ب) روی محور x ها قرار دارد؟
ج) پایین محور x ها قرار دارد؟

۳۲ به ازای کدام مقادیر m ، خط $y=\sqrt{3}x-2m$ سهمی $y=(m-1)x^2+2\sqrt{3}x-m$ را قطع نمی‌کند؟

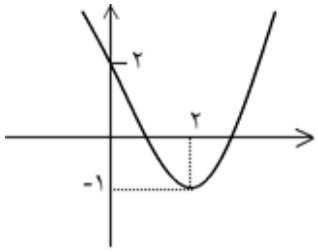
۳۳ به ازای کدام مقادیر m ، خط $y=3mx+1$ سهمی $y=(m+2)x^2+mx+2$ را قطع نمی‌کند؟

۳۴ اگر تابع خطی f دارای شیب k باشد به ازای چه مقدار k شیب تابع f^{-1} برابر $9k$ است. $(k\neq 0)$

۳۵ ضابطه و دامنه‌ی وارون $f(x)=\frac{x^2-13x+36}{x-9}$ را به دست آورید.

۳۶ اگر $f(x)=2x+1$، دامنه‌ی $g(x)=\frac{\sqrt{f(x)}}{f^{-1}(x)}$ را حساب کنید.

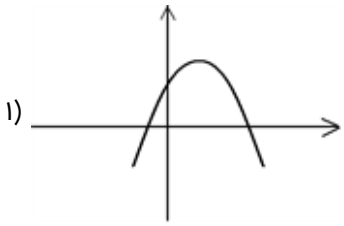
۳۷ معادله سهمی شکل مقابل را حساب کنید.



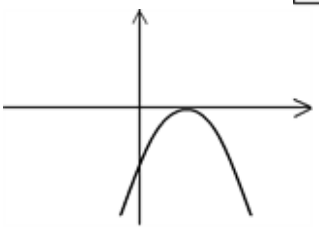
۳۸ جدول زیر را کامل کنید. (علامت a و b و c و Δ را مشخص کنید.)

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱					
۲					

۱)



۲)

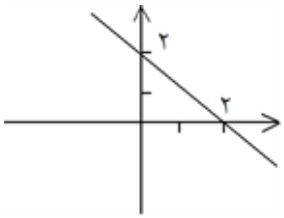


۳۹ وارون تابع $f(x) = \frac{۲x + ۳}{۵x + ۸}$ را بیابید.

۴۰ اگر f یک تابع خطی باشد و $f(x+۱) + f(x+۲) = ۴x + ۷$، مقدار $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنید.

۴۱ نمودار تابعی با دامنه $[۰, ۲]$ و برد $[۲, ۵]$ رسم کنید:
الف) به شرطی که این تابع یک به یک باشد.
ب) به شرطی که این تابع یک به یک نباشد.

۴۲ با توجه به نمودار $f(x)$ ضابطه $(f^{-۱} + f)(x)$ را حساب کنید.



۴۳ اگر $f(x) = \frac{x^۲ - ۲x}{x}$ باشد:
الف) ضابطه‌ی $f^{-۱}$ را حساب کنید.
ب) دامنه $f - f^{-۱}$ را بنویسید.
ج) نمودار $f - f^{-۱}$ را رسم کنید.

۴۴ نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x - ۱}$ و وارونش را رسم کنید و سپس دامنه و برد هریک را مشخص کنید.

۴۵ اگر تابع $f(x) = (b-۳)x^۲ + ۴x - b + ۲$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f^{-۱}(۳)$ را حساب کنید.

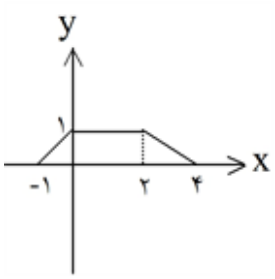
۴۶ اگر تابع $f(x) = (a-۱)x^۲ + ۳x + ۲a - ۱$ در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد، $f(۵)$ را حساب کنید.

۴۷ نشان دهید در یک سهمی برای دو نقطه‌ی متمایز A و B اگر $y_A = y_B$ باشد آن‌گاه معادله‌ی محور تقارن برابر است با: $x = \frac{x_A + x_B}{۲}$

۴۸ جاهای خالی را پر کنید.

سهمی	محور تقارن	رأس سهمی	جهت دهانه سهمی
$y = -x^۲ + ۱۰x + ۱$			
$y = ۳x^۲ \ldots\ldots + ۱$	$x = -۱$		

۴۹ نمودار تابع f به صورت مقابل است. نمودار تابع $y = f(x+۱) + ۲$ را به کمک انتقال رسم کنید.



۵۰ دو تابع $f(x) = \frac{x-۱}{x}$ و $g(x) = \sqrt{x-۱}$ داده شده اند.
الف) دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف محاسبه کنید.
ب) ضابطه تابع fog را تشکیل دهید.
ج) حاصل عبارت $\left(\frac{۲f}{g}\right)(۵)$ را محاسبه کنید.

۵۱ اگر $f(x) = \frac{۱}{x}$ و $g(x) = \frac{x+۲}{x-۱}$ دو تابع باشند:
الف) دامنه تابع fog را به دست آورید.
ب) ضابطه تابع fog را بنویسید.
ج) مقدار $(g-f)(۲)$ را حساب کنید.

۵۲ اگر $f(x) = ۲x^۲ - ۲$ و $f(g(x)) = ۲x^۲ + ۴x$ باشد تابع $g(x)$ را محاسبه نمایید.

۵۳ تابع $y = ax^۲ + x + b$ مفروض است، ضرایب a , b را چنان بیابید که منحنی از نقطه‌ی $A(۲, -۲)$ بگذرد و محور yها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

۵۴ اگر $f(x)=\sqrt{x+۱}$ و $g(x)=x^{۲}-۱$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$(\text{gof})(x)-۷x=(\text{fog})(۲)$$

۵۵ اگر $f(x)=۳x+۷$ و $g(x)=۲x-۳$ معادله‌ی $۳\,\text{fog}\,(x)+۲\,\text{gof}\,(x)=۷$ را حل کنید.

۵۶ اگر $f(x)=\sqrt{x^{۲}+۱}$ و $g(x)=x^{۲}-۱$ باشند، معادله‌ی $(\text{gof})(x)=(\text{fog})(۱)$ را حل کنید.

۵۷ حاصل $\text{gof}\,(x)$ را به‌دست آورید.

$$g(x)=x^{۲}-۲ \text{ و } g(x)=\sqrt{x+۲}$$

۵۸ اگر $f(x)=۲x+۳$ و $g(x)=۳x+۲$ باشند، معادله‌ی زیر را حل کنید.

$$(\text{fog})(x)+(\text{gof})(x)=(\text{fog})(۱)$$

۵۹ توابع $f(x)=\frac{۳x}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x}$ داده شده‌اند.

الف) تابع fog را تشکیل دهید.

ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف به‌دست آورید.

ج) مقدار $\left(\frac{f-g}{۲g}\right)(۴)$ را محاسبه کنید.

۶۰ اگر $f(x)=\frac{۱}{x-۱}$ و $g(x)=\sqrt{x-۳}$ دو تابع باشند:

الف) مقدار $۳(f-g)(۴)$ را به‌دست آورید.

ب) دامنه‌ی تابع $f\text{og}$ را بیابید.

۶۱ تابع $f(x)=\begin{cases} x^{۲}+۳ & x<۰ \\ x-۱ & x\geqslant ۰ \end{cases}$ داده شده است.

الف) نمودار تابع f را رسم کنید.

ب) حاصل $f(f(-۱))$ را به‌دست آورید.

۶۲ دو تابع $f(x)=\frac{x+۲}{x-۳}$ و $g(x)=\frac{۱}{x-۱}$ داده شده‌اند.

الف) ضابطه‌ی تابع fog را بنویسید.

ب) دامنه‌ی تابع fog را با استفاده از تعریف تعیین کنید.

۶۳ تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج‌های مرتب مشخص کنید.

۶۴ توابع $f(x)=x^{۲}-۴x$ و $g(x)=۲+x^{۲}$ مفروضند، مقدار $(\text{fog})(۱)$ را به دست آورید.

۶۵ در تابع $f(x)=x^{۲}-bx+c$ مقادیر b و c را طوری بیابید که $f(۱)=۲$ و نمودار تابع محور عرض‌ها را در نقطه‌ای به عرض ۳ قطع کند.

۶۶ تابع f با ضابطه‌ی $f(x)=\begin{cases} ۴x-x^۲-۳ & x<۲ \\ x-۲ & x\geqslant ۲ \end{cases}$ مفروض است. ضابطه‌ی تابع معکوس تابع f را در بازه‌ی $(-\infty,۲)$ بنویسید.

۶۷ نمودار تابع $f(x-۲)+۱$ را به کمک انتقال، رسم نموده، سپس دامنه و برد آن را تعیین کنید.

۶۸ دامنه و برد f را تعیین کنید.

۶۹ توابع f و g با ضابطه‌های $f(x)=\sqrt{x^۲-۱}$ و $g(x)=\frac{۱}{x}$ مفروضند. درصورت وجود ضابطه‌ی تابع gof را بنویسید.

۷۰ اگر $f(x)=۲x-۵$ و $f(g(x))=۵x+۴$ تابع $g(x)$ را محاسبه نمائید.

۷۱ در سهمی $f(x)=ax^۲+bx+c$، aوbوc را چنان بیابید، که سهمی فوق خط $y=x+۱$ را در نقاطی به طول‌های ۲ و ۱ و محور yها را در نقطه‌ای به عرض (۱-) قطع کند.

۷۲ اگر $f(x)=\sqrt{x+۳}$ و $g(x)=۴-x$ آن‌گاه:
الف) $(f-۲g)(۱)$ را محاسبه نمایید. ب) دامنه‌ی fog را بدست آورید.

۷۳ اگر $f(x-۱)=x^۲$ آن‌گاه $f(x)$ را به دست آورید. سپس $f(۱)$ را بیابید.

۷۴ نمودار تابع $f(۲x)+۱$ را رسم کنید.

۷۵ ثابت کنید تابع f معکوس پذیر است. $f(x)=\sqrt{x-۱}$

۷۶ توابع f, g با ضابطه‌های $f(x)=\frac{۱}{x-۱}, g(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروضند. دامنه‌ی توابع f, g, gof را تعیین کنید، سپس ضابطه‌ی تابع gof را (در صورت وجود) بنویسید.

۷۷ توابع $f(x)=|x|+۱$ و $g(x)=x\sqrt{x}$ را در نظر بگیرید.
الف) دامنه‌ی تابع gof را محاسبه کنید.
ب) در صورت وجود ضابطه gof را بنویسید.

۷۸ الف) نمودار تابع $y=\sqrt{x}$ را به کمک نقطه‌یابی رسم کنید.
ب) به کمک انتقال نمودار تابع $y=\sqrt{x+۱}$ را رسم کنید و دامنه و برد آن را بنویسید.

۷۹ تابع $f(x)=\sqrt{x+۲}$ مفروض است. اولاً: ثابت کنید f یک به یک است. ثانیاً: ضابطه‌ی معکوس f را بنویسید.

۸۰ بدون استفاده از قلم و کاغذ نقاط ماکزیمم و یا می‌نیمم تابع مقابل را بدست آورید.

$$f(x) = ۴x^۲ - ۳x$$

۸۱ نمودار تابع زیر را رسم کنید.

$$f(x) = \left|x^۳\right|$$

۸۲ a ، b و c را طوری تعیین کنید که معکوس تابع f خودش باشد.

$$f(x) = \frac{x - a}{bx - c}$$

۸۳ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = \sqrt{x}$$

۸۴ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x + ۳)^۲, x \leq -۳$$

۸۵ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = \frac{۱}{x}, x > ۰$$

۸۶ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x - ۲)^۲, x \geq ۲$$

۸۷ نشان دهید f تابعی صعودی اکید یا نزولی اکید است و بنابراین یک‌به‌یک، $f^{-۱}$ را بیابید و نمودارهای f و $f^{-۱}$ را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

$$f(x) = (x + ۱)^۳$$

۸۸ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، ضابطه‌ی معکوس این تابع را حساب کنید.

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ \text{ و } x \geq ۰ \\ x + ۱ \text{ و } x < ۰ \end{cases}$$

۸۹ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = \frac{x}{\sqrt{x^۲ + ۱}}$$

۹۰ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = \frac{۱ - ۲x}{۱ + x}$$

۹۱ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = -\sqrt{x - ۱}$$

۹۲ نشان دهید تابع زیر یک‌به‌یک است، سپس تابع معکوس آن‌ها را حساب کنید.

$$f(x) = x^۲, x \leq ۰$$

۹۳ دامنه و ضابطه‌ی هر یک از توابع $\frac{f}{g}, \frac{g}{f}, f.g, f+g$ را تعیین کنید. gof, fog, gog, fof

$$f(x) = \sqrt{۱ - x^۲}\ , g(x) = x + ۲$$

۹۴ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$$-f(x)$$

۹۵ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$$۲f(x)$$

۹۶ نمودار تابع زیر را رسم کنید و دامنه و برد آن را پیدا کنید.

$$f(x) - ۱$$

۹۷ اگر $f(x) = x + a$ و $g(x) = ax^۲ + bx + c$ باشد a b و c را طوری تعیین کنید که داشته باشیم $(fog)(x) = x^۲ - ۳x + ۴$.

۹۸ با توجه به نمودار تابع $y = \text{Cos}\, x$، نمودار تابع با ضابطه‌ی زیر را در R رسم کنید.

$$y = \text{Cos}\left(x + \frac{\pi}{۴}\right) + ۱$$

۹۹ نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۵(x - ۲)^۲ + ۷$

۱۰۰ نمودار سهمی مقابل را رسم کنید. $y = ۲(x - ۴)^۲$

$$(g^{-1}\,\text{of}^{-1})(۲۴) = g^{-1}(f^{-1}(۲۴))$$

عدد ۲۴ برای تابع f خروجی تابع است.

$$f(x) = \frac{x}{۵} - ۱ = ۲۴ \Rightarrow \frac{x}{۵} = ۲۵ \Rightarrow x = ۱۲۵$$

عدد ۱۲۵ برای تابع g خروجی تابع است.

$$x^{۳} = ۱۲۵ \Rightarrow x = ۵ \Rightarrow y^{-1}(۱۲۵) = ۵$$

$$f(x) = x^{۲} + \text{a}x + \text{b}x + \text{ab} + ۲(a+b)x^{۲}$$
$$f(x) = (۱ + ۲\text{a} + ۲\text{b})x^{۲} + (a+b)x + \text{ab}$$

برای آنکه تابع خطی باشد باید ضریب $x^{۲}$ برابر صفر باشد، بنابراین:

$$۱ + ۲\text{a} + ۲\text{b} = ۰ \Rightarrow ۲\text{a} + ۲\text{b} = -۱ \xrightarrow{\div ۲} a+b = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow f(x) = -\frac{۱}{۲}x + \text{ab}$$

از نقطه $(-۱, ۴)$ می‌گذرد، در نتیجه:

$$(-۱, ۴) \Rightarrow ۴ = \frac{۱}{۲} + \text{ab} \Rightarrow \text{ab} = ۴ - \frac{۱}{۲} \Rightarrow \text{ab} = \frac{۷}{۲}$$
$$f(x) = -\frac{۱}{۲}x + \frac{۷}{۲}$$
$$y = -\frac{۱}{۲}x + \frac{۷}{۲} \xrightarrow{\times ۲} ۲y = -x + ۷ \Rightarrow x = ۷ - ۲y \Rightarrow f^{-1}(x) = ۷ - ۲x$$

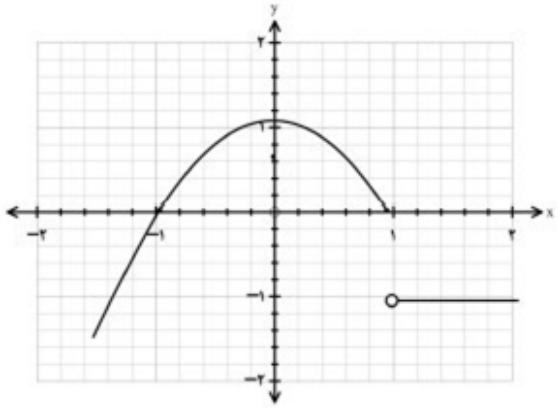
$$f(x) = \frac{(۵\text{x} - ۱)\cancel{(x-۱)}}{\cancel{x-۱}} \Rightarrow f(x) = ۵\text{x} - ۱ \Rightarrow D_f = R - \{۱\}$$

$$\xrightarrow{x=۱} y = ۴ \Rightarrow R_f = R - \{۴\} \Rightarrow D_{f^{-1}} = R_f$$

$$y = ۵\text{x} - ۱ \Rightarrow y + ۱ = ۵\text{x} \Rightarrow x = \frac{y+۱}{۵} \Rightarrow y = \frac{x+۱}{۵}$$

باید در $x - ۴$ ضرب و تقسیم کنیم.

$$f^{-1}(x) = \frac{\left(\frac{x+۱}{۵}\right)(x-۴)}{x-۴} = \frac{x^{۲} - ۳\text{x} - ۴}{۵\text{x} - ۲۰} \Rightarrow \begin{cases} a = -۳ \\ b = -۴ \\ c = -۲۰ \end{cases}$$



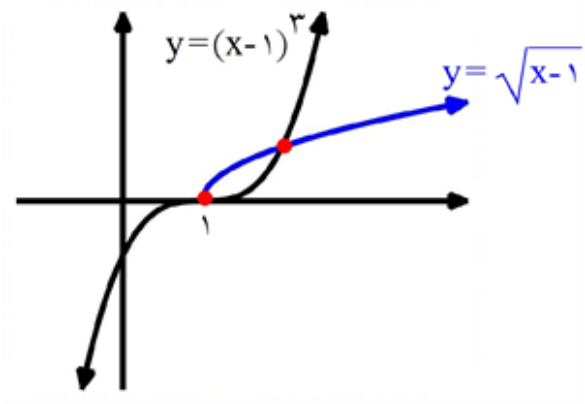
صعودی $(-\infty, ۰]$ و $(۱, +\infty)$

نزولی $[۰, +\infty)$

۵

$$x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x = \sqrt{x-۱} + ۱ \xrightarrow{-۱} \underbrace{x^{۳} - ۳x^{۲} + ۳x - ۱}_{\text{اتحاد مکعب دو جمله ای}} = \sqrt{x-۱}$$

$$\begin{cases} y = (x-۱)^{۳} \\ y = \sqrt{x-۱} \end{cases}$$



معادله دارای دو جواب است.

۶ درست

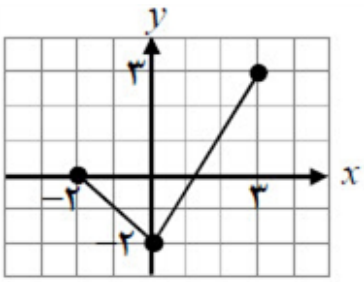
۷ الف) $D_f = [۱, +\infty), D_g = R \Rightarrow D_{\text{fog}} = \{x \in D_g | g(x) \in D_f\}$

$= \{x \in R | ۲x^{۲} - ۱ \in [۱, +\infty)\} \Rightarrow D_{\text{fog}} = (-\infty, -۱] \cup [۱, +\infty)$

$f(g(x)) = \sqrt{۲x^{۲} - ۲}$

۸ نادرست

۹



$D_g = [-۲, ۳]$

۱۰ الف) $(\text{fog})^{-۱}(۵) = \sqrt[۳]{۸ \times ۵ + ۲۴} = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

$(\text{fog})(x) = f(x^{۳}) = \frac{۱}{۸}x^{۳} - ۳ \Rightarrow y + ۳ = \frac{۱}{۸}x^{۳} \Rightarrow x^{۳} = ۸y + ۲۴ \Rightarrow x = \sqrt[۳]{۸y + ۲۴}$

$(\text{fog})^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{۸x + ۲۴}$

ب) $(f^{-۱} \text{of}^{-۱})(۶) = f^{-۱}(\underbrace{f^{-۱}(۶)}_{۸(۶+۳) = ۷۲}) = f^{-۱}(۶) = ۸(۷۲ + ۳) = ۶۰۰$

ب) $(g^{-۱} \text{of}^{-۱})(۵) = g^{-۱}(\underbrace{f^{-۱}(۵)}_{۸(۵+۳) = ۶۴}) = g^{-۱}(۶۴) = \sqrt[۳]{۶۴} = ۴$

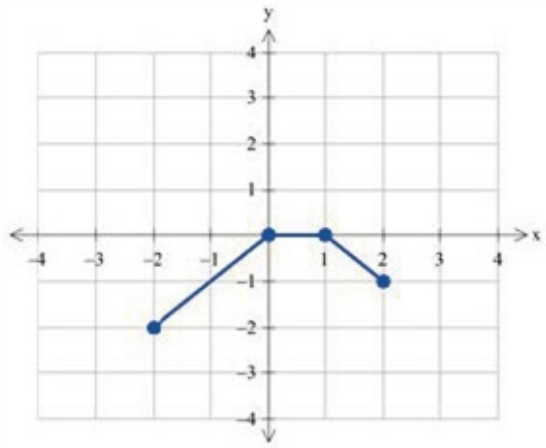
الف) $y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱$

$y=\frac{۱}{۲}f(۲x)-۱ \qquad ۲x=t \Rightarrow t=\frac{۱}{۲}x$

x	$\frac{۱}{۲}\times(-۴)$	$\frac{۱}{۲}\times(-۲)$	$\frac{۱}{۲}\times(۰)$	$\frac{۱}{۲}\times(۲)$	$\frac{۱}{۲}\times(۴)$
y	$\frac{۱}{۲}(-۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۰)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۲)-۱$	$\frac{۱}{۲}(۰)-۱$

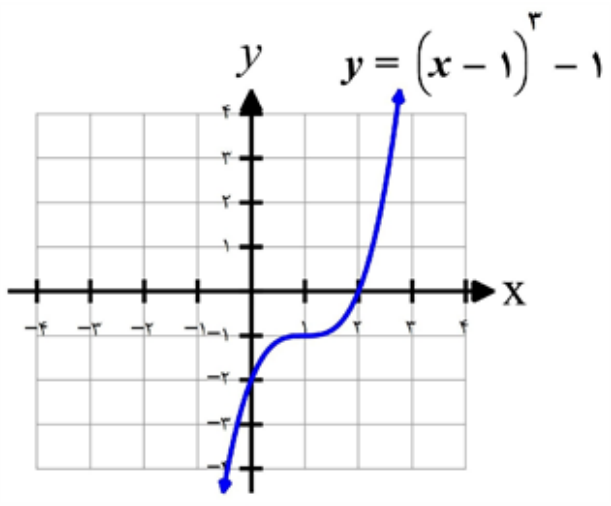
$\Rightarrow$

x	-۲	-۱	۰	۱	۲
y	-۲	-۱	۰	۰	-۱

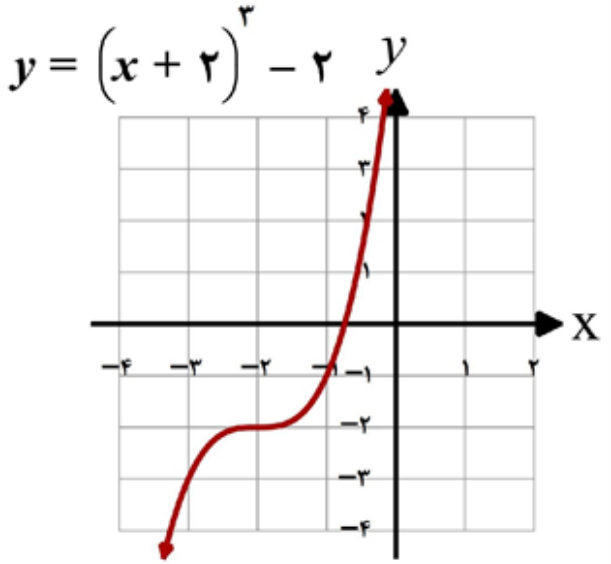


$$y=\begin{cases} x & -۲\le x\le ۰ \\ ۰ & ۰\le x\le ۱ \\ -x+۱ & ۱\le x\le ۲ \end{cases}$$

$D=[-۲,۲] \qquad R=[-۲,۰]$

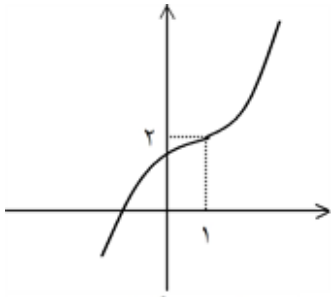


۱۲ الف) $D_f = R$, $R_f = R$



ب) $D_f = (-\infty, +\infty)$, $R_f = (-\infty, +\infty)$

۱۳ ضابطه‌ی تابع به صورت زیر می‌باشد:



$$\Rightarrow \begin{cases} a+b=-3 \\ ab+c=3 \checkmark \\ ac=1 \end{cases}$$

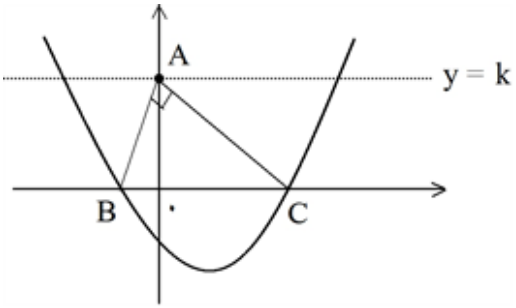
$f(x) = (x-1)^3 + 2$

$f(x) = (x+a)(x^2 + bx + c)$

$f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x + 1$

$f(x) = x^3 + (a+b)x^2 + (ab+c)x + ac$

۱۴ می‌دانیم که در هر مثلث قائم‌الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطه‌ی هندسی بین ۲ قطعه‌ی ایجاد شده روی وتر است. پس:



$$OA^{۲} = OB \times OC \xrightarrow[OB \times OC = |P| = |\frac{c}{a}| = ۳]{OA = k}$$

$$k^{۲} = ۳ \Rightarrow k = \pm\sqrt{۳} \Rightarrow k = \sqrt{۳}$$

۱۵ اگر نمودار را ۲ واحد به سمت راست منتقل کنیم نمودار تابع $y = f(x)$ رسم می‌شود. بنابراین صفرهای تابع $y = f(x)$ نقاط $-۲, ۰, ۳, ۵$ هستند.

از طرفی دامنه‌ی $g(x)$ برابر است با $R - \{f(x) = ۰\}$ پس: $D_g = R - \{-۲, ۰, ۳, ۵\}$

۱۶
$$f(f(x)) = ۲(۲x + k) + k = ۴x + ۳k$$
$$\text{fofof}(x) = f(f(f(x))) = ۲(۴x + ۳k) + k = ۸x + ۷k$$

$$۸x - ۱۵ = ۸x + ۷k \Rightarrow ۷k = -۱۵ \Rightarrow k = -\frac{۱۵}{۷} \Rightarrow f(x) = ۲x - \frac{۱۵}{۷} \Rightarrow ۲x - \frac{۱۵}{۷} = -۱$$
$$\Rightarrow x = \frac{۴}{۷} \Rightarrow f^{-۱}(-۱) = \frac{۴}{۷}$$

۱۷
$$f^{-۱}(۱) = ۰ \Rightarrow f(۰) = ۱ \Rightarrow a(۰) + b = ۱ \Rightarrow b = ۱$$
$$f(۲) = ۵ \Rightarrow a(۲) + \not{b}^{۱} = ۵ \Rightarrow ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲$$
$$\Rightarrow f(x) = ۲x + ۱$$

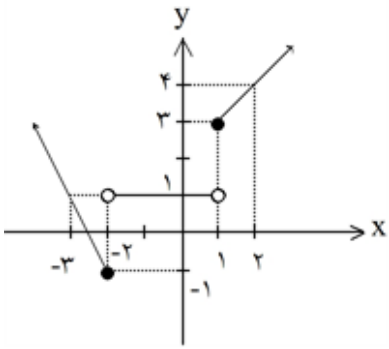
۱۸ الف)

$$f(x)=\begin{cases} x+۲ & ; x \geq ۱ \\ ۱ & ; -۲ < x < ۱ \\ -۲x-۵ & ; x \leq -۲ \end{cases}$$

x	۱	۲
y	۳	۴

x	-۲	۱
y	۱	۱

x	-۲	-۳
y	-۱	۱



ب)

$(-\infty, -۲]$ ⇒ نزولی

$(-۲, -۱)$ ⇒ ثابت

$[۱, +\infty)$ ⇒ صعودی

۱۹ تابع تخفیف نقدی به صورت $f(x)=x-۲۰۰۰۰۰$ و تابع کارت تخفیف ۲۰ درصد به صورت $g(x)=\frac{۸۰}{۱۰۰}x$ است.

اگر از راه (الف) استفاده کند، تابع خرید علی به صورت زیر است:

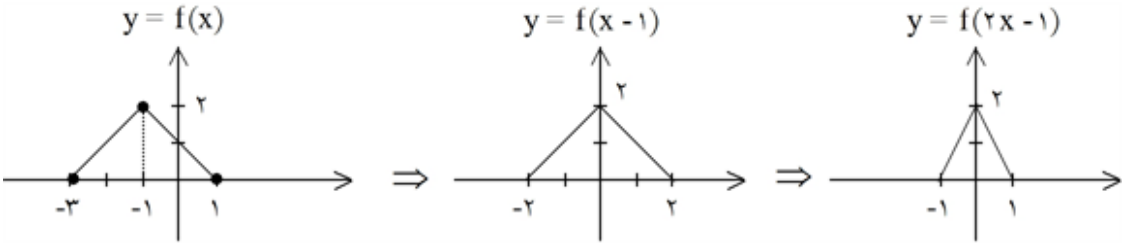
$$f(g(x))=\frac{۸۰}{۱۰۰}x-۲۰۰۰۰۰$$

اگر از راه (ب) استفاده کند، تابع خرید علی به صورت زیر است:

$$f(g(x))=\frac{۸۰}{۱۰}(x-۲۰۰۰۰۰)=\frac{۸۰}{۱۰۰}x-۱۶۰۰۰۰$$

همان طور که مشاهده می‌کنید، راه (الف) به نفع علی است: زیر از $\frac{۸۰}{۱۰۰}$ قیمت دوچرخه مقدار بیش‌تری را کم می‌کند.

۲۰



۲۱ $g(f(x)) = (f(x))^{۳} + (f(x))^{۲} - f(x) - ۱ = (f(x)^{۲} - ۱)(f(x) + ۱) = ۰ \Rightarrow f(x) = \pm ۱$

$f(x) = ۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۳ = ۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۴ = ۰ \Rightarrow x = -\frac{۴}{۳}, x = ۱$

$f(x) = -۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۳ = -۱ \Rightarrow ۳x^{۲} + x - ۲ = ۰ \Rightarrow x = \frac{۲}{۳}, x = -۱$

چهار جواب دارد.

۲۲ ابتدا ضابطه خطی تابع f را می‌یابیم:

$$\begin{cases} (۲, ۱) \in f \\ (۴, ۵) \in f \end{cases} \Rightarrow y - ۱ = \frac{۵ - ۱}{۴ - ۲}(x - ۲) \Rightarrow y = f(x) = ۲x - ۳$$

$$y = ۲x - ۳ \Rightarrow y + ۳ = ۲x \Rightarrow x = \frac{y + ۳}{۲} \Rightarrow y = \frac{x + ۳}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x + ۳}{۲}$$

۲۳ $f(x) = ۳۵ - ۷x \Rightarrow y = ۳۵ - ۷x \Rightarrow ۷x = ۳۵ - y \Rightarrow x = \frac{۳۵ - y}{۷} \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{۳۵ - x}{۷}$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۳۵ - x}{۷}$$

$$h(x) = \frac{۱}{f^{-۱}(x)} = \frac{۱}{\frac{۳۵ - x}{۷}} \Rightarrow h(x) = \frac{۷}{۳۵ - x} \Rightarrow ۳۵ - x \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۳۵$$

$$D_h = R - \{۳۵\}$$

۲۴ $m^{۲} + ۳m = ۴ \Rightarrow m^{۲} + ۳m - ۴ = ۰ \Rightarrow (m - ۱)(m + ۴) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} m = ۱ & \text{غ ق ق} \\ m = -۴ & \text{ق ق} \end{cases}$

$$\xrightarrow{m=-۴} f = \{(۲, ۴), (۵, ۱۰), (۲, ۴), (-۲۰, ۱۱), (-۴, ۵)\}$$

$$(f + g)(m) \xrightarrow{m=-۴} f(-۴) + g(-۴) = ۵ + \left[\frac{-۲۸}{۳}\right] = ۵ - ۱۰ = -۵$$

۲۵ $f(x) = ۳x$

$$D_f : -۱ \leq x \leq ۳ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \leq ۳x \leq ۹ \Rightarrow -۳ \leq x \leq ۹ \Rightarrow R_f = [-۳, ۹]$$

$g(x) = ۲x - ۱$

$$R_g = -۱ \leq y \leq ۷ \Rightarrow -۱ \leq ۲x - ۱ \leq ۷ \xrightarrow{+۱} ۰ \leq ۲x \leq ۸ \xrightarrow{\div ۲} ۰ \leq x \leq ۴ \Rightarrow D_g = [۰, ۴]$$

$h(x) = x^{۲}$

$$D_h : -۱ \leq x \leq ۳ \xrightarrow{\text{به توان می رسانیم ۲}} ۰ \leq x^{۲} \leq ۹ \Rightarrow ۰ \leq y \leq ۹ \Rightarrow R_h = [۰, ۹]$$

$t(x) = ۵ - x$

$$D_t : -۲ \leq x \leq ۴ \xrightarrow{\times(-۱)} -۴ \leq -x \leq ۲ \xrightarrow{+۵} ۱ \leq ۵ - x \leq ۷ \Rightarrow ۱ \leq y \leq ۷ \Rightarrow R_t = [۱, ۷]$$

تابع	$f(x) = ۳x$	$g(x) = ۲x - ۱$	$h(x) = x^{۲}$	$t(x) = ۵ - x$
دامنه تابع	[-۱ , ۳]	[۰ , ۴]	[-۱ , ۳]	[-۲ , ۴]
برد تابع	[-۳ , ۹]	[-۱ , ۷]	[۰ , ۹]	[۱ , ۷]

۲۶ باید تابع $f(x)$ را کوچک‌تر از یک قرار دهیم.

$$\frac{۱}{۴}x^۲-\frac{۹}{۴}x+۳<۱\xrightarrow{\times ۴}x^۲-۹x+۱۲<۴\Rightarrow x^۲-۹x+۸<۰\Rightarrow ۱<x<۸\Rightarrow\begin{cases}a=۱\\b=۸\end{cases}$$
$$\Rightarrow b-a=۸-۱=۷$$

۲۷
$$(m-۱)x^۲+۴x+۳m-۲=-۲x+m-۳\Rightarrow(m-۱)x^۲+۶x+۲m+۱=۰$$
$$\xrightarrow{\Delta=۰}۳۶-۴(m-۱)(۲m+۱)=۰\Rightarrow ۳۶-۴(۲m^۲-m-۱)=۰\xrightarrow{\div ۴}$$
$$-۲m^۲+m+۱۰=۰\xrightarrow{\times(-۱)}۲m^۲-m-۱۰=۰\Rightarrow(۲m-۵)(m+۲)=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۲/۵\\m=-۲\end{cases}$$

۲۸
$$(m+۲)x^۲-۴mx-۶=-۲mx-۷\Rightarrow(m+۲)x^۲-۲mx+۱=۰\xrightarrow{\Delta=۰}$$
$$۴m^۲-۴(m+۲)=۰\Rightarrow m^۲-m-۲=۰\Rightarrow\begin{cases}m=۲\\m=-۱\end{cases}$$

۲۹
$$(۶,f^{-۱}(۶))\in f^{-۱}\Rightarrow(f^{-۱}(۶),۶)\in f\Rightarrow\begin{cases}x=f^{-۱}(۶)\\f(x)=۶\end{cases}\Rightarrow ۶+f^{-۱}(۶)=۲f^{-۱}(۶)+۱۰$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(۶)=-۴$$
$$f(x)-۴=۲x+۱۰\Rightarrow f(x)=۲x+۱۴$$
$$f(۱)=۲+۱۴=۱۶$$
$$f^{-۱}(۰)=a\Rightarrow f(a)=۰\Rightarrow ۲a+۱۴=۰\Rightarrow a=-۷$$
$$\frac{۱+f(۱)}{۲-f^{-۱}(۰)}=\frac{۱+۱۶}{۲+۷}=\frac{۱۷}{۹}$$

۳۰ ابتدا وارون تابع f را حساب می‌کنیم.
$$y=۲x+۵\Rightarrow y-۵=۲x\xrightarrow{\div ۲}\frac{y}{۲}-\frac{۵}{۲}=x\xrightarrow{x\longleftrightarrow y}y=\frac{x}{۲}-\frac{۵}{۲}\Rightarrow f^{-۱}(x)=\frac{x}{۲}-\frac{۵}{۲}$$
$$\Rightarrow y=\frac{x}{۲}-\frac{۵}{۲}\xrightarrow{\times ۲}x-۲y-۵=۰$$
$$۲y-x=۱\Rightarrow x-۲y+۱=۰$$
$$d=\frac{|c-c'|}{\sqrt{a^۲+b^۲}}=\frac{|۱+۵|}{\sqrt{۱+۴}}=\frac{۶}{\sqrt{۵}}$$

۳۱ ابتدا $y=x^۲-۷x+۶$ را تعیین علامت می‌کنیم:
$$x^۲-۷x+۶=۰\Rightarrow(x-۱)(x-۶)=۰\Rightarrow\begin{cases}x=۱\\x=۶\end{cases}$$

x		۱		۶	
y	+	۰	-	۰	+

الف) بالاتر از محور x ها یعنی y مثبت باشد: $(-\infty,۱)\cup(۶,+\infty)$

ب) روی محور x ها یعنی y صفر باشد: $x=۱,x=۶$

ج) پایین محور x ها یعنی y منفی باشد: $(۱,۶)$

۳۲ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$$(m-۱)x^۲ + ۲\sqrt{۳}x - m = \sqrt{۳}x - ۲m \Rightarrow (m-۱)x^۲ + \sqrt{۳}x + m = ۰$$

$$\Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (\sqrt{۳})^۲ - ۴m(m-۱) < ۰ \Rightarrow ۳ - ۴m^۲ + ۴m < ۰ \xrightarrow{\times(-۱)} ۴m^۲ - ۴m - ۳ > ۰$$

$$\Rightarrow m < -\frac{۱}{۲} \text{ یا } m > \frac{۳}{۲}$$

۳۳ با تساوی قرار دادن دو تابع باید $\Delta < ۰$ باشد.

$$(m+۲)x^۲ + mx + ۲ = ۳mx + ۱$$

$$(m+۲)x^۲ - ۲mx + ۱ = ۰ \Rightarrow \Delta < ۰ \Rightarrow (-۲m)^۲ - ۴(m+۲) < ۰ \Rightarrow ۴m^۲ - ۴(m+۲) < ۰$$

$$\xrightarrow{\div ۴} m^۲ - m - ۲ < ۰ \Rightarrow (m+۱)(m-۲) < ۰ \Rightarrow -۱ < m < ۲$$

۳۴

$$f(x) = kx + b \Rightarrow y = kx + b \Rightarrow y - b = kx \Rightarrow \frac{۱}{k}y - \frac{b}{k} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$$

$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{k}x - \frac{b}{k}$$

در خود سوال گفته شده شیب تابع وارون $۹k$ است. بنابراین:

$$\frac{۱}{k} = ۹k \Rightarrow ۹k^۲ = ۱ \Rightarrow k^۲ = \frac{۱}{۹} \Rightarrow k = \pm\frac{۱}{۳}$$

۳۵

$$D_f = R - \{۹\} \Rightarrow f(x) = \frac{(x-۴)(x-۹)}{(x-۹)} = x - ۴$$

تابع در $(۹, ۵)$ تعریف نشده است. بنابراین وارون آن در $(۵, ۹)$ تعریف نشده است.

$$y = x - ۴ \Rightarrow y + ۴ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} f^{-۱}(x) = x + ۴$$

$$D_{f^{-۱}} = R - \{۵\}$$

۳۶

$$y = ۲x + ۱ \Rightarrow y - ۱ = ۲x \Rightarrow \frac{y-۱}{۲} = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = \frac{x-۱}{۲} \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{x-۱}{۲}$$

$$g(x) = \frac{\sqrt{۲x+۱}}{\frac{x-۱}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} ۲x + ۱ \geq ۰ \Rightarrow x \geq -\frac{۱}{۲} \\ \frac{x-۱}{۲} \neq ۰ \Rightarrow x \neq ۱ \end{cases}$$

$$D_g = \left[-\frac{۱}{۲}, +\infty\right) - \{۱\}$$

۳۷

$$y = ax^۲ + bx + c$$

راس سهمی $x_۰ = \frac{-b}{۲a} = ۲ \Rightarrow -b = ۴a \Rightarrow b = -۴a$

$$A(۰, ۲) \Rightarrow ۲ = a(۰)^۲ + b(۰) + c \Rightarrow c = ۲$$

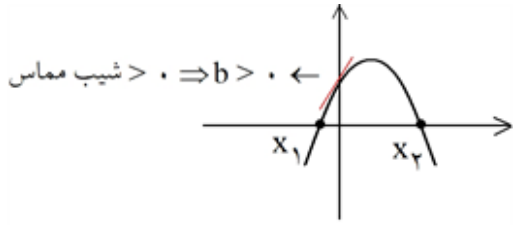
$$S(۲, -۱) \Rightarrow -۱ = a(۲)^۲ + b(۲) + ۲ \Rightarrow ۴a + ۲b = -۳ \xrightarrow{b=-۴a} ۴a + ۲(-۴a) = -۳$$

$$\Rightarrow ۴a - ۸a = -۳ \Rightarrow a = \frac{۳}{۴} \Rightarrow b = -۴\left(\frac{۳}{۴}\right) = -۳$$

$$y = \frac{۳}{۴}x^۲ - ۳x + ۲$$

۳۸

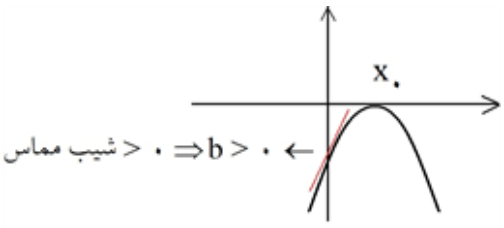
۱)



$a < ۰ , c > ۰$

$\Delta > ۰$ ⇐ دو ریشه دارد

۲)



$a < ۰ , c < ۰$

$\Delta = ۰$ ⇐ یک ریشه مضاعف دارد

نمودار	a	b	c	Δ	تعداد ریشه
۱	-	+	+	+	۲
۲	-	+	-	صفر	۱

۳۹

$$y = \frac{۲x + ۳}{۵x + ۸} \Rightarrow ۵xy + ۸y = ۲x + ۳ \Rightarrow x(۵y - ۲) = ۳ - ۸y \Rightarrow x = \frac{۳ - ۸y}{۵y - ۲}$$

$$\Rightarrow y^{-۱} = \frac{۳ - ۸x}{۵x - ۲}$$

۴۰ چون f یک تابع خطی است. بنابراین $f(x) = ax + b$ است.

$$f(x + ۱) + f(x + ۲) = ۴x + ۷ \Rightarrow a(x + ۱) + b + a(x + ۲) + b = ۴x + ۷$$

$$\Rightarrow ax + a + b + ax + ۲a + b = ۴x + ۷ \Rightarrow ۲ax + ۳a + ۲b = ۴x + ۷$$

$$\begin{cases} ۲a = ۴ \Rightarrow a = ۲ \\ ۳a + ۲b = ۷ \xrightarrow{a=۲} ۶ + ۲b = ۷ \Rightarrow ۲b = ۱ \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \end{cases}$$

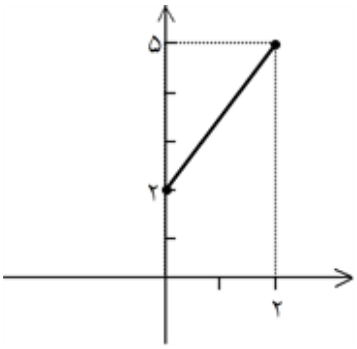
$$f(x) = ۲x + \frac{۱}{۲}$$

$$f^{-۱}(۳) = k \Rightarrow f(k) = ۳ \Rightarrow ۲k + \frac{۱}{۲} = ۳ \Rightarrow ۲k = ۳ - \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k = \frac{۵}{۲}$$

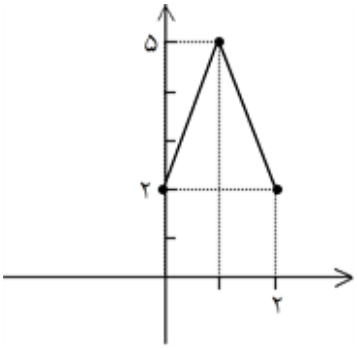
$$\Rightarrow k = \frac{۵}{۴} \Rightarrow f^{-۱}(۳) = \frac{۵}{۴}$$

۴۱

الف)



ب)



۴۲

$$\begin{matrix} A(۲,۰) \\ B(۰,۲) \end{matrix} \Rightarrow m = \frac{y_۲ - y_۱}{x_۲ - x_۱} = \frac{۲ - ۰}{۰ - ۲} = \frac{۲}{-۲} = -۱ \Rightarrow y - y_۱ = m(x - x_۱)$$

$$\Rightarrow y - ۲ = -(x - ۰) \Rightarrow y = -x + ۲ \Rightarrow f(x) = -x + ۲$$

$$y = -x + ۲ \Rightarrow x = -y + ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = -x + ۲$$

$$(f^{-۱} + f)(x) = f^{-۱}(x) + f(x) = -x + ۲ + (-x + ۲) = -۲x + ۴$$

۴۳

الف)

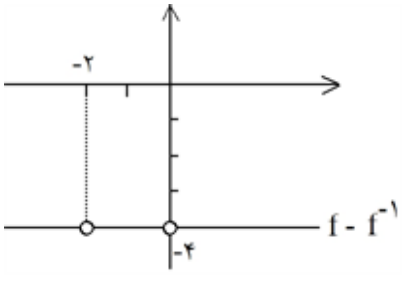
$$f(x) = \frac{x(x-۲)}{x} \Rightarrow y = x - ۲ \Rightarrow y + ۲ = x \xrightarrow{x \longleftrightarrow y} y = x + ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = x + ۲$$

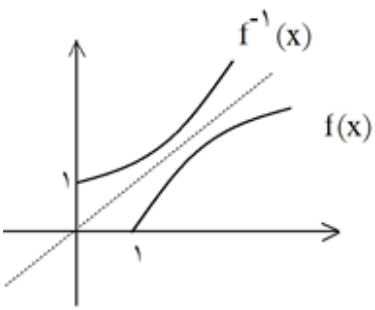
ب) تابع f در $(-۲, ۰)$ توخالی است. بنابراین $f^{-۱}$ در $(-۲, ۰)$ تعریف نشده است.

$$\begin{matrix} D_f = R - \{۰\} \\ D_{f^{-۱}} = R - \{-۲\} \end{matrix} \Rightarrow D_{f-f^{-۱}} = D_f \cap D_{f^{-۱}} = R - \{۰, -۲\}$$

ج)

$$(f - f^{-۱})(x) = f(x) - f^{-۱}(x) = x - ۲ - (x + ۲) = -۴$$





۴۴ $D_f = [۱ , +\infty) \\ R_f = [۰ , +\infty) \Rightarrow \begin{cases} D_{f^{-۱}} = [۰ , +\infty) \\ R_{f^{-۱}} = [۱ , +\infty) \end{cases}$

۴۵ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب $x^۲$ را صفر قرار می‌دهیم.

$b - ۳ = ۰ \Rightarrow b = ۳ \Rightarrow f(x) = ۴x - ۱$

$f^{-۱}(۳) = a \Rightarrow f(a) = ۳ \Rightarrow ۴a - ۱ = ۳ \Rightarrow ۴a = ۴ \Rightarrow a = ۱$

۴۶ برای آن‌که تابع در کل اعداد حقیقی یک به یک باشد باید درجه ۲ نباشد بنابراین ضریب $x^۲$ را صفر قرار می‌دهیم.

$a - ۱ = ۰ \Rightarrow a = ۱ \Rightarrow f(x) = ۳x + ۱ \Rightarrow f(۵) = ۱۵ + ۱ = ۱۶$

۴۷ $y = ax^۲ + bx + c \xrightarrow{y_A = y_B} ax_A^۲ + bx_A + c = ax_B^۲ + bx_B + c$

$\Rightarrow ax_A^۲ - ax_B^۲ + bx_A - bx_B = ۰$

$\Rightarrow a\left(x_A^۲ - x_B^۲\right) + b(x_A - x_B) = ۰$

$\Rightarrow a(x_A - x_B)(x_A + x_B) + b(x_A - x_B) = ۰$

$\Rightarrow (x_A - x_B)(a(x_A + x_B) + b) = ۰$

$\begin{cases} x_A - x_B = ۰ \Rightarrow x_A = x_B \text{ غ ق (دو نقطه متمایز)} \\ a(x_A + x_B) + b = ۰ \Rightarrow x_A + x_B = -\frac{b}{a} \end{cases}$

$x_A + x_B = -\frac{b}{a} \xrightarrow{\div ۲} \frac{x_A + x_B}{۲} = -\frac{b}{۲a} \xrightarrow{x = -\frac{b}{۲a} \text{ محور تقارن است}} x = \frac{x_A + x_B}{۲}$ (محور تقارن)

۴۸ $y = -x^۲ + ۱۰x + ۱ \Rightarrow x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-۱۰}{-۲} = ۵$ محور تقارن

$\xrightarrow{x_. = ۵} y = -۲۵ + ۵۰ + ۱ = ۲۶ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(۵, ۲۶)$

$a = -۱ < ۰$ بنابراین دهانه سهمی به طرف پایین باز می‌شود.

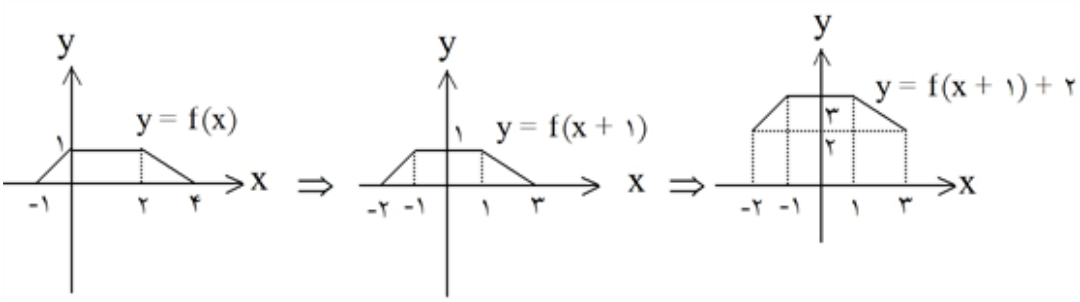
$x = \frac{-b}{۲a} = \frac{-b}{۶} = -۱ \Rightarrow b = ۶ \xrightarrow{\text{معادله سهمی}} y = ۳x^۲ + ۶x + ۱$

$\xrightarrow{x_. = -۱} y_. = ۳ - ۶ + ۱ = -۲ \xrightarrow{\text{راس سهمی}} S(-۱, -۲)$

$a = ۳ > ۰$ بنابراین دهانه‌ی سهمی به طرف بالا می‌باشد.

۴۹ ۱ نمره

برای رسم نمودار خواسته شده به کمک انتقال، ابتدا نمودار داده شده را یک واحد به سمت چپ و سپس دو واحد به سمت بالا انتقال می‌دهیم:



۵۰ الف) $D_f = R - \{۰\}$ (۰/۲۵) , $D_g = [۱, +\infty)$ (۰/۲۵) (صفحه ۶۳ و ۶۶)

$D_{fog} = \{x \in D_f \mid g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵) ⇒

$D_{fog} = \{x \in [۱, +\infty) \mid \sqrt{x-۱} \in R - \{۰\}\}$ (۰/۲۵) ⇒ $D_{fog} = (۱, +\infty)$ (۰/۲۵)

ب) $(fog)(x) = f(\sqrt{x-۱}) = \frac{\sqrt{x-۱} - ۱}{\sqrt{x-۱}}$ (۰/۵)

ج) $\frac{۲f(۵)}{g(۵)} = \frac{۲ \times \frac{۴}{۵}}{۲}$ (۰/۲۵) $= \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

۵۱ الف) $D_{fog} = \underbrace{\left\{x \in R - \{۱\} \mid \frac{x+۲}{x-۱} \neq ۰\right\}}_{(۰/۵)} = R - \{۱, -۲\}$ (۰/۲۵)

مشابه مثال صفحه ۶۸ و مسائل ۷۳ - ۷۴

ب) $fog = \frac{۱}{\frac{x+۲}{x-۱}}$ (۰/۲۵)

ج) $(g - f)(۲) = g(۲) - f(۲) = ۴ - \frac{۱}{۲} = \frac{۷}{۲}$ (۰/۵)

۵۲ $f(g(x)) = ۲(g(x))^۲ - ۲$ (۰/۲۵)

$۲(g(x))^۲ - ۲ = ۲x^۲ + ۴x$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow ۲(g(x))^۲ = ۲x^۲ + ۴x + ۲ \Rightarrow (g(x))^۲ = x^۲ + ۲x + ۱ = (x+۱)^۲$ (۰/۲۵)

$\Rightarrow g(x) = |x + ۱|$ (۰/۲۵)

۵۳ $\left.\begin{array}{l} A(۲, -۲) \Rightarrow -۲ = ۴a + ۲ + b \Rightarrow ۴a + b = -۴ \text{ (۰/۲۵)} \\ B(۰, ۳) \Rightarrow ۳ = b \text{ (۰/۵)} \end{array}\right\} \Rightarrow a = \frac{-۷}{۴}$ (۰/۲۵)

۵۴ $f(x)=\sqrt{x+۱}\ ,\ g(x)=x^{۲}-۱\ ,\ g(۲)=۲^{۲}-۱=۳$

$$\begin{cases} gof\,(x)=g(f(x))=(\sqrt{x+۱})^{۲}-۱=x \\ fog\,(۲)=f(g(۲))=f(۳)=۲ \end{cases}$$

$$\Rightarrow gof\,(x)-۷x=fog\,(۲)\Rightarrow x-۷x=۲\Rightarrow x=-\frac{۱}{۳}$$

۵۵ $fog\,(x)=۳(۲x-۳)+۷=۶x-۲ \qquad gof\,(x)=۲(۳x+۷)-۳=۶x+۱۱$

$$۳(۶x-۲)+۲(۶x+۱۱)=۷\ \Rightarrow ۳۰x=-۹\ \Rightarrow x=\frac{-۳}{۱۰}$$

۵۶ $(gof\,)(x)=(\sqrt{x^{۲}+۱})^{۲}-۱=x^{۲} \quad \Rightarrow x^{۲}=۱\ \Rightarrow x=\pm ۱$

$(fog\,)(۱)=f\,[g(۱)=۰]=\sqrt{۰+۱}=۱$

۵۷ $(gof\,)(x)=(\sqrt{x+۲})^{۲}-۲=x$

۵۸ $fog\ (x)=۲(۳x+۲)+۳=۶x+۷\ ,\ gof\,(x)=۳(۲x+۳)+۲=۶x+۱۱$

$$fog\,(۱)=f(g(۱))=۱۳\ \Rightarrow ۶x+۷+۶x+۱۱=۱۳\Rightarrow ۱۲x=-۵\ \Rightarrow x=\frac{-۵}{۱۲}$$

۵۹ الف) $(fog\,)(x)=f(g(x))=f(\sqrt{x})=\dfrac{۳\sqrt{x}}{\sqrt{x}-۱}$ (۰/۲۵)

ب) $D_f=R-\{۱\}$ (۰/۲۵) $\quad ,D_g=\left[۰,\infty\right)$ (۰/۲۵)

$$D_{fog}=\{x\in D_g\mid g(x)\in D_f\}\ (۰/۲۵)=\{x\geqslant ۰\mid \sqrt{x}\neq ۱\}\ (۰/۲۵)=\left[۰,\infty\right)-\{۱\}\ (۰/۲۵)$$

ج) $\left(\dfrac{f-g}{۲g}\right)(۴)=\dfrac{f(۴)-g(۴)}{۲g(۴)}=\dfrac{۴-۲}{۲(۲)}=\dfrac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶۰ الف) $۳(f(۴)-g(۴))=۳\left(\dfrac{۱}{۳}-۱\right)$ (۰/۵) $=-۲$ (۰/۲۵)

ب)

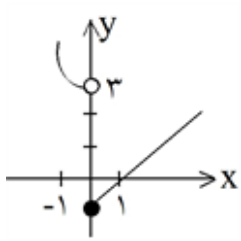
$$\begin{cases} \begin{cases} D_f=R-\{۱\} \\ D_g=[۳,+\infty) \end{cases} \text{(۰/۲۵)} \\ D_{fog}=\{x\in D_g\mid g(x)\in D_f\}\ \text{(۰/۲۵)}\rightarrow \\ D_{fog}=\{x\in[۳,+\infty)\mid \sqrt{x-۳}\neq ۱\}\ \text{(۰/۲۵)}=\{x\in[۳,+\infty)\mid x\neq ۴\}=\left[۳,۴\right)\cup(۴,+\infty)\ \text{(۰/۵)} \end{cases}$$

۶۱ رسم سهمی (۰/۲۵)
رسم خط (۰/۲۵)

(الف

ب) $f(f(-۱)) = f(۴) = ۳$ (۰/۲۵)

(۰/۲۵)



۶۲ الف) $\text{fog}\,(x) = f(g(x)) = \dfrac{\frac{۱}{x-۱} + ۱}{\frac{۱}{x-۱} - ۳}$ (۰/۲۵)

ب) $D_g = R - \{۱\}$ (۰/۲۵) , $D_f = R - \{۳\}$ (۰/۲۵)

$D_{\text{fog}} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\}$ (۰/۲۵)

$D_{\text{fog}} = \left\{x | x \neq ۱, \dfrac{۱}{x-۱} \neq ۳\right\} = \left\{x | x \neq ۱, x \neq \dfrac{۴}{۳}\right\}$

(۰/۲۵) (۰/۲۵)

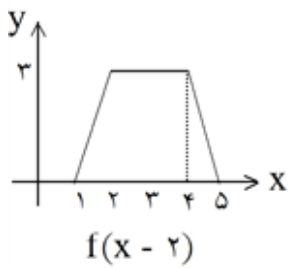
۶۳ $\dfrac{f}{g} = \left\{\left(۱, \dfrac{۲}{۵}\right), \left(۳, \dfrac{۴}{۳}\right)\right\}$ (۰/۵)

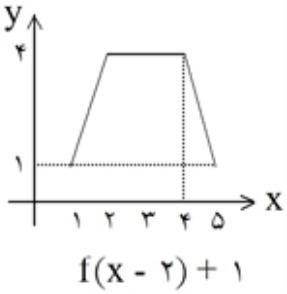
۶۴ $g(۱) = ۲ + ۱^{۲} = ۳$ (۰/۲۵) $\Rightarrow (\text{fog})(۱) = f(g(۱)) = f(۳)$ (۰/۲۵) $= ۳^{۲} - ۴(۳)$ (۰/۲۵) $= -۳$ (۰/۲۵)

۶۵ $\begin{cases} ۱ - b + c = ۲ \text{ (۰/۲۵)} \\ ۰ - b(۰) + c = ۳ \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow c = ۳ \text{ (۰/۲۵)} \end{cases} \Rightarrow b = ۲$ (۰/۲۵)

۶۶ $y = -\left[(x-۲)^{۲} - ۱\right] \Rightarrow (x-۲)^{۲} = ۱ - y \Rightarrow |x-۲| = \sqrt{۱-y}$ $\Big\}$ $\Rightarrow -(x-۲) = \sqrt{۱-y} \Rightarrow$ $x < ۲$

$x = ۲ - \sqrt{۱-y} \Rightarrow f^{-۱}(x) = ۲ - \sqrt{۱-x}\,, x < ۱$

۶۷




۶۸ $D = [۱, ۵]$ $R = [۱, ۴]$

$D_f = [-۱, ۳]$ $R_f = [۰, ۳]$

۶۹ $(gof)(x) = \frac{۱}{\sqrt{x^۲ - ۱}}$

۷۰ $f(g(x)) = ۲g(x) - ۵ = ۵x + ۴ \Rightarrow g(x) = \frac{۱}{۲}(۵x + ۹)$

۷۱ $c\begin{vmatrix} ۰ \\ -۱ \end{vmatrix} \rightarrow c = -۱ \quad x = ۲ \rightarrow y = x+۱ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۲ \\ ۳ \end{vmatrix} \quad x = ۱ \rightarrow y = x+۱ \Rightarrow \begin{vmatrix} ۱ \\ ۲ \end{vmatrix}$

$f(x) = ax^۲ + bx + c \rightarrow A[۲, ۲+۱], B[۱, ۱+۱] \rightarrow A[۲, ۳], B[۱, ۲], C[۰, -۱]$

$$\begin{cases} A\left[۲ \text{ و } ۳\right] \rightarrow ۴a + ۲b + c = ۳ \\ B\left[۱ \text{ و } ۲\right] \rightarrow a + b + c = ۲ \end{cases} \Rightarrow \overset{-۴}{} \begin{cases} ۴a + ۲b = ۴ \\ a + b = ۳ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۴a + ۲b = ۴ \\ -۴a - ۴b = -۱۲ \end{cases} \Rightarrow a = -۱, b = ۴$$

۷۲ الف)

$$\left.\begin{matrix} f(x) = \sqrt{x+۳} \\ g(x) = ۴ - x \end{matrix}\right\} h(x) = f(x) - ۲g(x) = \sqrt{x+۳} - ۲(۴ - x)$$

$h(۱) = \sqrt{۱+۳} - ۲(۴-۱) \rightarrow h(۱) = -۴$

$D_g = R \ , D_f = [-۳, +\infty)$

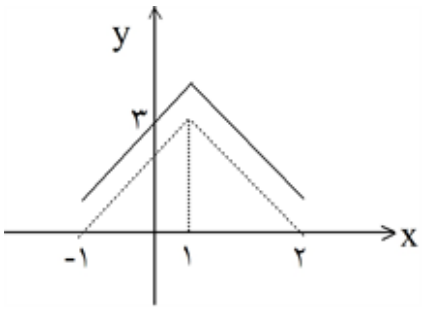
ب) $D_{fog} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in R \mid ۴ - x \geqslant -۳\}$

$= \{x \in R \mid x \leqslant ۷\} \Rightarrow D_{fog} = \{x \mid x \in R, x \leqslant ۷\}$

۷۳ $f(x-۱) = x^۲ \xrightarrow[x=t+۱]{x-۱=t} f(t) = (t+۱)^۲$

$\Rightarrow f(x) = (x+۱)^۲ \Rightarrow f(۱) = ۴$

۷۴



۷۵ $f(x_۱) = f(x_۲) \rightarrow \sqrt{x_۱ - ۱} = \sqrt{x_۲ - ۱} \Rightarrow x_۱ = x_۲$

$R_f = [۰, \infty), D_f = (۱, \infty)$

پس f یک به یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است.

۷۶ $D_f = R - \{۱\} \qquad D_g = [-۲, +\infty)$

$D_{\text{gof}} = \{x \mid x \in D_f, f(x) \in D_g\}$

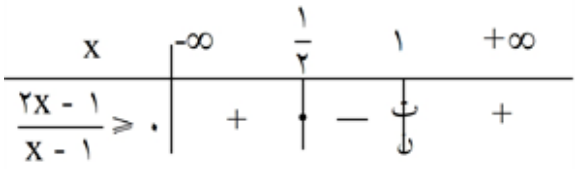
$= \left\{x \mid x \in R - \{۱\}, \frac{۱}{x-۱} \in \left[-۲, +\infty\right)\right\} = \left\{x \mid x \neq ۱, \frac{۱}{x-۱} \geqslant -۲\right\}$

$\frac{۱}{x-۱} \geqslant -۲ \Rightarrow \frac{۱}{x-۱} + ۲ \geqslant ۰ \Rightarrow \frac{۱ + ۲x - ۲}{x-۱} \geqslant ۰ \Rightarrow \frac{۲x-۱}{x-۱} \geqslant ۰$

$x \in \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)$

$\Rightarrow D_{\text{gof}} = \left\{x \neq +۱, x \in \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)\right\} = \left(-\infty, \frac{۱}{۲}\right] \cup (۱, +\infty)$

$\text{gof}(x) = g\left(\frac{۱}{x-۱}\right) = \sqrt{\frac{۱}{x-۱} + ۲} = \sqrt{\frac{۲x-۱}{x-۱}}$

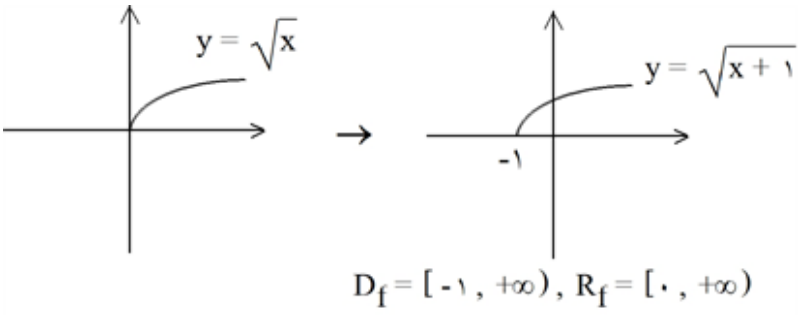


۷۷ $f(x) = |x| + ۱ \Rightarrow D_f = R$

$g(x) = x\sqrt{x} \Rightarrow D_g : x \geq ۰ \Rightarrow D_g = [۰, +\infty)$

$D_{\text{gof}} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid (|x| + ۱) \in [۰, +\infty)\} = R$

$\text{gof} = g(f(x)) = (|x| + ۱).\sqrt{|x| + ۱}$

۷۸ 

۷۹ f یک به یک است و بنابراین معکوس‌پذیر است.

$y_۱ = \sqrt{x_۱ + ۲}, y_۲ = \sqrt{x_۲ + ۲} \Rightarrow \sqrt{x_۱ + ۲} = \sqrt{x_۲ + ۲} \Rightarrow x_۱ = x_۲$

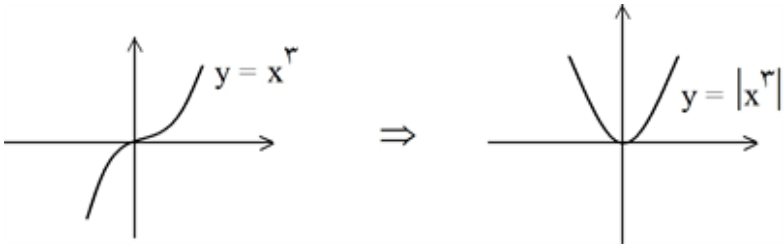
تذکر: $D_{f^{-۱}} = R_f$

$y = \sqrt{x + ۲} \Rightarrow y^۲ = x + ۲ \Rightarrow x = y^۲ - ۲ \Rightarrow f^{-۱}(x) = x^۲ - ۲, x \geqslant ۰$

۸۰ چون $a = ۴$ است سهمی min دارد. و $x = -\frac{b}{۲a} = \frac{۳}{۸}$ طول نقاط Min است.

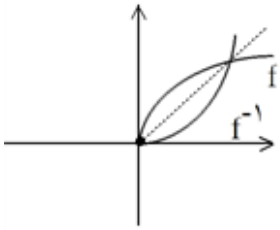
$y = -\frac{۹}{۱۶} \qquad A\left(\frac{۳}{۸}, -\frac{۹}{۱۶}\right)$

۸۱ ابتدا نمودار $y = x^{۳}$ را رسم می‌کنیم،سپس قسمت پایین محور xها را نسبت به محور xها قرینه کرده، بالا می‌آوریم.

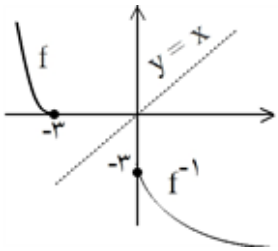


۸۲
$$y = \frac{x - a}{bx - c} \Rightarrow bxy - cy = x - a \Rightarrow bxy - x = cy - a \Rightarrow x = \frac{cy - a}{by - ۱}$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{cx - a}{bx - ۱}$$
$$f(x) = f^{-۱}(x) \Rightarrow c = ۱, b, a \in R$$

۸۳
$x_۲ > x_۱ \geqslant ۰ \rightarrow \sqrt{x_۲} > \sqrt{x_۱}$ ⇒ f اکیداً صعودی است
$y = \sqrt{x}, y \geqslant ۰ \rightarrow x = y^{۲}, y \geqslant ۰ \rightarrow f^{-۱}(x) = x^{۲}, x \geqslant ۰$



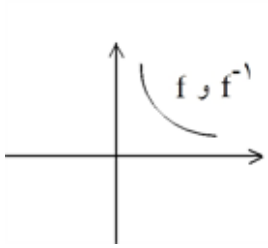
۸۴
$x_۱, x_۲ \leqslant -۳ : x_۲ > x_۱ \rightarrow x_۲ + ۳ > x_۱ + ۳$
$\rightarrow (x_۲ + ۳)^{۲} < (x_۱ + ۳)^{۲} \rightarrow f(x_۲) < f(x_۱)$ → f اکیداً نزولی
$y = (x + ۳)^{۲} \rightarrow \sqrt{y} = |x + ۳| \rightarrow \sqrt{y} = -x - ۳$
$\rightarrow x = -\sqrt{y} - ۳ \rightarrow f^{-۱}(x) = -\sqrt{x} - ۳$



۸۵

$x_۱, x_۲ > ۰ : x_۲ > x_۱ \Rightarrow \frac{۱}{x_۲} < \frac{۱}{x_۱} \Rightarrow f(x_۲) < f(x_۱)$ ⇒ f اکیداً نزولی است

$y = \frac{۱}{x} \Rightarrow x = \frac{۱}{y}, y > ۰ \Rightarrow f^{-۱}(x) = \frac{۱}{x}, x > ۰$

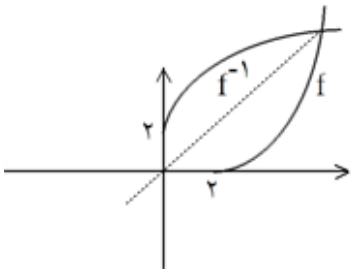


۸۶

$x_۱, x_۲ \geqslant ۲ : x_۲ > x_۱ \Rightarrow x_۲ - ۲ > x_۱ - ۲ \Rightarrow (x_۲ - ۲)^۲ > (x_۱ - ۲)^۲$

$\Rightarrow f(x_۲) > f(x_۱)$ → f اکیداً صعودی است

$y = (x - ۲)^۲ \rightarrow x - ۲ = \sqrt{y} \Rightarrow ۲ + \sqrt{y} = x \rightarrow f^{-۱}(x) = ۲ + \sqrt{x}$

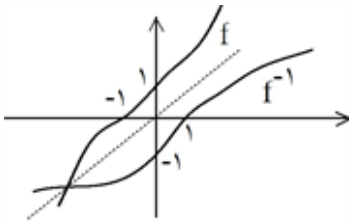


۸۷

f اکیدا صعودی است

$x_۲ > x_۱ \Rightarrow x_۲ + ۱ > x_۱ + ۱ \rightarrow (x_۲ + ۱)^۳ > (x_۱ + ۱)^۳ \Rightarrow f(x_۲) > f(x_۱) \rightarrow$

$y = (x + ۱)^۲ \rightarrow x + ۱ = \sqrt[۳]{y} \rightarrow x = \sqrt[۳]{y} - ۱ \rightarrow f^{-۱}(x) = \sqrt[۳]{x} - ۱$



۸۸

$$f(x) = \begin{cases} x^۲ + ۱ & x \geqslant ۰ \text{ و } y \geqslant ۱ : R_۱ \\ x + ۱ & x < ۰ \text{ و } y < ۱ : R_۲ \end{cases}$$

$(x^۲ + ۱)$ در فاصله‌ی $x \geqslant ۰$ و $x + ۱$ در فاصله‌ی $x < ۰$ یک‌به‌یک است و $R_۱ \cap R_۲ = \emptyset$، پس f یک‌به‌یک است.

$$y = x^۲ + ۱ \Rightarrow x^۲ = y - ۱ \Rightarrow x = \sqrt{y - ۱}$$
$$y = x + ۱ \Rightarrow x = y - ۱$$
$$\Rightarrow f^{-۱}(x) = \begin{cases} \sqrt{x - ۱} & x \geqslant ۱ \\ x - ۱ & x < ۱ \end{cases}$$

۸۹

$$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow \frac{x_1}{\sqrt{x_1^2+1}}=\frac{x_2}{\sqrt{x_2^2+1}}\Rightarrow x_1\sqrt{x_2^2+1}=x_2\sqrt{x_1^2+1}$$

$$x_1^2\left(x_2^2+1\right)=x_2^2\left(x_1^2+1\right)\Rightarrow x_1^2x_2^2+x_1^2=x_1^2x_2^2+x_2^2\Rightarrow x_1^2=x_2^2$$

$\xrightarrow{x_1 \text{ و } x_2 \text{ هم علامتند}} x_1=x_2 \Rightarrow$. f یک به یک است

$$y=\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\Rightarrow y\sqrt{x^2+1}=x\Rightarrow y^2x^2+y^2=x^2\Rightarrow x^2=\frac{y^2}{1-y^2}$$

$\xrightarrow{x \text{ و } y \text{ هم علامت}} x=\frac{y}{\sqrt{1-y^2}}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{x}{\sqrt{1-x^2}}$

۹۰

$$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow \frac{1-2x_1}{1+x_1}=\frac{1-2x_2}{1+x_2}$$

f یک به یک است

$$\Rightarrow \cancel{1}+x_2-2x_1-\cancel{2x_1x_2}=\cancel{1}+x_1-2x_2-\cancel{2x_1x_2}\Rightarrow 3x_2=3x_1\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow$$

$$y=\frac{1-2x}{1+x}\Rightarrow y+xy=1-2x\Rightarrow xy+2x=1-y\Rightarrow x=\frac{1-y}{2+y}\Rightarrow f^{-1}(x)=\frac{1-x}{2+x}$$

۹۱

f یک به یک است

$$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow -\sqrt{x_1-1}=-\sqrt{x_2-1}\Rightarrow x_1-1=x_2-1\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow$$

$$y=-\sqrt{x-1}, y\leqslant 0\Rightarrow y^2=x-1\Rightarrow x=y^2+1, y\leqslant 0\Rightarrow f^{-1}(x)=x^2+1, x\leqslant 0$$

۹۲

$$f(x_1)=f(x_2)\Rightarrow x_1^2=x_2^2 \text{ و } x_1,x_2\leqslant 0\Rightarrow \sqrt{x_1^2}=\sqrt{x_2^2}\Rightarrow |x_1|=|x_2|\Rightarrow -x_1=-x_2$$

$\Rightarrow x_1=x_2\Rightarrow f$ یک به یک است

$$y=x^2\Rightarrow \sqrt{y}=\sqrt{x^2}\Rightarrow \sqrt{y}=|x|\xrightarrow{x\leqslant 0}\sqrt{y}=-x\Rightarrow x=-\sqrt{y}\Rightarrow f^{-1}(x)=-\sqrt{x}$$

۹۳

$D_f = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}\ , D_g = R$

$D_{f+g} = D_{f.g} = D_f \cap D_g = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}$

$(f+g)(x) = x + ۲ + \sqrt{۱ - x^۲}, (f.g)(x) = (x+۲)\sqrt{۱ - x^۲}$

$D_{\frac{g}{f}} = D_f \cap D_g - \{x | f(x) = ۰\} = \{-۱ < x < ۱\} \quad \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{x + ۲}{\sqrt{۱ - x^۲}}$

$D_{\frac{f}{g}} = D_f \cap D_g - \{x | g(x) = ۰\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\} \quad \left(\frac{f}{g}\right)(x) = \sqrt{\frac{۱ - x^۲}{x + ۲}}$

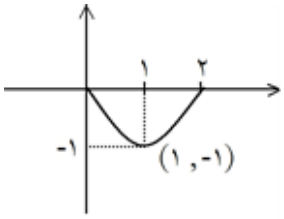
$D_{\text{fof}} = \left\{-۱ \leqslant x \leqslant ۱ | -۱ \leqslant \sqrt{۱ - x^۲} \leqslant ۱\right\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\}, (\text{fof})(x) = \sqrt{۱ - (\sqrt{۱ - x^۲})^۲} = \sqrt{x^۲} = |x|$

$D_{\text{gog}} = \{x \in \mathrm{R} | x + ۲ \in \mathrm{R}\} = R, g(g(x)) = (x+۲) + ۲ = x + ۴$

$D_{\text{fog}} = \{x \in \mathrm{R} | -۱ \leqslant x + ۲ \leqslant ۱\} = \{x \in \mathrm{R} | -۳ \leqslant x \leqslant -۱\} = \{-۳ \leqslant x \leqslant -۱\}, (\text{fog})(x) = \sqrt{۱ - (x+۲)^۲}$

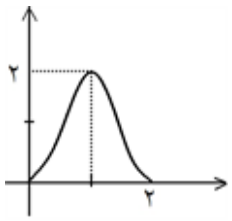
$D_{\text{gof}} = \left\{-۱ \leqslant x \leqslant ۱ | \sqrt{۱ - x^۲} \in \mathrm{R}\right\} = \{-۱ \leqslant x \leqslant ۱\} \quad (\text{gof})(x) = ۲ + \sqrt{۱ - x^۲}$

۹۴ نمودار f باید نسبت به محور xها قرینه شود.



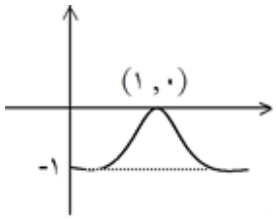
$D_f = [۰, ۲] \quad , R_f = [-۱, ۰]$

۹۵ دامنه تغییر نمی‌کند ولی عرض نقاط ۲ برابر می‌شود.



$D_f = [۰, ۲] \quad , R_f = [۰, ۲]$

۹۶ باید نمودار f یک واحد به پایین آورده شود.

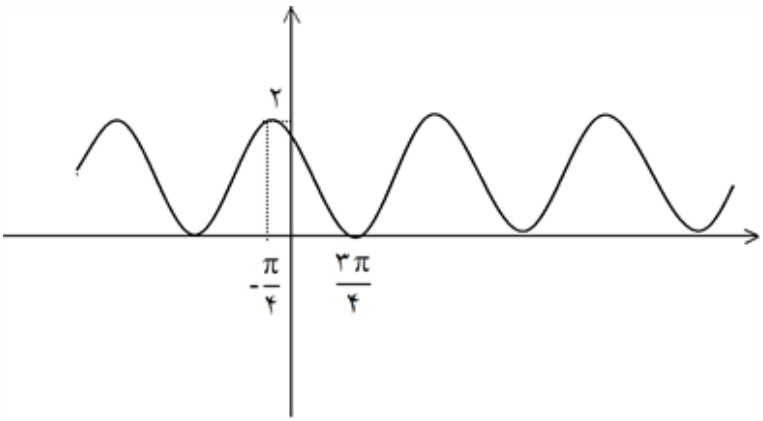


$D_f = [۰, ۲] \quad , R_f = [-۱, ۰]$

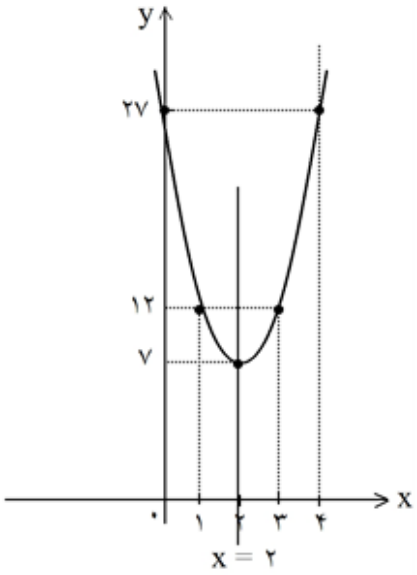
۹۷

$f(g(x)) = \mathrm{a}x^۲ + \mathrm{b}x + c + a = x^۲ - ۳x + ۴$

$$\Rightarrow \begin{cases} a = ۱ \\ b = -۳ \\ c + a = ۴ \Rightarrow c = ۳ \end{cases}$$



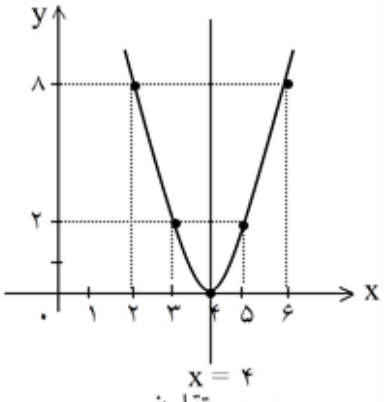
۹۸



۹۹

محور تقارن $x = ۲$ ، $S(۲ , ۷)$ راس

x	۲	۳	۱	۴	۰
y	۷	۱۲	۱۲	۲۷	۲۷



۱۰۰

$\Rightarrow$ راس $S(۴ , ۰)$ ، $x = ۴$ محور تقارن

x	۴	۵	۳	۶	۲
y	۰	۲	۲	۸	۸