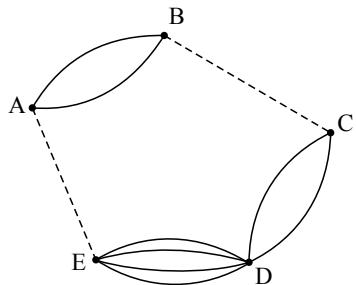




۱) مجموعه هشت عضوی $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$, چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

۲) تعداد راهها یا جاده‌ها از شهر B به C و از شهر A به شهر E را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۰ طریق از شهر A به شهر D سفر کرد. (همه حالت‌های ممکن را بنویسید).



۳) روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

(الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می‌توان تشکیل داد؟

(ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

۴) ارقام ۱ تا ۹ مفروض‌اند: (بدون تکرار ارقام)

(الف) چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟

(ب) چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۵) از ۵ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه یازدهم به چند طریق می‌توان یک تیم ۴ نفره انتخاب کرد هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی از پایه یازدهم و دوازدهم حضور داشته باشند؟

(ب) حداقل سه نفر از پایه دوازدهم باشند؟

۶) در جعبه‌ای ۴ مهره‌آبی و ۵ مهره قرمز وجود دارد به چند طریق می‌توان سه مهره از جعبه خارج کرد به طوری که:

(الف) هر سه قرمز باشند. (ب) هر سه هم رنگ باشند.

۷) می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه دوازدهم یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق

می‌توانیم این تیم را تشکیل بدیم؛ هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی دانش‌آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.

(ب) کاپیتان تیم، فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.

(پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز پایه دوازدهم باشند.

(ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.

۸) مجموعه $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$ مفروض است.

(الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج (بدون تکرار ارقام) می‌توان ساخت؟

(ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ‌تر از ۸۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

(پ) مجموعه A چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

(ت) مجموعه A چند زیرمجموعه سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد؟

۹) یک دوره بازی فوتبال بین ۷ تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود. اگر همه تیم‌ها با هم بازی داشته باشند و در پایان دوره ۹۰ بازی انجام شده باشد، تعداد تیم‌ها چند ناست؟



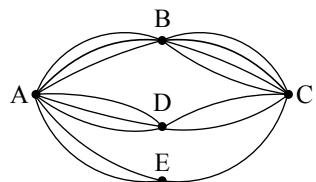
۱۰ با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (بامعنی یا بی معنی)

(الف) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت?

(ب) چند کلمه ۳ حرفی می‌توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟

(پ) چند کلمه ۵ حرفی می‌توان نوشت که با «و» شروع و به «ل» ختم شوند؟

۱۱ بین پنج شهر A, B, C, D و E مطابق شکل زیر راههای وجود دارد که همه دو طرفه‌اند. مشخص کنید به چند طریق می‌توان:



(الف) از شهر A به شهر C مسافرت کرد؟ (از هر شهر حداکثر یک بار عبور می‌کنیم).

(ب) از شهر A به شهر C و از طریق شهر B مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

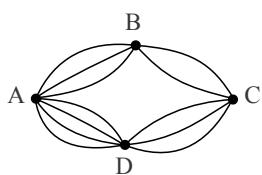
(پ) از شهر D بدون عبور از شهر E به شهر A مسافرت کرد؟

۱۲ با حروف کلمه «شیرازه» چند کلمه سه حرفی با معنی و بی معنی می‌توان نوشت?

۱۳ مطابق شکل رو به رو بین چهار شهر A, B, C, D راههایی وجود دارد. به چند طریق می‌توان:

(الف) از شهر A به شهر C از طریق B مسافرت کرد؟

(ب) از شهر B به شهر D مسافرت کرد؟ (از هر شهر حداکثر یک بار عبور می‌کنیم).



۱۴ با حروف کلمه «جهان‌گیر» چند کلمه ۷ حرفی بدون تکرار حروف می‌توان نوشت که شامل «جهان» باشد؟

۱۵ با ارقام زوج غیر صفر چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام و بزرگتر از ۷۰۰ می‌توان نوشت?

۱۶ به چند طریق می‌توان از بین ۸ نفر یک تیم ۶ نفره برای والیبال انتخاب کرد.

۱۷ با ارقام "۹, ۸, ۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱" چند عدد سه رقمی می‌توان نوشت به طوری که:

(الف) زوج باشد (تکرار مجاز نیست).

(ب) فرد باشد (تکرار مجاز است).

۱۸ می‌خواهیم از ۵ دانش‌آموز انسانی و ۴ دانش‌آموز تجربی یک تیم ۶ نفره انتخاب کنیم. مشخص کنید به چند طریق می‌توان این تیم را تشکیل داد هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی از رشته انسانی و تجربی حضور داشته باشد؟

(ب) کاپیتان از رشته انسانی باشد؟

۱۹ با ارقام "۷, ۶, ۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰" چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت?

۲۰ با ارقام "۵, ۴, ۳, ۲, ۱, ۰" چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت?

۲۱ ۱۲ نقطه روی محیط یک دایره واقع است.

(الف) چند ۴ ضلعی با این ۱۲ نقطه می‌توان تشکیل داد؟

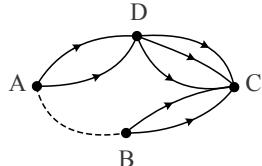
(ب) چند وتر روی این دایره می‌توان تشکیل داد؟

۲۲ روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد.

(الف) چه تعداد مثلث با این ۱۰ نقطه می‌توان نوشت؟

(ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

۲۳ با توجه به شکل اگر تعداد راههای مسافت از شهر A به شهر C برابر ۱۴ باشد، از شهر B به شهر C چند راه داریم؟



۲۴ یک مجموعه، ۱۰ زیر مجموعه سه عضوی دارد، این مجموعه چند زیر مجموعه یک عضوی دارد؟



۲۵) مجموعه $A = \{1, 2, 4, 5, 6\}$ مفروض است.

(الف) چند زیر مجموعه سه عضوی مشکل از اعضای فرد A می‌توان نوشت؟

(ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل ۶ و فاقد ۴ می‌توان نوشت؟

۲۶) با ارقام "۱، ۲، ۳، ۵، ۷" چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟ اگر تکرار مجاز باشد، چند عدد می‌توان نوشت؟

۲۷) مجموعه $A = \{1, 3, 5, 8, 9\}$ مفروض است.

(الف) چند زیر مجموعه ۴ عضوی از A می‌توان نوشت؟

(ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل ۳ می‌توان نوشت؟

(ج) چند زیر مجموعه دو عضوی فاقد ۵ می‌توان نوشت؟

۲۸) مجموعه $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$ مفروض است.

(الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

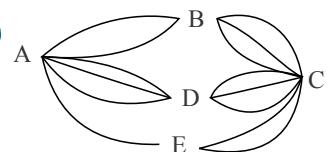
(ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۷۰۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

(ج) چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه A می‌توان نوشت؟

۲۹) در یک دوره بازی ۱۵ تیم با هم به صورت رفت و برگشت بازی کنند. اگر همه تیم‌ها با هم بازی کنند در پایان دوره چند بازی انجام خواهد شد؟

۳۰) جای خالی را کامل کنید.

$$\frac{P(n,r)}{\square} = C(n,r)$$



۳۱) بین ۵ شهر A, B, C, D, E مطابق شکل زیر راههایی موجود است. به چند طریق می‌توان: (از هر شهر حداقل یک بار عبور می‌کند).

(الف) از A به شهر C مسافرت کرد.

(ب) از شهر A بدون عبور از شهر E به شهر C مسافرت کرد.

۳۲) از بین ۷ دانشآموز دوازدهم و ۵ دانشآموز بازدهم به چند طریق می‌توان یک تیم چهار نفره انتخاب کرد به طوری که:

(الف) سه دانشآموز از پایه دوازدهم و یک دانشآموز از پایه یازدهم باشد.

(ب) حداقل یک دانشآموز از پایه یازدهم باشد.

۳۳) در یک جعبه ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می‌توان دو مهره خارج کرد به طوری که:

(الف) یک مهره قرمز و یک مهره سبز باشد.

(ب) هر دو هم رنگ باشند.

۳۴) جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.

(الف) حاصل عبارت $\binom{9}{4}$ برابر است.

(ب) تعداد جایگشت‌های n شیء متمایز برابر است.

۳۵) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵ چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۳۶) از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک متمایز و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می‌توان:

(الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد.

(ب) یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.

۳۷) با ارقام ۱، ۲، ۴، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می‌توان نوشت؟

۳۸) مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می‌تواند:

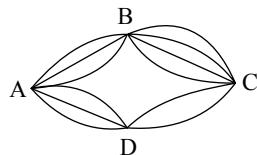
(الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

(ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

۳۹) به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستمن هدیه بدهیم؟



- ۴۰ مطابق شکل زیر بین شهرهای A و B و C و D راههایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر A به شهر C مسافرت کرد، به طوری که از هر شهر حداقل یک بار عبور کنیم.



- ۴۱ روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟
- ۴۲ به چند طریق می‌توان ۳ توپ همنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟
- ۴۳ جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.
- الف هر حالت از کنارهم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک از آن ۵ شیء می‌نامیم.
- ب در انتخاب ۲ شیء از بین n شیء، جابجایی اشیاء اهمیت ندارد.
- پ مقدار $\frac{5!}{2!}$ برابر است.



پاسخنامه تشریحی

$$C(4, 3) = \frac{4!}{3! \times 1!} = \frac{4 \times 3 \times 2 \times 1}{3 \times 2 \times 1} = 4 \times 2 = 8$$

اگر از شهر B به شهر C راه x و از شهر A به شهر E راه y داشته باشیم:

$A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$ یا $A \rightarrow E \rightarrow D$: تعداد مسیرها

$$\Rightarrow 20 = 2 \times x \times 1 + y \times 4$$

$$\Rightarrow 20 = 4x + 4y \stackrel{\div 4}{\longrightarrow} \boxed{5 = x + y}$$

برای مقدار x و y حالت‌های زیر ممکن است:

$$x+y=5 \xrightarrow{x,y \in \mathbb{N}} \begin{cases} x=1 \rightarrow y=4 & \checkmark \\ x=2 \rightarrow y=3 & \checkmark \\ x=3 \rightarrow y=2 & \checkmark \\ x=4 \rightarrow y=1 & \checkmark \\ x=5 \rightarrow y=0 & \times \end{cases}$$

۳

الف) ۳ نقطه از بین ۱۲ نقطه انتخاب می‌کنیم:

$$C(12, 3) = \frac{12!}{3! \times 9!} = \frac{\cancel{12} \times 11 \times 10}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1} \times \cancel{9} \times \cancel{8} \times \cancel{7} \times \cancel{6} \times \cancel{5} \times \cancel{4} \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}} = 220$$

۴

$$C(12, 2) = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

چون ارقام غیر تکراری است پس از انتخاب هر رقم یکی کم می‌شود.

$$(الف) \boxed{9} \times \boxed{8} \times \boxed{7} \times \boxed{6} \times \boxed{5} = 15120$$

$$(ب) \boxed{8} \times \boxed{7} \times \boxed{6} \times \boxed{5} \times \underbrace{\boxed{4}}_{8 \text{ یا } 6 \text{ یا } 4} = 1344$$

۵

الف) باید ۳ نفر دوازدهمی و ۲ نفر یازدهمی باشند:

$$\Rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{6}{2} = 10 \times 15 = 150$$

دو نفر پایه یازدهم و دو نفر پایه دوازدهم

(ب) حداقل ۳ نفر پایه دوازدهم یعنی ۳ نفر دوازدهمی و یک نفر یازدهمی یا هر چهار نفر دوازدهمی باشند:

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \times \binom{6}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 6 + 5 = 65$$

هر چهارتا یازدهم یکی یازدهم و سه تا دوازدهم

۶

$$\text{هر سه قرمز (الف)}: \binom{5}{3} = \frac{5 \times \cancel{4} \times \cancel{3}}{\cancel{3} \times \cancel{2} \times \cancel{1}} = 10$$

$$\text{هر سه قرمز (ب)}: \binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$$

$$(الف) \binom{6}{3} \times \binom{5}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 20 \times 10 = 200$$

سه نفر - یازدهم سه نفر - دوازدهم

۷



(ب) $\binom{1}{1} \times \binom{10}{5} = 1 \times \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$

انتخاب کلیپتان
از ۱۰ نفر یک نفر
از بین فرد مشخص از پایه نوازدهم

(ب) $\binom{6}{4} \times \binom{5}{2} + \binom{6}{5} \times \binom{5}{1} + \binom{6}{6} \times \binom{5}{0}$

پنج نفر نوازدهم و یک نفر پایزدهم
چهار نفر نوازدهم و دو نفر پایزدهم
 $15 \times 10 + 6 \times 5 + 1 = 181$

(ت) $\binom{5}{2} \times \binom{6}{4} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 15 = 150$

چهار نفر - نوازدهم
دو نفر - پایزدهم

در بین مجموعه A، ۴ رقم زوج داریم:

۸

یکن دهگان صنگان هزارگان دههزارگان
(الف) $\binom{2}{2} \times \binom{4}{2} \times \binom{5}{3} \times \binom{6}{4} = 480$
زوج

اولین رقم سمت چپ ۸ یا ۹ باشد:

بدون تکرار ارقام (ب) $240 = 2 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2$

(با تکرار ارقام) $2592 = 2 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6$

(پ) $C(6, 3) = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{6} = 20$

(ت) $C(5, 2) = C_2^5 = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$

چون تعداد بازی‌های رفت با بازی‌های برگشت برابر است پس ۴۵ بازی رفت داریم. چون هر بازی بین دو تیم برگزار می‌شود:

۹

$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = 45$

$\Rightarrow n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \Rightarrow n = 10$

تعداد حروف کلمه ولايت برابر ۵ (و - ل - ا - ی - ت) است؛ بنابراین:

۱۰

(الف) $5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$

(ب) $\frac{3}{ی} \times \frac{4}{ی} \times \frac{1}{ی} = 12$

(با تکرار) $\frac{5}{ی} \times \frac{5}{ی} \times \frac{1}{ی} = 25$

(پ) $\frac{1}{و} \times \frac{3}{و} \times \frac{2}{و} \times \frac{1}{ل} \times \frac{1}{ل} = 6$

(با تکرار) $\frac{1}{و} \times \frac{5}{و} \times \frac{5}{و} \times \frac{5}{ل} \times \frac{1}{ل} = 125$

مسیرهای ممکن را تعیین و تعداد راهها را محاسبه می‌کنیم:

۱۱

(الف) $A \rightarrow B \rightarrow C$ یا $A \rightarrow D \rightarrow C$ یا $A \rightarrow E \rightarrow C$

$3 \times 4 + 3 \times 2 + 2 \times 1 = 12 + 6 + 2 = 20$

(ب) $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$3 \times 4 \times 3 = 12 \times 12 = 144$

(پ) $D \rightarrow A$ یا $D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$

$3 + 2 \times 4 \times 3 = 3 + 24 = 27$

کلمه «شیرازه» شامل حروف "ش، ی، ر، ا، ز، ه" می‌باشد که دارای ۶ حرف است و سه حرف آن را انتخاب می‌کنیم. چون ترتیب مهم است تعداد این انتخاب‌ها از $P(6, 3)$ به دست می‌آید:

۱۲

$P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$

۱۳



$$\begin{array}{ccc} B \text{ به } A & \xrightarrow{\quad 3 \quad} & C \text{ به } B \\ \uparrow & \times & \uparrow \\ 3 & & 2 \end{array} = 6 \quad (\text{الف})$$

(ب)

$$\begin{array}{c} \text{مسیر} \\ \underbrace{B \rightarrow C \rightarrow D} \\ \downarrow \end{array} \quad \text{یا} \quad \begin{array}{c} \text{مسیر} \\ \underbrace{B \rightarrow A \rightarrow D} \\ \downarrow \end{array}$$

$\downarrow + \downarrow = 6 + 12 = 18$
 ۲ ۳ ۳ ۴
 ↓ ↓ ↓ ↓
 سه راه از B به C سه راه از B به A چهار راه از A به D

۲۴ = تعداد کلمات ۷ حرفی

۱۴ «جهان» را یک بسته در نظر می‌گیریم.

"جهان"، گ، ئ، ر "حال ۴ شئ داریم و ۴ جایگشت آن هاست.

تعداد اعداد سه رقمی بزرگتر از ۷۰۰

$$\begin{array}{c} \text{صدگان} \\ 1 \\ \downarrow \\ ۸ \end{array} \times \begin{array}{c} \text{دهگان} \\ ۳ \\ \downarrow \\ \text{از بین ۴ و ۵} \end{array} \times \begin{array}{c} \text{یکان} \\ ۲ \\ \downarrow \\ \text{پیکی از قیانی} \end{array} = 6$$

می‌تواند باشد

چون ترتیب مهم نیست از فرمول ترکیب حل می‌کنیم:

$$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

$$\begin{array}{c} \text{صدگان} \\ ۴ \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \text{دهگان} \\ ۵ \\ \times \end{array} \times \begin{array}{c} \text{یکان} \\ ۴ \\ \downarrow \\ \text{از ۴ رقم زوج داریم} \\ \text{پس ۵ تا برای دهگان و ۴ تا} \\ \text{برای صدگان باقی میماند} \end{array} = 80$$

$$\begin{array}{c} \text{دهگان} \\ ۶ \\ \times \end{array} \begin{array}{c} \text{صدگان} \\ ۶ \\ \times \end{array} \times \begin{array}{c} \text{یکان} \\ ۲ \\ \downarrow \\ \text{دو فرد داریم} \\ (9,1) \end{array} = 72$$

۱۸ (الف) در این حالت باید سه نفر انسانی و سه نفر تجربی باشند

سه نفر انسانی و سه نفر تجربی = تعداد مساوی هر دو رشته

$$= \binom{4}{3} \times \binom{5}{3} = 4 \times 10 = 40$$

ب) برای انتخاب کاپیتان از ۵ دانشآموز انسانی یکی را انتخاب می‌کنیم که تعداد آن $\binom{5}{1}$ است که همان ۵ است. پس داریم:

$$\begin{array}{c} \text{انتخاب کاپیتان} \\ 5 \\ \times \end{array} \binom{8}{5} = 5 \times \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5 \times 56 = 280$$

بعد از کنار گذاشتن کاپیتان

۱۹ تذکر ۱: عددی زوج است که یکان آن زوج باشد.

تذکر ۲: رقم صفر در اولین رقم سمت چپ عدد نمی‌تواند قرار بگیرد.

$$\begin{array}{c} \text{صفر یکان باشد} \\ \overbrace{4 \times 5 \times 6 \times 7 \times 1} \\ \downarrow \\ \text{صفر} \end{array} + \begin{array}{c} \text{صفر یکان نباشد} \\ \overbrace{6 \times 4 \times 5 \times 3 \times 2} \\ \downarrow \\ 8 \text{ یا } 4 \text{ یا } 2 \end{array}$$

یکی کم و صفر اضافه می‌شود

$$= 840 + 2160 = 3000$$

۲۰ تذکر: صفر در اولین رقم سمت چپ عدد یعنی ده هزارگان نمی‌تواند قرار داشته باشد.



$$\begin{array}{ccccccc}
 & \text{دهزارگان} & \times & \text{هزارگان} & \times & \text{صدگان} & \times \\
 & \boxed{4} & & \boxed{4} & & \boxed{3} & \times \\
 & \downarrow & & \downarrow & & & \\
 & \text{همه به جز صفر} & & \text{یکی یکی کم می‌شود} & & & \\
 & & & \text{یکی از ۴ تا کشیده} & & & \\
 & & & \text{می‌شود ۳ تا و با بازگشت پس ۴ انتخاب داریم} & & & \\
 & & & \text{صفر نوبت به ۴ تامی شود} & & &
 \end{array}$$

(الف) برای تشکیل یک ۴ ضلعی باید ۱۴ نقطه از ۱۲ نقطه را (بدون اهمیت ترتیب) انتخاب کنیم.

$$\binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

(ب) برای تشکیل وتر، باید ۲ نقطه از ۱۲ نقطه را (بدون اهمیت ترتیب) انتخاب کنیم.

$$\binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

(الف) برای تشکیل یک مثلث ۳ نقطه از ۰ ۱ نقطه را انتخاب می‌کنیم:

$$\binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

(ب) هر وتر از به هم وصل کردن دو نقطه متمایز روی دایره تشکیل می‌شود. پس از ۰ ۱ نقطه روی دایره، هر دو نقطه یک وتر تشکیل می‌دهد پس دو نقطه از ۰ ۱ نقطه انتخاب می‌کنیم.

$$\binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

اگر از A به B ، x راه داشته باشیم:

C به $A \rightarrow D \rightarrow C$ (مسیر) یا $A \rightarrow B \rightarrow C$ (مسیر) = تعداد راه‌ها از A به C

$$14 = 2 \times 3 + x \times 2 \Rightarrow 14 = 6 + 2x \Rightarrow 14 - 6 = 2x$$

$$\Rightarrow x = 2x \rightarrow x = \frac{1}{2} = 4$$

(۲۴) اگر فرض کنیم مجموعه n عضو داشته باشد، تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی آن برابر $\binom{n}{3}$ است، پس:

$$\binom{n}{3} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 60$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3 \Rightarrow n = 5$$

پس مجموعه A ، ۵ عضوی است و ۵ زیر مجموعه تک عضوی دارد.

(الف) اعضای فرد A "۳ و ۷ و ۵ و ۹ و ۱" هستند که ۵ عضو است. پس تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی از اعضای فرد A برابر $\binom{5}{3}$ است.

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

(ب)

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{صدگان} & \text{هزارگان} & \text{دهزارگان} & \text{صددهزارگان} \\
 & \boxed{1} & \times & \boxed{2} & \times & \boxed{3} & \times & \boxed{4} & \times \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & \text{بدون تکرار} & & & & & & &
 \end{array}$$

ارقام را از یکان به صد هزارگان

$$\begin{array}{ccccccccc}
 & \text{یکان} & \text{دهگان} & \text{صدگان} & \text{هزارگان} & \text{دهزارگان} & \text{صددهزارگان} \\
 & \boxed{6} & \times & \boxed{6} & \times & \boxed{6} & \times & \boxed{6} & \times \\
 & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & & \downarrow & \\
 & \text{تکرار مجاز} & & & & & & &
 \end{array}$$

$$\binom{5}{4} (\text{الف}) = \binom{5}{1} = 5$$

(۲۷) مجموعه A ، ۵ عضو دارد. بنابراین:

چون شامل ۳ است دو عضو دیگر را از بین ۴ عضو باقی مانده انتخاب می‌کنیم:



$$\text{ب) } \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

چون فاقد ۵ است، پس از ۴ عضو باقی مانده انتخاب می‌کنیم:

$$\text{ج) } \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$\text{(الف) } \underbrace{\boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{6}}_{\text{از ۷ عضو } A \text{ بکزوج حفظ شده}} \times \boxed{2} = 720$$

د هزارگان هزارگان صدگان دهگان یکان
بعدی یکی یکی کم می‌شود

۶ عضو می‌ماند و در خانه
۸,۲ بکی از دو زوج

$$\text{ب) } \boxed{3} \times \boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 1080$$

د هزارگان هزارگان صدگان دهگان یکان
بعدی یکی کم می‌شود
د هزارگان باید ۸,۷ یا ۹ باشد

$$\text{ج) } \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

۳ عضو از ۷ عضو مجموعه A انتخاب می‌کنیم:

(۲۹) چون هر ۱۵ تیم با هم بازی می‌کنند، پس هر تیم ۱۴ بازی برگشت انجام می‌دهد (فقط با خودش بازی نمی‌کند)

توجه: در شمارش تعداد کل بازی‌ها چون هر بازی بین دو تیم برگزار می‌شود پس هر بازی دوبار شمرده می‌شود.

$$\text{تعداد بازی‌ها} = \frac{1}{2} \times \underbrace{15 \times 14}_{\substack{\text{هر تیم} \\ \text{بازی رفت و برگشت}}} \times \underbrace{2}_{\substack{\text{با} \\ \text{قیم داریم}}} = 220$$

هزاری می‌کند
بازی رفت و برگشت

$$\text{چون } C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \times r!} = \frac{P(n, r)}{r!}$$

$r!$

(الف) مسیر $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D \rightarrow E \rightarrow C$ یا (C مسیر) یا (A مسیر)

$$(2 \times 3) + (3 \times 2) + (1 \times 2) = 6 + 9 + 2 = 17$$

(ب) اگر بدون عبور از E باشد، یکی از دو مسیر A → D → C یا A → B → C انتخاب می‌شود. بنابراین:

$(A \rightarrow B \rightarrow C) \text{ یا } (A \rightarrow D \rightarrow C)$

$$(2 \times 3) + (3 \times 2) = 6 + 9 = 15$$

$$\text{(الف) } \binom{7}{3} \times \binom{5}{1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} \times 5 = 175$$

بکی یازدهم سه تا دوازدهم

هر ۴ تا دوازدهم یا یکی یازدهم و سه تا دوازدهم = حداقل یک یازدهم (ب)

$$\binom{7}{3} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{4} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} \times 5 + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{6 \times 3 \times 2 \times 1} = 175 + 35 = 210$$

$$\text{(الف) } \binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = 6 \times 4 = 24$$

یک سیز
یک قرمز

هر دو سیز یا هر دو قرمز = هر دو همراه (ب)

$$= \binom{6}{2} + \binom{4}{2} = \frac{6 \times 5}{6} + \frac{4 \times 3}{6} = 15 + 6 = 21$$

۳ سیز
۲ قرمز

الف



$$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9^3 \times 8^2 \times 7^1}{6! \times 5! \times 4!} = 84$$

ب

= تعداد جایگشت‌های متمایز n شیء متمایز $n \times (n-1) \times \dots \times 1 = n!$

برای تعداد اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام داریم:

$$\frac{5}{\text{ }} \times \frac{4}{\text{ }} \times \frac{3}{\text{ }} = 60$$

(الف) تعداد کل کتاب‌ها برابر $9 + 2 + 3 = 14$ است. پس ۹ حق انتخاب برای انتخاب یک کتاب وجود دارد.

$$\binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9$$

(ب) ۳ کتاب ریاضی وجود دارد، پس ۳ حق انتخاب برای انتخاب یک کتاب ریاضی داریم.

$$\binom{3}{1} = 3$$

چون عدد فرد می‌خواهیم پس یکان باید فرد باشد، پس تعداد اعداد فرد سه رقمی بدون تکرار ارقام برابر است با:

$$\underbrace{\boxed{3} \times \boxed{4}}_{\text{یک یکی کم می‌شود}} \times \underbrace{\boxed{3}}_{\text{یا ۷ یا ۹}} = 36$$

$$\underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{کتاب ادبیات}} + \underbrace{\binom{2}{1}}_{\text{کتاب عربی}} + \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{کتاب ریاضی}} = 3 + 2 + 4 = 9$$

$$\underbrace{\binom{3}{1}}_{\text{یک کتاب ادبیات}} \times \underbrace{\binom{2}{1}}_{\text{یک کتاب عربی}} \times \underbrace{\binom{4}{1}}_{\text{یک کتاب ریاضی}} = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{6 \times 4!} = 35$$

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B \rightarrow C \\ 2 \times 4 = 12 \\ A \rightarrow D \rightarrow C \\ 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{بنابر اصل جمع}} 12 + 6 = 18$$

$$\binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$\binom{5}{3} + \binom{4}{3} = \frac{5!}{3!2!} + \frac{4!}{3!1!} = 14$$

چون در انتخاب ترتیب مهم نیست، داریم:

برای مسافت از شهر A به شهر C مطابق شرط مسئله حالات زیر را در نظر می‌گیریم:

برای تشکیل وتر ۲ نقطه باید انتخاب کنیم:

۳ توپ قرمز یا ۳ توپ آبی باید انتخاب کنیم:

- الف) جایگشت
ب) ترکیب

$$\frac{0!}{1!} = \frac{1}{1} = 1$$