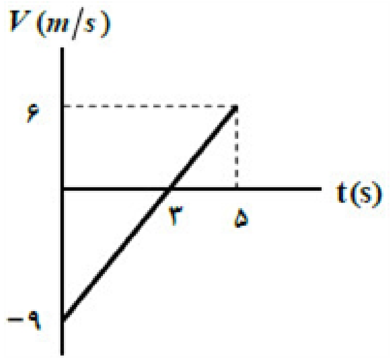
**گروه مشاوره آکو:** ۱۴۰۲

**طراح:** مشاوران آکو

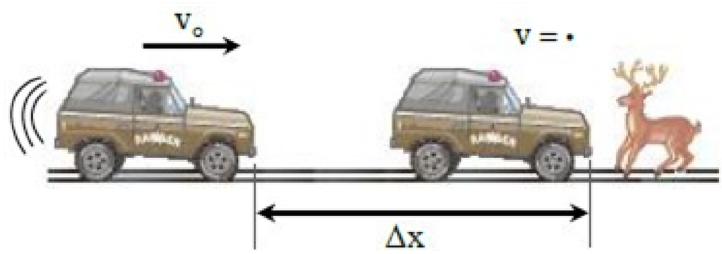
**ناظر:** سهیل حاج کرم

۱ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
الف) سرعت متوسط ، یک کمیت برداری است که همواره با بردار تغییر مکان، هم‌جهت می‌باشد.
ب) شیب خطی که نمودار سرعت - زمان را در دو لحظه به هم وصل می‌کند، برابر شتاب لحظه‌ای است.
پ) عقربه‌ی تندی‌سنج خودروها، تندی لحظه‌ای خودرو را نشان می‌دهند.
ت) شتاب در یک حرکت، فقط به دلیل تغییر در اندازه‌ی بردار سرعت ایجاد می‌شود.

۲ شکل زیر نمودار سرعت - زمان متحرکی را در حرکت روی محور x نشان می‌دهد.
الف) نوع حرکت متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۳$s$ تندشونده است یا کندشونده؟ چرا؟
ب) مسافتی که متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۵$s$ می‌پیماید، چند متر است؟

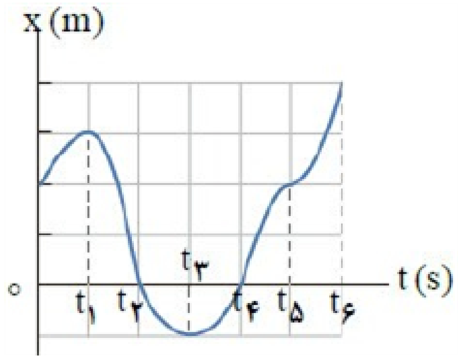



۳ مطابق شکل، محیط بان با سرعت ۲۰ $\frac{m}{s}$ در حال حرکت است که ناگهان گوزنی را در فاصله‌ی ۴۵ متری خود می‌بینند و ترمز می‌گیرد. خودرو پس از ۴ ثانیه می‌ایستد.



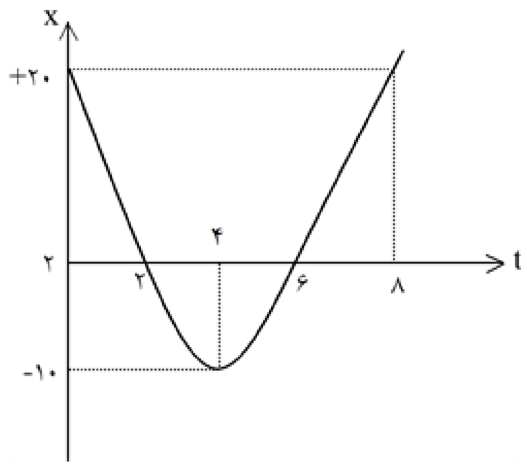

الف) شتاب کندشونده‌ی خودرو را حساب کنید.
ب) جابه‌جایی خودرو تا توقف چه‌قدر است؟
پ) آیا خودرو به گوزن برخورد می‌کند؟ چرا؟

۴ با توجه به نمودار مکان - زمان شکل روبه رو، به پرسش‌های زیر پاسخ دهید.
الف) متحرک در کدام لحظه‌ها از مبدأ مکان عبور کرده است؟
ب) جهت حرکت در کدام لحظه‌ها تغییر کرده است؟
پ) دو بازه‌ی زمانی بنویسید که متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد.




۵ دو تفاوت بین تندی متوسط و سرعت متوسط بیان کنید.

۶ متحرکی نمودار مکان - زمانش مطابق شکل است، سرعت متوسط متحرک در طول بازه‌ای که متحرک در جهت منفی محور حرکت می‌کرده چند متر است؟




۷ متحرکی طی مسیرهای مستقیم از نقطه‌ی $A(۱, ۰)$ ابتدا به نقطه‌ی $B(۴, ۰)$ و سپس به نقطه‌ی $C(۴, ۴)$ می‌رود، در کل حرکت تندی متوسط چند برابر جابه‌جایی است؟

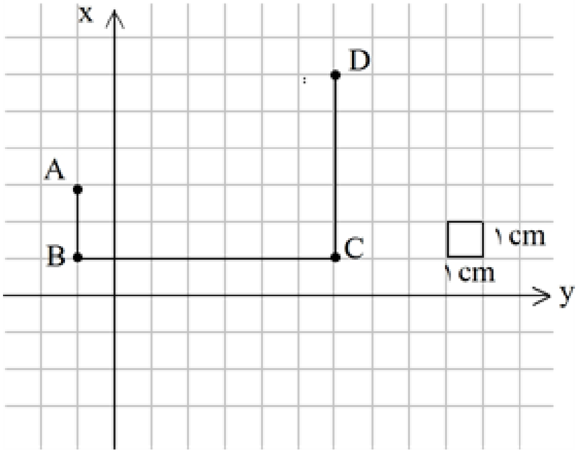
۸) متحرکی مطابق شکل حرکت نموده و از نقطه‌ی A به B و سپس به C و سپس به D رفته، اگر طول زمان حرکت $۲۰s$ باشد:

الف) مسافت طی شده چند واحد SI است؟

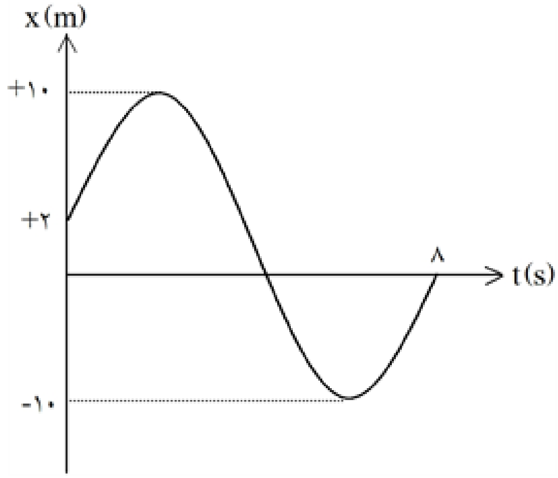
ب) اندازه‌ی جابه‌جایی

ج) تندی متوسط

د) سرعت متوسط را به دست آورید.

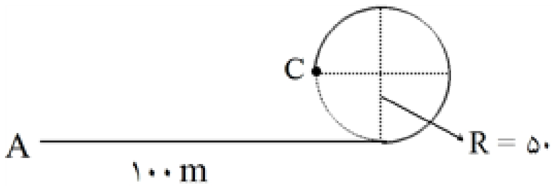



۹) سرعت متوسط و تندی متوسط بین لحظات $t = ۰$ تا $t = ۸$ را به دست آورید.

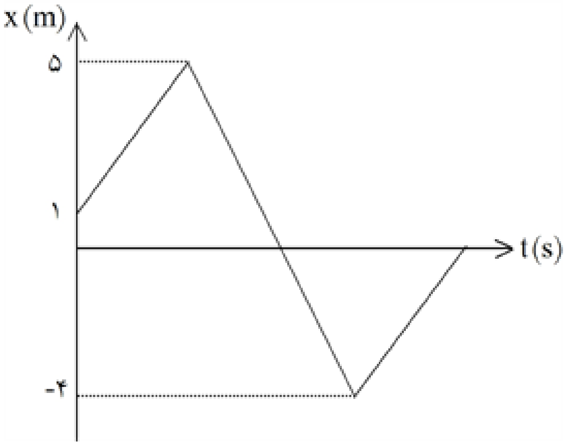



۱۰) متحرکی بدون تغییر جهت طی ۲ دقیقه از A به C رفته، تندی متوسط و اندازه‌ی سرعت متوسط را به دست آورید.

$(\pi = ۳)$

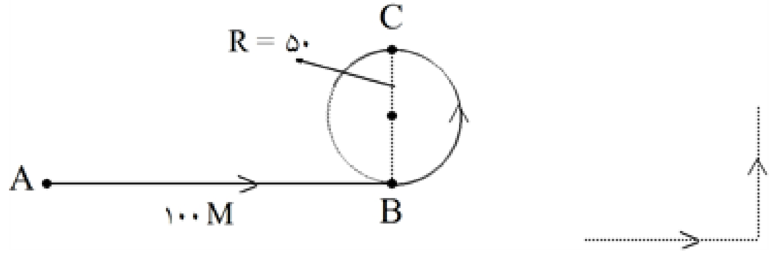


۱۱ با توجه به شکل به سؤال زیر پاسخ دهید.
مسافت طی شده و اندازه‌ی جابه‌جایی از شروع حرکت تا لحظه‌ای که متحرک بیش‌ترین فاصله از مبدأ مختصات را دارد به دست آورید.

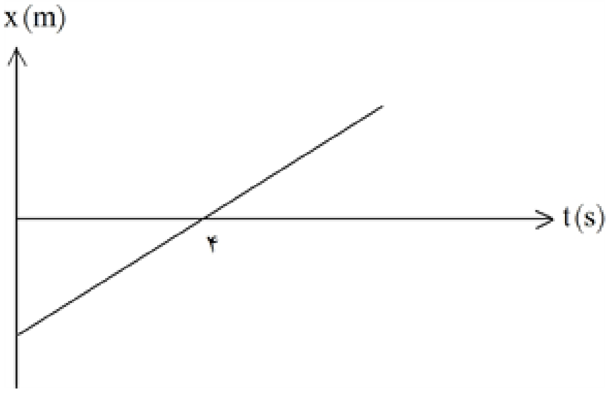



۱۲ متحرکی $3m$ به سمت شمال و سپس $4m$ به سمت شرق و سپس ۵ متر به سمت شمال رفته است. اندازه‌ی جابه‌جایی و مسافت طی شده را به دست آورید.

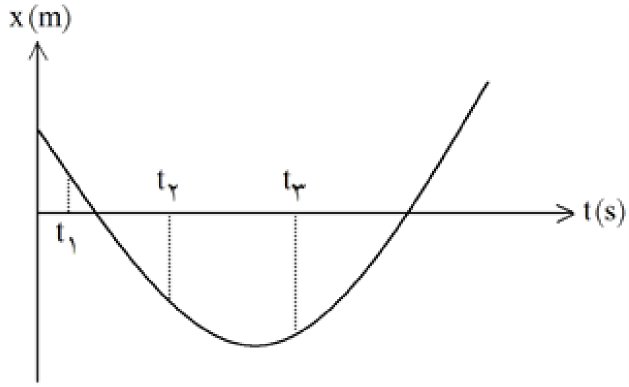
۱۳ متحرکی مطابق شکل از A به B و سپس C رفته است. مسافت طی شده و اندازه‌ی جابه‌جایی را به دست آورید.



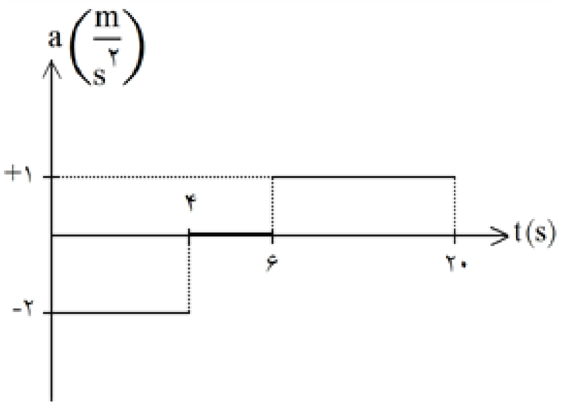

۱۴ نمودار مکان - زمان متحرکی در SI به صورت روبه‌رو می‌باشد. اندازه سرعت متوسط در $2s$ دوم چند برابر $4s$ دوم می‌باشد؟



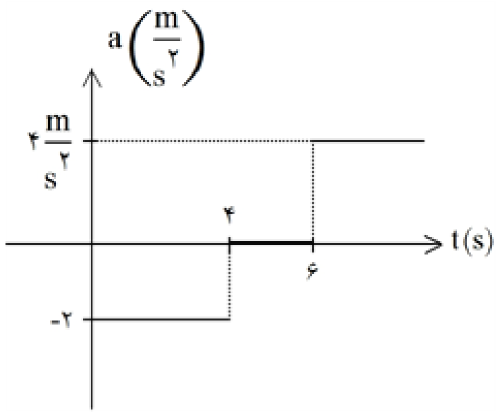
۱۵ اندازه سرعت متوسط از $t_۱$ تا $t_۲$ و $t_۲$ تا $t_۳$ را مقایسه کنید.



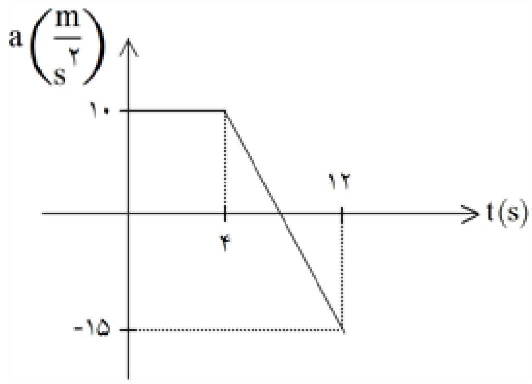

۱۶ اگر نمودار شتاب زمان متحرکی مطابق شکل باشد مسافت طی شده‌ی آن از $t=۰$ تا $t=۲۰$ را به دست آورید. (سرعت اولیه $+۵\frac{m}{s}$ می‌باشد.)




۱۷ اگر نمودار شتاب زمان متحرکی در SI که از حال سکون شروع به حرکت کرده مطابق شکل باشد در چه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت داده است؟



۱۸ اگر نمودار شتاب زمان متحرکی در SI به صورت زیر باشد، شتاب متوسط در محدوده زمانی که شتاب منفی است را به دست آورید.




۱۹ اگر معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t^۲ - ۳t - ۴$ باشد، در چه لحظاتی متحرک از مبدأ مختصات عبور می‌کند؟

۲۰ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI به صورت $x = t - ۷$ می‌باشد بازه ی زمانی که بردار جابه‌جایی متحرک در جهت بردار مکان متحرک می‌باشد را به دست آورید.

۲۱ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در SI، $x = t^۲ - ۵t + ۶$ می‌باشد، مسافت طی شده از $t = ۰$ تا $t = ۳$ را به دست آورید.

۲۲ بردار جابه‌جایی را تعریف کنید.

۲۳ معادله‌ی مکان - زمان متحرکی در حرکت بر روی خط راست در SI، به صورت $x = t^۲ - ۴t + ۳$ است.

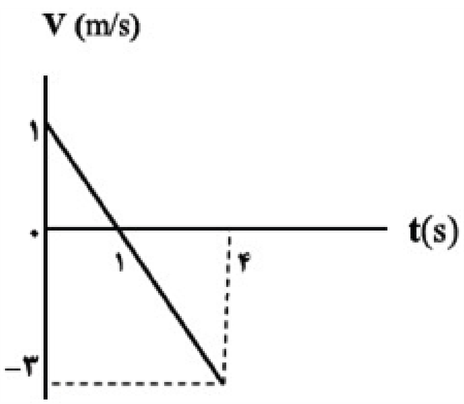
الف) جابه‌جایی این متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۲ ثانیه، چند متر است؟

ب) معادله‌ی سرعت - زمان این متحرک را بنویسید.

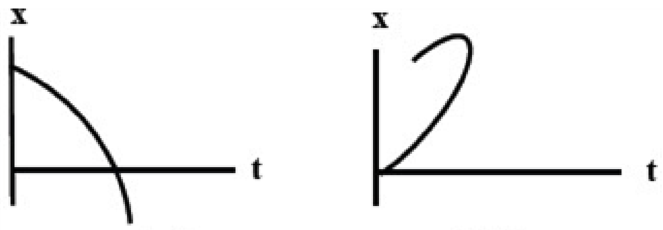
۲۴ شکل روبه‌رو نمودار سرعت - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور X در حال حرکت است.

الف) نوع حرکت متحرک در بازه ی زمانی $1s$ تا $4s$ تندشونده است یا کندشونده؟ چرا؟

ب) مسافتی که متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $4s$ می‌پیماید چند متر است؟



۲۵ با توجه به شکل روبه‌رو توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان - زمان الف یا ب می‌تواند نشان‌دهنده‌ی نمودار مکان - زمان یک متحرک باشد.




(ب) (الف)

۲۶ راننده‌ی خودرویی که با سرعت $\frac{\mathrm{km}}{h}$ ۷۲/۰ در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است، با دیدن مانعی اقدام به ترمز می‌کند و خودرو پس از طی مسافت ۲۰/۰$m$ متوقف می‌شود.

الف) شتاب خودرو در مدت ترمز چه‌قدر است؟

ب) از لحظه‌ی ترمز تا توقف کامل خودرو، چه‌قدر طول می‌کشد؟

پ) نیروی اصطکاک بین لاستیک‌ها و سطح چه‌قدر است؟

(جرم خودرو را ۱۲۰۰ kg فرض کنید.)

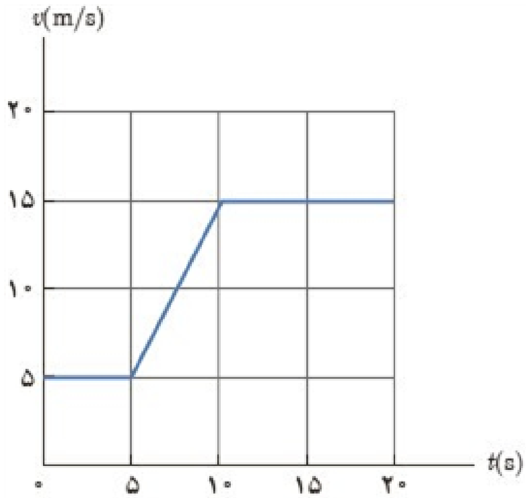
۲۷ شکل نشان داده شده نمودار سرعت - زمان خودرویی را نشان می‌دهد که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند.

الف) شتاب خودرو را در هریک از لحظه‌های $t = ۳s$، $t = ۸s$ و $t = ۱۱s$ و $t = ۱۵s$ به دست آورید.

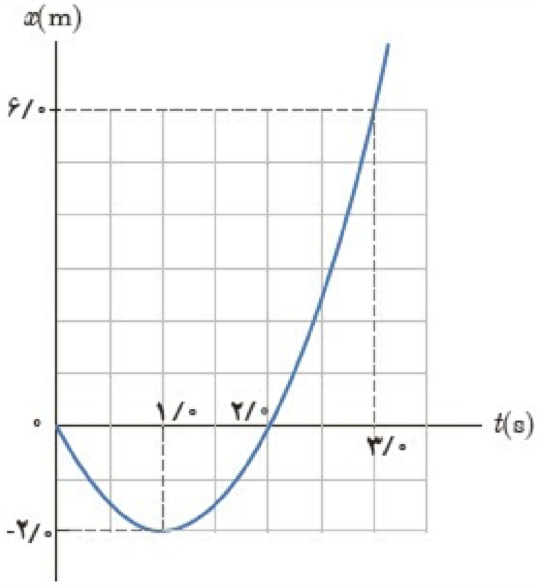
ب) شتاب متوسط در بازه‌ی زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲۰s$ را به دست آورید.

پ) در هریک از بازه‌های زمانی $t_۱ = ۵s$ تا $t_۲ = ۱۱s$ و $t_۲ = ۱۱s$ تا $t_۳ = ۲۰s$ خودرو چه‌قدر جابه‌جا شده است؟

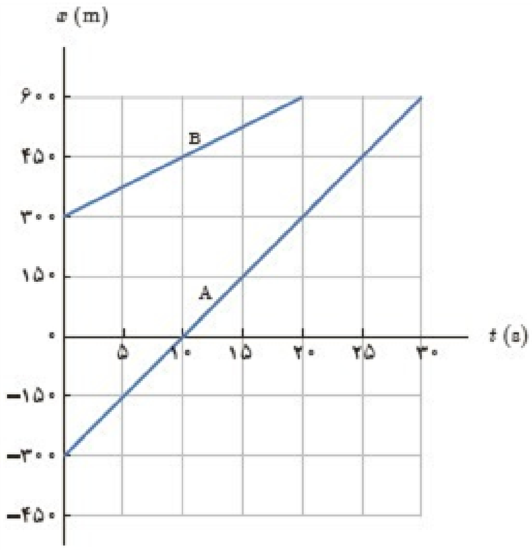
ت) سرعت متوسط خودرو در بازه‌ای $t_۱ = ۵s$ تا $t_۲ = ۱۱s$ و $t_۳ = ۱۱s$ تا $t_۴ = ۲۰s$ را به دست آورید.



۲۸ شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان متحرکی را نشان می‌دهد که در امتداد محور x با شتاب ثابت در حرکت است.
الف) سرعت متوسط متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا ۳/۰ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟
ب) معادله‌ی مکان - زمان متحرک را بنویسید.
پ) سرعت متحرک را در لحظه‌ی $t = ۳/۰s$ پیدا کنید.
ت) نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم کنید.

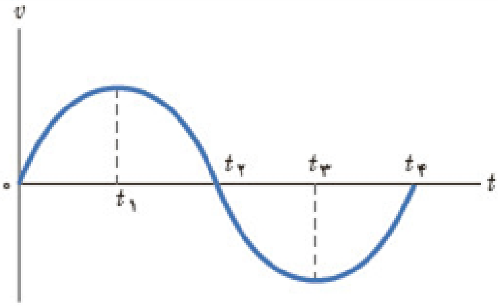



۲۹ شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که روی خط راست حرکت می‌کنند.
الف) معادله‌ی حرکت هریک از آن‌ها را بنویسید.
ب) اگر خودروها با همین سرعت حرکت کنند، در چه زمان و مکانی به هم می‌رسند؟

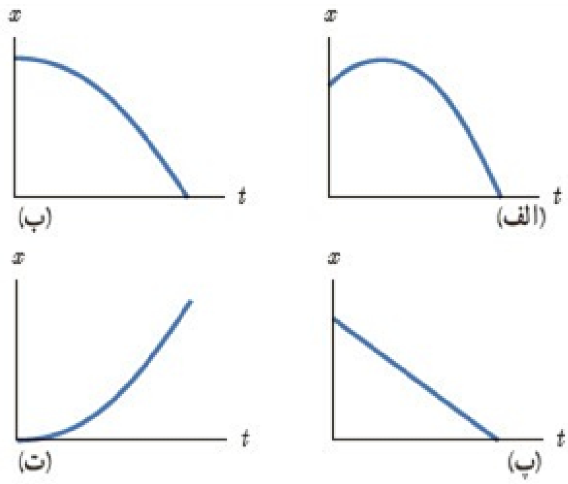



۳۰ جسمی با سرعت ثابت بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر جسم در لحظه‌ی $t_۱ = ۵/۰s$ در مکان $x_۱ = ۶/۰m$ و در لحظه‌ی $t_۲ = ۲۰/۰s$ در مکان $x_۲ = ۳۶/۰m$ باشد:
الف) معادله‌ی مکان - زمان جسم را بنویسید.
ب) نمودار مکان - زمان جسم را رسم کنید.

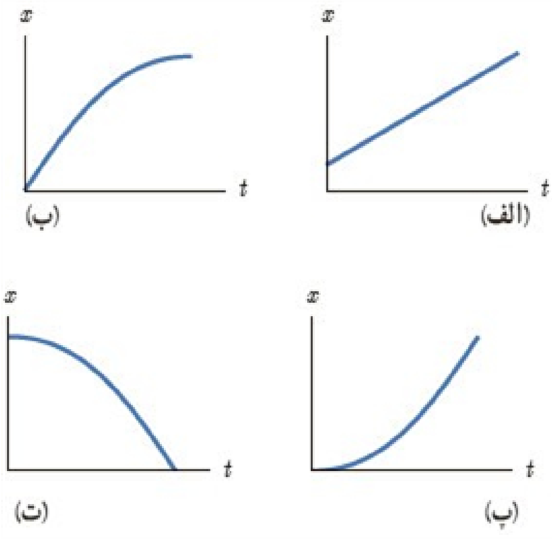
۳۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی در شکل زیر نشان داده شده است. تعیین کنید در کدام بازه‌های زمانی بردار شتاب در جهت محور x و در کدام بازه‌های زمانی در خلاف جهت محور x است.




۳۲ توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان - زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه‌ی آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است.



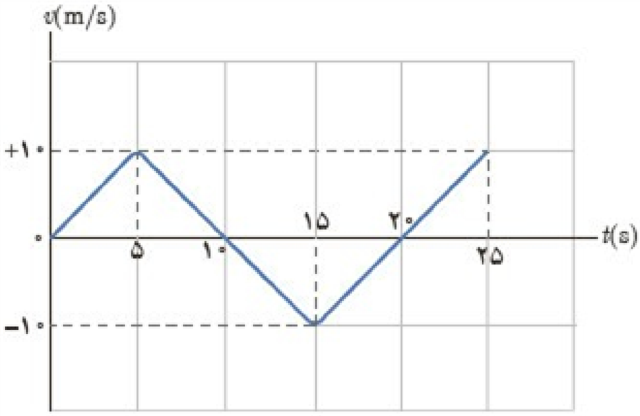

۳۳ توضیح دهید از نمودارهای مکان - زمان شکل زیر کدام موارد حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که از حال سکون شروع به حرکت کرده و به تدریج بر تندی آن افزوده شده است.



۳۴ نمودار سرعت - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است.

الف) نمودار شتاب - زمان این متحرک را رسم کنید.

ب) اگر $x_{\circ} = -10m$ باشد نمودار مکان - زمان متحرک را رسم کنید.

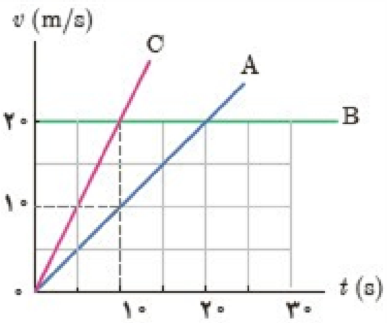



۳۵ در شکل زیر نمودار سرعت - زمان سه متحرک نشان داده شده است.

الف) شتاب سه متحرک را به طور کیفی با یک‌دیگر مقایسه کنید.

ب) شتاب هر متحرک را به دست آورید.

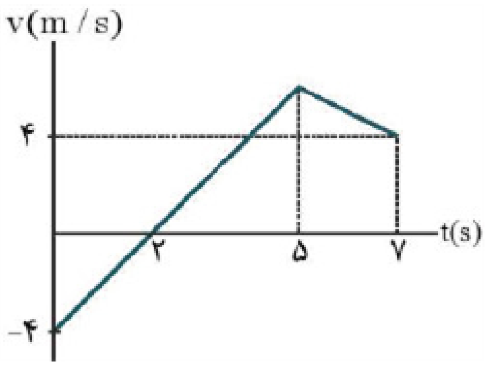
پ) در بازه ی زمانی $0s$ تا $10s$ جابه‌جایی این سه متحرک را پیدا کنید.




۳۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، به شکل روبه‌رو است:

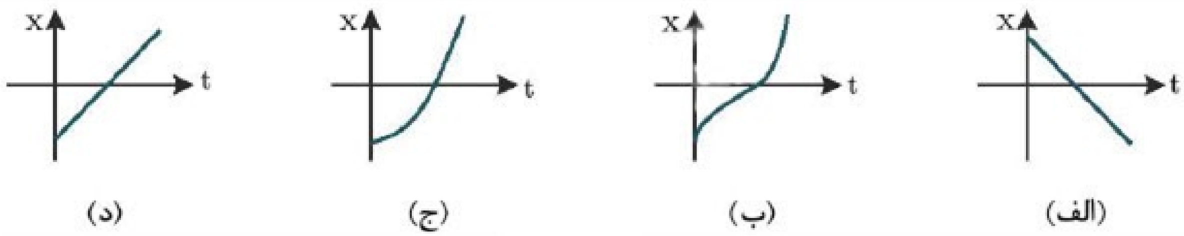
الف) مسافت کل پیموده شده را توسط متحرک حساب کنید.

ب) نمودار شتاب - زمان متحرک را رسم کنید.




۳۷ خودرویی یک مسیر مستقیم را بدون تغییر جهت در مدت زمان T می‌پیماید. اگر این خودرو در طول مسیر مدت $\frac{1}{4}T$ را با سرعت $v$، مدت $\frac{1}{5}T$ را با سرعت $2v$ و بقیه‌ی مدت زمان حرکت را با $3v$، طی کرده باشد سرعت متوسطش چند v است؟

۳۸ توضیح دهید کدام‌یک از نمودارهای مکان - زمان نشان داده شده، حرکت متحرکی را توصیف می‌کند که سرعت اولیه آن در جهت محور x و شتاب آن برخلاف جهت محور x است؟

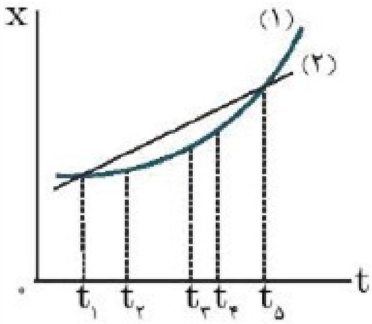



۳۹ شکل روبه‌رو نمودار مکان - زمان دو خودرو را نشان می‌دهد که در جهت محور x در حرکت‌اند:

الف) در چه لحظه‌هایی دو خودرو از کنار یک‌دیگر عبور می‌کنند؟

ب) در چه لحظه‌هایی تندی دو خودرو تقریباً یکسان است؟

ج) سرعت متوسط دو خودرو را در بازه‌ی زمانی $t_1$ تا $t_5$ با هم مقایسه کنید.

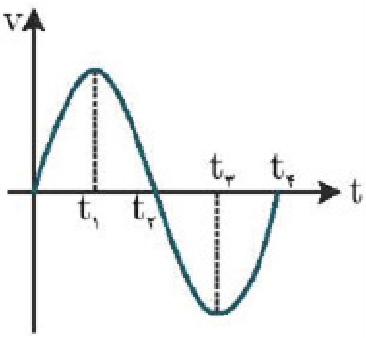



۴۰ نمودار سرعت - زمان حرکت یک جسم به شکل مقابل است:

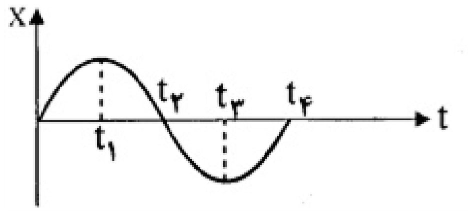
الف) در کدام لحظه جسم تغییر جهت می‌دهد؟

ب) در کدام بازه زمانی، شتاب جسم منفی است؟

ج) در کل زمان حرکت، شتاب جسم چند بار تغییر جهت می‌دهد؟

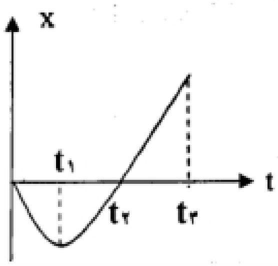


۴۱ با توجه به نمودار روبه‌رو، درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را تشخیص دهید.
الف) در بازه زمانی $(t_۱ - t_۴)$ حرکت، شتاب‌دار کند شونده است.
ب) متحرک در لحظه $t_۱$ تغییر جهت می‌دهد.
ج) در لحظه $t_۳$ شتاب حرکت صفر است.
د) در بازه زمانی $(۰ - t_۲)$ متحرک همواره در جهت مثبت محور $x$ حرکت می‌کند.
ه) علامت سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی $(t_۱ - t_۴)$ منفی است.




۴۲ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
شیب خط مماس بر نمودار مکان- زمان، برابر سرعت متوسط است.

۴۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل است (نمودار در بازه زمانی صفر تا $t_۲$ سهمی و در بازه‌ی زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ خط راست می‌باشد.)
آ) نوع حرکت متحرک در بازه‌های زمانی صفر تا $t_۱$ ، $t_۱$ تا $t_۲$ تا $t_۳$ را تعیین کنید.
ب) در چه لحظه‌ای، جهت حرکت متحرک تغییر کرده است.




۴۴ در لحظه‌ی $t_۱$ ، اندازه‌ی سرعت جسم چه‌قدر است؟

۴۵ در چه لحظه‌هایی پس از شروع حرکت، متحرک به مبدأ مکان می‌رسد؟

۴۶ در نقطه‌ی A در سطح زمین انفجاری رخ می دهد و موج این انفجار در نقطه‌ی B در سطح زمین آشکار می‌شود. این موج از دو راه به نقطه‌ی B می‌رسد. راه اول مسیر مستقیم از A تا B است، که در آن سرعت موج $V_۱$ است. زمان رسیدن موج از این طریق $T_۱$ است. راه دوم مسیر ACDB است، سرعت موج در پاره‌خط های AC و DB برابر $V_۱$ و در پاره‌خط CD برابر $V_۲$ است. زمان رسیدن موج از این طریق $T_۲$ است. ABCD یک ذوزنقه‌یمتساوی‌الساقین است که $\mathrm{CD} \mid\mid \mathrm{AB}$، و زاویه‌های $\widehat{\mathrm{BAC}}$ و $\widehat{\mathrm{DBA}}$ برابر $\alpha$ یند. بین $V_۱$ و $V_۲$ این رابطه هست که $V_۱ = V_۲ \operatorname{Cos} \alpha$. طول قاعده‌ی AB برابر l ، و ارتفاع ذوزنقه d است. به ازای $T_۱ = ۶۰\ s$، $T_۲ = ۴۸\ s$، $\operatorname{Sin} \alpha = ۰/۸$، و $l = ۱۲۰\ \mathrm{Km}$ ، مقدار d چند کیلومتر است؟

۴۷ یک قطار می‌تواند حداکثر با شتاب $۰/۲\mathrm{m/s^۲}$ بر سرعت خود بیفزاید و بیش‌ترین شتاب ترمز آن برابر $۰/۸\mathrm{m/s^۲}$ است. کم‌ترین زمان ممکن که این قطار می‌تواند فاصله $۳/۲\mathrm{Km}$ میان دو ایستگاه را بپیماید چه‌قدر است؟

۴۸ جابجایی کدام متحرک کمتر است؟ توضیح دهید.

۴۹ درچه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۵۰ شتاب متوسط در کل زمان حرکت مثبت است یا منفی؟ توضیح دهید.

۵۱ سرعت متوسط در کل زمان حرکت مثبت است یا منفی؟ توضیح دهید.

۵۲ در چه لحظه‌ای جسم تغییر جهت می‌دهد؟

۵۳ در کدام بازه‌ی زمانی حرکت جسم کندشونده است؟

۵۴ از داخل پرانتز گزینه‌ی درست را انتخاب کنید.
در حرکت تندشونده روی خط راست بردارهای سرعت و شتاب (هم‌جهت، در خلاف جهت هم) هستند.

۵۵ در بازه‌ی زمانی صفر تا $t_1$، حرکت جسم (تندشونده، کندشونده) است.

۵۶ با محاسبات لازم، معادله‌ی مکان - زمان جسم را به‌دست آورید.

۵۷ حرکت جسم در کدام بازه‌ی زمانی، تندشونده و در کدام بازه‌ی زمانی کندشونده است؟

۵۸ «سرعت متوسط» را تعریف کنید.

۵۹ «شتاب متوسط» را تعریف کنید.

۶۰ نمودار مکان - زمان و شتاب - زمان آن را به‌طور کیفی در بازه‌ی زمانی صفر تا $t_2$ رسم کنید.

۶۱ در بازه‌ی زمانی تا $t_1$، حرکت جسم (کُندشونده - تندشونده) است.

۶۲ در این لحظه سرعت اتومبیل چه‌قدر است؟

۶۳ رابطه‌ی فیزیکی مربوط به آن را بنویسید.

۶۴ استنباط خود را در مورد پاره‌خط AB، بیان کنید.

۶۵ نمودار شتاب - زمان هر دو خودرو را در یک دستگاه مختصات رسم کنید.

۶۶ پس از طی چه مسافتی نسبت به محل سبقت، خودروی B به خودروی A می‌رسد؟

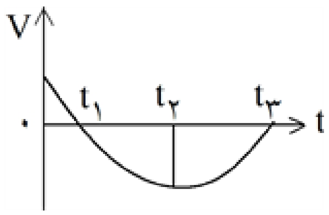
۶۷ حرکت این دو خودرو را توصیف کنید.

۶۸ شتاب متوسط در کل ز مان حرکت مثبت است یا منفی؟ توضیح دهید.

۶۹ در کدام بازه‌ی زمانی حرکت کندشونده است؟

۷۰ نمودار سرعت - زمان جسمی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است.
با توجه به نمودار جدول زیر را کامل کنید:

| بازه زمانی | $t_2$-$t_1$ | $t_3$-$t_2$ |
|---|---|---|
| نوع حرکت | | |
| علامت شتاب | | |




۷۱ در کدام بازه‌ی زمانی شتاب متحرک مثبت است؟

۷۲ در چه لحظه‌ای متحرک تغییر جهت می‌دهد؟

۷۳ در کدام بازه‌ی زمانی شتاب حرکت ثابت است؟

۷۴ در بازه‌ی زمانی $t_3$ تا $t_4$ ، نوع حرکت .......... است.

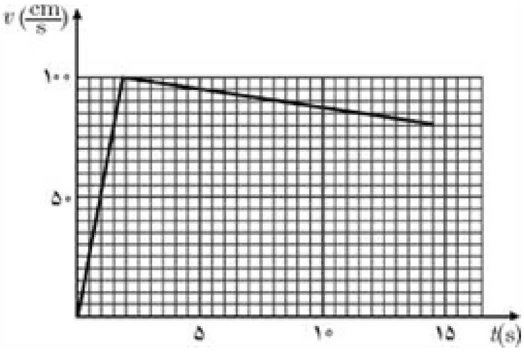
۷۵ نمودار سرعت - زمان را برای آن رسم کنید.

۷۶ گیرنده‌ای روی محور x و به فاصله‌ی x از مبدأ قرار دارد. دو فرستنده یکی در مبدأ و دیگری روی محور y و به فاصله‌ی ۵۰km از مبدأ، هم‌زمان دو علامت رادیویی می‌فرستند و گیرنده این دو علامت را به فاصله‌ی زمانی $۱۰^{-۴}s$ از هم دریافت می‌کند. (سرعت انتشار امواج رادیویی را $۳\times۱۰^{۵}\frac{km}{s}$ بگیرید.) x چند کیلومتر است؟

۷۷ یک شکارچی و شکارش ساکن‌اند. شکارچی از زمان صفر با شتاب ثابت $۱۰m/s^{۲}$ دنبال شکار حرکت می‌کند. شکار ۲s بعد شروع به فرار می‌کند و با شتاب ثابت $۱۵m/s^{۲}$ حرکت می‌کند. شکار و شکارچی هر دو روی یک خط راست حرکت می‌کنند. فاصله‌ی اولیه‌ی شکار و شکارچی از هم دست بالا چند متر باشد تا شکارچی به شکار برسد؟

۷۸ اتوبوسی در یک ایستگاه ایستاده است. شخصی با سرعت ثابت $v$ می‌دود تا به اتوبوس برسد. وقتی فاصله‌ی این شخص تا اتوبوس ۸m است، اتوبوس با شتاب $۱\frac{m}{s^{۲}}$ شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت شخص تغییر نکند، سرعتش حداقل چند متر بر ثانیه باشد تا به اتوبوس برسد؟

۷۹ نمودار سرعت - زمان شناگری مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی صفر تا t را $\bar{V}(t)$ می‌نامیم.بیشینه‌ی $\bar{V}(t)$ برای شناگر چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟




۸۰ دو توپخانه به فاصله‌ی $۳۰Km$ از هم شلیک می‌کنند. هر توپخانه اختلاف زمان بین مشاهده‌ی نور و شنیدن صدای شلیک توپخانه‌ی دیگر را می‌سنجد. این زمان برای یکی از آن‌ها ۹۲ ثانیه و برای دیگری ۸۸ ثانیه است. فرض کنید راستای وزش باد در راستای خط واصل توپخانه‌هاست. سرعت باد چند کیلومتر بر ساعت است؟

۸۱ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. در t=۰ چراغ سبز می‌شود و خودرو با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^{۲}}$ راه می‌افتد. خودرو به مدت T با همین شتاب حرکت می‌کند و پس از آن با سرعت ثابت به راه خودش ادامه می‌دهد. فاصله‌ی چهارراه بعدی تا این چراغ ۴۵۰m است. چراغ چهارراه بعدی در $t=۵۰s$ سبز می‌شود. بیشینه‌ی T برای این که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می‌رسد چراغ سبز باشد چند ثانیه است؟

۸۲ در کدام بازه‌ی زمانی حرکت تندشونده است؟ توضیح دهید.

۸۳ در بازه ی زمانی $(۰-t_{۲})$ متحرک چند بار تغییر جهت داده است؟ توضیح دهید.

۸۴ از داخل پرانتز، گزینه درست را انتخاب کنید:
شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در هر نقطه، برابر (شتاب لحظه‌ای - سرعت لحظه‌ای) متحرک است.

۸۵ در کدام لحظه، سرعت جسم صفر است؟ چرا؟

۸۶ در بازه‌ی زمانی $(t_۲ - t_۱)$، علامت شتاب چگونه است؟ توضیح دهید.

اتومبیلی در یک مسیر دایره‌ای شکل به شعاع ۱۰۰ متر دور می‌زند.
به ۴ سؤال بعدی پاسخ دهید

۸۷ مسافتی که اتومبیل در نیم‌دور می‌پیماید، چند متر است؟

۸۸ شکل مسیر را رسم و بردار جابه‌جایی را روی شکل مشخص کنید و بزرگی آن را به دست آورید.

۸۹ بزرگی جابه‌جایی اتومبیل را در یک چهارم دور محاسبه کنید.

۹۰ جابه‌جایی اتومبیل در یک دور کامل چقدر است؟

۹۱ زمان واکنش راننده‌ای $۰/۶s$ است. در طی این زمان، اتومبیل $۲۴m$ طی می‌کند. سرعت اتومبیل را حساب کنید.

۹۲ سه عامل مؤثر در مسافت ترمز را نام ببرید.

۹۳ نوع حرکت هر دو خودرو را از لحظه‌ی صفر تا $t_۱$ با ذکر دلیل معین کنید.

۹۴ از داخل پرانتز گزینه‌ی درست را انتخاب و به پاسخ برگ انتقال دهید:
شیب خطی که نمودار مکان - زمان را در دو لحظه قطع می‌کند، برابر (سرعت متوسط - شتاب متوسط) بین آن دو لحظه است.

۹۵ شتاب هریک از مرحله‌های OA و AB و BC چقدر است؟

۹۶ جهت سرعت و شتاب حرکت را در هر مرحله معلوم کنید.

۹۷ مسافتی که اتومبیل در نیم‌دور می‌پیماید، چند متر است؟

۹۸ فاصلهٔ بین دو شهر چند کیلومتر است؟

۹۹ چه مدت پس از لحظهٔ صفر متحرک به مبدأ می‌رسد؟

۱۰۰ جابه‌جایی متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ و $t_۲ = ۵s$ چقدر است؟

۱۰۱ جسمی با سرعت ثابت $V$ بر مسیری مستقیم در حرکت است. اگر در لحظهٔ $t_۱ = ۵s$ فاصلهٔ آن تا مبدأ $۶m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۲۰s$ فاصلهٔ آن تا مبدأ ۳۶ متر باشد، سرعت جسم و فاصله‌ی آن تا مبدأ در لحظهٔ صفر چقدر است؟ معادلهٔ مکان - زمان را بنویسید. نمودار مکان زمان را رسم کنید.

۱۰۲ جدول زیر فاصله‌ی متحرکی را تا مبدأ در لحظه‌های داده شده در جدول نشان می‌دهد. نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم کنید.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| t(s) | ۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ | ۵ |
| x(m) | ۰ | ۱/۵ | ۳ | ۵/۵ | ۸ | ۱۱/۵ |

# پاسخنامه تشریحی

۱ الف) درست     ب) نادرست     پ) درست     ت) نادرست

(ص ۳ و ۹ و ۱۰ و ۱۱)

۲ الف) کندشونده، زیرا تندی متحرک در حال کاهش است. (ص ۱۶)

ب) $l = |s_{۱}| + s_{۲} \Rightarrow l = \left|\frac{-۹\times۳}{۲}\right| + \frac{۶\times۲}{۲} \Rightarrow l = ۱۹/۵m$ (ص ۱۹)

۳ الف) $a = \frac{v - v_{۰}}{t} \Rightarrow a = \frac{۰ - ۲۰}{۴} = -۵\frac{m}{s^{۲}}$

ب) $\Delta x = \left(\frac{v + v_{۰}}{۲}\right)t \Rightarrow \Delta x = \left(\frac{۰ + ۲۰}{۲}\right)\times۴ \Rightarrow \Delta x = ۴۰m$

پ) خیر، زیرا: $۴۰m < ۴۵m$

(ص ۱۸)

۴ الف) در $t_{۲}$ و $t_{۴}$

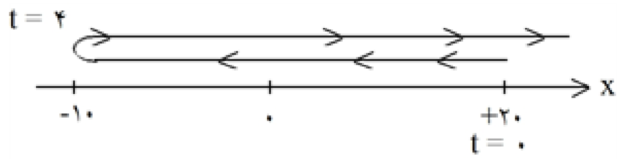
ب) در $t_{۱}$ و $t_{۳}$

پ) دو مورد از: (صفر تا $t_{۱}$) یا ($t_{۲}$ تا $t_{۳}$) یا ($t_{۴}$ تا $t_{۶}$) (ص ۸)

۵ تندی متوسط کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط کمیتی برداری است.

تندی متوسط یعنی مسافت به زمان و سرعت متوسط یعنی جابه‌جایی به زمان (ص ۳)

۶ این حرکت، یک حرکت روی محور x است، همان‌طور که از شکل مشخص است، حرکت از نقطه‌ی $x = +۲۰$ شروع شده و به سمت مخالف محور $x$ها حرکت می‌کند و تا نقطه‌ی $x = -۱۰$ می‌رود و سپس دوباره برمی‌گردد:




و همان‌طور که مشخص است حرکت از لحظه‌ی $t = ۰$ تا $t = ۴$ در خلاف جهت محور بوده، در نتیجه داریم:

$$\begin{matrix} t = ۰ \Rightarrow x_{۰} = +۲۰ \\ t = ۴ \Rightarrow x = -۱۰ \end{matrix} \Rightarrow \begin{matrix} \Delta x = -۱۰ - ۲۰ = -۳۰ \\ \Delta t = ۴ - ۰ = ۴ \end{matrix} \Rightarrow \overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{-۳۰}{۴} = -۷/۵\frac{m}{s}$$

۷ برای محاسبه‌ی تندی ابتدا باید مسافت طی شده را محاسبه کرد.

مسافت طی شده طول مسیر حرکت می‌باشد. یعنی:

$$L_{\text{کل}} = L_{AB} + L_{BC} = \sqrt{(۴-۱)^{۲} + (۰-۰)^{۲}} + \sqrt{(۴-۴)^{۲} + (۵-۰)^{۲}} = ۳ + ۴ = ۷$$

جابه‌جایی برابر فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا از انتهای مسیر می‌باشد یعنی کافی است، فاصله‌ی نقطه‌ی ابتدا و انتهای مسیر را از یک دیگر به دست آوریم.

$$d_{\text{جابه جایی}} = \sqrt{(۴-۱)^{۳} + (۴-۰)^{۲}} = \sqrt{۳^{۲} + ۴^{۲}} = ۵$$

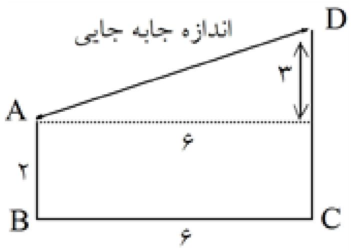
زمان سپری شده برای مسافت طی شده و جابه‌جایی یکسان می‌باشد، پس داریم:

$$\begin{matrix} \overline{S} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۷}{\Delta t} \\ \overline{V} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۵}{\Delta t} \end{matrix} \Rightarrow \frac{\overline{S}}{\overline{V}} = \frac{\frac{۷}{\Delta t}}{\frac{۵}{\Delta t}} = \frac{۷}{۵}$$

۸ الف) مسافت طی شده:

$$\text{AB طول} + \text{BC طول} + \text{CD طول} \Rightarrow ۲ + ۶ + ۵ = ۱۳\text{cm} = ۱۳\times ۱۰^{-۲} m$$

ب) جابه‌جایی:




$$\text{طول جابه‌جایی} = \sqrt{۶^۲ + ۳^۲} = \sqrt{۴۵\ \text{cm}} = \sqrt{۴۵\text{cm}}\times ۱۰^{-۲} m$$

ج) اندازه‌ی تندی متوسط:

$$S_{\text{av}} = \frac{L}{\Delta \text{x}} = \frac{۱۳\times ۱۰^{-۲}}{۲۰} = ۶/۵\times ۱۰^{-۳}$$

د) اندازه‌ی سرعت متوسط:

$$V = \frac{\text{اندازه جابه جایی}}{\text{مدت زمان}} = \frac{\sqrt{۴۵}\times ۱۰^{-۲}}{۲۰}$$

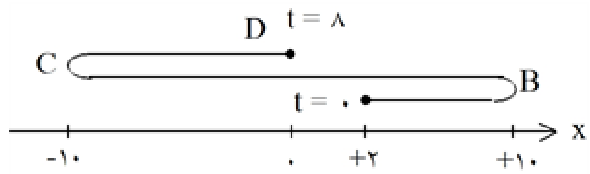
۹ برای محاسبه‌ی سرعت متوسط باید ابتدا جابه‌جایی را به دست آوریم:

$$x_{t=۸} - x_{t=۰} = ۰ - ۲ = -۲m$$

بردار جابه‌جایی $\overrightarrow{\Delta \text{x}} = -۲i$

$$V_{\alpha v} = \frac{-۲i}{۸} = -\frac{۱}{۴}i$$

برای محاسبه‌ی تندی متوسط ابتدا باید مسافت طی شده را به دست آورد: متحرک روی محور x در لحظه‌ی $t = ۰$ در مکان +۲ بوده و سپس به +۱۰ رفته سپس برگشته و به -۱۰ رفته و سپس برگشته و به مکان صفر رفته و مسیر متحرک روی محور x مطابق شکل روبه‌رو است.




$$\text{مسافت طی شده} \Rightarrow L = L_{\text{AB}} + L_{\text{AC}} + L_{\text{CD}} = ۸ + ۲۰ + ۱۰ = ۳۸$$

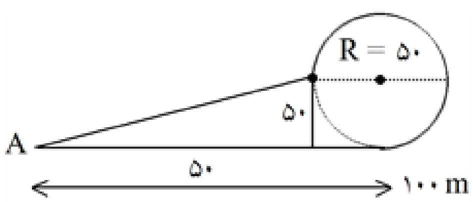
$$\text{تندی متوسط} \Rightarrow S_{\alpha v} = \frac{۳۸}{۸} = \frac{m}{s}$$

۱۰ برای محاسبه‌ی تندی متوسط ابتدا مسافت طی شده را به دست می‌آوریم.

$$L = ۱۰۰m + \frac{۳}{۴}(\text{محیط دایره}) = ۱۰۰ + \frac{۳}{۴}(۲\pi\times ۵۰) = ۱۰۰ + ۲۲۵ = ۳۲۵$$

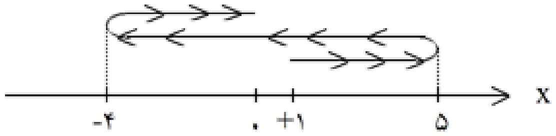
$$\text{تندی متوسط} \Rightarrow S_{\text{av}} = \frac{L}{\Delta \text{t}} = \frac{۳۲۵}{۲\times ۶۰} = \frac{۳۲۵}{۲\times ۶۰} = \frac{۳۲۵}{۱۲۰}\frac{m}{s}$$

برای محاسبه‌ی سرعت متوسط ابتدا اندازه‌ی جابه‌جایی را به دست می‌آوریم.



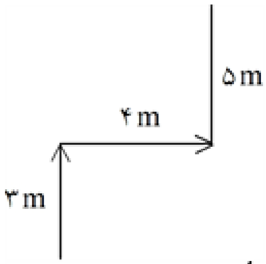

$$\text{اندازه جابه جایی} = \sqrt{۵۰^۲ + ۵۰^۲} = ۵\sqrt{۲}$$

$$\text{سرعت متوسط} = \frac{۵۰\sqrt{۲}}{۲\times ۶۰} = \frac{۵\sqrt{۲}}{۱۲}\frac{m}{s}$$

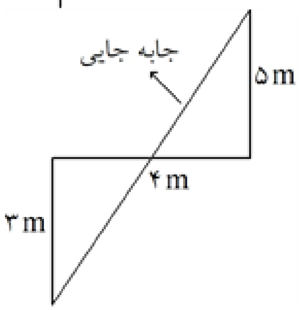
۱۱



همان‌گونه که از مسیر حرکت ذره روی محور x مشخص است متحرک در $x = +۵$ بیش‌ترین فاصله از مبدأ مختصات را دارد. و همان‌طور که می‌بینید حرکت از ۱+ تا ۵+ بدون تغییر جهت و روی خط راست بوده پس مسافت طی شده و جابه‌جایی برابر است با: $L = |\Delta \mathrm{x}| = ۵ - ۱ = ۴$

۱۲ مطابق شکل روبه‌رو داریم:

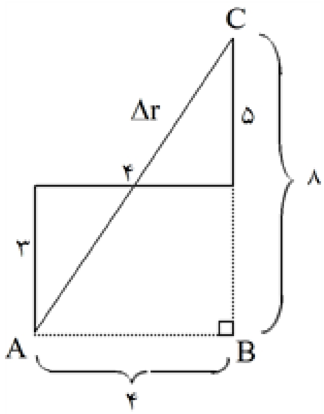



مسافت طی شده $\Rightarrow L = ۳ + ۴ + ۵ = ۱۲m$




جابه‌جایی روی شکل مقابل نشان داده شده است:

و به کمک مثلث ABC به دست می‌آوریم:




$$|\Delta \mathrm{r}| = \sqrt{۴^۲ + ۸^۲} = \sqrt{۱۶ + ۶۴} = \sqrt{۸۰}$$

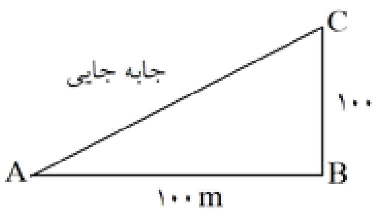
۱۳ مسافت طی شده = طول AB + طول BC

$L_{\mathrm{AB}} = ۱۰۰$

و طول BC برابر نصف محیط دایره می‌باشد: $L_{\mathrm{AB}} = \frac{۱}{۲}(۲\pi \mathrm{R}) = \frac{۱}{۲} ۲\pi \times ۵۰ = ۵۰\pi$

مسافت طی شده $= ۱۰۰ + ۵۰\pi$

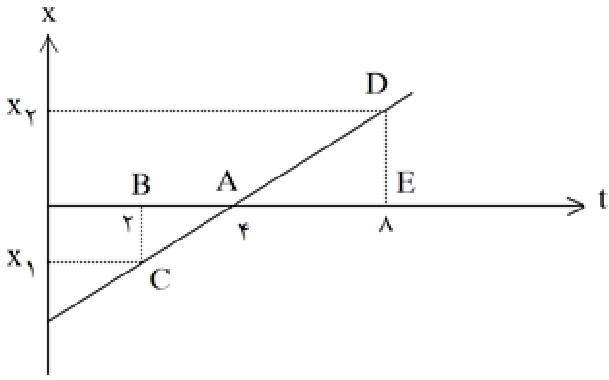
جابه‌جایی نیز برابر است با:




اندازه‌ی جابه‌جایی $= \sqrt{۱۰۰^۲ + ۱۰۰^۲} = ۱۰۰\sqrt{۲}$

۱۴ ۲s دوم $\longleftarrow$ $t_{۲}$ تا $\frac{s}{t_{۴}}$ ۴ دوم $\longleftarrow$ $t=۴$ تا $t=۸$

مثلث ABC با BDE متشابه می‌باشد و طبق قضیه تالس داریم:




$$\frac{AC}{DE}=\frac{AB}{BE}$$

$$DE=|x_{۲}|\ ,\ AC=|x_{۱}|$$

پس داریم:

$$\frac{|x_{۱}|}{|x_{۲}|}=\frac{۲}{۴}=\frac{۱}{۲}\longrightarrow |x_{۲}|=۲|x_{۱}|$$

در نتیجه داریم:

$$\left.\begin{array}{l}|\bar{V}|_{\text{۲s دوم}}=\frac{۰-x_{۱}}{۲}=\frac{|x_{۱}|}{۲}\\ |\bar{V}|_{\text{۴s دوم}}=\frac{x_{۲}-۰}{۴}=\frac{|x_{۲}|}{۴}\end{array}\right\}\Rightarrow\frac{\frac{|x_{۱}|}{۲}}{\frac{۲|x_{۱}|}{۴}}=۱$$

روش دوم: نمودار x - t خط راست است، پس حرکت با سرعت ثابت است و نسبت آن‌ها برابر ۱ می‌شود.

۱۵ شیب خطی که دو نقطه از نمودار را در لحظات $t_{۱}$ و $t_{۲}$ را به هم وصل می‌کند، مطابق شکل بیش‌تر از شیب خطی است که دو نقطه از نمودار را در لحظات $t_{۲}$ و $t_{۳}$ به هم وصل می‌کند. در نتیجه اندازه سرعت متوسط از $t_{۱}$ و $t_{۲}$ بیش‌تر از $t_{۲}$ تا $t_{۳}$ است $\left|\bar{V}_{t_{۱}\text{ تا }t_{۲}}\right|>\left|\bar{V}_{t_{۲}\text{ تا }t_{۳}}\right|$

۱۶ ابتدا باید لحظه تغییر جهت را به دست آوریم. سرعت در $t=۰$ برابر $+۵\frac{m}{s}$ می‌باشد و حرکت با شتاب ثابت $-۲\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد. پس معادله سرعت آن $V=-۲t+۵$ می‌باشد.

حالا بررسی می‌کنیم که آیا متحرک در بازه $t=۰$ تا $t=۴$ که با شتاب ثابت $-۲\frac{m}{s^۲}$ بوده، تغییر جهت داشته یا خیر.

بدین منظور معادله سرعت زمان را تعیین علامت می‌کنیم:

$$V=-۲t+۵=۰\Rightarrow t=\frac{۵}{۲}$$

| t | | $\frac{۵}{۲}$ | |
|---|---|---|---|
| V | + | ۰ | - |

$t=\frac{۵}{۲}$ در بازه زمانی $t=۰$ تا $t=۴$ می‌باشد پس لحظه تغییر جهت $t=\frac{۵}{۲}$ قابل قبول در این بازه است.

حالا برای به دست آوردن مسافت طی شده در این بازه یک بار جابه‌جایی از $t=۰$ تا $t=\frac{۵}{۲}$ و بار دیگر از $t=\frac{۵}{۲}$ تا $t=۴$ حساب می‌کنیم. $V=-۲t+۵$

$$\left.\begin{array}{l} t=۰\Rightarrow V=۵\\ t=\frac{۵}{۲}\Rightarrow V=۰\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۵+۰}{۲}\times\frac{۵}{۲}=\frac{۲۵}{۴}m$$

$$\left.\begin{array}{l} t=\frac{۵}{۲}\Rightarrow V=۰\\ t=۴\Rightarrow V=-۳\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x_۲=\frac{۰-۳}{۲}\times\left(۴-\frac{۵}{۲}\right)=-\frac{۳}{۲}\times ۱/۵=-\frac{۹}{۴}$$

و مسافت طی شده در این بازه زمانی:

$$L_۱=|\Delta x_۱|+|\Delta x_۱|=\left|-\frac{۲۵}{۴}\right|+\left|-\frac{۹}{۴}\right|=\frac{۳۴}{۴}m$$

از لحظه $t=۴$ تا لحظه $t=۶$ حرکت با سرعت ثابت $-۳\frac{m}{s}$ می‌باشد. پس مسافت در این بازه زمانی برابر است با:

$$L_۲=|\Delta x|\Rightarrow \Delta x=V\Delta t=-۳\times(۶-۴)=-۶m\Rightarrow L_۲=۶m$$

از $t=۶$ تا $t=۲۰$ حرکت با شتاب ثابت $+۱\frac{m}{s^۲}$ و با سرعت اولیه $-۳\frac{m}{s}$ می‌باشد. پس معادله سرعت آن برابر است با:

$$V=at+V_۰\Rightarrow V=۱(t-۶)+(-۳)=t-۹$$

حالا بررسی می‌کنیم که آیا متحرک در بازه زمانی $t=۶$ تا $t=۲۰$ تغییر جهت داشته یا خیر. بدین منظور معادله سرعت مربوطه را تعیین علامت می‌کنیم:

$$V=t-۹\Rightarrow t-۹=۰\Rightarrow t=۹$$

| t | | ۹ | |
|---|---|---|---|
| V | - | ۰ | + |

متحرک در $t=۹$ تغییر جهت داده و $t-۹$ در بازه موردنظر نیز می‌باشد. پس برای به دست آوردن مسافت طی شده در بازه زمانی $t=۶$ تا $t=۲۰$ یک‌بار جابه‌جایی از $t=۶$ تا $t=۹$ و یک‌بار هم از $t=۹$ تا $t=۲۰$ به دست می‌آوریم: $V=t-۹$

$$\left.\begin{array}{l} t=۶\Rightarrow V=-۳\\ t=۹\Rightarrow V=۰\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x=\frac{-۳+۰}{۲}\times ۳=-\frac{۹}{۲}m$$

$$\left.\begin{array}{l} t=۹\Rightarrow V=۰\\ t=۲۰\Rightarrow V=۱۱\end{array}\right\}\Rightarrow \Delta x=\frac{۰+۱۱}{۲}\times ۱۱=\frac{۱۲۱}{۲}$$

$$L_۳=\left|-\frac{۹}{۲}\right|+\left|\frac{۱۲۱}{۲}\right|=\frac{۱۳۰}{۲}=۶۵m$$

پس مسافت کل در این سؤال برابر است با:

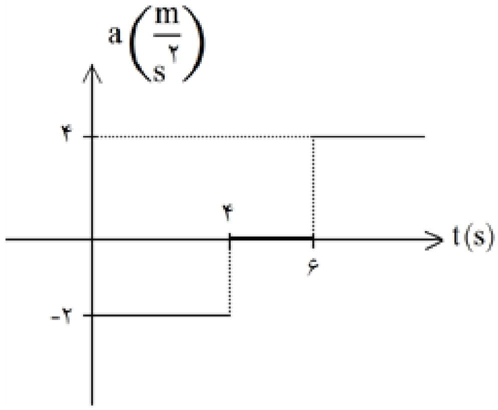
$$L_T=L_۱+L_۲+L_۳$$

$$\frac{۳۴}{۴}+۶+۶۵=\frac{۳۱۸}{۴}=۷۹/۵m$$

۱۷ راه‌حل ۱: متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و $۴s$ با شتاب $-۲\frac{m}{s^۲}$ حرکت کرده است. پس سرعت آن در $t=۴$ طبق رابطه روبه‌رو به ۸- رسیده است: $V = \mathrm{at} + V_۰ \Rightarrow V = -۲\times ۴ + ۰ = -۸$

و از لحظه $t=۴$ تا $t=۶$ شتاب متحرک مطابق شکل صفر بوده، یعنی حرکت با سرعت ثابت داشته است. پس در لحظه $t=۶$ نیز سرعت $V=-۸\frac{m}{s^۲}$ می‌باشد.

پس از لحظه $t=۶$، متحرک تحت تأثیر شتاب $+۴\frac{m}{s^۲}$ قرار می‌گیرد و از اندازه سرعت آن کاسته می‌شود تا متحرک متوقف شود و سپس دوباره شروع به حرکت کند، اما این بار در جهت محور x شروع به حرکت می‌کند.

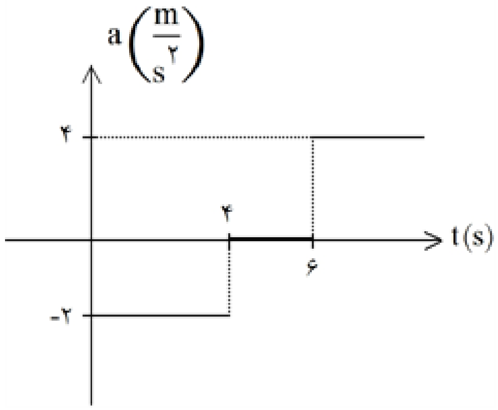



حالا لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود را به دست می‌آوریم:

سرعت در $t=۶$ برابر $-۸\frac{m}{s^۲}$ است. حالا زمان صفر شدن سرعت را به دست می‌آوریم:

$$V = \mathrm{at} + V_۰ \Rightarrow V = ۴(t-۶) + (-۸) = ۴t - ۲۴ - ۸ = ۴t - ۳۲ \Rightarrow ۰ = ۴t - ۳۲ \Rightarrow t = ۸$$

راه‌حل ۲: پس از به دست آوردن سرعت در $t=۶$ فرض کنید در لحظه t پس از $t=۶$ سرعت صفر شده است. حالا $\Delta V$ از $t=۶$ تا لحظه t را به دست می‌آوریم:

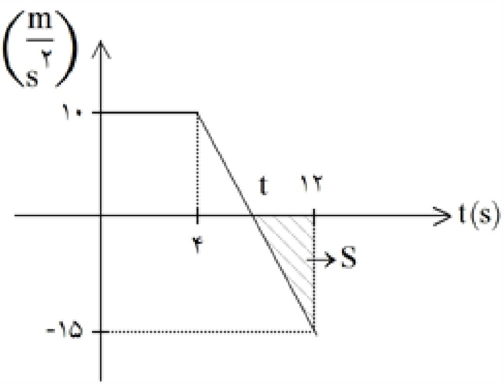



مساحت بین نمودار از $t=۶$ تا لحظه t⇐ $\Delta V = S = ۴\times(t-۶)$

حالا سرعت در لحظه t:

$$V_t = V_{t=۶} + \Delta V \Rightarrow ۰ = -۸ + ۴(t-۶) \Rightarrow -۸ - ۴t - ۲۴ \Rightarrow ۴t = ۳۲ \Rightarrow t = ۸$$

۱۸ ابتدا لحظه‌ای که شتاب پس از آن منفی می‌شود را به دست می‌آوریم.




از لحظه‌ی t به بعد شتاب منفی می‌شود.

پس ابتدا t را به دست می‌آوریم: $\frac{۱۰}{۱۵} = \frac{t-۴}{۱۲-t} \Rightarrow t = ۷/۲s$

حالا سطح بین نمودار و محور t از لحظه‌ی $t = ۷/۲$ تا $t = ۱۲$ را به دست می‌آوریم. یعنی باید مساحت مثلث هاشورخورده را به دست آوریم. $S = \frac{(۱۲-۷/۲)\times۱۵}{۲} = \frac{۴/۸\times۱۵}{۲} = ۷۲$

چون سطح مثلث زیر محور t می‌باشد پس $\Delta V$ منفی است: $\Delta V = -۷۲$

حالا $\vec{a}$ را محاسبه می‌کنیم: $\vec{a} = \frac{\Delta V}{\Delta t} = \frac{-۷۲}{۱۲-۷/۲} = -\frac{۷۲}{۴/۸}\frac{m}{s^۲} = -۱/۵\frac{m}{s^۲}$

۱۹ در لحظاتی که متحرک از مبدأ عبور می‌کند x آن برابر صفر می‌باشد پس کافی است در معادله‌ی مکان - زمان x را برابر صفر قرار داده و زمان را به دست آوریم. $۰ = t^۲ - ۳t - ۴ \Rightarrow (t-۴)(t+۱) = ۰$ پس لحظه‌ی $t = ۴$ متحرک از مبدأ عبور کرده است.

$t = ۴$ ق ق

$t = -۱$ غ ق ق

نکته: زمان منفی در فیزیک قابل قبول نمی‌باشد.

۲۰ در بازه‌ی زمانی که متحرک در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد بردار جابه‌جایی و بردار مکان متحرک هم‌جهت می‌باشند. بدین منظور معادله‌ی مکان - زمان متحرک را تعیین علامت می‌کنیم:

$x = t - ۷ = ۰ \Rightarrow t = ۷ \Rightarrow$

| t | ۰ | | ۷ | |
|---|---|---|---|---|
| x | -۷ | - | | + |

همان‌گونه که از جدول تعیین علامت مشخص است از $t = ۰$ تا $t = ۷$ مکان متحرک منفی و در حال نزدیک شدن به مبدأ است و از $t = ۷$ به بعد در حال دور شدن از مبدأ می‌باشد.

پس جواب سوال می‌شود از زمان $t = ۷$ به بعد.

۲۱ ابتدا بررسی می‌کنیم که آیا متحرک تغییر جهت داشته یا خیر، اگر تغییر جهت نداشته باشد و یا لحظه‌ی تغییر جهت خارج از بازه‌ی خواسته شده باشد مسافت طی شده برابر اندازه‌ی جابه‌جایی می‌باشد، اما اگر لحظه‌ی تغییر جهت در بازه‌ی خواسته شده باشد باید طی دو مرحله مسافت طی شده را به دست آوریم، مرحله‌ی اول جابه‌جایی از شروع بازه تا لحظه‌ی تغییر جهت و سپس از لحظه‌ی تغییر جهت تا انتهای بازه، و سپس اندازه‌ی جابه‌جایی‌ها را با هم جمع می‌کنیم تا مسافت طی شده به دست آید.

برای به دست آوردن لحظه‌ی تغییر جهت باید معادله‌ی سرعت را تعیین علامت کنیم، با مشتق‌گیری از معادله‌ی مکان - زمان به معادله‌ی سرعت - زمان می‌رسیم:

$$V = ۲t - ۵ \Rightarrow V = ۰ \Rightarrow ۲t - ۵ = ۰ \Rightarrow t = \frac{۵}{۲}$$

| t | | $\frac{۵}{۲}$ | |
|---|---|---|---|
| v | - | | + |

لحظه تغییر جهت

مسافت طی شده از $t = ۰$ تا $t = ۳$ خواسته بود، لحظه‌ی تغییر جهت در بازه‌ی زمانی داده شده قرار دارد پس طی دو مرحله مسافت طی شده را به دست می‌آوریم:

مرحله‌ی اول: از $t = ۰$ تا $t = \frac{۵}{۲}$ $\qquad x = t^۲ - ۵t + ۶$

$$\left.\begin{array}{l} t = ۰ \Rightarrow x = +۶ \\ t = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x = \left(\frac{۵}{۲}\right)^۲ - ۵\left(\frac{۵}{۲}\right) + ۶ = -\frac{۲۵}{۴} + ۶ = -\frac{۱}{۴} \end{array}\right\} \Rightarrow \Delta x = -\frac{۱}{۴} - ۶ = -\frac{۲۵}{۴}$$

مرحله‌ی دوم:

$$\begin{array}{l} t = \frac{۵}{۲} \Rightarrow x = -\frac{۱}{۴} \\ t = ۳ \Rightarrow x = ۰ \end{array} \Rightarrow \Delta x = ۰ - \left(-\frac{۱}{۴}\right) = +\frac{۱}{۴}$$

مسافت طی شده $L = \left|-\frac{۲۵}{۴}\right| + \left|\frac{۱}{۴}\right| = \frac{۲۵}{۴} + \frac{۱}{۴} = \frac{۲۶}{۴}m$

۲۲ پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند. (ص ۲)

۲۳ الف) $\Delta x = x_۲ - x_۱ = (۴ - ۸ + ۳) - ۳ \Rightarrow \Delta x = -۴m$ (ص ۱۷)

ب) $\frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$ (ص ۱۷)

$v = at + v_o \Rightarrow v = ۲t - ۴$

۲۴ الف) تندشونده - اندازه سرعت افزایش یافته است. (ص ۱۶)

ب) $l = \frac{۱\times۱}{۲} + \left|\frac{۳\times(-۳)}{۲}\right| \Rightarrow l = ۰/۵ + ۴/۵ = ۵m$ (ص ۲۰)

۲۵ نمودار ب - در برخی نقاط شکل الف، متحرک در یک لحظه در دو مکان است که این ممکن نیست. (ص ۲۳)

الف) $v_{\circ} = ۷۲\frac{km}{h} = ۷۲ \div ۳/۶\frac{m}{s} = ۲۰\frac{m}{s}$

$v^{۲} - v_{\circ}^{۲} = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰^{۲} - \left(۲۰\frac{m}{s}\right)^{۲} = ۲a \times ۲۰m$

$a = -\frac{۴۰۰}{۴۰}\frac{m}{s^{۲}} = -۱۰\frac{m}{s^{۲}}$

ب) $v = at + v_{\circ} \Rightarrow ۰ = -۱۰\left(\frac{m}{s^{۲}}\right)t + ۲۰\frac{m}{s} \Rightarrow t = ۲s$

پ) $F - f_k = ma \Rightarrow \cancel{F} - f_k = -۱۰\left(\frac{m}{s^{۲}}\right) \times ۱۲۰۰kg \Rightarrow f_k = ۱۲۰۰۰N$

۲۷ الف) شتاب در لحظات $t = ۳s$، $t = ۱۱s$، $t = ۱۵s$ به علت ثابت بودن سرعت، برابر صفر است.

$t = ۸s \Rightarrow a = \frac{۱۵\left(\frac{m}{s}\right) - ۵\left(\frac{m}{s}\right)}{۱۰s - ۵s} = ۲\left(\frac{m}{s^{۲}}\right)$

ب) $a_{av} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} \Rightarrow a_{av} = \frac{۱۵\left(\frac{m}{s}\right) - ۵\left(\frac{m}{s}\right)}{۲۰s - ۰s} = ۰/۵\left(\frac{m}{s^{۲}}\right)$

پ) $\left.\begin{matrix} t_{۱} = ۵s \\ t_{۲} = ۱۱s \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x = s_{۱} + s_{۲} = \frac{\left(۵\frac{m}{s} + ۱۵\frac{m}{s}\right) \times ۵s}{۲} + ۱s \times ۱۵\frac{m}{s} = ۶۵m$

$\left.\begin{matrix} t_{۲} = ۱۱s \\ t_{۳} = ۲۰s \end{matrix}\right\} \Rightarrow \Delta x = s_{۳} = ۹s \times ۱۵\frac{m}{s} = ۱۳۵m$

ت) $\left.\begin{matrix} t_{۱} = ۵s \\ t_{۲} = ۱۱s \end{matrix}\right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۵m}{۱۱s - ۵s} = ۱۰/۸۳\frac{m}{s}$

$\left.\begin{matrix} t_{۲} = ۱۱s \\ t_{۳} = ۲۰s \end{matrix}\right\} \Rightarrow \left.\begin{matrix} t_{۱} = ۵s \\ t_{۲} = ۱۱s \end{matrix}\right\} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۱۳۵m}{۲۰s - ۱۱s} = ۱۵m$

۲۸

الف) $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶m - ۰}{۳s - ۰} = ۲\frac{m}{s}$

ب) $v = at + v_۰ \Rightarrow t = ۱s \Rightarrow ۰ = a(s) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -a(s) \quad (۱)$

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰$

یا

$t = ۳s \Rightarrow ۶m = \frac{۱}{۲}a(۳s)^۲ + v_۰ ۳s + ۰ \Rightarrow ۳a(s^۲) + ۲v_۰(s) = ۴m \quad (۲)$

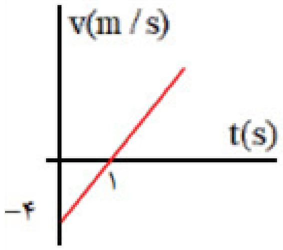
جاگذاری رابطه‌ی ۱ در رابطه‌ی ۲ خواهیم داشت.

$(۱)\,\&(۲) \Rightarrow ۳a(s^۲) + ۲\times -a(s)(s) = ۴m \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$

$v_۰ = -۴\frac{m}{s}$

$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \Rightarrow x = ۲t^۲ - ۴t$

پ) $v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴\left(\frac{m}{s^۲}\right)t - ۴\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۴\left(\frac{m}{s^۲}\right)\times ۳s - ۴\frac{m}{s} = ۸\frac{m}{s}$




ت) $v = at + v_۰ \Rightarrow v = ۴t - ۴$

$$\begin{cases} v = ۰ \Rightarrow t = ۱s \\ t = ۰ \Rightarrow v = -۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

الف) $x_B = (m = v_B)t + x_{۰B} \Rightarrow x_B = \left(m = \frac{x_{۲B} - x_{۱B}}{t_{۲B} - t_{۱B}}\right)t + x_{۰B}$ ۲۹

$x_B = \left(\frac{۶۰۰m - ۳۰۰m}{۲۰s - ۰}\right)t + ۳۰۰m \Rightarrow x_B = ۱۵\left(\frac{m}{s}\right)t + ۳۰۰m$

$x_A = (m = v_A)t + x_{۰A} \Rightarrow x_A = \left(m = \frac{x_{۲A} - x_{۱A}}{t_{۲A} - t_{۱A}}\right)t + x_{۰A}$

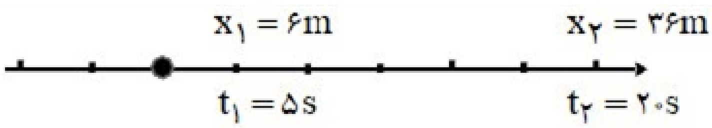
$x_A = \left(\frac{۰m - (-۳۰۰m)}{۱۰s - ۰}\right)t - ۳۰۰m \Rightarrow x_A = ۳۰\left(\frac{m}{s}\right)t = ۳۰۰m$

ب) $x_A = x_B$

$۳۰\left(\frac{m}{s}\right)t - ۳۰۰m = ۱۵\left(\frac{m}{s}\right)t + ۳۰۰m \Rightarrow ۱۵\left(\frac{m}{s}\right)t = ۶۰۰m \Rightarrow t = ۴۰s$

$x_A = ۳۰\left(\frac{m}{s}\right)\times ۴۰s - ۳۰۰m = ۹۰۰m$

۳۰) الف)

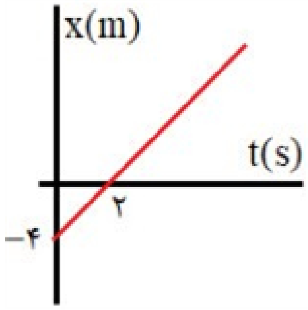



$$v_{۲۱} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۳۶m - ۶m}{۲۰s - ۵s} = ۲\frac{m}{s}$$

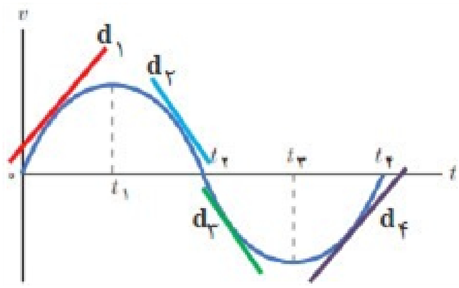
$$v_{۲۱} = v_{۱۰} = \frac{x_۱ - x_۰}{t_۱ - t_۰} \Rightarrow ۲\frac{m}{s} = \frac{۶m - x_۰}{۵s - ۰s} \Rightarrow x_۰ = -۱۰m + ۶m = -۴m$$

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow x = ۲\left(\frac{m}{s}\right)t - ۴m$$

ب)




۳۱) در بازه زمانی (۰ تا $t_۱$) و ($t_۳$ تا $t_۴$) شیب خط $d_۱$ و $d_۴$ نمودار $v-t$، مثبت است در نتیجه بردار شتاب در جهت محور x است و در بازه زمانی ($t_۱$ تا $t_۲$) و ($t_۲$ تا $t_۳$) شیب $d_۲$ و $d_۳$ نمودار $v-t$، منفی است. در نتیجه بردار شتاب در خلاف جهت محور x است.



۳۲ برای این‌که متحرک با سرعت اولیه در جهت محور x حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ مثبت باشد. و برای این‌که شتاب در خلاف جهت محور x باشد می‌بایست شیب مماس در هر لحظه در حال کاهش یا شیب خط مماس بر نمودار $x-t$، منفی و در حال افزایش باشد. گزینه‌ی الف درست است.

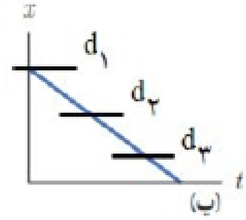
شیب خط مماس بر نمودار «الف» در لحظه $t=۰$ مثبت است. لذا دارای سرعت اولیه در جهت محور x می‌باشد.

سرعت آن افزایش می‌یابد. شیب خط ابتدا مثبت و با گذشت زمان در جهت مثبت محور x در حال کاهش می باشد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x است. سپس شیب خط منفی و در حال افزایش می‌باشد به عبارتی سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد. در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد.

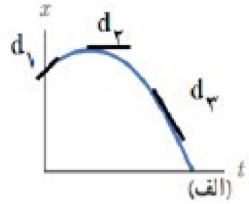
شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t=۰$ با محور زمان موازی است و سرعت اولیه صفر می‌باشد.

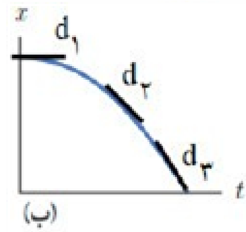
سپس شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ منفی و در حال افزایش می‌باشد، در این بازه شتاب در خلاف جهت محور x می‌باشد.

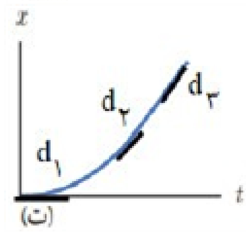
شیب خط در نمودار «پ» ثابت و منفی است. در نتیجه سرعت ثابت است و شتاب صفر است.




شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t=۰$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد و شتاب در جهت محور x خواهد بود.

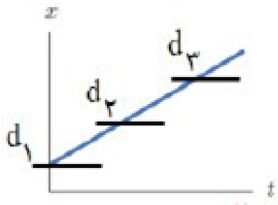


۳۳ برای این‌که متحرک از حال سکون حرکت کند باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ موازی با محور زمان باشد که تنها در شکل پ وت در لحظه‌ی $t=۰$ رخ می‌دهد.

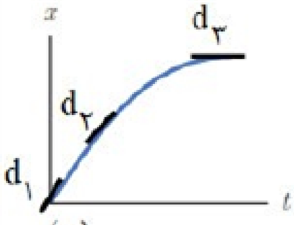
برای این‌که بر تندی متحرک افزوده شود باید شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در حال افزایش باشد. شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ موازی با محور زمان باید در حال افزایش باشد.



(الف)

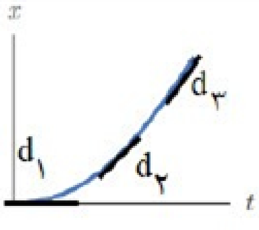
شیب خط در نمودار «الف» ثابت است. در نتیجه سرعت ثابت است.

شیب خط مماس بر نمودار ب در لحظه‌ی $t=۰$ با محور داری مقدار می‌باشد. این شیب رفته رفته کم شده تا موازی با محور زمان می‌رسد. در نتیجه در لحظه‌ی $t=۰$ دارای تندی است و با گذشت زمان کم و صفر می‌شود.



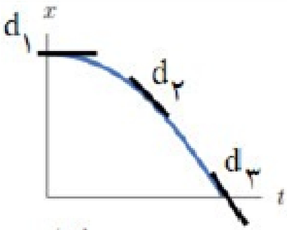
(ب)

شیب خط مماس بر نمودار «پ» در لحظه‌ی $t=۰$ با محور زمان موازی است و مقدار تندی صفر است، که با گذشت زمان شیب خط مثبت و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت مثبت محور x افزایش می‌یابد.



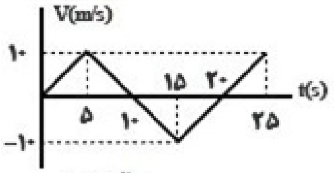
(پ)

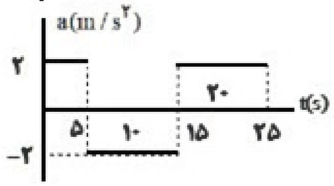
شیب خط مماس بر نمودار «ت» در لحظه‌ی $t=۰$ با محور زمان موازی است و مقدار سرعت صفر است. که با گذشت زمان شیب خط منفی و افزایش می‌یابد. در نتیجه متحرک از حال سکون حرکت کرده و سرعت آن با گذشت زمان در جهت منفی محور x افزایش می‌یابد.



(ت)

۳۴




الف) $a_۱ = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۰\frac{m}{s} - ۰}{۵s - ۰} = ۲\frac{m}{s^۲}$

$$a_۲ = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۱۰\frac{m}{s} - ۱۰\frac{m}{s}}{۱۵s - ۵s} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$a_۳ = \frac{V_۲ - V_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۱۰\frac{m}{s} - ۱۰\frac{m}{s}}{۲۵s - ۱۵s} = ۲\frac{m}{s^۲}$$

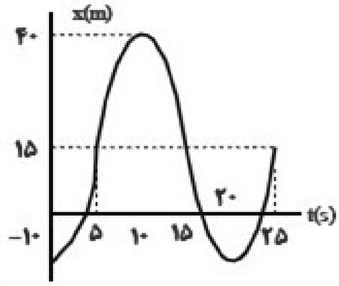
ب) $x_۱ = \left(۰ + ۱۰\frac{m}{s}\right)۵s - ۱۰m = ۱۵m$

$$x_۲ = \left(\frac{۰ + ۱۰\frac{m}{s}}{۲}\right)۵s + ۱۵m = ۴۰m$$

$$x_۳ = \left(\frac{۰ - ۱۰\frac{m}{s}}{۲}\right)۵s + ۴۰m = ۱۵m$$

$$x_۴ = \left(\frac{۰ - ۱۰\frac{m}{s}}{۲}\right)۵s + ۱۵m = -۱۰m$$

$$x_۵ = \left(\frac{۰ + ۱۰\frac{m}{s}}{۲}\right)۵s - ۱۰m = ۱۵\mathrm{m}$$




۳۵ الف) شیب خط متحرک C بیش‌تر از شیب خط متحرک A و شیب خط متحرک $B$، موازی با محور زمان است. در نتیجه:

$$a_C > a_A > a_B$$

ب) شیب خط متحرک A $a_A = \frac{۱۰\frac{m}{s} - ۰}{۱۰s - ۰} = ۱\frac{m}{s^۲}$

شب خط متحرک C $a_C = \frac{۲۰\frac{m}{s} - ۰}{۱۰s - ۰} = ۲\frac{m}{s^۲}$

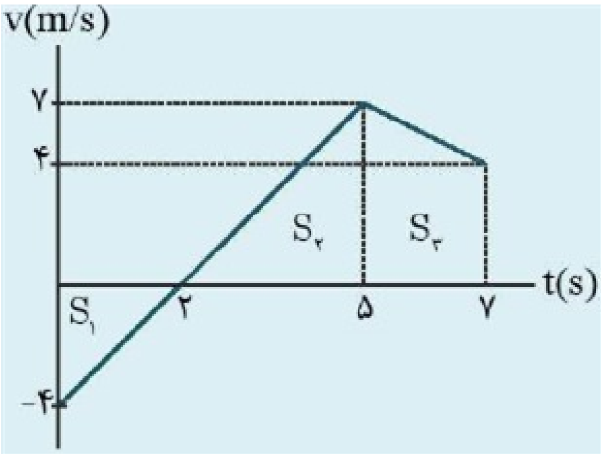
شب خط متحرک B $a_B = \frac{\Delta \mathrm{V}}{\Delta \mathrm{t}} = ۰$

ج) $\Delta \mathrm{X}_A = v_{\mathrm{av}}\Delta \mathrm{t} = ۵\frac{m}{s} \times ۱۰s = ۵۰m$

$$\Delta \mathrm{X}_B = v_{\mathrm{av}}\Delta \mathrm{t} = ۲۰\frac{m}{s} \times ۱۰s = ۲۰۰m$$

$$\Delta \mathrm{X}_C = v_{\mathrm{av}}\Delta \mathrm{t} = ۱۰\frac{m}{s} \times ۱۰s = ۱۰۰m$$

۳۶ الف) با توجه به نمودار زیر تشابه دو مثلث $S_۱$ و $S_۲$، مقدار $V_۱$ را حساب می‌کنیم:

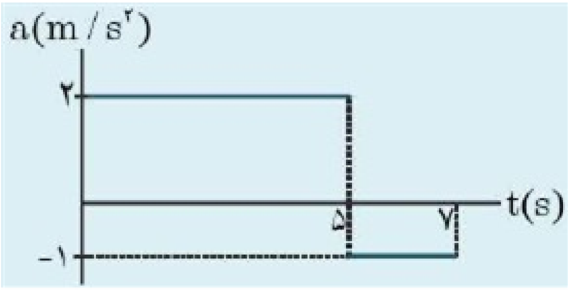



$$\frac{v-۰}{۰-۴}=\frac{۵-۲}{۲-۰}\Rightarrow\frac{v}{۴}=\frac{۳}{۲}$$
$$\Rightarrow v_۱=۶\frac{m}{s}$$

مساحت زیر نمودار بدون درنظر گرفتن علامت برابر مسافت طی شده است:

$$L=|S_۱|+|S_۲|+|S_۳|=\frac{۲\times۴}{۲}+\frac{۶\times(۵-۲)}{۲}+\frac{(۶+۴)\times(۷-۵)}{۲}=۴+۹+۱۰=۲۳m$$

ب) شتاب برابر شیب نمودار $v-t$ است.




$$۰ \text{ تا } ۵s : a_۱=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(۶-(-۴))\frac{m}{s}}{۵s}=۲\frac{m}{s^۲}$$
$$۵ \text{ تا } ۷s : a_۲=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{(۴-۶)\frac{m}{s}}{۲s}=-۱\frac{m}{s^۲}$$

۳۷ متحرک مدت زمان $\frac{۱۱}{۲۰}T=T-\left(\frac{T}{۴}+\frac{T}{۵}\right)$ را با سرعت $۳V$ حرکت کرده است:

$$V_{av}=\frac{\Delta x_T}{\Delta t_T}=\frac{\Delta x_۱+\Delta x_۲+\Delta x_۳}{T}=\frac{V\left(\frac{۱}{۴}T\right)+۲V\left(\frac{۱}{۵}T\right)+۳V\left(\frac{۱۱}{۲۰}\right)T}{T}$$
$$=\frac{\left(\frac{۱}{۴}+\frac{۲}{۵}+\frac{۳۳}{۲۰}\right)VT}{T}=\frac{\left(\frac{۵+۸+۳۳}{۲۰}\right)VT}{T}=\frac{۴۶}{۲۰}V=۲/۳V$$

۳۸ سؤال از ما حرکتی را می‌خواهد که $\left.\begin{matrix} v_۰>۰ \\ a<۰ \end{matrix}\right\}$ باشد.

بنابراین باید خط مماس بر منحنی مکان - زمان در لحظه نخست صعودی و دهانه منحنی مکان - زمان رو به پایین باشد. در نتیجه گزینه‌ی (ب) صحیح است.

۳۹ الف) $t_۱$ و $t_۵$

ب) $t_۳$

ج) دو متحرک در بازه‌ی زمانی مساوی $(\Delta t_۱=\Delta t_۲)$ جابه‌جایی $(\Delta x_۱=\Delta x_۲)$ برابر داشته‌اند؛ پس سرعت متوسط دو خودرو برابر است: $\frac{\Delta x_۱}{\Delta t_۱}=\frac{\Delta x_۲}{\Delta t_۲}\Rightarrow v_{av,۱}=v_{av,۲}$

۴۰ الف) $t_۲$

ب) $t_۱$ تا $t_۳$

ج) دو بار

۴۱ الف) نادرست است. ۰/۲۵

ب) درست است. ۰/۲۵

ج) نادرست است. ۰/۲۵

د) نادرست است. ۰/۲۵

ه) درست است. ۰/۲۵

۴۲ نادرست است. ۰/۲۵

۴۳ آ) کند شونده از ۰ تا $t_۱$ ۰/۲۵ ، تندشونده از $t_۱$ تا $t_۲$ ۰/۲۵ ، یکنواخت از $t_۲$ تا $t_۳$ ۰/۲۵

ب) در لحظه $t_۱$ ۰/۲۵

۴۴ صفر ۰/۲۵

۴۵ $t_۲, t_۴$ ۰/۲۵

۴۶

$$T_۱ = \frac{l}{V_۱}$$

$$T_۲ = \frac{\overline{AC}}{V_۱} + \frac{\overline{CD}}{V_۲} + \frac{\overline{DB}}{V_۱}$$

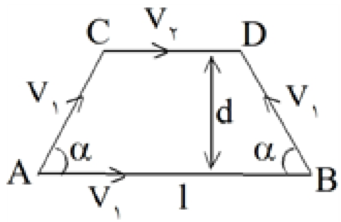
$$\overline{AC} = \overline{DB} = \frac{d}{\operatorname{Sin}\alpha}, \overline{CD} = l - \frac{۲d \operatorname{Cos}\alpha}{\operatorname{Sin}\alpha} \to T_۲ = \frac{۲d}{V_۱ \operatorname{Sin}\alpha} + \frac{l - ۲d\frac{\operatorname{Cos}\alpha}{\operatorname{Sin}\alpha}}{V_۲}, V_۱ = V_۲ \operatorname{Cos}\alpha$$

$$\to T_۲ = \frac{۲d}{V_۱ \operatorname{Sin}\alpha} + \frac{l \operatorname{Cos}\alpha}{V_۱} - \frac{۲d \operatorname{Cos}^۲\alpha}{V_۱ \operatorname{Sin}\alpha} = \frac{۲d \operatorname{Sin}\alpha}{V_۱} + \frac{l \operatorname{Cos}\alpha}{V_۱}$$

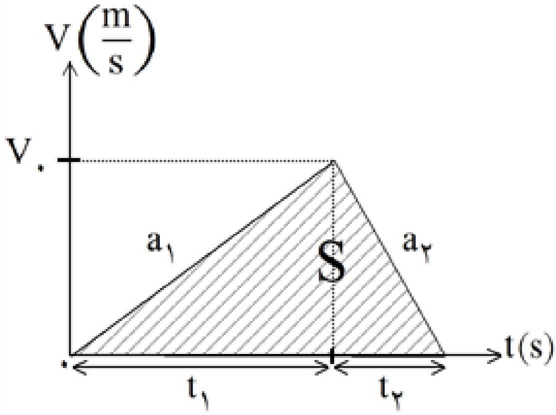
متوجه به رابطه‌ی $T_۲ = \frac{l}{V_۱}$ و رابطه‌ی اخیر برای $T_۲$ و $V_۱$ ، با حذف $V_۱$ از این دو رابطه می‌توان نوشت:

$$T_۲ = T_۱\left(\frac{۲d \operatorname{Sin}\alpha}{l} + \operatorname{Cos}\alpha\right) \to d = \left(\frac{T_۲}{T_۱} - \operatorname{Cos}\alpha\right) \times \frac{l}{۲ \operatorname{Sin}\alpha} \to d = \left(\frac{۴۸}{۶۰} - \frac{۶}{۱۰}\right) \times \frac{۱۲۰}{۲ \times ۰/۸}$$

$$\to d = ۱۵\text{Km}$$



۴۷ برای حل مسئله از نمودار سرعت - زمان قطار استفاده می‌کنیم. می‌دانیم که مساحت زیر نمودار سرعت - زمان در یک بازه‌ی زمانی برابر جابه‌جایی متحرک در آن بازه‌ی زمانی است. برای آن‌که قطار کم‌ترین زمان ممکن را در پیمایش مسافت بین دو ایستگاه داشته باشد باید از شتاب تندشونده‌ی خود حداکثر بهره را ببرد و به بیش‌ترین سرعت ممکن دست پیدا کند و از آن نیز با استفاده از شتاب کندشونده‌ی خود ترمز کرده تا در ایستگاه دوم متوقف شود. مطابق شکل زیر:




$a_۱=+۰/۲\frac{m}{s^۲}$ ، $a_۲=-۰/۸\frac{m}{s^۲}$

$$\left.\begin{array}{l} V_۰=a_۱t_۱ \rightarrow V_۰=۰/۲\times t_۱ \\ -V_۰=a_۲t_۲ \rightarrow V_۰=۰/۸\times t_۲ \end{array}\right\} \rightarrow \frac{t_۱}{t_۲}=\frac{۰/۸}{۰/۲}=۴ \rightarrow t_۲=\frac{t_۱}{۴}$$

$$S=\frac{۱}{۲}V_۰\times(t_۱+t_۲)=۳۲۰۰ \rightarrow \frac{۱}{۲}\times ۰/۲t_۱\times\left(t_۱+\frac{t_۱}{۴}\right)=۳۲۰۰$$

$$\rightarrow ۰/۱۲۵t_۱^{\,۲}=۳۲۰۰ \rightarrow t_۱=۱۶۰s \rightarrow t_۲=\frac{۱۶۰}{۴}=۴۰s$$

$$t=t_۱+t_۲ \rightarrow t=۱۶۰+۴۰=۲۰۰s$$

۴۸ متحرک (B) ۰/۲۵ سطح زیر نمودار ($\Delta x$) کم‌تر است. ۰/۲۵

۴۹ در لحظه‌ی $t_۱$، زیرا شیب نمودار (سرعت) صفر شده و بعد قرینه می شود. ۰/۵

۵۰ مثبت ۰/۲۵ زیرا شیب خط واصل ابتدا و انتهای نمودار مثبت است. ۰/۲۵

۵۱ منفی ۰/۲۵ زیرا سطح زیر نمودار سرعت-زمان، ($\Delta x$)، منفی است. ۰/۲۵

۵۲ در لحظه‌ی $t_۲$ ۰/۲۵

۵۳ $t_۱$ تا $t_۲$ ۰/۲۵

۵۴ هم‌جهت ۰/۲۵

۵۵ کندشونده

۵۶ $x = \frac{۱}{}at^{۲} + V_{.}t + x_{.} \Rightarrow -۱۰ = ۸a + ۴V_{.} + ۲۲ \Rightarrow ۸a + ۴V_{.} = -۳۲ \Rightarrow$

$\Rightarrow V = at + V_{.} \Rightarrow ۰ = ۴a + V_{.} \Rightarrow V_{.} = ۴a$

$۸a - ۱۶a = -۳۲ \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^{۲}} \qquad V_{.} = -۱۶\frac{m}{s}$

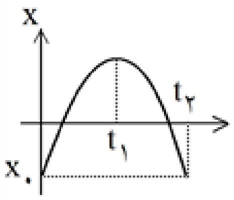
$x = ۲t^{۲} - ۱۶t + ۲۲$

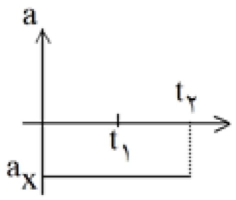
۵۷ در بازه‌ی زمانی صفر تا ۴ ثانیه، کندشونده است. در بازه‌ی زمانی ۴ تا $t_{۲}$ ثانیه، تندشونده است.

۵۸ به متوسط جابه‌جایی جسم در واحد زمان، سرعت متوسط می‌گویند.

۵۹ به متوسط تغییرات سرعت در واحد زمان، شتاب متوسط گفته می‌شود.

۶۰




۶۱ تندشونده

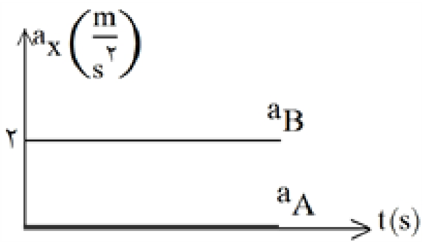
۶۲ $v = at + v_{.} \Rightarrow v = ۴ \times ۱۰ + ۰$

$v = ۴۰\frac{m}{s}$

۶۳ $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$

۶۴ شیب پاره‌خط AB معرف شتاب متوسط بین دو لحظه‌ی $t_{۱}$ و $t_{۲}$ است.

۶۵




۶۶ $x_A = V_A t + x_{.A} \Rightarrow x_A = ۲۰t$

$x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^{۲} + u_{.B}t + x_{.B} \Rightarrow x_B = \frac{۱}{۲} \times ۲t^{۲} + ۱۰t + ۰ \Rightarrow x_B = t^{۲} + ۱۰t$

$x_A = x_B \Rightarrow ۲۰t = t^{۲} + ۱۰t$

$t(t-۱۰) = ۰ \begin{cases} t = ۰ \text{ ق ق غ..} \\ t = ۱۰s \end{cases} \Rightarrow x_B = x_A = ۲۰ \times ۱۰ = ۲۰۰m$

۶۷ خودروی A، از نقطه‌ای واقع در جلوی مبدأ محور x به‌طور یکنواخت هم راستا و هم سوی محور x حرکت می‌کند. خودروی B، از مبدأ محور x از حال سکون با شتاب ثابت هم راستا و هم سوی محور x شروع به حرکت می‌کند.

۶۸ مثبت ۰/۲۵ ، چون شیب خطی که ابتدای نمودار را به انتهای آن وصل می‌کند، مثبت است. ۰/۲۵

۶۹ $t_۲ - t_۱$ ۰/۲۵

۷۰ آ) نوع حرکت شتاب دار تند شونده است. ۰/۲۵ ، علامت شتاب مثبت ۰/۲۵

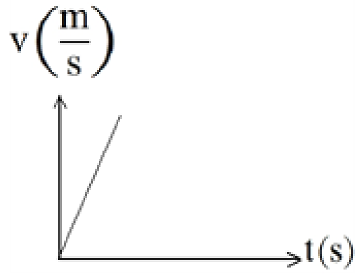
۷۱ در بازه‌ی زمانی ۰ تا $t_۱$ ۰/۲۵ ، چون شیب نمودار مثبت است. ۰/۵

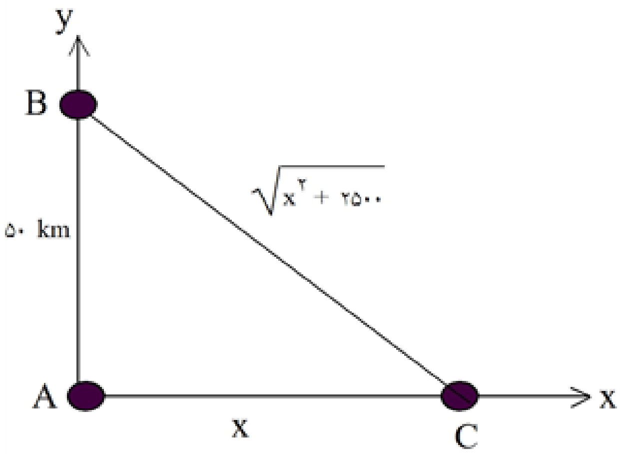
۷۲ در لحظه‌ی $t_۲$ ۰/۲۵ ، چون علامت سرعت تغییر کرده است. ۰/۵

۷۳ در باز ه‌ی زمانی $t_۲$ تا $t_۳$ ۰/۲۵، چون شیب نمودار ثابت است. ۰/۵

۷۴ کندشونده ۰/۲۵

۷۵ رسم نمودار با رعایت خطی بودن و محل $v_۰$ ۰/۵






امواج فرستاده شده توسط فرستنده‌ی A که در مبدأ مختصات قرار دارد مسیر AC و امواج فرستاده شده توسط فرستنده‌ی B در فاصله‌ی ۵۰ کیلومتری مبدأ مختصات روی محور y ، مسیر BC را با سرعت $V = ۳\times ۱۰^{۵} \frac{km}{s}$ طی می‌کنند تا به گیرنده برسند. پس زمان عبور مسیر برای هر یک از فرستنده‌ها برابر است با:

$$t_{AC} = \frac{AC}{V} = \frac{x}{۳\times ۱۰^{۵}}$$

$$t_{BC} = \frac{BC}{V} = \frac{\sqrt{AC^{۲} + AB^{۲}}}{V} = \frac{\sqrt{x^{۲} + ۲۵۰۰}}{۳\times ۱۰^{۵}}$$

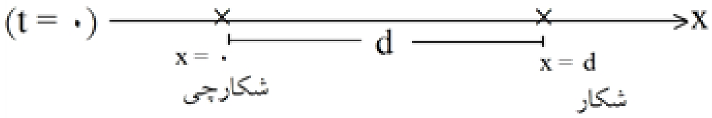
$$t_{BC} - t_{AC} = ۱۰^{-۴} \rightarrow \frac{\sqrt{x^{۲} + ۲۵۰۰} - x}{۳\times ۱۰^{-۵}} = ۱۰^{-۴}$$

$$\rightarrow \sqrt{x^{۲} - ۲۵۰۰} - x = ۳۰ \rightarrow \sqrt{x^{۲} - ۲۵۰۰} = x + ۳۰$$

$$\rightarrow x^{۲} - ۲۵۰۰ = (x + ۳۰)^{۲} = x^{۲} + ۶۰x + ۹۰۰$$

$$\rightarrow ۶۰x = ۲۵۰۰ - ۹۰۰ = ۱۶۰۰ \rightarrow x = \frac{۱۶۰۰}{۶۰} = ۲۶/۷ \text{ Km}$$

مقدار به دست آمده به عدد ۲۷ نزدیک‌تر است.




ابتدا معادله‌ی مکان - زمان را برای شکارچی $(x_۱)$ و شکار $(x_۲)$ می‌نویسیم:

$$x_۱ = \frac{۱}{۲} a_۱ t^۲ = ۵t^۲$$

$$x_۲ = \frac{۱}{۲} a_۲ (t-۲)^۲ + d = \frac{۱۵}{۲}(t-۲)^۲ + d$$

اگر در لحظه‌ی x شکارچی به شکار برسد، در این لحظه مکان دو جسم برابر خواهد بود:

$$x_۱ = x_۲$$

$$\to ۵t^۲ = \frac{۱۵}{۲}(t-۲)^۲ + d \to ۵t^۲ - ۶۰t + ۶۰ + ۲d = ۰$$

$$\to t = \frac{۳۰ \pm \sqrt{۳۰^۲ - ۵(۲d + ۶۰)}}{۵} \to t = \frac{۳۰ \pm \sqrt{۶۰۰ - ۱۰d}}{۵}$$

در رابطه‌ی به دست آمده برای زمان t شرط این‌که لحظه‌ی مورد نظر وجود داشته باشد این است که مقدار t مثبت و بزرگ‌تر از ۲ (لحظه‌ی شکار) باشد. اگر در عبارت بالا $t = ۶ - \frac{\sqrt{\Delta}}{۵} > ۲$ را بررسی کنیم مقدار بیشینه‌ی d برای وقوع این اتفاق به دست می‌آید. نیز نامساوی $t = ۶ + \frac{\sqrt{\Delta}}{۵} > ۲$ همواره برقرار است، با این شرط که مقدار $\Delta$ زیر رادیکال نامنفی باشد:

$$۶۰۰ - ۱۰d \geqslant ۰ \to d \leqslant \frac{۶۰۰}{۱۰} \to d \leqslant ۶۰$$

$$\to d_{\max} = ۶۰\, m$$

۷۸ روش اوّل: با استفاده از مفهوم حرکت نسبی، معادله‌ی حرکت شخص را نسبت به اتوبوس می‌نویسیم:

$d = ۸\text{m}$ فاصله‌ی اوّلیّه‌ی شخص نسبت به اتوبوس و $V' = V - ۰ = V$ :سرعت اوّلیّه‌ی شخص نسبت به اتوبوس

$a' = ۰ - a = -a = -۱\ \frac{m}{s^۲}$ :شتاب شخص نسبت به اتوبوس

در این حرکت نسبی فرض بر آن است که اتوبوس ساکن است و شخص با سرعت V و شتاب کند شونده‌ی $-۱\ \frac{m}{s^۲}$ در حال نزدیک شدن به آن است و می‌خواهیم شرط برخورد و به هم رسیدن آنها را بررسی کنیم.

$V_۲{}^۲ - V_۱{}^۲ = ۲a'\Delta x, \Delta x \geqslant d = ۸\,m$ :با استفاده از رابطه‌ی مستقل از زمان

$$۰^۲ - V^۲ = ۲\times(-۱)\times\Delta x \to \Delta x = \frac{V^۲}{۲}, \Delta x \geqslant ۸$$

$$\to \frac{V^۲}{۲} \geqslant ۸ \to V^۲ \geqslant ۱۶ \to V \geqslant ۴\ \frac{m}{s}$$

$d = \frac{۱}{۲}a't^۲ - V't \to ۸ = \frac{۱}{۲}\times(-۱)t^۲ + V\times t$ : با استفاده از رابطه‌ی جابه‌جایی-زمان

برای رسیدن شخص به اتوبوس این معادله باید جواب داشته باشد و $\Delta$ معادله‌ی درجه‌ی ۲ منفی نباشد.

$$\to t^۲ - ۲\,Vt + ۱۶ = ۰ \to \Delta = b^۲ - ۴ac = (-۲V)^۲ - ۴\times(۱)\times(۱۶) = ۴V^۲ - ۶۴$$

$$۴V^۲ - ۶۴ \geqslant ۰ \to V^۲ \geqslant ۱۶ \to V \geqslant ۴\ \frac{m}{s}$$

روش دوم: با استفاده از تعیین یک جهت مثبت در جهت حرکت اتوبوس و شخص و فرض این‌که مسیر حرکت محور $x$ ها است و مبدأ آن در محل شخص در لحظه‌ی $t = ۰$ است، برای هر یک از متحرک‌ها (شخص و اتوبوس) معادله‌ی حرکت می‌نویسیم:

$x_{۰_۱} = ۰, t_{۰_۱} = ۰, V_{۰_۱} = V, a_۱ = ۰$ : شخص

$x_{۰_۲} = ۸\,m, t_{۰_۲} = ۰, V_{۰_۲} = ۰, a_۲ = a = ۱\ \frac{m}{s^۲}$ : اتوبوس

$$x = \frac{۱}{۲}a(t - t_۰)^۲ + V_{۰(t-t_۰)} + x_۰ \to x_۱ = Vt, x_۲ = \frac{۱}{۲}t^۲ + ۸$$

شرط رسیدن دو متحرک به هم آن‌است که مکان‌های آن‌ها در یک دستگاه برابر باشد. یعنی:

$$x_۱ = x_۲ \to Vt = \frac{۱}{۲}t^۲ + ۸ \to t^۲ - ۲Vt + ۱۶ = ۰$$

پس برای آن‌که این معادله‌ی درجه‌ی دوم ریشه و زمانی داشته‌باشد باید $\Delta$ آن نامنفی باشد که قبلاً بررسی کردیم و داشتیم :

$$V \geqslant ۴\ \frac{m}{s}$$

۷۹ حرکت شناگر تا لحظه‌ی $t=۲s$ تندشونده با شتاب ثابت و از آن به بعد کند شونده با شتاب ثابت است. شتاب در بازه‌ی (۰و۲)، $a_۱$ می‌باشد.

$$a_۱=\frac{+۱۰۰}{۲}=+۵۰\frac{cm}{s^۲}$$

$$\Delta x_۱=\frac{۱}{۲}at^۲=\frac{۱}{۲}\times ۵۰\times ۴=۱۰۰cm \quad V_۱=۱۰۰\frac{cm}{s}$$

شتاب شناگر از زمان $t=۲s$ به بعد $a_۲$ می‌باشد.

$$a_۲=\frac{V_f-V_i}{t_f-t_i}=\frac{۸۵-۱۰۰}{۱۲-۲}=-۱/۵\frac{cm}{s^۲}$$

$$\Delta x_۲=\frac{۱}{۲}a(t-t_۰)^۲+\frac{۱}{۲}V_۰(t-t_۰)$$

$$\rightarrow \Delta x_۲=\frac{۱}{۲}(-۱/۵)(t-۲)^۲+\frac{۱}{۲}\times ۱۰۰\times(t-۲)$$

$$\rightarrow \Delta x_۲=-۰/۷۵\,t^۲+۱۰۱/۵t-۲۰۳$$

تغییر مکان کل شناگر در بازه‌ی زمانی صفر تا t به صورت مقابل می‌باشد: $\Delta x=\Delta x_۱+\Delta x_۲$

$$x(t)-x(۰)=-۰/۷۵\,t^۲+۱۰۱/۵\,t-۱۰۳$$

$$\bar{V}(t)=\frac{x(t)}{t}=-۰/۷۵\,t+۱۰۱/۵-\frac{۱۰۳}{t}$$

برای به دست آوردن بیشینه‌ی $\bar{V}$، از آن نسبت به زمان مشتق گرفته و برابر صفر قرار می‌دهیم:

$$\frac{d\bar{V}(t)}{dt}=-۰/۷۵+\frac{۱۰۳}{t^۲}=۰\rightarrow t^۲=\frac{۱۰۳}{۰/۷۵}=۱۳۷\rightarrow t=۱۱/۷s$$

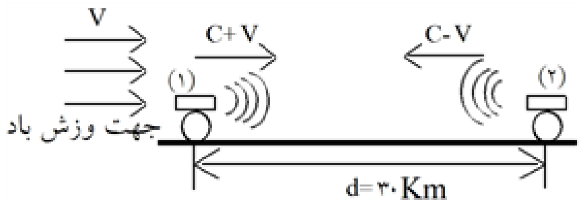
$$\bar{V}(t)_{\max}=-۰/۷۵\times ۱۱/۷+۱۰۱/۵-\frac{۱۰۳}{۱۱/۷}\cong ۸۴\frac{cm}{s}$$

۸۰ فرض می‌کنیم که نور ناشی از شلیک توپخانه‌ها بلافاصله دیده می‌شود، زیرا سرعت نور نسبت به سرعت صوت بسیار زیاد است و شلیک هر توپخانه و دیده شدن نور آن توسط توپخانه‌ی دیگر هم‌زمان است. مطابق شکل زیر، محیط انتشار صوت، هوا است. اگر باد نمی‌وزید، مدت زمانی که صدای شلیک هر توپخانه به توپخانه‌ی دیگر می‌رسید یکسان و برابر بود. هرگاه سرعت وزش باد را $V$ فرض کنیم و جهت وزش آن از سوی توپخانه‌ی (۱) به سمت توپخانه‌ی (۲) باشد و سرعت صوت در هوای ساکن برابر $C$ باشد، سرعت صوت و انتشار صدای توپخانه‌ی (۱)در جهت وزش باد $C+V$ و سرعت صوت و انتشار صدای توپخانه‌ی (۲) در خلاف جهت وزش باد $C-V$ خواهد شد.

اختلاف زمان بین مشاهده‌ی نور (شلیک) و شنیدن صدای انفجار توپخانه‌ی (۱) توسط ناظر توپخانه‌ی (۲) برابر است با: $t_۱ = \frac{d}{C+V}$. اختلاف زمان بین مشاهده‌ی نور (شلیک) و شنیدن صدای انفجار توپخانه‌ی (۲) توسط ناظر توپخانه‌ی (۱) برابر است با: $t_۲ = \frac{d}{C-V}$. با توجه به مقدارهای اختلاف زمان که ۸۸ ثانیه و ۹۲ ثانیه می‌باشند، می‌فهمیم که ناظر توپخانه‌ی (۲) این فرآیند را در زمان کوتاه‌تری رویت می‌کند زیرا سرعت مسیر صوت نسبت به او بیشتر است تا نسبت به ناظر توپخانه‌ی (۱)، بنابراین: $t_۱ = ۸۸\ s$ و $t_۲ = ۹۲s$ ، پس رابطه‌های زیر را به‌کار می‌بریم:

$$\begin{cases} ۸۸ = \frac{۳۰}{C+V} \to C+V = \frac{۳۰}{۸۸} \\ ۹۲ = \frac{۳۰}{C-V} \to C-V = \frac{۳۰}{۹۲} \end{cases} \to \begin{cases} C+V = \frac{۳۰}{۸۸} \\ (-۱)\times C-V = \frac{۳۰}{۹۲} \end{cases} \to ۲V = \frac{۳۰}{۸۸} - \frac{۳۰}{۹۲}$$

$$\to V = ۱۵\left(\frac{۱}{۸۸} - \frac{۱}{۹۲}\right) \to V = \frac{۶۰}{۸۸\times۹۲}\frac{\text{Km}}{s} \to V = \frac{۶۰}{۸۸\times۹۲}\times۳۶۰۰ = ۲۶/۶۷\frac{\text{Km}}{h} \cong ۲۷\frac{\text{Km}}{h}$$



۸۱ نمودار سرعت - زمان این خودرو به صورت زیر می‌باشد. برای این‌که وقتی خودرو به چهارراه بعدی می‌رسد، چراغ سبز باشد، مساحت سطح زیر نمودار سرعت - زمان که بیان‌گر جابه‌جایی خودرو است، حداقل باید برابر ۴۵۰m باشد. به ازای این جابه‌جایی حداقل مقدار T را محاسبه می‌کنیم.

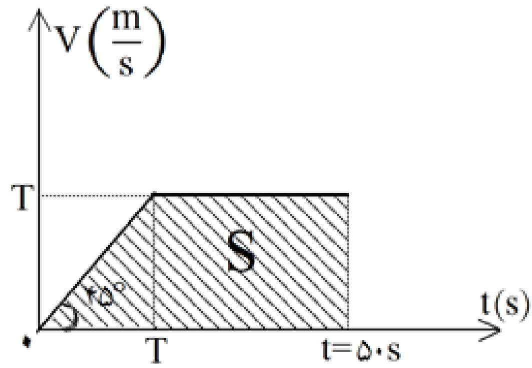
$V = \mathrm{a}T = ۱\times T = T \rightarrow$ چون شتاب خودرو برابر $۱\ \frac{m}{s^۲}$ است.

$S = \frac{۱}{۲}\times(۵۰ + (۵۰ - T))\times T = \frac{-۱}{۲}T^۲ + ۵۰\mathrm{T}$ مساحت ذوزنقه

$$S \geqslant ۴۵۰ \rightarrow \frac{-۱}{۲}T^۲ + ۵۰\mathrm{T} \geqslant ۴۵۰ \rightarrow \frac{-۱}{۲}T^۲ + ۵۰\mathrm{T} - ۴۵۰ \geqslant ۰$$

$$-\frac{۱}{۲}T^۲ + ۵۰\mathrm{T} - ۴۵۰ = ۰ \rightarrow T = \frac{-۵۰ \pm\sqrt{۵۰^۲ - ۴\times\left(-\frac{۱}{۲}\right)\times(-۴۵۰)}}{۲\times\left(-\frac{۱}{۲}\right)} = ۵۰\pm\sqrt{۱۶۰۰} \begin{cases} \mathrm{T}_۱ = ۱۰\mathrm{s} \\ \mathrm{T}_۲ = ۹۰\mathrm{s} \end{cases}$$

می‌دانیم که مقدار تابع مورد نظر بین دور شیشه‌ی $T_۱ = ۱۰\mathrm{s}$ و $T_۲ = ۹۰\mathrm{s}$(مخالف علامتa) مثبت است که مورد نظر ما می‌باشد. صورت سؤال باید کمینه‌ی T را مورد پرسش قرار دهد نه بیشینه‌ی آن را، پس حداقل مقدار T که از $t = ۵۰\mathrm{s}$ نیز کوچک‌تر است $T = ۱۰\mathrm{s}$ است.




۸۲ $t_۲$ تا $t_۳$ (۰/۲۵)، چون حاصل ضرب $a.v > ۰$ است. (۰/۵)

۸۳ یک بار، در لحظه‌ی $t_۲$ (۰/۲۵)، سرعت متحرک صفر شده و تغییر جهت می‌دهد. (۰/۲۵)

۸۴ سرعت لحظه‌ای (۰/۲۵)

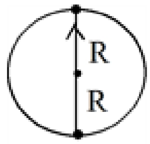
۸۵ در لحظه‌ی $t_۲$ (۰/۲۵) ، چون شیب خط مماس بر نمودار صفر شده (۰/۲۵)

۸۶ منفی (۰/۲۵)، چون سرعت مثبت و حرکت کندشونده است و علامت شتاب مخالف علامت سرعت است. (۰/۵) (جهت تقعر نمودار رو به پایین است ⟵ شتاب پایین است.)

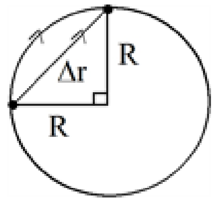
۸۷ مسافتی که طی می‌کند نصف محیط دایره است. $\frac{۱}{۲}(۲\pi R) = \pi R \simeq ۳/۱۴\times ۱۰۰ \simeq ۳۱۴\ \mathrm{m}$

۸۸ اندازه بردار جابه‌جایی در زمانی که اتومبیل نیم دور را پیموده است برابر قطر دایره است.

$\text{اندازه جابه‌جایی} = ۲R = ۲۰۰\text{m}$




۸۹ $\Delta r = \sqrt{R^۲ + R^۲} = \sqrt{۲R^۲} = \sqrt{۲}R \Rightarrow \Delta r = ۱۰۰\sqrt{۲}m$




۹۰ مکان نهایی اتومبیل پس از یک دور کامل با مکان اولیه‌ی آن پس از یک دور کامل یکسان است. بنابراین جابه‌جایی اتومبیل صفر است.

۹۱ $\bar{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۴}{۰/۶} = ۴۰\text{m/s}$

۹۲ ترمز اتومبیل، جاده، آب و هوا

۹۳ حرکت خودروی A یکنواخت است ۰/۲۵ ، چون شیب نمودار آن ثابت می‌باشد ۰/۲۵

حرکت خودروی B شتابدار کندشونده است ۰/۲۵ ، چون شیب خط مماس بر نمودار آن در حال کاهش است ۰/۲۵

۹۴ سرعت متوسط ۰/۲۵

۹۵ $a_{oA} = \frac{۶-۰}{۸-۰} = \frac{۳}{۴}\frac{m}{s^۲}$ و $a_{AB} = \frac{۶-۶}{۲۰-۸} = ۰\frac{m}{s^۲}$ و $a_{BC} = \frac{۹-۶}{۲۶-۲۰} = \frac{۳}{۶} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s^۲}$

۹۶ در قسمت اول شتاب و سرعت هم جهت هستند و حرکت تند شونده است.

در قسمت دوم شتاب صفر است و حرکت یکنواخت است.

در قسمت سوم شتاب و سرعت در خلاف جهت هم هستند و حرکت کند شونده است.

۹۷ مسافتی که طی می‌کند نصف محیط دایره است. $\frac{۱}{۲}(۲\pi R) = \pi R \simeq ۳/۱۴ \times ۱۰۰ \simeq ۳۱۴\ \text{m}$

قسمت اول حرکت: ۹۸

$$\begin{cases} \Delta t_۱ = ۱h = ۳۶۰۰s \\ \bar{V}_۱ = ۱۵\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_۱ = \bar{V}_۱ \Delta t_۱ = ۱۵ \times ۳۶۰۰ = ۵۴۰۰۰m$$

قسمت دوم حرکت:

$$\begin{cases} \Delta t_۲ = ۳۰min = ۱۸۰۰s \\ \bar{V}_۲ = ۲۰\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_۲ = \bar{V}_۲ \Delta t_۲ = ۲۰ \times ۱۸۰۰ = ۳۶۰۰۰m$$

قسمت سوم حرکت:

$$\begin{cases} \Delta t_۳ = \frac{۱}{۴}h = ۱۵min = ۹۰۰s \\ \bar{V}_۳ = ۱۲\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow \Delta x_۳ = \bar{V}_۳ \Delta t_۳ = ۱۲ \times ۹۰۰ = ۱۰۸۰۰m$$

$\Rightarrow$ فاصله‌ی شهرها $D = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ = ۵۴۰۰۰ + ۳۶۰۰۰ + ۱۰۸۰۰ = ۱۰۰۸۰۰m = ۱۰۰/۸\ km$

$$x = ۳t - ۴ = ۰ \Rightarrow ۳t - ۴ = ۰ \Rightarrow t = \frac{۴}{۳}s$$ ۹۹

راه اول: ۱۰۰

$$x = Vt + x_۰ \Rightarrow x = ۲t + ۲$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۳s \Rightarrow x_۱ = ۲ \times ۳ + ۲ = ۸m \\ t_۲ = ۵t \Rightarrow x_۲ = ۲ \times ۵ + ۲ = ۱۲m \end{cases} \Rightarrow \Delta x(۳s, ۵s) = x_۲ - x_۱ = ۱۲ - ۸ = ۴m$$

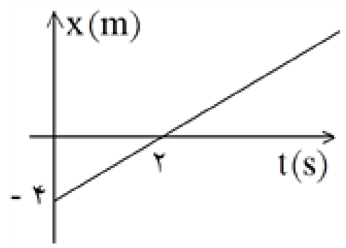
راه دوم:

$$\Delta x = V\Delta t = ۲ \times (۵ - ۳) = ۲ \times ۲ = ۴m$$

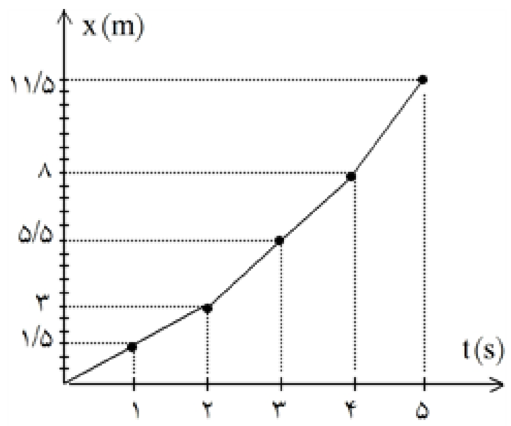
$$x = vt + x_۰ \Rightarrow x_۱ = vt_۱ + x_۰ \Rightarrow ۶ = ۵v + x_۰$$ ۱۰۱

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow x_۲ = vt_۲ + x_۰ \Rightarrow ۳۶ = ۲۰v + x_۰$$

$$\Rightarrow ۳۰ = ۱۵v \Rightarrow v = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow x_۰ = -۴m \Rightarrow x = ۲t - ۴$$




۱۰۲



# پاسخنامه کلیدی