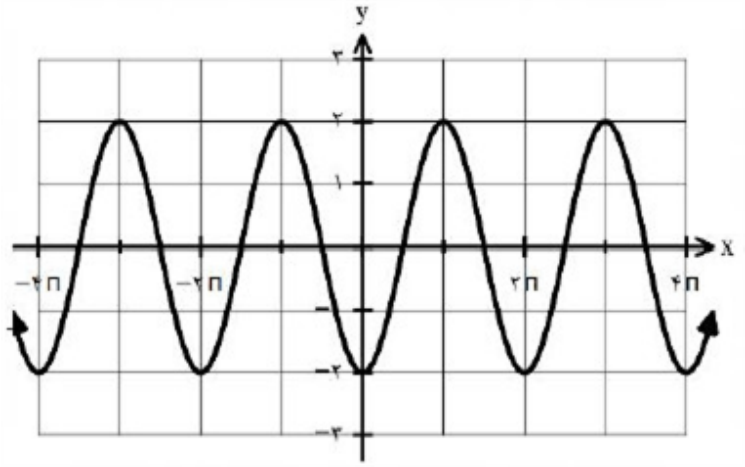
۱ ضابطه تابعی به فرم $y = a\,\text{Cos}\,bx + c$ را بنویسید که دوره تناوب آن ۲ و مقدار ماکزیمم آن ۴ و مقدار مینیمم آن ۲- باشد.

۲ معادله مثلثاتی $\text{Cos}\,2x - \text{Sin}\,x + 1 = 1$ را حل کنید.

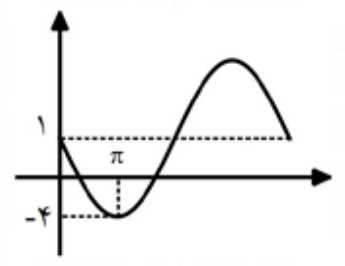
۳ نمودار زیر برای تابعی با ضابطه $f(x) = a\,\text{Cos}\,bx + c$ است. با دقت به شکل نمودار و تشخیص دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع، ضابطه آن‌را مشخص کنید.



۴ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 5 - 3\,\text{Sin}\left(\frac{x}{5}\right)$ را حساب کنید.

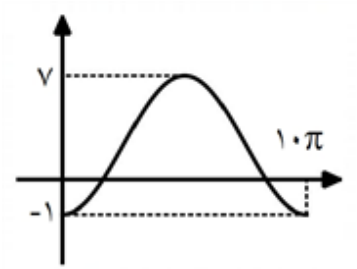
۵ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = 5\,\text{Cos}\,(7x) - 1$ را حساب کنید.

۶ با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



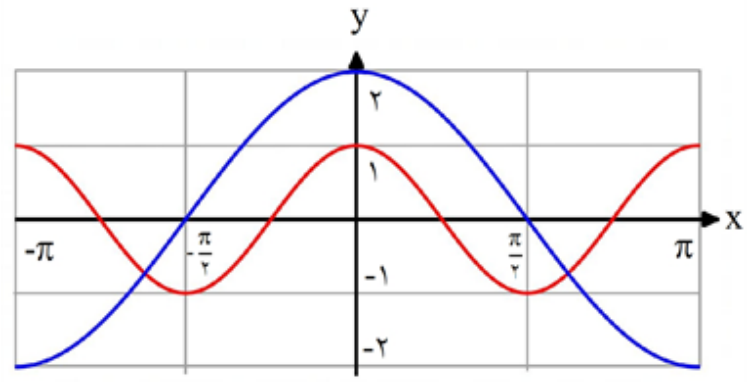
ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب

۷ با توجه به نمودار داده شده جدول زیر را کامل کنید.



ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب

۸ در شکل زیر نمودارهای توابع با ضابطه‌های $y = ۲\,\mathrm{Cos}\,x$ و $y = \mathrm{Cos}\,(۲x)$ در بازهٔ $[-\pi, \pi]$ مشخص کنید.



۹ مثلثی با مساحت $۸\sqrt{۲}$ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه‌ی دو ضلع این مثلث به‌ترتیب ۴ و ۸ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

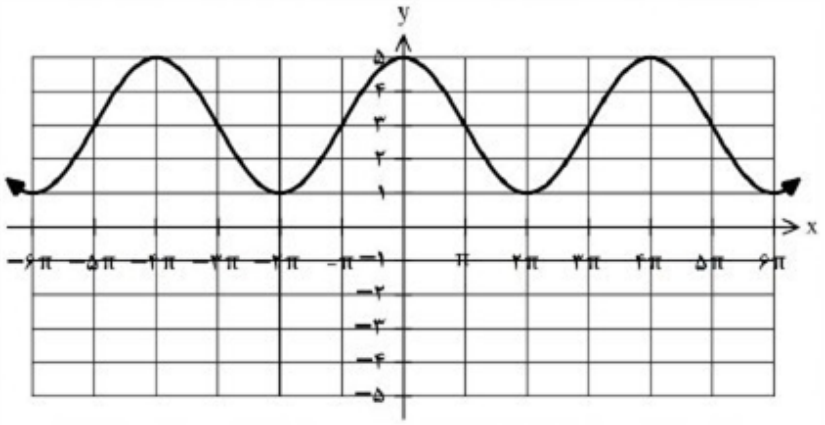
۱۰ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۹ - ۲\pi\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۳}\right)$ را محاسبه کنید.

۱۱ معادله مثلثاتی $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x = \mathrm{Sin}\,x - ۱$ را حل کنید.

۱۲ ضابطه تابع مثلثاتی سینوس با دوره تناوب ۳ و مقادیر ماکزیمم ۵ و مینیمم ۳ بنویسید.

۱۳ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
- برد تابع تانژانت $y = \mathrm{tg}\,x$ برابر ..... است.

۱۴ نمودار زیر مربوط به تابعی با ضابطه $y = a\,\mathrm{Cos}\,\mathrm{bx} + c$ است. با توجه به نمودار، ضابطه آن‌را مشخص کنید.



۱۵ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.
دامنه تابع با ضابطه‌ی $y = \mathrm{tg}\,x$ به صورت $\{x \in \mathrm{R} | x \neq \ldots\}$ است.

۱۶ درستی یا نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.
برد تابع $f(x) = \mathrm{tg}\,x$ برابر بازه‌ی $[-۱, ۱]$ است.

۱۷ معادله‌ی مثلثاتی $\mathrm{Cos}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۴}$ را حل کنید.

۱۸ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = \sqrt{۵} - \pi\,\mathrm{Cos}\,\frac{۱}{۲}x$ را محاسبه کنید.

۱۹ معادله‌ی مثلثاتی $\mathrm{Cos}\,x(۲\,\mathrm{Cos}\,x - ۹) = ۵$ را حل کنید.

۲۰ مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۱ + ۲\,\mathrm{Sin}\,۷x$ را به دست آورید.

۲۱ در جای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.
دوره تناوب تابع $y = ۸\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۳}\right)$ برابر با ..... است.

۲۲ درست یا نادرست بودن عبارت زیر را تعیین کنید.
نقاطی به فرم $x = \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۲}, k \in Z$ در دامنه تابع تانژانت قرار ندارند.

۲۳ معادله‌ی مثلثاتی $\mathrm{Cos}\,۲x - \mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۲۴ دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع زیر را به دست آورید. (راه‌حل نوشته شود.)

$$y = -\pi\,\mathrm{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right) - ۲$$

۲۵ معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\, x\, \text{Cos}\, x = \frac{\sqrt{۲}}{۴}$ را حل کرده و جواب‌های کلی آن‌را بنویسید.

۲۶ دوره تناوب و مقدار ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\, \text{Cos}\, ۲\pi x + ۱$ را به دست آورید.

۲۷ کدام‌یک از جملات زیر درست و کدام‌یک نادرست است؟

الف) تابع تانژانت در بازه $\left(\frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}\right)$ اکیداً صعودی است.

ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{۲}, (k \in \text{Z})$ در دامنه تابع تانژانت قرار دارند.

۲۸ دوره تناوب، مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = -۳\, \text{Cos}\, (\pi x) + ۱$ را مشخص کنید.

۲۹ در تابع $f(x) = ۳\, \text{Cos}^{۳} x\, \text{Sin}\, x - ۳\, \text{Sin}^{۳} x\, \text{Cos}\, x + ۱$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

۳۰ در تابع $f(x) = ۲\, \text{Cos}^{۲} x - ۲\, \text{Sin}^{۲} x + ۳$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

۳۱ در تابع $f(x) = ۵ - \text{Sin}\, x\, \text{Cos}\, x$ تناوب، بیش‌ترین و کم‌ترین مقدار تابع را حساب کنید.

۳۲ تناوب تابع $y = \text{tg}\, ۳x$ را حساب کنید.

۳۳ دامنه تابع $y = ۵ - ۲\, \text{tg}\, (\pi x)$ را به دست آورید.

۳۴ مثلثی با مساحت ۳ سانتی‌متر مربع مفروض است. اگر اندازه دو ضلع آن به‌ترتیب ۲ و ۶ سانتی‌متر باشند، آن‌گاه چند مثلث با این خاصیت‌ها می‌توان ساخت؟

۳۵ معادلات زیر را حل کنید.

الف) $\text{Sin}\, \frac{\pi}{۲} = \text{Sin}\, ۳x$

ب) $\text{Cos}\, ۲x - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰$

پ) $\text{Cos}\, x = \text{Cos}\, ۲x$

ت) $\text{Cos}\, ۲x - ۳\, \text{Sin}\, x + ۱ = ۰$

ث) $\text{Cos}^{۲} x - \text{Sin}\, x = \frac{۱}{۴}$

ج) $\text{Sin}\, x - \text{Cos}\, ۲x = ۰$

۳۶ نسبت‌های مثلثاتی سینوس و کسینوس را برای زاویه $۲۲/۵^{\circ}$ به دست آورید.

۳۷ فرض کنید $\text{Cos}\, \alpha = \frac{۵}{۱۳}$ و α زاویه‌ای حاده باشد، حاصل عبارات زیر را به دست آورید.

الف) $\text{Cos}\, ۲\alpha$

ب) $\text{Sin}\, ۲\alpha$

۳۸ در هر مورد ضابطه‌ی تابعی مثلثاتی با دوره‌ی تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم داده شده بنویسید.

الف) $T = \pi\,,\ \max = ۳\ ,\ \min = -۳$

ب) $T = ۳\,,\ \max = ۹\ ,\ \min = ۳$

پ) $T = ۴\pi\,,\ \max = -۱\ ,\ \min = -۷$

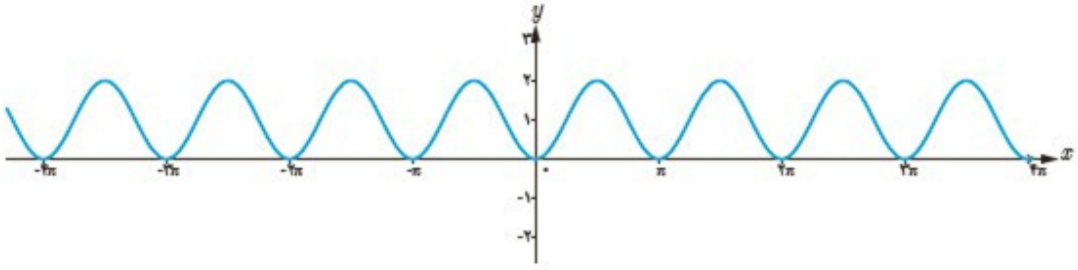
ت) $T = \frac{\pi}{۲}\,,\ \max = ۱\ ,\ \min = -۱$

۳۹ هریک از توابع داده شده را با نمودارهای زیر نظیر کنید.

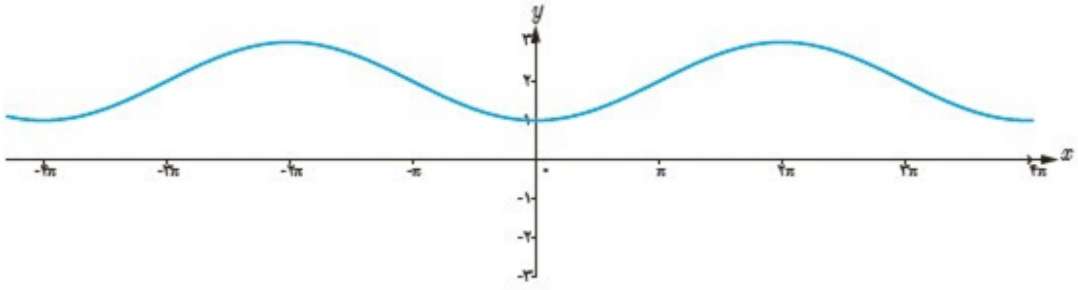
الف) $y = \text{Sin}\,\pi x$ ب) $y = ۲ - \text{Cos}\,\frac{۱}{۲}x$

پ) $y = \text{Sin}\,۲x$ ت) $y = ۱ - \text{Cos}\,۲x$

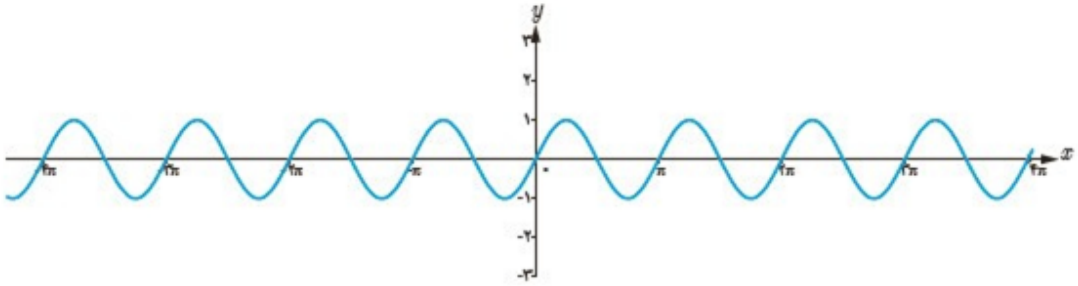
۱)



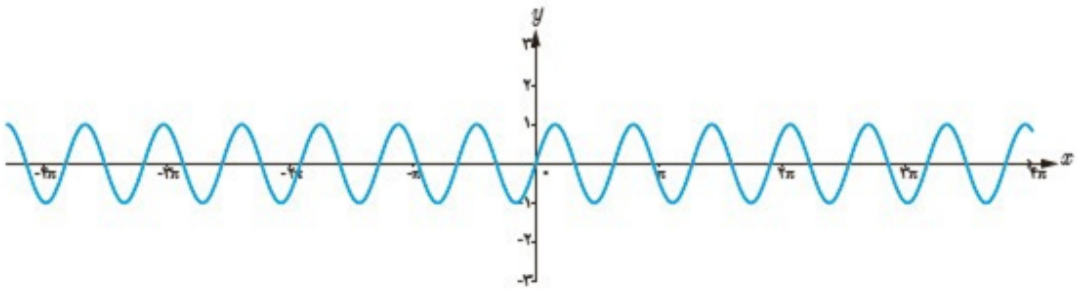
۲)



۳)



۴)



۴۰ دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم هریک از توابع زیر را به دست آورید.

الف) $y = ۱ + ۲\,\mathrm{Sin}\,۷x$

ب) $y = \sqrt{۳} - \mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۲}x$

پ) $y = -\pi\,\mathrm{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right) - ۲$

ت) $y = -\frac{۳}{۴}\mathrm{Cos}\,۳x$

۴۱ نمودار تابع $y = \mathrm{tg}\,x\,\mathrm{Cotg}\,x\,\mathrm{Cos}\,x$ در بازه $(۰, ۲\pi)$ رسم کنید.

۴۲ نمودار تابع $y = \mathrm{tg}\,x\,\mathrm{Cotg}\,x\,\mathrm{Sin}\,x$ در بازه $(۰, ۲\pi)$ رسم کنید.

۴۳ مختصات نقطه‌ی ماکزیمم تابع $y = \mathrm{Sin}\,۲x$ را در اولین دوره‌ی تناوب سمت راست مبدأ بیابید.

۴۴ مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۱ - ۲\,\mathrm{Sin}\left(\frac{-\pi}{۳}x\right)$ را به دست آورید.

۴۵ جای خالی را با عدد یا عبارت مناسب پر کنید.

دوره تناوب تابع $y = ۳\,\mathrm{Cos}\left(-\frac{\pi}{۴}x\right)$ برابر با ..... است.

۴۶ درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابعی اکیداً نزولی وجود دارد که یک به یک نباشد. درست ◯ نادرست ◯

ب) برد تابع $y = ۳\,\mathrm{Cos}\,x - ۱$ برابر $[-۲, ۲]$ است. درست ◯ نادرست ◯

۴۷ معادله‌ی مثلثانی $\mathrm{Sin}\,x - \mathrm{Cos}\,۲x = ۰$ را حل کنید.

۴۸ الف) دوره تناوب و مقادیر ماکزیمم و مینیمم تابع $y = ۲ - ۳\,\mathrm{Sin}\,۴x$ را به دست آورید.

ب) دامنه تابع $f(x) = \mathrm{tg}\,(۲x)$ را به دست آورید.

۴۹ معادله مثلثاتی $\mathrm{Cos}\,۳x - \mathrm{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید.

۵۰ درست یا نادرست بودن جملات زیر را مشخص کنید.

الف) مینیمم تابع $y = -۳\,\mathrm{Cos}\,(\pi x) + ۲$ برابر با یک است.

ب) تابع تانژانت در دامنه‌اش صعودی است.

۵۱ معادله $۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۳\,\mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۵۲ درستی تساوی زیر را ثابت کنید.

$$\text{Cos}^{۴}x - \text{Sin}^{۴}x = \text{Cos}\,۲x$$

۵۳ فرض کنید $\text{tg}\,\alpha = -\frac{۱}{۲}$ و α زاویه‌ای منفرجه باشد، عبارت $\text{Cos}\,۲\alpha$ را محاسبه کنید.

۵۴ معادله $۲\,\text{Sin}^{۲}x - \text{Sin}\,x = ۰$ را حل کنید.

۵۵ درستی برابری مقابل را ثابت کنید. $\frac{\text{Sin}\,۲\alpha}{۱ + \text{Cos}\,۲\alpha} = \tan\alpha$

۵۶ معادله‌ی $\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$ را حل کنید.

۵۷ درستی تساوی مقابل را ثابت کنید: $\frac{\text{Sin}\,x}{۱ + \text{Cos}\,x} = \tan\frac{x}{۲}$

۵۸ معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\,۵x = \text{Sin}\,۲x$ را حل کنید.

۵۹ معادله‌ی مثلثاتی $۲\,\text{Sin}^{۲}x - \text{Sin}\,x = ۰$ را حل کرده و جواب‌هایی که در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ هستند را تعیین کنید.

۶۰ معادله‌ی $\text{Sin}\,۲x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ را حل کنید.

۶۱ درستی اتحاد $\text{Sin}\,۲x = \frac{۲\tan x}{۱ + \tan^{۲}x}$ را ثابت کنید.

۶۲ معادله‌ی $۲\,\text{Sin}^{۲}x + ۹\,\text{Cos}\,x + ۳ = ۰$ را حل کنید.

۶۳ فرض کنید $\tan\alpha = \frac{۳}{۴}$ و α زاویه‌ی حاده باشد. حاصل $\text{Sin}\,۲\alpha$ را به‌دست آورید.

۶۴ کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\text{Cos}^{۲} - ۳\,\text{Cos}\,x + ۲ = ۰$ را تعیین کنید.

۶۵ کلیه‌ی جواب‌های معادله‌ی مثلثاتی $\text{Sin}\,۲x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\,x = ۰$ را تعیین کنید.

۶۶ اگر $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}$ و α زاویه‌ی منفرجه باشد، حاصل $\tan۲\alpha$ را به‌دست آورید.

۶۷ درستی اتحاد زیر را ثابت کنید.

$$\text{Cos}\,۲\text{x} = \frac{۱ - \text{tg}^{۲}x}{۱ + \text{tg}^{۲}x}$$

۶۸ درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$\cot\frac{x}{۲} - \tan\frac{x}{۲} = ۲\cot x$$

۶۹ درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$\frac{\text{Sin}\,x}{۱ + \text{Cos}\,x} = \tan\frac{x}{۲}$$

۷۰ درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$\tan\alpha = \frac{۲\tan\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱ - \tan^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}$$

۷۱ درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$۱ - \text{Cos}\,\alpha = ۲\,\text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)$$

۷۲ درستی برابری زیر را ثابت کنید.

$$\text{Cos}\,\alpha = ۲\,\text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - ۱$$

۷۳ نشان دهید برای هر زاویه‌ی a داریم: $\text{Cos}\,۲a = ۲\,\text{Cos}^{۲}a - ۱$

۷۴ تابع $y = \text{tg}\,x\,.\,\text{Cotg}\,x$ مفروض است. نمودار تابع را رسم کنید و سپس دوره‌ی تناوب آن را تعیین کنید.

۷۵ معادله‌ی مثلثاتی روبه‌رو را حل کنید و جواب‌های کلی آن را بنویسید. $\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$

۷۶ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$\text{Cos}\,۲x - \text{Cos}\,x + ۱ = ۰$$

۷۷ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$\text{Sin}^{۳}x - \text{Sin}\,x = ۰$$

۷۸ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۲\,\text{Cos}^{۲}x - \text{Cos}\,x - ۱ = ۰$$

۷۹ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۴\,\text{Cos}^{۲}x - ۴\,\text{Sin}\,x = ۱$$

۸۰ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۲\,\text{Cos}^{۲}x - ۱ = \text{Cos}\,x$$

۸۱ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۲\,\text{Sin}\,x - \tan x = ۰$$

۸۲ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$\text{Sin}\,x + \text{Sin}\,۲x = ۰$$

۸۳ معادله‌ی مثلثاتی زیر را حل کنید و سپس جواب‌های آن را در بازه‌ی $[۰, ۲\pi]$ به‌دست آورید.

$$۲\,\text{Sin}\,x + \sqrt{۲} = ۰$$

۸۴ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = |\text{Sin}\,۲x| + |\text{Cos}\,۲x|$$

۸۵ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = |\text{Sin}\,x|$$

۸۶ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = x - [x]$$

۸۷ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = ۱ + \text{Cos}^{۲}(x)$$

۸۸ نشان دهید تابع زیر متناوب است و دوره‌ی تناوب(دوره‌ی تناوب اصلی) آن را تعیین کنید.

$$y = ۲ - \tan(x)$$

۸۹ اگر $f(x) = \text{tg}\,x$ و $g(x) = \sqrt{\frac{۲x}{۱ + x^{۲}}}$ باشد gof را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

۹۰ توابع $f(x) = \text{Sin}^{۲}x$ و $g(x) = \text{Cos}^{۲}x$ داده شده‌اند. نشان دهید که برابری زیر درست است.

$$(g.\ f)(x) = \frac{۱}{۴}\text{Sin}^{۲}۲x$$

۹۱ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Sin}^{۲}x = ۳\,\text{Cos}\,x$

۹۲ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Sin}\,x + ۱ = ۰$

۹۳ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Cos}\,x - \sqrt{۲} = ۰$

۹۴ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Sin}\,x - \sqrt{۳} = ۰$

۹۵ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Cos}^{۲}x - ۳\,\text{Cos}\,x + ۱ = ۰$

۹۶ معادله‌ی مقابل را حل کنید. $۲\,\text{Cos}\,x - ۱ = ۰$

۹۷ عبارت مقابل را ساده کنید: $\dfrac{\text{Sin}\,۲\alpha}{۱ + \text{Cos}\,۲\alpha}$

۹۸ ثابت کنید: $\text{Cos}\,\alpha = ۱ - ۲\,\text{Sin}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}$

۹۹ ثابت کنید: $\text{Sin}\,\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\dfrac{\alpha}{۲}\text{Cos}\,\dfrac{\alpha}{۲}$

۱۰۰ اگر α و β دو زاویه‌ی حاده باشند، داریم: $\text{Sin}\,\alpha = \dfrac{۳}{۵}$ و $\text{Sin}\,\beta = \dfrac{۸}{۱۷}$ ، عبارت‌های زیر را ساده کنید.

$$\text{Sin}\,۲\alpha\ ,\ \text{Cos}\,۲\alpha\ ,\ \text{tg}\,۲\alpha\ ,\ \text{Sin}\,۲\beta\ ,\ \text{Cos}\,۲\beta\ ,\ \text{tg}\,۲\beta$$

۱

$$\frac{۲\pi}{|b|}=۲\Rightarrow |b|=\pi\Rightarrow \begin{cases} |a|+c=۴ \\ -|a|+c=-۲ \end{cases}\Rightarrow \begin{matrix} |a|=۳ \\ c=۱ \end{matrix}$$

هریک از توابع $y=-۳\,\mathrm{Cos}\,(\pi x)+۱$ یا $y=۳\,\mathrm{Cos}\,(\pi x)+۱$ و یا $y=۳\,\mathrm{Cos}\,(-\pi x)+۱$ و یا $y=-۳\,\mathrm{Cos}\,(-\pi x)+۱$ نوشته شود مورد قبول است.

۲

$$۲\,\mathrm{Sin}^{۲}x+\mathrm{Sin}\,x-۱=۰\Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x=-۱\Rightarrow x=۲k\pi-\frac{\pi}{۲} \\ \mathrm{Sin}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶} \\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶} \end{cases} \end{cases}$$

۳

$$|a|=\frac{۲-(-۲)}{۲}=۲\Rightarrow a=-۲$$

$$|b|=\frac{۲\pi}{۲\pi}=۱\Rightarrow b=۱ \qquad f(x)=-۲\,\mathrm{Cos}\,x$$

$$c=\frac{۲+(-۲)}{۲}=۰$$

۴

$$y_{\max}=|a|+c=۳+۵=۸$$

$$y_{\min}=-|a|+c=-۳+۵=۲$$

$$T=\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{۲\pi}{\frac{۱}{۵}}=۱۰\pi$$

۵

$$y_{\max}=|a|+c=۵-۱=۴$$

$$y_{\min}=-|a|+c=-۵-۱=-۶$$

$$T=\frac{۲\pi}{|b|}=\frac{۲\pi}{۷}$$

۶

این یک تابع Sin با ضریب منفی است و مینیمم آن ۴- و با توجه به شکل ماکزیمم باید ۶ باشد یعنی ۵ واحد بالاتر از یک و یک چهارم تناوب π است در نتیجه تناوب ۴π است.

$$y_{\max}=|a|+c=۶$$

$$y_{\min}=-|a|+c=-۴$$

$$\Rightarrow ۲c=۲\Rightarrow c=۱\Rightarrow |a|=۵\Rightarrow a=-۵$$

$$T=\frac{۲\pi}{b}=۴\pi\Rightarrow b=\frac{۱}{۲}$$

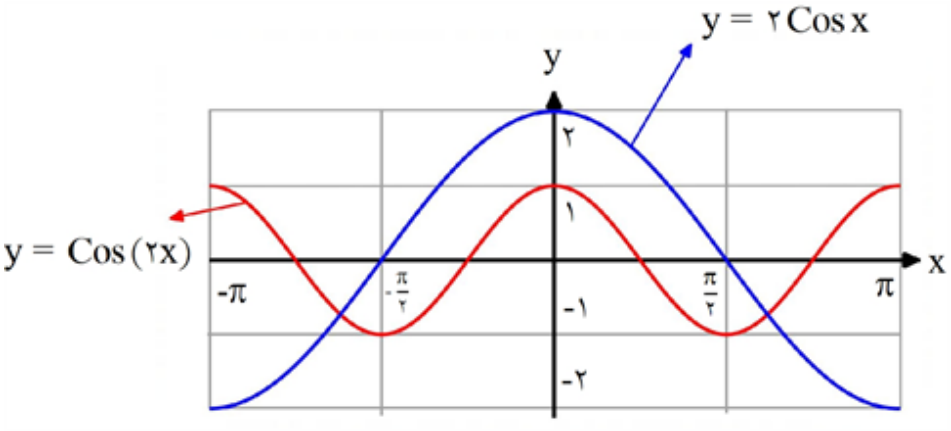
$$y=-۵\,\mathrm{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right)+۱$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y=-۵\mathrm{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right)+۱$	۶	-۴	۴π

۷ این یک تابع Cos با ضریب منفی است.

$$y_{max} = |a| + c = ۷$$
$$y_{min} = -|a| + c = -۱$$
$$\Rightarrow ۲c = ۶ \Rightarrow c = ۳ \Rightarrow |a| = ۴ \Rightarrow a = -۴$$
$$T = \frac{۲\pi}{b} = ۱۰\pi \Rightarrow b = \frac{۱}{۵}$$
$$y = -۳\,Cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$$

ضابطه تابع	ماکزیمم	می‌نیمم	تناوب
$y = -۳Cos\left(\frac{x}{۵}\right) + ۳$	۷	-۱	۱۰π



۸

۹ $$\frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۸\,Sin\,\theta = ۸\sqrt{۲} \Rightarrow Sin\,\theta = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \theta = ۴۵^\circ, \theta = ۱۳۵^\circ$$

دو مثلث می‌توان رسم کرد.

۱۰ $$max = |a| + c = |-۲\pi| + ۹ = ۲\pi + ۹$$
$$min = -|a| + c = -|-۲\pi| + ۹ = -۲\pi + ۹$$
$$T = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۳}\right|} = ۶\pi$$

۱۱ $$-۲\,Sin^۲x - Sin\,x + ۳ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} Sin\,x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} & , k \in Z \\ Sin\,x = \frac{-۳}{۲} & \text{غ ق ق} \end{cases}$$

۱۲ $$|b| = \frac{۲\pi}{۳}$$
$$|a| = ۱, c = ۴ \Rightarrow y = Sin\frac{۲\pi}{۳}x + ۴ \text{ یا } y = -Sin\frac{۲\pi}{۳}x + ۴$$

تنها نوشتن یکی از ضابطه‌های بالا کافی است.

۱۳ R

۱۴

$$c = \frac{۵ + ۱}{۲} = ۳$$

$$|a| = \frac{۵ - ۱}{۲} = ۲ \quad a > ۰, a = ۲$$

$$b = \frac{۲\pi}{۴\pi} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۲\,\mathrm{Cos}\left(\frac{x}{۲}\right) + ۳$$

$$\Rightarrow y = ۲\,\mathrm{Cos}\left(-\frac{x}{۲}\right) + ۳ \qquad \text{یا}$$

۱۵

$$x \neq \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۲} : k \in \mathrm{z}$$

۱۶ نادرست

۱۷

$$۱ - \mathrm{Sin}^{۲}x - \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۴} \Rightarrow \mathrm{Sin}^{۲}x + \mathrm{Sin}\,x - \frac{۳}{۴} = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Sin}\,x = \frac{۱}{۲} \\ \mathrm{Sin}\,x = -\frac{۳}{۲} \text{ غ ق ق} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = ۲\mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲\mathrm{k}\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases}$$

۱۸

$$\max = \pi + \sqrt{۵}, \min = -\pi + \sqrt{۵}, T = \frac{۲\pi}{\frac{۱}{۲}} = ۴\pi$$

۱۹

$$۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۹\,\mathrm{Cos}\,x - ۵ = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲\mathrm{k}\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \\ \mathrm{Cos}\,x = ۵ \end{cases}$$

$\mathrm{Cos}\,x = ۵$ غ ق ق

۲۰

$$\begin{cases} \max y = |a| + c = ۲ + ۱ = ۳ \\ \min y = -|a| + c = -۲ + ۱ = -۱ \end{cases}$$

۲۱ ۶π

۲۲ درست (۰/۲۵)

۲۳

$$۲\,\mathrm{Cos}^{۲}x - ۱ - \mathrm{Cos}\,x + ۱ = ۰ \Rightarrow \mathrm{Cos}\,x(۲\,\mathrm{Cos}\,x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \mathrm{Cos}\,x = ۰ \Rightarrow x = \mathrm{k}\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \mathrm{Cos}\,x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲\mathrm{k}\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

۲۴ $\min = -|a| + c$ $\max = |a| + c$ $\max = \pi - ۲ \quad \min = -\pi - ۲$

$$T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۲}\right|} = ۴\pi$$

۲۵ $$۲\times\left(\text{Sin}\, x\, \text{Cos}\, x = \frac{\sqrt{۴}}{۴}\right) \Rightarrow \text{Sin}\, ۲x = \frac{\sqrt{۲}}{۲} \Rightarrow \text{Sin}\, ۲x = \text{Sin}\, \frac{\pi}{۴}$$

$$۲x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۸}, ۲x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۴} \Rightarrow x = k\pi + \frac{۳\pi}{۸}$$

۲۶ $$T = \frac{۲\pi}{|۲\pi|} = ۱, \max = |-۳| + ۱ = ۴, \min = -|-۳| + ۱ = -۲$$

۲۷ الف) درست ب) نادرست

۲۸ $$T = \frac{۲\pi}{\pi} = ۲, \max = |-۳| + ۱ = ۴, \min = -|-۳| + ۱ = -۲$$

۲۹ $$\begin{cases} \text{Cos}\, ۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha \\ \text{Sin}\, ۲\alpha = ۲\, \text{Sin}\, \alpha\, \text{Cos}\, \alpha \end{cases}$$

$$f(x) = ۳\, \text{Cos}\, x\, \text{Sin}\, x(\, \text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x) + ۱ \Rightarrow f(x) = ۳\left(\frac{۱}{۲}\text{Sin}\, ۲x\right)\text{Cos}\, ۲x\, + ۱$$

$$\Rightarrow \text{f(x)} = \frac{۳}{۲}\underbrace{\text{Sin}\, ۲\text{x}\, \text{Cos}\, ۲\text{x}}_{\frac{۱}{۲}\text{Sin}\, ۴\text{x}} + ۱ \Rightarrow \text{f(x)} = \frac{۳}{۴}\text{Sin}\,(۴\text{x}) + ۱$$

$$T = \frac{۲\pi}{|۴|} = \frac{۲\pi}{۴} \Rightarrow T = \frac{\pi}{۲}$$

$$\begin{cases} y_{\max} = \frac{۳}{۴}(۱) + ۱ = \frac{۷}{۴} \\ y_{\min} = \frac{۳}{۴}(-۱) + ۱ = \frac{۱}{۴} \end{cases}$$

۳۰ $$\text{Cos}\, ۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha$$

$$f(x) = ۲(\, \text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x) + ۳ \Rightarrow f(x) = ۲\, \text{Cos}\, ۲x + ۳$$

$$T = \frac{۲\pi}{|۲|} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\max} = ۲(۱) + ۳ = ۵ \\ y_{\min} = ۲(-۱) + ۳ = ۱ \end{cases}$$

۳۱

$$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha$$

$$f(x) = ۵ - \text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x \Rightarrow f(x) = ۵ - \frac{۱}{۲}\text{Sin}\,(۲x)$$

$$T = \frac{۲\pi}{|۲|} = \frac{۲\pi}{۲} = \pi$$

$$\begin{cases} y_{\text{Min}} = ۵ - \frac{۱}{۲}(۱) = ۵ - \frac{۱}{۲} = \frac{۹}{۲} \\ y_{\text{Max}} = ۵ - \frac{۱}{۲}(-۱) = ۵ + \frac{۱}{۲} = \frac{۱۱}{۲} \end{cases}$$

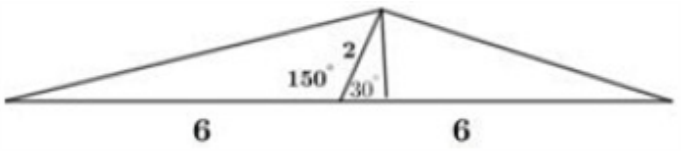
۳۲

$$T = \frac{\pi}{|۳|} = \frac{\pi}{۳}$$

۳۳

$$y = ۵ - ۲\,\text{tg}\,(\pi x) \Rightarrow \pi x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \xrightarrow{\div(\pi)} x \neq k + \frac{۱}{۲}$$

$$D = \left\{x | x \in \text{R}, x \neq k + \frac{۱}{۲}\right\}$$



۳۴

$$S = \frac{۱}{۲}\text{ab}\,\text{Sin}\,C = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۶ \times \text{Sin}\,C = ۳$$

$$\text{Sin}\,C = \frac{۱}{۲} \Rightarrow C = ۳۰^\circ\,,\,۱۵۰^\circ$$

الف) $\text{Sin}\frac{\pi}{۲}=\text{Sin}\,۳x$

$$۱=\text{Sin}\,۳x\Rightarrow ۳x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}$$

ب) $\text{Cos}\,۲x-\text{Cos}\,x+۱=۰$

$$۲\,\text{Cos}^{۲}x-۱-\text{Cos}\,x+۱\Rightarrow \text{Cos}\,x(۲\,\text{Cos}\,x-۱)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{Cos}\,x=۰\Rightarrow x=k\pi+\frac{\pi}{۲}\\ ۲\,\text{Cos}\,x-۱=۰\Rightarrow \text{Cos}\,x=\frac{۱}{۲}=\text{Cos}\,\frac{\pi}{۳}\Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳}\end{cases}$$

پ) $\text{Cos}\,x=\text{Cos}\,۲x\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+۲x\Rightarrow x=-۲k\pi\\ x=۲k\pi-۲x\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}\end{cases}$

ت) $\text{Cos}\,۲x-۳\,\text{Sin}\,x+۱=۰\Rightarrow ۱-۲\,\text{Sin}^{۲}x-۳\,\text{Sin}\,x+۱=۰\Rightarrow ۲\,\text{Sin}^{۲}x+۳\,\text{Sin}\,x-۲=۰$

$$\frac{(۲\,\text{Sin}\,x+۴)(۲\,\text{Sin}\,x-۱)}{۲}=۰\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=-۲\ \text{غ ق ق}\\ \text{Sin}\,x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\end{cases}\end{cases}$$

ث) $\text{Cos}^{۲}x-\text{Sin}\,x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow ۱-\text{Sin}^{۲}x-\text{Sin}\,x=\frac{۱}{۴}\Rightarrow \text{Sin}^{۲}x+\text{Sin}\,x-\frac{۳}{۴}=۰$

$$\xrightarrow{\text{Sin}\,x=t} t^{۲}+t-\frac{۳}{۴}=۰\Rightarrow \Delta=۱+۳=۴\Rightarrow t=\frac{-۱\pm۲}{۲}$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\text{Sin}\,x=\frac{۱}{۲}=\text{Sin}\,\frac{\pi}{۶}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\frac{\pi}{۶}\end{cases}\\ \text{Sin}\,x=\frac{-۳}{۲}\ \text{غیرممکن}\end{cases}$$

ج) $\text{Sin}\,x-\text{Cos}\,۲x=۰\Rightarrow \text{Sin}\,x=\text{Cos}\,۲x=\text{Sin}\left(\frac{\pi}{۲}-۲x\right)$

$$\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۲}-۲x\Rightarrow x=\frac{۲k\pi}{۳}+\frac{\pi}{۶}\\ x=۲k\pi+\pi-\left(\frac{\pi}{۲}-۲x\right)\Rightarrow x=-۲k\pi-\frac{\pi}{۲}\end{cases}$$

$$\text{Sin}^{۲}۲۲/۵=\frac{۱-\text{Cos}\,۴۵^{\circ}}{۲}=\frac{۱-\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=\frac{۲-\sqrt{۲}}{۴}\Rightarrow \text{Sin}\,۲۲/۵=\frac{\sqrt{۲-\sqrt{۲}}}{۲}$$

$$\text{Cos}^{۲}۲۲/۵=\frac{۱+\text{Cos}\,۴۵^{\circ}}{۲}=\frac{۱+\frac{\sqrt{۲}}{۲}}{۲}=\frac{۲+\sqrt{۲}}{۴}\Rightarrow \text{Cos}\,۲۲/۵=\frac{\sqrt{۲+\sqrt{۲}}}{۲}$$

۳۷

$$\text{Sin}^{۲}\alpha = ۱ - \left(\frac{۵}{۱۳}\right)^{۲} = \frac{۱۴۴}{۱۶۹} \Rightarrow \text{Sin}\,\alpha = \frac{۱۲}{۱۳}$$

الف) $$\text{Cos}\,۲\alpha = ۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha - ۱ = ۲\times\frac{۲۵}{۱۶۹} - ۱ = -\frac{۱۱۹}{۱۶۹}$$

ب) $$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha.\,\text{Cos}\,\alpha = ۲\times\frac{۱۲}{۱۳}\times\frac{۵}{۱۳} = \frac{۱۲۰}{۱۶۹}$$

۳۸

$$y = a\,\text{Sin}\,bx + c \qquad \max = |a| + c, \min = -|a| + c$$

الف) $$T = \pi, \max = ۳\ , \min = -۳ \Rightarrow a = \frac{۳-(-۳)}{۲} = ۳ \quad c = \frac{۳+(-۳)}{۲} = ۰$$

$$\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = ۲ \Rightarrow y = ۳\,\text{Sin}\,۲x$$

ب) $$T = ۳, \max = ۹\ , \min = ۳ \Rightarrow a = \frac{۹-۳}{۲} = ۳ \quad c = \frac{۹+۳}{۲} = ۶$$

$$۳ = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{۲\pi}{۳} \Rightarrow y = ۳\,\text{Sin}\,\frac{۲\pi}{۳}x + ۶$$

پ) $$T = ۴\pi, \max = -۱\ , \min = -۷ \Rightarrow a = \frac{-۱-(-۷)}{۲} = ۳ \quad c = \frac{-۱+(-۷)}{۲} = -۴$$

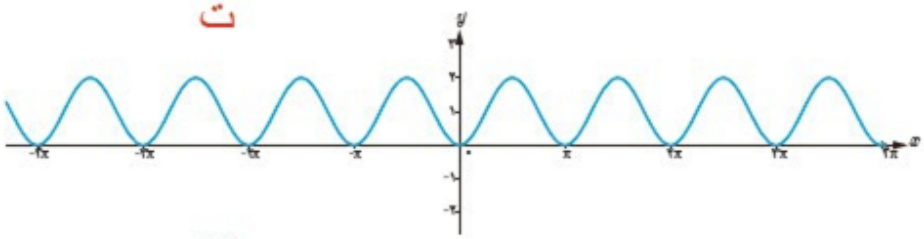
$$۴\pi = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = \frac{۱}{۲} \Rightarrow y = ۳\,\text{Sin}\left(\frac{۱}{۲}x\right) - ۴$$

ت) $$T = \frac{\pi}{۲}, \max = ۱\ , \min = -۱ \Rightarrow a = \frac{۱-(-۱)}{۲} = ۱ \quad c = \frac{۱+(-۱)}{۲} = ۰$$

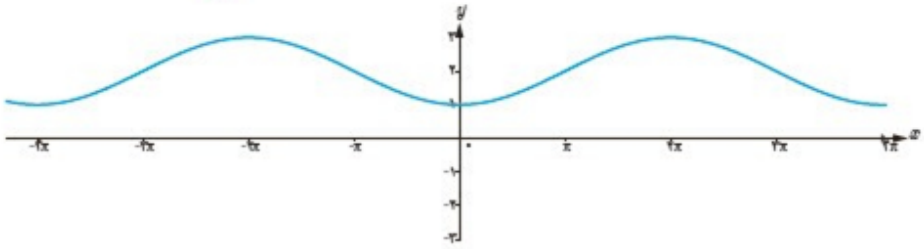
$$\frac{\pi}{۲} = \frac{۲\pi}{|b|} \Rightarrow b = ۴ \Rightarrow y = \text{Sin}\,(۴x)$$

۳۹

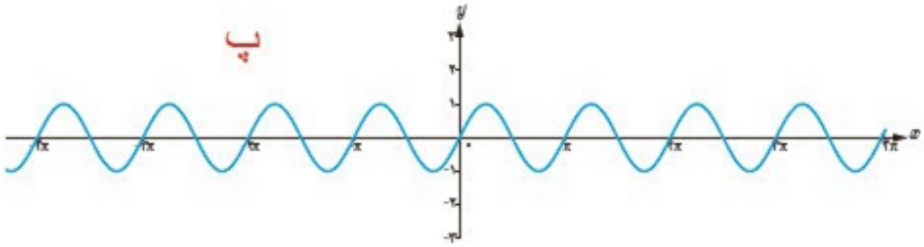
۱) ت



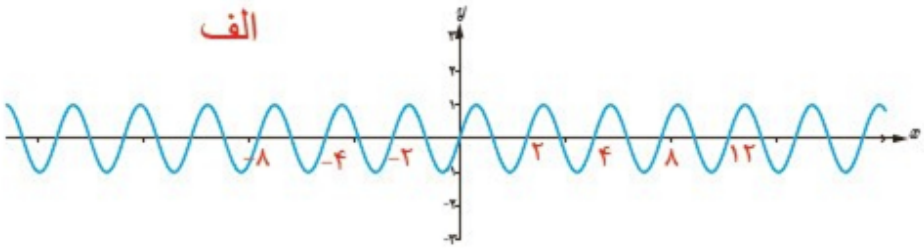
۲) ب



۳) پ



۴) الف



با توجه به ضابطه الف باید واحدهای محور طول تغییر کند.

۴۰

الف) $y = ۱ + ۲\,\mathrm{Sin}\,۷x \xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\,\mathrm{Sin}\,bx+c \quad T=\frac{۲\pi}{|b|}} T = \frac{۲\pi}{|۷|} = \frac{۲\pi}{۷}$

$\max = |۲| + ۱ = ۳ \qquad \min = -|۲| + ۱ = -۱$

ب) $y = \sqrt{۳} - \mathrm{Cos}\,\frac{\pi}{۲}x \xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\,\mathrm{Cos}\,bx+c \quad T=\frac{۲\pi}{|b|}} T = \frac{۲\pi}{\left|\frac{\pi}{۲}\right|} = ۴$

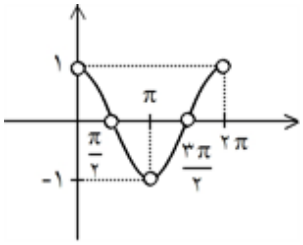
$\max = |-۱| + \sqrt{۳} = ۱ + \sqrt{۳} \qquad \min = -|-۱| + \sqrt{۳} = -۱ + \sqrt{۳}$

پ) $y = -\pi\,\mathrm{Sin}\left(\frac{x}{۲}\right) - ۲ \xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\,\mathrm{Sin}\,bx+c \quad T=\frac{۲\pi}{|b|}} T = \frac{۲\pi}{\left|\frac{۱}{۲}\right|} = ۴\pi$

$\max = |-\pi| - ۲ = \pi - ۲ \qquad \min = -|-\pi| - ۲ = -\pi - ۲$

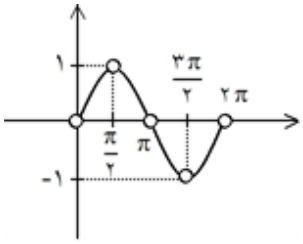
ت) $y = -\frac{۳}{۴}\,\mathrm{Cos}\,۳x \xrightarrow[\max=|a|+c,\min=-|a|+c]{y=a\,\mathrm{Cos}\,bx+c \quad T=\frac{۲\pi}{|b|}} T = \frac{۲\pi}{|۳|} = \frac{۲}{۳}\pi$

$\max = \left|-\frac{۳}{۴}\right| = \frac{۳}{۴} \qquad \min = -\left|-\frac{۳}{۴}\right| = -\frac{۳}{۴}$



۴۱ $\tg x \times \Cotg x = ۱ \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{۲}, \pi, \frac{۳\pi}{۲}$

$y = \Cos x$



۴۲ $\tg x \times \Cotg x = ۱ \Rightarrow x \neq \frac{\pi}{۲}, \pi, \frac{۳\pi}{۲}$

$y = \Sin x$

۴۳ اولین نقطه‌ی ماکزیمم تابع فوق زمانی است که $۲x = \frac{\pi}{۲}$ باشد. پس:

$$۲x = \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{\pi}{۴} \Rightarrow \text{Max} \left| \begin{matrix} \frac{\pi}{۴} \\ ۱ \end{matrix} \right.$$

۴۴ $\underbrace{\max = |-۲| + ۱ = ۳}_{۰/۲۵}$, $\underbrace{\min = -|-۲| + ۱ = -۱}_{۰/۲۵}$

۴۵ ۸ (۰/۲۵)

۴۶ الف) نادرست است. زیرا هر تابع اکیداً یکنوا (اکیداً صعودی یا اکیداً نزولی) حتماً یک به یک است.

ب) نادرست است.

$$-۱ \leq \Cos x \leq ۱ \xrightarrow{\times ۳} -۳ \leq ۳\Cos x \leq ۳ \xrightarrow{-۱} -۴ \leq ۳\Cos x \leq ۲ \Rightarrow R = [-۴, ۲]$$

۴۷ $$\Sin x - ۱ + ۲\Sin^{۲} x = ۰ (۰/۵) \Rightarrow \begin{cases} \Sin x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲}, \; x = (۲k+۱)\pi + \frac{\pi}{۲} (۰/۵) \\ \Sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = (۲k+۱)\pi - \frac{\pi}{۶} \end{cases} (۰/۵) \end{cases}$$

۴۸ الف)

$$\max = |۳| + ۲ = ۵ (۰/۲۵) \quad \min = -|۳| + ۲ = -۱ (۰/۲۵) \quad T = \frac{۲\pi}{|b|} = \frac{۲\pi}{۴} = \frac{\pi}{۲} (۰/۵)$$

ب) $$۲x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} (۰/۲۵) \Rightarrow x \neq \frac{k\pi}{۲} + \frac{\pi}{۴} (۰/۲۵)$$

۴۹ $$\Cos ۳x = \Cos x \; (۰/۲۵) \Rightarrow \begin{cases} ۳x = ۲k\pi + x (۰/۲۵) \Rightarrow x = k\pi (۰/۲۵) \\ ۳x = ۲k\pi - x (۰/۲۵) \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} (۰/۲۵) \end{cases}$$

۵۰ الف) نادرست (۰/۲۵) ب) نادرست (۰/۲۵)

۵۱

$(\cos x - ۱)(۲\cos x - ۱) = ۰ \quad (۰/۲۵)$

$\cos x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi$ و$(۰/۵) \qquad \cos x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \quad (۰/۵)$

۵۲

$\cos^۴ x - \sin^۴ x = \underset{(۰/۲۵)}{(\cos^۲ x - \sin^۲ x)} \underset{(۰/۲۵)}{(\cos^۲ x + \sin^۲ x)} = \cos ۲x \times ۱ = \underset{(۰/۲۵)}{\cos ۲x}$

۵۳

$$\underbrace{\frac{۱}{\cos^۲ \alpha} = ۱ + \tg^۲ \alpha}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\frac{۱}{\cos^۲ \alpha} = ۱ + \frac{۱}{۴} = \frac{۵}{۴}}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow \underbrace{\cos^۲ \alpha = \frac{۴}{۵}}_{(۰/۲۵)}$$

$$\underbrace{\cos ۲\alpha = ۲\cos^۲ \alpha - ۱}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{۲ \times \left(\frac{۴}{۵}\right) - ۱ = \frac{۳}{۵}}_{(۰/۲۵)}$$

(با توجه به این‌که در سؤال در اثر اشکال تایپی به جای $-\frac{۱}{۲}$ عدد $\frac{۱}{۲}$ تایپ شده است، در زمان تصحیح چنان‌چه داوطلب با $\frac{۱}{۲}$ حل نموده است، نمره کامل منظور گردد.) صفحات ۳۶ و ۳۷

۵۴

$\sin x(۲\sin x - ۱) = ۰ \xrightarrow[(۰/۲۵)]{}$

$$\begin{cases} \sin x = ۰ \Rightarrow x = k\pi (۰/۲۵) \\ ۲\sin x - ۱ = ۰ \Rightarrow \sin x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$$

۵۵

$$\underbrace{\frac{۲\sin \alpha \cos \alpha}{۱ + ۲\cos^۲ \alpha - ۱}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{۲\sin \alpha \cos \alpha}{۲\cos^۲ \alpha}}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \tan \alpha}_{(۰/۲۵)}$$

۵۶

$۲\cos^۲ x - ۱ - \cos x + ۱ = ۰ \ (۰/۲۵) \Rightarrow \cos x(۲\cos x - ۱) = ۰ \ (۰/۲۵)$

$\cos x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \ (۰/۲۵)$

$\Rightarrow \cos x = \frac{۱}{۲} \ (۰/۲۵) \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \ (۰/۲۵)$

۵۷

$$\frac{\sin x}{۱ + \cos x} = \frac{\overset{(۰/۲۵)}{۲\sin \frac{x}{۲}\cos \frac{x}{۲}}}{\underset{(۰/۲۵)}{۲\cos^۲ \frac{x}{۲}}} = \frac{\sin \frac{x}{۲}}{\cos \frac{x}{۲}} = \tan \frac{x}{۲} \ (۰/۲۵)$$

۵۸ $۵x = ۲k\pi + ۲x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{۲k\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

$۵x = ۲k\pi + (\pi - ۲x)$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۷x = (۲k+۱)\pi$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{(۲k+۱)\pi}{۷}$ (۰/۲۵)

۵۹ $\text{Sin}\, x(۲\,\text{Sin}\, x - ۱) = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۰, \pi, ۲\pi$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow ۲k\pi + \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{\pi}{۶}$ (۰/۲۵) , $x = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = \frac{۵\pi}{۶}$ (۰/۲۵)

۶۰ $۲\,\text{Sin}\, x\,\text{Cos}\, x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\, x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \text{Cos}\, x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\, x = \frac{\sqrt{۳}}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵) ، $x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳}$ (۰/۲۵)

۶۱ $\frac{۲\tan x}{۱ + \tan^{۲} x} = \frac{۲\,\text{Sin}\, x}{\frac{\text{Cos}\, x}{\frac{\text{Cos}^{۲} x + \text{Sin}^{۲} x}{\text{Cos}^{۲} x}}} = \frac{۲\,\text{Sin}\, x\,\text{Cos}^{۲} x}{\text{Cos}\, x} = ۲\,\text{Sin}\, x\,\text{Cos}\, x = \text{Sin}\, ۲x$

(۰/۵) (۰/۵) (۰/۲۵) (۰/۲۵)

۶۲ $۲(۱ - \text{Cos}^{۲} x) + ۹\,\text{Cos}\, x + ۳ = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow ۲\,\text{Cos}^{۲} x - ۹\,\text{Cos}\, x - ۵ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x = ۵$ غ ق ق (۰/۵)

$\text{Cos}\, x = -\frac{۱}{۲}$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi - \frac{۲\pi}{۳} & (۰/۲۵) \end{cases}$

۶۳ $۱ + \tan^{۲}\alpha$ (۰/۲۵) $= \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\alpha} \Rightarrow \frac{۱}{\text{Cos}^{۲}\alpha} = ۱ + \frac{۹}{۱۶} = \frac{۲۵}{۱۶} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = \frac{۴}{۵}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\,\alpha = \sqrt{۱ - \text{Cos}^{۲}\alpha} = \sqrt{۱ - \frac{۱۶}{۲۵}} = \frac{۳}{۵}$ (۰/۲۵)

$\text{Sin}\, ۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha$ (۰/۲۵) $= ۲\left(\frac{۳}{۵}\right)\left(\frac{۴}{۵}\right) = \frac{۲۴}{۲۵}$ (۰/۲۵)

۶۴ $\Delta = b^{۲} - ۴ac \Rightarrow \Delta = ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۲$ (۰/۲۵) غیر قابل قبول (۰/۲۵) \\ \text{Cos}\, x = ۱$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \{x = ۲k\pi$ (۰/۲۵) $\} \end{cases}$

۶۵ $۲\,\text{Sin}\, x\,\text{Cos}\, x - \sqrt{۳}\,\text{Cos}\, x = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow$

$\text{Cos}\, x(۲\,\text{Sin}\, x - \sqrt{۳}) = ۰$ (۰/۲۵) $\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲}$ (۰/۲۵) \\ \text{Sin}\, x = \sqrt{\frac{۳}{۲}} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵) \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۳}$ (۰/۲۵) \end{cases} \end{cases}$

۶۶ $\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵} \Rightarrow \text{Cos}\,\alpha = -\sqrt{۱ - \text{Sin}^{۲}\alpha} = -\frac{۴}{۵} \Rightarrow \tan\alpha = -\frac{۳}{۴}$ (۰/۲۵)

$\tan ۲\alpha = \frac{۲\tan\alpha}{۱ - \tan^{۲}\alpha} = \frac{۲\left(-\frac{۳}{۴}\right)}{۱ - \left(-\frac{۳}{۴}\right)^{۲}} = -\frac{۲۴}{۷}$ (۰/۲۵)

۶۷ $\frac{۱ - \text{tg}^{۲}x}{۱ + \text{tg}^{۲}x} = \frac{۱ - \frac{\text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x}}{۱ + \frac{\text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\frac{\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x}}{\frac{\text{Cos}^{۲}x + \text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x}}$ (۰/۲۵) $= \frac{\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x}{\text{Cos}^{۲}x + \text{Sin}^{۲}x}$ (۰/۲۵) $= \frac{\text{Cos}^{۲}x - \text{Sin}^{۲}x}{۱}$ (۰/۲۵)

$= \text{Cos}\,(۲x)$ (۰/۲۵)

۶۸ طرف چپ : $\frac{\text{Cos}\frac{x}{۲}}{\text{Sin}\frac{x}{۲}} - \frac{\text{Sin}\frac{x}{۲}}{\text{Cos}\frac{x}{۲}} = \frac{\text{Cos}^{۲}\left(\frac{x}{۲}\right) - \text{Sin}^{۲}\left(\frac{x}{۲}\right)}{\text{Sin}\frac{x}{۲}.\text{Cos}\frac{x}{۲}} = \frac{\text{Cos}\left(۲\times\frac{x}{۲}\right)}{\frac{۱}{۲}\text{Sin}\left(۲\times\frac{x}{۲}\right)} = \frac{۲\,\text{Cos}\,x}{\text{Sin}\,x} = ۲\,\text{Cotg}\,x$

۶۹ طرف چپ : $\frac{۲\,\text{Sin}\frac{x}{۲}\,\text{Cos}\frac{x}{۲}}{۱ + \text{Cos}^{۲}\frac{x}{۲} - \text{Sin}^{۲}\frac{x}{۲}} = \frac{۲\,\text{Sin}\frac{x}{۲}\,\text{Cos}\frac{x}{۲}}{\text{Cos}^{۲}\frac{x}{۲} + \text{Cos}^{۲}\frac{x}{۲}} = \frac{۲\,\text{Sin}\frac{x}{۲}\,\text{Cos}\frac{x}{۲}}{۲\,\text{Cos}^{۲}\frac{x}{۲}} = \frac{\text{Sin}\frac{x}{۲}}{\text{Cos}\frac{x}{۲}} = \text{tg}\frac{x}{۲}$

۷۰ طرف چپ : $\text{tg}\,(\alpha) = \text{tg}\left(\frac{\alpha}{۲} + \frac{\alpha}{۲}\right) = \frac{\text{tg}\frac{\alpha}{۲} + \text{tg}\frac{\alpha}{۲}}{۱ - \text{tg}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)\text{tg}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} = \frac{۲\,\text{tg}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}{۱ - \text{tg}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}$

۷۱ طرف چپ : $۱ - \text{Cos}\left(۲\times\frac{\alpha}{۲}\right) = ۱ - \left(\text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - \text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)\right) = \underbrace{۱ - \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)}_{\text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)} + \text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = ۲\,\text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)$

۷۲ طرف چپ : $\text{Cos}\,\alpha = \text{Cos}\left(۲\times\frac{\alpha}{۲}\right) = \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - \text{Sin}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - \left(۱ - \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right)\right)$

$= \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - ۱ + \text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) = ۲\,\text{Cos}^{۲}\left(\frac{\alpha}{۲}\right) - ۱$

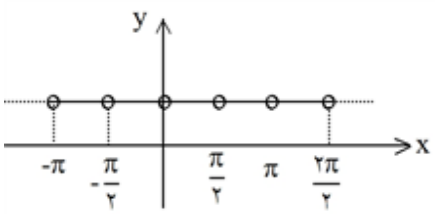
۷۳ $\text{Cos}\,۲a = \text{Cos}\,(a + a) = \text{Cos}\,a\,\text{Cos}\,a - \text{Sin}\,a\,\text{Sin}\,a$ (۰/۵)

$\text{Cos}\,۲a = \text{Cos}^{۲}a - \text{Sin}^{۲}a$ (۰/۲۵) $= \text{Cos}^{۲}a - (۱ - \text{Cos}^{۲}a)$ (۰/۲۵) $= ۲\,\text{Cos}^{۲}a - ۱$ (۰/۲۵)

۷۴ $y = \text{tg}\, x . \text{Cotg}\, x = ۱$

اگر $\text{Cos}\, x \neq ۰ , \text{Sin}\, x \neq ۰$:

$$\Rightarrow D = \left\{ x \in R \,|\, x \neq k\pi, k \in z, x \neq k\pi + \frac{\pi}{۲} \right\}$$



$\Rightarrow$ دوره تناوب اصلی $T = \frac{\pi}{۲}$

۷۵ $۲\,\text{Cos}^{۲} x - ۱ - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x - ۱) = ۰$

$$\text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \pm \frac{\pi}{۲} \Rightarrow \text{Cos}\ x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳}$$

۷۶ $۲\,\text{Cos}^{۲} x - ۱ - \text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \Rightarrow \text{Cos}\, x(۲\,\text{Cos}\, x - ۱) = ۰$

$$\Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{۲} \\ \text{Cos}\, x = \frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{\pi}{۳} \end{cases}$$

جواب‌های خاص $= \left\{ \frac{\pi}{۲}, \frac{۳\pi}{۲}, \frac{\pi}{۳}, \frac{۵\pi}{۳} \right\}$

۷۷ $$\text{Sin}\, x(\text{Sin}^{۲} x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} \text{Sin}\, x = ۰ \Rightarrow x = k\pi \\ \text{Sin}\, x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{۲} \\ \text{Sin}\, x = -۱ \Rightarrow x = ۲k\pi - \frac{\pi}{۲} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ ۰, \frac{\pi}{۲}, \pi, \frac{۳\pi}{۲}, ۲\pi \right\}$

۷۸ $$(۲\,\text{Cos}\, x + ۱)(\text{Cos}\, x - ۱) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} ۲\,\text{Cos}\, x + ۱ = ۰ \\ \text{Cos}\, x - ۱ = ۰ \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{Cos}\, x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi \\ \text{Cos}\, x = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow x = ۲k\pi \pm \frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ ۰, ۲\pi, \frac{۲\pi}{۳}, \frac{۴\pi}{۳} \right\}$

۷۹ $$۴(۱ - \text{Sin}^{۲} x) - ۴\,\text{Sin}\, x = ۱ \Rightarrow ۴\,\text{Sin}^{۲} x + ۴\,\text{Sin}\, x - ۳ = ۰ \Rightarrow \text{Sin}\, x = \frac{-۴ \pm \sqrt{۶۴}}{۸}$$

$$\text{Sin}\, x = \frac{-۱۲}{۸}$$ غ ق ق

$$\text{Sin} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۶} \\ x = ۲k\pi + \pi - \frac{\pi}{۶} = ۲k\pi + \frac{۵\pi}{۶} \end{cases}$$

جواب خاص $= \left\{ \frac{\pi}{۶}, \frac{۵\pi}{۶} \right\}$

۸۰

$$\begin{matrix}۲\cos^{۲}x-\cos x-۱=۰\\(۲\cos x+۱)(\cos x-۱)=۰\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}\cos x=۱\Rightarrow x=۲k\pi\\\cos x=\frac{-۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}\\x=۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}\end{cases}$$

$$\Rightarrow\text{جواب‌های خاص}=\left\{۰,۲\pi,\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳}\right\}$$

۸۱

$$۲\sin x-\frac{\sin x}{\cos x}=۰\Rightarrow\frac{۲\sin x\cos x-\sin x}{\cos x}=۰$$

$$\Rightarrow\sin x(۲\cos x-۱)=۰\begin{cases}\sin x=۰\Rightarrow x=k\pi\\\cos x=\frac{۱}{۲}\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳}\\x=۲k\pi-\frac{\pi}{۳}\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{جواب‌های خاص}=\left\{۰,\pi,۲\pi,\frac{\pi}{۳},\frac{۵\pi}{۳}\right\}$$

۸۲

$$\sin x+\sin ۲x=۰\Rightarrow\sin x+۲\sin x\cos x=۰\Rightarrow\sin x(۱+۲\cos x)=۰$$

$$\Rightarrow\begin{cases}\sin x=۰\Rightarrow x=k\pi\\\cos x=\frac{-۱}{۲}=\cos\left(\frac{۲\pi}{۳}\right)\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳}\\x=۲k\pi-\frac{۲\pi}{۳}\end{cases}\end{cases}$$

$$\text{جواب‌های خاص}=\left\{۰,\pi,۲\pi,\frac{۲\pi}{۳},\frac{۴\pi}{۳}\right\}$$

۸۳

$$\sin x=\frac{-\sqrt{۲}}{۲}=\sin\left(-\frac{\pi}{۴}\right)\Rightarrow\begin{cases}x=۲k\pi-\frac{\pi}{۴}\\x=۲k\pi+\pi-\left(-\frac{\pi}{۴}\right)=۲k\pi+\frac{۵\pi}{۴}\end{cases}$$

$$\text{جواب خاص}=\left\{\frac{۷\pi}{۴},\frac{۵\pi}{۴}\right\}$$

۸۴

$$f(x+c)=f(x)\to|\sin(۲x+۲c)|+|\cos(۲x+۲c)|=|\sin ۲x|+|\cos ۲x|$$
$$\to\sin^{۲}(۲x+۲c)+\cos^{۲}(۲x+۲c)+|۲\sin(۲x+۲c)\cos(۲x+۲c)|$$
$$=\sin^{۲}۲x+\cos^{۲}۲x+۲\sin ۲x\cos ۲x$$
$$\to ۱+|\sin(۴x+۴c)|=۱+|\sin ۴x|\to\sin^{۲}(۴x+۴c)=\sin^{۲}۴x$$
$$\to\frac{۱-\cos(۸x+۸c)}{۲}=\frac{۱-\cos ۸x}{۲}$$
$$\to\cos(۸x+۸c)=\cos ۸x\to ۸x+۸c=۲k\pi+۸x\to c=k\frac{\pi}{۴}\to T=\frac{\pi}{۴}$$

۸۵

$$f(x+c)=f(x)\to|\sin(x+c)|=|\sin x|\to\sin^{۲}(x+c)=\sin^{۲}x\to\frac{۱-\cos(۲x+۲c)}{۲}$$
$$=\frac{۱-\cos ۲x}{۲}\to\cos(۲x+۲c)=\cos ۲x\to ۲x+۲c=۲k\pi+۲x\to c=k\pi\Rightarrow T=\pi$$

۸۶

$$f(x+c)=f(x)\Rightarrow x+c-[x+c]=x-[x]\Rightarrow[x+c]=[x]+c\Rightarrow c=k\in z\Rightarrow T=۱$$

۸۷ $f(x)=۱+\text{Cos}^{۲}x \to f(x)=۱+\dfrac{۱+\text{Cos}\,۲x}{۲}=\dfrac{۳}{۲}+\dfrac{۱}{۲}\text{Cos}\,۲x$

$f(x+c)=f(x) \to \dfrac{۳}{۲}+\dfrac{۱}{۲}\text{Cos}\,(۲x+۲c)=\dfrac{۳}{۲}+\dfrac{۱}{۲}\text{Cos}\,۲x \to \text{Cos}\,(۲x+۲c)=\text{Cos}\,۲x$
$\to ۲x+۲c=۲k\pi+۲x \to c=k\pi \Rightarrow T=\pi$

۸۸ $f(x+c)=f(x) \to ۲-\text{tg}\,(x+c)=۲-\text{tg}\,x \to \text{tg}\,(x+c)=\text{tg}\,x \to x+c=k\pi+x$
$\to c=k\pi \to T=\pi$

۸۹ $g(f(x))=\sqrt{\dfrac{۲\,\text{tg}\,x}{۱+\text{tg}^{۲}x}}=\sqrt{\dfrac{۲\,\text{Sin}\,x}{\text{Cos}\,x}\div\dfrac{۱}{\text{Cos}^{۲}x}}=\sqrt{۲\,\text{Sin}\,\text{Cos}\,x}=\sqrt{\text{Sin}\,۲x}$

۹۰ $(g.f)_{(x)}=g(x).f(x)=\text{Cos}^{۲}x.\,\text{Sin}^{۲}x=(\text{Sin}\,x\,\text{Cos}\,x)^{۲}=\left(\dfrac{۱}{۲}\text{Sin}\,۲x\right)^{۲}=\dfrac{۱}{۴}\text{Sin}^{۲}۲x$

۹۱ $۲(۱-\text{Cos}^{۲}x)=۳\,\text{Cos}\,x \Rightarrow ۲\,\text{Cos}^{۲}x+۳\,\text{Cos}\,x-۲=۰$
$\text{Cos}\,x=\dfrac{-۳\pm۵}{۴} \Rightarrow \text{Cos}\,x=\dfrac{۱}{۲}=\text{Cos}\,\dfrac{\pi}{۳} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\dfrac{\pi}{۳}$

۹۲ $\text{Sin}\,x=-\dfrac{۱}{۲}=\text{Sin}\left(-\dfrac{\pi}{۶}\right) \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi-\frac{\pi}{۶} \\ x=۲k\pi+\frac{۷\pi}{۶} \end{cases}$

۹۳ $\text{Cos}\,x=\dfrac{\sqrt{۲}}{۲}=\text{Cos}\,\dfrac{\pi}{۴} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\dfrac{\pi}{۴}$

۹۴ $\text{Sin}\,x=\dfrac{\sqrt{۳}}{۲}=\text{Sin}\,\dfrac{\pi}{۳} \Rightarrow \begin{cases} x=۲k\pi+\frac{\pi}{۳} \\ x=۲k\pi+\frac{۲\pi}{۳} \end{cases}$

۹۵ $\text{Cos}\,x=\dfrac{۳\pm\sqrt{۹-۸}}{۴}=۱,\dfrac{۱}{۲} \Rightarrow \begin{cases} \text{Cos}\,x=۱ \Rightarrow x=۲k\pi \\ \text{Cos}\,x=\frac{۱}{۲} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\frac{\pi}{۳} \end{cases}$

۹۶ $\text{Cos}\,x=\dfrac{۱}{۲}=\text{Cos}\,\dfrac{\pi}{۳} \Rightarrow x=۲k\pi\pm\dfrac{\pi}{۳}$

۹۷ $\dfrac{۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha}{۱+(۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha-۱)}=\dfrac{۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha}{۲\,\text{Cos}^{۲}\alpha}=\dfrac{\text{Sin}\,\alpha}{\text{Cos}\,\alpha}=\text{tg}\,\alpha$

۹۸ $\text{Cos}\,\alpha=\text{Cos}\left(۲\times\dfrac{\alpha}{۲}\right)=\text{Cos}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}-\text{Sin}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}=\left(۱-\text{Sin}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}\right)-\text{Sin}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}=۱-۲\,\text{Sin}^{۲}\dfrac{\alpha}{۲}$

۹۹ $\text{Sin}\,\alpha=\text{Sin}\left(\dfrac{\alpha}{۲}+\dfrac{\alpha}{۲}\right)=\text{Sin}\,\dfrac{\alpha}{۲}\text{Cos}\,\dfrac{\alpha}{۲}+\text{Cos}\,\dfrac{\alpha}{۲}\text{Sin}\,\dfrac{\alpha}{۲}=۲\,\text{Sin}\,\dfrac{\alpha}{۲}\text{Cos}\,\dfrac{\alpha}{۲}$

$$\text{Sin}\,\alpha = \frac{۳}{۵}\ ,\ \text{Cos}\,\alpha = \frac{۴}{۵}\ ,\ \text{tg}\,\alpha = \frac{۳}{۴}$$

$$\text{Sin}\,\beta = \frac{۸}{۱۷}\ ,\ \text{Cos}\,\beta = \frac{۱۵}{۱۷}\ ,\ \text{tg}\,\beta = \frac{۸}{۱۵}$$

$$\text{Sin}\,۲\alpha = ۲\,\text{Sin}\,\alpha\,\text{Cos}\,\alpha = ۲\times\frac{۳}{۵}\times\frac{۴}{۵} = \frac{۲۴}{۲۵}$$

$$\text{Cos}\,۲\alpha = \text{Cos}^{۲}\alpha - \text{Sin}^{۲}\alpha = \frac{۱۶}{۲۵} - \frac{۹}{۲۵} = \frac{۷}{۲۵}$$

$$\text{tg}\,۲\alpha = \frac{۲\,\text{tg}\,\alpha}{۱ - \text{tg}^{۲}\alpha} = \frac{۲\times\frac{۳}{۴}}{۱ - \frac{۹}{۱۶}} = \frac{۲۴}{۷}$$

$$\text{Sin}\,۲\beta = ۲\,\text{Sin}\,\beta\,\text{Cos}\,\beta = ۲\times\frac{۸}{۱۷}\times\frac{۱۵}{۱۷} = \frac{۲۴۰}{۲۸۹}$$

$$\text{Cos}\,۲\beta = \text{Cos}^{۲}\beta - \text{Sin}^{۲}\beta = \frac{۲۲۵}{۲۸۹} - \frac{۶۴}{۲۸۹} = \frac{۱۶۱}{۲۸۹}$$

$$\text{tg}\,۲\beta = \frac{۲\,\text{tg}\,\beta}{۱ - \text{tg}^{۲}\beta} = \frac{۲\times\frac{۸}{۱۵}}{۱ - \frac{۶۴}{۲۲۵}} = \frac{۲۴۰}{۱۶۱}$$