



۱) معادله سرعت زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به صورت $v = -2t + 6$ است.

الف) سرعت متحرک در $t = 4s$ چند m/s است؟

ب) در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t = 5s$ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را در SI بنویسید.

پ) اگر $x_0 = -5m$ باشد، نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم کنید.

ت) در بازه زمانی $t = 0s$ تا $t = 6s$ آیا بردار مکان متحرک با بردار سرعت متحرک جسم هم‌سو می‌شود؟ با بردار شتاب چطور؟

۲) تعریف کنید:

الف) بردار جابه‌جایی ب) بردار مکان

۳) جسمی به جرم 40 کیلوگرم روی سطح افقی قرار دارد. اگر نیروی افقی $F = 300N$ بر جسم اثر کند، جسم در آستانه حرکت قرار می‌گیرد. واکنش زمین در برابر حرکت جسم چند نیوتون است؟

۴) جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

۵) گزاره زیر را کامل کنید.

الف) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند. بردار جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

۶) متحرکی روی خط راست، فاصله بین مکان آغازین $(+5m)\vec{i}$ و مکان پایانی $(-5m)\vec{i}$ را طی می‌کند.

الف) بردار جابه‌جایی این متحرک را به دست آورید.

ب) در چه صورت اندازه سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط حرکت برابر است؟

۷) الف) دو تفاوت بین تندی متوسط و سرعت متوسط بیان کنید.

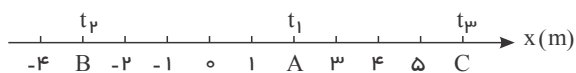
ب) شتاب لحظه‌ای را با توجه به نمودار سرعت - زمان تعریف کنید.

۸) معادله حرکت جسمی در SI به صورت $x = t^3 - 3t^2 + 4$ است.

الف) مکان متحرک در $t = 0s$ و $t = 2s$ را به دست آورید.

ب) سرعت متوسط جسم در بازه زمانی صفر تا 2 ثانیه را پیدا کنید.

۹) متحرکی مطابق شکل زیر در لحظه t_1 در نقطه A ، در لحظه t_2 در نقطه B و در لحظه t_3 در نقطه C قرار دارد.



الف) بردارهای مکان متحرک را در هریک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هریک از بازه‌های زمانی t_1 تا t_2 ، t_2 تا t_3 و t_1 تا t_3 به دست آورید.



۱۰) با توجه به داده‌های نقشه شکل مقابل:

الف) تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

پ) در چه صورت، تندی متوسط و اندازه سرعت متوسط می‌توانند تقریباً با یکدیگر برابر باشند؟



۱۱) رابطه مکان و زمان حرکتی به صورت زیر است:

$$\frac{x}{D} + \frac{t}{T} = 1$$

الف) مفهوم D و T در این حرکت چیست؟

ب) نمودار مکان - زمان این حرکت را رسم کنید.

پ) سرعت متوسط حرکت از لحظه صفر تا لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد را به دست آورید.

۱۲) به سؤالات زیر پاسخ دهید.

الف) بردار مکان را تعریف کنید.

ب) در چه صورت، اندازه سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن برابر می‌شود؟

۱۳) در جمله‌های زیر، جاهای خالی را با کلمه‌های مناسب تکمیل کنید.

الف) حرکت متحرکی رو به شرق و کندشونده است. جهت بردار شتاب این متحرک رو به است.

ب) تغییرات سرعت متحرک در بازه زمانی تغییرات را می‌گویند.

پ) در حرکت بر روی و بدون تغییر جهت، مسافت با جابه‌جایی برابر است.

۱۴) معادله مکان زمان متحرکی در SI به صورت $x = 2t^2 - 3t - 8$ است.

الف) اندازه سرعت متوسط آن در بازه زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 2s$ چند متر بر ثانیه است؟

۱۵) در هر یک از گزاره‌های زیر، واژه مناسب را انتخاب کنید و در پاسخ‌نامه بنویسید.

الف) اگر سرعت متحرک در جهت محور x ، به تدریج (افزایش - کاهش) یابد، شتاب آن در خلاف جهت محور x است.

ب) بردار سرعت متوسط متحرک در حرکت روی محور x ، (خلاف جهت - هم‌جهت) با بردار جابه‌جایی است.

پ) در حرکت روی محور x ، وقتی متحرک به مکان آغازین حرکتش بازمی‌گردد (مسافت طی شده - سرعت متوسط) متحرک صفر است.

۱۶) در جمله‌های زیر، جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.

الف) شتاب متوسط، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار می‌باشد.

ب) در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت، مسافت با هم‌اندازه است.

پ) بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت است.



۱۷) درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با واژه‌های «درست» و «نادرست» مشخص کنید.

الف) اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، حرکت متحرک شتاب‌دار است.

۱۸) جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان s $۴,۰$ فاصله بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند.

جهت حرکت	سرعت متوسط	بردار جابه‌جایی	مکان پایانی	مکان آغازین	
			$(۶,۴m)\vec{i}$	$(-۲,۰m)\vec{i}$	متحرک A
		$(-۵,۶m)\vec{i}$	$(-۲,۵m)\vec{i}$		متحرک B
			$(۸,۶m)\vec{i}$	$(۲,۰m)\vec{i}$	متحرک C
	$(۲,۴m/s)\vec{i}$			$(-۱,۴m)\vec{i}$	متحرک D

۱۹) در چه صورت اندازه سرعت متوسط یک متحرک با تندى متوسط آن برابر است؟

۲۰) سرعت جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است)

$$v = -۲t^۳ + ۳t^۲ - t + ۴$$

الف) شتاب متوسط جسم در پنج ثانیه اول حرکت چقدر است؟

ب) در ثانیه چندم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است؟

۲۱) رابطه سرعت و زمان متحرکی برحسب یکاهای SI، به صورت زیر است:

$$v = -۵t^۲ + ۱۶t - ۹$$

الف) در چه لحظه‌ای متحرک با بیشترین تندى در سوي مثبت محور مکان حرکت می‌کند؟

ب) بیشترین تندى متحرک را در مدت زمانی که در سوي مثبت محور مکان حرکت می‌کند، به دست آورید.

۲۲) رابطه سرعت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند با زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر است:

$$v = ۳t^۲ - ۱۴t + ۱۵$$

الف) در چه لحظاتی جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

ب) جسم چه مدت در سوي منفی محور x حرکت می‌کند؟

۲۳) رابطه سرعت - زمان متحرکی (که در آن v برحسب متر بر ثانیه و t برحسب ثانیه است) به صورت زیر است:

$$v = ۳ - \frac{۱۰t}{t^۲ + ۱}$$

فاصله زمانی بین دو بار توقف متحرک را به دست آورید.

۲۴) سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در مدت ۱۰ ثانیه از ۱۶ متر بر ثانیه در سوي مثبت محور به ۹ متر بر ثانیه در سوي منفی محور می‌رسد.

الف) شتاب متوسط متحرک را حساب کنید.

ب) اگر شتاب متوسط متحرک در نیمه دوم مدت زمان این حرکت چهار برابر شتاب متوسط متحرک در نیمه اول مدت زمان حرکت باشد، سرعت متحرک در وسط زمان حرکت چقدر و به کدام سو است؟

۲۵) مکان جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است).

$$x = ۱,۵t^۳ - t + ۲,۵$$

الف) سرعت متوسط جسم در دو ثانیه اول حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط جسم از لحظه $t = ۲s$ تا چه لحظه‌ای برابر ۷۷ متر بر ثانیه است؟

۲۶) رابطه مکان و زمان متحرکی برحسب یکاهای SI به صورت زیر است:

$$x = ۴t^۲ - ۱۲t + ۱۳$$

در محدوده زمانی $t_1 = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ ، الف) جابه‌جایی ب) مسافت پیموده شده متحرک را به دست آورید؟



۲۷) رابطه مکان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند با زمان برحسب یکاهای SI به صورت زیر است:

$$x = -9t^2 + 36t + 28$$

الف) در چه بازه زمانی جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در چه بازه زمانی جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند؟

پ) در چه لحظه‌ای جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

ت) در چه مکانی جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

۲۸) رابطه مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظه صفر آغاز شده در SI به صورت زیر است:

$$x = 2\sqrt{t} - 15$$

در چه لحظه‌ای برای دومین بار فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می‌شود؟

۲۹) رابطه مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظه صفر آغاز شده به صورت زیر است که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است.

$$x = 0.8t - \frac{9}{t+2}$$

الف) مکان اولیه متحرک را به دست آورید.

ب) جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه دوم حرکت چقدر است؟

پ) در چه لحظه یا لحظاتی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

۳۰) یک خودرو از مسیر جنوبی یک میدان بزرگ به شعاع ۴۸ متر وارد میدان می‌شود و پس از چرخش در مسیر دایره‌ای میدان، از مسیر غربی آن

خارج می‌شود. اگر تندی متوسط خودرو در حرکت در مسیر میدان ۲۷ کیلومتر باشد، اندازه سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند کیلومتر بر

ساعت است؟ ($\pi = 3$)

۳۱) یک متحرک روی یک مسیر مستقیم از نقطه A به نقطه B می‌رود. اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک و اندازه جابه‌جایی آن به ترتیب برابر

۱۸۰ و ۱۰۰ متر باشد و متحرک تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، فاصله نقطه تغییر جهت تا نقطه وسط A و B چقدر است؟

۳۲) درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را با علامت‌های (د) یا (ن) مشخص کنید.

الف) سرعت متوسط، یک کمیت برداری است که همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی می‌باشد.

ب) شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط متحرک است.

پ) حرکت متحرکی رو به شمال و کندشونده است. جهت بردار شتاب این متحرک رو به جنوب است.

۳۳) در جمله‌های زیر، عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب کرده و در پاسخ‌نامه بنویسید.

الف) عقربه تندی سنج خودروها، تندی (متوسط - لحظه‌ای) را نشان می‌دهند.

۳۴) درستی و نادرستی جمله‌های زیر را با علامت‌های (د) یا (ن) مشخص کنید.

الف) شتاب متوسط، یک کمیت برداری و همواره هم‌جهت با بردار تغییر سرعت است.

ب) در حرکت تندشونده، جهت بردارهای سرعت و شتاب مخالف یکدیگر است.

۳۵) عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب و به پاسخ‌نامه منتقل کنید.

الف) تندی متوسط، یک کمیت (برداری - نرده‌ای) است.

ب) برداری که مبدأ محور را به مکان جسم وصل می‌کند، بردار (مکان - جابه‌جایی) است.

پ) بردار شتاب متوسط، همواره هم‌جهت با بردار (تغییر سرعت - سرعت) است.

۳۶) متحرکی در مدت زمان ۸s از مکان $\vec{d}_1 = (-4m)\vec{i}$ به مکان $\vec{d}_2 = (4m)\vec{i}$ می‌رسد.

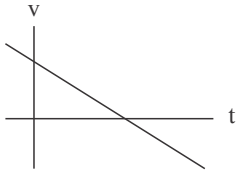
الف) جهت حرکت این متحرک را تعیین کنید.

ب) بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدت زمان ۸s چند متر بر ثانیه است؟

پ) مسافت طی شده متحرک چند متر است؟



۳۷) نمودار سرعت - زمان حرکتی به شکل زیر و خط راست است. اگر سرعت حرکت در لحظه صفر برابر v_0 باشد و جهت حرکت در لحظه T تغییر کرده باشد، رابطه سرعت - زمان حرکت را بنویسید.



۳۸) سرعت جسمی بر حسب زمان بر حسب یکاهای SI به صورت زیر به دست می آید. (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است)

$$v = 0,5t^3 - 2,5t^2 + 1$$

نسبت تغییر سرعت جسم در ثانیه پنجم حرکت به تغییر سرعت جسم در ثانیه اول حرکت چقدر است؟

۳۹) رابطه سرعت - زمان حرکتی که در لحظه صفر آغاز شده در SI به صورت زیر است:

$$v = \sqrt{t^2 - 7t + 4} + 2t$$

الف) سرعت اولیه حرکت را به دست آورید.

ب) در چه لحظه یا لحظه‌هایی سرعت حرکت ۱۶ متر بر ثانیه می شود؟

۴۰) جسمی روی محور x حرکت می کند. در لحظه $t_1 = 3s$ جسم در مکان $15m$ قرار دارد و تندى آن ۱۲ متر بر ثانیه در سوی منفی محور است و در لحظه $t_2 = 8s$ جسم به مکان $5m$ رسیده و تندى آن ۸ متر بر ثانیه در سوی مثبت محور می شود.

الف) بردار مکان اولیه و نهایی را بنویسید و بردار سرعت متوسط را حساب کنید.

ب) بردار سرعت اولیه و نهایی را بنویسید و بردار شتاب متوسط را حساب کنید.

۴۱) نشان دهید در حرکت بر خط راست، در هر بازه زمانی دلخواه بردار شتاب متوسط هم راستا با مسیر حرکت است.

۴۲) الف) اگر حرکت جسمی شتاب دار نباشد، کدام یک از موارد (تندی - جهت حرکت - سرعت) ممکن است تغییر کند؟

ب) اگر حرکت جسمی شتاب دار باشد، کدام یک از موارد (تندی - جهت حرکت - سرعت) ممکن است تغییر نکند؟

۴۳) جسمی که روی محور x حرکت می کند، در لحظه های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$ ، به ترتیب در مکان های $x_1 = -16m$ و $x_2 = +50m$ قرار دارد.

اگر سرعت متوسط جسم از لحظه $t_1 = 2s$ تا لحظه $t_M = 5s$ ، دو برابر سرعت متوسط آن از لحظه $t_M = 5s$ تا لحظه $t_2 = 10s$ باشد، مکان جسم را در لحظه $t_M = 5s$ را بیابید.

۴۴) در حرکت یک جسم بر خط راست، بردار مکان جسم در لحظه $t_1 = 8s$ برابر $\vec{d}_1 = (+12m)\vec{i}$ و سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه $t_1 = 8s$ برابر $\vec{v}_{av} = (-2,5m/s)\vec{i}$ است. اگر بردار مکان جسم در لحظه $t_2 = 20s$ برابر $\vec{d}_2 = (-8m)\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه $t_2 = 20s$ را به دست آورید.

۴۵) طول عقربه دقیقه شمار و ثانیه شمار یک ساعت بزرگ برابر ۱٫۵ متر است. موارد زیر را حساب کنید.

الف) اندازه سرعت متوسط نوک عقربه ثانیه شمار در مدت نیم دقیقه

ب) اندازه سرعت متوسط نوک عقربه دقیقه شمار در مدت ۱۵ دقیقه

۴۶) طول عقربه های ساعت شمار، دقیقه شمار و ثانیه شمار یک ساعت دیواری به ترتیب ۹، ۱۵ و ۱۵ سانتی متر است. تندى متوسط نوک هر یک از این عقربه ها را در مدت زمان یک دور چرخش بر حسب یکای SI حساب کنید. ($\pi \approx 3$)

۴۷) ذره ای روی محیط یک مربع به ضلع ۶۰ سانتی متر در یک سو حرکت می کند. این ذره حرکت خود را از یکی از گوشه های مربع آغاز کرده است.

اندازه جابه جایی ذره را پس از پیمودن مسافت الف) ۰٫۵، ب) ۱٫۴۸ سانتی متر حساب کنید.

۴۸) ذره ای روی محیط یک دایره به شعاع ۳۰ سانتی متر در یک سو حرکت می کند.

الف) اگر ذره روی محیط دایره ۱۲۰ درجه بچرخد، مسافت پیموده شده توسط آن چند سانتی متر است؟

ب) اگر ذره مسافت ۱۰۵ سانتی متر را پیماید، چند درجه و چند رادیان روی محیط دایره چرخیده است؟

۴۹) در هریک از جمله های زیر، عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ نامه بنویسید.

الف) در حرکت بر خط راست (با تغییر - بدون تغییر) جهت، اندازه بردار جابه جایی برابر مسافت پیموده شده است.

ب) در حرکت بر خط راست، بردار شتاب متوسط با بردار تغییر مکان (سرعت - جهت) هم جهت است.



پاسخنامه تشریحی

1

الف

$$t = 4s \rightarrow v = -2 \times 4 + 6 \rightarrow v = -2m/s$$

ب برای یافتن سرعت متوسط، چند راه وجود دارد که به تعدادی از آنها اشاره می‌کنیم.

روش اول: چون معادله سرعت - زمان درجه اول است، حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت است. بنابراین از معادلات این نوع حرکت استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_1 = 1s \rightarrow v_1 = -2 \times 1 + 6 \rightarrow v_1 = 4m/s \\ t_2 = 5s \rightarrow v_2 = -2 \times 5 + 6 \rightarrow v_2 = -4m/s \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{4 + (-4)}{2} = 0$$

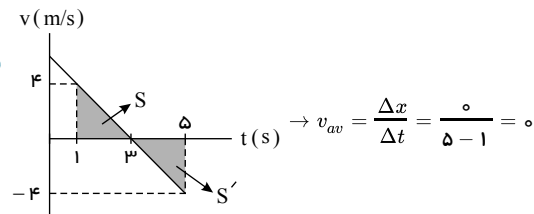
روش دوم:

$$\begin{cases} x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \xrightarrow{\text{در حالت کلی}} \Delta x = \frac{1}{2}a\Delta t^2 + v_1\Delta t \\ v = -2t + 6 \xrightarrow{v=at+v_0} \begin{cases} a = -2m/s^2 \\ v_0 = 6m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = \frac{1}{2}(-2)(4)^2 + 6 \times 4 = -16 + 24 = 8 \\ \Delta t = 5 - 1 = 4s \\ v_{t=1s} = v_1 = -2 \times 1 + 6 = 4m/s \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{8}{4} = 2 \end{cases}$$

روش سوم: استفاده از رسم نمودار

$$v = -2t + 6 \Rightarrow (t = 1s, v = 4m/s), (t = 5s, v = -4m/s)$$

$$S = S' = \frac{1}{2}(-4)(2) = -4m \rightarrow \Delta x = S - S' = 0$$



برای یافتن تندی متوسط:

$$\text{مسافت طی شده} = S + S' = 4m + 4m = 8m \rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{8m}{4s} = 2m/s$$

ب

با داشتن a و v_0 و x_0 ابتدا معادله مکان - زمان را می‌نویسیم:

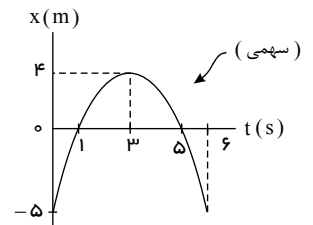
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0t + x_0 \rightarrow x = \frac{1}{2}(-2)t^2 + 6t - 5 \Rightarrow x = -t^2 + 6t - 5$$

$$x = 0 \rightarrow -(t^2 - 6t + 5) = -(t-1)(t-5) = 0 \Rightarrow t = 1s, t = 5s$$

$$t = 0 \rightarrow x = -5m$$

$a < 0 \rightarrow$ جهت تفرع سهمی مکان زمان رو به پایین

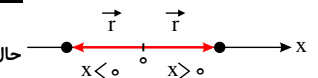
$$t = 3s \rightarrow x = 4m$$



ت

بردار مکان متحرک: $\vec{r} = x\vec{i}$ می‌باشد. جهت بردار \vec{r} به علامت x وابسته است.

حال بررسی می‌کنیم در هر بازه زمانی چه رخ داده است. در کل، زمان حرکت در بازه $t = 0$ تا $t = 6s$ ، علامت شتاب منفی است. علامت سرعت همبستگی



به علامت شیب خط مماس بر نمودار دارد:

$$\begin{cases} x < 0 \\ a < 0 \\ v > 0 \end{cases} \text{ در بازه زمانی صفر تا } 1s \quad \begin{cases} x > 0 \\ a < 0 \\ v > 0 \end{cases} \text{ در بازه زمانی } 1s \text{ تا } 3s \quad \begin{cases} x > 0 \\ v < 0 \\ a < 0 \end{cases} \text{ در بازه زمانی } 3s \text{ تا } 5s \quad \begin{cases} x < 0 \\ a < 0 \\ v < 0 \end{cases} \text{ در بازه زمانی } 5s \text{ تا } 6s$$



بنابراین، بردار مکان و بردار سرعت در بازه‌های ۱ s تا ۳ s و ۵ تا ۶ ثانیه و a و x در بازه‌های زمانی صفر تا ۱ s و ۵ s تا ۶ s هم‌سو هستند.

۲ الف) پاره خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند.

ب) برداری است که مبدأ مکان را در هر لحظه به مکان ذره در آن لحظه متصل می‌کند.

۳ برای محاسبه نیروی سطح تکیه‌گاه داریم (چون جسم در آستانه حرکت است، $F = 300 N$ است):

$$R = \sqrt{F_N^2 + f_s^2}$$

$$f_s = 300 N, F_N = mg \Rightarrow R = \sqrt{(400)^2 + (300)^2} = 500 N$$

۴

الف) مکان

۵

الف) مکان

۶

الف)

$$\vec{d} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1$$

$$\vec{d} = (-5m)\vec{i} - (+5m)\vec{i}$$

$$\vec{d} = (-10m)\vec{i}$$

ب)

متحرک روی خط راست و در یک جهت حرکت کند. به عبارتی، مسافت طی شده و جابه‌جایی‌اش هم‌اندازه باشند.

۷

الف) تندى متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

تندى متوسط، یعنی مسافت به زمان و سرعت متوسط، یعنی جابه‌جایی به زمان

ب) برابر است با شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه

الف) ۸

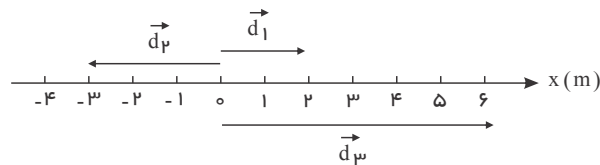
$$x = t^3 - 3t^2 + 4$$

$$\begin{cases} t = 0 \text{ s} \Rightarrow x(0 \text{ s}) = 4 \text{ m} \\ t = 2 \text{ s} \Rightarrow x(2 \text{ s}) = 2^3 - 3 \times 2^2 + 4 = 0 \text{ m} \end{cases}$$

$$v_{av} = \frac{x(2 \text{ s}) - x(0 \text{ s})}{2 \text{ s} - 0 \text{ s}} = \frac{0 \text{ m} - 4 \text{ m}}{2 \text{ s}} = -2 \text{ m/s}$$

ب)

۹ الف) بردار مکان در لحظه‌های t_1 ، t_2 و t_3 را به ترتیب d_1 ، d_2 و d_3 می‌نامیم.



$$\vec{d}_1 = (+2m)\vec{i}, \vec{d}_2 = (-3m)\vec{i}, \vec{d}_3 = (+6m)\vec{i}$$

ب)

$$t_1 < t < t_2 \Rightarrow \vec{d}_{12} = \vec{d}_2 - \vec{d}_1 = (-3\vec{i}) - (+2\vec{i}) = (-5m)\vec{i}$$

$$t_2 < t < t_3 \Rightarrow \vec{d}_{23} = \vec{d}_3 - \vec{d}_2 = (+6\vec{i}) - (-3\vec{i}) = (+9m)\vec{i}$$

$$t_1 < t < t_3 \Rightarrow \vec{d}_{13} = \vec{d}_3 - \vec{d}_1 = (+6\vec{i}) - (+2\vec{i}) = (+4m)\vec{i}$$

۱۰ الف) مدت زمان حرکت خودرو یک ساعت و بیست دقیقه (۸۰ دقیقه) است.

$$\Delta t = 80 \text{ min} = \frac{80}{60} \text{ h} = \frac{4}{3} \text{ h} \quad S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{88 \text{ km}}{\left(\frac{4}{3} \text{ h}\right)} = 66 \text{ km/h}$$

$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}}{\Delta t} = \frac{60 \text{ km}}{\left(\frac{4}{3} \text{ h}\right)} = 45 \text{ km/h}$$

ب) تندى متوسط، یک کمیت نرده‌ای (عددی) است و تنها مقدار دارد. اما سرعت متوسط، یک کمیت برداری و دارای مقدار و جهت (راستا و سو) است که ما تنها مقدار آن را حساب کرده‌ایم. جهت سرعت متوسط همان جهت جابه‌جایی است که تقریباً به سوی شمال است.

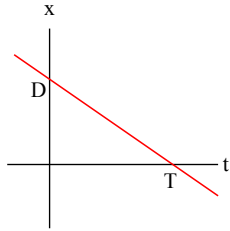
پ) اگر مسیر حرکت خودرو مستقیم باشد و خودرو تغییر جهت ندهد، اندازه جابه‌جایی با مسافت برابر می‌شود. در نتیجه، اندازه سرعت متوسط و تندى متوسط برابر می‌شوند.

۱۱ الف) اگر در رابطه مکان - زمان، $x = D$ قرار داده شود، $t = 0$ به دست می‌آید. پس D مکان متحرک در لحظه صفر است.



همچنین اگر در رابطه مکان - زمان، $t = T$ قرار داده شود، $x = 0$ به دست می آید. پس لحظه ای است که متحرک از مبدأ مکان عبور می کند.
(ب) رابطه مکان - زمان درجه یک است. در نتیجه، نمودار مکان - زمان این حرکت یک خط راست است.

$$\frac{x}{D} + \frac{t}{T} = 1 \Rightarrow x + \frac{D}{T}t = D \Rightarrow x = -\frac{D}{T}t + D$$



شیب این خط $-\frac{D}{T}$ و عرض از مبدأ آن D است.
پس نمودار مکان - زمان به صورت شکل روبه رو می شود.

(پ) نمودار مکان - زمان حرکت خط راست است و شیب آن ثابت است. در نتیجه، سرعت متوسط متحرک در هر بازه زمانی دلخواه ثابت و برابر شیب این خط است. بنابراین، سرعت متوسط متحرک در بازه زمانی مورد نظر برابر $-\frac{D}{T}$ است.

۱۲

الف

بردارای که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می کند.

ب

متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند. به عبارتی، مسافت طی شده و جابه جایی اش هم اندازه باشند.

۱۳

الف

غرب

ب

شتاب متوسط

پ

خط راست

۱۴

الف

$$x = 2t^2 - 3t - 8, x_1 = -8m, x_2 = -6m$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-6 - (-8)}{2 - 0} = 1m/s$$

۱۵

الف

کاهش

ب

هم جهت

پ

سرعت متوسط

۱۶

الف

تغییر سرعت

ب

جابه جایی

پ

ماس

۱۷

الف

درست

۱۸

جهت حرکت	سرعت متوسط	بردار جابه جایی	مکان پایانی	مکان آغازین	
مثبت	$(2,1m/s)i$	$(8,4m)i$	$(6,4m)i$	$(-2,0m)i$	متحرک A
منفی	$(-1,4m/s)i$	$(-5,6m)i$	$(-2,5m)i$	$(3,1m)i$	متحرک B
مثبت	$(1,65m/s)i$	$(6,6m)i$	$(8,6m)i$	$(2,0m)i$	متحرک C
مثبت	$(2,4m/s)i$	$(9,6m)i$	$(8,2m)i$	$(-1,4m)i$	متحرک D

۱۹ اگر یک متحرک روی خط راست و در یک جهت حرکت کند (تغییر جهت نداشته باشد)، اندازه جابه جایی آن با مسافت پیموده شده توسط آن برابر است. در نتیجه، اندازه سرعت متوسط آن با تندی متوسط آن برابر می شود.

۲۰ (الف)

$$v = -2t^3 + 3t^2 - t + 4$$



$$\Rightarrow \begin{cases} t = 0s \Rightarrow v(0s) = -2 \times 0 + 3 \times 0 - 0 + 4 = +4m/s \\ t = 5s \Rightarrow v(5s) = -2 \times 5^2 + 3 \times 5 - 0 + 4 = -17.6m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v(5s) - v(0s)}{5s - 0s} = \frac{(-17.6m/s) - (+4m/s)}{5s} = \frac{-18.0m/s}{5s} = -3.6m/s^2$$

(ب) اندازه شتاب متوسط در ثانیه m حرکت (از $t_1 = (n-1)s$ تا $t_2 = ns$) را به دست می آوریم:

$$\Delta v = v_2 - v_1 = (-2n^2 + 3n^2 - n + 4) - (-2(n-1)^2 + 3(n-1)^2 - (n-1) + 4)$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(n^2 - (n-1)^2) + 3(n^2 - (n-1)^2) - (n - (n-1))$$

$$\Rightarrow \Delta v = -2(3n^2 - 3n + 1) + 3(2n - 1) - (1) = -6n^2 + 12n - 6 = -6(n-1)^2$$

$$\Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-6(n-1)^2}{1} = -6(n-1)^2 \Rightarrow |a_{av}| = 6(n-1)^2 = 24$$

$$\Rightarrow (n-1)^2 = 4 \Rightarrow n-1 = 2 \Rightarrow n = 3s$$

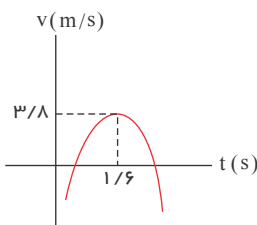
در ثانیه سوم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است.

(۲۱) رابطه سرعت - زمان را به صورت زیر تغییر می دهیم:

$$v = -5t^2 + 16t - 9 = -5t^2 + 16t - \frac{64}{5} + \frac{19}{5}$$

$$= -5\left(t^2 + \frac{16}{5}t - \frac{64}{25}\right) + \frac{19}{5} = -5\left(t - \frac{8}{5}\right)^2 + \frac{19}{5} = -5(t - 1.6)^2 + 3.8$$

باتوجه به رابطه به دست آمده، نمودار سرعت - زمان متحرک را که یک سهمی است، به شکل روبه رو رسم می کنیم. در نمودار سرعت - زمان رسم شده مشاهده می شود که سرعت در لحظه ۱٫۶ ثانیه بیشترین اندازه را در سوی مثبت محور مکان دارد و بیشترین اندازه سرعت در سوی مثبت محور مکان برابر ۳٫۸ متر بر ثانیه است.



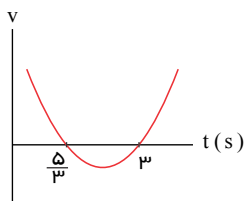
(۲۲) الف) برای پیدا کردن لحظه تغییر جهت حرکت جسم، ابتدا باید لحظه ای را به دست آوریم که در آن سرعت جسم صفر شده است.

$$v = 3t^2 - 14t + 15 \xrightarrow{v=0} 3t^2 - 14t + 15 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{-(-14) \pm \sqrt{(-14)^2 - 4 \times 3 \times 15}}{2 \times 3} = \frac{14 \pm \sqrt{16}}{6} = \frac{14 \pm 4}{6} \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \\ t = \frac{5}{3}s \end{cases}$$

سپس باید بررسی کنیم که در این لحظه ها علامت سرعت تغییر کرده است یا نه و برای این کار، نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می کنیم.

با توجه به لحظه های به دست آمده (محل تقاطع منحنی با محور زمان) و درجه دو (سهمی) بودن منحنی سرعت - زمان، نمودار سرعت - زمان به شکل روبه رو رسم می شود:



با توجه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه های $t_1 = \frac{5}{3}s$ و $t_2 = 3s$ علامت سرعت و در نتیجه، جهت حرکت جسم تغییر کرده است.

(ب) در نمودار سرعت - زمان رسم شده مشاهده می شود که سرعت جسم در بازه زمانی $t_1 = \frac{5}{3}s$ تا $t_2 = 3s$ منفی است. پس در این بازه زمانی، جسم در سوی منفی محور x حرکت می کند.

$$\Rightarrow \text{مدت زمان حرکت در سوی منفی} \Delta t = t_2 - t_1 = 3s - \frac{5}{3}s = \frac{4}{3}s$$

(۲۳) در رابطه سرعت - زمان $v = 0$ را جایگزین می کنیم.

$$v = 3 - \frac{10t}{t^2 + 1} \xrightarrow{v=0} 3 - \frac{10t}{t^2 + 1} = 0 \Rightarrow 3 = \frac{10t}{t^2 + 1}$$

$$\Rightarrow 3t^2 + 3 = 10t \Rightarrow 3t^2 - 10t + 3 = 0$$

$$\Rightarrow t = \frac{-(-10) \pm \sqrt{(-10)^2 - 4 \times 3 \times 3}}{2 \times 3} = \frac{10 \pm \sqrt{64}}{6} = \frac{10 \pm 8}{6} \Rightarrow \begin{cases} t = 3s \\ t = \frac{1}{3}s \end{cases}$$

بنابراین در لحظه های $t_1 = \frac{1}{3}s$ و $t_2 = 3s$ سرعت متحرک صفر و متحرک متوقف می شود و داریم:

$$\text{فاصله زمانی بین دو بار توقف} \Delta t = t_2 - t_1 = 3s - \frac{1}{3}s = \frac{8}{3}s$$



$$\begin{cases} v_1 = (+16m/s) \\ v_2 = (-9m/s) \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

$$= \frac{(-9m/s) - (+16m/s)}{10s} = \frac{(-25m/s)}{10s} = -2,5m/s^2$$

ب) سرعت متحرک در وسط زمان حرکت را v_x در نظر می‌گیریم.

$$(a_{av})_2 = 4(a_{av})_1 \Rightarrow \frac{v_2 - v_x}{\Delta t} = 4 \frac{v_x - v_1}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow v_2 - v_x = 4(v_x - v_1) \Rightarrow v_2 + 4v_1 = 5v_x$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{v_2 + 4v_1}{5} = \frac{(-9m/s) + 4(+16m/s)}{5} = \frac{+55m/s}{5} = +11m/s$$

سرعت متحرک در وسط زمان حرکت ۱۱ متر بر ثانیه در سوی مثبت محور است.

$$\begin{cases} t_1 = 0s \Rightarrow x_1 = 2,5m \\ t_2 = 2s \Rightarrow x_2 = 1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5 = 12,5m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{12,5 - 2,5}{2 - 0} = \frac{10}{2} = 5m/s$$

ب) لحظه مورد نظر را T فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5 \\ t_2 = T \Rightarrow x_2 = 1,5T^2 - T + 2,5 \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} = \frac{(1,5T^2 - T + 2,5) - (1,5 \times 2^2 - 2 + 2,5)}{T - 2}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{1,5(T^2 - 2^2) - (T - 2)}{T - 2} = \frac{1,5(T - 2)(T + 2) + 4 - (T - 2)}{T - 2}$$

$$= 1,5(T + 2) + 4 - 1 = 1,5T^2 + 3T + 5$$

$$\xrightarrow{v_{av}=7} 1,5T^2 + 3T + 5 = 7 \Rightarrow 1,5T^2 + 3T - 2 = 0$$

$$\Rightarrow T^2 + 2T - 4 = 0 \Rightarrow (T + 8)(T - 6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} T = -8s \\ T = 6s \end{cases}$$

قابل قبول نیست.

$$\begin{cases} t_1 = 1s \Rightarrow x_1 = 4 \times 1^2 - 12 \times 1 + 13 = 5m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 4 \times 4^2 - 12 \times 4 + 13 = 29m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = 29m - 5m = 24m$$

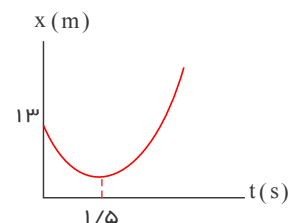
ب) بررسی می‌کنیم که متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ تغییر جهت داشته است یا خیر.

رابطه مکان - زمان را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x = 4t^2 - 12t + 13 = (4t^2 - 12t + 9) + 4 = (2t - 3)^2 + 4$$

با توجه به رابطه مکان - زمان، نمودار مکان - زمان متحرک به شکل fi است. مشاهده می‌شود که متحرک در لحظه $t_M = 1,5s$ تغییر جهت می‌دهد. پس برای محاسبه مسافت پیموده شده در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ باید ابتدا مکان متحرک در لحظه $t_M = 1,5s$ را به دست آوریم.

$$t_M = 1,5s \Rightarrow x_M = 4 \times 1,5^2 - 12 \times 1,5 + 13 = 4m$$



این متحرک در بازه زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ ابتدا از مکان $x_1 = 5m$ در یک سو به مکان $x_M = 4m$ رفته و مسافت $|x_M - x_1| = 1m$ متر را می‌پیماید، سپس از مکان $x_M = 4m$ در یک سو به مکان $x_2 = 29m$ رفته و مسافت $|x_2 - x_M| = 25m$ متر را می‌پیماید. بنابراین، متحرک در این بازه زمانی در مجموع مسافت $25m + 1m = 26m$ را پیموده است.

رابطه مکان - زمان را به صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x = -9t^2 + 36t + 28 = -9t^2 + 36t - 36 + 64$$

$$= -9(t^2 - 4t + 4) + 64 = -9(t - 2)^2 + 64$$



با توجه به رابطه مکان-زمان، در لحظه $t = 2s$ مکان به بیشترین مقدار خود یعنی $x_{\max} = 64m$ می‌رسد. بنابراین:
 الف) در محدوده زمانی $t < 2s$ بر حسب t صعودی است و افزایش می‌یابد و جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند.
 ب) در محدوده زمانی $t > 2s$ بر حسب t نزولی است و کاهش می‌یابد و جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند.
 پ) در لحظه $t = 2s$ و در مکان $x = 64m$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند.

۲۸) در لحظه‌هایی که $x = +10m$ و $x = -10m$ است، فاصله متحرک از مبدأ مکان برابر 10 متر می‌شود.

$$x = +10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = +10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 25 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{25}{2} \Rightarrow t = \frac{625}{4}s$$

$$x = -10m \Rightarrow 2\sqrt{t} - 15 = -10 \Rightarrow 2\sqrt{t} = 5 \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{5}{2} \Rightarrow t = \frac{25}{4}s$$

متحرک در لحظه $t = \frac{25}{4}s$ برای اولین بار و در لحظه $t = \frac{625}{4}s$ برای دومین بار در فاصله 10 متری مبدأ مکان قرار می‌گیرد.

۲۹) الف) در رابطه مکان-زمان $t = 0s$ را جایگزین می‌کنیم.

$$x = 0,8t - \frac{9}{t+2} \xrightarrow{t=0s} x(0s) = 0,8 \times 0 - \frac{9}{0+2} \Rightarrow x(0s) = -4,5m$$

ب) دو ثانیه دوم حرکت از لحظه $t_1 = 2s$ تا لحظه $t_2 = 4s$ است.

$$\begin{cases} t_1 = 2s \Rightarrow x_1 = 0,8 \times 2 - \frac{9}{2+2} = 1,6 - 2,25 = -0,65m \\ t_2 = 4s \Rightarrow x_2 = 0,8 \times 4 - \frac{9}{4+2} = 3,2 - 1,5 = +1,7m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_2 - x_1 = (+1,7m) - (-0,65m) = +2,35m$$

پ) لحظه‌ای را که در آن $x = 0m$ شده است به دست می‌آوریم.

$$x = 0,8t - \frac{9}{t+2} \xrightarrow{x=0m} 0,8t - \frac{9}{t+2} = 0 \Rightarrow 0,8t = \frac{9}{t+2} \Rightarrow 0,8t^2 + 1,6t = 9$$

$$\xrightarrow{\times 5} 4t^2 + 8t = 45 \xrightarrow{+4} 4t^2 + 8t + 4 = 49 \Rightarrow 4(t+1)^2 = 49 \Rightarrow 2(t+1) = \pm 7$$

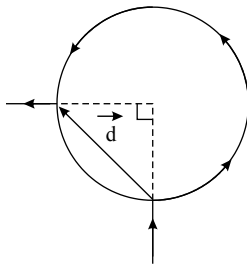
$$\Rightarrow t+1 = \pm 3,5 \Rightarrow t = \pm 3,5 - 1 \Rightarrow \begin{cases} t = +3,5 - 1 = 2,5s \\ t = -3,5 - 1 = -4,5s \end{cases}$$

با توجه به اینکه حرکت در لحظه صفر آغاز شده است، تنها پاسخ $t = 2,5s$ قابل قبول است.

توجه: در رابطه مکان-زمان به ازای هر مقدار x ممکن است چند مقدار برای t به دست بیاید و یا اینکه مقداری برای t به دست نیاید. به بیان دیگر، متحرک ممکن است از یک مکان مشخص چند بار عبور کرده باشد و یا اینکه از یک مکان مشخص عبور نکند.

۳۰)

مطابق شکل روبه‌رو، خودرو سه چهارم محیط میدان را پیموده است.



$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده شده} l = \frac{3}{4}(2\pi R) = \frac{3}{2}\pi R \\ \text{اندازه جابه‌جایی} d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R \end{cases}$$

$$S_{av} = 27km/h = 27 \times \left(\frac{1}{3,6}m/s\right) = \frac{15}{2}m/s$$

$$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{3}{2}\pi R}{\Delta t} \Rightarrow 7,5m/s = \frac{\frac{3}{2} \times 3 \times 48m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{144}{5}s$$

$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \times 48m}{\frac{144}{5}s} = \frac{5\sqrt{2}}{3}m/s = \frac{5\sqrt{2}}{3}(3,6km/h) = 6\sqrt{2}km/h$$

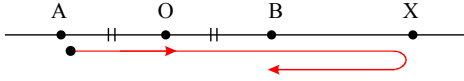
راه حل دوم: نسبت اندازه سرعت متوسط به تندی متوسط برابر نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت است.

راه حل اول:



$$\frac{v_{av}}{S_{av}} = \frac{d}{l} = \frac{\sqrt{2}R}{\frac{3}{2}\pi R} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \Rightarrow v_{av} = \frac{2\sqrt{2}}{3\pi} \times 27 km/h = 6\sqrt{2} km/h$$

۳۱) مانند شکل زیر فرض می‌کنیم متحرک در نقطه X تغییر جهت داده است و نقطه وسط A و B را O می‌نامیم.



راه حل اول:

$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده شده } l = AX + BX = 180m \\ \text{اندازه جابه‌جایی } d = AB = AX - BX = 100m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} AX = 140m \\ BX = 40m \end{cases}$$

$$\Rightarrow OX = OB + BX = \frac{AB}{2} + BX = \frac{100}{2} + 40 = 90m$$

راه حل دوم:

$$\left. \begin{aligned} AX &= AO + OX = \frac{AB}{2} + OX \\ BX &= OX - OB = OX - \frac{AB}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow AX + BX = 2OX$$

$$\Rightarrow OX = \frac{AX + BX}{2} = \frac{\text{مسافت پیموده شده}}{2} = 90m$$

توجه: راه حل دوم نشان می‌دهد که پاسخ این سؤال به اندازه جابه‌جایی بستگی ندارد و نصف مسافت پیموده شده است.

۳۲)

الف د

ب (ن)

پ (د)

۳۳)

الف لحظه‌ای

۳۴)

الف درست

ب نادرست

۳۵)

الف نرده‌ای

ب مکان

پ تغییر سرعت

۳۶)

الف در جهت مثبت محور x

ب

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{4 - (-4)}{8} \Rightarrow v_{av} = 1 \frac{m}{s}$$

پ

$$l \geq 8m$$

اگر مسافت طی شده توسط متحرک را با l نمایش دهیم:

۳۷) با توجه به خط راست بودن نمودار سرعت - زمان، رابطه سرعت - زمان درجه یک است.

رابطه سرعت - زمان را به صورت $v = mt + b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$v = mt + b \Rightarrow \begin{cases} t = 0, v = v_0 \Rightarrow v_0 = m \times 0 + b \Rightarrow b = v_0 \\ t = T, v = 0 \Rightarrow 0 = m \times T + b \Rightarrow m = \frac{-b}{T} \Rightarrow m = -\frac{v_0}{T} \end{cases}$$

$$\Rightarrow v = -\frac{v_0}{T}t + v_0$$

۳۸) ثانیه اول حرکت از لحظه صفر تا لحظه ۱ s و ثانیه پنجم حرکت از لحظه ۴ s تا لحظه ۵ s است. بنابراین، سرعت متحرک را در لحظه‌های صفر، ۱ s، ۴ s و ۵ s به دست می‌آوریم.



$$v = 0,5t^3 - 2,5t^2 + 1 \Rightarrow \begin{cases} t = 0s \Rightarrow v(0s) = 0,5 \times 0 - 2,5 \times 0 + 1 = +1m/s \\ t = 1s \Rightarrow v(1s) = 0,5 \times 1^3 - 2,5 \times 1^2 + 1 = -1m/s \\ t = 4s \Rightarrow v(4s) = 0,5 \times 4^3 - 2,5 \times 4^2 + 1 = -7m/s \\ t = 5s \Rightarrow v(5s) = 0,5 \times 5^3 - 2,5 \times 5^2 + 1 = +1m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تغییر سرعت در ثانیه پنجم}}{\text{تغییر سرعت در ثانیه اول}} = \frac{v(5s) - v(4s)}{v(1s) - v(0s)} = \frac{(+1m/s) - (-7m/s)}{(-1m/s) - (+1m/s)} = \frac{+8m/s}{-2m/s} = -4$$

۳۹ الف) در رابطه سرعت - زمان $t = 0s$ را جایگزین می‌کنیم.

$$v = \sqrt{t^2 - 7t + 4} \xrightarrow{t=0s} v(0s) = \sqrt{0 - 7 \times 0 + 4} + 2 \times 0 = 2m/s$$

ب) در رابطه سرعت - زمان $v = 16m/s$ را جایگزین می‌کنیم.

$$v = \sqrt{t^2 - 7t + 4} \xrightarrow{v=16m/s} 16 = \sqrt{t^2 - 7t + 4} + 2t$$

$$\Rightarrow 16 - 2t = \sqrt{t^2 - 7t + 4} \xrightarrow{\text{توان ۲}} 256 - 64t + 4t^2 = t^2 - 7t + 4$$

$$\Rightarrow 3t^2 - 57t + 252 = 0 \Rightarrow t^2 - 19t + 84 = 0$$

$$\Rightarrow (t - 7)(t - 12) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = 7s \\ t = 12s \end{cases}$$

باتوجه به رابطه $16 - 2t = \sqrt{t^2 - 7t + 4}$ جواب $t = 12s$ قابل قبول نیست؛ زیرا $16 - 2t$ برابر جذر یک عدد و مقداری مثبت است و در این معادله باید $t < 8s$ باشد. (جواب غیرقابل قبول هنگام به توان دو رساندن دو طرف معادله در معادله وارد شده است)
بنابراین در لحظه $t = 7s$ سرعت حرکت برابر 16 متر بر ثانیه می‌شود.

۴۰ الف)

$$\begin{cases} \vec{d}_1 = (+15m)\vec{i} \\ \vec{d}_2 = (+5m)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{(+5m)\vec{i} - (+15m)\vec{i}}{8s - 3s} = \frac{(-10m)\vec{i}}{5s} = (-2m/s)\vec{i}$$

ب)

$$\begin{cases} \vec{v}_1 = (-12m/s)\vec{i} \\ \vec{v}_2 = (+8m/s)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{t_2 - t_1}$$

$$= \frac{(+8m/s)\vec{i} - (-12m/s)\vec{i}}{8s - 3s} = \frac{(+20m/s)\vec{i}}{5s} = (+4m/s^2)\vec{i}$$

۴۱ می‌دانیم بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است. پس در یک بازه زمانی دلخواه، \vec{v}_1 (سرعت اولیه) و \vec{v}_2 (سرعت نهایی) هم‌راستا با مسیر حرکت هستند. از طرفی، هرگاه دو بردار هم‌راستا باشند، جمع و تفاضل آنها هم‌راستا با آنها است. در نتیجه، $\Delta \vec{v}$ (تغییر سرعت) نیز هم‌راستا با \vec{v}_1 و \vec{v}_2 و مسیر حرکت است. همچنین با توجه به تعریف شتاب متوسط می‌دانیم \vec{a}_{av} (بردار شتاب متوسط) همواره هم‌جهت (هم‌راستا و هم‌سو) با $\Delta \vec{v}$ (بردار تغییر سرعت) است. بنابراین، بردار شتاب متوسط هم‌راستا با مسیر حرکت است.

۴۲ الف) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار نباشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت است. در نتیجه، اندازه سرعت یا تندى و همچنین جهت سرعت یا جهت حرکت نیز ثابت هستند. بنابراین در حرکت جسمی که شتاب ندارد، تندى، جهت حرکت و سرعت همگی ثابت هستند و هیچ کدام تغییر نمی‌کنند.

ب) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار باشد، سرعت جسم تغییر می‌کند. تغییر سرعت جسم می‌تواند به دلیل تغییر در اندازه بردار سرعت (تغییر تندى) یا تغییر در جهت بردار سرعت (جهت حرکت) باشد. بنابراین، سرعت تغییر می‌کند، اما تندى یا جهت حرکت (یکی از آنها) ممکن است تغییر نکرده باشد.

۴۳

$$(v_{av})_{t_1 - t_M} = 2(v_{av})_{t_M - t_2} \Rightarrow \frac{x_M - x_1}{t_M - t_1} = 2 \frac{x_2 - x_M}{t_2 - t_M}$$

$$\Rightarrow \frac{x_M - (-16)}{5 - 2} = 2 \frac{(+50) - x_M}{10 - 5} \Rightarrow \frac{x_M + 16}{3} = 2 \frac{50 - x_M}{5}$$

$$\Rightarrow 5x_M + 80 = 300 - 6x_M \Rightarrow 11x_M = 220 \Rightarrow x_M = +20m$$

۴۴ ابتدا بردار مکان اولیه جسم را به دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{1av} = \frac{\vec{d}_1 - \vec{d}_0}{t_1 - t_0} \Rightarrow -2,5\vec{i} = \frac{+12\vec{i} - \vec{d}_0}{8 - 0} \Rightarrow -20\vec{i} = +12\vec{i} - \vec{d}_0 \Rightarrow \vec{d}_0 = (+32m)\vec{i}$$

حالا سرعت متوسط جسم از لحظه صفر تا لحظه $t_2 = 20s$ را حساب می‌کنیم.

$$\vec{v}_{2av} = \frac{\vec{d}_2 - \vec{d}_0}{t_2 - t_0} = \frac{(-8\vec{i}) - (+32\vec{i})}{20 - 0} = (-2m/s)\vec{i}$$

۴۵ الف) عقربه ثانیه‌شمار در مدت نیم دقیقه، نیم دور می‌چرخد و نوک آن به اندازه قطر دایره مسیر حرکت آن جابه‌جا می‌شود.

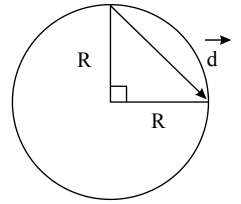
$$v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2R}{\Delta t} = \frac{2 \times 1,5m}{30s} = \frac{1}{10}m/s$$

ب) عقربه دقیقه‌شمار در مدت ۱۵ دقیقه، یک چهارم دور می‌چرخد و نوک آن مطابق شکل زیر جابه‌جا می‌شود:



$$d = \sqrt{R^2 + R^2} = \sqrt{2}R$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2}R}{\Delta t} = \frac{\sqrt{2} \times 1,5m}{15 \times 60s} = \frac{\sqrt{2}}{600} m/s$$



۴۶ عقربه ساعت شمار در مدت ۱۲ ساعت، یک دور کامل می چرخد.

$$S_h = \frac{l_h}{\Delta t_h} = \frac{2\pi R_h}{\Delta t_h} = \frac{2 \times \pi \times 0,09m}{12 \times 3600s}$$

$$= \frac{5\pi}{12} \times 10^{-5} m \approx \frac{5}{4} \times 10^{-5} m$$

عقربه دقیقه شمار در مدت ۱ ساعت، یک دور کامل می چرخد.

$$S_m = \frac{l_m}{\Delta t_m} = \frac{2\pi R_m}{\Delta t_m} = \frac{2 \times \pi \times 0,15m}{3600s}$$

$$= \frac{5\pi}{6} \times 10^{-4} m \approx \frac{5}{2} \times 10^{-4} m$$

عقربه ثانیه شمار در مدت ۱ دقیقه، یک دور کامل می چرخد.

$$S_s = \frac{l_s}{\Delta t_s} = \frac{2\pi R_s}{\Delta t_s} = \frac{2 \times \pi \times 0,15m}{60s}$$

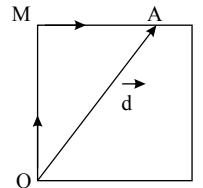
$$= \frac{\pi}{2} \times 10^{-2} m \approx \frac{3}{2} \times 10^{-2} m$$

۴۷ در شکل های زیر، فرض کرده ایم ذره از نقطه O شروع به حرکت کرده است. همچنین ضلع مربع a فرض شده است.

الف) ذره، یک ضلع را به طور کامل می پیماید و در مسیر ضلع دوم به نقطه A می رسد.

$$d_1 = \sqrt{OM^2 + MA^2} = \sqrt{a^2 + (l-a)^2} = \sqrt{60^2 + (105-60)^2}$$

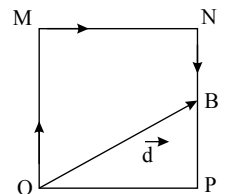
$$\Rightarrow d_1 = \sqrt{60^2 + 45^2} = 15\sqrt{4^2 + 3^2} = 15 \times 5 = 75cm$$



ب) ذره، دو ضلع را به طور کامل می پیماید و در مسیر ضلع سوم به نقطه B می رسد.

$$d_2 = \sqrt{OP^2 + PB^2} = \sqrt{a^2 + (3a-l)^2} = \sqrt{60^2 + (3 \times 60 - 148)^2}$$

$$\Rightarrow d_2 = \sqrt{60^2 + 32^2} = 4\sqrt{15^2 + 8^2} = 4 \times 17 = 68cm$$



۴۸ الف) مسافت برابر طول کمان ۱۲۰ درجه از یک دایره و برابر یک سوم محیط دایره است.

$$l = \frac{1}{3} \times \text{محیط دایره} = \frac{1}{3} \times 2\pi r = \frac{1}{3} \times 2\pi \times 30cm = 2\pi cm \approx 60cm$$

ب) ابتدا نسبت مسافت پیموده شده به محیط دایره را به دست می آوریم.

$$\frac{l}{2\pi r} = \frac{105}{2\pi \times 30cm} = \frac{7}{4\pi} \approx \frac{7}{12} \Rightarrow \begin{cases} \text{چرخش برحسب رادیان} = \frac{7}{4\pi} (2\pi^{rad}) = 3,5^{rad} \\ \text{چرخش برحسب درجه} \approx \frac{7}{12} (360^\circ) = 210^\circ \end{cases}$$

۴۹

الف) بدون تغییر

ب) سرعت