

۱ در نمودار جعبه‌ای داده‌های ۱۶، ۱۷٫۵، ۱۴، ۱۷، ۱۳، ۱۰، ۱۲٫۵، ۹، ۱۵ و ۱۳، تفاضل داده‌های ابتدا و انتهای جعبه، کدام است؟

- ۱) ۳      ۲) ۳٫۲۵      ۳) ۳٫۵      ۴) ۴

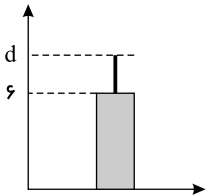
۲ داده‌های آماری ۱۳، ۱۸، ۲۰، ۱۸٫۵، ۱۴٫۵، ۱۲، ۱۵، ۱۵٫۵ و ۱۷، با نمودار جعبه‌ای تقریباً نشان داده شده است. انحراف معیار داده‌های داخل جعبه تقریباً کدام است؟

- ۱) ۱٫۵      ۲) ۱٫۳      ۳) ۱٫۲      ۴) ۱٫۱

۳ کدام دو عدد زیر را کنار داده‌های ۱۲، ۳، ۰، ۲، ۱۴، ۸، ۱۰ قرار دهیم به طوری که میانگین و میانه آن‌ها ثابت بماند.

- ۱) ۸ و ۵      ۲) ۶ و ۹      ۳) ۶٫۵ و ۷٫۵      ۴) ۵٫۵ و ۸٫۵

۴ نمودار داده‌های  $m$ ، ۵، ۳، ۲ به صورت زیر است. مقدار  $d$  کدام است؟



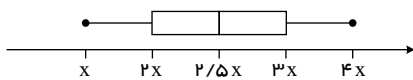
۱)  $3 + \frac{\sqrt{10}}{2}$       ۲)  $3(2 + \frac{\sqrt{10}}{2})$

۳) ۹۶      ۴)  $3(2 + \sqrt{10})$

۵ کدام دو عدد را در کنار اعداد زیر قرار دهیم تا میانه و میانگین تغییری نکنند؟

۳، ۵، ۶، ۹، ۱۲

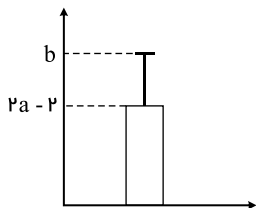
- ۱) ۸، ۱۰      ۲) ۴، ۱۰      ۳) ۱۰، ۱۲      ۴) ۲، ۸



۶ با توجه به نمودار جعبه‌ای فوق کدام گزینه نادرست است؟

- ۱) اختلاف چارک سوم از میانه برابر چارک اول از اولین عدد است.      ۲) اختلاف میانه از چارک اول برابر اختلاف چارک سوم از میانه است.  
۳) دامنه تغییرات سه برابر دامنه میان چارکی است.      ۴) میانه در وسط دامنه میان چارکی است.

۷ نمودار میانگین و انحراف معیار داده‌های ۱۳ و  $3a - 4$  و  $a$  و ۳ به شکل زیر است. مقدار  $b$  کدام است؟



۱)  $5 + \sqrt{17}$       ۲) ۲۵

۳) ۱۷      ۴)  $8 + \sqrt{17}$

۸ در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر شاغل‌اند. در این منطقه ۱۴۳ نفر ۱۶ ساله و بیشتر جویای کار هستند، حداقل چند شغل ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر از ۶ درصد باشد؟

- ۱) ۴۰      ۲) ۴۵      ۳) ۵۰      ۴) ۶۰

۹ اگر درآمد افراد یک جامعه ۲ برابر شود، مقادیر خط فقر با استفاده از میانگین ( $a$ ) و خط فقر با استفاده از میانه ( $b$ ) چه تغییری می‌کند؟

- ۱)  $a$  و  $b$  ۲ برابر می‌شوند.      ۲)  $a$  و  $b$  ۴ برابر می‌شوند.      ۳)  $a$ ، ۲ برابر و  $b$ ، ۴ برابر می‌شود.      ۴)  $a$ ، ۴ برابر و  $b$ ، ۲ برابر می‌شود.

۱۰ اگر در شاخص بهای کالا و خدمات، واحد اندازه‌گیری ۲ برابر شود، آنگاه تغییرات مقدار این شاخص، کدام است؟

- ۱) تغییر نمی‌کند.      ۲) نصف می‌شود.      ۳) دو برابر می‌شود.      ۴) قابل پیش‌بینی نیست.

۱۱) سبد کالایی از ۳ کالا تشکیل شده است. قیمت سه نوع کالا در سال پایه ۲۰۰۰ و ۷۵۰۰ و ۳۵۰۰ واحد پول و در سال موردنظر به ترتیب ۳۰۰۰ و ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰ واحد پول است. تعداد موردنیاز این سه کالا در سال به ترتیب ۶۰ و ۱۰۰ و ۸۰ است. مقدار تورم این سبد کالا تقریباً چند درصد است؟

- ۱) ۳۵٫۸      ۲) ۳۷٫۴      ۳) ۳۹٫۲      ۴) ۴۰٫۱

۱۲) در یک منطقه ۲۲۵ نفر از افراد ۱۸ ساله و بیشتر جویای کار هستند. اگر ۴۵ شغل ایجاد شود، ۵ درصد از نرخ بیکاری کمتر می‌شود، چند شغل دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری  $\frac{1}{3}$  کاهش یابد؟

- ۱) ۳۰      ۲) ۶۰      ۳) ۷۵      ۴) ۱۵۰

۱۳) در یک منطقه ۱۵۰۰ نفر از افراد ۱۸ ساله و بیشتر هستند. اگر با ایجاد  $n$  شغل ۲۰ درصد از تعداد بیکارها کم شود، نرخ بیکاری ۵ درصد کاهش می‌یابد. چند شغل دیگر ایجاد شود تا نرخ بیکاری  $\frac{2}{3}$  کاهش یابد؟

- ۱) ۵۰      ۲) ۱۲۵      ۳) ۱۷۵      ۴) ۲۵۰

۱۴) قیمت برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب ۴۲ و ۱۳۷٫۵ هزار تومان و در سال موردنظر به ترتیب ۱۲۰ و ۲۴۰ هزار تومان است. اگر شاخص بهای برنج و گوشت در سال موردنظر ۲۴۰ و مقادیر مصرفی برنج و گوشت به ترتیب  $a$  و ۱۶ کیلوگرم باشد، مقدار  $a$  چند کیلوگرم است؟

- ۱) ۴۸      ۲) ۵۰      ۳) ۶۴      ۴) ۷۵

۱۵) داده‌های زیر، درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان و خط فقر با استفاده از میانگین در این جامعه ۳٫۵ میلیون تومان است. اگر برای محاسبه خط فقر از میانه استفاده شود، چند نفر از افراد این جامعه، زیر خط فقر هستند؟

۱۹، ۸٫۲، ۱٫۸، ۲٫۲، ۶، ۱۳، ۳٫۴، ۳٫۴،  $a$ ، ۶٫۲، ۱۰، ۴٫۸

- ۱) ۵      ۲) ۴      ۳) ۳      ۴) ۲

۱۶) در یک نمونه تصادفی از کارکنان یک شرکت، میانه و میانگین درآمد ماهیانه آنان، به ترتیب ۶ و ۲۲ میلیون تومان است. اگر ۳ نفر آنان درآمد بسیار بالایی داشته باشند، خط فقر مناسب برای این جامعه چند میلیون تومان است؟

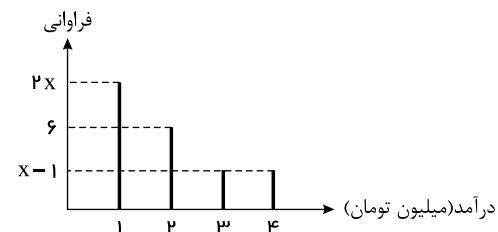
- ۱) ۳      ۲) ۱۱      ۳) ۷      ۴) ۱۴

۱۷) کشوری ۵۰ میلیون نفر جمعیت دارد که ۸۰٪ آن‌ها جمعیت فعال می‌باشند. اگر در این کشور ۳۰ میلیون نفر مشغول به کار باشند، حداقل چند میلیون شغل جدید باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری کمتر یا مساوی ۵ درصد شود؟

- ۱) ۵      ۲) ۶      ۳) ۷      ۴) ۸

۱۸) در یک شهر جمعیت فعال ۴۸ هزار نفر و جمعیت شاغل ۳۶ هزار نفر است. حداقل چند شغل جدید ایجاد شود تا نرخ بیکاری مساوی یا کمتر از ده درصد باشد؟

- ۱) ۷۲۰۰      ۲) ۷۸۰۰      ۳) ۶۲۰۰      ۴) ۶۸۰۰



۱۹) در شکل زیر، اگر خط فقر به روش میانگین برابر با ۱٫۰۲۵ باشد، مقدار  $x$  کدام است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۳      ۴) ۴

۲۰) اگر درآمد ماهانه اعضای یک جامعه آماری کوچک به صورت ۳، ۶، ۱۳، ۱۴، ۵، ۲۰، ۳، ۱ (برحسب میلیون تومان) باشد، خط فقر به روش نصف میانه ( $M$ ) چه ارتباطی با خط فقر به روش نصف میانگین ( $N$ ) دارد؟

- ۱)  $N = M$       ۲)  $N > M$       ۳)  $N = 2M$       ۴)  $M > N$

۲۱) در سال ۹۰ (پایه) اگر شاخص مسکن برابر ۱۰۰ و هزینه مسکن در هر ماه به طور متوسط ۱ میلیون تومان باشد، برای آنکه شاخص مسکن در سال ۹۷، برابر ۱۶۵ باشد، هزینه مسکن در هر ماه، به طور متوسط چند درصد اضافه شده است؟

- ① ۲۰%      ② ۱۵۰%      ③ ۴۰%      ④ ۶۵%

۲۲) در یک منطقه ۱۲۰۰ نفر از افراد ۱۶ ساله و بیشتر، شاغل هستند و در این منطقه ۲۰۰ نفر ۱۶ ساله و بیشتر، جویای کار هستند. چند شغل در این منطقه باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری منطقه برابر ۵ درصد شود؟

- ① ۱۲۰      ② ۱۳۰      ③ ۱۴۰      ④ ۱۵۰

۲۳) در کشوری جمعیت افراد زیر ۶۵ سال برابر با ۲۴ میلیون نفر است. اگر در این کشور ۴ میلیون نفر زیر ۱۶ سال باشند و ۱۵ میلیون نفر از جمعیت فعال شاغل باشند، چند میلیون شغل باید ایجاد شود تا نرخ بیکاری به ۱۰ درصد برسد؟

- ① ۱      ② ۲      ③ ۳      ④ ۴

۲۴) اگر هزینه پوشاک و کفش در سال ۹۰ (سال پایه) ۱۲۰ هزار تومان بوده و شاخص این اجناس در سالهای ۹۲ و ۹۵ به ترتیب ۲۰۰ و ۳۰۰ باشد، نسبت هزینه این کالا در سال ۹۲ به ۹۵ چقدر است؟

- ①  $\frac{۳}{۴}$       ②  $\frac{۱}{۳}$       ③  $\frac{۲}{۳}$       ④  $\frac{۱}{۴}$

۲۵) اگر سبد هزینه خانواری در سال پایه از دو کالای برنج و گوشت تشکیل شده باشد و قیمت این دو کالا در سال پایه به ترتیب ۱۰۰۰۰ و ۵۰۰۰۰ ریال باشد و در سال موردنظر به ۱۵۰۰۰ و ۸۰۰۰ ریال برسد، با فرض آنکه مقادیر مصرفی برنج و گوشت در سال پایه به ترتیب معادل ۱۰۰ کیلو و ۷۰ کیلوگرم باشد، شاخص بهای برنج و گوشت تقریباً چقدر است؟

- ① ۴۹٫۵      ② ۴۵٫۸      ③ ۵۰٫۵      ④ ۵۲٫۵

۲۶) در یک جامعه آماری، درآمد افراد برحسب میلیون تومان به صورت: ۸، ۸، ۷، ۶، ۴، ۳ و در جامعه دیگر درآمد افراد برحسب میلیون تومان به صورت: ۴، ۳، ۳، ۳، ۲، ۲ است. اگر در مورد اول خط فقر را به روش میانگین و در مورد دوم خط فقر را به روش میانه به دست آوریم، اختلاف این دو خط فقر چقدر است؟

- ① ۳      ② ۳٫۵      ③ ۲      ④ ۱٫۵

۲۷) با توجه به جدول زیر اختلاف نرخ بیکاری در دو شهر A و B تقریباً چقدر است؟

	شهر B	شهر A
تعداد افراد بین ۱۶ تا ۶۵	۲۰۰۰۰۰	۳۰۰۰۰۰
تعداد افراد شاغل ۶۵ یا کمتر از ۶۵ سال	۱۶۰۰۰۰	۲۳۰۰۰۰

- ① ۷%      ② ۶%      ③ ۵%      ④ ۳%

۲۸) اگر درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان به صورت ۴، ۵، ۸، ۳، ۳، ۲، ۲، ۱، ۱ باشد و دولت بخواهد در این جامعه به افرادی که زیر خط فقر هستند به اندازه اختلاف درآمدشان با خط فقر یارانه بدهد، با محاسبه خط فقر به روش میانه دولت چند میلیون یارانه پرداخت خواهد کرد؟

- ① ۰٫۵۵      ② ۰٫۵      ③ ۰٫۰۵      ④ ۰٫۳

۲۹) اگر شاخص بهای دو کالا در سال ۹۲ برابر با ۱۰۰ و ۱۲۰ باشد و درصد تورم آنها در سال ۹۷ نسبت به سال ۹۲ را به ترتیب با  $x$  و  $y$  نشان دهیم و شاخص این کالاها در سال ۹۷ به ترتیب ۲۰۰ و ۳۰۰ باشد، کدام گزینه صحیح است؟

- ①  $x + 4y = 600$       ②  $\sqrt{x} + \frac{y}{10} = 25$       ③  $2x - y = 40$       ④  $\sqrt{\frac{y-x}{2}} = 4$

۳۰ در یک کتاب لاتین، هر جمله به طور متوسط ۱۰ کلمه دارد و درصد لغات در هر جمله دشوار نصف عدد شاخص پایه آموزش است. درصد لغات دشوار کدام گزینه می تواند باشد؟

- ۱ (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) ۴ (۴)

۳۱ درآمد افراد یک جامعه برحسب میلیون تومان به صورت مرتب شده از کوچک به بزرگ در زیر آمده است. اگر خط فقر به روش میانه برابر یک باشد، خط فقر به روش میانگین کدام است؟

- ۱٫۱ (۱) ۱٫۲ (۲) ۲٫۲ (۳) ۲٫۴ (۴)

۳۲ کشوری ۵۰ میلیون نفر جمعیت دارد که ۸۰ درصد آنها بین ۱۶ تا ۶۵ سال هستند. از بین این افراد ۶۰٪ شاغل هستند. اگر بخواهیم نرخ بیکاری به ۱۰ درصد برسد باید چند میلیون شغل ایجاد کنیم؟

- ۱۰ (۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۷ (۴)

۳۳ در نمودار سری زمانی، خطا برای هر نقطه از نمودار رسم شده، برابر کدام است؟

- ۱ قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از درون یابی آن  
 ۲ نصف درون یابی خطی است.  
 ۳ قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی از برون یابی آن  
 ۴ نصف برون یابی خطی است.

۳۴ در یک مرکز خرید، تعداد مشتریها بین ساعت ۹ تا ۱۳ در جدول زیر آمده است. درون یابی خطی آن در ساعت ۱۰٫۵، کدام است؟

۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳
۱۰۰	۱۵۰	۱۹۰	۲۵۰	۱۲۰

- ۱۷۰ (۱) ۱۷۲ (۲) ۱۷۵ (۳) ۱۷۸ (۴)

۳۵ نرخ تورم کشوری با فاصله های زمانی دو سال، به صورت جدول زیر است. درون یابی آن در سال نهم، کدام است؟

سال (x)	۲	۴	۶	۸	۱۰
تورم (y)	۱۴	۱۸	۱۲	۲۰	۲۶

- ۲۲ (۱) ۲۳ (۲) ۲۴ (۳) ۲۵ (۴)

۳۶ مقدار بارندگی یک شهر در روزهای مختلف هفته اول سال، برحسب میلی متر، به صورت جدول زیر است؟

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه
مقدار بارندگی (میلی متر)	۱۲	۱۱	۵	۱۳	۷	۱۵	x

در جدول فوق داده x معلوم است. پیش بینی می شود مقدار بارندگی این شهر روز سه شنبه هفته جدید ۱۵ میلی متر باشد. میانگین مقدار بارندگی در هفته اول سال، کدام است؟

- ۹ (۱) ۱۰٫۸ (۲) ۱۱٫۲ (۳) ۱۴ (۴)

۳۷ تعداد کالای فروخته شده توسط یک فروشگاه در هفته های اول تا هفتم به صورت جدول زیر است:

هفته	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷
تعداد کالاهای فروخته شده	۸	x	۵	y	۱۵	۱۰	۱۲

پیش بینی ها به کمک برون یابی خطی نشان می دهد که تعداد کالایی که در هفته نهم به فروش می رسد ۸ کالا است. مقدار  $x + y$  کدام است؟

- ۲۶ (۱) ۳۶ (۲) ۵۰ (۳) ۷۶ (۴)

۳۸) نرخ تورم کشوری در فاصله زمانی ۳ سال، به صورت زیر است. برون یابی آن، در سال شانزدهم، کدام است؟

سال ( $x$ )	۳	۶	۹	۱۲	۱۵
تورم ( $y$ )	۲۰٫۵	۲۴	۲۲	۲۷	۲۱٫۵

۲۱٫۲۵ (۲)

۲۱ (۱)

۲۲ (۴)

۲۱٫۷۵ (۳)

۳۹) جدول زیر مربوط به تعداد مشتریان یک فروشگاه در برخی از ساعات یک روز است. تخمین تعداد مشتریان در ساعت ۱۷ با استفاده از برون یابی، کدام است؟

ساعت	۱۰	۱۲	۱۴	۱۶
تعداد مشتریان	۱۲۰	۱۰۰	۱۷۰	۲۱۰

۲۱۰ (۴)

۲۵۰ (۳)

۲۴۰ (۲)

۲۳۰ (۱)

۴۰) در مورد گردآوری داده‌ها، کدام بیان درست است؟

۱) علم آمار مطالعه نحوه گردآوری، سازمان‌دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است. (۲) یک روش آماری مناسب می‌تواند دقیق‌تر از داده‌ها و حقایق اصلی باشد.

۳) دادگان‌ها همیشه اطلاعات ثبتي را در اختیار آمارگر قرار می‌دهند. (۴) عدد آماره همواره کوچک‌تر از عدد پارامتر است.

۴۱) میانگین داده‌های داخل و روی جعبه نمودار جعبه‌ای که برای داده‌های ۸، ۵، ۱۱، ۹، ۶، ۱۴، ۷، ۱۳ رسم می‌شود، کدام است؟

۸ (۴)

۸٫۲۵ (۳)

۸٫۷۵ (۲)

۹ (۱)

۴۲) در یک جامعه آماری، کدام مشخصه عددی درست است؟

۱) پارامتر ثابت و آماره ثابت (۲) پارامتر ثابت و آماره متغیر (۳) پارامتر متغیر و آماره ثابت (۴) پارامتر متغیر و آماره متغیر

۴۳) برای اندازه‌گیری ویژگی افراد یا اشیاء با دقت زیاد از کدام مقیاس اندازه‌گیری، استفاده می‌شود؟

فاصله‌ای (۴)

ترتیبی (۳)

نسبتی (۲)

اسمی (۱)

۴۴) برای اندازه‌گیری داده‌هایی که قابل مرتب کردن بوده و فقط اختلاف بین مقادیر داده‌ها با معناست، از کدام مقیاس اندازه‌گیری استفاده می‌شود؟

فاصله‌ای (۴)

ترتیبی (۳)

نسبتی (۲)

اسمی (۱)

۴۵) نوع متغیر رتبه‌های شرکت‌کنندگان، در آزمون سراسری کدام است؟

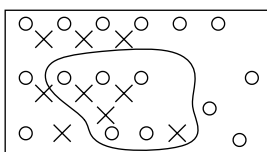
کیفی - ترتیبی (۴)

کمی - ترتیبی (۳)

کمی - فاصله‌ای (۲)

کمی - نسبتی (۱)

۴۶) مطابق جامعه آماری در شکل زیر در یک نمونه‌گیری از طرفداران دو باشگاه استقلال و پرسپولیس، ۵ طرفدار استقلال و ۴ طرفدار پرسپولیس پیدا شدند. حاصل ضرب آماره و پارامتر طرفداران استقلال کدام است؟ (هر دایره و هر ضربدر به ترتیب یک طرفدار استقلال و یک پرسپولیس است.)



$\frac{1}{8}$  (۲)

$\frac{5}{8}$  (۱)

$\frac{3}{8}$  (۴)

$\frac{16}{45}$  (۳)

۴۷) در یک نمایندگی خودرو، روزانه حداقل یک دستگاه خودرو به فروش می‌رسد. اطلاعات فروش روزانه این نمایندگی در یک هفته، مطابق جدول زیر کامل می‌شود. اگر معلوم شود بیشترین فروش روزانه در روز یکشنبه بوده، متوسط تعداد فروش روزانه این نمایندگی در این هفته، کدام عدد زیر، می‌تواند باشد؟

روز	شنبه	یکشنبه	دوشنبه	سه‌شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه
تعداد فروش		۸				

۸ (۴)

۵ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۸) اگر تفاضل میانگین از داده‌های آماری یک دسته داده آماری به صورت  $2, 1, b, 6, a, 4, 1, 0, -6$  باشد، در این صورت  $a + b$  کدام است؟

-۶ (۴)

-۸ (۳)

۶ (۲)

۸ (۱)

۴۹) اگر میانگین داده‌های  $3, x_4, 2, x_3, 1, x_2, 1, x_1$  برابر  $\bar{x}$  باشد، میانگین داده‌های  $3, 2x_4, 2, 2x_3, 1, 2x_2, 2x_1$  کدام است؟

$2\bar{x} + \frac{1}{2}$  (۴)

$2\bar{x} - \frac{3}{2}$  (۳)

$2\bar{x} - 1$  (۲)

$2\bar{x}$  (۱)

۵۰ میانگین قیمت خرید ۵ کتاب برابر ۲۵ است و بعد از بررسی متوجه شدیم یکی از آن‌ها رایگان داده شده است. اگر قرار بود کتابی که رایگان داده شده، رایگان نباشد، میانگین برابر ۳۵ می‌شد، قیمت واقعی کتاب رایگان کدام است؟

- ۱) ۶۵      ۲) ۵۵      ۳) ۵۰      ۴) ۶۰

۵۱ در داده‌های آماری ۱۵، ۱۷، ۱۰، ۱۲٫۵، ۱۳، ۹، ۱۶، ۱۷٫۵، ۱۳، ۱۴، تفاضل میانه از میانگین، کدام است؟

- ۱) ۰٫۱      ۲) ۰٫۲      ۳) ۰٫۳      ۴) ۰٫۴

۵۲ اگر حاصل تفاضل میانگین از داده‌ها به صورت ۵،  $a$ ، ۴، ۰، ۱،  $-۳$ ،  $-۸$  باشد، آنگاه حاصل  $a + ۳$  کدام است؟

- ۱) ۱٫۵      ۲) ۲      ۳) ۱      ۴) ۴

۵۳ اگر میانگین داده‌های  $۳ - ۳x_۳ + ۳$  و  $۳ - ۳x_۲ + ۳$  و  $۳ - ۳x_۱ + ۳$  برابر ۱۵ باشد، آنگاه میانگین داده‌های  $۲x_۳$ ،  $۲x_۲$  و  $۲x_۱$  کدام است؟

- ۱)  $-۸$       ۲)  $-۴$       ۳)  $-۳$       ۴)  $-۱٫۵$

۵۴ میانگین و مد در داده‌های  $x$ ، ۱۳، ۱۲، ۱۲، ۱۲، ۱۰، ۸، با هم برابرند.  $x$  کدام است؟

- ۱) ۱۵      ۲) ۱۶      ۳) ۱۷      ۴) ۱۸

۵۵ در مورد این داده‌ها کدام گزینه صحیح است؟

۱، ۲، ۸، ۷، ۴، ۴، ۳، ۵، ۴، ۸، ۹، ۱۰، ۱۱

- ۱) میانگین < مد < میانه      ۲) مد < میانگین < میانه      ۳) میانه = میانگین < مد      ۴) میانگین < میانه < مد

۵۶ اگر میانگین داده‌های  $۱ - x_۳$ ،  $x_۲ + ۳$  و  $x_۱$  برابر  $\bar{x}$  باشد، آنگاه میانگین داده‌های  $۱ - ۳x_۳$ ،  $۳ + ۳x_۲$  و  $۳x_۱$  کدام است؟

- ۱)  $۳\bar{x} - ۳$       ۲)  $۳\bar{x} - ۵$       ۳)  $۳\bar{x} - \frac{۴}{۳}$       ۴)  $۳\bar{x}$

۵۷ در داده‌های ۳۰، ۶۱، ۴۵، ۳۹، ۵۰،  $x + ۲$ ، مد منحصر به فرد و با میانگین داده‌ها برابر است، میانه داده‌های ۳۰، ۶۰، ۴۵،  $x$  کدام است؟

- ۱) ۴۳      ۲) ۴۴      ۳) ۴۵      ۴) ۴۶

۵۸ در داده‌های مرتب‌شده  $۴۳٫۵$  و  $۱۵ + ۵a$  و  $۳۱$  و  $۱۰ + ۶a$  و  $۲۸$  و  $۲۷$  و  $۲۴$  مد و میانه برابر هستند. میانگین داده‌ها کدام است؟

- ۱) میانگین با مد و میانه برابر است.      ۲) میانگین یک واحد کمتر از میانه است.  
۳) میانگین یک واحد بیشتر از میانه است.      ۴) میانگین دو واحد کمتر از میانه است.

۵۹ انحراف معیار داده‌های آماری ۱۶، ۲۰، ۱۸، ۱۵، ۱۹، ۲۰، تقریباً کدام است؟

- ۱) ۱٫۶      ۲) ۱٫۷      ۳) ۱٫۵      ۴) ۱٫۹

۶۰ نمرات ادبیات دانش‌آموزی در ۱۰ آزمون به صورت زیر است. با حذف دو نمره کمترین و بیشترین آن‌ها، مقدار انحراف معیار، تقریباً کدام است؟

۱۱، ۲۰، ۱۵، ۱۶، ۱۵، ۱۴، ۹، ۱۵، ۱۲، ۱۴

- ۱) ۰٫۹      ۲) ۱٫۲      ۳) ۱٫۷      ۴) ۱٫۶

۶۱ در داده‌های آماری ۱۸، ۸، ۱۵، ۷، ۱۴، ۹، ۱۰، ۱۱، ۱۸، ۱۰، ۱۲، ۱۷، انحراف معیار داده‌های بیشتر از چارک اول و کمتر از چارک سوم، تقریباً کدام است؟

- ۱) ۱٫۶      ۲) ۱٫۹      ۳) ۲٫۱      ۴) ۲٫۴

۶۲ در داده‌های ۱۰، ۲، ۵، ۴، ۸، ۱۲، ۲، با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟

- ۱) ۵۰      ۲) ۴۰      ۳) ۲۵      ۴) ۲۰

۶۳) جمعیت ده کشور دنیا برحسب میلیون نفر به صورت داده‌های زیر است.

۳۶, ۲۵, ۴۲, ۸, ۳, ۶۵, ۸۵, ۲۴۰, ۱۰۵۰, ۸۵

نسبت دامنه تغییرات به دامنه میان چارگی، کدام است؟

- ① ۱۲,۳۵      ② ۱۷,۴۵      ③ ۱۹,۳۵      ④ ۱۹,۵۵

۶۴) اگر  $1, 2a, 1, 4$  به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های  $11, 9, 6a, 8$  باشد، مقدار انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

- ①  $\sqrt{10}$       ②  $\frac{3}{\sqrt{5}}$       ③  $1,8$       ④  $2,5$

۶۵) اگر  $17, 25 - 16, 2a, 4$  به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز  $13, a, 4, 6$  باشد، واریانس این داده‌ها کدام است؟

- ① ۹      ② ۹,۵      ③ ۱۱      ④ ۱۱,۵

۶۶) محصول تولیدی یک شرکت، در بطری بسته‌بندی می‌شود. بنا بر آنچه روی بطری‌ها درج شده، تقریباً ۹۶٪ بطری‌های بسته‌بندی شده، بین ۲۲ و ۲۳ میلی‌لیتر است. واریانس حجم بطری‌ها کدام است؟

- ① ۲,۵۶      ② ۶,۲۵      ③ ۱۶      ④ ۲۵

۶۷) اگر انحراف معیار پنج داده برابر صفر باشد و با ترکیب داده‌های  $8, 5, 11$  با پنج داده اولیه، میانگین هشت داده تغییر نکند، انحراف معیار این هشت داده، کدام است؟

- ① ۱,۲۵      ② ۱,۵      ③ ۲,۲۵      ④ ۲,۵

۶۸) در یک جامعه با میانگین ۴۰، تقریباً ۶۸ درصد داده‌ها بین ۳۵ و ۴۵ قرار می‌گیرند. واریانس داده‌ها کدام است؟

- ① ۵      ② ۱۵      ③ ۲۵      ④ ۴۰

۶۹) میانگین و واریانس داده‌های یک جامعه به ترتیب ۱۵۲ و ۳۶ است. تقریباً ۹۶ درصد داده‌ها در کدام فاصله قرار می‌گیرند؟

- ① (۱۱۶, ۱۸۸)      ② (۱۳۴, ۱۷۰)      ③ (۱۴۹, ۱۵۸)      ④ (۱۴۰, ۱۶۴)

۷۰) میانگین ۸ داده برابر ۲۰ و انحراف معیار آن‌ها برابر ۲ است. اگر ۲ داده  $21$  و  $19$  از این داده‌ها حذف شوند، واریانس سایر داده‌های باقی‌مانده کدام است؟

- ① ۵      ② ۵,۵      ③ ۶,۳      ④ ۷,۲

۷۱) اگر واریانس داده‌های  $x_1, x_2, x_3$  برابر ۹ و میانگین آن‌ها برابر ۴ باشد، آنگاه انحراف معیار داده‌های  $3, 5, x_1, x_2, x_3$  کدام است؟

- ①  $\sqrt{\frac{29}{5}}$       ②  $\sqrt{\frac{27}{5}}$       ③  $\sqrt{\frac{31}{5}}$       ④  $\sqrt{\frac{34}{5}}$

۷۲) در داده‌های زیر نسبت اختلاف چارک اول از اولین داده بر اختلاف چارک سوم از میانه کدام است؟

۲, ۳, ۲, ۴, ۷, ۱۰, ۴, ۶, ۸

- ①  $\frac{2}{3}$       ②  $\frac{3}{7}$       ③  $\frac{1}{7}$       ④  $\frac{2}{5}$

۷۳) واریانس ۹ داده آماری برابر صفر است. اگر داده‌های ۳۲ و ۴۲ و ۳۱ را به ۹ داده اضافه کنیم، میانگین داده‌ها تغییری نمی‌کند. انحراف معیار ۱۲ داده حاصل کدام است؟

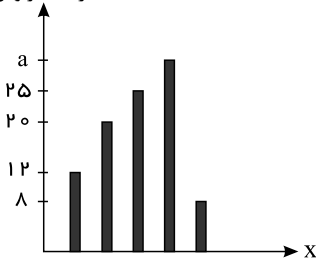
- ①  $\sqrt{\frac{74}{3}}$       ②  $\sqrt{\frac{52}{3}}$       ③  $\sqrt{\frac{73}{6}}$       ④  $\sqrt{\frac{37}{6}}$

۷۴) واریانس قیمت‌های تعدادی کالای اساسی در سال گذشته برابر ۲۰۰۰ واحد بوده است. اگر امسال ۳۰ درصد به قیمت هر یک از این کالاها اضافه شود، واریانس قیمت‌ها امسال چند واحد است؟

- ① ۱۷۲۰      ② ۳۳۸۰      ③ ۱۶۹۰      ④ ۲۷۲۰

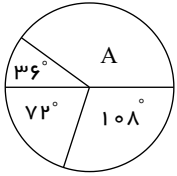
۷۵) درصد فراوانی نسبی کارکنان یک مرکز تولیدی، از نظر مهارت فنی در ۵ گروه، با نمودار میله‌ای مشخص شده است. در نمودار دایره‌ای متناظر آن بزرگترین زاویه مرکزی چند درجه است؟

درصد فراوانی



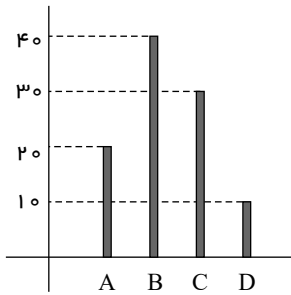
- ۱) ۱۰۸  
۲) ۱۱۲  
۳) ۱۲۰  
۴) ۱۲۶

۷۶) نمودار دایره‌ای زیر، نسبت نمرات مسئولیت‌پذیری ۸۰ نفر از کارکنان یک شرکت، در ۴ بازه مورد قبول را نشان می‌دهد. تعداد کارکنان در گروه A، کدام است؟



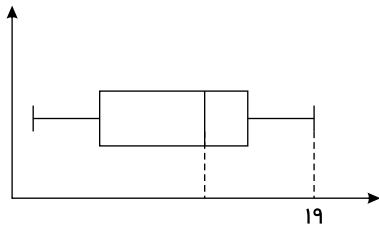
- ۱) ۳۰  
۲) ۳۲  
۳) ۳۴  
۴) ۳۶

۷۷) نمودار میله‌ای زیر، درصد تعداد عضوهای متغیر کیفی اسمی است. در نمودار دایره‌ای آن، زاویه مربوط به گروه B، چند درجه است؟



- ۱) ۱۳۲  
۲) ۱۴۴  
۳) ۱۵۰  
۴) ۱۵۶

۷۸) داده‌های نمودار زیر، اعداد فرد هستند. اگر ۵ داده کمتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانه باشد؟

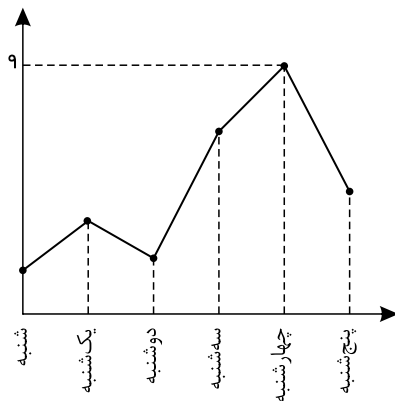


۱۶

۱۴

۱۲

۱۸

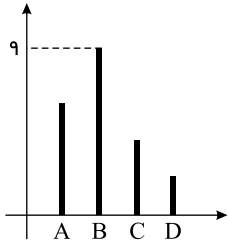


۷۹) به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می‌کنند. نمودار زیر، تعداد مراجعه‌کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می‌دهد. کدام عدد می‌تواند میانه تعداد بیماران در این هفته باشد؟

- ۱) ۲  
۲) ۳  
۳) ۶  
۴) ۷



۸۰) نمودار زیر، تعداد گل‌های زدهٔ یک فصل ۴ بازیکن  $A, B, C$  و  $D$  را نشان می‌دهد. میانگین گل زدهٔ این چهار بازیکن کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۴ (۲)

۸ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

۸۱) دامنهٔ میان چارکی نمودار جعبه‌ای شامل ۱۰ داده، ۲۵ و اختلاف چارک اول با نوک سیل‌ها ۳۸ و ۲۶ است. اگر کوچک‌ترین عضو داده‌ها ۳ باشد، مجموع مقادیر ممکن برای چارک سوم، کدام است؟

۳۶ (۴)

۶۴ (۳)

۱۰۰ (۲)

۱۲۰ (۱)

۸۲) اگر در داده‌های آماری ۲۳، ۱۹، ۱۵، ۱۵، ۱۳، ۱۰، ۱۰، ۷، ۷، ۷، ۵، ۲، ۲، داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم و داده‌های بین چارک اول و دوم را حذف کنیم، در نمودار جعبه‌ای داده‌های جدید، میانگین داده‌های داخل جعبه کدام است؟

۱۷٫۵ (۴)

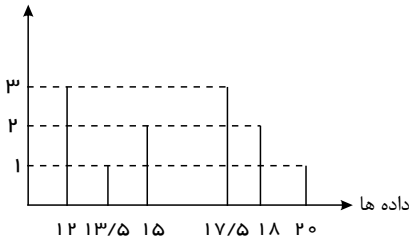
۱۳٫۵ (۳)

۹٫۵ (۲)

۶٫۵ (۱)

۸۳) نمرات دانش‌آموزان یک کلاس به صورت نمودار زیر است. اگر این نمرات را با نمودار جعبه‌ای نمایش دهیم، واریانس داده‌های داخل جعبه کدام است؟

تعداد داده‌ها



۲٫۵ (۱)

۲ (۲)

۱٫۸ (۳)

۱٫۵ (۴)

۸۴) در نمودار جعبه‌ای مضرب‌های عدد ۳ که بین ۱۰ تا ۴۰ هستند اگر داده‌های کوچکتر از چارک اول را دو برابر و داده‌های بزرگتر از چارک سوم را نصف کنیم، دامنهٔ میان چارکی در حالت جدید چگونه تغییر می‌کند؟

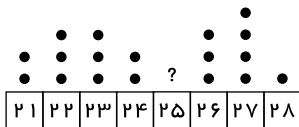
۶ واحد کاهش می‌یابد. (۴)

۶ واحد افزایش می‌یابد. (۳)

۴٫۵ واحد کاهش می‌یابد. (۲)

تغییر نمی‌کند. (۱)

۸۵) با توجه به نمودار نقطه‌ای زیر اگر میانه برابر ۲۴٫۵ باشد، تعداد نقاط روی ۲۵ چندتاست و میانگین داده‌ها چقدر است؟ (تعداد نقاط روی ۲۵ مشخص نشده)



۲۴٫۷۵ (۲)

۲۳٫۸۵ (۱)

۲۴٫۴۵ (۴)

۲۵٫۱۵ (۳)

۸۶) در یک نمودار جعبه‌ای، بزرگ‌ترین داده ۴ برابر کوچک‌ترین داده است. اگر چارک اول ۲۵، میانه برابر ۴۰، دامنهٔ میان چارکی برابر ۳۵ و سیل سمت چپ  $\frac{1}{4}$  سیل سمت راست باشد، دامنهٔ تغییرات داده‌ها کدام است؟

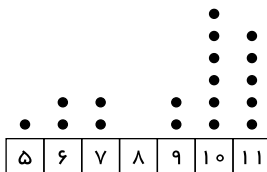
۸۰ (۴)

۷۰ (۳)

۶۰ (۲)

۵۰ (۱)

۸۷) در نمودار نقطه‌ای زیر تعداد نقطه‌های روی دادهٔ ۸ پاک شده است. اما می‌دانیم که میانگین داده‌های این نمودار قبل از پاک شدن نقاط روی ۸ برابر ۹ است. میانهٔ داده‌های نمودار قبل از پاک شدن نقاط روی ۸ کدام است؟



۱۰٫۵ (۲)

۱۰ (۱)

۱۱٫۵ (۴)

۱۱ (۳)

۸۸) در یک نمودار جعبه‌ای، بزرگ‌ترین داده، چهار برابر کوچک‌ترین داده است. چارک اول برابر ۲۴، چارک سوم برابر ۳۹ و طول سیل سمت راست ۲ برابر طول سمت چپ است. دامنهٔ تغییرات داده‌ها کدام است؟

۵۴ (۴)

۴۴ (۳)

۴۳٫۵ (۲)

۴۲٫۵ (۱)

۸۹) اگر زاویه بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۴۵ درجه باشد، داده‌ها برای چند متغیر گردآوری شده است؟

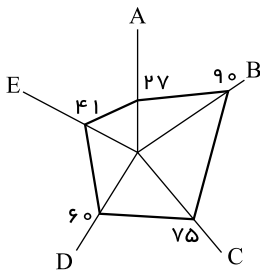
۳ (۴)

۴ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

۹۰) یک شرکت تولیدی برای سهولت مقایسه کیفیت محصول خود توسط خریداران، داده‌های گردآوری شده ۵ متغیر  $E, D, C, B, A$  به ترتیب با بیشینه‌های ۷, ۹۵, ۱, ۵, ۶ را به صورت نمودار راداری زیر (برحسب درصد) ارائه کرده است، مقدار متغیر  $E$ ، کدام است؟



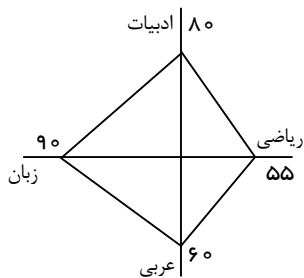
۱,۸۹ (۱)

۲,۰۵ (۲)

۱۸,۹ (۳)

۲۰,۵ (۴)

۹۱) نمودار راداری زیر برای ۴ درس یک دانش‌آموز رسم شده است. میانگین نمرات او کدام است؟ (بیشینه در هر درس ۲۰ است.)



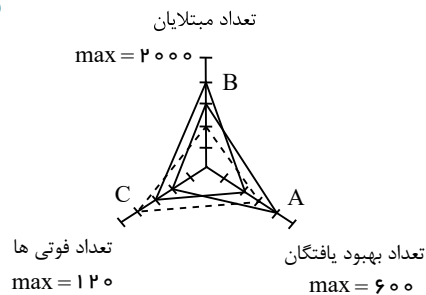
۱۵,۵ (۱)

۱۴,۵ (۲)

۱۵,۲۵ (۳)

۱۴,۲۵ (۴)

۹۲) طبق نمودار راداری زیر اگر تعداد مبتلایان، بهبودیافتگان و فوتی‌های حاصل از بیماری کرونا در سه استان  $A, B$  و  $C$  به صورت زیر باشد، درصد مرگ و میر در اثر ابتلا به کرونا در کدام استان بیش‌تر است؟



A : ---

B : ---

C : ---

در هر سه استان یکسان است. (۴)

C (۳)

B (۲)

A (۱)

۹۳) اگر تعداد ۳ متغیر به متغیرهای یک نمودار راداری اضافه کنیم زاویه بین شعاع‌ها  $\frac{2}{3}$  برابر می‌شود، زاویه بین متغیرها در حالت اول چند درجه است؟

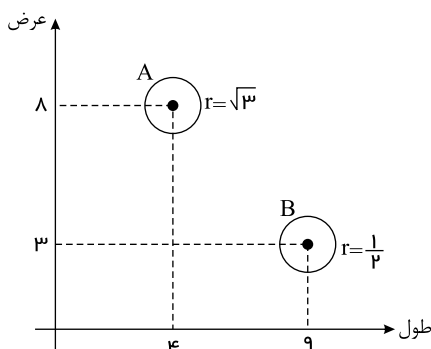
۱۲۰ (۴)

۹۰ (۳)

۶۰ (۲)

۳۰ (۱)

۹۴) در نمودار حبابی زیر محور  $x$ ها، محور  $y$ ها و مساحت دایره‌ها به ترتیب طول، عرض و ارتفاع یکسری از جعبه‌هایی به صورت مکعب‌مستطیل را نشان می‌دهد. اختلاف حجم جعبه  $A$  و جعبه  $B$  چقدر است؟ (ارتفاع جعبه‌ها مضربی از  $a$  است.)



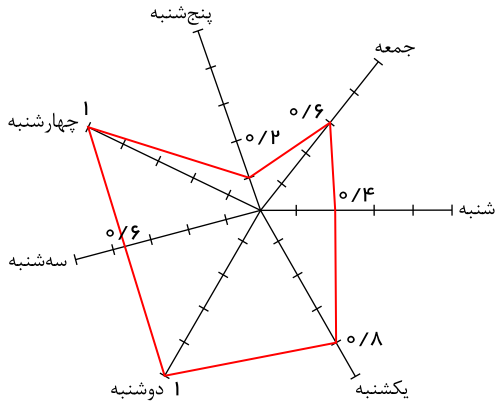
۱۴ (۱)

۸۹,۲۵a (۲)

۸۹,۲۵ (۳)

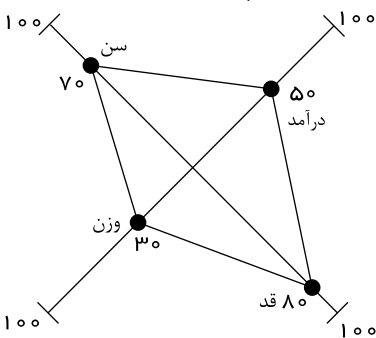
۹۶a (۴)

۹۵) نمودار راداری زیر تعداد شرکت کنندگان یک مسابقه تلویزیونی را در یک هفته (هفت روز) نشان می دهد. میانگین تعداد شرکت کنندگان در این مسابقه تقریباً کدام است؟ (حداکثر ظرفیت تعداد شرکت کنندگان ۱۰۰ نفر است).



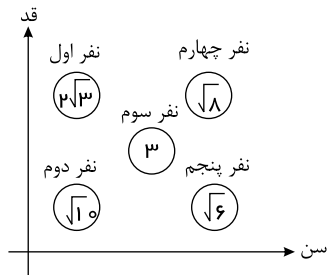
- ۱) ۶۶
- ۲) ۱۱۰
- ۳) ۸۰
- ۴) ۱۰۰

۹۶) نمودار راداری روبه رو ویژگی های یک مرد را نشان می دهد. اگر ماکزیم وزن انسان های کشور برابر با ۳۰۰ کیلوگرم باشد، اندازه وزن این مرد چند کیلوگرم است؟



- ۱) ۳۰
- ۲) ۱۰۰
- ۳) ۳۰۰
- ۴) ۹۰

۹۷) در نمودار حبابی زیر متغیر سوم وزن ۵ نفر را نشان می دهد، میانگین وزن ۵ نفر چند برابر وزن نفر دوم است؟ (اعداد داخل دایره ها برابر شعاع دایره است).



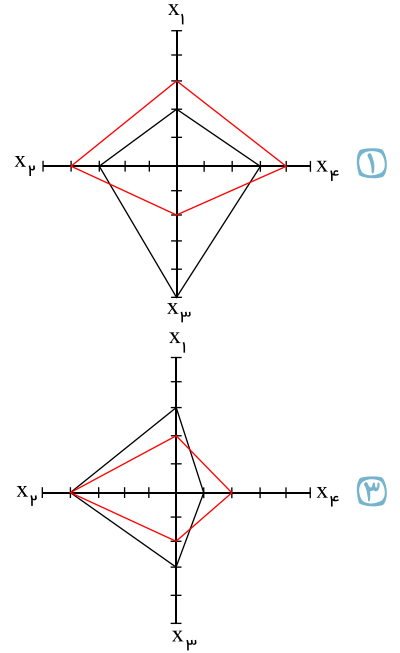
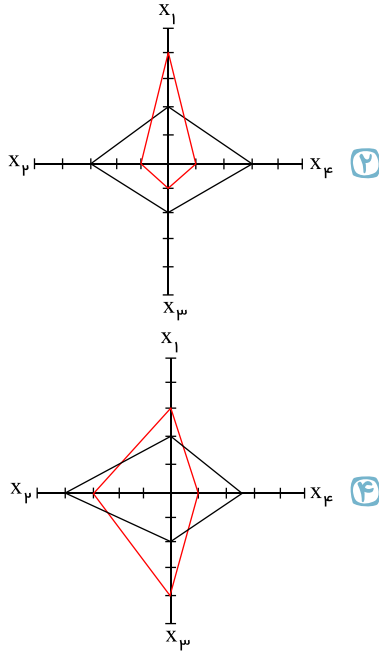
- ۱) ۱۰a
- ۲) ۰٫۹a
- ۳) ۰٫۹
- ۴)  $\sqrt{10}$

۹۸) به یک نمودار راداری ۳ متغیر اضافه می کنیم. اگر زاویه بین شعاع ها ۲۷ درجه تغییر کند، زاویه اولیه بین شعاع ها چند درجه بوده است؟

- ۱) ۴۰°
- ۲) ۷۲°
- ۳) ۲۷°
- ۴) ۴۵°

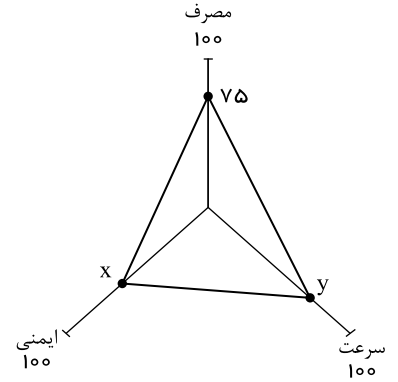
۹۹ با توجه به جدول داده‌های زیر، نمودار راداری مربوط به آن کدام گزینه است؟

بیشینه	B	A	مشاهده
			متغیر
۳۰	۱۸	۱۲	$x_1$
۵۰	۳۰	۴۰	$x_2$
۲۵	۲۰	۱۰	$x_3$
۱۲۰	۱۲	۶۰	$x_4$



۱۰۰ نمودار راداری زیر مربوط به خودروی دنا در جدول داده شده است. حاصل  $x$ ،  $y$  و  $z$  به ترتیب از راست به چپ کدام است؟

بیشینه	پژو	دنا	نام متغیر
۴۸۰	۳۵۰	۳۶۰	سرعت خودرو ( $km/h$ )
۸	۴	$z$	مصرف بنزین در کیلومتر
۵	۴	۳	تعداد ستاره‌های ایمنی



۹ - ۷۵ - ۴۰ (۴)

۶ - ۷۵ - ۶۰ (۳)

۹ - ۸۲ - ۴۰ (۲)

۶ - ۸۲ - ۶۰ (۱)

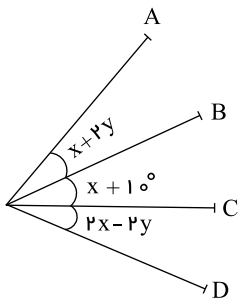
۱۰۱ شکل زیر، چهار شعاع متوالی از یک نمودار راداری است. تعداد متغیرهای این نمودار کدام است؟

۱۰ (۲)

۱۴ (۴)

۸ (۱)

۱۲ (۳)



## پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱  
چون داده‌ها زوج است میانگین دو داده وسط برابر میانه است. داریم:

$$9 - 10 - \underbrace{12,5}_{\text{چارک اول}} - 13 - \underbrace{\frac{13+14}{2}}_{=13,5} - 15 - \underbrace{16}_{\text{چارک سوم}} - 17 - 17,5$$

$$16 - 12,5 = 3,5 = \text{تفاضل ابتدا و انتهای جعبه}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$Q_1 = 13,75 \quad Q_3 = 18,25$$

$$12 - \boxed{13 - 14,5} - 15 - 15,5 - 17 - \boxed{18 - 18,5} - 20$$

داده‌های داخل جعبه: 14,5, 15, 15,5, 17, 18

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{80}{5} = 16$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{2,25 + 1 + 0,25 + 1 + 4}{5}} = \sqrt{\frac{8,5}{5}} = \sqrt{1,7} \approx 1,3$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳  
ابتدا داده‌های داده شده را از کوچک به بزرگ مرتب کرده و سپس میانگین و میانه آن‌ها را می‌یابیم:

$$0, 2, 3, \boxed{8}, 10, 12, 14 \Rightarrow \bar{x} = \frac{0 + 2 + 3 + 8 + 10 + 12 + 14}{7} = \frac{49}{7} = 7$$

↓  
میانه

می‌دانیم از آنجایی که تعداد داده‌ها فرد است داده وسطی میانه است.

میانگین داده‌ها 7 است. برای آن که میانگین داده‌ها ثابت بماند، باید دو داده با فاصله‌های برابر از میانگین (یکی کمتر و دیگری بیشتر از میانگین) به داده‌ها اضافه شود. پس گزینه‌های «ا» و «ب» غلطاند. حال اگر بخواهیم میانه نیز تغییر نکند باید یکی بزرگتر از میانه و یکی کوچکتر از میانه باشد پس نباید عددی بین میانگین و میانه قرار بگیرد. پس گزینه «ج» نادرست است و لذا گزینه «د» صحیح است. زیرا اولاً فاصله دو عدد 8,5 و 7 از میانگین 7 یکسان و برابر 1,5 است و ثانیاً 8,5 و 7 یکی کوچکتر و یکی بزرگتر از میانه هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴  
با توجه به نمودار سؤال میانگین داده‌های  $m, 5, 3, 2$  برابر با 6 (ارتفاع مستطیل) است؛ داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow \frac{2 + 3 + 5 + m}{4} = 6 \Rightarrow 10 + m = 24 \Rightarrow m = 14$$

حال انحراف معیار داده‌های 2, 3, 5, 14 را به دست می‌آوریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{(2-6)^2 + (3-6)^2 + (5-6)^2 + (14-6)^2}{4} \Rightarrow \sigma^2 = \frac{16 + 9 + 1 + 64}{4} = \frac{90}{4}$$

$$\Rightarrow \text{انحراف از معیار: } \sigma = \sqrt{\frac{90}{4}} = \frac{3\sqrt{10}}{2}$$

طول میله خط برابر انحراف معیار است، در نتیجه داریم:

$$d = 6 + \frac{3\sqrt{10}}{2} = 3\left(2 + \frac{\sqrt{10}}{2}\right)$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

برای ثابت بودن میانگین باید میانگین دو عدد اضافه شده برابر میانگین قبل باشد. پس ابتدا میانگین داده‌های داده شده را حساب می‌کنیم:

$$\bar{x} = \frac{3 + 5 + 6 + 9 + 12}{5} = \frac{35}{5} = 7$$

برای ثابت بودن میانه باید یک عدد قبل و یک عدد بعد میانه را اضافه کنیم.

$$3, 5, \boxed{6}, 9, 12$$

۶ = میانگین

$$\text{میانگین دو عدد در گزینه دوم} = \frac{10 + 4}{2} = \frac{14}{2} = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

با توجه به نمودار جعبه‌ای روبه رو داریم:

گزینه ۱: اختلاف چارک سوم از میانه برابر چارک اول از کوچکترین عدد است. X

$$|Q_3 - Q_2| = \frac{x}{2}, |Q_1 - \min| = x \rightarrow x \neq \frac{x}{2}$$

گزینه ۲: اختلاف میانه از چارک اول برابر اختلاف چارک سوم از میانه است. ✓

$$|Q_3 - Q_1| = \frac{x}{2}, |Q_3 - Q_2| = \frac{x}{2} \rightarrow \frac{x}{2} = \frac{x}{2}$$

گزینه ۳: دامنه تغییرات سه برابر دامنه میان چارکی است. ✓

$$|max - \min| = 4x - x = 3x, |Q_3 - Q_1| = 3x - 2x = x$$

گزینه ۴: میانه در وسط دامنه میان چارکی است ✓ یعنی:

$$|Q_3 - Q_1| = |Q_3 - Q_2| = \frac{x}{2}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷ با توجه به شکل میانگین داده‌ها برابر  $2a - 2$  است. میانگین داده‌ها را محاسبه کرده و با  $2a - 2$  برابر قرار می‌دهیم:

$$\bar{x} = \frac{3 + a + 3a - 4 + 13}{4} = \frac{4a + 12}{4} = a + 3 = 2a - 2 \Rightarrow a = 5 \Rightarrow \bar{x} = 8$$

⇒ داده‌ها: ۳, ۵, ۱۱, ۱۳

$$\sigma^2 = \frac{(3-8)^2 + (5-8)^2 + (11-8)^2 + (13-8)^2}{4} = \frac{25 + 9 + 9 + 25}{4} = 17$$

$$\sigma = \sqrt{17} \Rightarrow b = 8 + \sqrt{17}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

فرض کنیم  $x$  شغل جدید ایجاد شود. بنابراین:

$$\frac{143 - x}{1500 + 143} \times 100 = 6$$

$$\Rightarrow \frac{143 - x}{1500 + 143} = \frac{6}{100}$$

$$\Rightarrow 14300 - 100x = 9858$$

$$\Rightarrow 4442 = 100x \Rightarrow x = 44,42 \xrightarrow{\text{نرخ بیکاری کمتر از ۶ درصد}} x = 45 \text{ حداقل شغل}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹ با ضرب داده‌ها در عدد ثابت  $k$  مقدار میانگین و میانه نیز در  $k$  ضرب می‌شوند. پس نصف میانگین و نصف میانه نیز  $k$  برابر می‌شود. یعنی خط فقر نیز  $k$  برابر می‌شود. در نتیجه این سؤال  $a$  و  $b$  ۴ برابر می‌شوند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۰ با تغییر واحد اندازه‌گیری شاخص بهای کالا و خدمات تغییر نمی‌کند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

ابتدا شاخص بهای سه کالا را با هم حساب می‌کنیم:

$$\text{شاخص بهای سبد کالا} = \frac{60 \times 3000 + 100 \times 10000 + 80 \times 5000}{60 \times 2000 + 100 \times 7500 + 80 \times 3500} \times 100$$

$$= \frac{180,000 + 1,000,000 + 400,000}{120,000 + 750,000 + 280,000} \times 100 \approx 137,4$$

$$\text{درصد تورم} = 137,4 - 100 = 37,4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲ فرض می‌کنیم  $N$  تعداد جمعیت فعال جامعه باشد. پس:

$$\text{تعداد بیکار} = 225 \Rightarrow \text{نرخ بیکاری} = \frac{225}{N} \times 100$$

۴۵ شغل جدید ایجاد شود بیکارها ۱۸۰ نفر می‌شوند و نرخ بیکاری ۵ درصد کم می‌شود. یعنی:

$$\frac{180}{N} \times 100 = \frac{225}{N} \times 100 - 5 \Rightarrow \frac{22500 - 5N}{N} = \frac{18000}{N}$$

$$\Rightarrow 22500 - 5N = 18000 \Rightarrow N = 900$$

می‌خواهیم نرخ بیکاری  $\frac{1}{3}$  کاهش یابد پس نرخ بیکاری جدید برابر است با:

$$\frac{2}{3} \times \frac{225}{900} \times 100 = \frac{450}{3 \times 9} = \frac{50}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{50}{3} = \frac{180 - x}{900} \times 100 \Rightarrow \frac{50}{3} = \frac{180 - x}{9}$$

$$\Rightarrow 150 = 180 - x \Rightarrow x = 30$$

$$\Rightarrow 1500 = b + a$$

$$b - n = 0,8b \Rightarrow n = 0,2b$$

$$\frac{b - n}{1500} \times 100 = \frac{b}{1500} \times 100 - 5 \Rightarrow \frac{0,8b}{15} = \frac{b}{15} - 5 \Rightarrow 0,2b = 75 \Rightarrow b = 375$$

$$\Rightarrow n = 0,2 \times 375 = 75 \Rightarrow \text{تعداد بیکار جدید} = 300 \xrightarrow{\text{نرخ بیکاری}} \frac{375}{1500} \times 100 = 25$$

$$\frac{300 - x}{1500} \times 100 = \frac{1}{3} \times 25 \Rightarrow \frac{300 - x}{15} = \frac{25}{3} \Rightarrow 300 - x = 125 \quad x = 175$$

$\frac{2}{3}$  کم شود  $\frac{1}{3}$  می ماند

۱۳)  $a$  نفر شاغل و  $b$  نفر بیکار فرض می کنیم:

۱۴) به کمک رابطه محاسبه شاخص دو کالا با هم داریم:

$$\text{شاخص دو کالا} = \frac{(a \times 120) + (16 \times 240)}{(a \times 42) + (16 \times 137,5)} \times 100 = 240$$

$$\frac{10(120a + 3840)}{42a + 2200} = 24$$

$$1200a + 38400 = 1008a + 52800$$

$$1200a - 1008a = 52800 - 38400$$

$$192a = 14400 \Rightarrow a = \frac{14400}{192} = 75$$

۱۵) چون خط فقر برابر ۳٫۵ است، پس میانگین درآمدها دو برابر آن یعنی برابر  $\bar{x} = 7$  است. در نتیجه:

$$\bar{x} = \frac{19 + 1,2 + 1,8 + 2,2 + 6 + 13 + 3,4 + 3,4 + a + 6,2 + 10 + 4,8}{12} = \frac{a + 78}{12} = 7 \Rightarrow a + 78 = 84 \Rightarrow a = 6$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم:

$$1,8, 2,2, 3,4, 3,4, 4,8, \quad \underbrace{6, 6}_{Q_2 = \frac{6+6}{2} = 6} \quad 6,2, 8,2, 10, 13, 19 \Rightarrow \text{(خط فقر نصف میانه)} = \frac{6}{2} = 3$$

دو نفر با درآمد ۲٫۲ و ۱٫۸ زیر خط فقر هستند.

۱۶) چون در بین داده‌ها، داده دورافتاده داریم. برای به دست آوردن خط فقر بهتر است از روش میانه استفاده کنیم؛ داریم:

$$\text{خط فقر} = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ میلیون تومان}$$

۱۷) ۱ ۲ ۳ ۴

$$\text{میلیون نفر} = 50 \times \frac{80}{100} = 40$$

$$\text{میلیون نفر} = 40 - 30 = 10$$

اگر تعداد شغل‌های جدید را  $x$  فرض کنیم:  $10 - x =$  جمعیت بیکار جدید

$$\Rightarrow \frac{\text{جمعیت بیکار جدید}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 = \frac{10 - x}{40} \times 100 \leq 5$$

$$\Rightarrow (10 - x)100 \leq 200$$

$$\Rightarrow 10 - x \leq 2$$

$$\Rightarrow x \geq 8$$

باید حداقل ۸ میلیون شغل جدید ایجاد شود.

۱۸) فرض کنیم  $x$  هزار شغل جدید ایجاد شود، بنابراین جمعیت شاغل برابر  $x + 36$  هزار نفر و جمعیت بیکار برابر  $12 - x$  هزار نفر

است. بنابراین چون نرخ بیکاری مساوی یا کمتر از ده درصد می شود، داریم:

می دانیم: نرخ بیکاری عبارت است از نسبت جمعیت بیکار به جمعیت فعال.

$$\text{نرخ بیکاری} : \frac{12 - x}{48} \leq \frac{10}{100}$$

$$\Rightarrow \frac{12-x}{48} \leq \frac{1}{10} \Rightarrow 12-x \leq \frac{48}{10}$$

$$\Rightarrow x \geq 12 - 4,8 \Rightarrow x \geq 7,2$$

هزار شغل  $7,2 \Rightarrow x \geq 7,2$

بنابراین باید حداقل ۷۲۰۰ شغل جدید ایجاد شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹

با توجه به روش محاسبه خط فقر و نمودار میله‌ای داده شده داریم:

$$N = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow 1,025 = \frac{\bar{x}}{2} \Rightarrow \bar{x} = 2,05$$

خط فقر به روش میانگین

$$\text{مجموع فراوانی‌ها: } (x-1) + (x-1) + 6 + 2x = 4x + 4$$

$$\text{میانگین} = \frac{1(2x) + 2(6) + 3(x-1) + 4(x-1)}{4x+4} = \frac{2x+12+3x-3+4x-4}{4x+4} = 2,05$$

$$\frac{9x+5}{4x+4} = 2,05 \Rightarrow 9x+5 = 8,2x+4 \Rightarrow 0,8x = 3,2 \Rightarrow x = 4$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع داده‌ها}}{\text{تعداد داده‌ها}} = \frac{1+3+3+5+6+13+14+20}{8} = \frac{65}{8} = 8,125$$

$$N = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{8,125}{2} \approx 4,06$$

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و میانه را به دست می‌آوریم:

میانه ۱, ۳, ۳, ۵, ۶, ۱۳, ۱۴, ۲۰

$$\frac{5+6}{2} = 5,5$$

$$M = \frac{\text{میانه}}{2} = \frac{5,5}{2} = 2,75$$

$$\Rightarrow \boxed{N > M}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$$\frac{\text{شاخص مسکن در سال ۹۷} \times \text{هزینه مسکن در هر ماه سال ۹۰}}{\text{شاخص مسکن در سال ۹۰}} = \text{هزینه مسکن در هر ماه سال ۹۷}$$

$$\Rightarrow \frac{1 \times 165}{100} = 1,65$$

میلیون تومان

$$\frac{1,65-1}{1} = \frac{x}{100} \Rightarrow \boxed{x = 65\%}$$

۶۵ درصد افزایش هزینه مسکن در هر ماه است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\text{مجموعیت فعال} = 1400 = 1200 + 200 = \text{افراد بیکار بین ۱۶ تا ۶۵ سال} + \text{افراد شاغل بین ۱۶ تا ۶۵ سال}$$

فرض کنیم  $x$  تعداد شغل‌های جدید باشد:

$$\text{نرخ بیکاری} = \frac{\text{تعداد بیکاران}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \Rightarrow 5 = \frac{200-x}{1400} \times 100$$

$$\Rightarrow 70 = 200 - x \Rightarrow \boxed{x = 130}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳

$$\text{میلیون نفر} = 20 = 24 - 4 = \text{افراد بین ۱۶ تا ۶۵ سال}$$

$$\text{میلیون نفر بیکار} = 5 = 15 + x \Rightarrow \text{تعداد افراد بیکار بین ۱۶ تا ۶۵} + \text{تعداد افراد شاغل بین ۱۶ تا ۶۵} = \text{جمعیت فعال}$$

فرض کنیم  $x$  شغل جدید ایجاد شود و نرخ بیکاری به ۱۰ درصد برسد.



$$\text{تعداد بیکاران} = \frac{\text{نرخ بیکاری}}{\text{جمعیت فعال}} \times 100 \rightarrow 10 = \frac{5-x}{20} \times 100 \rightarrow 2 = 5-x$$

سه میلیون شغل باید ایجاد شود  $x = 3$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

$x_1$  را هزینه پوشاک و کفش در سال ۹۲ و  $x_2$  را هزینه پوشاک و کفش در سال ۹۵ در نظر می‌گیریم:

$$\text{هزینه در سال ۹۲} = \frac{\text{شاخص بهای پوشاک و کفش در سال ۹۲}}{\text{هزینه در سال ۹۰}} \times 100 \Rightarrow 200 = \frac{x_1}{120} \times 100 \rightarrow x_1 = 240 \text{ هزار تومان}$$

$$\text{هزینه در سال ۹۵} = \frac{\text{شاخص بهای پوشاک و کفش در سال ۹۵}}{\text{هزینه در سال ۹۰}} \times 100 \Rightarrow 300 = \frac{x_2}{120} \times 100 \rightarrow x_2 = 360 \text{ هزار تومان}$$

$$\frac{x_1}{x_2} = \frac{240}{360} = \frac{2}{3}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

برای محاسبه شاخص بهای دو کالا داریم:

$$\text{شاخص بهای برنج و گوشت} = \frac{\text{هزینه‌های دو کالا در سال موردنظر}}{\text{هزینه‌های دو کالا در سال پایه}} \times 100 = \frac{(15000 \times 100) + (8000 \times 70)}{(10000 \times 100) + (50000 \times 70)} \times 100 \approx 45,8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۶

در جامعه اول داریم:

$$\bar{x} = \frac{3 + 4 + 6 + 7 + 8 + 8}{6} = \frac{36}{6} = 6$$

$$N = \frac{\bar{x}}{2} = \frac{6}{2} = 3$$

$$2, 3, \underbrace{3, 3}, 4, 4$$

$$\frac{3+3}{2} = 3 \rightarrow \text{میانه}$$

$$M = \frac{3}{2} = 1,5$$

$$\Rightarrow N - M = 3 - 1,5 = 1,5$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

با توجه به جدول تعداد بیکاران هر شهر را محاسبه کرده و نرخ بیکاری را محاسبه می‌کنیم:

تعداد بیکاران بین ۱۶ تا ۶۵ + تعداد شاغلین بین ۱۶ تا ۶۵ = جمعیت فعال

$$\text{تعداد بیکاران } A = 70000 = \text{تعداد بیکاران} \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} = 230000 + 300000 = \text{جمعیت فعال } A$$

$$\text{تعداد بیکاران } B = 40000 = \text{تعداد بیکاران} \Rightarrow \text{تعداد بیکاران} = 160000 + 200000 = \text{جمعیت فعال } B$$

$$\text{نرخ بیکاری } A = \frac{70000}{300000} \times 100 \approx 23\%$$

$$\text{نرخ بیکاری } B = \frac{40000}{200000} \times 100 = 20\%$$

$$\text{اختلاف خواسته شده} = 23\% - 20\% = 3\%$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$1, 1, 1, 2, \underbrace{2, 3}, 3, 4, 5, 8$$

$$\frac{2+3}{2} = 2,5 \rightarrow \text{میانه}$$

$$\text{سه نفر زیر خط فقر هستند که در مجموع یارانه دولت برابر است با:} \Rightarrow M = \frac{\text{میانگین}}{2} = \frac{2,5}{2} = 1,25$$

$$\begin{cases} 1,25 - 1 = 0,25 \\ 1,25 - 1 = 0,25 \Rightarrow 0,25 + 0,25 + 0,05 = 0,55 \\ 1,25 - 1,2 = 0,05 \end{cases}$$

→ ۰,۵۵ میلیون تومان یارانه پرداخت می‌شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\text{شاخص در سال پایه} - \text{شاخص در سال مورد نظر} \times 100 = \frac{\text{شاخص در سال پایه}}{\text{شاخص در سال پایه}}$$

$$x = \frac{200 - 100}{100} \times 100 = 100 \text{ درصد}$$

$$y = \frac{300 - 120}{120} \times 100 = 150 \text{ درصد} \Rightarrow \sqrt{x} + \frac{y}{10} = 10 + 15 = 25$$

تنها رابطه گزینه (۲) درست است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

فرض کنیم که  $x$  درصد لغات دشوار در هر جمله باشد:

$$[0,4 \times (\text{میانگین تعداد کلمات هر جمله} + \text{درصد کلمات دشوار})] = \text{شاخص پایه آموزش}$$

$$2x = [(x + 10) \times 0,4]$$

حال گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

$$x = 1 \Rightarrow 2 \neq [(1 + 10) \times 0,4]$$

$$x = 2 \Rightarrow 4 = [(2 + 10) \times 0,4] \checkmark$$

گزینه‌های ۳ و ۴ نیز نادرست هستند.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۱

چون خط فقر به روش میانگین برابر ۱ میلیون تومان است. پس میانگین برابر ۲ میلیون تومان است. چون تعداد داده‌ها ۱۰ تا است. پس میانگین دو داده پنجم و ششم است. پس:

$$1, 1, 1, 2, \underbrace{2, x}, 3, 3, 3, 4$$

$\frac{2+x}{2} = \text{میانگین}$

$$\text{خط فقر به روش میانگین} \Rightarrow M = \frac{\text{میانگین}}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2+x}{2} \Rightarrow 1 = \frac{2+x}{4} \Rightarrow 2+x=4 \Rightarrow x=2$$

$$\bar{x} = \frac{1+1+1+2+2+2+3+3+3+4}{10} = \frac{22}{10} = 2,2 \rightarrow \text{خط فقر به روش میانگین} = \frac{\bar{x}}{2} = 1,1$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۲

ابتدا جمعیت فعال، تعداد شاغلین و بیکاران را محاسبه می‌کنیم:

$$\frac{80}{100} \times 50 = 40 = \text{میلیون نفر جمعیت فعال}$$

$$\frac{60}{100} \times 40 = 24 = \text{میلیون نفر نیز شاغل‌اند}$$

$$40 - 24 = 16 = \text{میلیون نفر بیکارند}$$

$$\text{تعداد بیکاران} \times 100 = \text{نرخ بیکاری} \text{ جمعیت فعال}$$

$$10 = \frac{16 - x}{40} \times 100$$

فرض کنیم  $x$  تعداد شغل‌های جدید باشد:

$$16 - x = 4 \Rightarrow x = 12$$

خطا برای هر نقطه برابر است با: قدر مطلق تفاضل مقدار واقعی هر نقطه از درون یابی آن. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۳

برای درون یابی خطی در ساعت ۱۰:۵ ابتدا با استفاده از نقاط (۱۰, ۱۵۰) و (۱۱, ۱۹۰) تابع خطی را می نویسیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۴

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{190 - 150}{11 - 10} = 40$$

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$y - 150 = 40(x - 10) \xrightarrow{x=10.5} y - 150 = 40(10.5 - 10) \Rightarrow y - 150 = 40(0.5) \Rightarrow y = 150 + 20 = 170$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵

x	۲	۴	۶	۸	۱۰
y	۱۴	۱۸	۲۲	۲۶	۳۰

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{26 - 20}{10 - 8} = \frac{6}{2} = 3$$

معادله خط برابر است با:

$$y = mx + b \xrightarrow{m=3} y = 3x + b \xrightarrow{x=8, y=20} 20 = 24 + b \rightarrow b = -4$$

$$y = 3x - 4 \Rightarrow y(9) = 3 \times 9 - 4 = 23$$

درون یابی در سال نهم برابر است با:

ابتدا روزهای هفته را با عدد معادل می کنیم و جدول را به صورت زیر می نویسیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶

۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	روز (t)
x	۱۵	۷	۱۳	۵	۱۱	۱۲	مقدار بارندگی (y)

$$\bar{t} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7}{7} = 4$$

$$\bar{y} = \frac{12 + 11 + 5 + 13 + 7 + 15 + x}{7} = \frac{63 + x}{7} = 9 + \frac{x}{7}$$

معادله خط برون یابی از نقطه میانگین  $\left[9 + \frac{x}{7}\right]$  و نقطه آخر  $\left[\frac{7}{x}\right]$  می گذرد، بنابراین:

$$m = \frac{9 + \frac{x}{7} - x}{4 - 7} = \frac{\frac{63 - 6x}{7}}{-3} = \frac{6x - 63}{21}$$

$$\text{خط معادله: } y - x = \frac{6x - 63}{21}(t - 7) \xrightarrow{(11, 15)} 15 - x = \frac{6x - 63}{21}(11 - 7) \Rightarrow 15 - x = \frac{6x - 63}{21} \times 4 \Rightarrow 15 - x = \frac{2x - 21}{7} \times 4$$

$$\Rightarrow 105 - 7x = 8x - 84 \Rightarrow 15x = 189 \Rightarrow x = \frac{189}{15} = 12.6 \Rightarrow \bar{y} = 9 + \frac{12.6}{7} = 10.8$$

پیش بینی از برون یابی استفاده شده است و اکنون کفایت میانگین نقاط را به دست آوریم تا به کمک نقطه میانگین و نقطه پایانی شیب خط و معادله خط حاصل شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7}{7} = \frac{28}{7} = 4, \quad \bar{y} = \frac{8 + x + 5 + y + 15 + 10 + 12}{7} = \frac{50 + x + y}{7}$$

نقطه پایانی را نقطه  $(x_1, y_1) = (7, 12)$  در نظر می گیریم.

$$x = \frac{y_1 - \bar{y}}{x_1 - \bar{x}} = \frac{12 - \frac{50 + x + y}{7}}{7 - 4}$$

معادله خط برابر است با:

$$y - 12 = m(x - 7) \Rightarrow y = mx - 7m + 12 \xrightarrow{\text{نقطه (9, 8) در معادله صدق می کند}} 8 = 9m - 7m + 12 \Rightarrow m = -2$$

با جایگذاری در رابطه ای که برای شیب خط به دست آمده داریم:

$$\frac{12 - \frac{50 + x + y}{7}}{3} = -2 \Rightarrow 12 - \frac{50 + x + y}{7} = -6 \Rightarrow 50 + x + y = (12 + 6) \times 7 = 126$$

$$x + y = 126 - 50 = 76$$

ابتدا نقطه میانگین را حساب می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸

$$\text{میانگین } x \text{ ها} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} = \frac{3 + 6 + 9 + 12 + 15}{5} = \frac{45}{5} = 9$$

$$\text{میانگین } y \text{ ها} = \frac{y_1 + y_2 + \dots + y_n}{n} = \frac{20,5 + 24 + 22 + 27 + 21,5}{5} = \frac{115}{5} = 23$$

پس نقطه میانگین به صورت (۹، ۲۳) است.

حال معادله خط گذرنده از نقطه میانگین و نقطه انتهایی (۱۵، ۲۱٫۵) را می نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{21,5 - 23}{15 - 9} = -\frac{1,5}{6} = -\frac{1}{4}$$

معادله خط به شکل  $y = -\frac{1}{4}x + b$  است. برای به دست آوردن  $b$  نقطه (۹، ۲۳) را در آن قرار می دهیم؛ داریم:

$$y = -\frac{1}{4}x + b \xrightarrow{(9,23)} 23 = -\frac{1}{4}(9) + b \Rightarrow 23 = -\frac{9}{4} + b \Rightarrow b = 23 + \frac{9}{4} = 23 + 2,25 = 25,25$$

پس معادله خط به صورت  $y = -\frac{1}{4}x + 25,25$  است؛ حال  $x = 16$  را در آن قرار می دهیم؛ داریم:

$$y = -\frac{1}{4}x + 25,25 \xrightarrow{x=16} y = -\frac{1}{4}(16) + 25,25 = -4 + 25,25 = 21,25$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹

$$\bar{x} = \frac{10 + 12 + 14 + 16}{4} = 13$$

$$y = \frac{120 + 100 + 170 + 210}{4} = 150$$

معادله خط گذرنده از دو نقطه (۱۶، ۲۱۰) و (۱۳، ۱۵۰) را می نویسیم:

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{210 - 150}{16 - 13} = 20$$

$$y = mx + b = 20x + b \xrightarrow{(16,210)} 210 = 320 + b \Rightarrow b = -110$$

پس معادله خط به شکل  $y = 20x - 110$  است. مقدار آن را به ازای  $x = 17$  حساب می کنیم:

$$y = 20 \times 17 - 110 = 230$$

علم آمار نحوه گردآوری، سازمان دهی، تحلیل و تفسیر اطلاعات است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰

ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۱

۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۱۱، ۱۳، ۱۴

$$\text{میانگین} : Q_2 = \frac{8 + 9}{2} = 8,5$$

$$\text{نیمه اول داده ها} : 5, 6, 7, 8 \Rightarrow Q_1 = \frac{6 + 7}{2} = 6,5$$

$$\text{نیمه دوم داده ها} : 9, 11, 13, 14 \Rightarrow Q_3 = \frac{11 + 13}{2} = 12$$

میانگین خواسته شده برابر است با:

$$7, 8, 9, 11 \Rightarrow \bar{x} = \frac{7 + 8 + 9 + 11}{4} = \frac{35}{4} = 8,75$$

پارامتر ثابت و آماره متغیر زیرا آماره بسته به نمونه های تصادفی مختلف قابل انتخاب، متفاوت است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۲

برای اندازه گیری ویژگی افراد یا اشیاء با دقت زیاد از مقیاس فاصله ای استفاده می شود. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۳

طبق تعریف متغیر کمی با مقیاس فاصله ای برای داده هایی است که قابل مرتب کردن هستند، همچنین اختلاف بین مقادیر داده ها بامعناست. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۴

تذکر: داده هایی که قابل مرتب کردن هستند نباید ذهن را منحرف کرده و به سمت متغیر ترتیبی برود چراکه ادامه سوال به متغیر فاصله ای اشاره دارد.

رتبه کنکور قابل شمارش نیست ولی دارای ترتیب معناداری است، پس متغیر کیفی - ترتیبی است. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

برای یافتن آماره کفایت به نمونه مراجعه کرده و تعداد استقلالی ها در نمونه را به تعداد نمونه تقسیم کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

برای یافتن پارامتر باید استقلالی های نمونه را به کل جامعه محاسبه کنیم.

$$\text{آماره استقلال} = \frac{5}{5 + 4} = \frac{5}{9} \Rightarrow \frac{5}{9} \times \frac{16}{25} = \frac{16}{45}$$

$$\text{پارامتر استقلال} = \frac{16}{45}$$

چون در هر روز حداقل یک فروش داشته ایم و بیشترین فروش برابر ۸ عدد است پس: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$\text{حداقل میانگین} = \frac{13}{6} \Rightarrow \text{حداقل مجموع فروش} = 1 + 8 + 1 + 1 + 1 + 1 = 13$$

پس میانگین فروش برابر عدد بزرگ تر از  $\frac{13}{6}$  است. با توجه به گزینه ها، ۵ عدد می تواند باشد. دقت کنید که ۸ نمی تواند باشد چون ۸ بیشترین تعداد است و میانگین کوچک تر از ۸ باید باشد.

۴۸ اگر میانگین داده های  $x_1, x_2, \dots, x_n$  باشد، در این صورت داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n = n\bar{x}$$

$$\Rightarrow x_1 + x_2 + \dots + x_n - n\bar{x} = 0 \Rightarrow x_1 - \bar{x} + x_2 - \bar{x} + \dots + x_n - \bar{x} = 0$$

یعنی مجموع تفاضل میانگین از داده ها برابر صفر می باشد، پس در داده های صورت سؤال داریم:

$$-6, 0, 1, 4, a, 6, b, 1, 2$$

$$-6 + 0 + 1 + 4 + a + 6 + b + 1 + 2 = 0 \Rightarrow a + b + 8 = 0 \Rightarrow a + b = -8$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n} \text{ میانگین : می دانیم}$$

طبق رابطه میانگین، ابتدا میانگین را در حالت اول به دست می آوریم:

$$x_1, x_2 + 1, x_3 + 2, x_4 + 3 \Rightarrow \bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + 1 + x_3 + 2 + x_4 + 3}{4} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 + 6 = 4\bar{x} \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 + x_4 = 4\bar{x} - 6 \quad (1)$$

در حالت دوم برای میانگین داده ها داریم:

$$\bar{x}' = \frac{2x_1 + 2x_2 + 1 + 2x_3 + 2 + 2x_4 + 3}{4} = \frac{2(x_1 + x_2 + x_3 + x_4) + 6}{4} \stackrel{(1)}{\rightarrow} \bar{x}' = \frac{2(4\bar{x} - 6) + 6}{4} = \frac{8\bar{x} - 12 + 6}{4} = \frac{8\bar{x} - 6}{4} = 2\bar{x} - \frac{3}{2}$$

ابتدا میانگین قیمت را در دو حالت محاسبه می کنیم و از فرمول میانگین مجموع قیمت کتابها را حساب می کنیم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

$$\begin{cases} \frac{x_1 + \dots + x_4}{5} = 25 \\ \frac{x_1 + \dots + x_5}{5} = 35 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_1 + \dots + x_4 = 125 \\ x_1 + \dots + x_5 = 175 \end{cases} \Rightarrow x_5 = 175 - 125 = 50 \Rightarrow x_5 = 50$$

طبق فرمول میانگین داریم:

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۱

$$\text{میانگین} = \frac{\text{مجموع کل داده ها}}{\text{تعداد کل داده ها}} = \frac{137}{10} = 13,7$$

برای به دست آوردن میانه، ابتدا داده ها را مرتب می کنیم؛ از آنجایی که تعداد داده ها زوج است، میانه برابر میانگین دو داده وسط است:

$$9, 10, 12, 5, 13, \underbrace{13, 14}_{\substack{13+14 \\ 2} = 13,5}, 15, 16, 17, 17, 5$$

در نتیجه:

$$9,2 = 13,7 - 13,5 = \text{تفاضل میانه از میانگین}$$

در یک سری داده های عددی، همواره مجموع تفاضل  $\bar{x}$  از تک تک داده ها برابر صفر است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۲

$$-8 - 3 + 1 + 0 + 4 + a + 5 = 0 \Rightarrow -11 + 10 + a = 0 \Rightarrow a = 1 \Rightarrow a + 3 = 4$$

۵۳ اگر از همه داده ها  $n$  واحد کم شود، آنگاه از میانگین نیز  $n$  واحد کم می شود و اگر داده ها بر  $k$  تقسیم شوند، آنگاه میانگین نیز بر  $k$  تقسیم می شود.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۳

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

ابتدا ۳ واحد از تمام داده های اول کم می کنیم، پس از  $\bar{x}$  نیز ۳ واحد کم می شود.

$$15 - 3 = 12$$

حال بر منفی ۳ تقسیم می کنیم.

$$\frac{12}{-3} = -4$$

حال در ۲ ضرب می کنیم.

$$\Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = -4 \times 2 = -8$$

۵۴ عدد ۱۲ بیشترین فراوانی را دارد، پس مد ۱۲ است و طبق صورت سؤال میانگین برابر ۱۲ است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۴

$$\frac{8 + 10 + 12 + 12 + 12 + 13 + x}{7} = 12 \Rightarrow 8 + 10 + 36 + 13 + x = 84 \Rightarrow x = 84 - 67 \Rightarrow x = 17$$

۵۵ مد داده ای با بیشترین فراوانی است و برای محاسبه میانه ابتدا داده ها را از کوچک به بزرگ مرتب می کنیم. اگر تعداد داده ها فرد باشد میانه برابر داده وسطی است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۵۵

۱ و ۲ و ۳ و ۴ و ۴ و ۴ و ۵ و ۷ و ۸ و ۸ و ۹ و ۱۰ و ۱۱  
 میانگین < میانه < مد

$$\bar{x} = \frac{1 + 2 + 3 + 3 \times 4 + 5 + 7 + 2 \times 8 + 9 + 10 + 11}{11} = 6,9 \Rightarrow \text{میانگین} < \text{میانه} < \text{مد}$$

۵۶ با استفاده از فرمول میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + 3 + x_3 - 1}{3} \Rightarrow 3\bar{x} = x_1 + x_2 + 3 + x_3 - 1 = x_1 + x_2 + x_3 + 2 \Rightarrow x_1 + x_2 + x_3 = 3\bar{x} - 2$$

برای داده‌های جدید داریم:

$$3x_1 + 3x_2 + 3 + 3x_3 - 1 = 3(x_1 + x_2 + x_3) + 2 \Rightarrow 3(3\bar{x} - 2) + 2 = 9\bar{x} - 4 \Rightarrow \text{میانگین جدید} = \frac{9\bar{x} - 4}{3} = 3\bar{x} - \frac{4}{3}$$

۵۷ از آنجایی که مد منحصر به فرد است، پس  $x + 2$  با یکی از داده‌ها برابر است از طرفی چون مد و میانگین برابرند، پس  $x + 2$  باید با میانگین سایر داده‌ها برابر

باشد. در نتیجه:

$$x + 2 = \frac{50 + 39 + 45 + 61 + 30}{5} \Rightarrow 5x + 10 = 225 \Rightarrow 5x = 215 \Rightarrow x = 43$$

پس داده‌های  $x, 40, 45, 60, 30$  مرتب شده از کوچک به بزرگ به صورت زیر است:

30, 40, 43, 45, 60  
 میانگین = 43

۵۸ چون داده‌ها مرتب هستند و تعداد آنها ۷ تا است پس میانه برابر داده وسط (داده چهارم) است.

$$\text{میانه} = \text{مد} = 6a + 10$$

بنابراین  $6a + 10$  یا برابر ۳۱ یا برابر ۲۸ است.

$$6a + 10 = 31 \Rightarrow 6a = 21 \Rightarrow a = \frac{21}{6} = \frac{7}{2} = 3,5$$

$$\xrightarrow{a=3,5} 5a + 15 = 17,5 + 15 = 32,5 \text{ ق ق}$$

$$6a + 10 = 28 \Rightarrow 6a = 18 \Rightarrow a = 3$$

$$\xrightarrow{a=3} 5a + 15 = 15 + 15 = 30 \text{ غ ق ق}$$

داده‌ها : ۲۴, ۲۷, ۲۸, ۳۱, ۳۱, ۳۲,۵, ۴۳,۵

$$\bar{x} = \frac{24 + 27 + 28 + 31 + 31 + 32,5 + 43,5}{7} = \frac{217}{7} = 31$$

بنابراین میانگین با میانه و مد برابر است.

۵۹ ابتدا میانگین داده‌های داده شده را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{20 + 19 + 15 + 18 + 20 + 16}{6} = \frac{108}{6} = 18$$

برای محاسبه انحراف معیار، ابتدا واریانس را محاسبه می‌کنیم و سپس از آن جذر می‌گیریم.

$$\sigma^2 = \frac{(20 - 18)^2 + (19 - 18)^2 + (15 - 18)^2 + (18 - 18)^2 + (20 - 18)^2 + (16 - 18)^2}{6}$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 1 + 9 + 0 + 4 + 4}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3}$$

انحراف معیار جذر واریانس است:

$$\sigma = \sqrt{\sigma^2} = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1,9$$

۶۰ نمرات ۲۰ (بیشترین) و ۹ (کمترین) را حذف می‌کنیم:

۱۱, ۱۲, ۱۴, ۱۴, ۱۵, ۱۵, ۱۵, ۱۶

$$\bar{x} = \frac{11 + 12 + 14 + 14 + 15 + 15 + 15 + 16}{8} \Rightarrow \bar{x} = 14$$

$$\sigma = \sqrt{\frac{3^2 + 2^2 + 0 + 0 + 1^2 + 1^2 + 1^2 + 2^2}{8}} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{9 + 4 + 1 + 1 + 1 + 4}{8}} = \sqrt{2,5} \approx 1,6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم؛ داریم:

$$Q_1 = \frac{9+10}{2} = 9,5 \quad Q_3 = \frac{15+17}{2} = 16$$

7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 17, 18, 18

$$Q_2 = \frac{11+12}{2} = 11,5$$

چون تعداد داده‌ها زوج است میانه ( $Q_2$ ) برابر میانگین دو داده وسط است.

$$Q_1 = 9,5 \quad Q_3 = 16$$

$$10, 10, 11, 12, 14, 15$$

$$\text{میانگین} = \frac{10 + 10 + 11 + 12 + 14 + 15}{6} = \frac{72}{6} = 12$$

$$\sigma^2 = \frac{4 + 4 + 1 + 0 + 4 + 9}{6} = \frac{22}{6} = \frac{11}{3} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{11}{3}} \approx 1,9$$

داده‌های بین چارک اول و سوم عبارت است از:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$2, 2, 4, 5, 8, 10, 12 \Rightarrow \text{دامنه تغییرات} = 12 - 2 = 10$$

$Q_1 = 2$     میانه = 5     $Q_3 = 10$

$$\text{داده‌های جدید} : 2, 4, 5, 8, 10 \Rightarrow \text{دامنه تغییرات} = 10 - 2 = 8$$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{8 - 10}{10} \times 100 = \frac{-2}{10} \times 100 = -20$$

۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳ ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

$$3, 8, 25, 36, 42, 65, 85, 85, 240, 1050$$

میانه نیمه اول برابر  $Q_1$  است. در نتیجه  $Q_1 = 25$

میانه نیمه دوم برابر  $Q_3$  است. در نتیجه  $Q_3 = 85$

$$\text{دامنه میان چارکی} = IQR = Q_3 - Q_1 = 85 - 25 = 60$$

$$\text{دامنه تغییرات} = R = \max - \min = 1050 - 3 = 1047 \Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{1047}{60} = 17,45$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۴ با توجه به داده‌ها مربع انحراف از میانگین داده‌های ۹ و ۱۱ برابر یکدیگرند. پس میانگین داده‌ها برابر  $\bar{x} = \frac{11+9}{2}$  است. پس برای محاسبه واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{5}{2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۵

$$\sigma^2 = \frac{4 + 16 + 2a - 17 + 25}{4}$$

$$\bar{x} = \frac{6 + 4 + a + 13}{4} = \frac{23 + a}{4}$$

$$(\pm 2), (\pm 4), (\pm \sqrt{2a - 17}), (\pm 5) \xrightarrow{a=9} \text{داده‌ها} : 6, 4, 9, 13$$

$$\Rightarrow \bar{x} = 8, \sigma^2 = \frac{4 + 16 + 1 + 25}{4} = 11/5$$

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. پس:

۱ ۲ ۳ ۴ ۶۶ ۹۶ درصد داده‌ها در فاصله ۲ انحراف معیار از میانگین قرار دارند: پس  $100 - 220 = 230$  معادل ۴ انحراف معیار است:

$$10 = 4\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{10}{4} = 2,5 \Rightarrow \sigma^2 = (2,5)^2 = 6,25$$

۶۷) چون انحراف معیار ۵ داده اولیه برابر صفر است، پس ۵ داده با هم برابرند. چون با اضافه کردن داده‌های ۸ و ۵ و ۱۱ میانگین ۸ داده با میانگین ۵ داده اولیه برابر است، پس  $\bar{x} = \frac{11 + 5 + 8}{3} = 8$  است. و ۵ داده اولیه برابر ۸ هستند.

$$\sigma = \sqrt{\frac{5(8-8)^2 - (11-8)^2 + (5-8)^2 + (8-8)^2}{8}} = \sqrt{\frac{0+9+9+0}{8}} = \sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{3}{2} = 1,5$$

۶۸) تقریباً ۶۸ درصد داده‌های نرمال در فاصله یک انحراف معیار از میانگین قرار دارند. در نتیجه:

$$\bar{x} = 40 \Rightarrow \bar{x} + \sigma = 45 \Rightarrow 40 + \sigma = 45 \Rightarrow \sigma = 5 \Rightarrow \sigma^2 = 5^2 = 25$$

۶۹) طبق صورت سؤال برای میانگین و انحراف معیار داریم:

$$\bar{x} = 152$$

$$\sigma^2 = 36 \Rightarrow \delta = 6$$

در منحنی نرمال آموختیم که ۹۶ درصد داده‌ها در بازه  $(\bar{x} - 2\delta, \bar{x} + 2\delta)$  هستند. بنابراین داریم:

$$(152 - 2(6), 152 + 2(6)) \Rightarrow (152 - 12, 152 + 12) \Rightarrow (140, 164)$$

۷۰) ۱ ۲ ۳ ۴

اگر  $x$  مجموع مربعات اختلاف داده‌ها از میانگین باشد، داریم:

$$4 = \frac{x}{8} \Rightarrow x = 32$$

چون میانگین دو داده ۲۱ و ۱۹ برابر ۲۰ است با حذف آن‌ها میانگین داده‌های باقی‌مانده تغییری نمی‌کند. بنابراین:

$$\sigma^2 = \frac{x - (21 - 20)^2 - (19 - 20)^2}{8 - 2} = \frac{32 - 2}{6} = \frac{30}{6} = 5$$

۷۱) ابتدا میانگین جدید را محاسبه کنیم چون میانگین دو داده اضافه شده (۳، ۵) برابر ۴ همان میانگین اولیه است، پس میانگین تغییری نمی‌کند.

$$\bar{x} = \frac{x_1 + \dots + x_n}{n}$$

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

مجموع مربعات اختلاف از میانگین را با  $x$  نشان می‌دهیم پس با فرض  $x = (x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2$  داریم:

$$\sigma^2 = \frac{x}{3} = 9 \Rightarrow x = 27$$

$$\sigma^2 = \frac{27 + (3 - 4)^2 + (5 - 4)^2}{5} = \frac{29}{5} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{29}{5}}$$

۷۲) ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم و چارک‌ها را مشخص می‌کنیم:

$$\begin{array}{ccccccc} 0 & 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 & 10 \\ \underbrace{0, 1, 2}_{\text{چارک اول}} & \underbrace{3, 4}_{\text{میانه}} & \underbrace{5, 6, 7, 8}_{\text{چارک سوم}} & & & & & & & & \end{array}$$

$$\text{نسبت خواسته شده} = \frac{2,5 - 2}{7,5 - 4} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{3}{2}} = \frac{1}{3}$$

۷۳) چون واریانس ۹ داده برابر صفر است، پس داده‌ها با هم برابر هستند، از طرفی چون با اضافه شدن داده‌های ۳۲ و ۴۲ و ۳۱ میانگین کل داده‌ها تغییر نمی‌کند، پس داده‌های اولیه با میانگین سه داده برابر است.

$$\bar{x} = \frac{31 + 42 + 32}{3} = 35$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{9(35 - 35)^2 + (31 - 35)^2 + (42 - 35)^2 + (32 - 35)^2}{12}$$

$$= \frac{0 + 16 + 49 + 9}{12} = \frac{74}{12} = \frac{37}{6} \Rightarrow \sigma = \sqrt{\frac{37}{6}}$$

۷۴) قیمت کالاها نسبت به سال گذشته ۳۰ درصد اضافه شده است. پس قیمت‌ها ۱,۳ برابر شده است. پس داده‌ها به صورت زیر می‌شوند:

$$1,3x_1, 1,3x_2, \dots, 1,3x_n \Rightarrow \bar{x}_{\text{جدید}} = 1,3\bar{x}_{\text{قدیم}}$$

$$\sigma^2_{\text{جدید}} = \frac{(1,3x_1 - 1,3\bar{x})^2 + (1,3x_2 - 1,3\bar{x})^2 + \dots + (1,3x_n - 1,3\bar{x})^2}{n}$$

$$= \frac{(1,3)^2 [(x_1 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2]}{n} = 1,69\sigma^2_{\text{قدیم}} = 1,69 \times 2000$$

$$= 3380$$

۷۵) می‌دانیم مجموع درصدهای فراوانی نسبی باید ۱۰۰ باشد، بنابراین داریم:



$$12 + 20 + 25 + a + 8 = 100 \Rightarrow 65 + a = 100 \Rightarrow a = 35$$

بزرگترین زاویه مرکزی در نمودار دایره‌ای مربوط به دسته‌ای است که بیشترین درصد فراوانی نسبی را دارد، یعنی همان دسته  $a$  با درصد فراوانی نسبی  $35\%$ .  
حال مقدار زاویه مرکزی آن دسته را به دست می‌آوریم.

می‌دانیم برای تبدیل درصد به زاویه کافی است؛ درصد فراوانی نسبی را در  $360$  ضرب کنیم؛ داریم:

$$\frac{35}{100} \times 360^\circ = 126^\circ$$

می‌دانیم با توجه به شکل باید مجموع کل زاویه‌ها برابر  $360^\circ$  شود؛ داریم:

$$36^\circ + 72^\circ + 108^\circ + \hat{A} = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} + 216^\circ = 360^\circ \Rightarrow \hat{A} = 144^\circ$$

از طرفی داریم:

$$\frac{\text{تعداد کارکنان } A}{\text{تعداد کل کارکنان}} = \frac{\text{زاویه}}{360} \Rightarrow \frac{x}{80} = \frac{144}{360} \Rightarrow \frac{80 \times 144}{360} = 32$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۶

با توجه به نمودار و تناسب زیر داریم:

$$\frac{40}{100} \mid \frac{x}{360} \rightarrow x = \frac{40 \times 360}{100} = 144 \text{ (درجه)}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۸ با توجه به اینکه ۵ داده از میانه کمتر است، پس دو حالت برای تعداد داده‌ها می‌تواند اتفاق بیفتد.

حالت اول: تعداد داده‌ها زوج باشد که در این حالت میانه برابر میانگین داده‌های پنجم و ششم خواهد بود و داده‌ها ۱۰ تا هستند. طبق نمودار بیشترین مقدار ۱۹ و چارک سوم کوچک‌تر از آن

$$\frac{15 + 17}{2} = 16 \text{ است. و با توجه به فرد بودن داده‌ها حداکثر مقدار میانه برابر است با: } 16$$

حالت دوم: تعداد داده‌ها فرد است پس میانه برابر داده ششم است و تعداد داده‌ها ۱۱ تا است. این حالت با توجه به گزینه‌ها ممکن نیست.

۱ ۲ ۳ ۴ ۷۹ اگر داده‌های مربوط به نمودار را از کوچک به بزرگ بنویسیم، میانه داده‌ها از میانگین داده‌های یکشنبه و پنجشنبه به دست می‌آید.

$$\text{میانه} = \frac{x_{\text{یکشنبه}} + x_{\text{پنجشنبه}}}{2}$$

حداقل مقدار یکشنبه ۳ و حداکثر مقدار آن ۶ می‌تواند باشد.

حداقل مقدار پنجشنبه ۴ و حداکثر مقدار آن ۷ می‌تواند باشد.

در نتیجه:

$$\frac{3 + 4}{2} < \text{میانه} < \frac{6 + 7}{2}$$

$$3,5 < \text{میانه} < 6,5$$

در نتیجه میانه با توجه به گزینه‌ها می‌تواند ۶ باشد.

$$a = 5, d = 7 \Rightarrow \text{میانه} = 6$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۰  $A$  حداقل ۳ گل زده است، پس حداقل مجموع تعداد گل زده برابر است با:

$$9 + 1 + 2 + 3 = 15$$

$$\text{حداقل میانگین} = \frac{15}{4} = 3,75$$

حداکثر گل زده نیز می‌تواند  $9 + 8 + 7 + 6 = 30$  باشد یعنی حداکثر میانگین،  $7,5$  است.

با توجه به گزینه‌ها میانگین برابر ۴ می‌تواند باشد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۱ براساس توضیحات مسئله برای دامنه میان چارکی و اطلاعات مسئله اگر  $\min$  کمترین داده و  $\max$  بزرگترین داده باشد،  $Q_1$  چارک اول و  $Q_3$  چارک سوم است.

در نمودار جعبه‌ای روی نوک سیبل‌ها  $\min$  و  $\max$  داده‌ها قرار می‌گیرد.

$$IQR = Q_3 - Q_1 = 25$$

$$\begin{cases} |Q_1 - \min| = 26 \\ |Q_1 - \max| = 38 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = 26 + 3 = 29 \Rightarrow Q_3 = 29 + 25 = 54$$

یا

$$\begin{cases} |Q_1 - \min| = 38 \\ |Q_1 - \max| = 26 \end{cases} \Rightarrow Q_1 = 38 + 3 = 41 \Rightarrow Q_3 = 41 + 25 = 66$$

$Q_3$  برابر ۵۴ یا برابر ۶۶ است. بنابراین مجموع مقادیر ممکن برای  $Q_3$  برابر است با:

$$54 + 66 = 120$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۲

تعداد داده‌ها فرد است و میانه برابر داده وسط یعنی ۱۰ است. چارک اول و سوم به ترتیب به صورت زیر به دست می‌آیند:

۲, ۲, ۵, ۷, ۷, ۷, ۱۰, ۱۰, ۱۳, ۱۵, ۱۵, ۱۹, ۲۳

$$Q_1 = \frac{5+7}{2} = 6 \quad Q_2 = 10 \quad Q_3 = \frac{15+15}{2} = 15$$

حال اگر داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم را حذف کنیم یعنی دو داده ۲۳ و ۱۹ باید حذف شوند و داده‌های جدید به صورت زیر می‌باشند:

۲, ۲, ۵, ۱۰, ۱۰, ۱۳, ۱۵, ۱۵

۷, ۷, ۷

$$Q_1 = 3,5 \quad Q_2 = 10 \quad Q_3 = 14$$

$$\bar{x} = \frac{5+10+10+13}{4} = \frac{38}{4} = 9,5$$

میانگین داده‌های داخل جعبه برابر است با:

۱ ۲ ۳ ۴ ۸۳

داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم:

۱۲, ۱۲, ۱۲, ۱۳,۵, ۱۵, ۱۵, ۱۷,۵, ۱۷,۵, ۱۷,۵, ۱۸, ۱۸, ۲۰

۱۲, ۱۲, ۱۲

$$Q_1 = 12,75$$

۱۷,۵, ۱۷,۵, ۱۷,۵

$$Q_3 = 17,75$$

میانگین داده‌های داخل جعبه:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_n}{n}$$

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{13,5 + 15 + 15 + 17,5 + 17,5 + 17,5}{6} = \frac{96}{6} = 16$$

حال طبق رابطه واریانس داریم:

$$\sigma^2 = \frac{(x_1 - \bar{x})^2 + (x_2 - \bar{x})^2 + \dots + (x_n - \bar{x})^2}{n}$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(13,5 - 16)^2 + 2 \times (15 - 16)^2 + 3 \times (17,5 - 16)^2}{6}$$

$$= \frac{(-2,5)^2 + 2 \times (-1)^2 + 3 \times (1,5)^2}{6} = \frac{6,25 + 2 + 3 \times 2,25}{6} = \frac{15}{6} = 2,5$$

ابتدا داده‌ها را مرتب می‌نویسیم و چارک‌ها را می‌یابیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۴

$$Q_2 = \frac{24+27}{2} = \frac{51}{2} = 25,5$$

۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۳, ۳۶, ۳۹

۱۲, ۱۵, ۱۸, ۲۱

↓  
Q<sub>1</sub>

۳۰, ۳۳, ۳۶, ۳۹

↓  
Q<sub>3</sub>

$$\text{دامنه میان چارکی} = Q_3 - Q_1 = 33 - 18 = 15$$

حال اگر داده‌های کوچکتر از چارک اول را یعنی داده‌های ۱۲ و ۱۵ را دو برابر و داده‌های بزرگتر از چارک سوم یعنی دو داده ۳۶ و ۳۹ را نصف کنیم:

$$\frac{36}{2} = 18, \quad \frac{39}{2} = 19,5$$

داده‌های جدید به صورت زیر می‌باشند:

۲۴, ۳۰, ۱۸, ۲۱, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۳, ۱۸, ۱۹,۵

حال داده‌های جدید را مرتب می‌کنیم:

$$Q'_2 = \frac{24+24}{2} = 24$$

۱۸, ۱۸, ۱۹,۵, ۲۱, ۲۴, ۲۴, ۲۷, ۳۰, ۳۰, ۳۳

۱۸, ۱۸, ۱۹,۵, ۲۱

↓  
Q'<sub>1</sub>

۲۷, ۳۰, ۳۰, ۳۳

↓  
Q'<sub>3</sub>

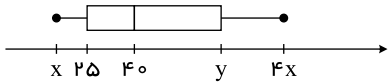
$$\text{دامنه میان چارکی در حالت جدید} = Q'_3 - Q'_1 = 30 - 19,5 = 10,5$$

پس دامنه میان چارکی ۴,۵ واحد کاهش یافته است.

چون میانه داده‌ها برابر ۲۴,۵ است، پس تعداد داده‌ها باید زوج باشد و از میانگین دو داده ۲۴ و ۲۵ به دست آید پس تعداد نقاط روی ۲۵ باید ۲ تا باشد. ۱ ۲ ۳ ۴ ۸۵

$$\Rightarrow \bar{x} = \frac{2 \times 21 + 3 \times 22 + 3 \times 23 + 2 \times 24 + 2 \times 25 + 3 \times 26 + 4 \times 27 + 28}{2 + 3 + 3 + 2 + 2 + 3 + 4 + 1} = \frac{42 + 66 + 69 + 48 + 50 + 78 + 108 + 28}{20} = \frac{484}{20} = 24,2$$

با توجه به اطلاعات داده شده اگر  $x$  را کوچک ترین داده در نظر بگیریم، شکل زیر را برای نمودار جعبه‌ای می‌توانیم رسم کنیم:



دامنه میان‌چارکی  $= y - 25 = 35 \Rightarrow y = 60$

مسیب سمت چپ  $= \frac{1}{2}$  مسیب سمت راست  $\Rightarrow 25 - x = \frac{1}{4}(4x - 60) \Rightarrow 2x = 40 \Rightarrow x = 20$

دامنه تغییرات  $= 4x - x = 3x \xrightarrow{x=20} 3 \times 20 = 60$

با توجه به نمودار و میانگین کل داده‌ها داریم:

فرض کنیم تعداد نقاط روی 8 برابر  $x$  باشد:

$$\bar{x} = \frac{5 + 2 \times 6 + 2 \times 7 + 8x + 2 \times 9 + 6 \times 10 + 5 \times 11}{18 + x} \Rightarrow 9 = \frac{5 + 12 + 14 + 8x + 18 + 60 + 55}{18 + x} \Rightarrow 9 = \frac{164 + 8x}{18 + x}$$

$$\Rightarrow 9x + 162 = 164 + 8x \Rightarrow x = 2$$

بنابراین تعداد داده‌ها برابر 20 تا است و میانه برابر میانگین دو داده وسط (داده دهم و یازدهم) است.

$$\text{میانه} = \frac{10 + 10}{2} = 10$$

1 2 3 4 88

با توجه به اطلاعات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم:

$$R = 4y - y = 3x + (39 - 24) \Rightarrow 3y = 3x + 15 \Rightarrow 3y - 3x = 15 \Rightarrow y - x = 5$$



چپ سمت چپ  $24 - y = x \Rightarrow x + y = 24$

$$\begin{cases} y - x = 5 \\ y + x = 24 \end{cases} \Rightarrow 2y = 29 \Rightarrow y = \frac{29}{2}$$

دامنه تغییرات  $R = 3y = 3 \times \frac{29}{2} = \frac{87}{2} = 43,5$

در نمودار راداری زاویه بین شعاع‌ها برابر است:

$$\text{زاویه بین دو شعاع متوالی} = \frac{360^\circ}{\text{تعداد متغیرها در نمودار راداری}} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

با توجه به اطلاعات مسئله داریم:

$$\max E = 5, \frac{\text{درصد روی نمودار}}{100} = \frac{\text{مقدار واقعی}}{\text{بیشینه (max)}} \Rightarrow \frac{41}{100} = \frac{x}{5} \Rightarrow x = \frac{5 \times 41}{100} = 2,05$$

1 2 3 4 91

نمره درس  $\times 100 = \text{عدد متناظر درس روی نمودار}$

بیشینه درس  $\times 100 = 90 \Rightarrow \text{نمره زبان} = 18$

نمره ادبیات  $\times 100 = 80 \Rightarrow \text{نمره ادبیات} = 16$

نمره عربی  $\times 100 = 60 \Rightarrow \text{نمره عربی} = 12$

نمره ریاضی  $\times 55 \Rightarrow \text{نمره ریاضی} = 11$

میانگین نمرات  $= \frac{16 + 18 + 12 + 11}{4} = \frac{57}{4} = 14,25$

با توجه به نمودار تعداد مبتلایان، بهبودیافتگان و فوتی‌ها را در هر استان می‌یابیم:

نام استان	تعداد مبتلایان	تعداد بهبودیافتگان	تعداد فوتی‌ها	درصد مرگ‌ومیر
A	$\frac{6}{10} \times 2000 = 1200$	$\frac{8}{10} \times 600 = 480$	$\frac{4}{10} \times 120 = 48$	$\frac{48}{1200} \times 100 = 4$
B	$\frac{8}{10} \times 2000 = 1600$	$\frac{4}{10} \times 600 = 240$	$\frac{6}{10} \times 120 = 72$	$\frac{72}{1600} \times 100 = 4,5$
C	$\frac{4}{10} \times 2000 = 800$	$\frac{6}{10} \times 600 = 360$	$\frac{8}{10} \times 120 = 96$	$\frac{96}{800} \times 100 = 12$

با توجه به جدول بالا درصد مرگ و میر در استان C از همه بیش تر است.

۹۳) ابتدا فرض می‌کنیم تعداد متغیرهای اولیه n باشد، در این صورت زاویه اولیه بین شعاع‌ها برابر است با:

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{n} \quad (1)$$

با اضافه کردن ۳ متغیر دیگر، زاویه بین  $\alpha_2 = \frac{360^\circ}{n+3}$  خواهد شد، حال با توجه به فرض سؤال داریم:

$$\alpha_2 = \frac{2}{3}\alpha_1 \xrightarrow{(2),(1)} \frac{360^\circ}{n+3} = \frac{2}{3} \times \frac{360^\circ}{n} \Rightarrow \frac{1}{n+3} = \frac{2}{3n} \xrightarrow{\text{طرفین وسطین می‌کنیم.}} 3n = 2(n+3) \Rightarrow 3n = 2n + 6 \Rightarrow n = 6$$

پس زاویه بین متغیرها در حالت اول برابر است با:

$$\alpha_1 = \frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$$

۹۴) برای محاسبه حجم جعبه‌های A و B (چون ارتفاع متناسب با مجذور شعاع و مضربی از a است.) داریم:

$$\text{جعبه A} \begin{cases} x = 4 \\ y = 8 \\ h = (\sqrt{3})^2 \times a = 3a \end{cases} \Rightarrow \text{حجم } V_A = x \times y \times h = 4 \times 8 \times 3a = 96a$$

$$\text{جعبه B} \begin{cases} x = 9 \\ y = 3 \\ h = \left(\frac{1}{2}\right)^2 \times a = \frac{a}{4} \end{cases} \Rightarrow \text{حجم } V_B = x \times y \times h = 9 \times 3 \times \frac{a}{4} = \frac{27a}{4}$$

برای محاسبه اختلاف حجم‌ها داریم:

$$V_A - V_B = 96a - \frac{27a}{4} = \frac{384a - 27a}{4} = \frac{357a}{4} = 89.25a$$

۹۵) چون حداکثر ظرفیت شرکت کنندگان در هر روز ۱۰۰ نفر است، بنابراین با توجه به پیشینه تعداد شرکت کنندگان در هر روز، تعداد شرکت کنندگان در هر روز

را به دست می‌آوریم.

$$\text{شنبه} : 0.4 \times 100 = 40$$

$$\text{یکشنبه} : 0.8 \times 100 = 80$$

$$\text{دوشنبه} : 1 \times 100 = 100$$

$$\text{سه‌شنبه} : 0.6 \times 100 = 60$$

$$\text{چهارشنبه} : 1 \times 100 = 100$$

$$\text{پنجشنبه} : 0.2 \times 100 = 20$$

$$\text{جمعه} : 0.6 \times 100 = 60$$

برای محاسبه میانگین تعداد شرکت کنندگان در یک هفته داریم:

$$\frac{\text{مجموع تعداد شرکت کنندگان در هر روز}}{\text{تعداد روزها}} = \frac{40 + 80 + 100 + 60 + 100 + 20 + 60}{7} = \frac{460}{7} \approx 66$$

۹۶) برای به دست آوردن اندازه وزن این فرد با توجه به فرمول با استفاده از عدد داده شده روی محور داریم:

$$\text{عدد واقعی} = \frac{\text{عدد واقعی}}{\text{پیشینه}} \times 100$$

$$30 = \frac{x}{300} \times 100 \Rightarrow x = \frac{30 \times 300}{100} = 90 \Rightarrow x = 90$$

۹۷) در نمودار جابجایی جذر متغیر سوم متناسب با شعاع است یا متغیر سوم متناسب با مجذور شعاع است. (متناسب با مضربی از a در نظر می‌گیریم.)

$$\text{وزن نفر اول} \rightarrow w_1 = (2\sqrt{3})^2 \times a = 12a$$

$$\text{وزن نفر دوم} \rightarrow w_2 = (\sqrt{10})^2 \times a = 10a$$

$$\text{وزن نفر سوم} \rightarrow w_3 = (3)^2 \times a = 9a$$

$$\text{وزن نفر چهارم} \rightarrow w_4 = (\sqrt{8})^2 \times a = 8a$$

$$\text{وزن نفر پنجم} \rightarrow w_5 = (\sqrt{6})^2 \times a = 6a$$

بنابراین برای محاسبه میانگین داریم:

$$\bar{x} = \frac{\text{مجموع وزن افراد}}{\text{تعداد افراد}} = \frac{12a + 10a + 9a + 8a + 6a}{5} = \frac{45a}{5} \Rightarrow \bar{x} = 9a$$

در نتیجه میانگین وزن آن‌ها به وزن نفر دوم برابر است با:

$$\frac{\bar{x}}{w_p} = \frac{9a}{10a} = 0.9$$

۹۸ زاویه بین شعاع‌ها در نمودار راداری از رابطه  $\frac{360^\circ}{n}$  به دست می‌آید. در حالت اول که تعداد متغیرها کمتر است ( $n$  کوچکتر) زاویه بین شعاع‌ها بیشتر است. بنابراین در حالت دوم که متغیر اضافه می‌کنیم، زاویه بین شعاع‌ها کمتر می‌شود.

$$\frac{360}{n} - \frac{360}{n+3} = 27 \Rightarrow 360 \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} \right) = 27 \Rightarrow \frac{1}{n} - \frac{1}{n+3} = \frac{27}{360} = \frac{3}{40} \Rightarrow \frac{n+3-n}{n(n+3)} = \frac{3}{40} \Rightarrow \frac{3}{n(n+3)} = \frac{3}{40} \Rightarrow \frac{1}{n(n+3)} = \frac{1}{40} \Rightarrow n(n+3) = 40$$

$$\Rightarrow n^2 + 3n - 40 = 0 \Rightarrow (n+8)(n-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 5 \text{ (قبولی)} \\ n = -8 \text{ (غرضی)} \end{cases}$$

پس زاویه اولیه بین شعاع‌ها برابر است با:

$$\frac{360^\circ}{5} = 72^\circ$$

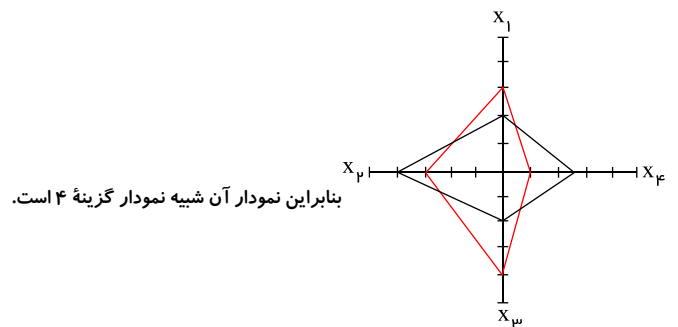
۹۹ برای رسم نمودار راداری ابتدا زاویه بین هر دو شعاع متوالی را به دست می‌آوریم.

نمودار راداری دارای ۴ شعاع است که زاویه بین هر شعاع  $90^\circ$  است.

$$\alpha = \frac{360^\circ}{4} = 90^\circ$$

سپس با استفاده از فرمول  $100 \times \frac{\text{عدد واقعی}}{\text{بیشینه}}$  = عدد محور، اعداد روی هر محور را به دست آورده، و اعداد مربوط به  $A$  را به هم وصل می‌کنیم و همچنین اعداد مربوط به  $B$  را نیز به هم وصل می‌کنیم.

عدد واقعی B	عدد واقعی A	بیشینه	B	A	مشاهده
					متغیر
$\frac{18}{30} \times 100 = 60$	$\frac{12}{30} \times 100 = 40$	۳۰	۱۸	۱۲	$x_1$
$\frac{30}{50} \times 100 = 60$	$\frac{40}{50} \times 100 = 80$	۵۰	۳۰	۴۰	$x_2$
$\frac{20}{25} \times 100 = 80$	$\frac{10}{25} \times 100 = 40$	۲۵	۲۰	۱۰	$x_3$
$\frac{12}{120} \times 100 = 10$	$\frac{60}{120} \times 100 = 50$	۱۲۰	۱۲	۶۰	$x_4$



بنابراین نمودار آن شبیه نمودار گزینه ۴ است.

۱۰۰ برای به دست آوردن مجهولات به کمک رابطه  $100 \times \frac{\text{عدد واقعی}}{\text{بیشینه}} = \text{عدد محور}$  داریم:

$$x: \text{ عدد روی محور ایمنی} = \frac{\text{ایمنی دنا}}{\text{بیشینه ایمنی}} \times 100 \Rightarrow \text{ عدد روی محور ایمنی} = \frac{3}{5} \times 100 = 60$$

$$y: \text{ عدد روی محور سرعت} = \frac{\text{سرعت دنا}}{\text{بیشینه سرعت}} \times 100 \Rightarrow \text{ عدد روی محور سرعت} = \frac{360}{480} \times 100 = 75$$

$$z: \text{ عدد روی محور مصرف} = \frac{\text{مصرف دنا}}{\text{بیشینه مصرف}} \times 100 \Rightarrow 75 = \frac{z}{8} \times 100 \Rightarrow z = 6$$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

$$x + 2y = x + 10^\circ \Rightarrow 2y = 10^\circ \Rightarrow y = 5^\circ$$

$$x + 2y = 2x - 2y \Rightarrow x + 10^\circ = 2x - 10^\circ \Rightarrow x = 20^\circ$$

$$\Rightarrow \text{زاویه بین دو شعاع متوالی} = 2^\circ + 1^\circ = 3^\circ \Rightarrow \text{تعداد متغیرها} = \frac{36^\circ}{3^\circ} = \frac{36^\circ}{3^\circ} = 12$$

# پاسخنامه گلپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴

۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴

۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴

۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴