نام و نام خانوادگی: مهندس سهیل حاج کرم

نام آزمون: ۱۲۴ تست فیزیک دهم فصل یک چگالی

AKO
گروه مشاوره و برنامه ریزی اکو
آموزشگاه پرسا

# فصل اول: فیزیک و اندازه‌گیری

## چگالی / چگالی یک جسم

**۱** یک قطعه فلز را که چگالی آن $۲٫۷\frac{g}{cm^۳}$ است کاملاً در ظرفی پر از الکل به چگالی $۰٫۸\frac{g}{cm^۳}$ وارد می‌کنیم و به اندازهٔ ۱۶۰ گرم الکل از ظرف بیرون می‌ریزد. جرم قطعه فلز چند گرم است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۳

۱) ۵۴۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۴۳۲ ۴) ۲۰۰

**۲** جرم یک گلولهٔ آهنی ۳۹۰۰ گرم و چگالی آن $۷۸۰۰\frac{kg}{m^۳}$ است. اگر گلولهٔ آهنی را به آرامی در ظرف پر از الکل فرو بریم و چگالی الکل ۸۰۰ کیلوگرم بر مترمکعب باشد، چند گرم الکل از ظرف خارج می‌شود؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۰

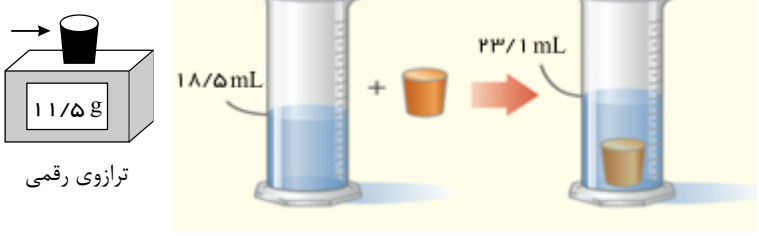
۱) ۴۰۰ ۲) ۳۹۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۴۰۰۰

**۳** می‌خواهیم از فلزی به چگالی $۶\frac{g}{cm^۳}$، کرهٔ توپری به شعاع $۵cm$ بسازیم. جرم این کره چند کیلوگرم می‌شود؟ $(\pi = ۳٫۱۴)$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۶

۱) ۱٫۵۷ ۲) ۲٫۳۶ ۳) ۳٫۱۴ ۴) ۴٫۷۱

**۴** در یک آزمایش، جرم و حجم یک جسم جامد را مطابق شکل زیر، پیدا می‌کنیم. با توجه به داده‌های روی شکل چگالی جسم در $SI$، چقدر است؟




متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲۵۰۰
۲) ۲۰۵۰
۳) ۲٫۵
۴) ۲٫۰۵

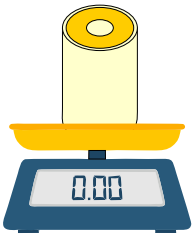
**۵** یک قطعه فلز به جرم ۹۰ گرم را درون آب در داخل استوانه‌ای می‌اندازیم. قطعه فلز کاملاً در آب فرو می‌رود و سطح آب درون استوانه به اندازه $۱٫۲cm$ بالا می‌آید. اگر سطح مقطع داخلی استوانه $۱۰cm^۲$ باشد، چگالی فلز چند گرم بر سانتی متر مکعب است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۲

۱) ۵٫۵ ۲) ۶ ۳) ۷٫۵ ۴) ۸

**۶** مطابق شکل، استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $۱۰cm$، شعاع داخلی $۵cm$ و شعاع خارجی $۱۰cm$ روی ترازویی قرار دارد. اگر نیمی از حجم حفرهٔ استوانه را با آب پر کنیم، ترازو $۳٫۷۵kg$ را نشان می‌دهد. چگالی مادهٔ تشکیل‌دهندهٔ استوانه چند گرم بر سانتی‌مترمکعب است؟ ($\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}$ و $\pi \simeq ۳$)

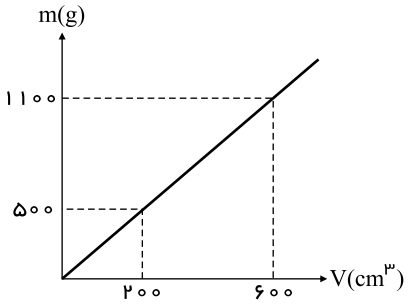
سخت- منتآزمون- ۱۴۰۱




۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

**۷** در ظرفی به جرم $m_۰$ مایع $A$ را می‌ریزیم و نمودار جرم کل مجموعه برحسب حجم مایع $A$ به صورت شکل زیر است. چگالی مایع $A$ چند $\frac{g}{cm^۳}$ است؟ (دما ثابت و یکسان است.)

سخت- ۱۴۰۰ -smart




۱) ۱٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۲٫۸
۴) ۳٫۶

**۸** اگر یک ظرف توخالی به جرم ۲۰۰ گرم را پر از مایعی به چگالی $۱٫۶\frac{g}{cm^۳}$ کنیم، جرم مجموعه ۶۰۰ گرم می‌شود. حال اگر این ظرف را پر از مایعی به چگالی $\rho_۲$ نماییم، جرم مجموعه ۳۰۰ گرم می‌شود. $\rho_۲$ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۰٫۴ ۲) ۰٫۸ ۳) ۰٫۹ ۴) ۱٫۵

**۹** با ذوب $M$ گرم از عنصری یک کرهٔ توپر به شعاع $R$ ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همین ماده استوانه‌ای به شعاع $۲R$ و ارتفاع $\frac{R}{۲}$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند $M$ است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۰٫۵ ۲) ۰٫۷۵ ۳) ۱ ۴) ۱٫۵

**۱۰** مکعبی به ضلع ۶ سانتی‌متر از ماده‌ای به چگالی $۷\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است. اگر جرم این مکعب $۱٫۴kg$ باشد، چند گرم از مایعی به چگالی $۰٫۴\frac{g}{cm^۳}$ در فضای خالی داخل مکعب جای می‌گیرد؟

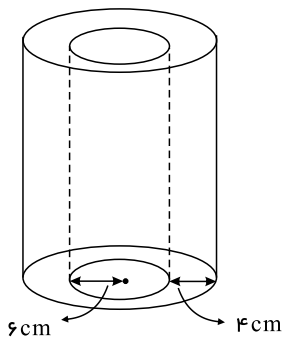
سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۳٫۶ ۲) ۵٫۴ ۳) ۶٫۴ ۴) ۱۰٫۳

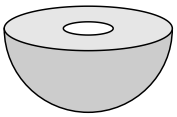
**۱۱** مطابق شکل زیر استوانه‌ای توخالی به ارتفاع ۲۰ سانتی‌متر در اختیار داریم. اگر چگالی ماده تشکیل‌دهنده آن $۶٫۵\frac{g}{cm^۳}$ باشدف جرم استوانه چند کیلوگرم است؟($\pi = ۳$)

سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۲۴٫۹۶
۲) ۲۸٫۳۲
۳) ۳۵٫۶
۴) ۴۲٫۶



**۱۲** شکل زیر نیم‌کره‌ای به شعاع $۴cm$ از جنس آهن را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره به شعاع $۲cm$ در آن ایجاد شده است. اگر چگالی آهن $۸۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد، جرم این جسم چند گرم است؟ $(\pi = ۳)$



متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۴۵۰ ۲) ۸۹۶ ۳) ۹۵۰ ۴) ۱۲۸۶

**۱۳** دو کرهٔ $A$ و $B$ که شعاع ظاهری هر یک برابر با $۲cm$ است، جرم یکسانی دارند و درون یکی از آن‌ها حفره‌ای وجود دارد. اگر $\rho_A = ۳g/cm^۳$ و $\rho_B = ۸g/cm^۳$ باشد، حجم حفره چند سانتی‌متر مکعب است؟ $(\pi = ۳)$

متوسط- منتا- ۱۳۹۸

۱) ۶ ۲) صفر ۳) ۱۲ ۴) ۲۰

**۱۴** قطعه فلزی به جرم $۲۵۰g$ را در ظرفی که به‌طور کامل با مایع به چگالی $۱۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ پر شده است وارد می کنیم اگر $۳۰۰g$ مایع از ظرف بیرون بریزد، چگالی فلز برحسب $\frac{g}{cm^۳}$ کدام است؟

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) ۱۲۵۰ ۲) ۱٫۲۵ ۳) ۱٫۵ ۴) ۱۵۰۰

**۱۵** با ذوب کردن $M$ گرم از عنصری نیم‌کره‌ای توخالی به شعاع داخلی $R_۱$ و شعاع خارجی $R_۲$ ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده، نیم‌کره توخالی دیگری به شعاع داخلی $۲R_۱$ و شعاع خارجی $۲R_۲$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند $M$ می‌شود؟

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) ۸ ۴) ۱۰

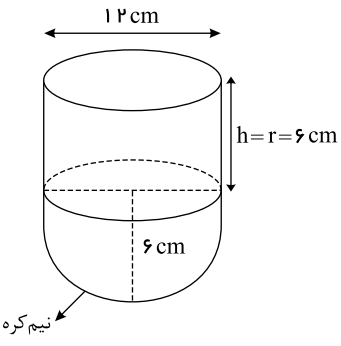
**۱۶** با ذوب $M$ گرم از عنصری، استوانه‌ای به طول $L$ و شعاع داخلی $R_1$ و شعاع خارجی $R_2$ ساخته‌ایم. اگر بخواهیم از همان ماده استوانه دیگری به طول $3L$ و شعاع داخلی $2R_1$ و شعاع خارجی $2R_2$ بسازیم، جرم مورد نیاز چند $M$ می‌شود؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۳ ۲) ۸ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

**۱۷** مطابق شکل، ظرف نشان‌داده‌شده پر است از مایعی به جرم $628g$، چگالی این مایع تقریباً چند $\frac{g}{cm^3}$ است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲




۱) ۲٫۸
۲) ۱٫۲
۳) ۰٫۷۶
۴) ۰٫۵۶

**۱۸** در ظرفی به جرم ۲۵۰ گرم یک بار مایعی با چگالی $\rho_1$ و بار دیگر مایعی با چگالی $\rho_2$ می‌ریزیم تا هر بار کاملاً پر شود. اگر جرم ظرف و مایع درون آن را در دو حالت جمع کنیم، ۷۸۰ گرم بشود و چگالی $\rho_2$ به اندازهٔ ۸۰ درصد بیشتر از $\rho_1$ باشد، جرم مایع با چگالی $\rho_1$ چند گرم است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱۰۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۱۶۰ ۴) ۱۸۰

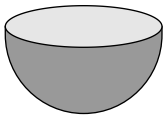
**۱۹** کره‌ای توپر به شعاع $R$ را ذوب کرده و با نصف جرم آن استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $R$ که شعاع خارجی آن با شعاع کره برابر است، ایجاد می‌کنیم. شعاع داخلی این استوانه چند برابر ارتفاعش است؟

سخت- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) $\frac{1}{2}$ ۲) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ ۳) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ ۴) $\frac{1}{3}$

**۲۰** شکل زیر، نیم‌کره‌ای از جنس آهن با چگالی $\rho$ را نشان می‌دهد که حفره‌ای به شکل نیم‌کره و هم‌مرکز با نیم‌کره ایجاد شده است. اگر شعاع نیم‌کره $R_۲$ و شعاع حفره $R_۱ = \frac{۱}{۵}R_۲$ باشد، جرم نیم‌کره کدام است؟

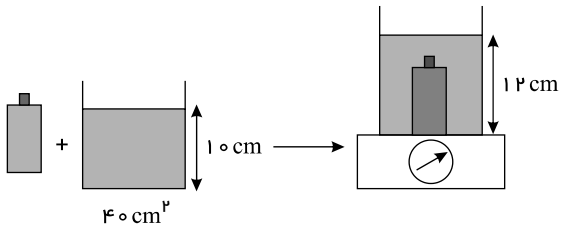
متوسط- ۱۴۰۰ -smart



۱) $\frac{۲۴۸}{۳۷۵}\rho\pi R_۲^۳$
۲) $\frac{۴}{۵}\rho\pi R_۱^۳$
۳) $\frac{۱۶}{۲۵}\rho\pi R_۲^۲$
۴) $\frac{۱۶}{۲۵}\rho\pi R_۱^۳$

**۲۱** مطابق شکل زیر، یک جسم جامد را درون ظرفی با جرم ناچیز و حاوی آب قرار می‌دهیم. اگر این ظرف که جسم درون آن قرار گرفته است را روی ترازو قرار دهیم، ترازو عدد $۵۶۰g$ را نشان می‌دهد، چگالی جسم چند $\frac{g}{cm^۳}$ است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}$)

متوسط- ۱۴۰۰ -smart




۱) ۲
۲) ۴
۳) ۲۰
۴) ۴۰

**۲۲** کره‌ای به جرم $۴kg$ را درون ظرف پر از آب قرار می‌دهیم. درنتیجه ۲ لیتر آب از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر چگالی کره $۵\frac{g}{cm^۳}$ باشد، حجم حفرهٔ درون آن چند $cm^۳$ است؟ ($\pi \simeq ۳$)

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۱۲۰۰
۲) ۸۰۰
۳) ۲۰۰۰
۴) ۱۰۰۰

**۲۳** جرم یک بطری ۶۰ گرم است. اگر آن را پر از آب کنیم، جرم کل آن ۲۶۰ گرم می‌شود. اگر آب را خالی کرده و مایع دیگری بریزیم جرم کل ۴۱۰ گرم می‌شود. چگالی این مایع ناشناس چند $\frac{g}{cm^3}$ است؟ (چگالی آب ۱ $\frac{g}{cm^3}$)

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۴٫۲۵ ۲) ۳٫۷۵ ۳) ۱٫۷۵ ۴) ۱٫۲۵

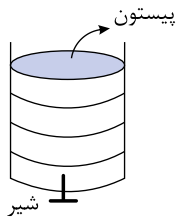
**۲۴** جسمی به چگالی ۴ $\frac{g}{cm^3}$ به شکل استوانه‌ای توخالی به ارتفاع $20cm$ و شعاع‌های داخلی و خارجی $10cm$ و $20cm$ در اختیار داریم، جرم آن چند واحد $SI$ است؟ ($\pi \simeq 3$)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۷۲۰۰۰ ۲) ۹۶ ۳) ۹۶۰۰۰ ۴) ۷۲

**۲۵** مطابق شکل گازی درون مخزن است. ابتدا شیر گاز را باز می‌کنیم تا $\frac{1}{5}$ جرم گاز تخلیه شود. سپس شیر را بسته و آن را گرم می‌کنیم تا حجم آن نسبت به حالت اول (قبل از باز کردن شیر) ۲۰٪ افزایش یابد. چگالی گاز نسبت به حالت اولیه چند برابر می‌شود؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲




۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{6}$ ۴) $\frac{6}{5}$

**۲۶** مکعب مستطیل توپری به ابعاد $10cm$، $20cm$ و $30cm$ در اختیار داریم. اگر وزن مکعب مستطیل ۹۶ نیوتون باشد، چگالی مادهٔ سازندهٔ مکعب مستطیل چند $\frac{kg}{m^3}$ است؟ ($g = 10 \frac{N}{kg}$)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۸۰۰ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۳۲۰۰ ۴) ۴۰۰۰

## مقایسهٔ چگالی

**۲۷** دو استوانهٔ همگن $A$ و $B$ دارای جرم و ارتفاع مساوی‌اند. استوانهٔ $A$ توپر و استوانهٔ $B$ توخالی است. اگر شعاع خارجی این دو استوانه با هم برابر و شعاع داخلی استوانهٔ $B$ نصف شعاع خارجی آن باشد، چگالی استوانهٔ $A$ چند برابر چگالی استوانهٔ $B$ است؟

سخت- سراسری- ۱۳۸۹

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{1}{2}$ ۳) $\frac{2}{3}$ ۴) $\frac{3}{4}$

**۲۸** می‌خواهیم ظرفی به گنجایش ۲۷۰۰ سانتی‌متر مکعب را به کمک ذوب مقداری یخ پُر کنیم. برای این کار چند لیتر یخ را باید ذوب کنیم؟( $\rho_{آب}=1 g/cm^3$ ، $\rho_{یخ}=0/9 g/cm^3$)

متوسط- منتا- ۱۳۹۸

۱) ۲/۴۳ ۲) ۳ ۳) ۲۴۳ ۴) ۳۰۰

**۲۹** جرم یک ظرف فلزی توخالی ۳۰۰ گرم است. اگر این ظرف را پر از مایعی به چگالی $1/2 \frac{g}{cm^3}$ نماییم، جرم مجموعه ۵۴۰ گرم و در صورتی که پر از نوعی روغن نماییم، جرم مجموعه ۴۶۰ گرم می‌شود، چگالی این روغن چند گرم بر لیتر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۹۵۰ ۲) ۹۰۰ ۳) ۸۵۰ ۴) ۸۰۰

**۳۰** در مخلوطی از آب و یخ، مقداری یخ ذوب می‌شود و حجم مخلوط $5 cm^3$ کاهش می‌یابد. جرم یخ ذوب شده چند گرم است؟ ( $\rho_{یخ}=0/9 \frac{g}{cm^3}$ و $\rho_{آب}=1 \frac{g}{cm^3}$)

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۸

۱) ۴/۵ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۵۰

**۳۱** درون ظرفی حداکثر $۲۰kg$ آب جا می‌گیرد. حداکثر چند کیلوگرم نفت می‌توان درون این ظرف ریخت؟ متوسط- منتا- ۱۳۹۷

$(\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}, \rho_{\text{نفت}} = ۰/۸\frac{g}{cm^۳})$

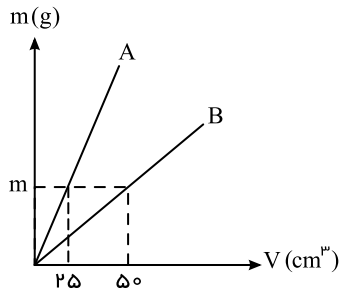
۱) ۱۶ ۲) ۱۸ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

**۳۲** درون مقداری آب، قطعه یخی در تعادل گرمایی قرار دارد. با دادن گرما به مجموعه، مقداری از یخ ذوب می‌شود و حجم مجموعه $۱۰cm^۳$ کاهش می‌یابد. اگر در پایان جرم یخ باقی‌مانده $۸۱۰g$ باشد، چند درصد از جرم یخ ذوب شده است و حجم قطعهٔ یخ اولیه چند سانتی‌مترمکعب بوده است؟ سخت- منتآزمون- ۱۴۰۱

$(\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}$ و $\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹\frac{g}{cm^۳})$

۱) ۱۰ درصد، $۱۰۰۰cm^۳$ ۲) ۱۰ درصد، $۹۰۰cm^۳$ ۳) ۲۰ درصد، $۱۰۰۰cm^۳$ ۴) ۲۰ درصد، $۹۰۰cm^۳$

**۳۳** نمودار تغییرات جرم برحسب حجم برای دو جسم $A$ و $B$ به‌صورت زیر می‌باشد اگر چگالی جسم $A$ برابر $۲۰\frac{g}{cm^۳}$ باشد، حجم شمشی از جنس $B$ به جرم $۶۰۰g$، چند سانتی‌متر مکعب است؟ متوسط- منتا- ۱۳۹۷




۱) ۶۰
۲) ۶۰۰۰
۳) $۶ \times ۱۰^{-۳}$
۴) برای پاسخ باید مقدار $m$ مشخص باشد.

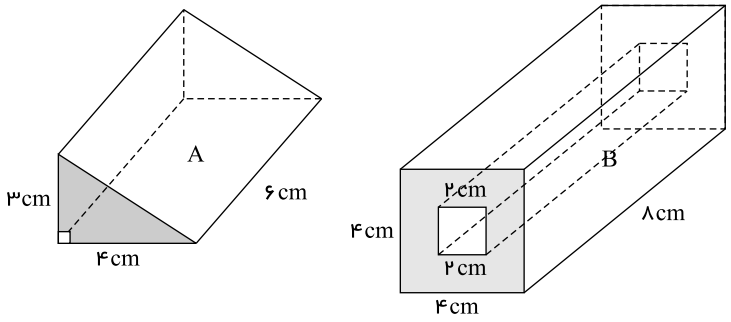
**۳۴** قطر یک گلولهٔ توپر آلومینیمی دو برابر قطر یک گلولهٔ توپر مسی است. اگر جرم گلولهٔ آلومینیمی ۲٫۴ برابر جرم گلولهٔ مسی باشد، چگالی آلومینیم چند برابر چگالی مس است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۷

۱) ۰٫۱ ۲) ۰٫۲ ۳) ۰٫۳ ۴) ۰٫۴

**۳۵** چگالی جسم $A$، ۲ برابر چگالی جسم $B$ است. نسبت جرم $B$ به $A$ چند است؟

سخت- منتآزمون- ۱۴۰۱




۱) $\frac{۷}{۵}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۲}{۳}$ ۴) $\frac{۴}{۳}$

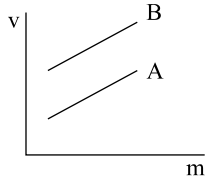
**۳۶** ظرفی به چگالی $\rho$ را پر از الکل می‌کنیم. جرم ظرف پر از الکل ۲۴۰ گرم می‌شود. حال ظرف را از الکل خالی کرده و سپس آن ظرف را پر از روغن می‌کنیم. این بار جرم ظرف و روغن ۲۱۰ گرم می‌شود. چگالی ظرف ($\rho$) چند $\frac{g}{L}$ است؟ ($\rho_{\text{الکل}} = ۰٫۸\frac{g}{cm^۳}$ , $\rho_{\text{روغن}} = ۰٫۴\frac{g}{cm^۳}$)

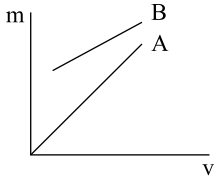
سخت- ۱۴۰۰ -smart

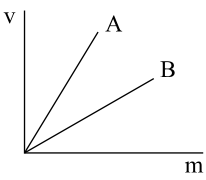
۱) ۲۱۰۰ ۲) ۲۴۰۰ ۳) ۲۶۰۰ ۴) ۳۰۰۰

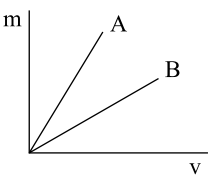
**۳۷** دو قطعه فلز $A$ و $B$ در اختیار داریم، اگر برای حجم و جرم این دو قطعه رابطه $V_B < V_A$ و $m_B > m_A$ برقرار باشد، کدام نمودار زیر، برای دو فلز $A$ و $B$ به درستی رسم شده است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) 


۲) 


۳) 


۴) 

**۳۸** اگر در اثر ذوب شدن $m$ گرم یخ، حجم آن $5cm^3$ کاهش یابد، $m$ چند گرم است؟ ($\rho_{آب} = 1\frac{g}{cm^3}$، $\rho_{یخ} = 0/9\frac{g}{cm^3}$)

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۵۰ ۲) ۵ ۳) ۴۵ ۴) ۰/۵

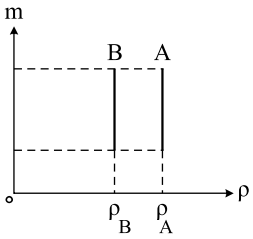
**۳۹** وقتی جرم مایعی را ۳ برابر می کنیم، حجم آن $200cm^3$ تغییر می‌کند. حجم اولیه چند لیتر است؟

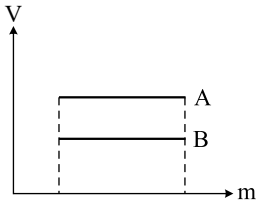
متوسط- منتا- ۱۴۰۰

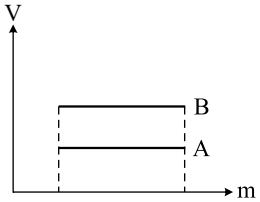
۱) ۰/۱ ۲) ۰/۲ ۳) ۰/۳ ۴) ۰/۴

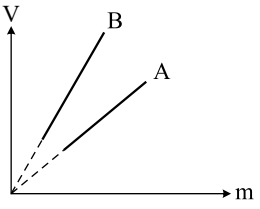
**۴۰** اگر نمودار تغییرات جرم برحسب چگالی برای دو مادهٔ $A$ و $B$ مطابق شکل زیر باشد، نمودار تغییرات حجم برحسب تغییرات جرم برای این دو ماده در کدام گزینه به درستی رسم شده است؟ (دما ثابت است.)

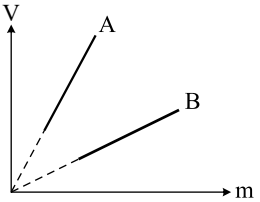
متوسط- منتاآزمون- ۱۴۰۱




۱)



۲)



۳)



۴)


**۴۱** اگر حجم مخلوط آب و یخ $۷۵۰cm^۳$ باشد و با منجمد شدن همهٔ آب، حجم مخلوط به $۸۰۰cm^۳$ برسد، جرم اولیهٔ آب چند گرم بوده است؟ $(\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}\ ,\ \rho_{\text{یخ}} = ۰/۹\frac{g}{cm^۳})$

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۴۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۵۵۰ ۴) ۶۰۰

**۴۲** مقداری آب را داخل یک یخچال قرار می‌دهیم. پس از مدتی آب یخ می‌زند. بر اثر منجمد شدن حجم آب $۱۵۰cm^۳$ افزایش می‌یابد. حجم یخ چند لیتر است؟ $(\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}$ و $\rho_{\text{یخ}} = ۰/۹\frac{g}{cm^۳})$

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱ ۲) ۱/۵ ۳) ۲ ۴) ۳/۵

**۴۳** نسبت چگالی آهن به چگالی جسمی ۱/۳ است. حجم $۵۴۰g$ از این جسم چند سانتی متر مکعب است؟ $(\rho_{\text{آهن}} = ۷/۸\frac{g}{cm^۳})$

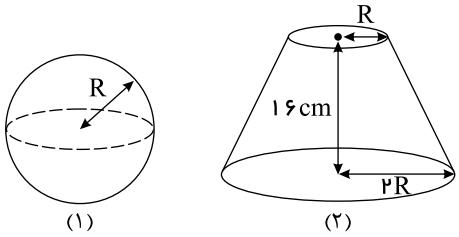
متوسط- منتا- ۱۳۹۸

۱) ۴۵ ۲) ۹۰ ۳) ۱۸۰ ۴) ۳۶۰

**۴۴** شکل‌های مقابل کره‌ای توپر به جرم $m$ و مخروط ناقص توپر به جرم $۲m$ را نشان می‌دهند، چگالی مخروط ناقص چند برابر چگالی کره است؟ $(R = ۱۰cm)$

سخت- منتاآزمون- ۱۴۰۲

(حجم مخروط ناقص به‌صورت $V = \frac{۱}{۳}\pi(R_۲^۲ + R_۱R_۲ + R_۱^۲)h$ محاسبه می‌شود.)




۱) $\frac{۵}{۷}$ ۲) $\frac{۵}{۲۶}$ ۳) $\frac{۸}{۷}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

**۴۵** درون ظرفی $m_1$ گرم یخ $0^\circ C$ و $m_2$ گرم آب $0^\circ C$ در حال تعادل هستند اگر با دادن گرما به مجموعه، نصف یخ ذوب شود حجم کل مخلوط $5cm^3$ کاهش یافته و جرم آب در مخلوط به ۱۰۵ گرم می‌رسد. $m_1$ و $m_2$ به ترتیب از راست به چپ کدامند؟ ( $\rho_{\text{آب}} = 1\frac{g}{cm^3}, \rho_{\text{یخ}} = 0/9\frac{g}{cm^3}$)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱۰۰ و ۵۰ ۲) ۵۰ و ۱۰۰ ۳) ۹۰ و ۶۰ ۴) ۶۰ و ۹۰

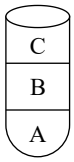
**۴۶** جرم یک کرهٔ آهنی توپر به شعاع $2cm$ چند برابر جرم یک استوانهٔ آهنی به شعاع $2cm$ و ارتفاع $4cm$ است؟

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) $\frac{2}{3}$ ۲) $\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{5}{4}$

**۴۷** سه مایع مخلوط نشدنی $A$، $B$ و $C$ را با حجم‌های یکسان درون یک ظرف استوانه‌ای شیشه‌ای ریخته‌ایم. جرم کدام‌یک از مایعات بیشتر از بقیه است؟

متوسط- smart- ۱۴۰۰




۱) $A$ ۲) $B$ ۳) $C$ ۴) هر سه یکسان است.

**۴۸** جرم یک استوانه توپر به ارتفاع $20cm$ با جرم کره توپر برابر می‌باشد. اگر شعاع استوانه توپر، سه برابر شعاع کره توپر باشد و چگالی کره، ۲ برابر چگالی استوانه باشد، شعاع استوانه چند سانتی‌متر است؟

سخت- smart- ۱۴۰۰

۱) ۶۷/۵ ۲) ۱۵۰ ۳) ۲۰۲/۵ ۴) ۲۵۰/۵

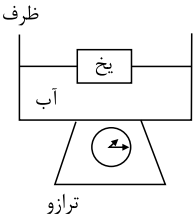
**۴۹** مطابق شکل مخلوطی از آب و یخ صفر درجه مفروض است. چند مورد درست است؟ $(\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}\ ,\ \rho_{یخ} = ۰/۹\frac{g}{cm^۳})$ متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) اگر یخ ذوب شود یا آب یخ بزند، عددی که ترازو نشان می‌دهد، تغییر نخواهد کرد.

۲) اگر ۹۰ گرم یخ ذوب شود، حجم مخلوط آب و یخ $۱۰cm^۳$ کاهش می یابد.

۳) اگر ۴۵ گرم آب یخ بزند، ۵ سانتی‌متر مکعب به حجم مخلوط آب و یخ افزوده می‌شود.

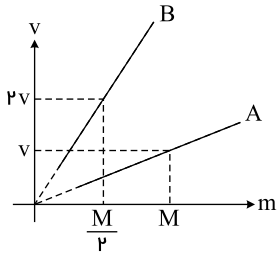
۴) رابطه بین تغییر حجم و تغییر جرم به صورت $\Delta V = \frac{\Delta m(\rho - \rho')}{\rho\rho'}$ خواهد بود. $(\Delta V = \frac{۱}{۹}\Delta m)$




(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) ۴

**۵۰** نمودار تغییر حجم بر حسب جرم دو مادهٔ $A$ و $B$ مطابق شکل است. چگالی $B$ چند برابر $A$ است؟ متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱




(۱) $\frac{۱}{۲}$

(۲) ۲

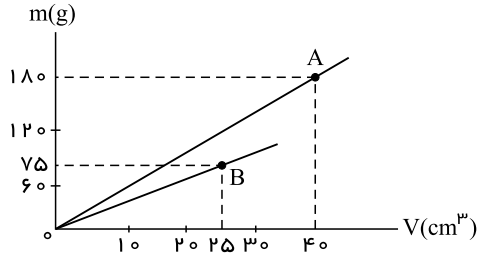
(۳) $\frac{۱}{۴}$

(۴) ۴

**۵۱** جرم یک بطری خالی ۲۰۰ گرم است. اگر این بطری را از آب با چگالی $۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ پر کنیم، جرم آب و بطری روی هم ۴۰۰ گرم و اگر بطری را با مایع دیگری پر کنیم، مجموع جرم مایع و بطری ۳۶۰ گرم می‌شود. چگالی این مایع در $SI$ کدام است؟ متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

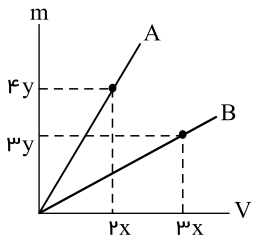
(۱) ۹۰۰ (۲) ۰/۹ (۳) ۸۰۰ (۴) ۰/۸

**۵۲** نمودار تغییرات جرم برحسب حجم دو مادهٔ $A$ و $B$ مطابق شکل داده شده است. چگالی جسم $A$ چند برابر $B$ است؟ متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱



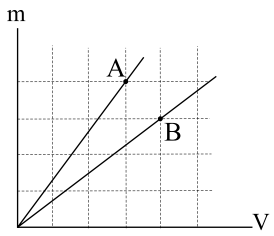

۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) $\frac{۳}{۲}$
۳) ۴٫۵
۴) ۲٫۵

**۵۳** با توجه به نمودار زیر چگالی جسم $A$ چند برابر چگالی جسم $B$ است؟ متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲




۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) $\frac{۸}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۸}$
۴) ۲

**۵۴** در شکل نمودار جرم برحسب حجم برای دو مادهٔ $A$ و $B$ نشان داده شده است. چگالی $A$ چند برابر $B$ است؟ متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲




۱) ۱
۲) $\frac{۱۶}{۹}$
۳) $\frac{۹}{۱۶}$
۴) $\frac{۴}{۳}$

## چگالی مخلوط (آلیاژ)

**۵۵** جواهر فروشی در ساختن یک قطعه جواهر به جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به کار برده است، اگر حجم قطعهٔ ساخته شده ۵ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن $۱۳٫۶\frac{g}{cm^۳}$ باشد، جرم نقرهٔ به کار رفته، چند گرم است؟ (چگالی نقره و طلا به ترتیب $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ ، $۱۹\frac{g}{cm^۳}$ فرض شود.) سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۵

۱) ۸
۲) ۳۰
۳) ۳۴
۴) ۳۸

**۵۶** مخلوطی از ۲ نوع مایع با چگالی های $\rho_1$ و $\rho_2$ درست شده است. اگر $\frac{1}{3}$ حجم آن از مایعی با چگالی $\rho_1$ بوده و $\frac{2}{3}$ باقی مانده از مایعی با چگالی $\rho_2$ باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۱

۱) $\frac{\rho_1 + 2\rho_2}{3}$ ۲) $\frac{\rho_2 + 2\rho_1}{3}$ ۳) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_2 + 2\rho_1}$ ۴) $\frac{3\rho_1\rho_2}{\rho_1 + 2\rho_2}$

**۵۷** ۶۰۰ گرم از مادهٔ $A$ را با ۴۰ سانتی‌متر مکعب از مادهٔ $B$ مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی این آلیاژ $15\frac{g}{cm^3}$ باشد، طی عمل مخلوط کردن، چند سانتی‌متر مکعب کاهش حجم اتفاق افتاده است؟ $\left(\rho_A = 20\frac{g}{cm^3}\ ,\ \rho_B = 7/5\frac{g}{cm^3}\right)$

متوسط- منتا- ۱۳۹۸

۱) صفر ۲) ۵ ۳) ۷/۵ ۴) ۱۰

**۵۸** ۲۰ درصد از جرم یک آلیاژ را فلزی با چگالی $\rho_1$ و مابقی جرم را فلزی با چگالی $\rho_2$ تشکیل داده است. چگالی آلیاژ کدام است؟

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) $0/2\rho_1 + 0/8\rho_2$ ۲) $0/8\rho_1 + 0/2\rho_2$ ۳) $\frac{\rho_1\rho_2}{0/2\rho_1 + 0/8\rho_2}$ ۴) $\frac{\rho_1\rho_2}{0/8\rho_1 + 0/2\rho_2}$

**۵۹** چگالی مخلوط دو مایع $A$ و $B$ با حجم‌های اولیه‌ی $V_A$ و $V_B$ برابر ۰/۷۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. اگر چگالی مایع $A$ برابر $600\frac{g}{Lit}$ و چگالی مایع $B$ $800\frac{g}{Lit}$ باشد، $V_A$ چند برابر $V_B$ است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) $\frac{1}{3}$ ۴) $\frac{1}{4}$

**۶۰** مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های $\rho_1$ و $\rho_2 = ۲\frac{g}{cm^۳}$ درست شده است. اگر $\frac{۱}{۳}$ حجم این مخلوط از مایع با چگالی $\rho_1$ و باقی‌ماندهٔ آن از مایع با چگالی $\rho_2$ بوده و چگالی مخلوط $۴\frac{g}{cm^۳}$ باشد، چگالی $\rho_1$ چند $\frac{g}{cm^۳}$ است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۹

۱) ۱٫۵ ۲) ۵ ۳) ۸ ۴) ۲

**۶۱** حجم‌های یکسان از دو مایع به چگالی‌های $\rho$ و $۳\rho$ را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. اگر پس از مخلوط کردن با ثابت بودن جرم، چگالی مخلوط به‌دست آمده $\frac{۵}{۲}\rho$ شود، حجم مخلوط چند درصد نسبت به مجموع حجم اولیه مایعات کاهش داشته است؟

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۲۰ ۲) ۸۰ ۳) ۲۵ ۴) ۱۰

**۶۲** چگالی آلیاژی از سرب و آهن $۸٫۶\frac{g}{cm^۳}$ است. چگالی آهن $۸\frac{g}{cm^۳}$ و چگالی سرب $۱۱\frac{g}{cm^۳}$ درنظر گرفته شود. چند درصد حجم آلیاژ از سرب است؟ (در اختلاط تغییر حجم نداریم)

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۶۰ ۴) ۸۰

**۶۳** آلیاژی از دو فلز $A$ و $B$ که چگالی فلز $A$، $\frac{۵}{۳}$ برابر چگالی فلز $B$ می‌باشد، ساخته شده است. اگر چگالی آلیاژ حاصل $\frac{۴}{۵}$ چگالی فلز $A$ باشد، در این صورت نسبت جرم فلز $A$ به جرم فلز $B$ در آلیاژ کدام است؟ (در حین آلیاژ شدن دو فلز $A$ و $B$ تغییر حجمی صورت نمی‌گیرد.) متوسط- منتا- ۱۳۹۸

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) $\frac{۳}{۵}$ ۳) $\frac{۵}{۴}$ ۴) $\frac{۴}{۵}$

**۶۴** چگالی فلز $B$ در حالت مایع $\frac{۲}{۳}$ برابر چگالی فلز $A$ در حالت مایع است. جرمی برابر از دو فلز را در حالت مایع با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی فلزهای $A$ و $B$ وقتی از حالت مایع تبدیل به حالت جامد می‌شوند، به‌ترتیب ۱۰ درصد و ۵ درصد افزایش یابند، چگالی آلیاژ در حالت جامد چند برابر چگالی فلز $B$ در حالت جامد است؟ سخت- منتا- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۷}{۶}$ ۲) $\frac{۱۱}{۹}$ ۳) $\frac{۱۳}{۱۲}$ ۴) $\frac{۱۲}{۱۱}$

**۶۵** سه مایع با چگالی‌های $۲\frac{g}{cm^۳}$ و $۴\frac{g}{cm^۳}$ و $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ را باجرم‌های مساوی با یکدیگر ترکیب می‌کنیم، چگالی ترکیب حاصل چند گرم بر سانتی‌متر مکعب می‌شود؟ سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) $\frac{۳۰}{۱۶}$ ۲) $\frac{۳۰}{۱۷}$ ۳) $\frac{۱۵}{۴}$ ۴) $\frac{۶۰}{۱۷}$

**۶۶** آلیاژی را از مخلوط دو فلز $A$ و $B$ می‌سازیم اگر ۲۵ درصد از جرم آلیاژ را فلز $B$ و ۲۰ درصد از حجم آلیاژ را فلز $A$ تشکیل دهد، چگالی آلیاژ چند برابر چگالی فلز $A$ است؟ (از تغییر حجم در اثر آلیاژ صرف‌نظر شود.)

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) $\frac{۴}{۱۵}$ ۲) $\frac{۱۵}{۴}$ ۳) $\frac{۲}{۷}$ ۴) $\frac{۷}{۲}$

**۶۷** درون نیم‌کیلوگرم آب خالص، ۱۰۵$gr$ نمک به‌طور کامل حل می‌کنیم. اگر حجم محلول ۱۰ درصد از حجم آب اولیه بیشتر باشد، چگالی محلول آب و نمک ایجاد شده چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ (چگالی آب $= ۱۰۰۰ \frac{kg}{m^۳}$)

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۱٫۲ ۲) ۱٫۲۵ ۳) ۱٫۱ ۴) ۱٫۱۸

**۶۸** ۱۰۰ سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۳٫۵ \frac{g}{cm^۳}$ را با ۳۰۰ سانتی‌متر مکعب از مایعی به چگالی $۴٫۵ \frac{g}{cm^۳}$ مخلوط می‌کنیم. اگر در این مخلوط کردن حجم کل ۱۵ درصد کاهش یابد، چگالی مخلوط نهایی چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۴ ۲) ۴٫۵ ۳) ۵ ۴) ۵٫۵

**۶۹** ۶۰ درصد حجم آلیاژی را فلز $A$ و مابقی آن را فلز $B$ تشکیل داده است. اگر نسبت حجمی اختلاط دو فلز برای ساخت آلیاژ را با یکدیگر عوض کنیم، جرم آن نسبت به حالت قبل ۲۰ درصد کاهش پیدا می‌کند. نسبت چگالی فلز $A$ به چگالی فلز $B$ کدام است؟ (از تغییر حجم در اثر اختلاط صرف‌نظر نمایید.)

سخت- منتا- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۷}{۴}$ ۲) $\frac{۲}{۷}$ ۳) $\frac{۷}{۲}$ ۴) $\frac{۴}{۷}$

**۷۰** جرم‌های مساوی از دو جسم $A$ و $B$ با چگالی‌های $\rho_A$ و $\rho_B$ که $\rho_A = \frac{۱}{۲}\rho_B$ است را با یکدیگر مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط آن‌ها کدام است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) $\frac{\rho_B}{۳}$ ۲) $\frac{۳\rho_B}{۲}$ ۳) $\frac{۴\rho_A}{۳}$ ۴) $\frac{۳\rho_A}{۲}$

**۷۱** دو پلیمر به حجم‌های $V_۱, V_۲$ که $V_۲ = ۲V_۱$ به چگالی‌های $\rho_۱ = ۴۰$ و $\rho_۲ = ۷۰$ گرم بر سانتی‌متر مکعب را باهم مخلوط می‌کنیم. چگالی مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب خواهد بود؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۵۵ ۲) ۵۰ ۳) ۶۰ ۴) $\frac{۱۱۰}{۳}$

**۷۲** $m$ گرم از مایع $A$ با چگالی $۲٫۵\frac{g}{cm^۳}$ را با $۲۴۰g$ از مایع $B$ با چگالی $۶\frac{g}{cm^۳}$ مخلوط می‌کنیم. اگر طی این عمل $۲cm^۳$ از حجم مخلوط کاهش یابد و چگالی مخلوط برابر با $۵\frac{g}{cm^۳}$ شود، $m$ برحسب گرم کدام است؟

سخت- منتاآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۵۰ ۲) ۸۰ ۳) ۴۰ ۴) ۶۰

**۷۳** یک قطعه آلیاژ توپر از طلا و مس که جرم آن ۸۵ گرم و حجم آن ۵ سانتی‌متر مکعب می‌باشد، دارای چگالی $۱۷۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$ است. چند درصد حجم این آلیاژ از طلا تشکیل شده است؟ (از تغییر حجم صرف‌نظر شود.)

سخت- منتا- ۱۴۰۰

$(\rho_{\text{مس}} = ۹\frac{g}{cm^۳}, \rho_{\text{طلا}} = ۱۹\frac{g}{cm^۳})$

۱) ۴۰ ۲) ۶۰ ۳) ۸۰ ۴) ۹۰

**۷۴** برای تهیهٔ نوعی آلیاژ، ۴۰ درصد از آن ماده‌ای با چگالی $\rho$ و بقیه را از ماده‌ای با چگالی $۳\rho$ می‌سازیم. چگالی آلیاژ به‌صورت ضریبی از $\rho$، چند مورد از گزینه‌های زیر می‌تواند باشد؟

سخت- منتا- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۵}{۳}$ ۲) ۲٫۰۲ ۳) ۲٫۰۳ ۴) $\frac{۵}{۴}$

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۷۵** دو پلیمر با چگالی‌های ۰٫۴ و ۰٫۵ گرم بر سانتی‌متر مکعب با حجم‌های یکسان با یکدیگر ترکیب می‌شوند تا مادهٔ جدید ایجاد شود. چگالی مادهٔ جدید چند $\frac{kg}{m^۳}$ است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۰٫۹ ۲) ۰٫۴۵ ۳) ۴۵۰ ۴) ۰٫۱

**۷۶** دو ماده که با یکدیگر واکنش نمی‌دهند به جرم‌های یکسان و با چگالی $\rho_۱ = ۲۰۰$ و $\rho_۲ = ۳۰۰$ کیلوگرم بر متر مکعب با یکدیگر ترکیب کرده و آلیاژ جدید می‌سازیم. چگالی آلیاژ جدید چند $\frac{kg}{m^۳}$ است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۶۰ ۴) ۲۴۰

**۷۷** ۲۰ درصد حجم یک مخلوط را مایع $A$ با چگالی $\rho_A$ و مابقی حجم را مایع $B$ با چگالی $\rho_B$ تشکیل داده است. چگالی مخلوط کدام است؟

سخت- منتا- ۱۳۹۷

۱) $۰/۲\rho_A + ۰/۸\rho_B$
۲) $\frac{\rho_A\rho_B}{۰/۲\rho_A + ۰/۸\rho_B}$
۳) $\frac{\rho_A\rho_B}{۴\rho_A + \rho_B}$
۴) $۰/۸\rho_A + ۰/۲\rho_B$

**۷۸** به یک لیتر از یک محلول اسید با چگالی $۱/۲۵\frac{g}{cm^۳}$، چند گرم آب به چگالی $۱\frac{g}{cm^۳}$ اضافه کنیم تا چگالی آن $۱/۲\frac{g}{cm^۳}$ شود؟ (تغییر حجم در اثر مخلوط کردن ناچیز است.)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۲۵۰
۲) ۳۰۰
۳) ۴۵۰
۴) ۵۰۰

**۷۹** مخلوطی از دو نوع مایع با چگالی‌های $\rho_۱$ و $\rho_۲$ درست شده است. اگر $\frac{۲}{۵}$ حجم آن از مایعی با چگالی $\rho_۱$ بوده و $\frac{۳}{۵}$ باقی‌مانده از مایع با چگالی $\rho_۲$ باشد، چگالی مخلوط برابر با کدام است؟

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) $\frac{\rho_۱ + ۳\rho_۲}{۵}$
۲) $\frac{۳\rho_۱ + ۲\rho_۲}{۵}$
۳) $\frac{۲\rho_۱ + ۳\rho_۲}{۵}$
۴) $\frac{۲\rho_۱ + \rho_۲}{۵}$

**۸۰** سه ماده با جرم‌های $m_۱$، $m_۲$ و $m_۳$ با حجم‌های $V_۱$، $V_۲$ و $V_۳$ و چگالی‌های $\rho_۱$، $\rho_۲$ و $\rho_۳$ مفروض است. اگر این سه ماده را با یکدیگر ترکیب کنیم مشروط به اینکه با یکدیگر واکنش ندهند، برای محاسبهٔ چگالی مخلوط، کدام رابطه همواره صحیح نیست؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) $\rho_T = \frac{m_۱ + m_۲ + m_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳}$
۲) $\rho_T = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲ + \rho_۳V_۳}{V_۱ + V_۲ + V_۳}$
۳) $\rho_T = \frac{\rho_۱ + \rho_۲ + \rho_۳}{۳}$
۴) $\rho_T = \frac{m_۱ + m_۲ + m_۳}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲} + \frac{m_۳}{\rho_۳}}$

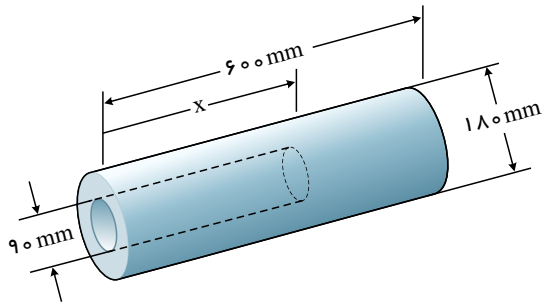
**۸۱** ۴۰۰ گرم آب صفر درجه را داخل یخچالی قرار می‌دهیم وقتی ۲۰درصد از آب به یخ تبدیل شد چگالی متوسط مخلوط چند گرم بر سانتی‌متر مکعب خواهد شد؟ ($\rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳}$, $\rho_{یخ} = ۰/۸\frac{g}{cm^۳}$)

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۴۲}{۵۱}$
۲) $\frac{۲۰}{۲۱}$
۳) $\frac{۲۱}{۲۰}$
۴) $\frac{۵۱}{۴۲}$

**۸۲** مطابق شکل، یک قطعهٔ پلاستیکی به شکل استوانه که چگالی مادهٔ سازندهٔ آن $\frac{۱}{۷}$ چگالی آب است، در اختیار داریم. در این قطعه حفره‌ای استوانه‌ای ایجاد کرده و آن را با ماده‌ای که چگالی آن ۳ برابر چگالی آب است، پر می‌کنیم. $x$ چند میلی‌متر باشد تا چگالی مجموعه $\frac{۱}{۲}$ چگالی آب شود؟

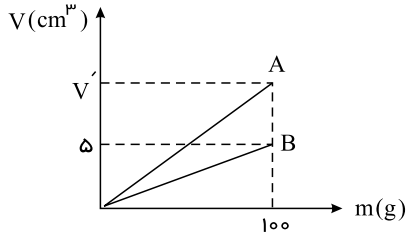
سخت- منتاآزمون- ۱۴۰۱




۱) ۴۵۰
۲) ۴۰۰
۳) ۳۰۰
۴) ۳۵۰

**۸۳** با جرم یکسانی از دو ماده $A$ و $B$ آلیاژی با چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ ساخته‌ایم. $V'$ چند سانتی‌متر مکعب است؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰




۱) ۱۸
۲) ۲۰
۳) ۲۴
۴) ۲۵

**۸۴** دو مایع با چگالی‌های $\rho_۱ = ۴\frac{g}{cm^۳}$ و $\rho_۲ = ۶\frac{g}{cm^۳}$ را با حجم‌های مساوی با هم مخلوط می‌کنیم، تغییر حجم محلول در اثر اختلاط نا چیز است. چگالی محلول چند واحد $SI$ می شود؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۴۵۰۰
۲) ۵۰۰۰
۳) ۵۲۰۰
۴) ۵۵۰۰

**۸۵** درون یک لیتر آب، چند سانتی‌متر مکعب الکل بریزیم تا چگالی مخلوط، ۱۰ درصد بیشتر از چگالی الکل شود؟ (چگالی الکل و آب به‌ترتیب $0/8\frac{g}{cm^3}$ و $1\frac{g}{cm^3}$ است.)

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۸۰۰ ۲) ۱۲۰۰ ۳) ۱۵۰۰ ۴) ۱۸۰۰

**۸۶** برای تهیهٔ آلیاژی ۲۵ درصد از جرم آن را از ماده‌ای با چگالی $\rho$ و بقیه را از ماده‌ای به چگالی $4\rho$ ساخته‌ایم. چگالی آلیاژ چند برابر $\rho$ است؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) $\frac{5}{3}$ ۲) $\frac{16}{7}$ ۳) $\frac{11}{3}$ ۴) $\frac{13}{4}$

**۸۷** مخلوطی از دو مایع به چگالی‌های $\rho_1 = 1/2\frac{kg}{L}$ و $\rho_2 = 0/8\frac{kg}{L}$ درست شده است. اگر چگالی مخلوط $900\frac{kg}{m^3}$ باشد نسبت جرم مایع (۱) به جرم مایع (۲) کدام است؟ (در اثر مخلوط کردن دو مایع، تغییر حجم رخ نمی‌دهد.)

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) $\frac{9}{2}$ ۲) $\frac{2}{9}$ ۳) ۲ ۴) $\frac{1}{2}$

**۸۸** دو ماده با چگالی‌های $\rho_1 = 6\frac{g}{cm^3}$ و $\rho_2 = 3\frac{g}{cm^3}$ را با هم مخلوط می‌کنیم، به‌گونه‌ای که بار اول، جرم مساوی از آنها را با هم مخلوط می‌کنیم و بار دوم، حجم مساوی از آنها را با هم مخلوط می‌کنیم. اگر چگالی مخلوط، بار اول $\rho'$ و بار دوم $\rho''$ شود، نسبت $\frac{\rho''}{\rho'}$ کدام است؟

سخت- منتاآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{8}{9}$ ۴) $\frac{9}{8}$

**۸۹** ۳ لیتر آب به چگالی یک کیلوگرم بر لیتر با ۲ لیتر مایع به چگالی ۱٫۵ کیلوگرم بر لیتر مخلوط می‌شود. هرگاه هنگام اختلاط تغییر حجمی صورت نگیرد، چگالی مخلوط برحسب کیلوگرم بر لیتر کدام است؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۱٫۲ ۲) ۱٫۲۵۰ ۳) ۱٫۴ ۴) ۱٫۸

**۹۰** دو مایع با چگالی‌های $۵\frac{g}{cm^۳}$ و $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ که حجم آنها به‌ترتیب $۵۰۰mL$ و $۲۰۰mL$ است را مخلوط می‌کنیم. چنانچه در اثر مخلوط کردن آنها، $۱۰۰mL$ کاهش حجم داشته باشند، چگالی مخلوط چند $\frac{kg}{m^۳}$ می‌شود؟

سخت- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۷٫۵ ۲) ۹ ۳) ۷۵۰۰ ۴) ۹۰۰۰

**۹۱** ۲۰ درصد از حجم یک آلیاژ از مادهٔ $A$ به چگالی $۲\frac{g}{cm^۳}$ و بقیهٔ آن از مادهٔ $B$ به چگالی $۱٫۵\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است. اگر در هنگام ساخت این آلیاژ تغییر حجمی رخ نداده باشد، چگالی این آلیاژ چند کیلوگرم بر لیتر است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱٫۶ ۲) ۱۶۰۰ ۳) ۱٫۸ ۴) ۱۸۰۰

**۹۲** برای تهیهٔ نوعی آلیاژ ۸۰ درصد از آن را از ماده‌ای با چگالی $\rho$ و بقیه را از ماده‌ای با چگالی $2\rho$ می‌سازیم. چگالی آلیاژ چند $\rho$ می‌تواند باشد؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۱٫۸ ۲) ۱٫۲ ۳) ۱٫۵ ۴) ۱٫۴

**۹۳** طلافروشی در ساختن یک قطعه طلا به‌جای طلای خالص، مقداری نقره نیز به‌کار برده است. اگر حجم قطعهٔ ساخته شده ۱۰ سانتی‌متر مکعب و چگالی آن $15{,}4\frac{g}{cm^3}$ باشد، جرم نقرهٔ به کار رفته برحسب گرم کدام است؟ ($10\frac{g}{cm^3}$ = چگالی نقره و $19\frac{g}{cm^3}$ = چگالی طلا) متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱۰ ۲) ۲۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

**۹۴** $V_1$ سانتی‌متر مکعب مایعی به چگالی $1{,}8\frac{g}{cm^3}$ را با $V_2$ سانتی‌متر مکعب مایعی به چگالی $0{,}8\frac{g}{cm^3}$ مخلوط کرده‌ایم. در اثر اختلاط $10cm^3$ کاهش حجم رخ داده و چگالی مخلوط $1{,}5\frac{g}{cm^3}$ می‌شود. اگر $V_2 = 1{,}5V_1$ باشد، کدام گزینه به ترتیب از راست به چپ $V_1$ و $V_2$ را برحسب سانتی‌متر مکعب به درستی نشان می‌دهد؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۲۰ و ۳۰ ۲) ۱۰ و ۱۵ ۳) ۳۰ و ۴۵ ۴) ۴۰ و ۶۰

**۹۵** اگر $m_1$ گرم مایعی به چگالی $2\frac{g}{cm^3}$ را با $m_2$ گرم از مایعی به چگالی $1\frac{g}{cm^3}$ مخلوط کنیم و چگالی مخلوط $1{,}6\frac{g}{cm^3}$ شود کدام $\frac{m_1}{m_2}$ است؟ (فرض کنید در اثر اختلاط دو مایع کاهش حجم صورت نگیرد.)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۹۶** در ظرفی که نیمی از گنجایش آن پر است از مایعی به چگالی $0/8 \frac{g}{cm^3}$، مایعی به چگالی $1/2 \frac{g}{cm^3}$ می‌ریزیم تا پُر شود. ترازو جرم ظرف خالی را $200g$ و جرم مجموعهٔ ظرف و مخلوط را $1200g$ نشان می‌دهد. گنجایش ظرف چند لیتر است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

## اجسام حفره‌دار

**۹۷** شعاع یک کرهٔ فلزی ۵ سانتی‌متر و جرم آن ۱۰۸۰ گرم و چگالی آن $2/7 \frac{g}{cm^3}$ است. درون این کره یک حفره وجود دارد. حجم این حفره چند درصد حجم کره را تشکیل می‌دهد؟ $(\pi \simeq 3)$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

**۹۸** درون یک قطعه طلا به حجم ظاهری $12cm^3$ و جرم ۱۹۹/۵ گرم، حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی طلا $19000 \frac{kg}{m^3}$ باشد، حجم حفره‌ی خالی چند سانتی‌متر مکعب است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۷

۱) ۰/۷۵ ۲) ۱/۵ ۳) ۲/۵ ۴) ۳/۴

**۹۹** طول هر ضلع مکعب فلزی $10cm$ و جرم آن $6kg$ است. اگر چگالی فلز $8g/cm^3$ باشد، مکعب:

متوسط- سراسری- ۱۳۸۸

۱) توپر است و حجم آن $750cm^3$ است.
۲) توپر است و حجم آن $1000cm^3$ است.
۳) حفرهٔ خالی دارد و حجم حفره $750cm^3$ است.
۴) حفرهٔ خالی دارد و حجم حفره $250cm^3$ است.

**۱۰۰** مکعب‌مستطیلی به جرم $3kg$ و به ابعاد $5cm^3 \times 4 \times 4$ از آلیاژی به چگالی $50\frac{gr}{cm^3}$ ساخته شده است. حجم حفرهٔ درون این مکعب‌مستطیل چند درصد حجم کل آن است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ٪۲۵ ۲) ٪۷۵ ۳) ٪۳۳ ۴) ٪۶۶

**۱۰۱** یک مکعب که چگالی مواد سازنده آن $10^4\frac{kg}{m^3}$ است و درون آن حفره‌ای کروی به شعاع $10cm$ قرار دارد را به طور کامل درون ظرفی پر از روغن فرو می‌بریم. اگر ۳ کیلوگرم روغن از ظرف بیرون بریزد، جرم این مکعب چند کیلوگرم است؟ ($\pi = 3$ و $\rho_{\text{روغن}} = 0/6\frac{g}{cm^3}$)

سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲ ۴) ۸

**۱۰۲** کره‌ای به جرم $30kg$ و چگالی $8\frac{g}{cm^3}$ با شعاع $10cm$ مفروض است. اگر درون حفره آن را از ماده‌ای با چگالی $4\frac{g}{cm^3}$ پر کنیم، چگالی مجموعهٔ جدید چند $\frac{g}{cm^3}$ است؟ $(\pi \simeq 3)$

سخت- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۷/۷۵ ۲) ۷/۲۵ ۳) ۴/۸ ۴) ۶/۴

**۱۰۳** با $250g$ از آلیاژی به چگالی $2500\frac{kg}{m^3}$ مکعبی توخالی ساخته شده است که حجم حفرهٔ آن $25cm^3$ است. طول هر ضلع این مکعب چند $cm$ است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۰/۵ ۲) ۵ ۳) $5\sqrt{3}$ ۴) $5\sqrt{6}$

**۱۰۴** ۳۰ درصد از حجم شکل ظاهری یک جسم فلزی که دارای حفره است، را فلز تشکیل داده است. اگر حجم حفره $۸۴cm^۳$ باشد و جرم جسم ۲۷۰ گرم باشد، چگالی فلز چند $\frac{g}{cm^۳}$ است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۶٫۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۹ ۴) ۱۰٫۵

**۱۰۵** جرم مکعبی به ضلع $۴۰۰,۵cm$ گرم است. چگالی فلزی که مکعب با آن ساخته شده است $۴\frac{g}{cm^۳}$ است. حجم حفره‌ای که درون مکعب است چند سانتی‌متر مکعب است؟

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۱۲۵ ۲) ۱۰۰ ۳) ۷۵ ۴) ۲۵

**۱۰۶** ۲۰ درصد از حجم کره‌ای به شعاع $r$ را حفره‌ای اشغال کرده است. این کره را داخل ظرف پر از آبی فرو می‌بریم، به طوری که داخل حفره پر از آب شود، ۲۵٫۶ گرم آب ازظرف بیرون می‌ریزد. شعاع کره $(r)$ چند سانتی‌متر است؟$(\pi = ۳, \rho_{آب} = ۱\frac{g}{cm^۳})$

سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

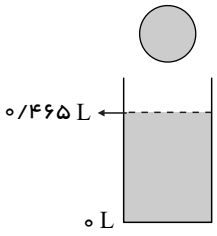
**۱۰۷** مکعبی به ضلع $۵cm$ از ماده‌ای به چگالی $۷٫۶\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده است. اگر جرم این مکعب $۷۶۰g$ باشد، حفره چند درصد از حجم مکعب را اشغال کرده است؟

سخت- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۳۵

**۱۰۸** یک کرهٔ فلزی توخالی به جرم $0/42kg$ را به آرامی درون ظرف آب شکل زیر که حجم کل آن $0/5L$ است، می‌اندازیم. اگر چگالی فلز سازندهٔ کره برابر با $12\frac{g}{cm^3}$ باشد و پس از انداختن گلوله در ظرف و فرورفتن کامل آن، $15cm^3$ آب از ظرف سرریز شود، حجم حفرهٔ درون کره چند $cm^3$ است؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰




۱) ۱۰
۲) ۱۵
۳) ۲۰
۴) ۳۰

**۱۰۹** مکعبی از فلزی با چگالی $8\frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است و جرم آن $800g$ است. اگر طول هر ضلع مکعب $5cm$ باشد، چند گرم آب درون حفره مکعب می‌توان ریخت؟ ($\rho_{آب}=1\frac{g}{cm^3}$)

متوسط- منتا- ۱۳۹۷

۱) ۲۵
۲) ۱۰۰
۳) ۱۲۵
۴) ۷۵

**۱۱۰** یک جسم فلزی به جرم $3kg$ را درون ظرف پر از نفتی به چگالی $0/6\frac{g}{cm^3}$ می‌اندازیم و به اندازهٔ ۵۴۰ گرم نفت از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر درون جسم حفره‌ای وجود داشته باشد، حجم حفره چند سانتی‌متر مکعب است؟ ($\rho_{فلز}=6\frac{g}{cm^3}$)

متوسط- smart- ۱۴۰۰

۱) ۲۰۰
۲) ۴۰۰
۳) ۵۵۰
۴) ۷۰۰

**۱۱۱** درون مکعب فلزی به ضلع $10cm$ حفره‌ای کروی به شعاع $5cm$ موجود است. اگر حفره را به طور کامل با روغن به چگالی $0/8\frac{g}{cm^3}$ پر کنیم، جرم مجموعه نسبت به حالتی که حفره خالی است، ۲۰ درصد افزایش می‌یابد. چگالی فلز چند کیلوگرم بر مترمکعب است؟ ($\pi=3$)

سخت- منتاآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱۰۰۰
۲) ۲۰۰۰
۳) ۴۰۰۰
۴) ۶۰۰۰

**۱۱۲** دو مکعب فلزی آهنی $A$ و $B$ که به ترتیب طول ضلع آنها $a$ و $3a$ و جرم آنها $2m$ و $m$ است، در اختیار داریم. اگر بدانیم یکی از مکعب‌ها تو پر و دیگری تو خالی است، حجم حفره در یکی از مکعب‌ها برابر کدام است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) $5/5a^3$ ۲) $15/6a^3$ ۳) $26/5a^3$ ۴) $35a^3$

**۱۱۳** چند گزینهٔ درست وجود دارد؟

۰۱ اگر درون یک بطری، $4kg$ مایع $A$ با چگالی $\rho$ پر شود، $8kg$ مادهٔ $B$ با چگالی $2\rho$ جای می‌گیرد.

۰۲ هرچه جرم جسمی بیشتر باشد، چگالی آن بیشتر است، یعنی چگالی با جرم متناسب است.

۰۳ در یک لیزر مدادی، باریکه نور به‌صورت تعدادی پرتو موازی مدل‌سازی می‌شود.

۰۴ شدت روشنایی کمیت نرده‌ای و اصلی است. واحد آن کندلا (شمع) $cd$ است.

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۱۱۴** درون یک قطعه طلا به حجم ظاهری $12cm^3$ و جرم $199/5g$ حفره‌ای وجود دارد. اگر چگالی طلا $19/3 \times 10^4 \frac{kg}{m^3}$ باشد، چند درصد حجم این جسم حفره است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۱۵/۵ ۲) ۱۴/۵ ۳) ۱۲/۵ ۴) ۱۰/۵

**۱۱۵** ظرفی لبریز از مایع با چگالی $2\frac{g}{cm^3}$ است. اگر گلوله‌ای تو خالی به جرم ۸۰ گرم که از ماده‌ای به چگالی $5\frac{g}{cm^3}$ ساخته شده است را به آرامی وارد آن کنیم، ۴۰ گرم از مایع به بیرون می‌ریزد. حجم حفره موجود درون گلوله، چه کسری از حجم ظاهری گلوله است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) $\frac{1}{4}$ ۲) $\frac{2}{7}$ ۳) $\frac{2}{5}$ ۴) $\frac{1}{5}$

**۱۱۶** مکعبی به ضلع $۱۰cm$ در اختیار داریم. اگر ۴۰ درصد حجم این مکعب را حفره‌ای تو خالی تشکیل داده باشد و چگالی ماده تشکیل دهندهٔ آن $۲۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد، جرم این مکعب در $SI$ کدام است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱ ۲) ۱٫۵ ۳) ۱۰۰۰ ۴) ۱۵۰۰

**۱۱۷** یک جسم فلزی را به آرامی داخل ظرف پر از آب می‌اندازیم و $۱۰۰g$ آب از ظرف بیرون می‌ریزد. اگر چگالی فلز $۸\frac{g}{cm^۳}$ و جرم آن $۶۰۰g$ باشد: ($\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}$)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) جسم فلزی حفره ندارد و حجم آن $۱۰۰cm^۳$ است.
۲) جسم فلزی حفره ندارد و حجم آن $۷۵cm^۳$ است.
۳) جسم فلزی حفره دارد و حجم حفرهٔ داخل آن $۲۵cm^۳$ است.
۴) جسم فلزی حفره دارد و حجم حفرهٔ داخل آن $۵۰cm^۳$ است.

**۱۱۸** مکعبی به ضلع $۱۰cm$ در اختیار داریم که جرم آن ۱۷۰۰ گرم است. اگر چگالی مادهٔ سازندهٔ آن $۲۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$ باشد، حجم حفرهٔ داخل آن چند سانتی‌متر مکعب است؟

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱۲۰ ۲) ۳۲۰ ۳) ۴۶۰ ۴) ۵۴۰

**۱۱۹** کره‌ای فلزی به جرم $۲۰kg$ و شعاع ۱۰ سانتی‌متر مفروض است. چند مورد از گزاره‌های زیر درست است؟ ($\rho_{\text{آب}} = ۱\frac{g}{cm^۳}$ , $\pi = ۳$)

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) اگر کره را درون ظرف پر از آب قرار دهیم، ۴ کیلوگرم آب از ظرف خارج می شود.
۲) اگر چگالی فلز $۵\frac{g}{cm^۳}$ باشد، کره توپر است.
۳) اگر چگالی فلز $۴\frac{g}{cm^۳}$ باشد، حجم حفرهٔ آن $۱۰^۶$ میلی‌متر مکعب است.
۴) اگر چگالی فلز $۲٫۵\frac{g}{cm^۳}$ باشد و حفره درون آن از مایعی با چگالی $۲\frac{g}{cm^۳}$ پر شود، چگالی مجموعه $۲٫۲۵\frac{g}{cm^۳}$ خواهد شد.

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) ۳ ۴) ۴

**۱۲۰** مکعبی حفره‌دار به جرم $۲۱۶۰g$ و به ضلع $۱۰cm$ از آلومینیوم به چگالی $۲۷۰۰\frac{kg}{m^۳}$ ساخته شده است. حجم حفرهٔ خالی داخل آن چند سانتی‌متر مکعب است؟

متوسط- منتا- ۱۴۰۰

۱) ۱۵۰ ۲) ۲۰۰ ۳) ۷۸۰ ۴) ۱۲۵۰

**۱۲۱** یک کرهٔ آلومینیمی به جرم $۰/۸۱kg$ را درون ظرفی پر از آب می‌اندازیم. مشاهده می‌شود که $۴۰۰g$ آب از ظرف بیرون می‌ریزد. چند درصد حجم کره را حفره تشکیل داده است؟ $(\rho_{\text{آلومینیم}} = ۲۷۰۰\frac{kg}{m^۳}\ ,\ \rho_{\text{آب}} = ۱۰۰۰\frac{kg}{m^۳})$

متوسط- ۱۴۰۰ -smart

۱) ۱۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۶۰

**۱۲۲** از ماده‌ای به چگالی $۲/۷\frac{g}{cm^۳}$ کره‌ای به قطر $۲۰cm$ با جرم ۸/۱ کیلوگرم ساخته‌ایم. اگر حفرهٔ داخل کره را با مایعی به چگالی $\rho$ پر کنیم، جرم کل کره ۸/۹ کیلوگرم می‌شود. $\rho$ چند گرم بر سانتی‌متر مکعب است؟ $(\pi = ۳)$

سخت- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۰/۸ ۲) ۰/۸۱ ۳) ۰/۸۳ ۴) ۰/۸۹

**۱۲۳** مکعب $A$ از فلزی به چگالی $۸\frac{g}{cm^۳}$ و مکعب $B$ از فلزی به چگالی $۱۰\frac{g}{cm^۳}$ ساخته شده و هر دو دارای جرم $۴۰۰g$ می‌باشند. مکعب‌ها دارای حجم ظاهری یکسان می‌باشند، اما حجم حفرهٔ به‌کاررفته در مکعب $B$، ۳ برابر حجم حفرهٔ به‌کاررفته در مکعب $A$ است. حجم ظاهری هر یک از مکعب‌ها چند $cm^۳$ است؟

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۱

۱) ۴۵ ۲) ۵۵ ۳) ۶۰ ۴) ۶۵

**۱۲۴** داخل یک مکعب مستطیل از جنس نقره، به جرم ۱۰۵۰ گرم و ابعاد $۲cm \times ۱۰cm \times ۲۵cm$ حفره‌ای وجود دارد. حجم این حفره چه درصدی از حجم مکعب است؟ ($\rho_{\text{نقره}} = ۱۰/۵\frac{g}{cm^۳}$)

متوسط- منتآزمون- ۱۴۰۲

۱) ۲۰ ۲) ۴۰ ۳) ۸۰ ۴) ۶۰

# پاسخ‌نامه تشریحی

**۱** ۱ ۲ ۳ ۴ حجم مایع بیرون ریخته‌شده از ظرف دقیقاً برابر حجم قطعه فلز است.

$$V_{\text{الکل}} = V_{\text{فلز}} \Rightarrow \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} \Rightarrow \frac{۱۶۰g}{۰/۸} = \frac{m_{\text{فلز}}}{۲/۷} \Rightarrow m_{\text{فلز}} = \frac{۲/۷ \times ۱۶۰}{۰/۸} = ۵۴۰g$$

**۲** ۱ ۲ ۳ ۴ ظرف پر از الکل است، بنابراین با فرو بردن گلولهٔ آهنی در ظرف، حجم الکلی که بیرون می‌ریزد دقیقاً برابر حجم گلوله‌ی آهنی است بنابراین می‌توان نوشت:

$$V_{\text{آهن}} = V_{\text{الکل}} \Rightarrow \frac{m_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{آهن}}} = \frac{m_{\text{الکل}}}{\rho_{\text{الکل}}} \Rightarrow \frac{۳۹۰۰}{۷۸۰۰} = \frac{m_{\text{الکل}}}{۸۰۰} \Rightarrow m_{\text{الکل}} = ۴۰۰g$$

**۳** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا حجم کرهٔ توپر به شعاع $۵cm$ را به‌دست می‌آوریم:

$$V = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \rightarrow V = \frac{۴}{۳} \times \pi \times (۵)^۳ = \frac{۵۰۰}{۳}\pi cm^۳$$

حال با استفاده از رابطهٔ چگالی می‌توانیم جرم کره را به‌دست می‌آوریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow ۶(\frac{g}{cm^۳}) = \frac{m}{\frac{۵۰۰}{۳}\pi(cm^۳)} \rightarrow m = ۱۰۰۰\pi(g) = \pi(kg) \rightarrow m = ۳/۱۴kg$$

**۴** ۱ ۲ ۳ ۴ گام اول: جرم جسم $۱۱/۵g$ است.

$$m = ۱۱/۵g = ۱۱/۵ \times ۱۰^{-۳}kg$$

گام دوم: حجم جسم برابر مقدار افزایش حجم مایع بالاآمدهٔ درون اُستوانه می‌باشد:

$$V = ۲۳/۱mL - ۱۸/۵mL = ۴/۶mL = ۴/۶ \times ۱۰^{-۳}L = ۴/۶ \times ۱۰^{-۶}m^۳$$

گام سوم:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۱۱/۵ \times ۱۰^{-۳}kg}{۴/۶ \times ۱۰^{-۶}m^۳} = ۲۵۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

**۵** ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

برای پیدا کردن چگالی فلز، با توجه اینکه جرم آن معلوم است، باید حجم فلز را نیز معلوم کنیم. می‌دانیم که حجم آب جابه‌جا شده برابر حجم فلز می‌باشد. بنابراین داریم:

$$V = Ah = ۱۰ \times ۱/۲ = ۱۲cm^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \rho = \frac{۹۰}{۱۲} = ۷/۵gr/cm^۳$$

**۶** ۱ ۲ ۳ ۴ ۶

آب در نیمی از قسمت خالی استوانه با شعاع $۵cm$ ریخته شده، پس داریم:

$$m_{\text{استوانه}} + m_{\text{آب}} = ۳۷۵۰g$$

$$\rightarrow \rho\pi(۱۰^۲ - ۵^۲) \times ۱۰cm + ۱ \times \pi \times (۵)^۲ \times ۵cm = ۳۷۵۰$$

$$\rightarrow ۲۲۵۰\rho + ۳۷۵ = ۳۷۵۰$$

$$\rightarrow ۲۲۵۰\rho = ۳۳۷۵ \rightarrow \boxed{\rho = ۱/۵\frac{g}{cm^۳}}$$

**۷** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار، برای مایع $A$ داریم:

$$\begin{cases} m_A = ۵۰۰ - m_۰ \\ V_A = ۲۰۰cm^۳ \end{cases} , \begin{cases} m'_A = ۱۱۰۰ - m_۰ \\ V'_A = ۶۰۰cm^۳ \end{cases}$$

با توجه به ثابت بودن چگالی مایع و طبق رابطه $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت:

$$\frac{m_A}{V_A} = \frac{m'_A}{V'_A} \Rightarrow \frac{۵۰۰ - m_۰}{۲۰۰} = \frac{۱۱۰۰ - m_۰}{۶۰۰} \Rightarrow ۳۰۰۰ - ۶m_۰ = ۲۲۰۰ - ۲m_۰ \Rightarrow m_۰ = ۲۰۰g$$

حال داریم:

$$m_A = ۵۰۰ - m_۰ = ۵۰۰ - ۲۰۰ = ۳۰۰g \, , \rho_A = \frac{m_A}{V^A} = \frac{۳۰۰}{۲۰۰} = ۱/۵\frac{g}{cm^۳}$$

**۸** ۱ ۲ ۳ ۴ ۸ در مرحلهٔ اول که جرم ظرف و جرم کل مجموعه معلوم است (جرم ظرف به‌علاوهٔ جرم مایع داخل آن) می‌توان جرم مایع را محاسبه کرد. حال با معلوم بودن جرم مایع و چگالی آن، حجم مایع که در واقع حجم ظرفی است که مایع، آن را پر کرده، محاسبه می‌کنیم بنابراین داریم:

طبق داده مسئله داریم:

$$m_{\text{مایع (۱)}} + m_{\text{ظرف}} = ۶۰۰ \rightarrow \rho_{\text{مایع (۱)}} \times v_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} = ۶۰۰ \Rightarrow \rho_{\text{مایع (۱)}} \times v_{\text{ظرف}} = ۴۰۰ \Rightarrow ۱/۶ \times v_{\text{ظرف}} = ۴۰۰ \Rightarrow v_{\text{ظرف}} = ۲۵۰cm^۳$$

طبق صورت سؤال مجموع جرم ظرف و مایع $\rho_۲$، ۳۰۰ گرم است پس:

$$m_{\text{مایع (۲)}} + m_{\text{ظرف}} = ۳۰۰ \Rightarrow \rho_۲ \times v_{\text{ظرف}} + m_{\text{ظرف}} = ۳۰۰ \Rightarrow \rho_۲ \times ۲۵۰ + ۲۰۰ = ۳۰۰ \Rightarrow \rho_۲ \times ۲۵۰ = ۱۰۰ \Rightarrow \rho_۲ = ۰/۴\frac{g}{cm^۳}$$

**۹** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\rho_۱ = \rho_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{V_۱} = \frac{m_۲}{V_۲} \Rightarrow \frac{M}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} = \frac{m_۲}{\pi(۲R)^۲ \times \frac{R}{۲}} \Rightarrow m_۲ = ۱٫۵M$$

**۱۰** ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا حجم ظاهری مکعب را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{ظاهری}} = a^۳ = ۶^۳ = ۲۱۶cm^۳$$

حال حجم واقعی را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \Rightarrow v_{\text{واقعی}} = \frac{۱۴۰۰}{v} = ۲۰۰cm^۳$$

پس:

$$v_{\text{حفره}} = v_{\text{ظاهری}} - v_{\text{واقعی}} = ۲۱۶ - ۲۰۰ = ۱۶cm^۳$$

حال حساب می‌کنیم چند گرم از مایع به چگالی $۰٫۴\frac{g}{cm^۳}$ در حجم $۱۶cm^۳$ جای می‌گیرد.

$$m = \rho v \Rightarrow m = ۱۶ \times ۰٫۴ = ۶٫۴g$$

**۱۱** **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا حجم پوستهٔ استوانه‌ای (یعنی حجم واقعی یا حجم ماده‌ای که برای ساختن استوانه به کار رفته) را به دست می‌آوریم، سپس با استفاده از رابطهٔ چگالی، جرم استوانه را می‌یابیم. بنابراین داریم:

$$V = \pi R_۲^۲ h - \pi R_۱^۲ h = \pi h(R_۲^۲ - R_۱^۲) \Rightarrow V = ۳ \times ۲۰ \times (۱۰^۲ - ۶^۲) = ۳ \times ۲۰ \times (۱۰۰ - ۳۶) = ۳۸۴۰cm^۳$$
$$\rho = \frac{m}{v} \Rightarrow m = \rho v = ۶٫۵ \times ۳۸۴۰ = ۲۴۹۶۰g = ۲۴٫۹۶kg$$

**۱۲** ۱ **۲** ۳ ۴ حجم نیم‌کره‌ای که حفره در آن وجود دارد از رابطه زیر بدست می‌آید:

$$V = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi(R^۳ - R'^۳)$$

و در نتیجه جرم جسم خواهد شد:

$$m = \rho V = \rho \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi(R^۳ - R'^۳) \Rightarrow m = ۸ \times \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳} \times ۳(۴^۳ - ۲^۳) \Rightarrow m = ۱۶(۶۴ - ۸) = ۸۹۶g$$

**۱۳** ۱ ۲ ۳ **۴** چون جرم دو کره یکسان است و چگالی کرهٔ $B$ بیشتر است. طبق رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ حجم واقعی کرهٔ $B$ کمتر می‌باشد. یعنی درون کرهٔ $B$ حفره‌ای وجود دارد و کرهٔ $A$ توپُر است و در نتیجه حجم واقعی و حجم ظاهری آن یکسان می‌باشد. ابتدا حجم ظاهری کره‌ها را حساب می‌کنیم.

$$V'_A = V'_B = \frac{۳}{۴}\pi r^۳ \xrightarrow[\pi=۳]{r=۲cm} V'_A = V'_B = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times ۸ = ۳۲cm^۳$$

حجم واقعی کرهٔ $B$ را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید حجم واقعی را از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ به‌دست می‌آوریم.

$$m_A = m_B \xrightarrow{m=\rho V} \rho_A V_A = \rho_B V_B \xrightarrow[\rho_A=۳g/cm^۳, \rho_B=۸g/cm^۳]{V_A=V'_A=۳۲cm^۳} ۳ \times ۳۲ = ۸ \times V_B \Rightarrow V_B = ۱۲cm^۳$$

می‌بینیم حجم واقعی کرهٔ $B$ برابر با $۱۲cm^۳$ و حجم ظاهری آن $۳۲cm^۳$ است . بنابراین اختلاف این دو حجم برابر با حجم حفره می‌باشد.

$$\Delta V'_B = V'_B - V_B = ۳۲ - ۱۲ \Rightarrow \Delta V'_B = ۲۰cm^۳$$

**۱۴** ۱ **۲** ۳ ۴ زمانی‌که قطعه فلز را در ظرف پر از مایع وارد می‌کنیم، حجم مایعی که از ظرف بیرون می‌ریزد برابر با حجم قطعه فلز است:

$$\rho_{\text{مایع}} = ۱۵۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۱٫۵\frac{g}{cm^۳}$$
$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} \rightarrow ۱٫۵ = \frac{۳۰۰}{V_{\text{مایع}}} \rightarrow V_{\text{مایع}} = ۲۰۰cm^۳$$
$$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \rightarrow \rho_{\text{فلز}} = \frac{۲۵۰}{۲۰۰} = ۱٫۲۵\frac{g}{cm^۳}$$

**۱۵** ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا حجم نیم‌کره در حالت اول و دوم را به دست می‌آوریم:

حالت اول:

$$V_۱ = \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R_۲^۳) - \frac{۱}{۲}(\frac{۴}{۳}\pi R_۱^۳) = \frac{۲}{۳}\pi R_۲^۳ - \frac{۲}{۳}\pi R_۱^۳ = \frac{۲}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳)$$

حالت دوم:

$$V_۲ = \frac{۱}{۲} \times (\frac{۴}{۳}\pi(۲R_۲)^۳ - \frac{۱}{۲} \times (\frac{۴}{۳}\pi(۲R_۱)^۳ = \frac{۱}{۲} \times (\frac{۳۲}{۳}\pi R_۲^۳) - \frac{۱}{۲} \times (\frac{۳۲}{۳}\pi R_۱^۳) = \frac{۱۶}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳)$$

چون چگالی‌ها برابر است پس:

$$\rho_۱ = \rho_۲ \Rightarrow \frac{m_۱}{V_۱} = \frac{m_۲}{V_۲} \Rightarrow \frac{m_۱}{\frac{۲}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳)} = \frac{m_۲}{\frac{۱۶}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳)} \Rightarrow m_۲ = ۸m_۱ \Rightarrow m_۲ = ۸M$$

**۱۶** ۱ ۲ **۳** ۴ حجم استوانه توخالی عبارت است از:

$$V = \pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

از تعریف چگالی می‌دانیم که چگالی جرم یکای حجم ماده است:

$$\rho = \frac{m}{V}$$

پس:

$$M = \rho V \Rightarrow M = \rho\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

حجم استوانه دوم را نیز بدست می‌آوریم:

$$V' = \pi[(۲R_۲)^۲ - (۲R_۱)^۲] \times ۳h = ۱۲\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h$$

به این ترتیب جرم لازم را بدست می‌آوریم:

$$M' = \rho V' = \rho \times ۱۲\pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h = ۱۲M$$

**۱۷** ۱ ۲ ۳ **۴**

حجم مایع با حجم کل ظرف یعنی مجموع حجم استوانه و نیمکره برابر است، بنابراین در ابتدا حجم کل ظرف (یا مایع) را محاسبه کرده، سپس چگالی مایع را به دست می‌آوریم.

$$V = V_{\text{استوانه}} + V_{\text{نیم کره}} = \pi r^۲ h + \frac{۲}{۳}\pi r^۳ = \pi(r^۲ h + \frac{۲}{۳}r^۳) \xrightarrow{r=h} V = \frac{۵}{۳}\pi r^۳ = \frac{۵}{۳} \times \pi \times ۶^۳ = ۳۶۰\pi(cm^۳)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۶۲۸}{۳۶۰\pi} = \frac{۲۰۰}{۳۶۰} \simeq ۰/۵۶\frac{g}{cm^۳}$$

**۱۸** **۱** ۲ ۳ ۴ در حل این سؤال باید به چند نکته توجه کنیم:

۱ - حجم مایعات که ظرف را پر کرده‌اند، یکسان است.

۲- نسبت $\frac{\rho_۲}{\rho_۱} = ۱/۸$ است.

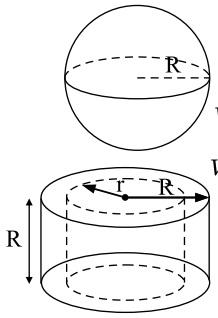
۳ - اگر مجموع جرم مایعات و ظرف در دو حالت ۷۸۰ گرم است، مجموع جرم مایعات $۷۸۰ - ۵۰۰ = ۲۸۰$ گرم است (جرم ظرف را در دو حالت از جرم کل کم کردیم.)

حال با توجه به مقدمهٔ بیان‌شده سؤال را حل می‌کنیم. اگر جرم مایعات $m_۱$ و $m_۲$ باشد، داریم:

$$m_۱ + m_۲ = ۲۸۰ \xrightarrow[\frac{\rho_۲}{\rho_۱}=\frac{m_۲}{m_۱}=۱/۸]{V_۱=V_۲} m_۱ + ۱/۸m_۱ = ۲۸۰ \rightarrow ۲/۸m_۱ = ۲۸۰ \rightarrow m_۱ = ۱۰۰g$$

**۱۹** ۱ **۲** ۳ ۴

با توجه به اینکه استوانه و کره از یک ماده ساخته شده‌اند، $\rho_{\text{استوانه}} = \rho_{\text{کره}}$ است. از طرفی می‌دانیم که جرم استوانه، نصف جرم کره است. حال با توجه به رابطهٔ مربوط به تعیین حجم کرهٔ توپر و استوانهٔ توخالی داریم:




$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi R^۳$$

$$V_{\text{استوانه}} = \pi(R^۲ - r^۲)h$$

$$\rho_{\text{کره}} = \rho_{\text{استوانه}} \Rightarrow (\frac{m}{V})_{\text{کره}} = (\frac{m}{V})_{\text{استوانه}} \xrightarrow{m_{\text{استوانه}} = \frac{۱}{۲}m_{\text{کره}}} \frac{m_{\text{کره}}}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳} = \frac{\frac{۱}{۲}m_{\text{کره}}}{\pi(R^۲ - r^۲)h} \Rightarrow \frac{۳}{۲R^۳} = \frac{۱}{(R^۲ - r^۲)h}$$

$$\xrightarrow{h=R} \frac{۳}{۲R^۳} = \frac{۱}{(R^۲ - r^۲)R} \Rightarrow ۳R^۲ - ۳r^۲ = ۲R^۲ \Rightarrow R^۲ = ۳r^۲ \Rightarrow r^۲ = \frac{۱}{۳}R^۲ \Rightarrow r = \frac{\sqrt{۳}}{۳}R$$

**۲۰** **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا حجم نیم‌کره دارای حفره را به دست می‌آوریم:

$$V = \frac{۱}{۲} \times \frac{۴}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳) = \frac{۲}{۳}\pi(R_۲^۳ - R_۱^۳) \xrightarrow{R_۱ = \frac{۱}{۵}R_۲} V = \frac{۲}{۳}\pi(R_۲^۳ - (\frac{۱}{۵}R_۲)^۳) \Rightarrow V = \frac{۲}{۳}\pi(R_۲^۳ - \frac{۱}{۱۲۵}R_۲^۳) = \frac{۲}{۳}\pi(\frac{۱۲۴}{۱۲۵}R_۲^۳) \Rightarrow V = \frac{۲۴۸}{۳۷۵}\pi R_۲^۳$$

حال داریم:

$$m = \rho V \Rightarrow m = \rho \times \frac{۲۴۸}{۳۷۵}\pi R_۲^۳ = \frac{۲۴۸}{۳۷۵}\rho\pi R_۲^۳$$

**۲۱** **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا باید جرم جسم را تعیین کنیم. با توجه به چگالی آب و حجم آب، بدیهی است که جرم آب ۴۰۰ گرم است. حال اگر جرم آب را از جرم کلی که ترازو نشان می‌دهد، کم کنیم جرم جسم به‌دست می‌آید. پس با توجه به تغییر ارتفاع آب، تغییر حجم آب (که همان حجم جسم است) را محاسبه می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$V = Ah = ۱۰ \times ۴۰ = ۴۰۰\ cm^۳$$

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow m_{\text{آب}} = ۴۰۰g$$

در این حالت مجموع جرم آب و جرم جسم برابر ۵۶۰ گرم است پس:

$$۵۶۰ - ۴۰۰ = ۱۶۰g$$

در این حالت ارتفاع درون ظرف افزایش یافته $\rightarrow ۱۲ - ۱۰ = ۲cm$

$$\Delta V = V_{\text{حجم}} = A\Delta h = ۴۰ \times ۲ = ۸۰cm^۳$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۱۶۰}{۸۰} = ۲\frac{g}{cm^۳}$$

**۲۲** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا ظرف پر از آب است، بنابراین با فرورفتن جسم در آب، حجمی از آب بیرون می‌ریزد که با حجم ظاهری جسم یکسان است. (در اینجا ۲ لیتر یا همان $۲۰۰۰cm^۳$) حال حجم واقعی ماده‌ای که برای ساختن کره با استفاده از رابطهٔ بین چگالی، جرم و حجم مادهٔ به کار رفته، محاسبه می‌کنیم. درنهایت برای تعیین حجم حفرهٔ احتمالی موجود در جسم، کافی است که حجم واقعی را از حجم ظاهری جسم کم کنیم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m = ۴kg = ۴۰۰۰g \\ \rho = ۵\frac{g}{cm^۳} \\ \text{ظاهری } V = ۲۰۰۰cm^۳ \end{cases} \rightarrow \rho = \frac{m}{V} \rightarrow \text{واقعی } V = \frac{۴۰۰۰}{۵} = ۸۰۰cm^۳$$

$$\Rightarrow \text{حفره } V = ۲۰۰۰ - ۸۰۰ = ۱۲۰۰cm^۳$$

**۲۳** ۱ ۲ ۳ ۴ چون در هر دو مرحله حجم دو ظرف یکسان است و تغییری نمی‌کند بنابراین خواهیم داشت:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \frac{m}{\rho} \rightarrow \frac{m_۱}{\rho_۱} = \frac{m_۲}{\rho_۲} \Rightarrow \frac{(۲۶۰ - ۶۰)}{۱} = \frac{(۴۱۰ - ۶۰)}{\rho_۲} \rightarrow ۲۰۰ = \frac{۳۵۰}{\rho_۲} \rightarrow \rho_۲ = ۱/۷۵\frac{g}{cm^۳}$$

**۲۴** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ مربوط به محاسبهٔ حجم استوانهٔ توخالی داریم:

$$V = \pi(R_۲^۲ - R_۱^۲)h = ۳(۲۰^۲ - ۱۰^۲) \times ۲۰ = ۱۸۰۰۰cm^۳$$

$$m = \rho V = ۴ \times ۱۸۰۰۰ = ۷۲۰۰۰g = ۷۲kg$$

**۲۵** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow \frac{\rho_۲}{\rho_۱} = \frac{m_۲}{m_۱} \times \frac{V_۱}{V_۲} = \frac{۴}{۵} \times \frac{۱۰۰}{۱۲۰} = \frac{۲}{۳}$$

**۲۶** ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا با توجه به معلوم بودن وزن مکعب مستطیل، جرم آن را به دست می‌آوریم. سپس حجم مکعب مستطیل را محاسبه می‌کنیم و در آخر با استفاده از رابطهٔ چگالی، مقدار چگالی را تعیین می‌کنیم. بنابراین داریم:

$$W = mg \Rightarrow ۹۶ = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۹/۶(kg)$$

$$V = abc = ۱۰_{cm} \times ۲۰_{cm} \times ۳۰_{cm} = ۶۰۰۰cm^۳ = ۶ \times ۱۰^{-۳}(m^۳)$$

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{۹/۶}{۶ \times ۱۰^{-۳}} = \frac{۹۶۰۰}{۶} \Rightarrow \rho = ۱۶۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

**۲۷** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه جرم دو استوانه برابر است داریم: (هرگاه بین جرم استوانه‌ها معلوم باشد و بخواهیم رابطهٔ بین ارتفاع یا سطح مقطع یا... را بیابیم، باید جرم را برحسب حاصل‌ضرب چگالی در حجم بنویسیم)

$$m_۱ = m_۲ \Rightarrow \rho_۱ V_۱ = \rho_۲ V_۲ \Rightarrow \rho_۱ A_۱ h_۱ = \rho_۲ A_۲ h_۲$$

$$h_۱ = h_۲ \Rightarrow \rho_۱ A_۱ = \rho_۲ A_۲ \Rightarrow \rho_۱ \pi R_۱^۲ = \rho_۲(\pi R_۱^۲ - \pi R_۲^۲)$$

$$\rho_۱ \pi R_۱^۲ = \rho_۲ \pi (R_۱^۲ - (\frac{R_۱}{۲})^۲) \Rightarrow \rho_۱ R_۱^۲ = \frac{۳}{۴} R_۱^۲ \times \rho_۲ \Rightarrow \rho_۱ = \frac{۳}{۴}\rho_۲ \Rightarrow \rho_A = \frac{۳}{۴}\rho_B$$

**۲۸** ۱ ۲ ۳ ۴ گام اول: می‌دانیم در حین اینکه یخ ذوب می‌شود جرم آن تغییر نمی‌کند. بنابراین جرم آبی که قرار است این ظرف را کاملاً پر کند باید برابر با جرم یخی باشد که بایستی ذوب شود.

گام دوم:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow m = \rho V$$

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \rightarrow \rho_{\text{یخ}} V_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} V_{\text{آب}}$$

$$V_{\text{آب}} = V_{\text{ظرف}} = ۲۷۰۰cm^۳ \rightarrow ۰/۹g/cm^۳ \times V_{\text{یخ}} = ۱g/cm^۳ \times ۲۷۰۰cm^۳$$

$$\begin{cases} V_{\text{یخ}} = \frac{۲۷۰۰cm^۳}{۰/۹} = ۳۰۰۰cm^۳ = ۳۰۰۰ \times ۱۰^{-۳}lit = ۳lit \rightarrow \boxed{V = ۳lit} \\ ۱lit = ۱۰^{-۳}m^۳ = ۱۰^{-۳}(۱۰^۶cm^۳) \rightarrow \boxed{۱cm^۳ = ۱۰^{-۳}lit} \end{cases}$$

**۲۹** ۱ ۲ ۳ ۴ راه حل اول: اگر جرم ظرف را از جرم مجموعهٔ ظرف و مایع، در هر حالت کم کنیم، جرم مایع در هر حالت به دست می‌آید. از طرفی چون هر بار، مایع و فضای همان ظرف را پر کرده، پس حجم در هر دو حالت یکسان و برابر حجم ظرف است. با این مقدمه داریم:

$$۵۴۰ - ۳۰۰ = ۲۴۰g \text{ جرم مایع} \rightarrow \rho_{\text{مایع}} = \frac{m}{V} \rightarrow ۱/۲ = \frac{۲۴۰}{V} \rightarrow V = ۲۰۰cm^۳$$

$$۴۶۰ - ۳۰۰ = ۱۶۰g \text{ جرم روغن} \rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{m}{V} \rightarrow \rho_{\text{روغن}} = \frac{۱۶۰}{۲۰۰} = ۰/۸\frac{g}{cm^۳} = ۸۰۰\frac{gr}{lit}$$

* نکته: تبدیل چگالی برحسب یکاهای $\frac{g}{lit}$ و $\frac{kg}{lit}$ به‌صورت زیر است:

$$۱\frac{g}{cm^۳} = ۱\frac{kg}{lit} \quad , \quad ۱\frac{kg}{m^۳} = ۱\frac{g}{lit}$$

راه حل دوم: پس از تعیین جرم مایعات و یکسان بودن حجم آنها، با نوشتن رابطهٔ مقایسه‌ای بین چگالی آنها داریم:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \times V$$

$$\frac{m_{\text{روغن}}}{m_{\text{مایع}}}=\frac{\rho_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{مایع}}}\times\frac{V_{\text{روغن}}}{V_{\text{مایع}}}\Rightarrow\frac{۱۶۰}{۲۴۰}=\frac{\rho_{\text{روغن}}}{۱/۲}\times ۱$$
$$\Rightarrow \rho_{\text{روغن}}=۰/۸\frac{g}{cm^۳}=۸۰۰\frac{kg}{m^۳}=۸۰۰\frac{g}{lit}$$

**۳۰** ۱ ۲ **۳** ۴ روش اول: چگالی یخ ۰/۹ گرم بر سانتی‌متر مکعب است، یعنی هر سانتی‌متر مکعب یخ ۰/۹ گرم جرم دارد و چگالی آب ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. یعنی هر سانتی‌متر مکعب آب، ۱ گرم جرم دارد. درنتیجه اگر ۰/۹ گرم یخ ذوب شود، تبدیل به ۰/۹ گرم آب می‌شود که حجم آن ۰/۹ سانتی‌متر مکعب است یعنی حجم یخ، ۰/۱ سانتی‌متر مکعب کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان نوشت:

| ذوب | کاهش حجم |
|---|---|
| ۰/۹ گرم یخ | ۰/۱ سانتی متر مکعب |
| $x$ گرم یخ | ۵ سانتی متر مکعب |

$$\Rightarrow x=\frac{۰/۹\times ۵}{۰/۱}=۴۵gr$$

درنتیجه اگر ۴۵ گرم یخ ذوب شود، حجم آن ۵ سانتی‌متر مکعب کاهش می‌یابد.

روش دوم: هنگامی که یخ ذوب می‌شود، جرم آن تغییر نمی‌کند، لذا داریم:

$$m_{\text{یخ}}=m_{\text{آب}}\xrightarrow{m=\rho v}\rho_{\text{یخ}}V_{\text{یخ}}=\rho_{\text{آب}}V_{\text{آب}}\xrightarrow[\text{هنگامی که یخ ذوب شده، حجم آن } ۵cm^۳ \text{ کاهش یافته}]{V_{\text{آب}}=v_{\text{یخ}}-۵}۰/۹\times V_{\text{یخ}}=۱\times(V_{\text{یخ}}-۵)\rightarrow V_{\text{یخ}}=۵۰cm^۳$$

حال برای تعیین جرم یخ داریم:

$$m_{\text{یخ}}=\rho_{\text{یخ}}V_{\text{یخ}}=۰/۹\times ۵۰\rightarrow m_{\text{یخ}}=۴۵g$$

**۳۱** **۱** ۲ ۳ ۴ چون هر دو مایع آب و نفت، در یک ظرف قرار گرفته‌اند تا پر شود (حداکثر حجم اشغالی) پس حجم مایعات یکسان و برابر حجم ظرف است. بنابراین داریم:

$$V_{\text{آب}}=V_{\text{نفت}}\Rightarrow\frac{m_{\text{آب}}}{\rho_{\text{آب}}}=\frac{m_{\text{نفت}}}{\rho_{\text{نفت}}}\Rightarrow\frac{۲۰}{۱}=\frac{m}{۰/۸}\Rightarrow m=۱۶kg$$

**۳۲** **۱** ۲ ۳ ۴

$$V_{\text{آب حاصل از ذوب یخ}}=V_{\text{یخ ذوب شده}}-۱۰cm^۳$$
$$\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\frac{m}{۱}=\frac{m}{۰/۹}-۱۰\rightarrow\frac{۱}{۹}m=۱۰\rightarrow\boxed{m=۹۰g}\ \text{جرم یخ ذوب شده}$$
$$m_{\text{کل یخ}}=۸۱۰g+۹۰g=\boxed{۹۰۰g}$$
$$\text{درصد یخ ذوب شده}=\frac{۹۰g}{۹۰۰g}=\boxed{۱۰\%}$$
$$\rho_{\text{یخ}}=\frac{m_{\text{کل یخ}}}{V_{\text{کل یخ}}}\rightarrow ۰/۹=\frac{۹۰۰}{V_{\text{کل یخ}}}\rightarrow\boxed{V_{\text{کل یخ}}=۱۰۰۰cm^۳}$$

**۳۳** **۱** ۲ ۳ ۴ می‌دانیم که در نمودار جرم برحسب حجم داده شده، شیب‌خط برابر چگالی جسم است، یعنی در اینجا.

$$\text{شیب‌خط}=\frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}}\ \text{یعنی}\ \rho=\frac{m}{V}$$

از طرفی اگر در اینجا، جرم‌ها را یکسان فرض کنیم، چگالی (شیب‌خط) با حجم اجسام نسبت عکس دارد. یعنی اگر حجم $B$ دو برابر حجم $A$ باشد، چگالی‌اش نصف چگالی $A$ است به عبارتی داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\xrightarrow{m:\text{یکسان}}\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{V_B}{V_A}\xrightarrow{\rho_A=۲۰g/cm^۳}\frac{۲۰}{\rho_B}=\frac{۵۰}{۲۵}\rightarrow\rho_B=۱۰g/cm^۳$$

حال برای تعیین حجم شمشی از $B$ داریم:

$$\rho_B=\frac{m_B}{V_B}\rightarrow ۱۰=\frac{۶۰۰}{V_B}\rightarrow V_B=۶۰cm^۳$$

**۳۴** ۱ ۲ **۳** ۴ با نوشتن رابطهٔ مقایسه‌ای چگالی‌ها، داریم: (دقت کنید که در اینجا «نسبت حجم‌های کره‌ها» همانند نسبت «توان سوم شعاع آن‌ها» است.)

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\rho=\frac{m}{\frac{۴}{۳}\pi R^۳}\Rightarrow\frac{\rho_{Al}}{\rho_{Cu}}=\frac{m_{Al}}{m_{Cu}}\times\left(\frac{R_{Cu}}{R_{Al}}\right)^۳=۲/۴\times\left(\frac{۱}{۲}\right)^۳=۰/۳$$

**۳۵** ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا حجم هر جسم را محاسبه می‌کنیم. سپس با توجه به رابطهٔ بین چگالی‌ها، نسبت جرم‌ها را به‌دست می‌آوریم.

$$V_A=\frac{۱}{۲}\times ۳\times ۴\times ۶=۳۶cm^۳$$
$$V_B=(۴^۲-۲^۲)\times ۸=۹۶cm^۳$$
$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow m=\rho V\Rightarrow\frac{m_B}{m_A}=\frac{\rho_B}{\rho_A}\times\frac{V_B}{V_A}$$
$$\frac{m_B}{m_A}=\frac{\rho_B}{۲\rho_B}\times\frac{۹۶}{۳۶}=\frac{۱\times ۹۶}{۲\times ۳۶}=\frac{۴}{۳}$$

**۳۶** ۱ **۲** ۳ ۴ چون حجم الکل و روغن داخل ظرف برابر پس طبق رابطه $\rho=\frac{m}{v}$ داریم:

$$\rho=\frac{m}{v}\Rightarrow v=\frac{m}{\rho}\Rightarrow\frac{v_{\text{الکل}}}{v_{\text{روغن}}}=\frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{الکل}}}\times\frac{\rho_{\text{روغن}}}{\rho_{\text{الکل}}}\Rightarrow ۱=\frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{الکل}}}\times\frac{۰/۴}{۰/۸}\Rightarrow\frac{m_{\text{الکل}}}{m_{\text{الکل}}}=۲\Rightarrow m_{\text{الکل}}=۲m_{\text{روغن}}$$
$$(I)\begin{cases}m_{\text{ظرف}}+m_{\text{الکل}}=۲۴۰\\ m_{\text{ظرف}}+m_{\text{الکل}}=۲۱۰\end{cases}$$
$$\xrightarrow{(I)}m_{\text{الکل}}-m_{\text{ظرف}}=۳۰\rightarrow ۲m_{\text{روغن}}-m_{\text{روغن}}=۳۰\Rightarrow m_{\text{روغن}}=۳۰g$$

$m_{\text{ظرف}} + m_{\text{روغن}} = ۲۱۰ \rightarrow m_{\text{ظرف}} = ۲۱۰ - m_{\text{روغن}} = ۲۱۰ - ۳۰ = ۱۸۰g$

با توجه به رابطه چگالی حجم روغن را حساب می‌کنیم چون $v_{\text{ظرف}} = v_{\text{روغن}}$ پس:

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{v_{\text{روغن}}} \rightarrow ۰/۴ = \frac{۳۰}{v_{\text{روغن}}} \rightarrow v_{\text{روغن}} = ۷۵cm^۳ \rightarrow v_{\text{ظرف}} = ۷۵cm^۳$$

حال چگالی ظرف را پیدا می‌کنیم:

$$\rho_{\text{ظرف}} = \frac{m_{\text{ظرف}}}{v_{\text{ظرف}}} \Rightarrow \rho_{\text{ظرف}} = \frac{۱۸۰}{۷۵} = ۲۴\frac{g}{cm^۳} \times \frac{۱cm}{۱۰^{-۳}L} = ۲۴۰۰\frac{g}{L}$$

**۳۷** ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به رابطهٔ چگالی:

$$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow \begin{cases} m_B > m_A \\ V_B < V_A \end{cases} \Rightarrow \rho_B > \rho_A$$

با توجه به این که نمودارهای $m - V$ و $V - m$ نمی‌توانند عرض از مبدأ داشته باشند دو گزینه‌ی ۱ و ۲ حذف می‌شوند و در نمودار $V - m$ هرچه شیب نمودار کمتر باشد، چگالی بیشتر خواهد بود. بنابراین گزینه ۳ پاسخ درست می‌باشد.

**۳۸** ۱ ۲ **۳** ۴ روش اول: چگالی یخ ۰/۹ گرم بر سانتی‌متر مکعب است، یعنی هر سانتی‌متر مکعب یخ ۰/۹ گرم جرم دارد و چگالی آب ۱ گرم بر سانتی‌متر مکعب است. یعنی هر سانتی‌متر مکعب آب، ۱ گرم جرم دارد. درنتیجه اگر ۰/۹ گرم یخ ذوب شود، تبدیل به ۰/۹ گرم آب می‌شود که حجم آن ۰/۹ سانتی‌متر مکعب است یعنی حجم یخ، ۰/۱ سانتی‌متر مکعب کاهش می‌یابد. بنابراین می‌توان نوشت:

| ذوب | کاهش حجم |
|---|---|
| ۰/۹ گرم یخ | ۰/۱ سانتی متر مکعب |
| $x$ گرم یخ | ۵ سانتی متر مکعب |

$$\Rightarrow x = \frac{۰/۹ \times ۵}{۰/۱} = ۴۵gr$$

درنتیجه اگر ۴۵ گرم یخ ذوب شود، حجم آن ۵ سانتی‌متر مکعب کاهش می‌یابد.

روش دوم: هنگامی که یخ ذوب می‌شود، جرم آن تغییر نمی‌کند، لذا داریم:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \xrightarrow{m=\rho v} \rho_{\text{یخ}} v_{\text{یخ}} = \rho_{\text{آب}} v_{\text{آب}} \xrightarrow[\text{هنگامی که یخ ذوب شده، حجم آن } ۵cm^۳ \text{ کاهش یافته}]{v_{\text{آب}} = v_{\text{یخ}} - ۵} ۰/۹ \times v_{\text{یخ}} = ۱ \times (v_{\text{یخ}} - ۵) \rightarrow v_{\text{یخ}} = ۵۰cm^۳$$

حال برای تعیین جرم یخ داریم:

$$m_{\text{یخ}} = \rho_{\text{یخ}} v_{\text{یخ}} = ۰/۹ \times ۵۰ \rightarrow m_{\text{یخ}} = ۴۵g$$

**۳۹** **۱** ۲ ۳ ۴ ماده تغییر نمی‌کند، درنتیجه چگالی ثابت می‌ماند. بنابراین با ۳ برابر شدن جرم جسم، حجم آن زیاد می‌شود، بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m' = ۳m \\ V' = V + ۲۰۰ \\ \rho = \rho' \end{cases}$$

$$\rho = \rho' \rightarrow \frac{m}{V} = \frac{m'}{V'} \rightarrow \frac{\cancel{m}}{V} = \frac{۳\cancel{m}}{V + ۲۰۰} \rightarrow ۳V = V + ۲۰۰ \rightarrow ۲V = ۲۰۰cm^۳ \Rightarrow V = ۱۰۰cm^۳ = ۰/۱lit$$

**۴۰** ۱ ۲ **۳** ۴ چگالی یک ماده، جزء ویژگی‌های فیزیکی آن ماده است و در دمای ثابت، همواره ثابت است. از روی نمودار صورت سؤال مشخص است که $\rho_A > \rho_B$ می‌باشد.

از طرفی با استفاده از تعریف چگالی، نمودار حجم برحسب جرم، خط راستی است که از مبدأ مختصات می‌گذرد و شیب آن برابر با $\frac{۱}{\rho}$ می‌باشد.

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow V = \frac{۱}{\rho}m$$

بنابراین داریم:

$$\rho_A > \rho_B \Rightarrow \frac{۱}{\rho_A} < \frac{۱}{\rho_B}$$

درنتیجه شیب‌خط نمودار $V$ برحسب $m$ برای مادهٔ $B$ بیشتر از مادهٔ $A$ است و درنتیجه گزینهٔ (۳) صحیح است.

**۴۱** **۱** ۲ ۳ ۴ پس ازمنجمد شدن همهٔ آب، به حجم مجموعه $۵۰cm^۳$ اضافه شده است. یعنی اختلاف حجم مجموعه قبل و بعد از منجمد شدن $۵۰cm^۳$ است. از طرفی می‌دانیم که جرم مجموعه قبل و بعد از منجمد شدن یکسان است، بنابراین داریم:

$$V_{\text{پس از یخ زدن}} - V_{\text{قبل از یخ زدن}} = ۵۰ \rightarrow (\frac{m}{\rho})_{\text{یخزده}} - (\frac{m}{\rho})_{\text{آب}} = \Delta V \rightarrow \frac{m}{۰/۹} - \frac{m}{۱} = ۵۰ \rightarrow m = ۴۵۰g$$

**۴۲** ۱ **۲** ۳ ۴ وقتی آب یخ می‌زند جرم آن تغییر نمی‌کند پس طبق رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ داریم:

$$m_{\text{یخ}} = m_{\text{آب}} \Rightarrow (\rho V)_{\text{یخ}} = (\rho V)_{\text{آب}} \Rightarrow ۰/۹ \times (V_{\text{آب}} + ۱۵۰) = ۱ \times V_{\text{آب}} \Rightarrow ۰/۱V_{\text{آب}} = ۱۳۵ \Rightarrow V_{\text{آب}} = ۱۳۵۰cm^۳ \Rightarrow V_{\text{یخ}} = ۱۳۵۰ + ۱۵۰ = ۱۵۰۰cm^۳ = ۱/۵lit$$

**۴۳** ۱ **۲** ۳ ۴ در ابتدا چگالی جسم را محاسبه می‌کنیم. سپس با استفاده از رابطهٔ چگالی با جرم و حجم مقدار حجم جسم را می‌یابیم. یعنی:

$$\frac{\rho_{\text{آهن}}}{\rho_{\text{جسم}}} = ۱/۳ \rightarrow \rho_{\text{جسم}} = \frac{۷/۸}{۱/۳} = ۶\frac{g}{cm^۳} \rightarrow \rho = \frac{m}{V}$$

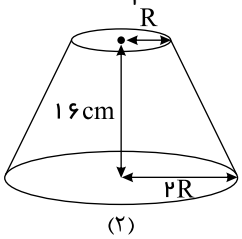
$$۶=\frac{۵۴۰}{V}\Rightarrow V=\frac{۵۴۰}{۶}=۹۰cm^۳$$

**۴۴** ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا حجم کره و مخروط ناقص را محاسبه می‌کنیم.

$$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi R^۳\xrightarrow{R=۱۰cm}V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi(۱۰)^۳=\frac{۴۰۰۰}{۳}\pi cm^۳$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}}=\frac{۱}{۳}\pi(R_۲^۲+R_۱R_۲+R_۱^۲)h\xrightarrow[R_۲=۲R=۲۰cm]{R_۱=R=۱۰cm,h=۱۶cm}$$

$$V_{\text{مخروط ناقص}}=\frac{۱}{۳}\pi(۲۰^۲+۲۰\times۱۰+۱۰^۲)\times۱۶\Rightarrow V_{\text{مخروط ناقص}}=\frac{۱۱۲۰۰}{۳}\pi cm^۳$$



(۲)

حال برای تعیین نسبت چگالی آنها داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_{\text{مخروط ناقص}}}{\rho_{\text{کره}}}=\frac{m_{\text{مخروط ناقص}}}{m_{\text{کره}}}\times\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{مخروط ناقص}}}\xrightarrow[m_{\text{کره}}=m]{m_{\text{مخروط ناقص}}=۲m}\frac{\rho_{\text{مخروط ناقص}}}{\rho_{\text{کره}}}=\frac{۲m}{m}\times\frac{\frac{۴۰۰۰}{۳}\pi}{\frac{۱۱۲۰۰}{۳}\pi}=۲\times\frac{۱۰}{۲۸}$$

$$\Rightarrow\frac{\rho_{\text{مخروط ناقص}}}{\rho_{\text{کره}}}=\frac{۵}{۷}$$

**۴۵** ۱ ۲ ۳ ۴ جرم یخ ذوب شده با جرم آب که به جرم آب که به جرم آب اولیه اضافه شده برابر است. یعنی:

$$V(\text{آب حاصل از ذوب یخ})=V(\text{یخ ذوب شده})-۵cm^۳\rightarrow\frac{m}{۱}=\frac{m}{۰/۹}-۵\Rightarrow\frac{۱}{۹}m=۵\rightarrow m=۴۵g$$

جرم یخ ذوب شده

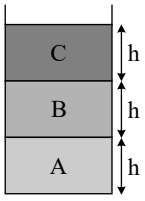
$$m=\frac{۱}{۲}m_۱\rightarrow۴۵=\frac{۱}{۲}m_۱\rightarrow m_۱=۹۰g$$

نهایی آب $m=m_۲+۴۵g\rightarrow۱۰۵=m_۲+۴۵\rightarrow m_۲=۶۰g$

**۴۶** ۱ ۲ ۳ ۴ چون جنس هر دو جسم از آهن است، پس چگالی دو جسم یکسان است. بنابراین:

$$\rho_{\text{کره}}=\rho_{\text{استوانه}}\Rightarrow\frac{m_{\text{کره}}}{V_{\text{کره}}}=\frac{m_{\text{استوانه}}}{V_{\text{استوانه}}}\Rightarrow\frac{m_{\text{کره}}}{m_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{کره}}}{V_{\text{استوانه}}}=\frac{\frac{۴}{۳}\pi r^۳}{\pi r^۲h}\Rightarrow\frac{m_{\text{کره}}}{m_{\text{استوانه}}}=\frac{\frac{۴}{۳}(۲)^۳}{(۲)^۲\times۴}=\frac{۲}{۳}$$

**۴۷** ۱ ۲ ۳ ۴ مایعی که چگالی بیشتر دارد در پایین ظرف قرار می‌گیرد. پس چگالی مایع $A$ بیشتر از مایع $B$ و چگالی مایع $B$ بیشتر از چگالی مایع $C$ است.




می‌دانیم $\rho=\frac{m}{V}$ و می‌دانیم $V_A=V_B=V_C$ از طرفی می‌دانیم که با توجه به شکل $\rho_A>\rho_B>\rho_C$

برای مایع $A$ و $B$ داریم: $\begin{matrix}\rho=\frac{m_A}{V_A}\\ \rho_B=\frac{m_B}{V_B}\end{matrix}\xrightarrow[V_A=V_B]{\rho_A>\rho_B}m_A>m_B$

به همین ترتیب نتیجه می‌گیریم $m_B>m_C$ است. پس: $m_A>m_B>m_C$

**۴۸** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا که جرم استوانه و کره برابر است، برای مقایسهٔ حجم اجسام، از رابطهٔ مقایسه‌ای چگالی استفاده می‌کنیم و درنهایت شعاع استوانه را می‌یابیم. یعنی:

$r$ : شعاع استوانه توپر

$R$ : شعاع کره توپر

$\Rightarrow r=۳R$

ابتدا حجم استوانه و کره را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{استوانه}}=\pi r^۲h\xrightarrow{h=۲۰cm}V_{\text{استوانه}}=۲۰\pi r^۲\xrightarrow{r=۳R}$$

$$V_{\text{استوانه}}=۲۰\pi(۳R)^۲=۱۸۰\pi R^۲$$

$$V_{\text{کره}}=\frac{۴}{۳}\pi R^۳$$

$$\frac{\rho_{\text{کره}}}{\rho_{\text{استوانه}}}=\frac{V_{\text{استوانه}}}{V_{\text{کره}}}\rightarrow ۲=\frac{۱۸۰\pi R^{۲}}{\frac{۴}{۳}\pi R^{۳}}\rightarrow ۲=\frac{۱۸۰}{\frac{۴}{۳}}\rightarrow R=۶۷٫۵cm\rightarrow r=۳\times ۶۷٫۵=۲۰۲٫۵cm$$

**۴۹** ۱ ۲ ۳ **۴** ۱

**۱ – درست.** چه یخ باشد، چه آب ← جرم تغییری نمی‌کند.

**۲ – درست.**

$$V_{\text{بعد از ذوب شدن}}-V_{\text{قبل از ذوب شدن}}=\Delta V$$

$$(\frac{\Delta m}{\rho})_{\text{یخ}}-(\frac{\Delta m}{\rho})_{\text{آب}}=\frac{۹۰}{۰٫۹}-\frac{۹۰}{۱}=\Delta V\rightarrow \Delta V=۱۰۰-۹۰=۱۰cm^{۳}$$ کاهش حجم

**۳ – درست.**

$$(\frac{\Delta m}{\rho})_{\text{پس از یخ زدن}}-(\frac{\Delta m}{\rho})_{\text{قبل از یخ زدن}}=\frac{۴۵}{۰٫۹}-\frac{۴۵}{۱}=۵۰-۴۵=۵cm^{۳}$$ افزایش حجم

**۴ – درست.**

$$\frac{\Delta m}{\rho'}-\frac{\Delta m}{\rho}=\Delta V\rightarrow \Delta m(\frac{\rho-\rho'}{\rho\rho'})=\Delta V\rightarrow \Delta m(\frac{۱-۰٫۹}{۰٫۹})=\Delta V\rightarrow \Delta V=\frac{۱}{۹}\Delta m$$

**۵۰** ۱ ۲ **۳** ۴

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{m_B}{m_A}\times\frac{V_A}{V_B}=\frac{\frac{M}{۲}}{M}\times\frac{V}{۲V}=\frac{۱}{۴}$$

$$\frac{\rho_B}{\rho_A}=\frac{۱}{۴}\Rightarrow\rho_B=\frac{۱}{۴}\rho_A$$

گزینهٔ ۳ پاسخ درست است.

**۵۱** ۱ ۲ **۳** ۴

برای پیدا کردن چگالی، باید جرم خالص مایع را داشته باشیم. بنابراین داریم:

$$\begin{cases}\text{آب}+\text{بطری}=۴۰۰gr\\ \text{مایع}+\text{بطری}=۳۶۰gr\end{cases}\xrightarrow{\text{جرم بطری}=۲۰۰gr}\begin{cases}\text{جرم آب}=۲۰۰gr\\ \text{جرم مایع}=۱۶۰gr\end{cases}$$

$$\text{جرم}=\text{چگالی}\times\text{حجم}\rightarrow\begin{cases}۱\times V_{\text{آب}}=۲۰۰\\ \rho_{\text{مایع}}\times V_{\text{مایع}}=۱۶۰\end{cases}\xrightarrow{V_{\text{آب}}=V_{\text{مایع}}=V_{\text{ظرف}}}\rho_{\text{مایع}}=\frac{۱۶۰}{۲۰۰}=۰٫۸\frac{g}{cm^{۳}}=۸۰۰\frac{kg}{m^{۳}}$$

**۵۲** ۱ **۲** ۳ ۴

با توجه به رابطهٔ چگالی، برای مقایسهٔ چگالی دو جسم داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=\frac{۱۸۰}{۷۵}\times\frac{۲۵}{۴۰}\rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

**۵۳** ۱ ۲ ۳ **۴**

با توجه به تعریف چگالی داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}\rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۴y}{۳y}\times\frac{۳x}{۲x}\rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=۲$$

**۵۴** ۱ **۲** ۳ ۴

با توجه به مقایسهٔ محورها، می‌توانیم برای تعیین نسبت خواسته‌شده به‌صورت زیر عمل کنیم.

$$\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{m_A}{m_B}\times\frac{V_B}{V_A}=\frac{۴}{۳}\times\frac{۴}{۳}=\frac{۱۶}{۹}$$

**۵۵** ۱ **۲** ۳ ۴

در اینجا برای پیدا کردن جرم نقرهٔ به کار رفته، باید حجم آن را محاسبه کنیم. برای این منظور به‌صورت زیر عمل می‌کنیم. حجم کل مجموعه، یعنی مجموع حجم نقره و طلا، ۵ سانتی‌متر مکعب است، پس در ابتدا یک معادله به‌صورت زیر می‌سازیم:

$$V_{\text{کل}}=۵=V_{Ag}+V_{Au}$$

از طرفی چون چگالی آلیاژ ساخته شده معلوم است، از رابطهٔ مربوط به چگالی آلیاژ، رابطهٔ دومی بین حجم‌های طلا و نقره به‌دست می‌آوریم. درنهایت با حل دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی، حجم نقره را یافته و... بنابراین داریم:

$$V_T=V_{Ag}+V_{Au}=۵cm^{۳}\Rightarrow V_{Au}=۵-V_{Ag}$$

$$\rho_T=\frac{\rho_{Ag}V_{Ag}+\rho_{Au}V_{Au}}{V_{Ag}+V_{Au}}\Rightarrow ۱۳٫۶=\frac{۱۰V_{Ag}+۱۹V_{Au}}{۵}\Rightarrow ۶۸=۱۰V_{Ag}+۱۹V_{Au}$$

$$\Rightarrow ۶۸=۱۰V_{Ag}+۱۹(۵-V_{Ag})\Rightarrow ۶۸=-۹V_{Ag}+۹۵\Rightarrow V_{Ag}=۳cm^{۳}$$

$$\Rightarrow m_{Ag}=\rho_{Ag}V_{Ag}=۱۰(۳)=۳۰g$$

**۵۶** **۱** ۲ ۳ ۴

در اینجا قبل از هرچیز می‌دانیم که اگر حجم کل را $V$ فرض کنیم، $V_۱=\frac{۱}{۳}V$ و $V_۲=\frac{۲}{۳}V$ می‌شود. از طرف دیگر چون از جرم حرفی نزده، به جای $m$ از حاصل‌ضرب $\rho V$ استفاده می‌کنیم. پس داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_۱\times\frac{۱}{۳}V+\rho_۲\times\frac{۲}{۳}V}{V}=\frac{۱}{۳}\rho_۱+\frac{۲}{۳}\rho_۲=\frac{\rho_۱+۲\rho_۲}{۳}$$

**۵۷** ۱ ۲ ۳ **۴**

$$A:\ m_A=۶۰۰g\ ,\ \rho_A=۲۰g/cm^۳\ \Rightarrow V_A=\frac{m_A}{\rho_A}=\frac{۶۰۰g}{۲۰g/cm^۳}=۳۰cm^۳$$

$$B:\ V_B=۴۰cm^۳\ ,\ \rho_B=۷٫۵\ g/cm^۳\ \Rightarrow\ m_B=\rho_BV_B=۷٫۵\ g/cm^۳\times۴۰cm^۳=۳۰۰g$$

$$\text{آلیاژ}\begin{cases}m=m_A+m_B=۹۰۰g\\ \rho=۱۵\ g/cm^۳\end{cases}\Rightarrow\ V=\frac{m}{\rho}=\frac{۹۰۰g}{۱۵g/cm^۳}=۶۰cm^۳$$

تغییر حجم آلیاژ $\Delta V=V-(V_A+V_B)=۶۰-(۳۰+۴۰)=-۱۰\ cm^۳$

حجم طی عمل مخلوط $۱۰cm^۳$ کاهش یافته و در نتیجه پاسخ گزینهٔ ۴ است.

**۵۸** ۱ ۲ ۳ **۴** قبل از هرچیزی باید بدانیم که چون در اینجا رابطهٔ بین جرم‌ها معلوم است و گزینه‌ها برحسب $\rho$ بیان شده، باید به‌جای حجم $V$ از نسبت $\frac{m}{\rho}$ استفاده کنیم.

بدیهی است که اگر ۲۰ درصد از جرم آلیاژ فلزی با چگالی $\rho_۱$، $m_۱$ را تشکیل دهد، ۸۰ درصد مابقی از ماده‌ای با جرم $m_c$ خواهد بود، بنابراین با استفاده از رابطهٔ چگالی داریم: (اگر جرم کل آلیاژ $m$ باشد، $m_۱=۰٫۲m$ و $m_۲=۰٫۸m$)

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{m}{\frac{۰٫۲m}{\rho_۱}+\frac{۰٫۸m}{\rho_۲}}=\frac{m}{\frac{۰٫۲m\rho_۲+۰٫۸m\rho_۱}{\rho_۱\rho_۲}}=\frac{\rho_۱\rho_۲}{۰٫۲\rho_۲+۰٫۸\rho_۱}$$

**۵۹** ۱ ۲ **۳** ۴

برای پیدا کردن نسبت $V_A$ به $V_B$، از رابطهٔ چگالی آلیاژ استفاده می‌کنیم. دقت کنید که در این رابطه، باید یکای همهٔ چگالی‌ها یکسان باشد، بنابراین داریم: (می‌دانیم که $\frac{kg}{m^۳}=\frac{g}{Lit}$ است.)

$$\left.\begin{matrix}m=\rho V\\ \rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\end{matrix}\right\}\Rightarrow\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{\rho_AV_A+\rho_BV_B}{V_A+V_B}$$

$$\xrightarrow[\rho_B=۸۰۰\frac{g}{Lit}\ ,\ \rho_A=۶۰۰\frac{g}{Lit}]{\rho=۰٫۷۵\frac{g}{cm^۳}=۷۵۰\frac{g}{Lit}}\quad ۷۵۰=\frac{۶۰۰V_A+۸۰۰V_B}{V_A+V_B}\Rightarrow\frac{V_A}{V_B}=\frac{۱}{۳}$$

**۶۰** ۱ ۲ **۳** ۴ اگر حجم کل مخلوط را $V$ فرض کنیم، $V_۱=\frac{۱}{۳}V$ و $V_۲=\frac{۲}{۳}V$ است، بنابراین با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط (آلیاژ) داریم:

$$\text{چگالی مخلوط}\ \rho=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V}=\frac{\rho_۱\times\frac{۱}{۳}V+\rho_۲\times\frac{۲}{۳}V}{V}$$

$$\Rightarrow\text{مخلوط}\ \rho=\frac{\rho_۱+۲\rho_۲}{۳}\Rightarrow ۴=\frac{\rho_۱+۲\times۲}{۳}$$

$$\rightarrow ۱۲=\rho_۱+۴\rightarrow\rho_۱=۸\frac{g}{cm^۳}$$

**۶۱** ۱ ۲ ۳ ۴ **۱** اگر حجم اولیه برای هر مایع را $V$ در نظر بگیریم، مجموع حجم آن‌ها قبل از مخلوط شدن $۲V$ می‌شود و چون تغییر جرم نداریم، مجموع جرم‌های اولیه با جرم مخلوط برابر است.

$$m_T=m_۱+m_۲\Rightarrow m_T=\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲=۴\rho V$$

حال باتوجه به جرم و چگالی مخلوط، حجم جدید آن را به‌دست می‌آوریم.

$$V_T=\frac{m_T}{\rho_T}=\frac{۴\rho V}{\frac{۵}{۲}\rho}=\frac{۸}{۵}V$$

$$\text{میزان کاهش حجم}=۲V-\frac{۸}{۵}V=\frac{۲}{۵}V$$

$$\text{درصد کاهش حجم}\ \frac{\frac{۲}{۵}V}{۲V}\times۱۰۰=\frac{۱}{۵}\times۱۰۰=۲۰\%$$

**۶۲** ۱ **۲** ۳ ۴ اگر حجم کل آلیاژ را $V$ فرض کنیم، مجموع حجم سرب و آهن برابر $V$ است، بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m_{\text{آهن}}+m_{\text{سرب}}}{V_{\text{آهن}}+V_{\text{سرب}}}\Rightarrow ۸٫۶=\frac{\rho_{\text{آهن}}V_{\text{آهن}}+\rho_{\text{سرب}}V_{\text{سرب}}}{V_{\text{آهن}}+V_{\text{سرب}}}$$

$$۸٫۶=\frac{۸V_{\text{آهن}}+۱۱V_{\text{سرب}}}{V_{\text{آهن}}+V_{\text{سرب}}}\Rightarrow V_{\text{آهن}}=۴V_{\text{سرب}}\xrightarrow{V=V_{\text{آهن}}+V_{\text{سرب}}}V=۴V_{\text{سرب}}+V_{\text{سرب}}\rightarrow V_{\text{سرب}}=\frac{۱}{۵}V$$

یعنی حجم سرب $\frac{۱}{۵}$ حجم کل، پس $۲۰\%$ حجم کل را تشکیل داده است.

$$\frac{V_{\text{سرب}}}{V_{\text{کل}}}=\frac{۱}{۵}\rightarrow V_{\text{سرب}}=۲۰\%V_{\text{کل}}$$

**۶۳** ۱ ۲ ۳ ۴

طبق رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}\xrightarrow[\rho_{\text{مخلوط}}=\frac{۴}{۵}\rho_A\ ,\ \rho_A=\frac{۵}{۳}\rho_B]{V_A=\frac{m_A}{\rho_A}\ ,\ V_B=\frac{m_B}{\rho_B}}\frac{۴}{۵}\rho_A=\frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\frac{۳}{۵}\rho_A}}$$

$$\Rightarrow m_A+m_B=\frac{۴}{۵}\rho_A(\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{۵m_B}{۳\rho_A})$$

$$m_A+m_B=\frac{۴}{۵}m_A+\frac{۴}{۵}\times\frac{۵}{۳}m_B\Rightarrow m_A+m_B=\frac{۴}{۵}m_A+\frac{۴}{۳}m_B$$

$$\Rightarrow m_A=\frac{۴}{۵}m_A+\frac{۴}{۳}m_B-m_B\Rightarrow\frac{۱}{۵}m_A=\frac{۱}{۳}m_B\Rightarrow\frac{m_A}{m_B}=\frac{۵}{۳}$$

**۶۴** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه جرم‌های دو فلز با هم برابر است، رابطهٔ بین حجم آن‌ها را می‌یابیم.

$$m_A=m_B\rightarrow\rho_AV_A=\rho_BV_B\xrightarrow{\rho_B=\frac{۲}{۳}\rho_A}\rho_AV_A=\frac{۲}{۳}\rho_AV_B\rightarrow\frac{V_B}{V_A}=\frac{\rho_A}{\rho_B}=\frac{۳}{۲}$$

از طرفی، وقتی فلزها، از حالت مذاب به جامد تبدیل می‌شوند، جرم آن‌ها تغییر نمی‌کند، پس طبق رابطهٔ $\rho=\frac{m}{V}$، با ثابت ماندن جرم داریم: (در حالت جامد)

$$m'_A=m'_B\rightarrow\rho'_AV'_A=\rho'_BV'_B\rightarrow\frac{V'_A}{V'_B}=\frac{\rho'_B}{\rho'_A}\xrightarrow[\rho'_A=۱٫۱\rho_A]{\rho'_B=۱٫۰۵\rho_B}\frac{V'_A}{V'_B}=\frac{۱٫۰۵}{۱٫۱}\times\frac{\rho_B}{\rho_A}\xrightarrow{(*)}\frac{V'_A}{V'_B}=\frac{۱٫۰۵}{۱٫۱}\times\frac{۲}{۳}\rightarrow\frac{V'_A}{V'_B}=\frac{۷}{۱۱}$$

حال در حالت جامد، چگالی آلیاژ به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{m'_A+m'_B}{V'_A+V'_B}\xrightarrow[V'_A=\frac{۷}{۱۱}V'_B]{m'_A=m'_B}\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{۲m_B}{\frac{۷}{۱۱}V'_B+V'_B}\rightarrow\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{۱۱}{۹}\frac{m_B}{V'_B}\xrightarrow{\rho'_B=\frac{m_B}{V'_B}}\rho_{\text{آلیاژ}}=\frac{۱۱}{۹}\rho'_B$$

**۶۵** ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط داریم: (جرم هر یک را $m$ فرض می‌کنیم)

دقت کنید که در اینجا چون رابطهٔ بین جرم‌ها معلوم است و چگالی‌ها داده شده، به جای $V$ مقدار $\frac{m}{\rho}$ را قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{ترکیب}}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳}{V_۱+V_۲+V_۳}=\frac{m_۱+m_۲+m_۳}{\frac{m_۱}{\rho_۱}+\frac{m_۲}{\rho_۲}+\frac{m_۳}{\rho_۳}}=\frac{۳m}{\frac{m}{۲}+\frac{m}{۴}+\frac{m}{۱۰}}$$

$$\rho_{\text{ترکیب}}=\frac{۳}{\frac{۱}{۲}+\frac{۱}{۴}+\frac{۱}{۱۰}}=\frac{۶۰}{۱۷}\frac{g}{cm^۳}$$

**۶۶** ۱ ۲ ۳ ۴ $m$ را جرم و $V$ را حجم آلیاژ فرض می‌کنیم:

$$m_B=\frac{۲۵}{۱۰۰}m\rightarrow m_B=\frac{۱}{۴}m\ ,\ m_A=\frac{۳}{۴}m$$

$$V_A=\frac{۲۰}{۱۰۰}V\rightarrow V_A=\frac{۱}{۵}V\ ,\ V_B=\frac{۴}{۵}V\rightarrow\rho=\frac{m}{V}\rightarrow\frac{\rho_T}{\rho_A}=\frac{m_T}{m_A}\times\frac{V_A}{V_T}=\frac{m}{\frac{۳}{۴}m}\times\frac{\frac{۱}{۵}V}{V}=\frac{۴}{۳}\times\frac{۱}{۵}=\frac{۴}{۱۵}$$

**۶۷** ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا حجم آب را محاسبه می‌کنیم. سپس حجم محلول که ۱٫۱ برابر حجم آب است (چرا؟) را محاسبه می‌کنیم.

حجم اولیهٔ آب $\rho=\frac{m}{V}\Rightarrow V_۱=\frac{m_۱}{\rho_۱}=\frac{۵۰۰}{۱}=۵۰۰cm^۳$

جرم محلول آب و نمک $m'=m_۱+m_۲=۵۰۰+۱۰۵=۶۰۵$

درنهایت با معلوم بودن جرم کل و حجم کل محلول، چگالی محلول را می‌یابیم.

$$V'=V_۱+\frac{۱۰}{۱۰۰}V_۱=\frac{۱۱۰}{۱۰۰}V_۱=۵۵۰cm^۳$$

$$\rho'=\frac{m'}{V'}=\frac{۶۰۵}{۵۵۰}=۱٫۱\frac{g}{cm^۳}$$

**۶۸** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا حجم‌ها، قبل از مخلوط کردن معلوم است، می‌توان حجم مخلوط را محاسبه می‌کنیم. اگر حجم مجموعه پس از مخلوط کردن ۱۵ درصد کاهش یافته، حجم مخلوط ۸۵ درصد حجم مجموع قبل از مخلوط کردن است. یعنی داریم:

$$\left.\begin{array}{l}V_{\text{مخلوط}}=\frac{۸۵}{۱۰۰}(V_۱+V_۲)=\frac{۸۵}{۱۰۰}(۱۰۰+۳۰۰)=۳۴۰cm^۳\\ m_{\text{مخلوط}}=m_۱+m_۲=(۳٫۵\times۱۰۰)+(۴٫۵\times۳۰۰)=۱۷۰۰g\end{array}\right\}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m}{V} = \frac{۱۷۰۰}{۳۴۰} = ۵\frac{g}{cm^۳}$$

**۶۹** ۱ ۲ **۳** ۴ باید سؤال را دوباره حل کنیم. بنابراین در حالت اول داریم:

$$m = \rho_A V_A + \rho_B V_B = \rho_A(۰/۶V) + \rho_B(۰/۴V) \quad (۱)$$

در حالت دوم که نسبت حجمی اختلاط عوض شده، داریم:

$$m' = \rho_A V_A' + \rho_B V_B' = \rho_A(۰/۴V) + \rho_B(۰/۶V) \quad (۲)$$

چون در حالت دوم، جرم آلیاژ نسبت به حالت اول ۲۰ درصد کاهش یافته، اگر جرم کل حالت اول را $m$ فرض کنیم، جرم کل حالت دوم $m' = ۰/۸m$ می‌شود.

$$m' = m - \frac{۲۰}{۱۰۰}m = ۰/۸m \xrightarrow{(۲),(۱)} \rho_A(۰/۴V) + \rho_B(۰/۶V) = ۰/۸[\rho_A(۰/۶V) + \rho_B(۰/۴V)] \Rightarrow ۰/۴\rho_A + ۰/۶\rho_B = ۰/۴۸\rho_A + ۰/۳۲\rho_B$$

$$\Rightarrow ۰/۰۸\rho_A = ۰/۲۸\rho_B \Rightarrow \frac{\rho_A}{\rho_B} = \frac{۰/۲۸}{۰/۰۸} = \frac{۷}{۲}$$

**۷۰** ۱ ۲ **۳** ۴ در اینجا رابطهٔ بین جرم‌ها معلوم، همچنین چگالی‌ها نیز معلوم است، سپس به جای حجم $V$ (که از آن حرفی زده نشده)، مقدار $\frac{m}{\rho}$ قرار می‌دهیم و در رابطهٔ چگالی مخلوط قرار می‌دهیم.

$$\rho = \frac{m+m}{V_A+V_B} = \frac{m+m}{\frac{m}{\rho_A}+\frac{m}{\rho_B}} \xrightarrow{\rho_B = ۲\rho_A} \rho = \frac{۲m}{\frac{m}{\rho_A}+\frac{m}{۲\rho_A}}$$

$$\Rightarrow \rho = \frac{۲m}{\frac{۳m}{۲\rho_A}} = \frac{۴}{۳}\rho_A$$

**۷۱** ۱ ۲ **۳** ۴ در اینجا رابطهٔ بین حجم‌ها معلوم است و چگالی‌ها داده شده، پس به جای $m$، مقدار $\rho V$ را قرار می‌دهیم:

$$\rho_T = \frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲} = \frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲} = \frac{۴۰V_۱+۱۴۰V_۱}{V_۱+۲V_۱} = \frac{۱۸۰V_۱}{۳V_۱} = ۶۰\frac{g}{cm^۳}$$

**۷۲** **۱** ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط داریم: (دقت کنید که در اینجا حجم مجموعه پس از مخلوط از مجموع حجم هر یک از مایعات، به اندازهٔ $۲cm^۳$ کمتر است)

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_{\text{مخلوط}}}{V_{\text{مخلوط}}} = \frac{m_A+m_B}{V_A+V_B-\Delta V} = \frac{m_A+m_B}{\frac{m_A}{\rho_A}+\frac{m_B}{\rho_B}-\Delta V} \Rightarrow ۵ = \frac{m+۲۴۰}{\frac{m}{۲/۵}+\frac{۲۴۰}{۶}-۲} \Rightarrow ۲m+۱۹۰ = m+۲۴۰ \Rightarrow m = ۵۰g$$

**۷۳** ۱ ۲ **۳** ۴ در اینجا برای پیدا کردن جرم نقرهٔ به کار رفته، باید حجم آن را محاسبه کنیم. برای این منظور به‌صورت زیر عمل می‌کنیم. حجم کل مجموعه، یعنی مجموع حجم نقره و طلا، ۵ سانتی‌متر مکعب است، پس در ابتدا یک معادله به‌صورت زیر می‌سازیم:

$$V_{\text{کل}} = ۵ = V_{Ag} + V_{Au}$$

از طرفی چون چگالی آلیاژ ساخته شده معلوم است، از رابطهٔ مربوط به چگالی آلیاژ، رابطهٔ دومی بین حجم‌های طلا و نقره به‌دست می‌آوریم. درنهایت با حل دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی، حجم نقره را یافته و... بنابراین داریم:

$$m_{\text{طلا}} + m_{\text{مس}} = m_{\text{آلیاژ}}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{طلا}} V_{\text{طلا}} + \rho_{\text{مس}} V_{\text{مس}} = m_{\text{آلیاژ}}$$

$$\Rightarrow ۱۹V_{\text{طلا}} + ۹V_{\text{مس}} = ۸۵g \quad (۱)$$

حجم آلیاژ نیز برابر است با:

$$V_{\text{طلا}} + V_{\text{مس}} = V_{\text{آلیاژ}} \Rightarrow V_{\text{طلا}} + V_{\text{مس}} = ۵cm^۳ \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۲),(۱)} \begin{cases} V_{\text{طلا}} + V_{\text{مس}} = ۵ \\ ۱۹V_{\text{طلا}} + ۹V_{\text{مس}} = ۸۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow V_{\text{طلا}} = ۴cm^۳ \text{ و } V_{\text{مس}} = ۱cm^۳$$

$$\text{درصد حجم طلا از آلیاژ} = \frac{۴}{۵} \times ۱۰۰ = ۸۰\%$$

**۷۴** ۱ **۲** ۳ ۴ سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم. حالت اول با فرض ۴۰ درصد جرمی (که به جای $V$ مقدار $\frac{m}{\rho}$ قرار می‌دهیم) و حالت دوم ۴۰ درصد حجمی (که به جای $m$ مقدار $\rho V$ قرار می‌دهیم) بنابراین داریم:

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲} \begin{cases} \text{حالت اول: ۴۰ درصد جرمی} \rightarrow V = \frac{m}{\rho} \\ \text{حالت دوم: ۴۰ درصد حجمی} \rightarrow m = \rho V \end{cases}$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}}\ (\text{حالت اول}) = \frac{\frac{۴۰}{۱۰۰}m + \frac{۶۰}{۱۰۰}m}{\frac{\frac{۴۰}{۱۰۰}m}{\rho} + \frac{\frac{۶۰}{۱۰۰}m}{۳\rho}} = \frac{۳\cancel{m}\rho}{(۳\times ۰/۴ + ۰/۶)\cancel{m}} = \frac{۳\rho}{۱/۲ + ۰/۶} = \frac{۳\rho}{۱/۸} = \frac{۳۰}{۱۸}\rho = \frac{۵}{۳}\rho$$

$$\rho_{\text{آلیاژ}}\ (\text{حالت دوم}) = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho(\frac{۴۰}{۱۰۰}\cancel{V}) + ۳\rho(\frac{۶}{۱۰}\cancel{V})}{\cancel{V}} = (۰/۴ + ۱/۸)\rho = ۲/۲\rho$$

**۷۵** ۱ ۲ ۳ ۴ راه‌حل اول: در اینجا رابطهٔ بین حجم‌ها معلوم است و چگالی‌ها داده شده، پس به جای $m$، مقدار $\rho V$ را قرار می‌دهیم:

$$V_۱ = V_۲ = V$$

$$\rho_T = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{۰/۴V + ۰/۵V}{V + V} = \frac{۰/۹V}{۲V} = ۰/۴۵\frac{g}{cm^۳} = ۴۵۰\frac{kg}{m^۳}$$

راه‌حل دوم:

چون حجم ترکیب مواد اولیه یکسان است چگالی مخلوط برابر میانگین چگالی دو جسم است. یعنی:

$$\rho_T = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲} = \frac{۰/۴ + ۰/۵}{۲} = ۰/۴۵ = ۴۵۰\frac{kg}{m^۳}$$

**۷۶** ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ چگالی مخلوط داریم: (جرم هر یک را $m$ فرض می‌کنیم)

دقت کنید که در اینجا چون رابطهٔ بین جرم‌ها معلوم است و چگالی‌ها داده شده، به جای $V$ مقدار $\frac{m}{\rho}$ را قرار می‌دهیم.

$$m_۱ = m_۲ = m$$

$$\rho_T = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲}} = \frac{m + m}{\frac{m}{۲۰۰} + \frac{m}{۳۰۰}} = \frac{۲m}{\frac{۲m + ۳m}{۶۰۰}} = \frac{۲m}{\frac{۵m}{۶۰۰}} = \frac{۱۲۰۰}{۵} = ۲۴۰\frac{kg}{m^۳}$$

**۷۷** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر حجم کل را $V$ فرض کنیم، بدیهی است که اگر $V_A = ۰/۲V$ باشد، $V_B = ۰/۸V$ خواهد بود. از طرفی چون از جرم حرفی زده نشده، در رابطهٔ مربوط به تعیین چگالی مخلوط به جای $m$ مقدار $\rho V$ را قرار می‌دهیم.

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{(\rho_A \times \frac{۲}{۱۰}V) + (\rho_B \times \frac{۸}{۱۰}V)}{V} = ۰/۲\rho_A + ۰/۸\rho_A$$

**۷۸** ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ مربوط به چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_T = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} \Rightarrow ۱/۲ = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲}$$

$$۱/۲ = \frac{۱۰۰۰ \times ۱/۲۵ + ۱ \times V_۲}{۱۰۰۰ + V_۲} \Rightarrow ۱۲۰۰ + ۱/۲V_۲ = ۱۲۵۰ + V_۲ \Rightarrow ۰/۲V_۲ = ۵۰ \Rightarrow V_۲ = ۲۵۰cm^۳ \quad \text{حجم آب}$$

$$m = \rho V = ۱ \times ۲۵۰ = ۲۵۰g \quad \text{جرم آب}$$

**۷۹** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر حجم کل را $V$ فرض کنیم، $V_۱ = \frac{۲}{۵}V$ و $V_۲ = \frac{۳}{۵}V$ است. حال چون از جرم حرفی نزده، به جای $m$، حاصل‌ضرب $\rho V$ قرار می‌دهیم. بنابراین برای تعیین چگالی مخلوط داریم:

$$\rho = \frac{m_۱ + m_۲}{v_۱ + v_۲} = \frac{\rho_۱v_۱ + \rho_۲v_۲}{v_۱ + v_۲} \Rightarrow \frac{\rho_۱ \times \frac{۲}{۵}V + \rho_۲ \times \frac{۳}{۵}V}{V} = \frac{۲}{۵}\rho_۱ + \frac{۳}{۵}\rho_۲ = \frac{۲\rho_۱ + ۳\rho_۲}{۵}$$

**۸۰** ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به تعریف جرم و حجم نسبت به چگالی، $m = \rho V$، $V = \frac{m}{\rho}$، $\rho = \frac{m}{V}$ گزینه‌های ۱ و ۲ و ۴ همواره صحیح می‌باشند.

اما گزینهٔ (۳) فقط زمانی قابل استفاده است که حجم‌های اولیه یکسان باشند.

**۸۱** ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی ۲۰ درصد جرم آب به یخ تبدیل می‌شود، یعنی ۸۰ درصد جرم آن، هنوز به صورت آب باقی‌مانده است، یعنی بنابراین داریم:

$$\begin{cases} m_{\text{آب}} = ۰/۸m = ۰/۸ \times ۴۰۰ = ۳۲۰g \\ m_{\text{یخ}} = ۰/۲m = ۰/۲ \times ۴۰۰ = ۸۰g \end{cases}$$

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m}{V_{\text{آب}}} \rightarrow ۱ = \frac{۰/۸ \times ۴۰۰}{V_{\text{آب}}} \quad V_{\text{آب}} = ۳۲۰cm^۳$$

$$\rho_{\text{یخ}} = \frac{m}{V_{\text{یخ}}} \rightarrow ۰/۸ = \frac{۰/۲ \times ۴۰۰}{V_{\text{یخ}}} \quad V_{\text{یخ}} = \frac{۰/۲ \times ۴۰۰}{۰/۸} = ۱۰۰cm^۳$$

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{M}{V_{\text{یخ}} + V_{\text{آب}}} = \frac{۴۰۰}{۱۰۰ + ۳۲۰} = \frac{۴۰۰}{۴۲۰} = \frac{۴۰}{۴۲} = \frac{۲۰}{۲۱}\frac{g}{cm^۳}$$

**۸۲** ۱ ۲ ۳ ۴ از رابطهٔ مربوط به چگالی آلیاژ داریم:

$$\rho=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_{کل}}\rightarrow\frac{۱}{۲}\rho_w=\frac{۳\rho_w(\pi r^۲x)+\frac{۱}{۷}\rho_w[\pi R^۲L-\pi r^۲x]}{\pi R^۲L}\rightarrow\frac{۱}{۲}=\frac{۲۰r^۲x+R^۲L}{۷R^۲L}\rightarrow x=\frac{۵R^۲L}{۴۰r^۲}=\frac{L}{۸}(\frac{D}{d})^۲$$
$$=\frac{۶۰۰}{۸}\times(\frac{۱۸۰}{۹۰})^۲=۳۰۰mm$$

**۸۳** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار داده شده اگر $m_A=m_B=۱۰۰g$ باشد، $V_B=۵cm^۳$ است. با توجه به رابطهٔ مربوط به آلیاژ داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}$$
$$\rho_{آلیاژ}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}$$

$$۸=\frac{m_A+m_B}{V_A+V_B}=\frac{۱۰۰+۱۰۰}{V'+۵}\rightarrow۸=\frac{۲۰۰}{۵+V'}\rightarrow۵+V'=۲۵\rightarrow V'=۲۰cm^۳$$

**۸۴** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا رابطهٔ بین جرم‌ها معلوم است و چگالی‌ها نیز داده شده است، پس به جای حجم $V$ (که از آن حرفی نزده) نسبت $\frac{m}{\rho}$ را قرار می‌دهیم و رابطهٔ چگالی مخلوط را به‌صورت زیر می‌نویسیم:

$$V_۱=V_۲=V$$

$$\rho_{آلیاژ}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}\Rightarrow\rho_{آلیاژ}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}\Rightarrow\rho_{آلیاژ}=\frac{۴V+۶V}{۲V}=\frac{۱۰V}{۲V}=۵\frac{g}{cm^۳}$$
$$\Rightarrow\rho_{آلیاژ}=۵۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$$

**۸۵** ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا رابطهٔ چگالی مخلوط را می‌نویسیم:

$$\rho_{mix}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}\xrightarrow{m=\rho V}\rho_{mix}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}$$

حال معلومات سؤال را جایگزین می‌کنیم تا مقدار مجهول را بیابیم.

$$\text{آب}:\begin{cases}V_۱=۱L\\\rho_۱=۱\frac{g}{cm^۳}\end{cases}$$
$$\text{الکل}:\begin{cases}V_۲=?\\\rho_۲=۰/۸\frac{g}{cm^۳}\end{cases}$$

چگالی مخلوط ۱۰ درصد از چگالی الکل بیشتر است. یعنی:

$$\rho_{mix}=\rho_۲+۰/۱\rho_۲=۱/۱\rho_۲=۱/۱\times۰/۸\Rightarrow\rho_{mix}=۰/۸۸$$
$$\rho_{mix}=\frac{\rho_۱V_۱+\rho_۲V_۲}{V_۱+V_۲}\Rightarrow۰/۸۸=\frac{۱\times۱+۰/۸V_۲}{۱+V_۲}\Rightarrow V_۲=۱/۵L=۱۵۰۰cm^۳$$

(دقت کنید که در رابطهٔ تعیین چگالی مخلوط، یکای حجم برای همه یکسان و یکای چگالی نیز برای همه یکسان است.)

**۸۶** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا از حجم حرفی نزده، پس به جای $V$ مقدار $\frac{m}{\rho}$ را قرار می‌دهیم. اگر جرم کل را $m$ فرض کنیم، $\begin{cases}m_۲=\frac{۳}{۴}m & m_۱=\frac{۱}{۴}m\\\rho_۲=۴\rho & \rho_۱=\rho\end{cases}$ است، بنابراین

داریم:

$$\rho=\frac{m}{V}$$

$$\rho_{آلیاژ}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}=\frac{m_۱+m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱}+\frac{m_۲}{\rho_۲}}=\frac{\frac{۱}{۴}m+\frac{۳}{۴}m}{\frac{\frac{۱}{۴}m}{\rho_۱}+\frac{\frac{۳}{۴}m}{\rho_۲}}\xrightarrow[\rho_۲=۴\rho]{\rho_۱=\rho}\frac{m}{\frac{\frac{۱}{۴}m}{\rho}+\frac{\frac{۳}{۴}m}{۴\rho}}=\frac{m}{\frac{m+\frac{۳}{۴}m}{۴\rho}}=\frac{۴\rho m}{\frac{۷}{۴}m}=\frac{۱۶}{۷}\rho$$

**۸۷** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا یکای چگالی مخلوط را برحسب $\frac{kg}{L}$ می‌نویسیم:

$$\rho=۹۰۰\frac{kg}{m^۳}\times\frac{m^۳}{۱۰۰۰L}=۰/۹\frac{kg}{L}$$

با توجه به رابطهٔ چگالی مخلوط داریم:

$$\rho_{مخلوط}=\frac{m_۱+m_۲}{V_۱+V_۲}\xrightarrow{V=\frac{m}{\rho}}\rho_{مخلوط}=\frac{m_۱+m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱}+\frac{m_۲}{\rho_۲}}$$
$$۰/۹=\frac{m_۱+m_۲}{\frac{m_۱}{۱/۲}+\frac{m_۲}{۰/۸}}\Rightarrow\frac{۳}{۴}m_۱+\frac{۹}{۸}m_۲=m_۱+m_۲\Rightarrow\frac{m_۱}{m_۲}=\frac{۱}{۲}$$

**۸۸** ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم هنگامی که دو ماده با جرم‌های $m_۱$ و $m_۲$، حجم‌های $V_۱$ و $V_۲$، چگالی $\rho_۱$ و $\rho_۲$ را با هم مخلوط می‌کنیم، چگالی مخلوط به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{\text{مخلوط}} = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2}$$

بار اول
$$\begin{cases} m_1 = m_2 = m \\ \rho_1 = ۶ \frac{g}{cm^3} \\ \rho_2 = ۳ \frac{g}{cm^3} \\ V_1 = \frac{m_1}{\rho_1} = \frac{m}{۶} \\ V_2 = \frac{m_2}{\rho_2} = \frac{m}{۳} \end{cases} \qquad \rho' = \frac{m+m}{\frac{m}{۶} + \frac{m}{۳}} = \frac{۲m}{m(\frac{۱}{۲})} \Rightarrow \rho' = ۴ \frac{g}{cm^3}$$

بار دوم
$$\begin{cases} V_1 = V_2 = V \\ m_1 = \rho_1 V_1 = ۶V \\ m_2 = \rho_2 V_2 = ۳V \end{cases} \qquad \rho'' = \frac{۶V + ۳V}{۲V} \Rightarrow \rho'' = ۴/۵ \frac{g}{cm^3}$$

و در آخر داریم:

$$\frac{\rho''}{\rho'} = \frac{۴/۵}{۴} \Rightarrow \frac{\rho''}{\rho'} = \frac{۹}{۸}$$

**۸۹** ۱ ۲ ۳ ۴ وقتی دو مایع با هم مخلوط می‌شوند و هنگام اختلاط تغییر حجم رخ می‌دهد، آن‌گاه حجم کل بعد از اختلاط، مجموع حجم دو مایع خواهد بود:

$$V_T = V_1 + V_2$$

طبق قانون پایستگی جرم، جرم مخلوط نیز برابر مجموع دو مایع است؛ پس:

$$m_T = m_1 + m_2$$

پس:

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{V_1 + V_2} \xrightarrow{\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho V} \rho = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{V_1 + V_2} \Rightarrow \rho = \frac{۳ \times ۱ + ۲ \times ۱/۵}{۳ + ۲} = \frac{۶}{۵} = ۱/۲ \frac{kg}{Lit}$$

**۹۰** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\rho = \frac{m_1 + m_2}{\text{کل } V} = \frac{\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2}{\text{کل } V} \Rightarrow \rho = \frac{۵ \times ۵۰۰ + ۱۰ \times ۲۰۰}{(۵۰۰ + ۲۰۰) - ۱۰۰} = \frac{۴۵۰۰}{۶۰۰}$$

$$\rho = ۷/۵ \frac{g}{cm^3} \xrightarrow{\times ۱۰۰۰} \rho = ۷۵۰۰ \frac{kg}{m^3}$$

**۹۱** ۱ ۲ ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ چگالی آلیاژ (مخلوط) داریم: (اگر حجم کل را $V$ فرض کنیم)

$$\rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m_A + m_B}{V_A + V_B} = \frac{\rho_A V_A + \rho_B V_B}{V_A + V_B} \xrightarrow[V_B = ۰/۸V]{V_A = ۰/۲V}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{۲ \times \frac{۲}{۱۰} V + ۱/۵ \times \frac{۸}{۱۰} V}{\frac{۲}{۱۰} V + \frac{۸}{۱۰} V} \Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = ۰/۴ + ۱/۲ = ۱/۶ \frac{g}{cm^3}$$

$$\Rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = ۱/۶ \frac{g}{cm^3} \times \frac{۱۰^3 cm^3}{۱L} \times \frac{۱kg}{۱۰^3 g} = ۱/۶ \frac{kg}{L}$$

**۹۲** ۱ ۲ ۳ ۴

سؤال را در دو حالت بررسی می‌کنیم. حالت سؤال با فرض ۴۰ درصد جرمی (که به جای $V$ مقدار $\frac{m}{\rho}$ قرار می‌دهیم) و حالت دوم ۴۰ درصد حجمی (که به جای $m$ مقدار $\rho V$ قرار می‌دهیم)

بنابراین داریم:

۸۰ درصد از جرم یا حجم { اگر جرمی باشد / اگر حجمی باشد

۸۰ درصد حجمی باشد $\rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{(\frac{۸}{۱۰}V)\rho + (\frac{۲}{۱۰}V)۲\rho}{\frac{۸}{۱۰}V + \frac{۲}{۱۰}V} = \frac{\frac{۱۲}{۱۰}\rho V}{V} = ۱/۲\rho$

۸۰ درصد جرمی باشد $\rightarrow \rho_{\text{آلیاژ}} = \frac{m}{\frac{\frac{۸}{۱۰}m}{\rho} + \frac{\frac{۲}{۱۰}m}{\rho}} = \frac{۲m\rho}{\frac{۱۶}{۱۰}m + \frac{۲}{۱۰}m} = \frac{۲}{۱/۸}\rho = \frac{۲۰}{۱۸}\rho = \frac{۱۰}{۹}\rho$

**۹۳** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا برای پیدا کردن جرم نقرهٔ به کار رفته، باید حجم آن را محاسبه کنیم. برای این منظور به‌صورت زیر عمل می‌کنیم. حجم کل مجموعه، یعنی مجموع حجم نقره و طلا، ۵ سانتی‌متر مکعب است، پس در ابتدا یک معادله به‌صورت زیر می‌سازیم:

$V_{کل} = ۵ = V_{Ag} + V_{Au}$

از طرفی چون چگالی آلیاژ ساخته شده معلوم است، از رابطهٔ مربوط به چگالی آلیاژ، رابطهٔ دومی بین حجم‌های طلا و نقره به‌دست می‌آوریم. درنهایت با حل دستگاه دو معادلهٔ دو مجهولی، حجم نقره را یافته و... بنابراین داریم:

$$V_T = V_{Ag} = ۱۰cm^۳ \rightarrow V_{Au} = ۱۰ - V_{Ag}$$
$$\rho_T = \frac{\rho_{Ag}V_{Ag} + \rho_{Au}V_{Au}}{V_{Au} + V_{Ag}} \rightarrow ۱۵/۴ = \frac{۱۰V_{Ag} + ۱۹V_{Au}}{۱۰} \rightarrow ۱۵۴ = ۱۰V_{Ag} + ۱۹(۱۰ - V_{Ag}) \rightarrow ۱۵۴ = -۹V_{Ag} + ۱۹۰ \rightarrow V_{Ag} = ۴cm^۳$$
$$m_{Ag} = \rho_{Ag}V_{Ag} = ۱۰ \times ۴ = ۴۰g$$

**۹۴** ۱ ۲ ۳ ۴ در اینجا حجم مخلوط به اندازهٔ $x = ۱۰cm^۳$ از مجموع $V_۱$ و $V_۲$ کمتر است، بنابراین داریم:

$$\rho_{مخلوط} = ۱/۵\frac{g}{cm^۳},\ \rho_۱ = ۱/۸\frac{g}{cm^۳},\ V_۲ = ۱/۵V_۱,\ \rho_۲ = ۰/۸\frac{g}{cm^۳}$$

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲ - x} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲ - x}$$

$$\Rightarrow ۱/۵ = \frac{۱/۸V_۱ + ۰/۸(۱/۵V_۱)}{V_۱ + ۱/۵V_۱ - ۱۰} \Rightarrow ۳/۷۵V_۱ - ۱۵ = ۳V_۱ \Rightarrow ۰/۷۵V_۱ = ۱۵ \Rightarrow V_۱ = ۲۰cm^۳ \Rightarrow V_۲ = ۱/۵V_۱ \Rightarrow V_۲ = ۳۰cm^۳$$

**۹۵** ۱ ۲ ۳ ۴

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{\rho_۱} + \frac{m_۲}{\rho_۲}} \rightarrow ۱/۶ = \frac{m_۱ + m_۲}{\frac{m_۱}{۲} + \frac{m_۲}{۱}} \rightarrow ۰/۸m_۱ + ۱/۶m_۲ = m_۱ + m_۲ \rightarrow ۰/۶m_۲ = ۰/۲m_۱ \rightarrow m_۱ = ۳m_۲ \rightarrow \frac{m_۱}{m_۲} = ۳$$

**۹۶** ۱ ۲ ۳ ۴ با ریختن مایع دوم روی مایع اول، مخلوطی ایجاد می‌شود که چگالی مخلوط به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$\rho_{مخلوط} = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{\rho_۱V_۱ + \rho_۲V_۲}{V_۱ + V_۲} \xrightarrow{V_۱ = V_۲} \rho_{مخلوط} = \frac{\rho_۱ + \rho_۲}{۲}$$
$$\rho_{مخلوط} = \frac{۰/۸ + ۱/۲}{۲} = ۱\frac{g}{cm^۳}$$
$$m_{مخلوط} = m_{مجموعه} - m_{ظرف} = ۱۲۰۰ - ۲۰۰ = ۱۰۰۰g$$
$$V_{مخلوط} = \text{گنجایش ظرف} = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۰۰۰g}{۱\frac{g}{cm^۳}} = ۱۰۰۰cm^۳ = ۱L$$

**۹۷** ۱ ۲ ۳ ۴ حجمی که با رابطهٔ چگالی و جرم جسم به‌دست می‌آید، حجم خالص (توپر) کره می‌باشد:

$$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۲/۷ = \frac{۱۰۸۰}{V} \Rightarrow V = ۴۰۰cm^۳$$ حجم واقعی

یعنی اگر کره حفره نداشته باشد، حجم آن $۴۰۰cm^۳$ است، اما حجم کره‌ای که حفره دارد برابر است با:

$$V' = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow V' = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۵)^۳ \Rightarrow V' = ۵۰۰cm^۳$$ حجم ظاهری

بنابراین داریم: حجم واقعی- حجم ظاهری= حجم حفره $\Rightarrow V_{حفره} = ۵۰۰ - ۴۰۰ = ۱۰۰cm^۳$

پس: درصد حجم حفره به حجم کره : $\frac{V_{حفره}}{V'} = \frac{۱۰۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$

**۹۸** ۱ ۲ ۳ ۴ بدیهی است که برای تعیین حجم حفره، باید حجم واقعی طلایی که برای ساخت قطعه به کار رفته را از حجم ظاهری آن کم کنیم. یعنی:

$$\rho = ۱۹۰۰۰\frac{kg}{m^۳} = ۱۹\frac{g}{cm^۳} \Rightarrow \rho = \frac{m}{V_{واقعی}} \Rightarrow ۱۹ = \frac{۱۹۹/۵}{V_{واقعی}} \Rightarrow V_{واقعی} = \frac{۱۹۹/۵}{۱۹} = ۱۰/۵cm^۳$$

حجم حفره = حجم ظاهری − حجم واقعی $\Rightarrow$ حجم حفره $= ۱۲ - ۱۰/۵ = ۱/۵cm^۳$

**۹۹** ۱ ۲ ۳ ۴ برای اینکه ببینیم در جسم حفره داریم یا نه، باید حجم ظاهری‌اش را با حجم واقعی ماده‌ای که برای ساخت مکعب به کار رفته، مقایسه کنیم.

ابتدا با استفاده از رابطهٔ هندسی تعیین حجم مکعب، حجم ظاهری آن را می‌یابیم. سپس با استفاده از رابطهٔ چگالی و معلوم بودن جرم، حجم واقعی فلزی که برای ساختن مکعب به کار رفته را محاسبه می‌کنیم. درنهایت با مقایسهٔ این دو حجم، حجم حفره را حساب می‌کنیم.

$$V = a^۳ \Rightarrow V = ۱۰^۳ = ۱۰۰۰cm^۳$$ حجم ظاهری

$$m = \rho V \Rightarrow ۶۰۰۰ = ۸V \Rightarrow V = ۷۵۰cm^۳$$ حجم واقعی فلز

حجم حفره = حجم ظاهری − حجم واقعی

حجم حفره $= ۱۰۰۰ - ۷۵۰ = ۲۵۰cm^۳$

**۱۰۰** ۱ ۲ ۳ ۴ ابعاد بیان‌شده حجم ظاهری مکعب است، یعنی حجم مکعب به همراه حفره که معادل $۸۰cm^۳$ می‌باشد. باتوجه به جرم و چگالی آلیاژ می‌توان حجم واقعی مکعب یعنی حجم بدون حفره آن را به‌دست آورد.

$$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۰۰۰}{۵۰} = ۶۰cm^۳$$

حجم حفره = حجم ظاهری − حجم شمش $= ۸۰ - ۶۰ = ۲۰cm^۳$

$\frac{۲۰}{۸۰} \times ۱۰۰ = ۲۵\%$

**۱۰۱** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا به کمک رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{v}$ حجم روغن خارج شده از ظرف را به دست می‌آوریم:

$$\rho_{\text{روغن}} = \frac{m_{\text{روغن}}}{v_{\text{روغن}}} \Rightarrow ۶۰۰ = \frac{۳}{v_{\text{روغن}}} \Rightarrow v_{\text{روغن}} = \frac{۳}{۶۰۰} = \frac{۱}{۲۰۰} = ۵ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

حجم حفره درون مکعب را به دست می‌آوریم:

$$v_{\text{حفره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \Rightarrow v_{\text{حفره}} = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۰/۱)^۳ \Rightarrow v_{\text{حفره}} = ۴ \times ۱۰^{-۳} m^۳$$

می‌دانیم حجم ظاهری مکعب با حجم روغن خارج شده از ظرف برابر است، پس:

$$v_{\text{حفره}} = v_{\text{ظاهری مکعب}} - v_{\text{واقعی مکعب}} \Rightarrow ۴ \times ۱۰^{-۳} = ۵ \times ۱۰^{-۳} - v_{\text{واقعی مکعب}} \Rightarrow v_{\text{واقعی مکعب}} = ۱۰^{-۳} m^۳$$

$$\rho_{\text{مکعب}} = \frac{m_{\text{مکعب}}}{v_{\text{واقعی مکعب}}} \Rightarrow m_{\text{مکعب}} = \rho_{\text{مکعب}} \times v_{\text{واقعی مکعب}} = ۱۰^۴ \times ۱۰^{-۳} = ۱۰ kg$$

**۱۰۲** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا باید حجم حفره را تعیین کنیم، پس حجم واقعی یعنی حجم ماده‌ای که برای ساخت کره به کار رفته را محاسبه کرده و از حجم ظاهری کم می‌کنیم تا حجم حفره محاسبه شود.

$$V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \rightarrow V = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۱۰)^۳ = ۴ \times ۱۰^۳ cm^۳ \rightarrow \text{حجم ظاهری}$$

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۳۰۰۰۰ g}{۸ \frac{g}{cm^۳}} = ۳۷۵۰ cm^۳$$

$$V_{\text{حفره}} = ۴۰۰۰ - ۳۷۵۰ = ۲۵۰ cm^۳$$

حال برای تعیین چگالی کل داریم:

$$\begin{cases} \rho = \frac{m_۱ + m_۲}{V_۱ + V_۲} = \frac{۳۰۰۰۰ + (۴ \times ۲۵۰)}{۴۰۰۰} = \frac{۳۱۰۰۰}{۴۰۰۰} = ۷/۷۵ \frac{g}{cm^۳} \\ V_۱ + V_۲ = ۴۰۰۰ \rightarrow \text{درنهایت همان حجم ظاهری می‌شود} \end{cases}$$

**۱۰۳** ۱ ۲ ۳ ۴ باتوجه به چگالی و جرم آلیاژ می‌توان حجم آن را محاسبه کرد.

$V = \frac{m}{\rho} = \frac{۲۵۰}{۲/۵} = ۱۰۰ cm^۳$ حجم واقعی و بدون حفرهٔ مکعب

حجم ظاهری مکعب برابر با مجموع حجم واقعی مکعب و حجم حفره است.

$$۱۰۰ + ۲۵ = ۱۲۵ cm^۳$$

$V = a^۳ \Rightarrow ۱۲۵ = a^۳ \Rightarrow a = ۵ cm$ طول هر ضلع

**۱۰۴** ۱ ۲ ۳ ۴ اگر ۳۰ درصد از حجم شکل ظاهری جسم را فلز تشکیل داده باشد، حجم حفره، ۷۰ درصد شکل ظاهری جسم است. یعنی:

$$V_{\text{حفره}} = ۰/۷ V_{\text{ظاهری}} \xrightarrow{V_{\text{حفره}} = ۸۴ cm^۳} ۸۴ = ۰/۷ V_{\text{ظاهری}} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = ۱۲۰ cm^۳$$

حال حجم واقعی فلز، یعنی حجم ماده‌ای که برای ساختن جسم به کار رفته را محاسبه می‌کنیم:

$$V_{\text{واقعی}} = ۰/۳ V_{\text{ظاهری}} = ۰/۳ \times ۱۲۰ \rightarrow V_{\text{واقعی}} = ۳۶ cm^۳$$

حال طبق رابطه چگالی داریم:

$$\rho = \frac{m}{v_{\text{واقعی}}} \Rightarrow \rho = \frac{۲۷۰}{۳۶} = ۷/۵ \frac{g}{cm^۳}$$

**۱۰۵** ۱ ۲ ۳ ۴ برای تعیین حجم حفره، باید در ابتدا حجم فلزی که برای ساختن مکعب به کار رفته (حجم واقعی) را محاسبه کنیم. سپس این مقدار را از حجم ظاهری مکعب (آنچه به ظاهر دیده می‌شود) کم می‌کنیم تا حجم حفره به‌دست بیاید. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{کل}} = ۵^۳ = ۱۲۵ cm^۳ \\ \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow ۴ = \frac{۴۰۰}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = ۱۰۰ cm^۳ \end{array}\right\} V_{\text{حفره}} = ۱۲۵ - ۱۰۰ = ۲۵ cm^۳$$

**۱۰۶** ۱ ۲ ۳ ۴ حجم ظاهری جسم، برابر حجم آب جابه‌جا شده است. از این مقدار آب جابه‌جا شده، بخشی در داخل حفره قرار گرفته و بقیه بیرون ریخته است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت، حجم آب خارج شده از ظرف برابر حجم واقعی کره است پس:

$$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \rightarrow ۱ = \frac{۲۵/۶}{V_{\text{آب}}} \rightarrow V_{\text{آب}} = ۲۵/۶ cm^۳$$

می‌دانیم ۲۰ درصد از حجم کره را حفره اشغال کرده پس:

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری کره}}} = \frac{۲۰}{۱۰۰} = \frac{۱}{۵} \rightarrow V_{\text{حفره}} = ۵ V_{\text{ظاهری}} \quad (II)$$

$$V_{\text{واقعی کره}} = V_{\text{ظاهری کره}} - V_{\text{حفره}} \xrightarrow{(I)(II)} ۲۵/۶ = ۵V_{\text{حفره}} - V_{\text{حفره}} \rightarrow ۲۵/۶ = ۴V_{\text{حفره}} \rightarrow V_{\text{حفره}} = ۶/۴ cm^۳ \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = ۵V_{\text{حفره}} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = ۵ \times ۶/۴ = ۳۲ cm^۳$$

حال داریم:

$V_{\text{کره ظاهری}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ \rightarrow ۳۲ = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times r^۳ \rightarrow r^۳ = ۸ \rightarrow r = ۲cm$

**۱۰۷** ابتدا حجم ظاهری و واقعی مکعب را به دست می‌آوریم تا حجم حفره را پیدا کنیم:

$v_{\text{ظاهری}} = a^۳ = ۵^۳ = ۱۲۵cm^۳$

$v_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} \rightarrow v_{\text{واقعی}} = \frac{۷۶۰}{۷/۶} = ۱۰۰cm^۳$

$v_{\text{حفره}} = v_{\text{ظاهری}} - v_{\text{واقعی}} = ۱۲۵ - ۱۰۰ = ۲۵cm^۳$

$\frac{v_{\text{حفره}}}{v_{\text{ظاهری}}} \times ۱۰۰ = \frac{۲۵}{۱۲۵} \times ۱۰۰ = ۲۰\%$

**۱۰۸** ابتدا حجم ظاهری کره را به‌دست می‌آوریم که برابر با حجم آب جابه‌جا شده است. حجم کل ظرف $۵۰۰cm^۳$ است که به اندازهٔ $۵۰۰ - ۴۶۵ = ۳۵cm^۳$ از آن خالی است و هنگامی که کره در ظرف قرار می‌گیرد، $۱۵cm^۳$ آب از آن سرریز می‌کند.

$\Rightarrow V_{\text{ظاهری}} = ۳۵ + ۱۵ = ۵۰cm^۳$

حجم حفرهٔ درون کره، برابر با اختلاف حجم ظاهری کره با حجم قسمتی از کره است که توسط ماده پر شده است.

$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - \frac{m}{\rho} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = ۵۰ - \frac{۴۲۰}{۱۲} = ۵۰ - ۳۵ = ۱۵cm^۳$

**۱۰۹** برای تعیین حجم حفره، باید در ابتدا حجم فلزی که برای ساختن مکعب به کار رفته (حجم واقعی) را محاسبه کنیم. سپس این مقدار را از حجم ظاهری مکعب (آنچه به ظاهر دیده می‌شود) کم می‌کنیم تا حجم حفره به‌دست بیاید. بنابراین داریم:

$$\left.\begin{array}{l} V_{\text{کل}} = ۱۲۵cm^۳ \\ \rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow ۸ = \frac{۸۰۰}{V_{\text{فلز}}} \Rightarrow V_{\text{فلز}} = ۱۰۰cm^۳ \end{array}\right\} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = ۱۲۵ - ۱۰۰ = ۲۵cm^۳$$

$\rho_{\text{آب}} = \frac{m_{\text{آب}}}{V_{\text{آب}}} \Rightarrow ۱ = \frac{m_{\text{آب}}}{۲۵} \Rightarrow m_{\text{آب}} = ۲۵g$

**۱۱۰** حجم قسمت توپر فلز را از رابطهٔ $\rho = \frac{m}{V}$ به دست می‌آوریم.

$\rho_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{V_{\text{توپر}}} \Rightarrow ۶ = \frac{۳۰۰}{V} \Rightarrow V = ۵۰۰cm^۳$

چون کل جسم درون نفت فرو می‌رود، حجم ظاهری جسم برابر با حجم نفتی است که از نظر بیرون می‌ریزد پس:

$\rho_{\text{نفت}} = \frac{m_{\text{نفت}}}{V} \Rightarrow ۰/۶ = \frac{۵۴۰}{V} \Rightarrow V = ۹۰۰cm^۳$

$\text{حجم حفره} = \text{حجم توپر} - \text{حجم ظاهری} = ۹۰۰ - ۵۰۰ = ۴۰۰cm^۳$

**۱۱۱**

وقتی حفره را با روغن پر می‌کنیم، جرم مجموعه به اندازهٔ جرم روغن اضافه شده، تغییر می‌کند که این معادل ۲۰ درصد جرم اولیهٔ مکعب فلزی است، از طرفی چون حفره با روغن پر شده است، پس حجم روغن با حجم حفره برابر است.

$m_{\text{روغن}} = \frac{۲۰}{۱۰۰} m_{\text{فلز}} \rightarrow \rho_{\text{روغن}} V_{\text{روغن}} = \frac{۱}{۵}\rho_{\text{فلز}} V_{\text{فلز}} \rightarrow ۸۰۰\frac{kg}{m^۳} \times \frac{۴}{۳}\pi(۵cm)^۳ = \frac{۱}{۵}\rho_{\text{فلز}}[(۱۰cm)^۳ - \frac{۴}{۳}\pi(۵cm)^۳]$

$\rightarrow ۱۶۰۰۰ \times ۱۲۵\frac{kg \cdot cm^۳}{m^۳} = \rho_{\text{فلز}}[۱۰۰۰cm^۳ - ۵۰۰cm^۳] \rightarrow \rho_{\text{فلز}} = ۴۰۰۰\frac{kg}{m^۳}$

**۱۱۲** مکعب $B$ با طول ضلع $۳a$، جرم $m$ دارد. پس مکعب $B$ دارای حفره می‌باشد و چون دو مکعب هم‌جنس اند، پس چگالی دو مکعب با هم برابر است. پس حجم مکعب $B$ برابر است با:

$\rho_A = \rho_B \Rightarrow \frac{۲m}{a^۳} = \frac{m}{V_B} \Rightarrow V_B = \frac{a^۳}{۲}$

پس داریم:

$۲۷a^۳ - V_{\text{حفره}} = \frac{a^۳}{۲} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = \frac{۵۳}{۲}a^۳ = ۲۶/۵a^۳$

**۱۱۳** ۰۱ صحیح است.

$V_A = V_B \rightarrow (\frac{m}{\rho})_A = (\frac{m}{\rho})_B \rightarrow \frac{۴}{\rho_A} = \frac{۸}{\rho_B} \rightarrow \rho_B = ۲\rho_A$

۰۲ $\rho = \frac{m}{V}$ ← چگالی با جرم رابطهٔ مستقیم و با حجم رابطهٔ عکس دارد.

مورد ۲ نادرست است، چون هم به جرم و هم به حجم وابسته است.

۰۳ هر باریکه شامل تعدادی پرتو است.

۰۴ صحیح است.

**۱۱۴** برای پیدا کردن حجم، باید حجم واقعی $(\frac{m}{\rho})$ را از حجم ظاهری قطعه، کم کنیم.

$\rho_{\text{طلا}} = ۱/۹ \times ۱۰^۴ kg/m^۳ = ۱۹gr/cm^۳$

$\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow ۱۹ = \frac{۱۹۹٫۵}{V} \Rightarrow V = ۱۰٫۵cm^۳$ حجم واقعی

$V_{\text{حفره}} = ۱۲ - ۱۰٫۵ = ۱٫۵cm^۳$

$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{کل}}} = \frac{۱٫۵}{۱۲} \times ۱۰۰ = \frac{۱۵۰}{۱۲} = \frac{۵۰}{۴} = ۱۲٫۵\%$

**۱۱۵** ۱ ۲ ۳ **۴** حجم ظاهری گلوله برابر حجم مایع بیرون ریخته از ظرف است پس:

$V_{\text{ظاهری}} = V_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{\rho_{\text{مایع}}} = \frac{۴۰}{۲} = ۲۰cm^۳$

حال حجم واقعی گلوله را به دست می‌آوریم:

$V_{\text{واقعی}} = \frac{m_{\text{گلوله}}}{\rho_{\text{گلوله}}} = \frac{۸۰}{۵} = ۱۶cm^۳$

در نهایت حجم حفره را به دست می‌آوریم:

$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = ۲۰ - ۱۶ = ۴cm^۳ \Rightarrow \frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} = \frac{۴}{۲۰} = \frac{۱}{۵}$

**۱۱۶** ۱ **۲** ۳ ۴ اگر ۴۰ درصد از حجم مکعب، حفره باشد، ۶۰ درصد حجم ظاهری آن را ماده‌ای تشکیل داده که از آن مکعب ساخته شده است. پس در ابتدا حجم ظاهری را می‌یابیم، سپس حجم واقعی ماده و بعد از آن جرم را محاسبه می‌کنیم.

حجم مکعب $V_{\text{ظاهری}} = a^۳ = (۰٫۱)^۳ = ۱۰^{-۳}m^۳$

$\Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{۶۰}{۱۰۰} \times ۱۰^{-۳} = ۰٫۶ \times ۱۰^{-۳}m^۳ \quad \rho = \frac{m}{V_{\text{واقعی}}} \quad m = \rho V_{\text{واقعی}} = ۲۵۰۰ \times ۰٫۶ \times ۱۰^{-۳} = ۱٫۵kg$

**۱۱۷** ۱ ۲ **۳** ۴

$V_{\text{جسم}} = V_{\text{آب بیرون ریخته شده}} \quad V_{\text{آب بیرون ریخته شده}} = \frac{m_{\text{آب بیرون ریخته شده}}}{\rho_{\text{آب}}} = \frac{۱۰۰}{۱} = ۱۰۰cm^۳$

$V_{\text{فلز}} = \frac{m_{\text{فلز}}}{\rho_{\text{فلز}}} = \frac{۶۰۰}{۸} \rightarrow V_{\text{فلز}} = ۷۵cm^۳$

$V_{\text{حفره}} = V_{\text{جسم}} - V_{\text{فلز}} \rightarrow V_{\text{حفره}} = ۱۰۰cm^۳ - ۷۵cm^۳ \rightarrow V_{\text{حفره}} = ۲۵cm^۳$

چون چگالی جسم از چگالی آب بیشتر است، جسم کاملاً در آب فرو می‌رود و حجم آب بیرون‌ریخته برابر حجم کل جسم است.

**۱۱۸** ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا حجم ظاهری معکب را به دست می‌آوریم: $V_{\text{ظاهری}} = a^۳ = ۱۰^۳ = ۱۰۰۰cm^۳$

حال با استفاده از رابطهٔ چگالی حجم واقعی را به دست می‌آوریم: $V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۷۰۰}{۲٫۵} = ۶۸۰cm^۳$

و درنهایت حجم حفره را به دست می‌آوریم: $V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{واقعی}} = ۱۰۰۰ - ۶۸۰ = ۳۲۰cm^۳$

**۱۱۹** ۱ ۲ **۳** ۴ ۱- درست.

حجم ظاهری $V_{\text{کره}} = \frac{۴}{۳}\pi r^۳ = \frac{۴}{\cancel{۳}} \times \cancel{۳} \times (۰٫۱)^۳ = ۴ \times ۱۰^{-۳}m^۳$

$\rho = \frac{m}{V} \rightarrow ۱۰۰۰ = \frac{m}{۴ \times ۱۰^{-۳}} \rightarrow m = ۴kg$

۲- درست.

$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m}{V} \rightarrow \rho = \frac{۲۰}{۴ \times ۱۰^{-۳}} = ۵۰۰۰\frac{kg}{cm^۳} = ۵\frac{g}{cm^۳}$ (کرهٔ توپر)

۳- درست.

$۴ = \frac{۲۰۰۰۰}{V_{\text{واقعی}}} \rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{۲۰۰۰۰}{۴} = ۵۰۰۰cm^۳$

$\begin{cases} V_{\text{واقعی}} = ۵۰۰۰cm^۳ \\ V_{\text{ظاهری}} = ۴۰۰۰cm^۳ \end{cases} \rightarrow V_{\text{حفره}} = ۵۰۰۰ - ۴۰۰۰ = ۱۰۰۰cm^۳ = ۱۰^۶mm^۳$

۴- نادرست.

$۲٫۵ = \frac{۲۰۰۰۰}{V_{\text{واقعی}}} \Rightarrow V_{\text{واقعی}} = \frac{۲۰۰۰۰}{۲٫۵} = ۸۰۰۰cm^۳$

**۱۲۰** ۱ **۲** ۳ ۴ از رابطه چگالی $\rho = \frac{m}{V}$ می‌توان نوشت: $m = \rho V$ و حجم قطعه برابر حجم مکعب منهای حجم حفره است:

$V = a^۳ - V' = ۱۰^۳ - V'$

با تبدیل یکای چگالی به گرم بر سانتی‌متر مکعب، می‌توان جرم را نیز برحسب گرم نوشت:

$\rho = ۲۷۰۰\frac{kg}{m^۳} \times \frac{۱۰^۳g}{۱kg} \times \frac{۱m^۳}{۱۰^۶cm^۳} = ۲٫۷\frac{g}{cm^۳}$

در نتیجه:

$m = \rho(۱۰^۳ - V') \Rightarrow ۲۱۶۰ = ۲٫۷(۱۰^۳ - V') \Rightarrow ۲۱۶۰ = ۲۷۰۰ - ۲٫۷V' \Rightarrow ۲٫۷V' = ۵۴۰ \Rightarrow V' = ۲۰۰g$

**۱۲۱** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا با استفاده از جرم و چگالی آلومینیم، حجم فلز به‌کار رفته را می‌یابیم:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=۰٫۸۱kg]{\rho=۲۷۰۰\frac{kg}{m^۳}} V_{\text{فلز}} = \frac{۰٫۸۱}{۲۷۰۰} = ۳ \times ۱۰^{-۴}m^۳ = ۳۰۰cm^۳$$

حجم آبی که از ظرف بیرون ریخته، برابر حجم ظاهری کره است:

$$\rho = \frac{m}{V} \xrightarrow[m=۴۰۰g]{\rho=۱\frac{g}{cm^۳}} V_{\text{ظاهری}} = \frac{۴۰۰}{۱} = ۴۰۰cm^۳$$

حال با استفاده از رابطهٔ $V_{\text{ظاهری}} = V_{\text{فلز}} + V_{\text{حفره}}$، حجم حفره را به‌دست می‌آوریم:

$$۴۰۰ = ۳۰۰ + V_{\text{حفره}} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = ۱۰۰cm^۳$$

$$\frac{V_{\text{حفره}}}{V_{\text{ظاهری}}} = \frac{۱۰۰}{۴۰۰} = \frac{۱}{۴} \xrightarrow{\times ۱۰۰} ۲۵\%$$

یعنی ۲۵ درصد از حجم کره را حفره تشکیل می‌دهد.

**۱۲۲** ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا حجم ماده‌ای که کره از آن ساخته شده است را محاسبه می‌کنیم.

$$V' = \frac{m}{\rho} \xrightarrow[\rho=۲٫۷\frac{g}{cm^۳}=۲٫۷\times ۱۰^۳\frac{kg}{m^۳}]{m=۸٫۱kg} V' = \frac{۸٫۱}{۲٫۷ \times ۱۰^۳} \Rightarrow V' = ۳ \times ۱۰^{-۳}m^۳ = ۳۰۰۰cm^۳$$

حال حجم ظاهری کره را محاسبه می‌کنیم.

$$V'' = \frac{۴}{۳}\pi R^۳ \xrightarrow[\pi=۳]{R=۱۰cm} V'' = \frac{۴}{۳} \times ۳ \times (۱۰)^۳ \Rightarrow V'' = ۴۰۰۰cm^۳$$

در ادامه برای تعیین حجم حفرهٔ داخل کره، کافی است که $V'$ را از $V''$ کم کنیم.

$$V_{\text{حفره}} = V'' - V' = ۴۰۰۰ - ۳۰۰۰ \Rightarrow V_{\text{حفره}} = ۱۰۰۰cm^۳$$

می‌دانیم که برای پیدا کردن $\rho$ باید جرم مایع و حجم مایع را داشته باشیم. حجم مایع در اینجا با حجم حفره برابر است (چون ذکر شده که حفره از مایع پر شده است) و برای پیدا کردن جرم مایع کافی است که جرم کرهٔ توخالی را از جرم کل کره وقتی از مایع پر شده، کم کنیم. یعنی:

$$m_{\text{مایع}} = ۸٫۹ - ۸٫۱ \Rightarrow m_{\text{مایع}} = ۰٫۸kg = ۸۰۰g$$

و در آخر داریم:

$$\rho_{\text{مایع}} = \frac{m_{\text{مایع}}}{V_{\text{مایع}}} = \frac{۸۰۰}{۱۰۰۰} \Rightarrow \rho_{\text{مایع}} = ۰٫۸\frac{g}{cm^۳}$$

**۱۲۳** ۱ ۲ ۳ ۴ حجم حفرهٔ درون مکعب، برابر با اختلاف حجم ظاهری مکعب با حجم فلز به کار رفته است.

$$V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - V_{\text{فلز}} \xrightarrow{V_{\text{فلز}}=\frac{m}{\rho}} V_{\text{حفره}} = V_{\text{مکعب}} - \frac{m}{\rho}$$

در نتیجه خواهیم داشت:

$$\left.\begin{array}{l} A: V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - \frac{۴۰۰}{۸} \Rightarrow V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - ۵۰ \\ B: ۳V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - \frac{۴۰۰}{۱۰} \Rightarrow ۳V_{\text{حفره}} = V_{\text{ظاهری}} - ۴۰ \end{array}\right\} \text{حل دستگاه} \rightarrow V_{\text{ظاهری}} = ۵۵cm^۳$$

**۱۲۴** ۱ ۲ ۳ ۴ برای تعیین حجم حفره، کافی است که حجم مادهٔ سازنده مکعب مستطیل که در اینجا، آن را با حجم واقعی معرفی می‌کنیم، از حجم ظاهری کم کنیم. بنابراین داریم:

$$\text{حجم ظاهری مکعب} = abc = ۲ \times ۱۰ \times ۲۵ = ۵۰۰cm^۳$$

$$V_{\text{واقعی}} = \frac{m}{\rho} = \frac{۱۰۵۰g}{۱۰٫۵(\frac{g}{cm^۳})} = ۱۰۰cm^۳ \Rightarrow \text{حجم حفره} = ۵۰۰ - ۱۰۰ = ۴۰۰cm^۳$$

$$\text{جواب} : \frac{۴۰۰}{۵۰۰} \times ۱۰۰\% = ۸۰\%$$

# پاسخ‌نامه کلیدی

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۲ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۳ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۴ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۵ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۶ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۷ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۸ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۹ | ۴ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۰ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۲ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۳ | ۴ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۴ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۵ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۶ | ۳ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۷ | ۴ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۸ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۱۹ | ۲ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۲۰ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۲۱ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۲۲ | ۱ | ۳ | ۱ | ۱ |
| ۲۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۴ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۵ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۶ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۷ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۸ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۲۹ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۳ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۴ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۶ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۷ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۸ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۳۹ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۴ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۵ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۶ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۷ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۸ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۴۹ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۳ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۵ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۶ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۷ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۸ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۵۹ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۳ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۶ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۷ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۸ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۶۹ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۵ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۶ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۷ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۸ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۷۹ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۵ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۶ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۷ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۸ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۸۹ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۰ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۱ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۲ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۳ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۴ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۵ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۶ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۷ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۸ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۹۹ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۰ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۴ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۶ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۷ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۸ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۰۹ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۰ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۱ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۲ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۳ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۴ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۵ | ۴ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۶ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۷ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۸ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۱۹ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۲۰ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۲۱ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۲۲ | ۱ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۲۳ | ۲ | ۳ | ۲ | ۱ |
| ۱۲۴ | ۳ | ۳ | ۲ | ۱ |