فصل اول : الکتریسیته ساکن

۱ – یک الکتروسکوپ دارای بار الکتریکی منفی است. یک میلهٔ شیشه‌ای که با پارچهٔ ابریشمی مالش داده شده به آرامی به آن نزدیک می‌کنیم برای تیغهٔ الکتروسکوپ چه رخ می‌دهد؟

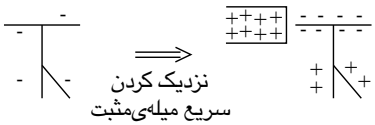
پاسخ:

همان طور که در شکل ملاحضه می‌شود بار منفی اولیه در تمام سطح الکتروسکوپ و میله و تیغه پراکنده است و تیغه باز است. با نزدیک کردن میلهٔ شیشه‌ای باردار که اکنون دارای بار مثبت و نسبتاً بزرگی است (در حالت کلی از مالش یک میله با پارچه بار بزرگی روی سطح میله و پارچه ایجاد می‌شود)

ابتدا بارهای منفی روی میله و تیغه به‌سمت کلاهک و به‌طرف بالا می‌آیند (جذب بار مثبت میلهٔ شیشه‌ای می‌شوند) و چون حرکت میله به آرامی بوده است ابتدا تیغه بسته می‌شود ولی با ادامهٔ نزدیک کردن میله و به‌دلیل بزرگی بار آن، روی میله و تیغهٔ الکتروسکوپ تفکیک بار رخ داده و الکترون‌های آزاد پایین، به‌طرف بالا و کلاهک آمده و دوباره تیغه باز می‌شود که البته در این حالت تیغه و پایین میلهٔ الکتروسکوپ دارای بار مثبت خواهند بود.

۲ – اگر یک میلهٔ شیشه‌ای باردار را به‌سرعت به کلاهک یک الکتروسکوپ دارای بار منفی نزدیک کنیم چه رخ می‌دهد؟

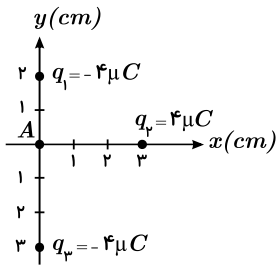
پاسخ: میلهٔ مالش داده شده با پارچه، دارای بار بزرگی است و چون به‌سرعت به کلاهک الکتروسکوپِ منفی نزدیک می‌شود بارهای منفی یا به عبارتی الکترون‌های بسیاری ناگهان به‌سمت کلاهک حرکت می‌کنند که این موضوع سبب می‌شود بارهای مثبتِ زیادی در پایین الکتروسکوپ یعنی روی تیغه و پایین میلهٔ الکتروسکوپ بر جای بمانند یعنی تیغه بازتر از قبل می‌شود.



(توجه کنید که اگر میلهٔ شیشه‌ای مثبت به آرامی به الکتروسکوپ نزدیک شده بود تیغه ابتدا بسته و سپس باز می‌شد ولی چون میلهٔ باردار مثبت سریع نزدیک شده فرصتی برای باز و بسته شدن تیغه وجود نداشته است)

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 1 of 222

۳ - در شکل مقابل نیروی خالص واردشده بر بار $q = ۱\mu C$ را که در نقطهٔ A قرار گرفته است، محاسبه و بردار آن را رسم کنید.



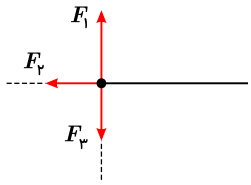
پاسخ: قبل از هر چیز، نیرویی که به‌طور جداگانه، از طرف هریک از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و $q_۳$ به بار q موجود در نقطهٔ A وارد می‌شود را می‌یابیم. سپس با رسم جهت نیروها، نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم.

$$F_۱ = k\frac{qq_۱}{r_۱^۲} = ۹\times ۱۰^۹ \times \frac{۱\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۶}}{(۲\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۹۰N$$

$$F_۲ = k\frac{qq_۲}{r_۲^۲} = ۹\times ۱۰^۹ \times \frac{۱\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۶}}{(۳\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۴۰N$$

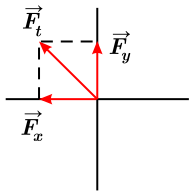
$$F_۳ = k\frac{qq_۳}{r_۳^۲} = ۹\times ۱۰^۹ \times \frac{۱\times ۱۰^{-۶}\times ۴\times ۱۰^{-۶}}{(۳\times ۱۰^{-۲})^۲} = ۴۰N$$

روی محور y ها $F_۱$ و $F_۳$ خلاف جهت یکدیگر هستند:



$$F_y = F_۱ - F_۳ = ۹۰ - ۴۰ = ۵۰N$$

در خلاف جهت محور xها: $F_x = F_۲ = ۴۰N$

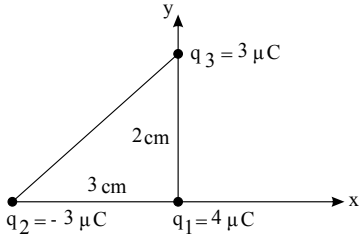


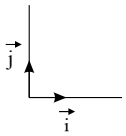
$$F_t = \sqrt{(۵۰)^۲ + (۴۰)^۲} = ۱۰\sqrt{۴۱}N$$

$$\vec{F}_t = -۴۰\,\vec{i} + ۵۰\,\vec{j}$$

۴ - مطابق شکل، سه بار الکتریکی نقطه‌ای در سه رأس مثلث قائم‌الزاویه‌ای قرار دارند. برایند نیروهای وارد بر بار $q_۱$ را برحسب بردارهای یکّهٔ $\vec{i}$ و $\vec{j}$ دستگاه مختصات نشان‌داده‌شده در شکل بنویسید.

$$(k = ۹\times ۱۰^۹ \frac{Nm^۲}{C^۲})$$





پاسخ: به بار q_1، دو نیروی عمود بر هم، یکی از طرف بار q_2 (که ربایشی است) و دیگری از طرف بار q_3 (که رانشی است) وارد می‌شود.

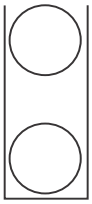
$$F_{21} = k\frac{|q_1||q_2|}{r_{21}^2} \rightarrow F_{21} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۳ \times ۴ \times ۱۰^{-۱۲}}{۹ \times ۱۰^{-۴}} \quad \Rightarrow \quad F_{21} = ۱۲۰N$$

$$F_{31} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۳ \times ۴ \times ۱۰^{-۱۲}}{۴ \times ۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{31} = ۲۷۰N$$

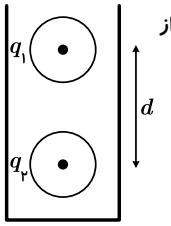
$$\vec{F}_T = \vec{F}_{21} + \vec{F}_{31} \quad \Rightarrow \vec{F}_T = -۱۲۰\vec{i} - ۲۷۰\vec{j}$$

۵ - با استفاده از وسایل زیر آزمایشی طراحی کنید که به وسیلهٔ آن بتوان اندازهٔ بار الکتریکی یک گوی پلاستیکی را محاسبه نمود. (دو گوی پلاستیکی کوچک، پارچه پشمی، استوانه یا لوله شیشه‌ای، خط کش مدرج و ترازو)

پاسخ: ابتدا جرم دو گلولهٔ کوچک را با ترازو اندازه گیری می‌کنیم. سپس آنها را جداگانه توسط پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، تا به یک اندازه باردار شوند. حال، مطابق شکل، دو گوی را درون استوانه شیشه‌ای قرار می‌دهیم تا گوی بالایی به حالت معلق قرار گیرد. با خط کش فاصلهٔ بین دو گوی را اندازه گیری می‌کنیم. اعداد حاصل را در رابطه تعادل $\frac{kq^2}{r^2} = mg$ قرار داده و q را محاسبه می‌کنیم.



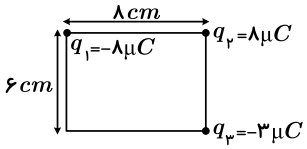
۶ - در شکل روبه‌رو دو گوی باردار مشابه به جرم $۲g$ دارای بارهای $q_1 = ۰/۴\mu C$ و $q_2 = ۰/۵\mu C$ درون استوانه در فاصلهٔ d از یکدیگر و در حال تعادل قرار دارند. این فاصله را برحسب یکای SI به دست آورید. ($g = \frac{۱۰m}{s^2}$ $k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{Nm^2}{C^2}$)



پاسخ: $F = mg \rightarrow k\frac{q_1 q_2}{r^2} = mg$

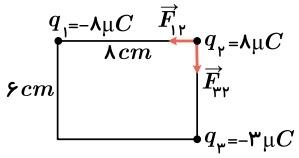
$$۹ \times ۱۰^۹ \frac{۰/۴ \times ۱۰^{-۶} \times ۰/۵ \times ۱۰^{-۶}}{d^2} = ۲ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \Rightarrow d = ۰/۳$$

۷ - سه بار الکتریکی در رأس‌های مستطیلی مطابق شکل زیر قرار دارند. نیروی وارد بر بار q_2 چند نیوتون است؟



پاسخ:

گام اول: جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: $q_۳$ را در نظر نمی‌گیریم و نیروی وارد بر $q_۲$ از طرف $q_۱$ را به دست می‌آوریم. همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، این نیرو خلاف جهت $\vec{i}$ است:

$$\vec{F_{۱۲}} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} = (۹\times۱۰^۹\frac{N\cdot m^۲}{C^۲})\frac{(۸\times۱۰^{-۶}C)(۸\times۱۰^{-۶}C)}{(۸\times۱۰^{-۲}m)^۲} = ۹۰N \Rightarrow \vec{F_{۱۲}} = (-۹۰N)\vec{i}$$

گام سوم: این دفعه $q_۱$ را کنار می‌گذاریم و $\vec{F_{۳۲}}$ را تعیین می‌کنیم، چون این نیرو در خلاف جهت $\vec{j}$ است، داریم:

$$\vec{F_{۳۲}} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۲۳}^۲} = (۹\times۱۰^۹\frac{N\cdot m^۲}{C^۲})\frac{(۳\times۱۰^{-۶}C)(۸\times۱۰^{-۶}C)}{(۶\times۱۰^{-۲}m)^۲} = ۶۰N \Rightarrow \vec{F_{۳۲}} = (-۶۰N)\vec{j}$$

گام چهارم: با توجه به گام دوم و سوم، نیروی برایند برابر است با:

$$F_T = (-۹۰N)\vec{i} + (-۶۰N)\vec{j}$$

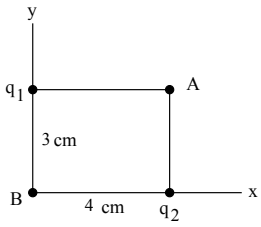
اندازهٔ F_T هم از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$F_T = \sqrt{۹۰^۲ + ۶۰^۲} = \sqrt{۱۱۷۰۰}N$$

۸ - در شکل مقابل بردار میدان الکتریکی خالص یکای SI در نقطهٔ A برابر $\vec{E} = ۴۵۰\vec{i} - ۲۰۰\vec{j}$ (در SI) است.

الف) بردار میدان برایند را در نقطهٔ B حساب کنید.

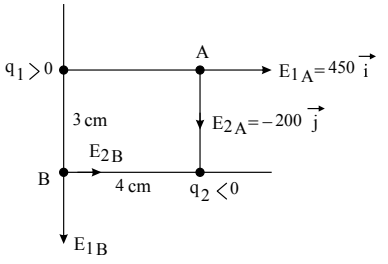
ب) در چه فاصله‌ای از بار $q_۱$ میدان خالص صفر می‌شود.



پاسخ: الف) با توجه به میدان داده‌شده در نقطهٔ A، بدیهی است که $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ است. با یک مقایسهٔ ساده بزرگی میدان ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ B را یافته و بردار میدان را در آنجا می‌یابیم.

$$\frac{E_{۱B}}{E_{۱A}} = \left(\frac{r_{۱A}}{r_{۱B}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۱B}}{۴۵۰} = \left(\frac{۴}{۳}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۱B}}{۴۵۰} = \frac{۱۶}{۹} \Rightarrow E_{۱B} = ۸۰۰(-\vec{j})$$

$$\frac{E_{۲B}}{E_{۲A}} = \left(\frac{r_{۲A}}{r_{۲B}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۲B}}{۲۰۰} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۲B}}{۲۰۰} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow E_{۲B} = ۱۱۲٫۵(+\vec{i})$$

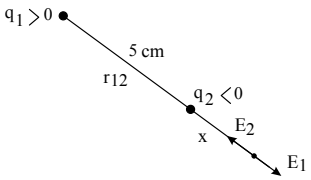


$\boxed{\vec{E}_B = ۱۱۲٫۵\vec{i} - ۸۰۰\vec{j}}$

ب) ابتدا نسبت بارهای q_1 و q_2 و فاصلهٔ آنها از هم را می‌یابیم.

$$\frac{E_{1A}}{E_{2A}} = \frac{|q_1|}{|q_2|}\left(\frac{r_{2A}}{r_{1A}}\right)^2 \Rightarrow \frac{۴۵۰}{۲۰۰} = \frac{|q_1|}{|q_2|} \times \left(\frac{۳}{۴}\right)^2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{|q_2|} = \frac{۴۵۰}{۲۰۰} \times \frac{۱۶}{۹} = ۴$$

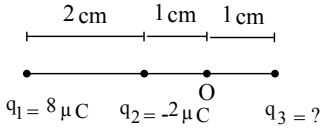
میدان خالص خارج از دو بار نزدیک بار با اندازهٔ کمتر، صفر است.



$$r_{12} = \sqrt{۳^2 + ۴^2} = ۵cm$$

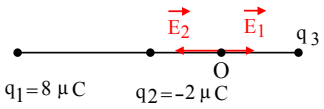
$$E_2 = E_1 \Rightarrow \frac{\cancel{k}\,|q_2|}{x^2} = \frac{\cancel{k}\,|q_1|}{(۵+x)^2} \Rightarrow \frac{(۵+x)^2}{x^2} = \frac{|q_1|}{|q_2|} = ۴ \Rightarrow \frac{۵+x}{x} = ۲ \Rightarrow \boxed{x = ۵cm}$$

۹ – سه بار الکتریکی مطابق شکل قرار گرفته‌اند. اندازه و نوع q_3 چقدر باشد تا بزرگی میدان الکتریکی در نقطهٔ O صفر شود؟



پاسخ:

E_3 باید در خلاف جهت برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ باشد تا $E_{\text{خالص}}$ صفر شود. پس ابتدا $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ را محاسبه می‌کنیم:



$$E_1 = k\frac{|q_1|}{r^2}$$

$$E_1 = ۹\times۱۰^9 \frac{۸\times۱۰^{-۶}}{(۳\times۱۰^{-۲})^2} = ۸\times۱۰^7 \frac{N}{C}$$

$$E_2 = ۹\times۱۰^9 \frac{۲\times۱۰^{-۶}}{(۱\times۱۰^{-۲})^2} = ۱۸\times۱۰^7 \frac{N}{C}$$

$$E' = E_2 - E_1 = ۱۸\times۱۰^7 - ۸\times۱۰^7 = ۱۰\times۱۰^7 \frac{N}{C}$$ به‌سمت چپ

پس بار q_3 باید منفی باشد که میدان ناشی از آن به‌سمت راست شود:

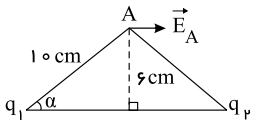
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 9 of 222

$$E_۳ = E' \Rightarrow ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{|q_۳|}{(۱ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۰ \times ۱۰^۷ \Rightarrow |q_۳| = \frac{۱۰}{۹}\mu C \xrightarrow{q_۳ < ۰} q_۳ = -\frac{۱۰}{۹}\mu C$$

با علامت منفی

۱۰ – مطابق شکل، دو ذره با بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ که خط واصل آنها در راستای محور x است، در دو رأس یک مثلث متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند. اگر بردار میدان الکتریکی در نقطهٔ A (در SI) به‌صورت: $\overrightarrow{E_A} = (۷٫۲ \times ۱۰^۴)\vec{i}$ باشد، اندازه و نوع بارهای الکتریکی $q_۱$ و $q_۲$ را تعیین کنید.

$$(k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{c^۲})$$



پاسخ: چون فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۲$ تا نقطهٔ A یکسان است و میدان برایند نیز موازی خط اتصال بارهاست، بدیهی است که میدان هریک از بارها در نقطهٔ A یکسان و البته بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند. بدیهی است که با توجه به شکل $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ است.

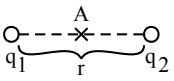
$$q_۱ > ۰ \quad , \quad q_۲ < ۰ \quad , \quad r_۱ = r_۲ = r$$

$$E_۲ = E_۱ = k\frac{q_۱}{r^۲} \rightarrow E_۲ = E_۱ = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۱}{(۱۰ \times ۱۰^{-۲})^۲}$$

$$\overrightarrow{E_A} = \overrightarrow{E_۱} + \overrightarrow{E_۲} \rightarrow \overrightarrow{E_A} = (E_۱ \cos\alpha + E_۲ \cos\alpha)\vec{i} = (۲E_۱ \cos\alpha)\vec{i}$$

$$۷٫۲ \times ۱۰^۴ = ۲ \times ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۱}{(۱۰ \times ۱۰^{-۲})^۲} \times ۰٫۸ \rightarrow q_۱ = |q_۲| = ۵ \times ۱۰^{-۸} C$$

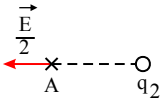
۱۱ – دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در فاصلهٔ r از هم قرار دارند. برایند میدان الکتریکی در نقطهٔ وسط فاصلهٔ بین دو بار $\overrightarrow{E}$ و به‌سمت راست شده است. اگر بار $q_۱$ را حذف کنیم میدان الکتریکی $\frac{\overrightarrow{E}}{۲}$ و به‌سمت چپ می‌شود، نسبت $\frac{q_۱}{q_۲}$ را به دست آورید.



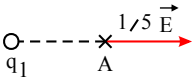
پاسخ:

وقتی بار $q_۱$ حذف می‌شود، فقط بار $q_۲$ در نقطهٔ موردنظر میدان الکتریکی ایجاد می‌کند:

چون میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A به‌سمت چپ است پس $q_۲$ حتماً مثبت است.



چون میدان برایند $\overrightarrow{E}$ و به‌سمت راست بوده است پس حتماً میدان الکتریکی ناشی از بار $q_۱$ باید دارای اندازهٔ $۱٫۵\overrightarrow{E}$ و به‌سمت راست بوده باشد تا پس از جمع شدن با میدان الکتریکی $۰٫۵\overrightarrow{E}$ ناشی از بار $q_۲$ که خلاف جهت آن است برایندی برابر با $\overrightarrow{E}$ و به‌سمت راست ایجاد شده باشد:

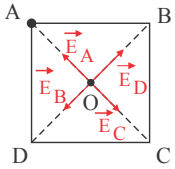


و بار $q_۱$ هم مثبت است. چون فاصلهٔ هر دو بار تا نقطهٔ A یکسان است پس فقط اندازهٔ بارها در مقدار میدان الکتریکی ناشی از دو بار تأثیر داشته یعنی داریم:

$$\frac{q_۱}{q_۲} = \frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱٫۵E}{۰٫۵E} = ۳$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 11 of 222

۱۲- در چهار رأس مربعی به ضلع $a = ۲m$ بارهای $q_A = -۳ \times ۱۰^{-۸} C$، $q_C = -۵ \times ۱۰^{-۸} C$ و $q_B = q_D = ۳ \times ۱۰^{-۸} C$ قرار دارند. میدان الکتریکی را در مرکز مربع محاسبه کنید.



پاسخ: فاصلهٔ بارها تا مرکز مربع نصف قطر است: $\frac{\text{قطر}}{۲} = \sqrt{a^۲ + a^۲} = ۲\sqrt{۲}m$

بنابراین نصف قطر برابر با $\sqrt{۲}m$ خواهد بود:

$$E_A = k\frac{|q_A|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = \frac{۲۷۰}{۲} = ۱۳۵\frac{N}{C}$$

$$E_B = k\frac{|q_B|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۱۳۵\frac{N}{C}$$

$$E_C = k\frac{|q_C|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۵ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۲۲۵\frac{N}{C}$$

$$E_D = k\frac{|q_D|}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۱۳۵N$$

بردارهای $\vec{E}_B$ و $\vec{E}_D$ برابر و خلاف جهت هستند پس با هم خنثی می‌شوند.

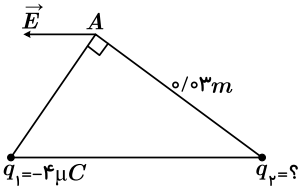
بردارهای $\vec{E}_C$ و $\vec{E}_A$ هم خلاف جهت هستند که $\vec{E}_C$ بزرگ‌تر است پس بردار میدان برایند یا $\vec{E}_{\text{خالص}}$ هم‌جهت با $\vec{E}_C$ خواهد بود:

$$\vec{E}_{\text{خالص}} = \vec{E}_C + \vec{E}_A \Rightarrow E_{\text{خالص}} = E_C - E_A = ۲۲۵ - ۱۳۵ = ۹۰\frac{N}{C}$$

۱۳- در شکل روبه‌رو ذرهٔ باردار $q_۱$ و $q_۲$ در دو رأس مثلث متساوی‌الساقین ثابت شده‌اند و میدان $\vec{E}$ حاصل از این دو بار در رأس A است.

الف) بار $q_۲$ مثبت است یا منفی؟

ب) اندازهٔ $q_۲$ را طوری تعیین کنید که بزرگی میدان $\vec{E}$ برابر با $۵ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$ باشد.

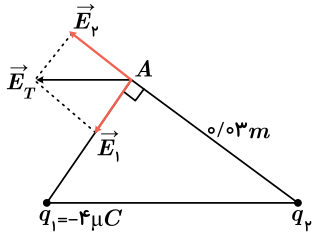


پاسخ: الف) با توجه به شکل روبه‌رو $q_۲$ باید مثبت باشد تا $\vec{E}$ قطر متوازی‌الاضلاع دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ باشد.

ب)

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 13 of 222

$$E_۱ = k\frac{q_۱}{r^۲} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۰۳)^۲} = ۴ \times ۱۰^۷ \ \frac{N}{C}$$

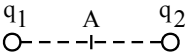


چون زاویهٔ بین دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ برابر با ۹۰° است می‌توان نوشت:

$$E_T^۲ = E_۱^۲ + E_۲^۲ \Rightarrow (۵ \times ۱۰^۷)^۲ = (۴ \times ۱۰^۷)^۲ + E_۲^۲ \Rightarrow E_۲^۲ = (۳ \times ۱۰^۷)^۲ \Rightarrow E_۲ = ۳ \times ۱۰^۷ \ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = k\frac{q_۲}{r^۲} \Rightarrow ۳ \times ۱۰^۷ = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۳}{(۰/۰۳)^۲} \Rightarrow q_۲ = ۳ \times ۱۰^{-۶} C$$

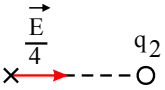
۱۴ - میدان الکتریکی خالص ناشی از دو بار $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ A وسط فاصلهٔ دو بار $\vec{E}$ و به‌سمت راست شده است.



اگر بار $q_۱$ را حذف کنیم میدان الکتریکی $\frac{\vec{E}}{۴}$ و به‌سمت راست خواهد شد. نسبت $\frac{q_۱}{q_۲}$ را به دست آورید.

پاسخ:

با حذف $q_۱$ فقط بار $q_۲$ باقی مانده:



چون میدان ناشی از $q_۲$ در جهت جاذبه و به‌سمت $q_۲$ است پس بار $q_۲$ منفی است. از طرفی برایند کل برابر $\vec{E}$ و به‌سمت راست است یعنی باید بار $q_۱$ هم میدانی برابر با $\frac{۳}{۴}\vec{E}$ به‌سمت راست ایجاد کرده باشد که در مجموع میدان خالص $\vec{E}$ و به‌سمت راست باشد و ضمناً $q_۱$ مثبت است. از آنجا که فاصلهٔ هر دو بار تا نقطهٔ A یکسان است پس فقط مقدار بارها در اندازهٔ E مؤثر است، یعنی داریم:

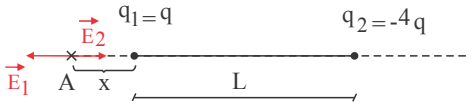
$$\frac{|q_۱|}{|q_۲|} = \frac{E_۱}{E_۲} = \frac{\frac{۳}{۴}E}{\frac{۱}{۴}E} = ۳$$

با توجه به علامت بارها $\frac{q_۱}{q_۲} = -۳$

۱۵ - دو بار $q_۱ = q$ و $q_۲ = -۴q$ در فاصلهٔ L از هم قرار دارند. در چه فاصله‌ای برحسب L از بار $q_۲$ بزرگی میدان الکتریکی صفر است؟

پاسخ: چون میدان را در هر نقطه باید روی بار $+۱C$ مورد بررسی قرار داد، ابتدا فرض می‌کنیم بار $+۱C$ در فاصلهٔ بین $q_۲$ و $q_۱$ قرار داشته باشد. واضح است که میدان‌ها در این صورت هر دو به‌سمت راست خواهد شد و خنثی شدن رخ نمی‌دهد. بنابراین نقطهٔ موردنظر باید خارج از فاصلهٔ دو بار باشد و البته نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر. این نقطه را A نامیده‌ایم.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 15 of 222



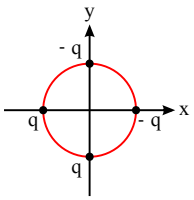
در نقطهٔ A، $\vec{E}_1$ به‌سمت چپ و $\vec{E}_2$ به‌سمت راست خواهد بود:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(L+x)^2} \Rightarrow \frac{q}{x^2} = \frac{4q}{(L+x)^2}$$

$$\xrightarrow[\text{تساوی}]{\text{جذر از دو طرف}} \frac{1}{x} = \frac{2}{L+x} \Rightarrow L + x = 2x \rightarrow x = L$$

به این ترتیب فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از بار q_2 برابر با $2L$ است.

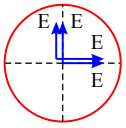
۱۶- در شکل مقابل شعاع دایره $1m$ و $q = 5\mu C$ است بزرگی و جهت میدان الکتریکی برایند را در مرکز دایره (مرکز مختصات) با محاسبه و ترسیم تعیین کنید و بردار میدان خالص را با بردارهای یکه نشان دهید. $k = 9 \times 10^9 \frac{Nm^2}{C^2}$

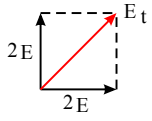


پاسخ: چون فاصلهٔ همهٔ بارها تا مرکز یکسان است و بارها اندازهٔ یکسان دارند بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی همهٔ بارها در مرکز دایره یکسان است:

$$E = k\frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{1^2} = 4.5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

روی محور y دو میدان E در جهت مثبت و روی محور xها هم دو برابر با اندازهٔ E هم‌جهت محور xها داریم بنابراین:



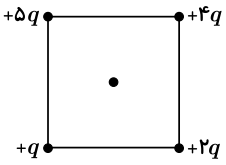


$$E_t = \sqrt{(2E)^2 + (2E)^2}$$

$$E_t = 2\sqrt{2}E = 9\sqrt{2} \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_t = 2E\vec{i} + 2E\vec{j}$$

$$\vec{E}_t = 9 \times 10^4 \vec{i} + 9 \times 10^4 \vec{j}$$

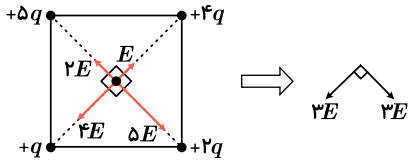


۱۷- اگر در یک رأس مربعی بار q قرار گیرد، اندازهٔ میدان الکتریکی حاصل از آن در مرکز مربع E است. حال اگر در چهار رأس همان مربع، بارهای الکتریکی مطابق شکل قرار گیرند، اندازهٔ میدان الکتریکی در مرکز آن چند برابر E می‌شود؟

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 17 of 222

پاسخ:

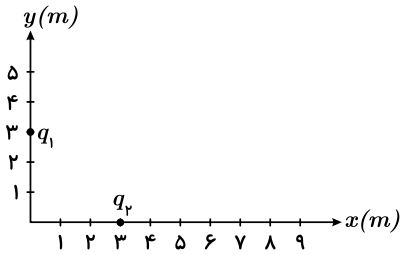
با توجه به شکل می‌بینیم که میدان حاصل روی هر کدام از قطرها برابر با $۳E$ است.



بنابراین:

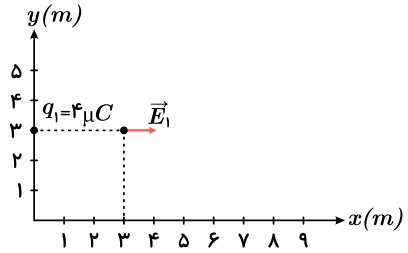
$$E_T = \sqrt{(۳E)^۲ + (۳E)^۲} = ۳\sqrt{۲}E$$

۱۸ - شکل روبه‌رو دو بار نقطه‌ای $q_۱$ و $q_۲$ را در صفحهٔ xy نشان می‌دهد. میدان الکتریکی خالص در نقطه‌ای با مختصات $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را تعیین کنید. $(k = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{C^۲}, q_۱ = -q_۲ = ۴\mu C)$



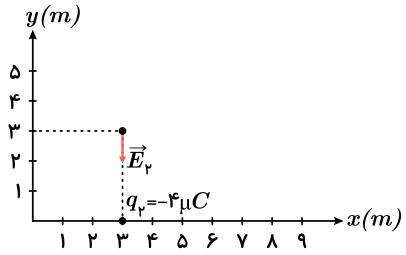
پاسخ:

گام اول: نقطهٔ $\begin{bmatrix} ۳ \\ ۳ \end{bmatrix}$ را مشخص می‌کنیم و بدون در نظر گرفتن بار $q_۲$، میدان حاصل از بار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = (۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{C^۲})(\frac{۴ \times ۱۰^{-۶} C}{(۳m)^۲}) = ۴ \times ۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E_۱} = (۴ \times ۱۰^۳ N/C)\vec{i}$$

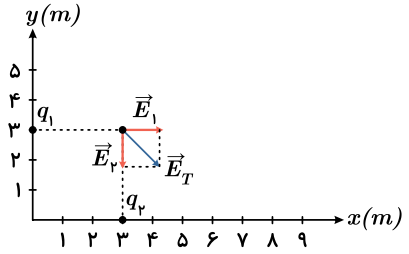
گام دوم: حالا بدون در نظر گرفتن بار $q_۱$، میدان حاصل از $q_۲$ را به دست می‌آوریم:



$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲} = (۹ \times ۱۰^۹ \frac{N \cdot m^۲}{C^۲})(\frac{۴ \times ۱۰^{-۶} C}{(۳m)^۲}) = ۴ \times ۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E_۲} = (-۴ \times ۱۰^۳ N/C)\vec{j}$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 19 of 222

گام سوم: با به دست آوردن برایند $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ کار را تمام می‌کنیم:



$$\vec{E_T} = \vec{E_1} + \vec{E_2} = (۴ \times ۱۰^۳ N/C)\vec{i} + (-۴ \times ۱۰^۳ N/C)\vec{j} \Rightarrow E_T = \sqrt{(۴ \times ۱۰^۳)^۲ + (-۴ \times ۱۰^۳)^۲} = ۴\sqrt{۲} \times ۱۰^۳ N/C$$

۱۹ - رسوب‌دهندهٔ الکتروستاتیکی (ESP) دود و غبار را از گازهای زائدی که از دودکش کارخانه‌ها و نیروگاه‌ها بالا می‌آید جدا می‌سازد. رسوب‌دهنده‌ها انواع مختلفی دارند. در مورد اساس کار این رسوب‌دهنده‌ها تحقیق کنید. شکل‌های روبه‌رو تأثیر رسوب‌دهنده را در کاهش آلودگی هوای ناشی از یک دودکش نشان می‌دهد.

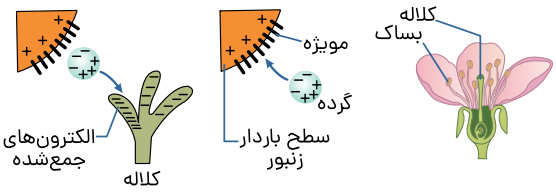
پاسخ: رسوب‌دهنده دستگاهی است که با ایجاد یک میدان الکتریکی، ذرات موجود در یک گاز یا هوا را از آن جدا می‌سازد. این فیلتر طی دو مرحله عمل جداسازی ذرات انجام می‌دهد: در مرحلهٔ اول، ذرات معلق در هوا پس از عبور از «کرونای تخلیه» که ناحیهٔ کوچکی در فیلتر است، باردار می‌شوند. در مرحلهٔ دوم، این ذرات که به بار اشباع خود رسیده‌اند، توسط یک میدان الکتریکی قوی از جریان هوا جدا گردیده و به‌سوی یک الکترود که برای خنثی‌سازی بار این ذرات به کار می‌رود، حرکت می‌کنند. در آنجا با از دست دادن بار خود بر روی یک بستر مناسب ته‌نشین می‌شوند. مزیت این نوع فیلتر نسبت به سایر فیلترها این است که افت فشار کمتری در مسیر جریان هوا ایجاد می‌کند. همچنین برای جداسازی ذرات کوچک‌تر از یک میکرون که فیلترهای دیگر بازده جداسازی پایینی دارند، استفاده از این فیلتر مناسب است.

۲۰ - تولیدمثل برخی از گل‌ها به زنبورهای عسل وابسته است. گرده‌ها به واسطهٔ میدان الکتریکی، از یک گل به زنبور و از زنبور به گل دیگر منتقل می‌شوند. در این باره تحقیق کنید.

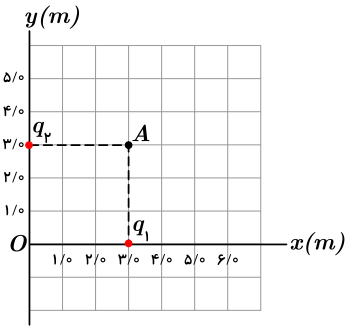
پاسخ: زنبورهای عسل معمولاً در حین پرواز دارای بار مثبت می‌شوند و وقتی به گردهٔ بدون باری بر روی بساک یک گل می‌رسند، میدان الکتریکی اطراف بدن زنبور، باعث القای بار منفی در یک سمت گرده‌ها شده و جاذبهٔ بین بارهای مثبت و منفی سبب کشیده شدن گرده به‌سمت زنبور می‌شود.
گرده‌ها روی مویژه‌های ریز زنبور قرار می‌گیرند. وقتی زنبور در اطراف گل دیگری پرواز می‌کند بارهای منفی را

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 21 of 222

بر روی کلالهٔ گل القا می‌کند. هرگاه نیروی الکتریکی وارد از طرف کلاله به گردهٔ متصل به زنبور، بزرگ‌تر از نیروی الکتریکی وارد از طرف زنبور بر گرده باشد، گرده به‌سمت کلاله کشیده و گرده‌افشانی صورت می‌پذیرد.



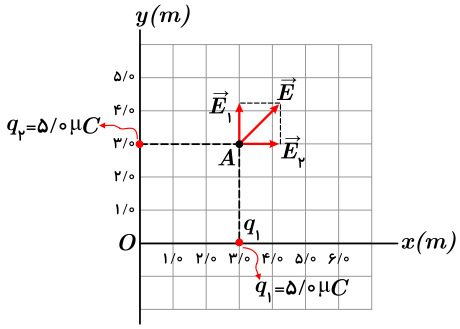
۲۱ - میدان الکتریکی خالص حاصل از آرایش بار شکل مقابل را در نقطهٔ A تعیین کنید.



پاسخ: در نقطهٔ A میدان الکتریکی مطابق شکل است. چون بارها با هم برابر و فاصله آنها تا نقطه A نیز یکسان است. اندازهٔ میدان‌ها در این نقطه با هم برابر است.

گام اول: بار آزمون فرضی را در نقطهٔ **A** قرار می‌دهیم. در غیاب هر یک از دو بار، میدان الکتریکی حاصل از بار دیگر را رسم می‌کنیم و آنها را $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ می‌نامیم.

گام دوم: چون دو بردار برهم عمودند، اندازهٔ بردار برایند با رابطهٔ فیثاغورس به دست می‌آید.



$$E_1 = E_2 = k\frac{|q|}{r^2} = 9\times10^9 \times \frac{5\times10^{-6}}{3^2} = 5\times10^3 \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = (5\times10^3 \frac{N}{C})\vec{j} \\ \vec{E}_2 = (5\times10^3 \frac{N}{C})\vec{i} \end{cases}$$

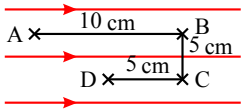
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (5\times10^3 \frac{N}{C})\vec{i} + (5\times10^3 \frac{N}{C})\vec{j}$$

$$E = \sqrt{(5\times10^3)^2 + (5\times10^3)^2} = \sqrt{2\times(5\times10^3)^2} = 5\sqrt{2}\times10^3 \frac{N}{C}$$

۲۲ - بار الکتریکی $q = 1\mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت $E = 10^7 \frac{N}{C}$ ابتدا از A به B، سپس از B به C و در نهایت از C به D برده می‌شود.

الف) تغییر انرژی پتانسیل بار در هر جابه‌جایی چقدر است؟

ب) در نهایت از A تا D انرژی پتانسیل بار چگونه تغییر کرده است؟



پاسخ:

$$AB: \Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta = -\left|1\times10^{-6}\right| \times 10^7 \times 0/1 \times \cos(0)$$

$$\xrightarrow{\text{در مسیر } AB} \Delta U_E = -1J$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 23 of 222

به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود پس θ در مسیر AB برابر صفر بوده است.

$$BC : \theta = ۹۰ \Rightarrow \Delta U_E = ۰$$

در مسیر CD زاویهٔ بردار جابه‌جایی و نیروی واردشده بر بار مثبت برابر با ۱۸۰° است:

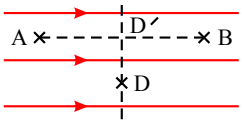
$$CD : \Delta U_E = -|q| Ed\cos\theta = -\left|۱ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۷} \times ۰/۰۵ \times \cos(۱۸۰)$$

$$\xrightarrow{\text{در مسیر } CD} \Delta U_E = ۰/۵J$$

ب) برای محاسبهٔ ΔU کل دو راه هست یکی جمع کردن ΔUها:

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} = -۱ + ۰ + ۰/۵ = -۰/۵J$$

راه دیگر این است که بدانیم نقطهٔ D از نظر تغییر انرژی پتانسیل کاملاً مشابه نقطهٔ وسط فاصلهٔ AB است، زیرا اگر عمود بر خطوط میدان از نقطهٔ وسط AB به نقطهٔ D حرکت کنیم تغییری در انرژی پتانسیل بار ایجاد نمی‌شود بنابراین در چنین مسائلی می‌توان مستقیماً فقط مقدار فاصلهٔ دو نقطه را به‌جای D قرار داد:



$$\Delta U_{AD} = \Delta U_{AD'} = -|q| Ed\cos\theta$$

$$\Delta U_{AD} = -\left|۱ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۷} \times ۰/۰۵ \times \cos(۰)$$

$$\Delta U_{AD} = -۰/۵J$$

۲۳ - در یک میدان الکتریکی یکنواخت، ذره‌ای به جرم $۰/۰۱g$، با بار الکتریکی منفی با تندی اولیهٔ $v_۰$ از نقطهٔ A در جهت خط‌های میدان پرتاب می‌شود و تا رسیدن به نقطهٔ B تندی آن به اندازهٔ $۶\frac{m}{s}$ تغییر می‌کند. اگر در این جابه‌جایی نیروی مؤثر بر ذره فقط حاصل از میدان الکتریکی و اندازهٔ کار نیروی الکتریکی $۳۰۰\mu J$ باشد، تندی اولیهٔ ذره $(v_۰)$ چند متر بر ثانیه است؟

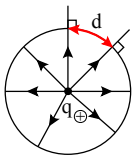
پاسخ:

$$W_E = \Delta K \xrightarrow[W_E=-\Delta U]{\text{در حرکت غیر خودبه‌خودی، } \Delta U \text{ مثبت است.}} -۳۰۰ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۲} \times (۱۰^{-۲} \times ۱۰^{-۳})((V_۰ - ۶)^۲ - V_۰^۲)$$

$$-۶۰ = \cancel{V_۰^۲} - ۱۲V_۰ + ۳۶ - \cancel{V_۰^۲} \Rightarrow ۱۲V_۰ = ۹۶ \Rightarrow V_۰ = ۸\frac{m}{s}$$

۲۴ - بار نقطه‌ای $(+q)$ را در مرکز دایره‌ای به شعاع R قرار داده‌ایم. اگر بار خیلی کوچک $(-q)$ را روی محیط دایره حرکت دهیم، انرژی پتانسیل الکتریکی سامانه و نیروی الکتریکی وارد بر بار $(-q)$ چگونه تغییر می‌کند؟

پاسخ: می‌دانیم خطوط میدان اطراف یک بار به‌صورت شعاعی رسم می‌شود. حال اگر بار را روی محیط دایره حرکت دهیم، فاصله تا مرکز (بار q^+) ثابت می‌ماند؛ پس میدان و نیروی الکتریکی $F = Eq$ هم ثابت می‌مانند.



از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta U = Fd\cos\theta$، چون همواره مسیر حرکت روی دایره بر خطوط میدان (شعاع) عمود است، پس $\Delta U = ۰$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 25 of 222

۲۵ - ذره‌ای به جرم $۴g$ و بار الکتریکی $-۲\mu C$ روی خط راستی که با میدان الکتریکی به بزرگی $۵ \times ۱۰^{۵} \frac{N}{C}$ زاویهٔ ۳۷° می‌سازد، خلاف جهت میدان $۱٫۲$متر حرکت می‌کند. اگر سرعت ذره در شروع جابه‌جایی $۲ \frac{m}{s}$ باشد، سرعت آن در پایان جابه‌جایی چند $\frac{m}{s}$ خواهد شد؟ (از اصطکاک چشم‌پوشی کنید و $\cos ۳۷^{\circ} = ۰٫۸$)

پاسخ: طبق قضیهٔ پایستگی انرژی داریم:

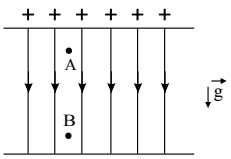
$$\Delta U = -\Delta K \quad , \quad -Edq\cos\theta = -(K_۲ - K_۱)$$

$$\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^{۲}} Edq\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v_۲^{۲} - v_۱^{۲})$$

$$\Rightarrow ۵ \times ۱۰^{۵} \times ۱٫۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times \cos ۳۷^{\circ} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۰^{-۳}(v_۲^{۲} - ۲^{۲})$$

$$۹٫۶ \times ۱۰^{-۱} = ۲ \times ۱۰^{-۳}(v_۲^{۲} - ۴) \Rightarrow ۴٫۸ \times ۱۰^{۲} = v_۲^{۲} - ۴ \Rightarrow ۴۸۴ = v_۲^{۲} \rightarrow v_۲ = ۲۲\frac{m}{s}$$

۲۶ - مطابق شکل زیر، ذره‌ای با بار $q = -۳۲\mu C$ و جرم $۱٫۶g$ ، در نقطهٔ A با تندی $۱ \frac{m}{s}$ در جهت خطوط میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۳۰۰۰ \frac{N}{C}$ ، پرتاب شده و در نقطهٔ B متوقف می‌شود. فاصلهٔ میان نقطهٔ A و B چند میلی‌متر است؟ (از مقاومت هوا چشم‌پوشی کنید و $g = ۱۰ \frac{N}{kg}$)



پاسخ: با توجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = K_B - K_A$$

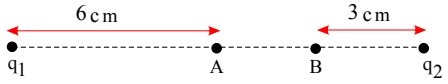
از آنجایی که ذره متوقف می‌شود، انرژی جنبشی نهایی آن صفر است و از آنجایی که بار منفی در جهت خطوط میدان پرتاب می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت حرکت $(\alpha = ۱۸۰^{\circ})$ و با توجه به شکل نیروی وزن در جهت حرکت $(\alpha = ۰^{\circ})$ است. بنابراین:

$$W_E + W_{mg} = -K_۱ \Rightarrow |q|\ Ed\cos ۱۸۰^{\circ} + mgd\cos ۰ = -\frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$\Rightarrow ۳۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۳۰۰۰ \times d \times (-۱) + ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \times d = -\frac{۱}{۲} \times ۱٫۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱^{۲}$$

$$\Rightarrow d = ۰٫۰۱m \Rightarrow d = ۱۰\,mm$$

۲۷ - دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱ = ۸\mu C$ و $q_۲ = ۲\mu C$ در دو نقطه و به فاصلهٔ $۱۲cm$ از یکدیگر ثابت شده‌اند. یک بار نقطه‌ای منفی را بین دو بار مطابق شکل زیر از نقطهٔ A تا نقطهٔ B با سرعت ثابت جابه‌جا می‌کنیم. انرژی پتانسیل الکتریکی بار در این جابه‌جایی چگونه تغییر می‌کند؟

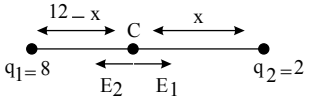


https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 27 of 222

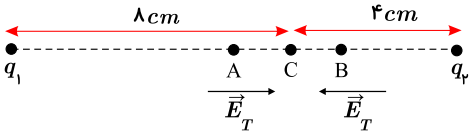
پاسخ: می‌دانیم تغییر انرژی پتانسیل به جهت حرکت در میدان و نوع بار وابسته است مثلاً اگر بار منفی در جهت میدان حرکت کند حرکت انرژی پتانسیل زیاد می‌شود و برعکس، اگر خلاف جهت میدان حرکت کند (حرکت خودبه‌خودی) انرژی پتانسیل کم می‌شود؛ بنابراین جهت میدان برایند را در نقاط مختلف مشخص می‌کنیم:

ابتدا نقطه‌ای که برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار صفر می‌شود را به دست می‌آوریم و آن نقطه را C می‌نامیم. می‌دانیم در این نقطه باید میدان‌ها خلاف جهت و مساوی باشند تا میدان برآیند صفر باشد پس داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{r_۱^۲} = \frac{kq_۲}{r_۲^۲}$$

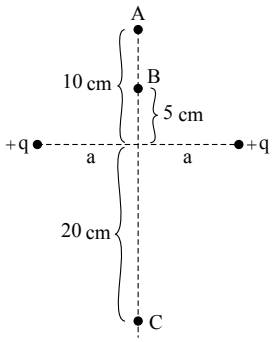


$$\Rightarrow \frac{۸}{(۱۲-x)^۲} = \frac{۲}{x^۲} \Rightarrow ۴x^۲ = (۱۲-x)^۲ \Rightarrow ۲x = ۱۲ - x \Rightarrow x = ۴cm$$



بنابراین میدان الکتریکی برایند در ۴ سانتی‌متری بار کوچک‌تر $(q_۲)$ صفر می‌شود. بین نقطهٔ C و B، جهت میدان برایند در جهت میدان حاصل از بار $q_۱$ و به سمت راست است (چون $E_۱ > E_۲$). از طرفی هم بین نقطهٔ A و C جهت میدان برایند جهت میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ است (چون $E_۱ > E_۲$) به سمت چپ است از آنجایی که اگر بار منفی در جهت میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. پس با جابه‌جایی بار منفی با سرعت ثابت از A تا B ابتدا در جهت $\vec{E}_T$ جابه‌جا شده و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد و سپس جابه‌جایی آن در خلاف جهت E_T خواهد بود که انرژی پتانسیل آن کاهش خواهد یافت.

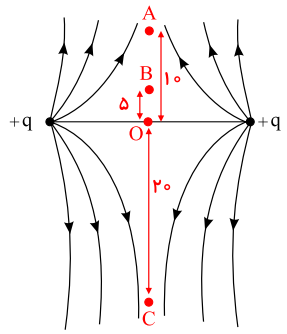
۲۸ – مطابق شکل زیر دو بار الکتریکی نقطه‌ای هم‌اندازه و مثبت در فاصلهٔ مشخص از یکدیگر ثابت شده‌اند. یک بار نقطه‌ای منفی روی عمود منصف خط واصل دو بار با سرعت ثابت از نقطهٔ A تا نقطهٔ C جابه‌جا می‌شود. انرژی پتانسیل الکتریکی بار در نقاط A، B و C را مقایسه کنید.



پاسخ: اگر خطوط میدان اطراف دو ذرهٔ باردار مثبت و هم‌اندازه را رسم کنیم، مطابق شکل زیر خواهد شد:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 29 of 222

با حرکت از A تا B چون حرکت خودبه‌خودی است، انرژی پتانسیل کاهش یافته و $U_B < U_A$ می‌شود. از طرفی در نقطهٔ O چون میدان صفر است، انرژی پتانسیل هم صفر است. با حرکت از نقطهٔ O به C، چون بار منفی هم‌جهت میدان حرکت کرده، حرکت اجباری بوده و انرژی پتانسیل زیاد می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:



$U_B < U_A < U_C$

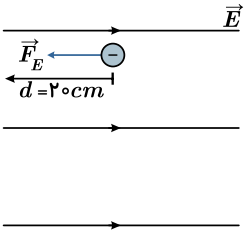
۲۹ - یک جسم باردار به جرم $۱۰۰g$ در یک میدان الکتریکی به بزرگی $۵۰۰N/C$ از حالت سکون رها می‌شود. اگر اندازهٔ بار این جسم $|q| = ۲mC$ باشد و آزادانه $۲۰cm$ در خلاف جهت میدان جابه‌جا شود:

پاسخ:

الف **نوع بار را تعیین کنید.**

پاسخ:

باتوجه به این‌که جسم پس از رها شدن در خلاف جهت میدان حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو بار آن منفی است. این موضوع به این خاطر است که نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان است و بار به خاطر این نیرو شروع به حرکت در خلاف جهت میدان می‌کند و جابه‌جا می‌شود. توجه کنید که چون در صورت سؤال به نیروی دیگر به‌جز نیروی الکتریکی اشاره نشده است و بار آزادانه حرکت کرده است، می‌توانیم این موضوع را نتیجه بگیریم.



ب **تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی چند ژول است؟**

پاسخ: بار در جهت نیرو جابه‌جا می‌شود، پس $\theta = ۰$ است:

$$\Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta = -(۲mC)\times(۵۰۰N/C)\times(۲۰cm)\times ۱ = -(۲\times ۱۰^{-۳}C)\times(۵۰۰N/C)\times(۰/۲m)\times ۱ = -۰/۲J$$

پ **سرعت جسم پس از این جابه‌جایی چند متر بر ثانیه است؟**

پاسخ: مقدار کار میدان الکتریکی بر روی بار، برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است:

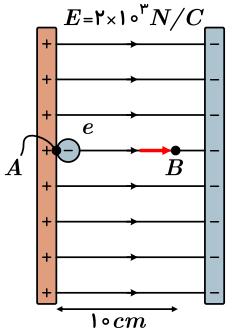
$$W_E = -\Delta U_E = -(-۰/۲J) = ۰/۲J$$

W_E تنها کاری است که روی بار انجام می‌شود. از طرفی براساس رابطهٔ کار و انرژی جنبشی می‌دانیم $\Delta K = W_T$ است.

$$\Delta K = W_T = W_E \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \cancel{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}^{۰} = ۰/۲J \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۰/۱kg)v_۲^۲ = ۰/۲J \Rightarrow v_۲^۲ = ۴ \Rightarrow v_۲ = ۲m/s$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 31 of 222

۳۰- در میدان الکتریکی یکنواخت نشان‌داده‌شده در شکل، الکترونی با سرعت v_A پرتاب و در نقطهٔ B متوقف می‌شود. (بار الکترون $-۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ و جرم آن $۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱} kg$ است.)



پاسخ:

الف تغییر انرژی پتانسیل الکتریکی الکترون در این جابه‌جایی چه مقدار است؟

پاسخ: به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود؛ بنابراین زاویهٔ بین جابه‌جایی و نیرو برابر $\theta = ۱۸۰^\circ$ است:

$$\Delta U = -|q|Ed\cos\theta = -۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹} C \times ۲ \times ۱۰^{۳} N/C \times (۱۰ \times ۱۰^{-۲}) \times (-۱) \Rightarrow \Delta U = ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷} J$$

ب v_A را بیابید. (از نیروی وزن صرف‌نظر کنید.)

پاسخ: در فیزیک دهم خواندید که اگر نیروهای اتلافی نداشته باشیم، $\Delta U = -\Delta K$ است. در نقطهٔ B سرعت صفر شده است؛ پس انرژی جنبشی نقطهٔ B صفر است.

$$\Delta U = -(K_B - K_A) \Rightarrow ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷} J = -(۰ - K_A) = \frac{۱}{۲} m_e v_A^۲ \Rightarrow ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷} J = \frac{۱}{۲} \times (۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱} kg) \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۲ \times ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷} J}{۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱} kg}$$

$$\Rightarrow v^۲ \simeq ۷۰٫۳ \times ۱۰^{۱۲} = ۷٫۰۳ \times ۱۰^{۱۳} \Rightarrow v \simeq ۸٫۳ \times ۱۰^{۶} m/s$$

۳۱- اگر بار $۱۰ \mu C$ توسط یک نیروی خارجی در میدان الکتریکی $E = ۱۰^{۵} \frac{N}{C}$ در جهت میدان به‌اندازهٔ $۱۰ cm$ جابه‌جا شود طوری که انرژی جنبشی آن $۱ J$ افزایش یابد، کار نیروی خارجی در این جابه‌جایی چقدر است؟

پاسخ: می‌دانیم: $\Delta K = W_{\text{نیروی خارجی}} + W_E = W_{\text{نیروی خارجی}} - q\Delta V$

بنابراین ابتدا به محاسبهٔ ΔV می‌پردازیم. چون در جهت میدان جابه‌جایی داشته‌ایم پس $\Delta V < ۰$ است:

$$\Delta V = -Ed = -۱۰^{۵} \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲} = -۱۰^{۴} V$$

اکنون می‌توان نوشت:

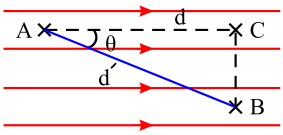
$$\Delta K = W_{\text{نیروی خارجی}} - q\Delta V$$

$$۱ = W_{\text{نیروی خارجی}} - ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times (-۱۰^{۴}) \Rightarrow ۱ = W_{\text{نیروی خارجی}} + ۰٫۱$$

$$\Rightarrow W_{\text{نیروی خارجی}} = ۱ - ۰٫۱ = ۰٫۹ J$$

۳۲- نشان دهید که در حالت کلی با جابه‌جایی بین دو نقطه از میدان الکتریکی یکنواخت که در راستای میدان از هم به اندازهٔ d متر، از یکدیگر فاصله دارند، اختلاف پتانسیل الکتریکی دارای اندازهٔ Ed خواهد بود.

پاسخ: در حالت کلی داریم:



$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow |\Delta U_E| = E \cdot d' \cdot cos\theta$$

در حالت کلی هر جابه‌جایی مشابه AB شامل یک جابه‌جایی موازی خطوط میدان الکتریکی و یک جابه‌جایی عمود بر خطوط میدان است که در جابه‌جایی دوم $\Delta U = ۰$ است پس فقط ΔU در مسیر AC یا CA (در جهت میدان و یا خلاف جهت میدان) معنی دارد:

$$\begin{cases} \theta = ۰ \\ \theta = ۱۸۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{|cos\theta|=۱} |\Delta U_E| = E \cdot d \cdot q$$

و در حالت کلی طبق تعریف داریم:

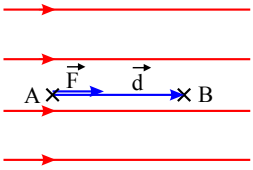
$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{q} = \frac{E \cdot d \cdot q}{q}$$

بنابراین در حالت کلی می‌توان نوشت:

$$\rightarrow |\Delta V| = Ed$$

۳۳- بار الکتریکی $q = ۱۰\mu C$ در میدان الکتریکی یکنواخت $۱۰^۴ \frac{N}{C}$ در جهت خطوط میدان الکتریکی از نقطهٔ A با پتانسیل $۱۰V$ به نقطهٔ B با پتانسیل $-۵۰V$ جابه‌جا شده است. مقدار این جابه‌جایی چقدر است؟

پاسخ:



$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q \cdot \Delta V = q(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times (-۵۰ - ۱۰) = -۶ \times ۱۰^{-۴} J$$

$$\Delta U = -|q| Ed \cos\theta$$

$$-۶ \times ۱۰^{-۴} = -\left|۱۰ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۴} \times d \times ۱$$

$$d = \frac{۶ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۱} = ۶ \times ۱۰^{-۳} m = ۶mm$$

۳۴- دو بار الکتریکی نقطه‌ای $q_۱ = ۲\mu C$ و $q_۲ = -۴\mu C$ در یک میدان الکتریکی یکنواخت از نقطهٔ A تا نقطهٔ B جابه‌جا می‌شوند. اگر کار میدان الکتریکی وارد بر بار $q_۱$ در این جابه‌جایی ۰/۶ میلی‌ژول بیشتر از کار میدان الکتریکی وارد بر بار $q_۲$ در این جابه‌جایی باشد، $V_B - V_A$ چند ولت است؟

پاسخ: می‌دانیم رابطه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر با منفیِ کار میدان الکتریکی مطابق رابطهٔ زیر است:

$$\Delta U = -W \quad (۱)$$

مطابق رابطه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad (۲)$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 35 of 222

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta V = \frac{-W}{q} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V = \dfrac{-W_۱}{۲ \times ۱۰^{-۶}} \\ \Delta V = \dfrac{-W_۲}{(-۴) \times ۱۰^{-۶}} \end{cases} \Rightarrow \frac{-W_۱}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{-W_۲}{(-۴) \times ۱۰^{-۶}}$$

$$\rightarrow W_۲ = -۲W_۱$$

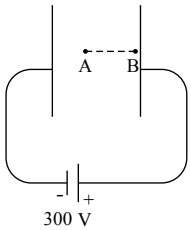
از طرفی طبق گفتهٔ سوال $W_۱ = W_۲ + ۰/۶mJ$، بنابراین:

$$W_۱ = -۲W_۱ + ۰/۶mJ \rightarrow ۳W_۱ = ۰/۶mJ \rightarrow W_۱ = ۰/۲mJ \ , \ W_۲ = -۰/۴mJ$$

حال کافی‌ست $W_۱$ یا $W_۲$ را در رابطهٔ $\Delta V = \frac{W}{q}$ قرار دهیم:

$$\Delta V = \frac{-W_۲}{q_۲} = \frac{۰/۴ \times ۱۰^{-۳}}{-۴ \times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow \Delta V = -۱۰۰V$$

۳۵- در شکل زیر و در میدان الکتریکی یکنواخت بین دو صفحه به بزرگی $E = ۲ \times ۱۰^{۳} N/C$، پروتونی از نقطهٔ A با تندی اولیهٔ $۲ \times ۱۰^{۵} m/s$ به طرف صفحهٔ دارای بار مثبت پرتاب شده و سرانجام در نقطهٔ B که مجاور صفحهٔ مثبت است، متوقف می‌شود. اگر اختلاف پتانسیل دو سر باتری $۳۰۰V$ باشد، فاصلهٔ نقطهٔ A از صفحهٔ منفی چند سانتی‌متر است؟ (از نیروی وزن و اصطکاک صرف‌نظر کنید و بار پروتون $۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} C$ و جرم آن $۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷} kg$ فرض شود.)



پاسخ: از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W = \Delta K \Rightarrow Eqd_{AB} = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{۳} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times d_{AB} = \frac{۱}{۲} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷} \times (۲ \times ۱۰^{۵})^{۲}$$

$$\Rightarrow d_{AB} = ۰/۱m = ۱۰cm$$

$$\Delta V_{\text{کل}} = Ed_{\text{کل}} \Rightarrow d_{\text{کل}} = \frac{۳۰۰}{۲ \times ۱۰^{۳}} = ۰/۱۵ = ۱۵cm$$

پس فاصلهٔ نقطهٔ A از صفحهٔ منفی برابر $۵cm$ است.

۳۶- ذره‌ای با بار الکتریکی $q = -۱۰\mu C$ را موازی با خط‌های میدان الکتریکی یکنواختی به بزرگی $۲۰۰N/C$ و در جهت میدان به اندازهٔ $۱m$ جابه‌جا کرده‌ایم. اگر در این جابه‌جایی انرژی جنبشی ذره $۱۰mJ$ افزایش یافته باشد، کاری که ما روی ذره انجام داده‌ایم. چند ژول است؟

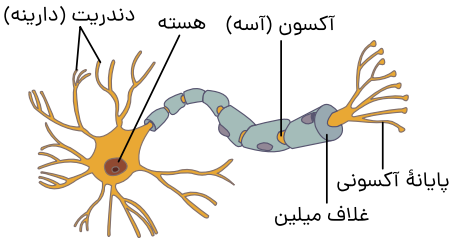
پاسخ: ابتدا اختلاف پتانسیل را به دست می‌آوریم بار در جهت میدان جابه‌جا شده است؛ پس پتانسیل کاهش پیدا کرده و $\Delta V < ۰$ است.

$$|\Delta V| = Ed = ۲۰۰N/C \times ۱m = ۲۰۰V \Rightarrow \Delta V = -۲۰۰V$$

حالا با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی، به راحتی می‌توانیم کاری که روی ذره انجام می‌دهیم را به دست آوریم:

$$\Delta K = W_E + W_{L_0} \Rightarrow ۱۰mJ = W_{L_0} - q\Delta V \Rightarrow ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J = W_{L_0} - (-۱۰ \times ۱۰^{-۶} C)(-۲۰۰V)$$
$$= W_{L_0} - ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J = W_{L_0} - ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow W_{L_0} = ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J + ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow W_{L_0} = ۱۲ \times ۱۰^{-۳} J$$

۳۷- عمل مغز اساساً برمبنای کنش‌ها و فعالیت‌های الکتریکی است. سیگنال‌های عصبی چیزی جز عبور جریان‌های الکتریکی نیست. مغز این سیگنال‌ها را دریافت می‌کند و اطلاعات به‌صورت سیگنال‌های الکتریکی در امتداد اعصاب گوناگون منتقل می‌شوند. هنگام انجام هر عمل خاصی، سیگنال‌های الکتریکی زیادی تولید می‌شوند. این سیگنال‌ها حاصل کنش الکتروشیمیایی در یاخته‌های عصبی موسوم به نورون هستند. دربارهٔ چگونگی کار نورون‌ها توضیح دهید.



پاسخ: غشایی از جنس چربی و پروتئین، نورون‌ها را از خارج می‌پوشاند. این غشا نسبت به بعضی مواد مانند اکسیژن نفوذناپذیر است و به آنها اجازهٔ عبور می‌دهد و نسبت به بعضی از مواد مانند پروتئین‌ها نفوذناپذیر است. این خاصیت غشای نورون موجب می‌شود که ترکیب مواد در داخل نورون‌ها با ترکیب مواد در محیط خارج نورون‌ها متفاوت باشد. داخل نورون، یون پتاسیم (بار مثبت) زیادی وجود دارد، در حالی که خارج نورون، یون سدیم (بار منفی) بیشتری وجود دارد که باعث ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی در حدود ۸۰ میلی‌ولت بین داخل و خارج سلول می‌شود. وقتی نورون تحریک می‌شود، خاصیت نفوذپذیری غشا به سدیم زیاد شده و سدیم زیادی وارد آن می‌شود. درنتیجه وضعیت بارهای الکتریکی در دو سوی غشا در نقطهٔ تحریک‌شده باقی نمانده و نقطه به نقطه در طول تار عصبی حرکت می‌کند و جریان یا پیام عصبی را پدید می‌آورد. بار الکتریکی هر نقطه پس از تحریک، فوراً به حالت اول بازمی‌گردد. پتانسیل الکتریکی نورون را در هنگام تحریک آن، پتانسیل عمل می‌نامند. نورون‌ها در نواحی اختصاص یافته‌ای به نام سیناپس با یکدیگر تماس برقرار می‌کنند و پیام‌های الکتریکی از طریق آزاد شدن مواد شیمیایی در سیناپس از یک نورون به نورون بعدی منتقل می‌شوند.

۳۸- ظرفیت خازنی ۱۲ میکروفاراد و بار الکتریکی آن q است. اگر $+۳٫۰mC$ بار الکتریکی را از صفحهٔ منفی جدا کرده و به صفحهٔ مثبت منتقل کنیم، انرژی ذخیره‌شده در خازن به‌اندازهٔ $۸٫۰J$ زیاد می‌شود. Q را محاسبه کنید.

پاسخ:

$$U_۱ = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\frac{Q^۲}{۱۲ \times ۱۰^{-۶}}$$
$$U_۲ = \frac{۱}{۲}\frac{Q_۲^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\frac{(Q + ۳ \times ۱۰^{-۳})^۲}{C} = \frac{۱}{۲}\frac{(Q + ۳ \times ۱۰^{-۳})^۲}{۱۲ \times ۱۰^{-۶}} = U_۱ + ۸$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 39 of 222

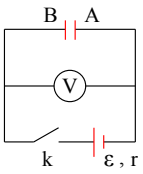
$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\ \frac{(Q^۲ + ۶\times ۱۰^{-۳}Q + ۹\times ۱۰^{-۶})}{۱۲\times ۱۰^{-۶}} = \frac{۱}{۲}\ \frac{Q^۲}{۱۲\times ۱۰^{-۶}} + ۸$$

$$\Rightarrow \cancel{Q^۲} + ۶\times ۱۰^{-۳}Q + ۹\times ۱۰^{-۶} = \cancel{Q^۲} + ۸\times ۲\times ۱۲\times ۱۰^{-۶}$$

$$۶\times ۱۰^{-۳}Q = ۱۸۳\times ۱۰^{-۶} \Rightarrow Q = ۳۰٫۵\times ۱۰^{-۳}C = ۳۰٫۵mC$$

(توجه: هنگامی که $+۳mC$ بار از صفحهٔ منفی جدا شده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌شود، بار خازن به‌اندازهٔ $۳mC$ افزایش می‌یابد.)

۳۹- در مدار شکل زیر، پس از بسته شدن کلید k: (ولت‌سنج ایده‌آل است.)



الف) عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد را با اندازهٔ نیروی محرکهٔ مولد، مقایسه کنید.

ب) با قرار دادن دی‌الکتریک با ضریب κ بین دو صفحهٔ خازن، ظرفیت خازن و میدان الکتریکی بین دو صفحهٔ خازن چگونه تغییر می‌کنند؟

پاسخ: الف) برابر نیروی محرکهٔ مولد است. ب) ظرفیت افزایش می‌یابد، میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

۴۰- خازن‌ها انواع متعددی دارند؛ زیرا برای کاربردهای مختلفی طراحی و ساخته می‌شوند. دربارهٔ خازن‌های مختلف مانند خازن‌های ورقه‌ای، میکا، سرامیکی، الکترولیتی، خازن‌های متغیر، آبرخازن‌ها و ظرفیت آنها تحقیق کنید. هر گروه می‌تواند روی یک نوع خازن تحقیق کند.

پاسخ: خازن‌های ورقه‌ای: این خازن‌ها از دو ورق قلع یا آلومینیم تشکیل شده‌اند که بین آنها دو ورقه دی‌الکتریک مانند کاغذ یا پلاستیک جا داده می‌شود. این ورق‌ها را لوله می‌کنند و به‌صورت یک استوانه در می‌آورند و در محفظه‌ای پلاستیکی قرار می‌دهند. ظرفیت این نوع خازن‌ها از $۱nF$ تا $۱\mu F$ است.

خازن‌های میکا: در این نوع خازن‌ها بین ورقه‌های فلزی نازک قلعی ورقه‌های نازک میکا قرار می‌دهند و ورقه‌های قلع را یک در میان به یکدیگر وصل می‌کنند. ظرفیت این خازن‌ها حدود ۵۰ تا ۵۰۰ پیکوفاراد است.

خازن‌های سرامیکی: دی‌الکتریک این خازن‌ها سرامیک است که با استفاده از انواع سیلیکات‌ها در دمای بالا تهیه می‌شود. ثابت دی‌الکتریک این خازن‌ها زیاد و در حدود ۱۰۰۰ است. خازن‌های سرامیکی به شکل عدس تهیه می‌شوند و حجم آنها کم است. صفحات رسانای آنها نیز با ذوب نقره در دو طرف سرامیک تهیه می‌شوند. ظرفیت این خازن‌ها حدود ده‌ها نانوفاراد (nF) است.

خازن‌های الکترولیتی: این خازن‌ها از یک صفحهٔ فلزی اندودشده با اکسید آلومینیم به‌طوری که صفحهٔ فلزی، قطب مثبت خازن و لایهٔ اکسید، دی‌الکتریک آن باشد تشکیل شده است. الکترولیت جامد یا مایع که غالباً کاغذی آغشته به مایع الکترولیت است به عنوان قطب منفی خازن عمل می‌کند. ظرفیت این خازن‌ها بالا است و تا حدود $۰٫۱F$ می‌رسد.

خازن‌های متغیر: دی‌الکتریک این خازن‌ها معمولاً هوا است. در ساختمان آنها دو نوع صفحهٔ فلزی یک دسته ثابت

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 41 of 222

و دسته دیگر متحرک به‌کار رفته است که هر دو دسته روی یک محور قرار گرفته‌اند ولی صفحات متحرک روی این محور می‌چرخند. صفحه‌ها به شکل نیم‌دایره‌اند و با چرخیدن صفحات متحرک مساحت خازن کم و زیاد می‌شود. این نوع خازن‌ها در گیرنده‌های رادیویی به‌کار می‌رفته است.

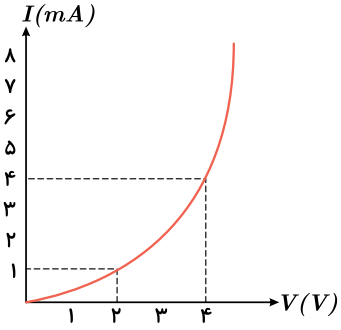
آبرخازن‌ها: این نوع خازن‌ها از موادی مانند زغال فعال پر شده‌اند که خود درون نوعی الکترولیت قرار گرفته‌اند. زغال‌ها پس از قرار گرفتن در دو سوی خازن که توسط غشای عایق و نفوذپذیری به نام جداکننده از هم جدا شده‌اند، بارهایی با علامت مخالف می‌گیرند و با توجه به نفوذپذیری جداکننده، یون‌های موجود در الکترولیت از غشای جداکننده عبور می‌کنند؛ به‌طوری که یون‌های منفی در سمت زغال‌های باردار مثبت و یون‌های مثبت در سمت زغال‌های باردار منفی قرار می‌گیرند. هریک از جفت بارهای مثبت و منفی زغال - یون به مثابه خازنی با فاصله جدایی d است که میلیون‌ها بار کوچک‌تر از فاصله جدایی صفحات یک خازن معمولی است. از طرفی ساختار میکروسکوپی زغال‌های فعال اسفنجی شکل است، به‌طوری که در مقیاس نانو سطح تماس بسیار بزرگی با یون‌ها دارند و به این ترتیب مساحت صفحات این خازن‌ها به مراتب بزرگ تر از مساحت سطح یک خازن معمولی است. بنابراین این خازن‌ها ظرفیت‌های بسیار بزرگی از مرتبه کیلوفاراد دارند که میلیون‌ها برابر خازن‌های معمولی است. از مزایای این نوع خازن‌ها شارژ سریع آنها است که باعث استفاده از آنها در وسایل الکتریکی می‌شود.

۴۱- در حسگر کیسهٔ هوای برخی از خودروها از یک خازن استفاده می‌شود. دربارهٔ چگونگی عملکرد این حسگرها تحقیق کنید.

پاسخ: این حسگرها که در قسمت جلوی خودرو نصب می‌شوند، شامل خازنی با یک صفحهٔ ثابت و یک صفحهٔ متحرک هستند. در تغییر سرعت‌های ناگهانی و ترمزهای شدید، فاصلهٔ بین این دو صفحه کاهش و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. این تغییر ظرفیت خازن توسط دستگاه کنترل مرکزی، آشکارسازی و باعث باز شدن کیسهٔ هوا می‌شود.

فصل دوم : جریان الکتریکی و مدار های جریان مستقیم

۴۲- با توجه به شکل روبه‌رو که جریان برحسب ولتاژ را برای یک دیود نوری نشان می‌دهد، مقاومت در اختلاف پتانسیل $۴V$ چند برابر مقاومت در اختلاف پتانسیل $۲V$ است؟

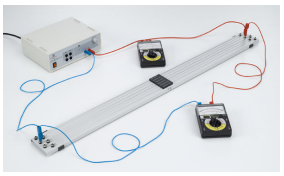


پاسخ: برای به دست آوردن مقاومت در هر ولتاژ باید از رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ استفاده کنیم:

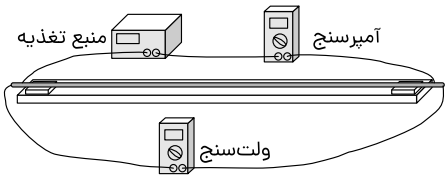
$$\left.\begin{aligned} R=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{۴}=\frac{۴V}{۴mA}=\frac{۴V}{۴\times ۱۰^{-۳}A}=۱۰۰۰\Omega \\ R=\frac{V}{I}\Rightarrow R_{۲}=\frac{۲V}{۱mA}=\frac{۲V}{۱\times ۱۰^{-۳}A}=۲۰۰۰\Omega \end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{R_{۴}}{R_{۲}}=\frac{۱۰۰۰\Omega}{۲۰۰۰\Omega}=\frac{۱}{۲}$$

همان‌طور که می‌بینید، مقاومت برای یک دیود نوری ثابت نیست و با تغییر ولتاژ، تغییر کرده است.

۴۳- اسباب آزمایشی را شامل یک منبع تغذیه، آمپرسنج، ولت‌سنج، سیم‌های رابط و قطعه سیم‌هایی که می‌خواهیم مقاومت آنها را به دست آوریم، مطابق شکل داده‌شده سوار کنید. آزمایش شامل سه مرحله است.



الف) اسباب آزمایش اندازه‌گیری مقاومت یک سیم رسانا



ب) طرحی از مدار این آزمایش

۱ – قطعهٔ سیم‌هایی از جنس یکسان، مثلاً کنستانتان (یا نیکروم) با قطر برابر ولی طول‌های متفاوت را در مدار قرار دهید و با استفاده از تعریف مقاومت، مقاومت هر کدام از سیم‌ها را با استفاده از عددی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند محاسبه و نتایج خود را در جدولی ثبت کنید. به نظر شما چه رابطه‌ای بین مقاومت سیم‌ها و طول آنها وجود دارد؟

۲ – آزمایش را با سیم‌هایی از جنس یکسان با طول برابر، ولی قطرهای متفاوت انجام دهید و نتایج خود را در جدولی ثبت کنید. به نظر شما چه رابطه‌ای بین مقاومت سیم‌ها و سطح مقطع آنها وجود دارد؟

۳ – آزمایش را با دو قطعه سیم هم‌طول و با قطر یکسان انجام دهید که این بار جنس یکی از آنها کنستانتان و دیگری نیکروم است و نتایج خود را یادداشت کنید. از این فعالیت چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

پاسخ: ۱–

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
نیکروم	$۰/۵m$	$۱/۶mm$	$۵V$	$۲۰A$	$۰/۲۵\Omega$
نیکروم	$۱m$	$۱/۶mm$	$۵V$	$۱۰A$	$۰/۵\Omega$
نیکروم	$۲m$	$۱/۶mm$	$۵V$	$۵A$	۱Ω

با افزایش طول سیم، مقاومت آن نیز به همان نسبت افزایش می‌یابد. بنابراین مقاومت سیم با طول آن رابطهٔ مستقیم دارد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 45 of 222

۲-

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
نیکروم	$5m$	$3mm$	$5V$	$7A$	$0/7\Omega$
نیکروم	$5m$	$2mm$	$5V$	$3A$	$1/6\Omega$
نیکروم	$5m$	$1mm$	$5V$	$0/8A$	$6/25\Omega$

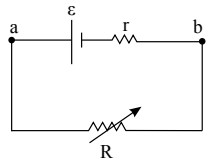
با کاهش سطح مقطع سیم، مقاومت آن افزایش می‌یابد. بنابراین مقاومت سیم با سطح مقطع آن رابطهٔ وارون دارد.

۳-

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
کنستانتان	$2m$	$1/6mm$	$5V$	$11A$	$0/45\Omega$
نیکروم	$2m$	$1/6mm$	$5V$	$5A$	1Ω

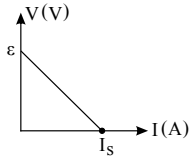
مقاومت یک رسانا در دمای ثابت به طول، سطح مقطع و جنس رسانا بستگی دارد.

۴۴- در مدار مقابل با تغییر مقاومت متغیر جریان مدار نمودار $V-I$ را رسم کنید و توضیح دهید محل برخورد نمودار با محور I چه جریانی را نشان می‌دهد؟



پاسخ: در حالت کلی برای ولتاژ دو سر مولد در چنین مداری می‌توان نوشت: $\begin{cases} V=\varepsilon-rI \\ V=RI \end{cases}$

واضح است که ε و r ثابت هستند پس نمودار $V-I$ خطی با شیب $(-r)$ و عرض از مبدأ ε خواهد بود.



محل تقاطع این خط با محور I در واقع نشان‌دهندهٔ جریان در حالتی است که ولتاژ دو سر مولد یا بعبارتی V_{ab} برابر با صفر شده است یعنی مقاومت متغیر مدار دارای مقدار صفر بوده است:

$$V=\overset{\text{صفر}}{\cancel{R}}I=0$$

بعبارت دیگر این جریان که با I_s نشان داده شده است جریان اتصال کوتاه یا بیش‌ترین جریان عبوری از مولد است:

$$0=\varepsilon-rI\Rightarrow I_s=\frac{\varepsilon}{r}$$

۴۵- آزمایشی برای اندازه‌گیری مقاومت داخلی باتری طراحی نمایید.

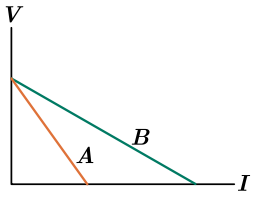
پاسخ: مداری مطابق شکل می‌بندیم.

در حالتی که کلید باز است، عدد ولت‌سنج را می‌خوانیم که نشان‌دهندهٔ نیروی محرکهٔ باتری است. پس از بسته شدن کلید، اعداد آمپرسنج و ولت‌سنج به ترتیب I و V را نشان می‌دهند.

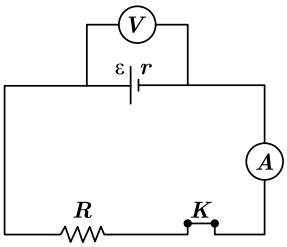
اعداد به‌دست‌آمده را در رابطه $V=\varepsilon-Ir$ قرار داده و مقدار r را محاسبه می‌کنیم.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 47 of 222

۴۶ - شکل مقابل نمودار $V-I$ دو باتری فرسوده و نو را نشان می‌دهد. کدام‌یک مربوط به باتری نو و کدام‌یک مربوط به باتری فرسوده است؟



پاسخ: A باتری فرسوده است و B باتری نو؛ زیرا مقاومت درونی باتری A (که برابر با اندازهٔ شیب نمودار است) بزرگ‌تر است.



۴۷ - می‌خواهیم دمای یک لیتر آب را توسط سیم پلاتینی که داخل آن قرار دارد در مدت ۷ دقیقه از $۲۰^\circ C$ به $۶۰^\circ C$ برسانیم اگر اختلاف پتانسیل بین دو سر آن $۱۰۰V$ باشد و تغییر مقاومت بر اثر تغییر دما ناچیز باشد:

الف) طول سیم چقدر است؟

ب) چه مقدار بار الکتریکی از مدار عبور می‌کند؟ (سطح مقطع سیم ۰٫۸ میلی‌متر مربع و مقاومت ویژهٔ آن $۱۰^{-۷}\Omega\cdot m$ است. $c_{\text{آب}}=۴۲۰۰\frac{J}{kg^\circ C}$)

پاسخ: الف) به یاد داریم که $Q=mc\Delta\theta$ و ضمناً داریم:

$$W=P\cdot t=Q\Rightarrow Pt=mc\Delta T\Rightarrow P\times ۷\times ۶۰=۱\times ۴۲۰۰\times(۶۰-۲۰)\Rightarrow P=۴۰۰W$$

$$P=\frac{V^۲}{R}\Rightarrow R=\frac{V^۲}{P}=\frac{۱۰۰^۲}{۴۰۰}=۲۵\Omega$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow L=\frac{RA}{\rho}=\frac{۲۵\times ۰٫۸\times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۷}}\Rightarrow L=۲۰۰m$$

ب)

$$q=It\Rightarrow q=\frac{V}{R}t=\frac{۱۰۰}{۲۵}\times ۷\times ۶۰=۱۶۸۰C$$

۴۸ - در دو سر یک سیم نیکروم (آلیاژ کروم و نیکل) به طول $۲m$ و سطح مقطع $۰٫۲mm^۲$، اختلاف پتانسیل $۲۰۰V$ برقرار کرده‌ایم. در مدت $۲۰min$ ، چند کیلووات ساعت انرژی الکتریکی در این سیم مصرف می‌شود؟ (مقاومت ویژه نیکروم $۱۰^{-۶}\Omega\cdot m$ است.)

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 49 of 222

پاسخ: گام اول: ابتدا مقاومت این قطعه سیم را با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۱۰^{-۶}\Omega\cdot m\times\frac{۲m}{۰/۲\times۱۰^{-۶}m^{۲}}=۱۰\Omega$$

گام دوم: حالا توان مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$P=\frac{(\Delta V)^{۲}}{R}=\frac{(۲۰۰V)^{۲}}{۱۰\Omega}=۴۰۰۰W=۴kW$$

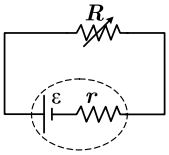
گام سوم: توجه کنید که چون توان را برحسب کیلووات داریم، اگر زمان را برحسب ساعت به دست آوریم، به راحتی می‌توانیم انرژی مصرفی را برحسب کیلووات ساعت حساب کنیم:

$$\Delta t=۲۰min=\frac{۱}{۳}h$$

بنابراین انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت برابر است با:

$$U=P\Delta t=۴kW\times\frac{۱}{۳}h=\frac{۴}{۳}kWh$$

۴۹- در مدار روبه‌رو، نیروی محرکهٔ الکتریکی و مقاومت داخلی منبع را که توان خروجی آن به‌ازای $I_۱=۵A$ برابر $۹/۵W$ و به‌ازای $I_۲=۷A$ برابر $۱۲/۶W$ است، محاسبه کنید.



پاسخ: دو معادله و دو مجهول داریم. مجهول‌های ما ε و r در رابطه‌های زیر هستند:

$$I_۱=۵A\Rightarrow P_۱=\varepsilon I_۱-rI_۱^{۲}\Rightarrow ۹/۵W=\varepsilon(۵)-r(۵A)^{۲}\Rightarrow ۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r\ \ (I)$$

$$I_۲=۷A\Rightarrow P_۲=\varepsilon I_۲-rI_۲^{۲}\Rightarrow ۱۲/۶W=\varepsilon(۷)-r(۷)^{۲}\Rightarrow ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\ \ (II)$$

به کمک روش حذفی، دستگاه معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم و مقدار مقاومت درونی و نیروی محرکه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r\xrightarrow{\times۷}۶۶/۵=۳۵\varepsilon-۱۷۵r\\ ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\xrightarrow{\times۵}۶۳=۳۵\varepsilon-۲۴۵r\end{cases}\downarrow-$$

$$۳/۵=۷۰r\Rightarrow r=۰/۰۵\Omega$$

$$\xrightarrow{(I)}۹/۵=۵\varepsilon-۲۵\times۰/۰۵\Rightarrow\varepsilon=۲/۱۵V$$

۵۰- نیروی محرکه مولدی ۲۴ ولت و بیشترین توان خروجی ممکن برای آن ۳۶ وات است. اگر مقاومت $R=۸\Omega$ را به دو سر این مولد ببندیم. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر مولد چند ولت خواهد شد؟

پاسخ: نکته: بیشینهٔ توان مفید مولد (توان خروجی) در حالتی است که $R=r$ باشد. در این‌صورت به‌ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{۲r}$ بیشترین توان خروجی برابر $P_{max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$ خواهد شد.

$$P=\varepsilon I-rI^{۲}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{۲r}}P_{max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$$

$$P_{max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}\Rightarrow ۳۶=\frac{۲۴^{۲}}{۴r}\Rightarrow r=۴\Omega$$

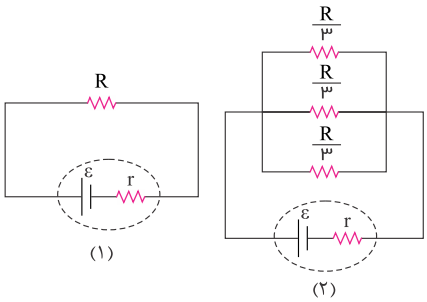
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 51 of 222

حال اگر مقاومت $R = ۸\Omega$ را به دو سر مولد ببندیم داریم:

$$V = IR \Rightarrow V = \frac{\varepsilon R}{R + r} = \frac{۲۴ \times ۸}{۸ + ۴} = ۱۶\ V$$

۵۱ – سیمی به طول L و مقاومت R به یک باتری با مقاومت درونی r وصل می‌باشد. اگر سیم را به ۳ قسمت مساوی تقسیم کرده و آنها را به‌طور موازی به یکدیگر وصل کرده و سپس مجموعه را با همان باتری موازی می‌کنیم، در این حالت توان تولیدی باتری $\frac{۹}{۵}$ توان تولیدی حالت قبل می‌شود. r چند اهم است؟

پاسخ:



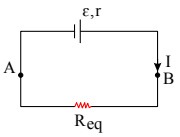
$$R'_T = \frac{\frac{R}{۳}}{۳} = \frac{R}{۹}$$

$$P = \varepsilon I \Rightarrow P' = \frac{۹}{۵}P \Rightarrow \cancel{\varepsilon} I' = \frac{۹}{۵}\cancel{\varepsilon} I$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۹} + r} = \frac{۹}{۵} \times \frac{\varepsilon}{R + r} \Rightarrow R + ۹r = ۵R + ۵r \Rightarrow ۴r = ۴R \Rightarrow r = R$$

۵۲ – اگر یک مقاومت ۶Ω را به دو سر یک باتری با مقاومت درونی ۴Ω ببندیم، توان خروجی (مفید) باتری چند درصد توان تولیدی باتری می‌شود؟

پاسخ:



$$I = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} \rightarrow \varepsilon = I(r + R_{eq})$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{تولیدی}}} = \frac{\varepsilon I - rI^{۲}}{\varepsilon I} = \frac{\varepsilon - rI}{\varepsilon} = \frac{V_{AB}}{\varepsilon} = \frac{R_{eq} I}{I(r + R_{eq})}$$

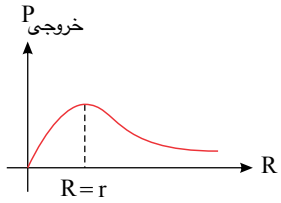
$$= \frac{R_{eq}}{r + R_{eq}} = \frac{۶}{۴ + ۶} = \frac{۶}{۱۰} = ۶۰\%$$

۵۳ – مقاومت متغیر R به دو سر یک مولد با مقاومت درونی r و نیروی محرکهٔ ε بسته شده است. حال اگر مقاومت R را دو برابر کنیم، چه تغییری در توان مفید مولد مدار حاصل می شود؟

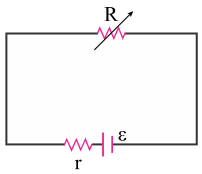
پاسخ: مطابق نمودار رسم‌شده توان مصرف‌شده در مقاومت R و یا توان مفید مولد زمانی بیشینه است که $R = r$ باشد، حال اگر با افزایش R اندازهٔ آن به r نزدیک شود، توان مفید مولد هم افزایش می‌یابد. در غیر این صورت توان مفید کاهش می‌یابد. بنابراین در این شرایط، توان خروجی (مفید) ممکن است افزایش یا کاهش بیابد و یا

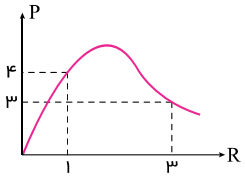
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 53 of 222

حتی ثابت بماند.



۵۴ – نمودار تغییرات توان مفید یک مولد برحسب مقاومت متغیر متصل به آن مطابق شکل است. نیروی محرکهٔ مولد چند ولت است؟





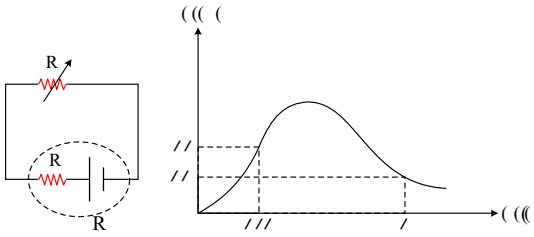
پاسخ:

$$P = \varepsilon I - rI^{۲} = \varepsilon(\frac{\varepsilon}{R+r}) - r(\frac{\varepsilon}{R+r})^{۲} = \frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}$$

$$\begin{matrix} R=۱ \Rightarrow P=۴ \\ R=۳ \Rightarrow P=۳ \end{matrix} \Rightarrow \begin{cases} ۴ = \dfrac{۱ \times \varepsilon^{۲}}{(۱+r)^{۲}} \\ ۳ = \dfrac{۳\varepsilon^{۲}}{(۳+r)^{۲}} \end{cases} \Rightarrow \frac{۴}{۳} = \frac{(۳+r)^{۲}}{(۱+r)^{۲} \times ۳} \Rightarrow ۲ = \frac{۳+r}{۱+r} \Rightarrow r = ۱\Omega$$

$$\Rightarrow ۳ = \frac{۳\varepsilon^{۲}}{(۳+۱)^{۲}} \Rightarrow \varepsilon = ۴V$$

۵۵ – در مدار زیر، نمودار توان خروجی مولد برحسب مقدار مقاومت الکتریکی متغیر R، مطابق نمودار زیر است. حداکثر توان خروجی مولد چند وات است؟



پاسخ: برای توان مولد داریم:

$$P = \varepsilon I - rI^{۲} = \varepsilon(\frac{\varepsilon}{R+r}) - ۲(\frac{\varepsilon}{R+r})^{۲} = \frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}$$

$$R = ۰/۵ \Rightarrow P = ۳۲ \Rightarrow ۳۲ = \frac{۰/۵\times\varepsilon^{۲}}{(۰/۵+r)^{۲}} \quad (I)$$

$$R = ۳ \Rightarrow P = ۲۷ \Rightarrow ۲۷ = \frac{۳\times\varepsilon^{۲}}{(۳+r)^{۲}} \quad (II)$$

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}} \frac{۳۲}{۲۷^{۹}} = \frac{۰/۵ \times (۳+r)^{۲}}{۱ \times (۰/۵+r)^{۲}} \Rightarrow \frac{۶۴}{۹} = \frac{(۳+r)^{۲}}{(۰/۵+r)^{۲}} \Rightarrow \frac{۸}{۳} = \frac{۳+r}{۰/۵+r} \Rightarrow ۴ + ۸r = ۹ + ۳r \Rightarrow ۵r = ۵ \Rightarrow r = ۱\Omega$$

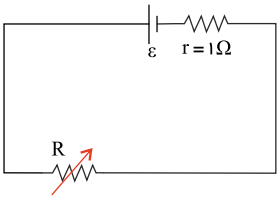
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 55 of 222

$$II)\ \frac{P'}{P}=\frac{\varepsilon'^{۲}}{(۳+۱)^{۲}}\Rightarrow \varepsilon'^{۲}=۹\times ۱۶\Rightarrow \varepsilon=۳\times ۴=۱۲V$$

می‌دانیم هنگامی که $R=r$ شود، توان خروجی مولد بیشینه می‌شود. بنابراین داریم:

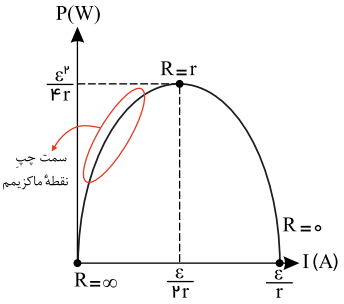
$$P=\frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}\xrightarrow{R=r}P_{max}=\frac{r\varepsilon^{۲}}{(r+r)^{۲}}=\frac{r\varepsilon^{۲}}{(r+r)^{۲}}\Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}=\frac{۱۲^{۲}}{۴\times ۱}=۳۶W$$

۵۶ – در مدار شکل روبه‌رو، اگر مقاومت متغیر R را از ۲Ω به ۳Ω افزایش دهیم، توان خروجی مولد چگونه تغییر می‌کند؟

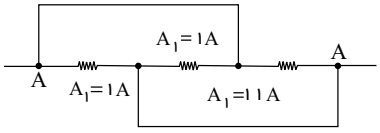


پاسخ: نمودار تابع $P=\varepsilon I-rI^{۲}$ برحسب I مطابق شکل روبه‌رو است.

با توجه به نمودار درمی‌یابیم اگر $R>r$ باشد، در سمت چپ نقطهٔ ماکزیمم قرار داریم و با افزایش R و کاهش I واضح است توان خروجی کاهش می‌یابد.



۵۷ – مقاومت معادل را در شکل مقابل بیابید.

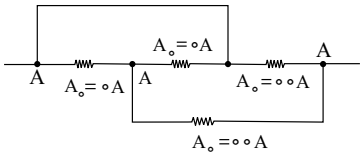


پاسخ: با کمی دقت در شکل و توجه به این نکته که «رساناهای به هم متصل، هم‌پتانسیل هستند» متوجه می‌شویم که یک سر هر سه مقاومت $R_۱$, $R_۲$, $R_۳$ به نقطهٔ A متصل هستند (و هم‌پتانسیل با آن) و سر دیگر همهٔ آنها به نقطهٔ B متصل هستند (و هم‌پتانسیل با آن) و این تعریف موازی بودن مقاومت‌هاست. پس:

سه مقاومت موازیند : $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۸}$

$$\Rightarrow \frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۶+۳+۱}{۱۸}=\frac{۱۰}{۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۱٫۸\Omega$$

۵۸ – در شکل مقابل مقاومت معادل بین دو نقطهٔ A و B چقدر است؟



https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 57 of 222

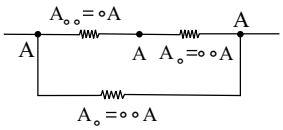
پاسخ: با دقت در شکل متوجه می‌شویم که

دو سر مقاومت‌های R_1 و R_2 به هم وصل هستند پس این دو موازی‌اند:

و دو سر R_{12} همان نقاط A و C هستند.

$$\frac{1}{R_{12}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} = \frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{3}{6}$$
$$\Rightarrow R_{12} = 2\Omega$$

دو سر مقاومت R_4 همان نقاط B و C هستند و دو سر مقاومت R_3 نقاط A و B هستند و شکل جدید بدست می‌آید.

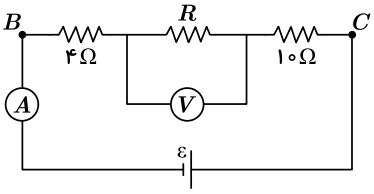


حالا مشاهده می‌شود که R_{12} با R_4 سری است و حاصل آنها با R_3 موازی است:

$$R_{124} = R_{12} + R_4 = 2 + 10 = 12\Omega \Rightarrow \frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R_{124}} + \frac{1}{R_3} = \frac{1}{12} + \frac{1}{24} = \frac{3}{24} \Rightarrow R_{eq} = 8\Omega$$

تکنیک اسم‌گذاری دو سر مقاومت‌ها کمک می‌کند که بهتر بتوانیم شکل‌های جدید را رسم کنیم.

۵۹- اگر در شکل روبه‌رو، آمپرسنج و ولت‌سنج ایده‌آل به‌ترتیب $12A$ و $24V$ را نشان دهند، اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ B و C چند ولت خواهد بود؟



پاسخ: گام اول: ابتدا مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R = \frac{V}{I} = \frac{24V}{12V} = 2\Omega$$

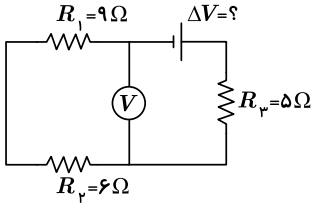
گام دوم: مقاومت معادل بین دو نقطهٔ B و C را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq}^{BC} = 4\Omega + 2\Omega + 10\Omega = 16\Omega$$

گام سوم: حالا اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه را با استفاده از رابطهٔ $V_{BC} = IR_{eq}^{BC}$ محاسبه می‌کنیم:

$$V_{BC} = IR_{eq}^{BC} = (12A)(16\Omega) = 192V$$

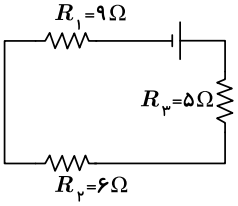
۶۰- در مدار روبه‌رو، ولت‌سنج $15V$ را نشان می‌دهد. اختلاف پتانسیل دو سر مولد چند ولت است؟



پاسخ: شاید اول بگوییم که این مدار اصلاً تک‌حلقه نیست. اگر این را با خودتان گفته‌اید، به این نکته توجه نکرده‌اید که سیمی که ولت‌سنج در آن قرار دارد، مثل یک سیم قطع‌شده است و تأثیری در مدار ندارد؛ پس، مدار ما به شکل روبه‌رو است و ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_1 و R_2 را اندازه می‌گیرد.

با توجه به شکل بالا R_1، R_2 و R_3 با هم متوالی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر مولد هم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ این مقاومت‌ها است؛ پس:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 59 of 222



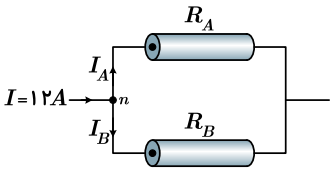
$$R_{12} = R_1 + R_2 = 9\Omega + 6\Omega = 15\Omega$$
$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 9\Omega + 6\Omega + 5\Omega = 20\Omega$$

ولتاژ دو سر R_{12} طبق فرض مسئله $15V$ است؛ پس:

$$\frac{R_{12}}{R_{eq}} = \frac{15V}{\Delta V} \Rightarrow \frac{15\Omega}{20\Omega} = \frac{15V}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = 20V$$

۶۱- دو سیم رسانای A و B با قطر مقطع و طول مساوی به‌طور موازی به هم وصل شده‌اند و از مجموعهٔ آنها، جریان ۱۲ آمپری عبور می‌کند. شدت جریان در سیم A چند آمپر است؟ ($\rho_A = 2 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$, $\rho_B = 4 \times 10^{-8}\Omega \cdot m$)

پاسخ: ابتدا شکل سوال را رسم می‌کنیم تا بفهمیم با چه مسئله‌ای سر و کار داریم:



جریان I وقتی به گرهٔ n می‌رسد، به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آنها تقسیم می‌شود:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B \frac{l_B}{A_B}}{\rho_A \frac{l_A}{A_A}} \xrightarrow{l_A=l_B \ , A_A=A_B} \frac{I_A}{I_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{4 \times 10^{-8}\Omega \cdot m}{2 \times 10^{-8}\Omega \cdot m} = 2$$

پس $I_B = \frac{I_A}{2}$ است. از طرفی می دانیم $I = I_A + I_B$ است؛ بنابراین:

$$I = I_A + I_B = I_A + \frac{1}{2}I_A = \frac{3}{2}I_A \Rightarrow 12A = \frac{3}{2}I_A \Rightarrow I_A = 8A$$

۶۲- سه مقاومت مساوی R را یک بار به‌طور متوالی و بار دیگر به‌صورت موازی به هم می‌بندیم و هر بار دو سر مجموعه را به مولدی با نیروی محرکهٔ ε و مقاومت درونی $r = R$ وصل می‌کنیم. نسبت جریان در مدار در حالت متوالی به حالت موازی چقدر است؟

پاسخ: جریان به‌صورت $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ به دست می‌آید؛ پس، ما تنها کافی است به دنبال مقاومت معادل در دو حالت متوالی و موازی بگردیم. مقاومت‌ها با هم مساوی‌اند؛ بنابراین داریم:

متوالی: $R_{eq} = nR \xrightarrow{n=3} 3R$

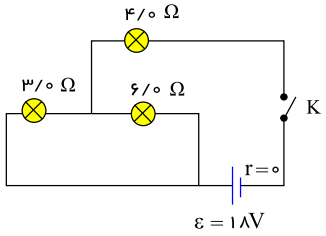
موازی: $R'_{eq} = \frac{R}{n} \xrightarrow{n=3} \frac{R}{3}$

حالا برای حل سوال، همه چیز را داریم:

$$\frac{I_{\text{متوالی}}}{I_{\text{موازی}}} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}}{\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r}} = \frac{\frac{1}{3R + R}}{\frac{1}{\frac{R}{3} + R}} = \frac{\frac{1}{4R}}{\frac{1}{\frac{4}{3}R}} = \frac{\frac{4}{3}R}{4R} = \frac{1}{3}$$

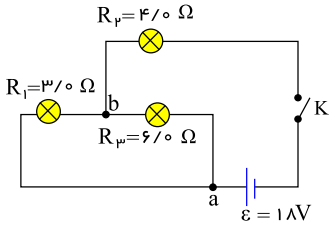
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 61 of 222

۶۳ - در شکل زیر، وقتی کلید بسته شود چه جریانی از هر لامپ رشته‌ای می‌گذرد؟



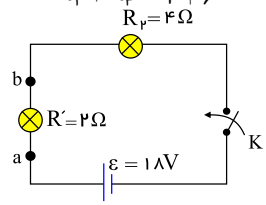
پاسخ:

همانطور که از شکل پیداست، دو مقاومت R_1 و R_3 با هم موازی‌اند:



$$R' = \frac{R_1 R_3}{R_1 + R_3} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$$

و در شکل جدید مشاهده می‌کنیم که R' و R_2 سری‌اند:



حال جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = R' + R_2 = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۱۸}{۶} = ۳A$$

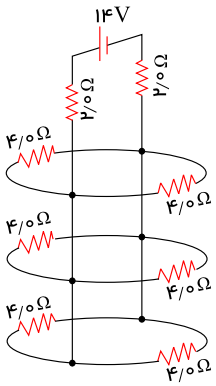
که این جریان هم از R_2 و هم از R' می‌گذرد. پس داریم:

$$V_{ab} = V_{R'} = R' I = ۲ \times ۳ = ۶V$$

چون R_1 و R_3 موازی هستند، V_{ab} هم اختلاف پتانسیل دو سر R_1 است و هم اختلاف پتانسیل دو سر R_3:

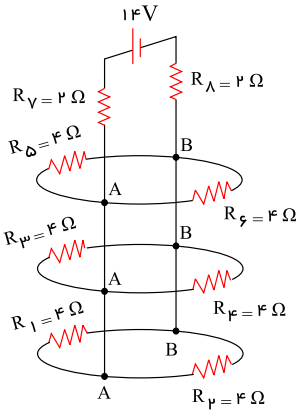
$$I_1 = \frac{V_{ab}}{R_1} = \frac{۶}{۳} = ۲A$$
$$I_3 = \frac{V_{ab}}{R_3} = \frac{۶}{۶} = ۱A$$

۶۴ - جریانی که از منبع نیروی محرکهٔ آرمانی و هر یک از مقاومت‌های شکل روبه‌رو می‌گذرد، چقدر است؟



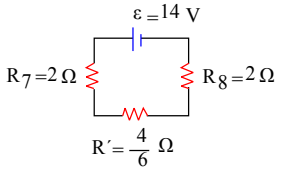
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 63 of 222

پاسخ: با کمی دقت در شکل فضایی مسأله مشاهده می‌شود که مقاومت‌های R_1 تا R_6 همگی بین دو نقطهٔ A و B بسته شده‌اند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R'}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}+\frac{۱}{R_۴}+\frac{۱}{R_۵}+\frac{۱}{R_۶}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{R'}=\frac{۶}{R}\Rightarrow R'=\frac{۴}{۶}\Omega$$

مدار ساده‌شده به شکل زیر خواهد بود:



$$R_{eq}=R_۷+R_۸+R'$$
$$R_{eq}=\frac{۲۸}{۶}\Omega=\frac{۱۴}{۳}\Omega$$
$$I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}=\frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۳}}=۳A$$

این جریان $۳A$ از $R_۷$ ، $R_۸$ و R' می‌گذرد. پس:

$$V_{AB}=V_{R'}=R'I=\frac{۴}{۶}\times ۳=۲V$$

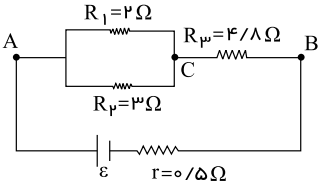
چون همهٔ مقاومت‌های R_1 تا R_6 با هم موازی‌اند، ولتاژ همگی $۲V$ است و جریان عبوری از هر یک از آنها برابر است با:

$$I=\frac{V_{AB}}{R}=\frac{۲}{۴}=۰/۵A$$

۶۵ - در شکل مقابل اختلاف پتانسیل بین دو نقطهٔ A , B برابر با $۱۲V$ است. (اصلاحی: مقاومت ۲ اهمی R_1 است)

الف) جریان عبوری از مقاومت های R_1 و R_3 چقدر است؟

ب) نیرو محرکهٔ مولد چقدر است؟



پاسخ:

$R_۱$, $R_۲$ موازیند $R_{۱۲}=\frac{R_۱R_۲}{R_۱+R_۲}=\frac{۶}{۵}=۱/۲\Omega$

$$R_{eq}=R_{۱۲}+R_۳=۱/۲+۴/۸=۶\Omega\Rightarrow I=\frac{V_{AB}}{R_{eq}}\Rightarrow I=\frac{۱۲}{۶}=۲A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت که بین دو نقطهٔ A و C قرار دارد، همان اختلاف پتانسیل دو سر R_1 است:

$$V_{R_۱}=V_{AC}=R_{۱۲}I=۱/۲\times ۲=۲/۴A\Rightarrow V_{R_۱}=R_۱I_۱\Rightarrow ۲/۴=۲\times I_۱\Rightarrow I_۱=۱/۲A$$

ب)
$$I_{\text{مدار}}=\frac{\varepsilon}{R_{eq}+r}\Rightarrow ۲=\frac{\varepsilon}{۶+۰/۵}\Rightarrow \varepsilon=۱۳V$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 65 of 222

۶۶ - دو لامپ را که روی آنها اعداد ($۴۰W$ و $۲۲۰V$) و ($۶۰W$ و $۲۲۰V$) نوشته شده است به‌صورت سری به هم بسته‌ایم و مجموعه را به ولتاژ $۲۲۰v$ (برق شهر) وصل کرده‌ایم. توان مصرفی هر یک از لامپ‌ها و توان کل مجموعه چند وات می‌شود؟

پاسخ: توجه کنید که اگر دو لامپ به ولتاژ اسمی که روی آن نوشته وصل شود، همان توان اسمی که رویش نوشته را ایجاد می‌کند. در حالت کلی آنچه ثابت می‌ماند مقاومت لامپ است (با فرض آنکه محاسبات مربوط به دما را دخالت ندهیم):

$$P_۱ = \frac{V^۲}{R_۱} \Rightarrow R_۱ = \frac{V^۲}{P_۱} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} \quad , \quad P_۲ = \frac{V^۲}{R_۲} \Rightarrow R_۲ = \frac{V^۲}{P_۲} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰}$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} + \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۲۴}$$

این جریان از هر دوی آنها می‌گذرد پس:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۲۲۰}{\frac{(۲۲۰)^۲}{۲۴}} = \frac{۲۴}{۲۲۰} = \frac{۶}{۵۵}A$$

$$P_{۱\ \text{جدید}} = R_۱ I^۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} \times (\frac{۶}{۵۵})^۲ = ۱۴٫۴W \quad , \quad P_{۲\ \text{جدید}} = R_۲ I^۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰} \times (\frac{۶}{۵۵})^۲ = ۹٫۶W$$

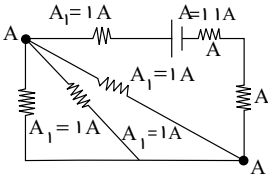
$$P_t = P_{۱\ \text{جدید}} + P_{۲\ \text{جدید}} = ۱۴٫۴ + ۹٫۶ = ۲۴W$$

تذکر: به طور کلی در این گونه سؤال‌ها که لامپ ها با برق شهر کار می کنند، آنها را به صورت متوالی به همان برق شهر متصل می کنیم، توان مصرفی کل آنها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_t = \frac{P_۱ P_۲}{P_۱ + P_۲} \xrightarrow{\text{در اینجا}} P_t = \frac{۶۰ \times ۴۰}{۱۰۰} = ۲۴W$$

۶۷ - الف) در مدار مقابل اگر جریان مقاومت $R_۴$ برابر $۰٫۵A$ باشد، جریان در بقیهٔ مقاومت‌ها را حساب کنید.

ب) اگر افت پتانسیل در مقاومت درونی مولد $۱٫۵V$ باشد، مقاومت درونی مولد و مقاومت مجهول x را حساب کنید.



پاسخ: الف) مقاومت‌های $R_۴$, $R_۳$, $R_۲$ با هم موازیند یعنی ولتاژ دو سر $R_۴$ با ولتاژ دو سر $R_۳$ و $R_۲$ برابر است:

$$V_{R_۴} = R_۴ I_۴ = ۳ \times ۰٫۵ = ۱٫۵V$$

$$V_{R_۳} = ۱٫۵V \Rightarrow V_{R_۳} = R_۳ I_۳ \Rightarrow ۱٫۵ = ۶ I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۰٫۲۵A$$

$$V_{R_۲} = ۱٫۵ \Rightarrow V_{R_۲} = R_۲ I_۲ \Rightarrow ۱٫۵ = ۲ I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۰٫۷۵A$$

بر اساس قانون جریان گره، جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ برابر با مجموع جریان‌های عبوری از $R_۲$, $R_۳$, $R_۴$:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 67 of 222

$I_۱ = I_۲ + I_۳ + I_۴ \Rightarrow I_۱ = ۰/۷۵ + ۰/۲۵ + ۰/۵ = ۱/۵A$

ب) طبق دادهٔ مسأله:

$rI_۱ = ۱/۵V \Rightarrow r_۱ \times ۱/۵ = ۱/۵ \Rightarrow r_۱ = ۱\Omega$

ضمناً ولتاژ دو سر B و A برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر $R_۲$ ، $R_۳$ ، $R_۴$:

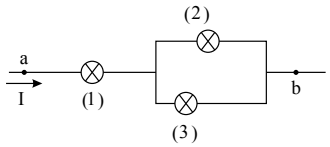
$V_{AB} = V_{R_۴} = ۱/۵V$

با چرخش از نقطهٔ B به A در جهت جریان $I_۱$:

$V_B - xI_۱ - rI + \varepsilon - R_۱ I_۱ = V_A \Rightarrow \varepsilon - I_۱ \left(x + r + R_۱\right) = V_A - V_B$

$۱۲ - ۱/۵\left(x + ۱ + ۴\right) = ۱/۵ \Rightarrow ۱/۵\left(۵ + x\right) = ۱۰/۵ \Rightarrow ۵ + x = ۷ \Rightarrow x = ۲\Omega$

۶۸ - در شکل مقابل مقاومت همهٔ لامپ‌ها برابر R است و حداکثر توان قابل تحمل هر لامپ $۶۰W$ است. حداکثر چه توانی به دو نقطهٔ b و a داده شود تا هیچ لامپی نسوزد؟



پاسخ: باید توجه کرد که تمام جریان، مدار ابتدا باید از لامپ (۱) بگذرد و این جریان I بین بقیهٔ لامپ‌ها تقسیم خواهد شد (و چون دو لامپ (۲) و (۳) موازی و یکسان هستند جریان آن‌ها یکسان و برابر $\frac{I}{۲}$ خواهد بود.)

$P_۱ = RI^۲ \quad , \quad P_۲ = P_۳ = R(\frac{I}{۲})^۲ = \frac{RI^۲}{۴}$

بنابراین باید حداکثر توان قابل تحمل یعنی $۶۰W$ را به لامپ (۱) نسبت دهیم به این ترتیب داریم:

$P_۱ = RI^۲ = ۶۰W$

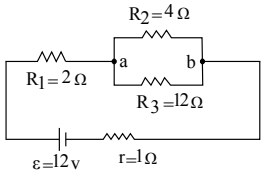
$P_۲ = P_۳ = \frac{RI^۲}{۴} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵W$

در نتیجه: $P_{\text{کل}} = ۶۰ + ۱۵ + ۱۵ = ۹۰W$

یعنی می توان $۹۰W$ به دو سر b و a توان منتقل نمود.

۶۹ - در شکل مقابل:

جریان عبوری از هر یک مقاومت های مدار را به‌دست آورید.



پاسخ: ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$R_{۲۳} = \frac{R_۲ R_۳}{R_۲ + R_۳} = \frac{۴ \times ۱۲}{۴ + ۱۲} = ۳\Omega$

$R_{eq} = R_۱ + R_{۲۳} = ۲ + ۳ = ۵\Omega$

$I_{\text{کل مدار}} = I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۱۲}{۱ + ۵} = ۲A$

این جریان $R_۱$ هم هست.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 69 of 222

برای محاسبهٔ جریان عبوری از $R_۲$ و $R_۳$ دو راه داریم:

راه اول: محاسبهٔ V_{ab}: $V_{ab} = R_{۲۳} I = ۳ \times ۲ = ۶V$

$$V_{ab} = R_۲ I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۶}{۴} = ۱٫۵A$$

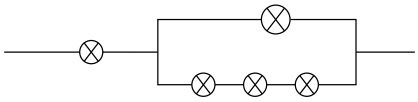
$$V_{ab} = R_۳ I_۳ \Rightarrow I_۳ = \frac{۶}{۱۲} = ۰٫۵A$$

راه دوم تقسیم جریان است:

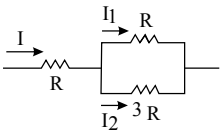
$$I_۲ = \frac{R_۳}{R_۲ + R_۳} I = \frac{۱۲}{۴ + ۱۲} \times ۲ = ۱٫۵A$$

$$I_۳ = \frac{R_۲}{R_۲ + R_۳} I = \frac{۴}{۴ + ۱۲} \times ۲ = ۰٫۵A$$

۷۰ - در شکل مقابل لامپ‌ها مشابهند و حداکثر توان قابل تحمل هر لامپ $۸۰W$ است. بیش‌ترین توانی که می توان به دو سر این مجموعه متصل کرد تا هیچ کدام از لامپ‌ها نسوزند چقدر است؟



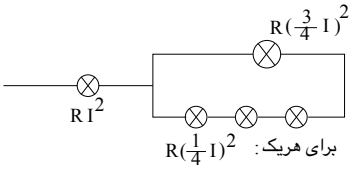
پاسخ: با استفاده از روش تقسیم جریان، $I_۱$ و $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم.



$$I_۱ = \frac{۳R}{R + ۳R} \times I = \frac{۳}{۴} I$$

$$I_۲ = \frac{R}{R + ۳R} \times I = \frac{۱}{۴} I$$

پس توان مصرفی هر یک از مجموعه‌ها:



بنابراین بیش‌ترین توان مصرفی متعلق به همان لامپ اول است یعنی $RI^۲ = ۸۰W$

پس:

$$R(\frac{۳}{۴} I)^۲ = \frac{۹}{۱۶} RI^۲ = \frac{۹}{۱۶} \times ۸۰ = ۴۵W$$

$$R(\frac{۱}{۴} I)^۲ = \frac{۱}{۱۶} RI^۲ = \frac{۱}{۱۶} \times ۸۰ = ۵W$$

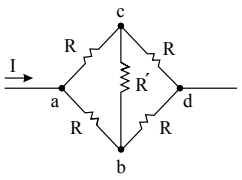
پس توان کل:

$$P_{\text{کل}} = ۸۰ + ۴۵ + (۵ + ۵ + ۵) = ۱۴۰W$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 71 of 222

۷۱ - الف) در شکل مقابل اگر دو سر مجموعه را به اختلاف پتانسیل V وصل کنیم، آیا از مقاومت R' جریانی عبور می‌کند؟

ب) مقاومت معادل مجموعه چقدر است؟

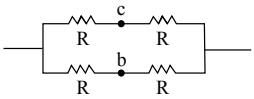


پاسخ: الف) اگر مجموعه به ولتاژ V وصل شود و فرض کنیم جریان I وارد نقطهٔ a می‌شود، چون مدار کاملاً متقارن است. جریان به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود و از هر کدام از دو مقاومت بالا و پایین می‌گذرد. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R در بالا و مقاومت R در پایین یکسان خواهد بود و چون سر اول هر دو به نقطهٔ a وصل است می توان گفت:

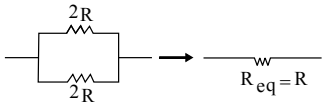
$$V_c - V_a = V_b - V_a \Rightarrow V_b = V_c$$

یعنی جریانی از مقاومت R' نمی‌گذرد و می‌توان آن را حذف کرد.

ب) با توجه به قسمت الف شکل مدار تبدیل می‌شود به:



پس داریم:



۷۲ - در سیم‌کشی منازل، همهٔ مصرف‌کننده‌ها به‌طور موازی متصل می‌شوند. یک اتوی $1100W$، یک نان برشته‌کن (توستر) $1800W$، پنج لامپ رشته‌ای $100W$ و یک بخاری $1100W$ به پریزهای یک مدار سیم‌کشی خانگی $220V$ که حداکثر می‌تواند جریان $15A$ را تحمل کند وصل شده‌اند. آیا این ترکیب مصرف‌کننده‌ها باعث پریدن فیوز می‌شود یا خیر؟

پاسخ: ابتدا توان کل مصرف‌کننده‌های این خانه را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{کل}} = P_{\text{اتو}} + P_{\text{توستر}} + 5 \times P_{\text{لامپ}} + P_{\text{بخاری}} \Rightarrow P_{\text{کل}} = 1100 + 1800 + 500 + 1100 = 4500W$$

حالا جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$$P_{\text{کل}} = VI_{\text{کل}} \Rightarrow I_{\text{کل}} = \frac{4500}{220} = 20/45A$$

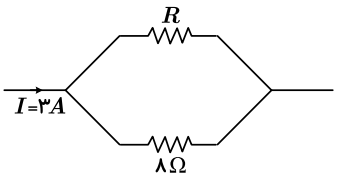
چون جریان کل مدار از حداکثر جریان قابل‌تحمل فیوز بیشتر است، فیوز می‌پرد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 73 of 222

۷۳ - در شکل زیر، اگر در مقاومت ۸Ω در هر ثانیه $۳۲J$ و در مقاومت R در هر ثانیه $۱۶J$ گرما تولید شود، موارد زیر را به دست آورید.

الف) مقدار مقاومت R

ب) جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی



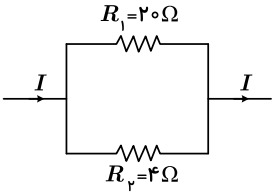
پاسخ: الف) با توجه به رابطهٔ $\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$ داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱}=\frac{R_۱}{R_۲} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج طرف چپ ضرب در } t} \frac{P_۲t}{P_۱t}=\frac{E_۲}{E_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{۳۲}{۱۶}=\frac{R}{۸\Omega}\Rightarrow ۲=\frac{R}{۸\Omega}\Rightarrow R=۱۶\Omega$$

ب) جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی را می‌توانیم از $U_۲=R_۲I_۲^۲t$ به دست آوریم:

$$U_۲=R_۲I_۲^۲t\Rightarrow ۳۲J=(۸\Omega)\times I^۲\times(۱s)\Rightarrow I^۲=\frac{۳۲}{۸}=۴\Rightarrow I=۲A$$

۷۴ - در شکل روبه‌رو، قسمتی از یک مدار را مشاهده می‌کنید. اگر توان مصرفی در مقاومت $R_۱$ برابر $۵W$ باشد، شدت جریان کل مدار را به دست آورید.



پاسخ: گام اول: در این گام، جریان عبوری از مقاومت ۱۲۰ اهمی را به دست می‌آوریم:

$$P=R_۱I_۱^۲\Rightarrow ۵W=(۲۰\Omega)I_۱^۲\Rightarrow I_۱^۲=\frac{۵}{۲۰}=\frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow I_۱=\frac{۱}{۲}A$$

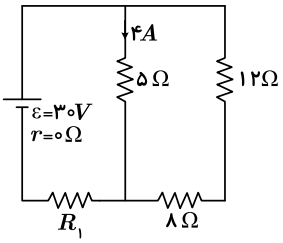
گام دوم: حالا با توجه به رابطهٔ $\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}$ مقدار جریان عبوری از $R_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_۲}{I_۱}=\frac{R_۱}{R_۲}\Rightarrow\frac{I_۲}{\frac{۱}{۲}A}=\frac{۲۰\Omega}{۴\Omega}\Rightarrow I_۲=۵\times(\frac{۱}{۲}A)=\frac{۵}{۲}A$$

گام سوم: با جمع کردن $I_۱$ و $I_۲$ نسخهٔ این سؤال را می‌پیچیم!

$$I=I_۱+I_۲\Rightarrow I=(\frac{۱}{۲}A)+(\frac{۵}{۲}A)=(\frac{۶}{۲}A)=۳A$$

۷۵ - در مدار شکل روبه‌رو، توان مصرفی مقاومت $R_۱$ چند وات است؟



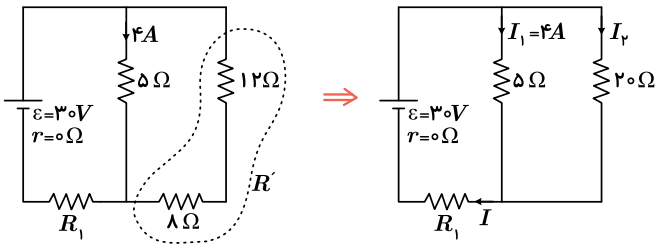
پاسخ: برای اینکه توان مصرفی در $R_۱$ را به دست بیاوریم، باید $R_۱$ و جریان عبوری از آن را داشته باشیم که

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 75 of 222

هیچ‌کدام را نداریم. به همین خاطر اول به سراغ به دست آوردن این دو مقدار می‌رویم.

مقاومت‌های ۱۲ و ۸ اهمی با هم متوالی‌اند؛ پس، به‌جای آنها مقاومت معادلشان را قرار می‌دهیم:

$$R' = ۱۲\Omega + ۸\Omega = ۲۰\Omega$$



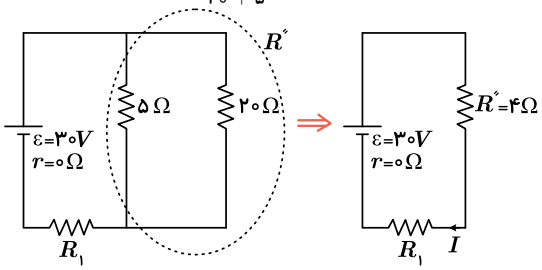
حالا جریان عبوری از مقاومت ۲۰ اهمی را به دست می آوریم:

$$\frac{۲۰\Omega}{۵\Omega} = \frac{I_۱}{I_۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۴A}{I_۲} \Rightarrow I_۲ = ۱A$$

حالا جریان کل عبوری از مدار را به دست می‌آوریم که همان جریان عبوری از $R_۱$ است:

$$I = I_۱ + I_۲ = ۴A + ۱A = ۵A$$

برای به دست آوردن مقدار $R_۱$، از مقدار جریان عبوری از مدار تک‌حلقه یعنی $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ کمک می‌گیریم. ε، I و r را داریم، R_{eq} به دست می‌آید. با محاسبهٔ R_{eq} به‌راحتی $R_۱$ به دست می‌آید؛ چون، طبق شکل زیر $R_۱$ با مجموعه مقاومت‌های ۲۰ و ۵ اهمی متوالی است. مقاومت‌های ۲۰ و ۵ اهمی با هم موازی هستند و معادل آنها $R'' = \frac{۲۰ \times ۵}{۲۰ + ۵} = ۴\Omega$ است:

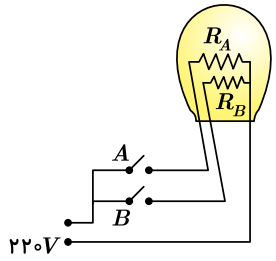


$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۵A = \frac{۳۰V}{(۴\Omega + R_۱) + ۰} \Rightarrow ۴\Omega + R_۱ = ۶\Omega \Rightarrow R_۱ = ۲\Omega$$

حالا می‌توانیم توان مصرفی $R_۱$ را به دست آوریم:

$$P_۱ = R_۱ I^۲ \Rightarrow P_۱ = (۲\Omega)(۵A)^۲ = ۲ \times ۲۵ = ۵۰W$$

۷۶ - مطابق شکل، یک لامپ سه‌راههٔ $۲۲۰V$ دوفیلامانه برای کار در سه توان مختلف ساخته شده است. اگر کمترین و بیشترین توان مصرفی این لامپ به‌ترتیب $۱۰W$ و $۵۰W$ باشد، نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ کدام است؟ $(R_A > R_B)$



پاسخ: گام اول: شکل سوال را به دقت ببینید. اگر کلید A را ببندیم، مقاومت R_A و اگر کلید B را ببندیم، مقاومت R_B و اگر هر دو کلید را ببندیم، هر دو مقاومت به ولتاژ $۲۲۰V$ وصل می‌شوند؛ پس، وقتی هر دو کلید بسته

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 77 of 222

است، توان مصرفی لامپ، بیشینه خواهد شد:

$$P_{max} = P_A + P_B = ۵۰W \quad (۱)$$

گام دوم: طبق رابطهٔ $P_n = \frac{V_n^۲}{R}$ ، P_n و R با هم رابطهٔ عکس دارند؛ پس، کمترین توان متعلق به بزرگ‌ترین مقاومت (یعنی R_A) است:

$$P_{min} = P_A = ۱۰W \quad (۲)$$

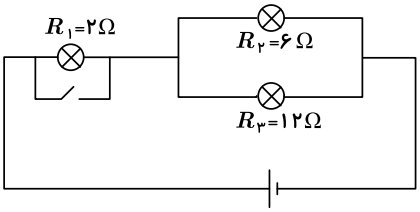
از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$P_B = P_{max} - P_A = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰W$$

گام سوم: باید نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را حساب کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$$

۷۷ – سه لامپ مطابق شکل زیر به یک باتری متصل شده است:



پاسخ:

الف **در حالتی که کلید باز است توان الکتریکی مصرفی در لامپ ۶ اهمی برابر $۹۶W$ است. اختلاف پتانسیل الکتریکی دو سر باتری چند ولت است؟**

پاسخ: ابتدا جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ را به دست می‌آوریم:

$$P_۲ = R_۲ I_۲^۲ \rightarrow ۹۶ = ۶I_۲^۲ \rightarrow I_۲ = ۴A$$

با توجه به موازی بودن $R_۲$ و $R_۳$، جریان عبوری از $R_۳$ و سپس جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_۳}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۳} \rightarrow \frac{I_۳}{۴} = \frac{۶}{۱۲} \rightarrow I_۳ = ۲A \rightarrow I_{eq} = ۲ + ۴ = ۶A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد با اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها یکسان است.

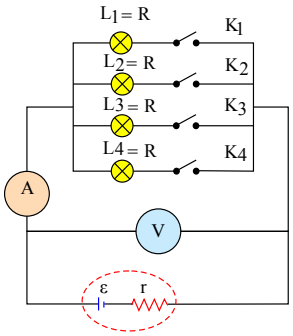
$$R_{۲۳} = ۴\Omega \quad R_{eq} = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$
$$V = IR = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

ب **اگر کلید را ببندیم روشنایی لامپ (۱) چه تغییری می‌یابد؟**

پاسخ: لامپ (۱) اتصال کوتاه و خاموش می‌شود.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 79 of 222

۷۸ - در شکل زیر، تعدادی لامپ مشابه به‌طور موازی به هم متصل شده‌اند و هر لامپ با کلیدی همراه است. بررسی کنید که با بستن کلیدها یکی پس از دیگری، عددهایی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، چه تغییری می‌کند؟



پاسخ: با بستن K_1 :

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{R+r}$$
$$V_1 = \varepsilon - rI_1 = RI$$

وقتی کلید K_2 هم بسته شود مقاومت‌های R_1 و R_2 با هم موازی می‌شوند:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$$
$$I_2 = \frac{\varepsilon}{R_{eq}+r} \Rightarrow I_2 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{2}+r}$$
$$V_2 = \varepsilon - rI_2$$

در این حالت چون مخرج کسری که مقدار I_2 را تعیین می‌کند، کاهش یافته است، پس $I_1 < I_2$ خواهد بود و به همین دلیل $V_2 < V_1$ خواهد شد.

توجه: درست است که در این حالت جریان I_2 از حالت اول یعنی I_1 بزرگ‌تر است، ولی ۲ برابر نشده است. چون جریان عبوری از لامپ‌های L_1 و L_2 با هم برابر و معادل $\frac{I_2}{2}$ است، پس نور لامپ‌ها نسبت به حالتی که فقط یک لامپ روشن بود، کمتر شده است.

اکنون با بسته شدن کلید K_3 داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{3}$$
$$I_3 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{3}+r} \quad , \quad V_3 = \varepsilon - r\,I_3$$

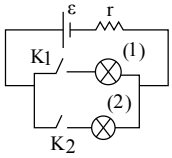
در این حالت نیز $I_1 < I_2 < I_3$ و به همین ترتیب $V_1 > V_2 > V_3$ خواهد بود و به طریق مشابه می‌توان گفت که نور لامپ‌ها کمتر از حالتی است که فقط لامپ L_1 به تنهایی روشن بود. با بستن کلید K_4 داریم:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{4}$$
$$I_4 = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{4}+r} \quad , \quad V_4 = \varepsilon - rI_4$$

و می‌توان گفت $I_1 < I_2 < I_3 < I_4$ و همچنین به طریق مشابه $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$ است. پس اگر بعد از بستن کلید K_1، کلیدها را یک به یک پشت سر هم ببندیم، عدد آمپرسنج افزایش و عدد ولت‌سنج و نور لامپ‌ها کاهش می یابد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 81 of 222

۷۹ - در شکل مقابل لامپ‌ها مشابه‌اند. ابتدا کلید k_1 بسته می‌شود و سپس کلید k_2 نیز بسته می‌شود. در دو حالت جریان عبوری از هر لامپ را محاسبه کنید و نور لامپ (1) را در حالت اول و دوم مقایسه کنید.



پاسخ: با بسته شدن کلید k_1 داریم:

$$I_1 = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

برای هر دو سر لامپ (۱): $V_1 = R_1 I_1 = \varepsilon - rI_1$

ولتاژ بالا برای هر دو لامپ است اما چون کلید k_2 بسته است، از لامپ (2) جریانی نمی گذرد.

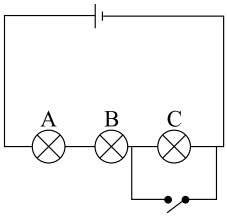
وقتی کلید k_2 را ببندیم دو لامپ با هم موازی می‌شوند.

$$\frac{1}{R_{eq\,\text{کل}}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{2}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{2}$$

$$I_{2\ \text{کل مدار}} = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{2}} \longrightarrow I_{\text{عبوری از هر لامپ}\ \text{لامپ‌ها یکسان هستند}} = \frac{I_2}{2} = \frac{1}{2}\left(\frac{\varepsilon}{r+\frac{R}{2}}\right) = \frac{\varepsilon}{2r+R}$$

همانطور که مشاهده می‌شود جریان عبوری از لامپ (1) در حالت دوم، کوچک‌تر از جریان عبوری از آن در حالت اول است، بنابراین نور لامپ (1) پس از بسته شدن هر دو کلید، کم‌تر از حالتی است که به تنهایی روشن است.

۸۰ - لامپ‌های A، B و C در شکل زیر همگی یکسان‌اند. با بستن کلید، کدام‌یک از تغییرات زیر در اختلاف پتانسیل رخ می‌دهد؟ (ممکن است بیش از یک پاسخ درست باشد).



الف) اختلاف پتانسیل دو سر A و B تغییر نمی‌کند.

ب) اختلاف پتانسیل دو سر C به اندازهٔ 50% کاهش می‌یابد.

پ) هریک از اختلاف پتانسیل‌های دو سر A و B به اندازهٔ 50% افزایش می‌یابد.

ت) اختلاف پتانسیل دو سر C به صفر کاهش می‌یابد.

پاسخ: قبل از بستن کلید، ولتاژ باتری به‌صورت برابر بین سه لامپ تقسیم می‌شود (چون لامپ‌ها مشابه هستند). با فرض اینکه مقاومت درونی باتری صفر است، داریم:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - \cancel{rI} = \varepsilon$$

$$V_A = V_B = V_C = \frac{\varepsilon}{3}$$

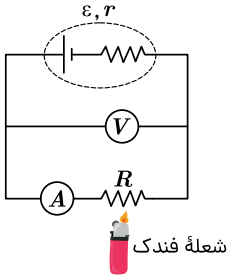
بعد از بسته شدن کلید، دو سر لامپ C اتصال کوتاه شده و این لامپ از مدار حذف می‌شود. بنابراین ولتاژ باتری در این حالت بین لامپ‌های A و B به‌صورت برابر تقسیم می‌شود:

$$V'_C = 0\ ,\ V'_A = V'_B = \frac{\varepsilon}{2}$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 83 of 222

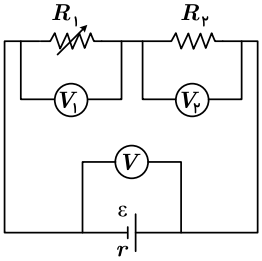
بنابراین عبارت‌های (الف) و (ب) نادرست و عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

۸۱- در شکل زیر، مقاومت R یک رشتهٔ تنگستن (رشتهٔ داخل لامپ) است. اگر شعلهٔ فندک را زیر این رشته قرار دهیم، اعدادی که آمپرسنج و ولت‌سنج نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کنند؟



پاسخ: با افزایش دمای رساناهای فلزی، مقاومت آنها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه، طبق رابطهٔ $I=\frac{\varepsilon}{R+r}$، با افزایش R، جریان مدار یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد. از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta V=\varepsilon-Ir$، با کاهش جریان، ولتاژ دو سر مولد؛ یعنی، همان عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

۸۲- در شکل روبه‌رو، مقاومت متغیر $R_۱$ را به تدریج کاهش می‌دهیم. مقداری که V، $V_۱$ و $V_۲$ نشان می‌دهند، به‌ترتیب از راست به چپ چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ: با کاهش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد؛ زیرا:

$$R_{eq}=R_۱+R_۲=r$$

بنابراین با توجه به این که جریان مدار برابر است با $I=\frac{\varepsilon}{R_{eq}}$، جریان افزایش می‌یابد. با افزایش جریان، مقدار $V_۲$ افزایش می‌یابد:

$$I\uparrow\Rightarrow V_۲=R_۲I\Rightarrow V_۲\uparrow$$

اما با افزایش جریان، ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد؛ چون:

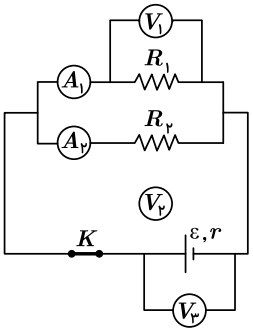
$$V=\varepsilon-Ir\Rightarrow I\uparrow\Rightarrow Ir\uparrow\Rightarrow(\varepsilon-Ir)\downarrow\Rightarrow V\downarrow$$

از طرفی می‌دانیم:

$$V=V_۱+V_۲\Rightarrow V_۱=V-V_۲$$

چون $V_۲$ افزایش یافته و V کاهش یافته است، $V-V_۲$ که همان $V_۱$ است، کاهش می‌یابد.

۸۳ - در مدار شکل روبه‌رو، $R_۱ < R_۲$ است و ولت‌سنج‌ها و آمپرسنج‌ها مشابه‌اند. با توضیح کامل بنویسید کدام آمپرسنج و کدام ولت‌سنج به‌ترتیب جریان و اختلاف پتانسیل بیشتری را نشان می‌دهند؟

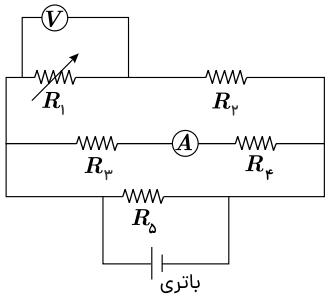


پاسخ: همان‌طور که می‌دانید، اگر دو یا چند مقاومت به‌طور موازی با هم بسته شوند، جریان عبوری از کوچک‌ترین مقاومت بیشترین مقدار است. پس داریم:

$R_< R_۲ \Rightarrow I_۱ > I_۲$

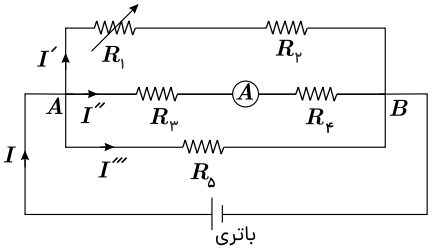
در مورد ولت‌سنج‌ها هم باید بگوییم که هر سه ولت‌سنج، یک مقدار نشان می‌دهند. ولت‌سنج ۱ و ۲ اختلاف پتانسیل دو سر دو مقاومت موازی را نشان می‌دهند که می‌دانیم با هم برابر است. ولت‌سنج ۳ هم اختلاف پتانسیل دو سر مدار را نشان می‌دهد که در این سوال همان اختلاف پتانسیل دو سر $R_۱$ و $R_۲$ است.

۸۴ - در مدار شکل زیر با افزایش مقاومت $R_۱$، عدد آمپرسنج ایده‌آل تغییر نمی‌کند. عدد ولت‌سنج (ایده‌آل) چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ:

گام ۱: مدار را به این شکل در نظر می‌گیریم:



گام ۲: از این که عدد آمپرسنج (با توجه به ثابت ماندن اعداد $R_۳$ و $R_۴$) تغییر نکرده می‌توان فهمید که مقاومت

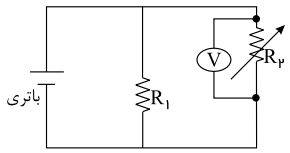
درونی باتری صفر بوده است:

$$V_{AB}=V_{\text{باتری}}=\varepsilon-r\underbrace{I}_{\text{کاهش}}=\text{ثابت}\Rightarrow r=0\Rightarrow V_{AB}=\varepsilon\rightarrow I''=\frac{V_{AB}}{R_{3,4}}=\text{ثابت}\ I'''=\frac{V_{AB}}{R_5}=\text{ثابت}$$

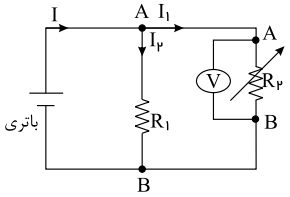
$$R_1\uparrow\Rightarrow R_{eq}\uparrow\Rightarrow I\downarrow\ \Rightarrow\downarrow I=I'+\underbrace{I''+I'''}_{\text{ثابت}}\Rightarrow\downarrow I=I'+\text{عدد ثابت}\Rightarrow I'\downarrow\Rightarrow V_{R_2}=\underbrace{R_2}_{\text{ثابت}}I'\downarrow\Rightarrow V_{R_2}\downarrow$$

$$\text{گام ۳}\rightarrow\underbrace{V_{AB}}_{\text{ثابت}}=V_{R_1}+\underbrace{V_{R_2}}_{\text{کاهش}}\Rightarrow V_{R_1}\uparrow$$

۸۵ – در مدار شکل داده شده با افزایش تدریجی مقاومت R_2 از 3Ω تا 6Ω، عدد ولت‌سنج ایده‌آل تغییری نمی‌کند. توان خروجی باتری در حین تغییر مقاومت R_2 چه تغییری می‌کند؟



پاسخ: گام اول:اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل هریک از مقاومت‌های R_1 و R_2 برابر است.



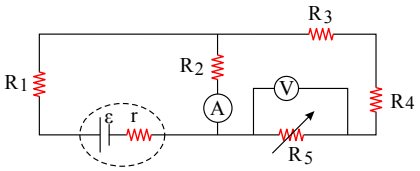
گام دوم: با افزایش R_{eq}، R_2 هم افزایش می‌یابد پس I کل کاهش می‌یابد. اما عدد ولت‌سنج تغییری نکرده است از این موضوع نتیجه می‌گیریم:

$$\underbrace{V}_{\text{ثابت}}=\varepsilon-rI\downarrow\rightarrow r=0\quad\text{اختلاف پتانسیل دو سر باتری}$$

گام سوم:

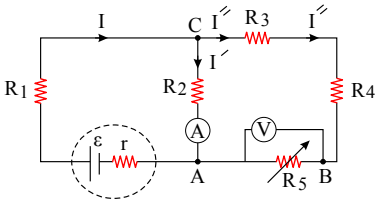
$$P=V\cdot I=\varepsilon I-\cancel{rI^2}^{\,0}=\varepsilon I\downarrow\Rightarrow P\downarrow\quad\text{توان خروجی باتری}$$

۸۶ – در مدار شکل زیر، اگر مقاومت R_5 افزایش یابد، ولت‌سنج و آمپرسنج ایده‌آل چگونه تغییر می‌کنند؟



پاسخ: گام اول: با افزایش مقاومت R_5، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 89 of 222



$\uparrow R_{۵} \rightarrow R_{eq} \uparrow$

گام دوم: با افزایش مقاومت کل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

گذرنده از باتری $I = \dfrac{\varepsilon}{r + R_{eq} \uparrow} \rightarrow I \downarrow$

گام سوم: برای تعیین تکلیف V_{AC} در حلقهٔ چپ از A به طرف C حرکت می‌کنیم:

$\rightarrow V_A + \varepsilon - rI - R_{۱} I = V_C \rightarrow V_C - V_A = V_{CA} = \varepsilon - (r + R_{۱})I \downarrow \rightarrow V_{AC} \uparrow$

گام چهارم:

$\uparrow V_{AC} = V_{R_{۲}} \uparrow = \underbrace{R_{۲}}_{\text{ثابت}} I' \rightarrow (I') \uparrow$ آمپرسنج افزایش می‌یابد.

گام پنجم:

$I = I' + I'' \xrightarrow[I' \uparrow]{I \downarrow} I'' \downarrow$

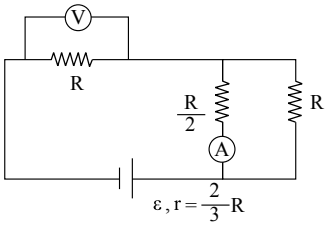
گام ششم:

$R_{۳} : V_{CB} = (R_{۳} + R_{۴})I'' \downarrow \rightarrow V_{CB} \downarrow$

گام هفتم:

$\downarrow V_{CB} + V_{BA} = V_{CA} \uparrow \rightarrow (V_{BA}) \uparrow$ ولتسنج افزایش می‌یابد

۸۷ – در مدار شکل زیر، اگر جای ولتسنج و آمپرسنج را با هم عوض کنیم، عددی که ولتسنج (ایده‌آل) و آمپرسنج ایده‌آل نشان می‌دهند، چگونه تغییر خواهند کرد؟



پاسخ:

گام ۱ $\Rightarrow$ در حال اول :

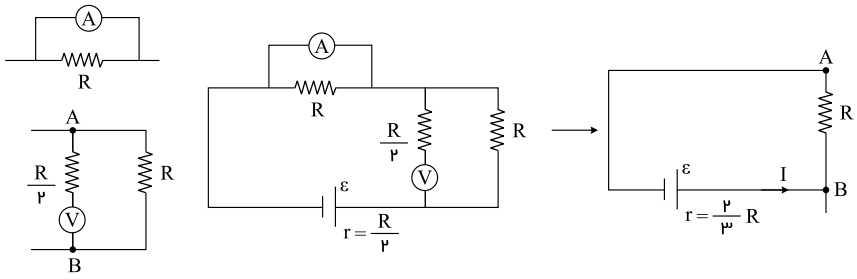
$$\begin{cases} I = \dfrac{\varepsilon}{r + \frac{۴}{۳R}} \rightarrow I = \dfrac{\varepsilon}{\frac{۲}{۳}R + \frac{۴}{۳}R} = \dfrac{\varepsilon}{۲R} \\ R_{eq} = R + \dfrac{R \times \frac{R}{۲}}{R + \frac{R}{۲}} = R + \dfrac{\frac{R^{۲}}{۲}}{\frac{۳}{۲}R} = R + \dfrac{R}{۳} = \dfrac{۴}{۳}R \end{cases}$$

گام ۲ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{عدد آمپرسنج} = (\dfrac{R}{\frac{R}{۲} + R})(\dfrac{\varepsilon}{۲R}) = \dfrac{۲}{۳}\dfrac{\varepsilon}{۲R} = \dfrac{\varepsilon}{۳R} \rightarrow I_{۱} = \dfrac{\varepsilon}{۳R} \\ \text{عدد ولتسنج} = RI = R(\dfrac{\varepsilon}{۲R}) = \dfrac{\varepsilon}{۲} \rightarrow V_{۱} = \dfrac{\varepsilon}{۲} \end{cases}$$

گام ۳ $\Rightarrow$ تعویض جای ولتسنج و آمپرسنج

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 91 of 222



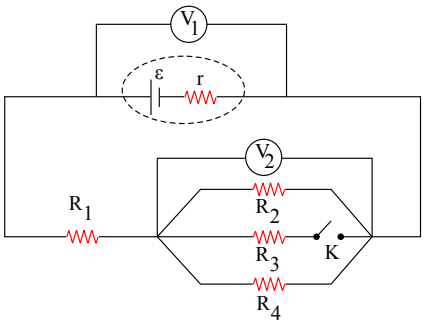
$\Rightarrow$ هم از مدار حذف می‌شود $\frac{R}{۲}$ مقاومت R اتصال کوتاه و حذف می‌شود. $I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{۲}{۳}R} = \frac{\varepsilon}{\frac{۵}{۳}R} = \frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R}$

$\Rightarrow$ عدد ولت سنج(از ولت سنج جریانی عبور نمی‌کند.) $= V_{AB} = R \times I \Rightarrow V_۲ = R(\frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R}) = \frac{۳}{۵}\varepsilon$

گام ۴ $\Rightarrow \begin{cases} V_۱ = \frac{\varepsilon}{۲} \\ V_۲ \frac{۳}{۴}\varepsilon \end{cases} \Rightarrow V_۲ > V_۱$

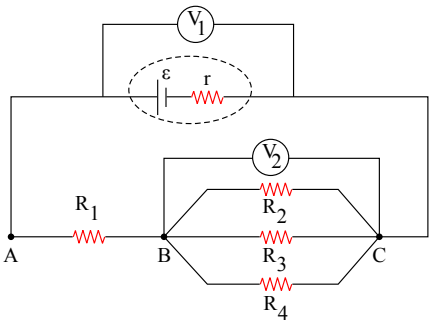
$\begin{cases} I_۱ = \frac{\varepsilon}{۳R} \\ I_۲ = \frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R} \end{cases} \Rightarrow I_۲ > I_۱$

۸۸ - در شکل مقابل اگر کلید K بسته شود، مقداری که ولت‌سنج‌های $V_۱$ و $V_۲$ نشان می‌دهند چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ: وقتی کلید K بسته می‌شود مقاومت $R_۴$ به صورت موازی به شاخه اضافه می‌شود. مقاومت معادل کاهش می‌یابد پس طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ چون مقاومت معادل کاهش می‌یابد پس شدت جریان در مدار افزایش می‌یابد. طبق رابطه $V_۱ = \varepsilon - Ir$ چون افت پتانسیل افزایش می‌یابد، اختلاف پتانسیل مدار کاهش می‌یابد پس $V_۱$ کم می‌شود.

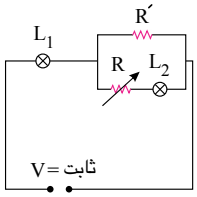
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 93 of 222



طبق رابطه $V_{AB} = R_1 \times I$ چون جریان در مدار افزایش یافته است پس V_{AB} نیز افزایش می‌یابد از طرفی می‌دانیم $V_T = V_{AB} + V_{BC}$ و با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل مدار کاهش یافته است و V_{AB} افزایش یافته است پس V_{BC} نیز باید کاهش یابد تا تساوی برقرار شود.

پس V_1 و V_2 هر دو کاهش می‌یابد.

۸۹ - در مدار شکل مقابل با کاهش تدریجی مقاومت R ، نور لامپ‌های L_1 و L_2 چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ:

با کاهش مقاومت متغیر R، مقاومت کل کاهش می‌یابد، از این رو جریان کل (که همان R_{eq} جریان عبوری از لامپ L_1 است) افزایش می‌یابد. یعنی:

$$R \downarrow \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_T \uparrow \Rightarrow I_1 = I_T \uparrow \Rightarrow V_1 = R_1 I_1 \uparrow$$

$$V_1 + V_2 = V_T \Rightarrow V_2 \downarrow$$

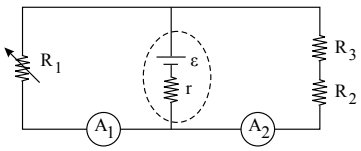
(افزایش) (ثابت)

$$\left.\begin{array}{l} I_2 = I_{R'} + I_{L_2} \\ I_{R'} = \dfrac{V_2}{R'} \xrightarrow{\text{کاهش } V_2'} I_{R'} \end{array}\right\} \xrightarrow{I_T \uparrow} I_{L_2} \uparrow$$

بنابراین نور لامپ L_2 زیاد می‌شود.

افزایش جریان I_1 یعنی افزایش جریان عبوری از لامپ L_1 ، درنتیجه افزایش نور لامپ L_1.

۹۰ - در مدار شکل زیر، با افزایش مقاومت رئوستای R_1، اعدادی که آمپرسنج‌های A_1 و A_2 نشان می‌دهند، چگونه تغییر می‌کند؟



پاسخ: با افزایش مقاومت R_1، مقاومت معادل در مدار افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت معادل طبق رابطهٔ $I = \dfrac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$، جریان کاهش می‌یابد.

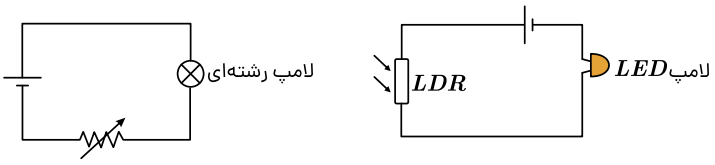
طبق رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$، با کاهش جریان اختلاف پتانسیل دو سر مولد و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{2,3}$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 95 of 222

افزایش می‌یابد. پس با افزایش اختلاف پتانسیل جریان گذرنده از مقاومت $R_{۲,۳}$ نیز افزایش می‌یابد (طبق رابطهٔ $V = RI$) پس $A_۲$ عدد بیشتری را ثبت می‌کند.

جریان اصلی بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_{۲,۳}$ تقسیم می‌شود و بنابر قانون جریان $I = I_۱ + I_۲$ چون I کاهش یافته است و $I_۲$ افزایش یافته است پس جریان $I_۱$ کاهش می‌یابد و عددی که $A_۱$ نشان می‌دهد کاهش می‌یابد.

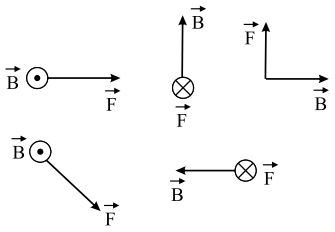
۹۱- اگر در مدار سمت چپ مقاومت رئوستا را کاهش دهیم، نور لامپ LED در مدار سمت راست افزایش می‌یابد یا کاهش؟ علت را توضیح دهید.

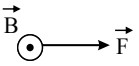


پاسخ: با کاهش مقاومت رئوستا، نور لامپ رشته‌ای افزایش می‌یابد. در نتیجه مقاومت LDR کاهش می‌یابد. پس جریان در مدار سمت راست افزایش و نور لامپ LED نیز زیاد می‌شود.

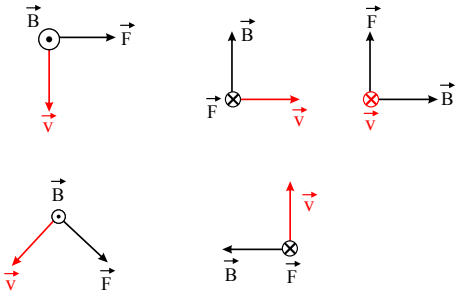
فصل سوم : مغناطیس و القای الکترومغناطیسی

۹۲- نیروی مغناطیسی $\vec{F}$ وارد بر الکترونی که در میدان مغناطیسی $\vec{B}$ در حرکت است، در شکل زیر، نشان داده شده است. فرض کنید راستای حرکت الکترون بر میدان مغناطیسی عمود است؛ در هریک از حالت‌های نشان داده‌شده جهت سرعت الکترون را تعیین کنید.

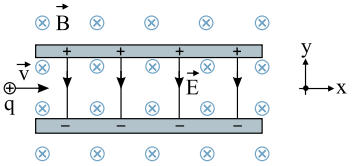


پاسخ: باید توجه کرد که اگر برای بار منفی از قانون دست راست استفاده می‌کنیم، باید درنهایت جهت هر چیزی که پیدا می‌کنیم را برعکس بیان کنیم. به‌عنوان مثال در شکل 

، دستمان را طوری قرار می‌دهیم که کف دست رو به بیرون باشد و شست دست راست به سمت راست قرار گیرد، در این‌صورت چهار انگشت بالای کاغذ را نشان می‌دهد که این جهت حرکت بار مثبت است؛ پس باید جهت حرکت رو به پایین را برای بار منفی بیان کنیم؛ به همین ترتیب داریم:

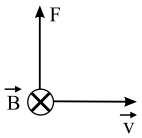


۹۳ - ذرهٔ باردار مثبتی با جرم ناچیز و با سرعت $\vec{v}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت $\vec{E}$ و $\vec{B}$ وجود دارد (شکل زیر). اندازهٔ این میدان‌ها برابر $E = ۴۵۰\frac{N}{C}$ و $B = ۰/۱۸T$ است. تندی ذره چقدر باشد تا در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



پاسخ: طبق قانون دست راست، نیروی مغناطیسی وارد شده بر بار مثبت q به‌سمت بالا خواهد بود.

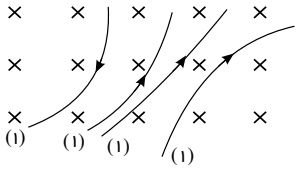
همچنین به بار مثبت درون میدان الکتریکی یکنواخت، نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود که رو به پایین است.



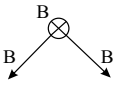
پس (با چشم‌پوشی از نیروی وزن) در صورتی که اندازهٔ این دو نیرو برابر باشد، بار می‌تواند بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد:

$$F_{\text{الکتریکی}} = F_{\text{مغناطیسی}} \Rightarrow E\cancel{q} = \cancel{q}vB\sin\alpha \Rightarrow ۴۵۰ = v \times ۰/۱۸ \times ۱ \Rightarrow v = \frac{۴۵۰}{۰/۱۸} = ۲۵۰۰\frac{m}{s}$$

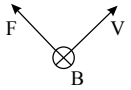
۹۴ - شکل مقابل مسیر حرکت ۴ ذره در میدان مغناطیسی را نشان می‌دهد. در هر مورد نوع بار الکتریکی را تعیین کنید.



پاسخ: می‌دانیم که جهت نیروی واردشده بر ذرهٔ باردار مثبت متحرک درون میدان مغناطیسی از قانون دست راست تعیین می‌شود. پس اگر انحراف هر ذره بر قانون دست راست منطبق بود (یعنی هم‌جهت با نیرو به دست آمد) آن ذره مثبت است و اگر انحراف خلاف جهت نیرو بود، آن ذره منفی است و در صورت عدم انحراف خنثی است.

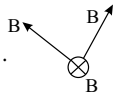
ذرهٔ (۱): منفی است. طبق قانون دست راست 

، ولی انحراف خلاف جهت F است.

ذرهٔ (۲): مثبت است. طبق قانون دست راست 

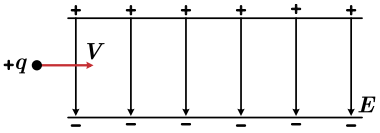
که انحراف با F منطبق است.

ذرهٔ (۳): منحرف نشده پس خنثی است.

ذرهٔ (۴): منفی است چون F با انحراف انطباق ندارد. 

. اگر مثبت باشد باید به‌صورت شکل منحرف می‌شد.

۹۵- ذره باردار مثبتی با جرم ناچیز با سرعت $۲۵۰۰\frac{m}{s}$ در امتداد محور x وارد فضایی می‌شود که میدان‌های یکنواخت الکتریکی و مغناطیسی وجود دارد. اندازه میدان الکتریکی برابر $۲۵۰\frac{N}{C}$ است. اندازه و جهت میدان مغناطیسی را طوری تعیین کنید که ذره در همان امتداد محور x به حرکت خود ادامه دهد؟



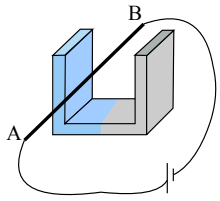
پاسخ: از آنجایی که جرم ذره ناچیز است، نیروهای الکتریکی و مغناطیسی باید یکدیگر را خنثی کنند. با توجه به قانون دست راست و جهت نیروی مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی درون سو است.

$$F_E = F_M \rightarrow Eq = qvB\sin ۹۰^\circ \rightarrow E = vB \rightarrow B = \frac{۲۵۰}{۲۵۰۰} = ۰/۱T$$

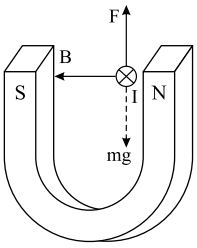
۹۶- سیم AB در فضای بین دو قطب یک آهنربای نعلی‌شکل با میدان $۲ \times ۱۰^{-۳}T$ قرار دارد و اختلاف پتانسیل باتری نیز $۴۰v$ است. اگر جرم سیم AB برابر با $۰/۲۰gr$ باشد برای اینکه سیم معلق بماند:

الف) قطب‌های N و S آهنربا را تعیین کنید.

ب) مقاومت الکتریکی AB چقدر باید باشد (طول سیم AB درون میدان را $۲۰cm$ فرض کنید.)



پاسخ: الف) برای معلق ماندن سیم باید F_B خلاف جهت mg باشد و با آن برابر باشد.



درضمن جهت جریان از A به B یعنی درون‌سو (مثلاً رو به شمال) است. پس B باید به‌سمت چپ (یا مثلاً غرب باشد یعنی قطب N سمت راست و قطب S سمت چپ قرار دارد.

ب) ابتدا جریان عبوری از سیم و پس از آن با استفاده از قانون اهم، مقاومت الکتریکی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 101 of 222

$F_B = mg \Rightarrow BI\ell \sin\theta = mg$

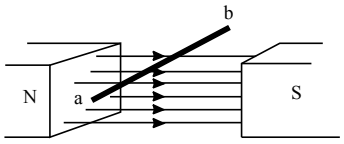
$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{-۳} \times I \times ۰/۲ \times ۱ = (۰/۲۰ \times ۱۰^{-۳}) \times ۱۰ \Rightarrow I = ۵A$

براساس قانون اهم:

$v = RI$

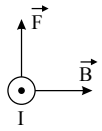
$\Rightarrow ۴۰ = R \times ۵ \Rightarrow R = ۸\Omega$

۹۷- در شکل مقابل سیم ab به طول $۲۰cm$ درون میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۴۰۰\,G$ در نقاط a و b به مداری وصل شده و جریان $۱۰\,A$ از آن می‌گذرد طوری که درون میدان معلق مانده است. الف) جهت جریان را تعیین کنید.
ب) جرم سیم چقدر است؟



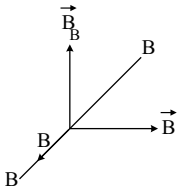
پاسخ:

الف) چون سیم معلق مانده است پس جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در خلاف جهت وزن سیم یعنی رو به بالاست، بنابراین جهت جریان باید از b به a (برون‌سو) باشد:



ب) سیم معلق است:

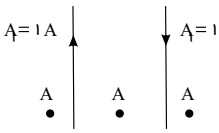
$F = BI\ell \sin\alpha = mg \Rightarrow (۴۰۰ \times ۱۰^{-۴})(۱۰) \times (۰/۲) \times (۱) = m \times ۱۰ \Rightarrow m = ۰/۰۰۸kg = ۸g$



۹۸- آزمایشی طراحی کنید که به کمک آن بتوان نیروی مغناطیسی وارد بر سیم حامل جریان الکتریکی درون میدان مغناطیسی را اندازه‌گیری کرد. در صورت لزوم، برای اجرای آزمایش می‌توانید از ترازوی دیجیتال (رقمی) با دقت $۰/۰۱g$ استفاده کنید.

پاسخ: سیمی را در فضای دهانهٔ آهنربای C شکلی بر روی یک ترازوی رقمی قرار داده و نیروی وزن آهنربا را اندازه می‌گیریم. سپس از این سیم جریان معینی را عبور می‌دهیم. تغییر عدد ترازو برابر با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم است.

۹۹ - در شکل مقابل جهت میدان مغناطیسی را در نقاط A و B مشخص کنید و درمورد جهت میدان در نقطهٔ C بحث کنید.



پاسخ: نقطهٔ A: میدان ناشی از I_1 در نقطهٔ A برون‌سو و میدان ناشی از I_2 در A درون‌سو است ولی چون $I_1 > I_2$ و A به I_1 نیز نزدیک‌تر است پس قطعاً $|B_{2A}| < |B_{1A}|$، پس میدان خالص برون‌سو خواهد بود.

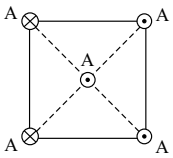
نقطهٔ B: هر دو میدان ناشی از I_1 و I_2 در نقطهٔ B درون‌سو هستند پس میدان خالص در B درون‌سو خواهد بود.

نقطهٔ C: میدان ناشی از I_1 در C درون‌سو و میدان ناشی از I_2 در C برون‌سو است. و باید توجه کرد که اگرچه جریان $I_1 > I_2$ است ولی فاصلهٔ C به I_2 کمتر از فاصلهٔ نسبت به I_2 است بنابراین ممکن است $B_{2C} < B_{1C}$ شود یا $B_{1C} = B_{2C}$ گردد و یا $B_{2C} > B_{1C}$ شود. پس ممکن است میدان خالص درون‌سو، صفر یا برون‌سو گردد.

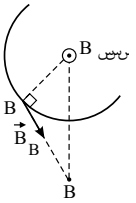
۱۰۰ - در شکل مقابل در هریک از رأس‌های مربع جریان I عمودبر صفحه می‌گذرد و سیمی نیز در مرکز مربع (محل برخورد قطرها) قرار دارد که جریان برون‌سو به اندازهٔ I از آن عبور می‌کند.

الف) میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O به کدام جهت است؟

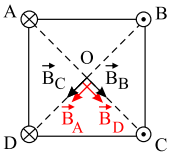
ب) جهت نیروی واردشده بر سیمِ O را پیدا کنید.



پاسخ: الف) جهت جریان هریک از سیم‌های D, C, B, A در نقطهٔ O براساس قانون دست راست تعیین می‌شود، فقط باید توجه کرد که مثلاً برای سیم B، بردار میدان بر OC منطبق است و جهت آن به سمت C است چون بردار میدان بر دایره‌ای که به مرکز B و به شعاع نصف قطر زده شده‌باشد مماس است:



بنابراین داریم:

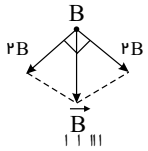


یعنی میدان‌های ناشی از سیم A و C هم‌جهت و هم‌اندازه و میدان‌های ناشی از سیم B و D نیز هم‌جهت و هم‌اندازه

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 105 of 222

خواهند بود.

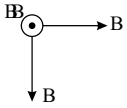
به این ترتیب در نقطهٔ O داریم:



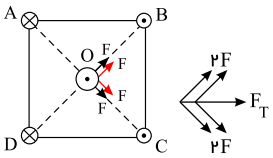
پس میدان خالص در نقطهٔ O رو به پایین خواهد بود.

ب) برای به دست آوردن جهت نیروی واردشده به سیم O از قانون دست راست استفاده می‌کنیم:

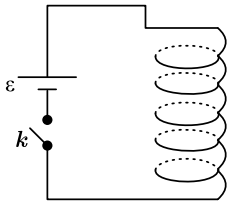
پس نیرو به سمت راست یا شرق خواهد بود.



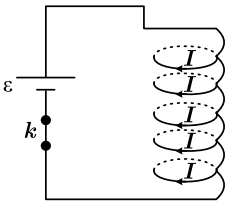
روش دوم: می‌دانیم که سیم‌های موازی و طویل حامل جریان‌های هم‌سو یکدیگر را می‌ربایند (جذب می‌کنند). سیم‌های حامل جریان‌های غیر همسو یکدگیر را می‌رانند (دفع می‌کنند)؛ بنابراین برای سیم O داریم:



۱۰۱ - با وصل کردن کلید در شکل مقابل، چه تغییری در طول فنر اتفاق می‌افتد؟ چرا؟



پاسخ:



فنر فشرده شده و طول آن کاهش می‌یابد. با وصل کلید و برقراری جریان الکتریکی در فنر، مطابق شکل روبه‌رو جریانی که از حلقه‌های فنر می‌گذرد، هم‌جهت هستند.

عبور جریان‌های هم‌جهت در سیم‌های موازی باعث ایجاد نیروی جاذبه بین آنها می‌شود. حلقه‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند و طول فنر کاهش می‌یابد.

۱۰۲ - فرض کنید با سیمی که قطر آن $1mm$ است یک سیملولهٔ آرمانی با حلقه‌های به‌هم چسبیده درست کرده‌ایم که هزاران دور دارد. اگر جریان $1/0A$ از آن بگذرد، میدان مغناطیسی درون سیملوله چقدر خواهد بود؟ ($\pi \simeq 3$ فرض شود.)

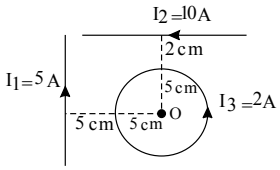
پاسخ: باید توجه کرد در رابطهٔ $B = \frac{\mu_0 NI}{\ell}$ مقدار $\frac{N}{\ell}$ به معنای تعداد دور در واحد طول است. اگر حلقه‌های سیملوله به‌هم چسبیده باشند و قطر سیم هم $1mm$ باشد بنابراین می‌توان مطمئن بود که هر هزار حلقهٔ کنار هم، طولی معادل ۱۰۰۰ میلی‌متر یا $1m$ خواهند داشت؛ به‌عبارتی تعداد دورهای سیملوله در یک متر (واحد طول) که همان $\frac{N}{\ell}$ خواهد

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 107 of 222

شد برابر با ۱۰۰۰ است، یعنی: (D قطر مقطع سیم است) $\frac{N}{\ell}=\frac{۱}{D}=\frac{۱}{۱۰^{-۳}}$

$$B=\mu_{۰}\frac{N}{\ell}\cdot I=۴\pi\times۱۰^{-۷}\times(۱۰۰۰)\times۰/۱\Rightarrow B=۱/۲\times۱۰^{-۴}T=۱/۲G$$

۱۰۳ – در شکل مقابل جهت میدان مغناطیسی برآیند را در نقطهٔ O مشخص کنید.



پاسخ: اندازهٔ میدان مغناطیسی در اطرف سیم حامل جریان، هم وابسته است به جریانی که از سیم می‌گذرد و هم به فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا سیم مرتبط است.

هر چه جریان سیم بیشتر و فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا سیم کمتر باشد میدان مغناطیسی قوی‌تر خواهد بود.

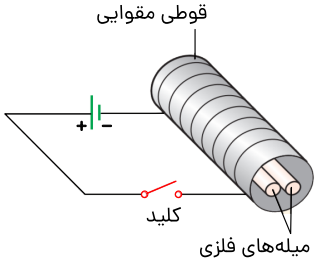
میدان ناشی از $I_۱$ در محل O درون‌سو است و میدان ناشی از $I_۲$ در O برون‌سو است که چون $B_۱<B_۲$ است (به دلایل بالا) تا اینجا برآیند، برون‌سو است.

از طرفی میدان ناشی از $I_۳$ نیز برون‌سو است، پس میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O برون‌سو خواهد شد.

۱۰۴ – دو میلهٔ فلزی بلند مطابق شکل روبه‌رو درون سیملوله‌ای که دور یک قوطی مقوایی پیچیده شده است قرار دارند. با بستن کلید و عبور جریان از این سیملوله، مشاهده می‌شود که دو میله از یکدیگر دور می‌شوند. وقتی کلید باز و جریان در مدار قطع می‌شود، میله‌ها به محل اولیه بازمی‌گردند.

الف) چرا با عبور جریان از پیچه، میله‌ها از یکدیگر دور می‌شوند؟

ب) با دلیل توضیح دهید میله‌های فلزی از نظر مغناطیسی در کدام دسته قرار می‌گیرند.



پاسخ: الف) وقتی جریان در سیملوله برقرار می‌شود، میدان مغناطیسی سیملوله خاصیت مغناطیسی را در میله‌ها القا کرده و میله‌ها آهنربا می‌شوند. چون در دو سر ابتدایی و انتهایی میله‌ها قطب‌های همنام ایجاد می‌شود. میله‌ها از هم دور می‌شوند.

ب) چون میله‌ها تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی به سادگی آهنربا شده، و با حذف میدان خارجی به آسانی خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند، فرومغناطیس نرم هستند.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 109 of 222

۱۰۵ - طول سیملوله‌ای $۲۰cm$ و تعداد دورهای آن ۲۰۰ حلقه است. اگر سطح مقطع سیملوله $۱۵cm^۲$ و جریان عبوری از آن $۵A$ باشد، شار مغناطیسی گذرنده از داخل سیملوله چقدر است؟ $(\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\frac{T\cdot m}{A}\ ,\pi \simeq ۳)$

پاسخ: شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله همیشه به خاطر وجود میدان مغناطیسی خارجی نیست. میدان مغناطیسی خود سیملوله نیز، در آن شار ایجاد می‌کند؛ بنابراین، ابتدا باید میدان مغناطیسی داخل سیملوله را حساب کنیم و سپس با استفاده از آن، شار را به دست آوریم.

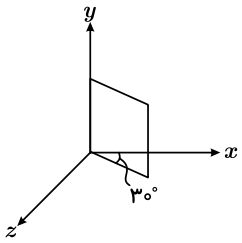
گام اول: محاسبهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملوله:

$$B = \mu_۰\frac{N}{l}I \Rightarrow B = (۴\pi \times ۱۰^{-۷}\frac{T\cdot m}{A}) \times (\frac{۲۰۰}{۲۰ \times ۱۰^{-۲}m}) \times (۵A) = ۲۰\pi \times ۱۰^{-۴}T = ۲۰ \times ۳ \times ۱۰^{-۴}T = ۶ \times ۱۰^{-۳}T$$

محاسبهٔ شار: خطوط میدان سیملوله بر سطح مقطع آن عمود است؛ بنابراین، $\theta = ۰$ و داریم:

$$\Phi = BAcos\theta \xrightarrow{\theta=۰\Rightarrow cos۰=۱} \Phi = (۶ \times ۱۰^{-۳}T) \times (۱۵ \times ۱۰^{-۴}m^۲) \times ۱ = ۹۰ \times ۱۰^{-۷}Wb = ۹ \times ۱۰^{-۶}Wb$$

۱۰۶ - در شکل مقابل قاب مستطیل‌شکلی به ابعاد $۱۵cm \times ۳۰cm$ در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۰/۴T$ قرار دارد. میدان مغناطیسی در جهت محور xها است. شار مغناطیسی عبوری از این قاب چند وبر است؟



پاسخ: گام اول: محاسبهٔ θ: خطوط میدان مغناطیسی در راستای محور xها هستند.

$\alpha = ۳۰^\circ \Rightarrow$ زاویهٔ بین خطوط میدان و خط عمود بر سطح : $\theta = ۹۰ - \alpha = ۹۰ - ۳۰ = ۶۰^\circ$ زاویهٔ بین خطوط میدان و سطح قاب

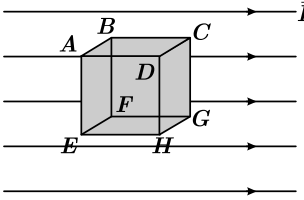
گام دوم: محاسبهٔ A:

$$A = ۱۵cm \times ۳۰cm = ۴۵۰cm^۲ = ۴۵۰ \times ۱۰^{-۴}m^۲ = ۴/۵ \times ۱۰^{-۲}m^۲$$

گام سوم: محاسبهٔ Φ:

$$\Phi = BAcos\theta = (۰/۴T) \times (۴/۵ \times ۱۰^{-۲}m^۲) \times cos۶۰^\circ \xrightarrow{cos۶۰^\circ=\frac{۱}{۲}} \Phi = ۹ \times ۱۰^{-۳}Wb$$

۱۰۷ - مکعبی به ضلع $۲cm$ مطابق شکل مقابل، در یک میدان مغناطیسی یکنواخت به بزرگی $۰/۱T$ قرار گرفته است.



پاسخ:

الف **شار گذرنده از هر وجه مکعب را به دست آورید.**

پاسخ: از چهار وجه $ADHE$، $BCGF$، $ABCD$ و $EFGH$ شاری عبور نمی‌کند؛ زیرا، این وجوه در راستای خطوط میدان هستند و بردار عمود بر آنها با خطوط میدان زاویهٔ ۹۰ درجه می‌سازد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 111 of 222

$\Phi = BA\cos ۹۰^\circ \xrightarrow{\cos ۹۰^\circ = ۰} \Phi = ۰$

بردار عمود بر هر سطح را به سمت بیرون مکعب در نظر می‌گیریم:

$A = (۲cm) \times (۲cm) = ۴cm^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲$

$\Phi_{ABFE} = BA\cos ۱۸۰^\circ = (۰/۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times (-۱) = -۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$

$\Phi_{CDHG} = BA\cos ۰^\circ = (۰/۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times ۱ = ۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$

ب **چه شار خالصی از کل مکعب می‌گذرد؟**

پاسخ: شار کل گذرنده از مکعب برابر صفر است.

$\Phi_{ABFE} + \Phi_{CDHG} = ۰$

۱۰۸ - سیمی به طول $۴۰cm$ را به شکل مربع درآورده و آن را داخل یک سیملولهٔ بزرگ‌تر و عمود بر خط میدان مغناطیسی قرار می‌دهیم. در هر متر از طول سیملوله ۱۰۰۰ حلقه وجود دارد و جریان $۲A$ از آن می‌گذرد. شار گذرنده از مربع چند وبر است؟ ($\mu_۰ \simeq ۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{T \cdot m}{A}$)

پاسخ: گام اول: میدان مغناطیسی داخل سیملوله را (که شار مغناطیسی را ایجاد می‌کند) به دست می‌آوریم:

$B = \mu_۰ \frac{N}{\ell} I$

$\xrightarrow{\frac{N}{\ell} = ۱۰۰۰} B = (۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{T \cdot m}{A}) \times (۱۰۰۰ \frac{۱}{m}) \times (۲A) = ۲/۴ \times ۱۰^{-۳} T$

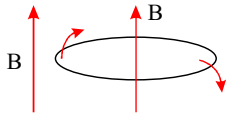
گام دوم: وقتی سیم ۴۰ سانتی‌متری را به شکل مربع درمی‌آوریم، طول هر ضلع آن $۱۰cm$ می‌شود. مساحت مربع برابر است با:

$A = (۱۰cm) \times (۱۰cm) = ۱۰۰cm^۲ = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} m^۲ = ۱۰^{-۲} m^۲$

گام سوم: محاسبهٔ شار:

$\Phi = BA\cos ۰^\circ \Rightarrow \Phi = (۲/۴ \times ۱۰^{-۳} T) \times (۱۰^{-۲} m^۲) \times ۱ = ۲/۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$

۱۰۹ - میدان مغناطیسی مطابق شکل بر سطح یک حلقه در لحظهٔ $t = ۰$ عمود است. اگر این حلقه در هر ثانیه ۳۰° در جهت نشان‌داده‌شده بچرخد و بیشینهٔ شار عبوری از آن $۵Wb$ باشد، مقدار شار عبوری از این حلقه در لحظهٔ $t = ۲s$ چند وبر است؟



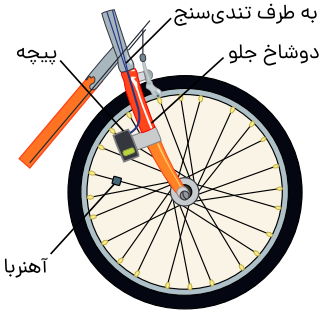
پاسخ: در لحظهٔ $t = ۰$ زاویهٔ بین میدان و نیم‌خط عمود بر حلقه (θ) برابر صفر است.

در مدت $۲s$ حلقه ۶۰ درجه می‌چرخد و این زاویه به ۶۰ درجه می‌رسد. بنابراین در لحظهٔ $t = ۲s$ شار مغناطیسی برابر است با:

$\Phi = AB\cos\theta \xrightarrow[\theta = ۶۰^\circ]{\Phi_{max} = AB = ۵Wb} \theta = ۵ \times ۱/۲ = ۲/۵Wb$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 113 of 222

۱۱۰ - تندی‌سنج دوچرخه‌های مسابقه‌ای شامل یک آهنربای کوچک و یک پیچه است. آهنربا به یکی از پره‌های چرخ جلو و پیچه به دو شاخ فرمان متصل است (شکل روبه‌رو). دو سر پیچه با سیم‌های رسانا به نمایشگر تندی‌سنج (که در واقع نوعی رایانهٔ کوچک است) وصل شده است. به نظر شما تندی‌سنج دوچرخه چگونه کار می‌کند؟



پاسخ: در حین چرخش چرخ، فاصلهٔ آهنربا از پیچه، تغییر می‌کند، بنابراین میدان مغناطیسی و در نتیجه شار مغناطیسی عبوری از پیچه تغییر و جریان القایی در آن ایجاد می‌شود. هر قدر تندی چرخ بیشتر باشد، جریان القایی بزرگ‌تر است. تندی‌سنج با پردازش این جریان القایی، تندی حرکت دوچرخه را برآورد می‌کند.

۱۱۱ - مساحت هر حلقهٔ پیچه‌ای $۳۰cm^۲$ و پیچه متشکل از ۱۰۰۰ حلقه است. در ابتدا سطح پیچه‌ها بر میدان مغناطیسی زمین عمود است. اگر در مدت $۰٫۰۲۰s$ پیچه بچرخد و سطح حلقه‌ها موازی میدان مغناطیسی زمین شود، نیروی محرکهٔ متوسط القایی در آن چقدر می‌شود؟ اندازهٔ میدان زمین را $۰٫۵۰G$ در نظر بگیرید.

پاسخ:

در ابتدا که سطح پیچه بر میدان مغناطیسی زمین عمود است زاویهٔ بین بردار عمود بر سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی صفر است ($\theta_۱ = ۰$) و در حالت دوم که سطح حلقه‌ها موازی با میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، $\theta_۲ = ۹۰$ خواهد شد. به این ترتیب داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{BA(\cos\theta_۲ - \cos\theta_۱)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = -۱۰۰۰\frac{(۰٫۵\times ۱۰^{-۴})(۳۰\times ۱۰^{-۴})(۰-۱)}{۰٫۰۲} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = ۷٫۵\times ۱۰^{۵}\times ۱۰^{-۸} = ۷٫۵mV$$

۱۱۲ - یک حلقهٔ رسانا به مساحت ۲۵ سانتی‌متر مربع در یک میدان مغناطیسی متغیر به معادلهٔ $B = ۰٫۰۶t^۲$ (در SI) عمود بر خط‌های میدان قرار دارد. در بازهٔ زمانی ۱ تا ۳ ثانیه، بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط در حلقه را محاسبه کنید.

پاسخ: گام اول: با قرار دادن زمان‌های داده‌شده در معادلهٔ B، اندازهٔ میدان مغناطیسی را در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی داده‌شده به دست می‌آوریم و بعد از آن ΔB را می‌نویسیم:

$$t_۱ = ۱s \Rightarrow B_۱ = ۰٫۰۶(۱)^۲ = ۰٫۰۶T$$

$$t_۲ = ۳s \Rightarrow B_۲ = ۰٫۰۶(۳)^۲ = ۰٫۵۴T$$

$$\Rightarrow \Delta B = B_۲ - B_۱ = ۰/۵۴T - ۰/۰۶T = ۰/۴۸T$$

گام دوم: تغییرات شار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = \Delta(BA\cos\theta) = A(\cos ۰^\circ)\Delta B \Rightarrow \Delta\Phi = ۲۵ \times ۱۰^{-۴} m^۲ \times ۱ \times ۰/۴۸T = ۱۲ \times ۱۰^{-۴} = ۱/۲ \times ۱۰^{-۳} Wb$$

گام سوم: با توجه به بازهٔ زمانی داده‌شده و $\Delta\Phi$ به‌دست‌آمده، می‌توان بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط را محاسبه کرد:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = ۱ \times \frac{۱/۲ \times ۱۰^{-۳} Wb}{(۳-۱)s} = ۰/۶ \times ۱۰^{-۳} V = ۶ \times ۱۰^{-۴} V$$

۱۱۳ - پیچه‌ای به قطر $۲cm$ و مقاومت ۳۰Ω، دارای ۲۴۰ دور است. میدان مغناطیسی $۰/۵T$ که بر سطح پیچه عمود است، ناگهان از نظر جهت قرینه می‌شود. بار الکتریکی القاشده در پیچه چند کولن است؟ ($\pi \simeq ۳$)

پاسخ: گام اول: شار گذرنده از پیچه را در هر دو حالت میدان حساب می‌کنیم:

$$d = ۲cm \Rightarrow r = ۱cm \Rightarrow A = \pi r^۲ = ۳ \times (۱ \times ۱۰^{-۲} m)^۲ = ۳ \times ۱۰^{-۴} m^۲$$

$$\Phi_۱ = BA\cos ۰^\circ = (۰/۵T) \times (۳ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times ۱ = ۱/۵ \times ۱۰^{-۴} Wb$$

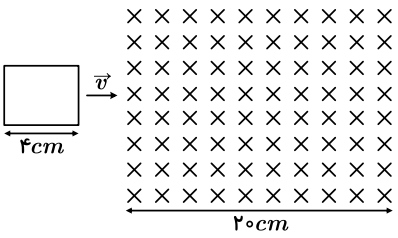
$$\Phi_۲ = BA\cos ۱۸۰^\circ = (۰/۵T) \times (۳ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times (-۱) = -۱/۵ \times ۱۰^{-۴} Wb$$

گام دوم: یکای نیروی محرکهٔ القایی ولت است؛ پس، می‌توانیم آن را در رابطهٔ قانون اهم جای‌گذاری کنیم:

$$V = IR \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = IR \Rightarrow N|\Delta\Phi| = \underbrace{I(\Delta t)}_{q} R \Rightarrow q = \frac{N|\Delta\Phi|}{R}$$

$$= \frac{۲۴۰ \times |(-۱/۵ \times ۱۰^{-۴} Wb) - (۱/۵ \times ۱۰^{-۴} Wb)|}{(۳۰\Omega)} = ۲۴ \times ۱۰^{-۴} C = ۲/۴ \times ۱۰^{-۳} C$$

۱۱۴ - قاب فلزی مستطیل‌شکلی به ابعاد $۴cm \times ۳cm$ مطابق شکل روبه‌رو با تندی ثابت $۴\frac{m}{s}$ وارد میدان مغناطیسی یکنواخت $۰/۰۱T$ شده و از طرف دیگر آن خارج می‌شود.

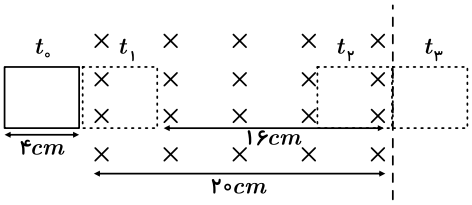


پاسخ:

الف **نمودار شار گذرنده از حلقه را رسم کنید.**

پاسخ:

نحوهٔ ورود و خروج قاب مستطیلی به میدان مغناطیسی مطابق شکل زیر است. ابتدا زمان‌های مشخص‌شده در شکل را محاسبه می‌کنیم:



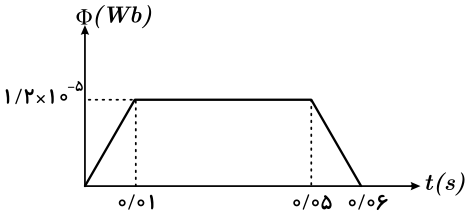
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 117 of 222

در این بازهٔ زمانی، شار از صفر تا مقدار بیشینه زیاد می‌شود. $t_{۰}$ تا $t_{۱}$ (از) ورود کامل قاب به میدان $= \frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$

شار ثابت و در بیشترین مقدار است. $t_{۱}$ تا $t_{۲}$ (از) حرکت قاب داخل میدان $= \frac{x(\text{طول باقی‌مانده از میدان})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۱۶cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۴s$

شار از مقدار بیشینه تا صفر کاهش می‌یابد. $t_{۲}$ تا $t_{۳}$ (از) خروج کامل قاب از میدان $= \frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$

شار بیشینه $\Phi_m = BA = ۰/۰۱T \times (۴cm \times ۳cm) = ۰/۰۱ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۴} Wb = ۱/۲ \times ۱۰^{-۵} Wb$



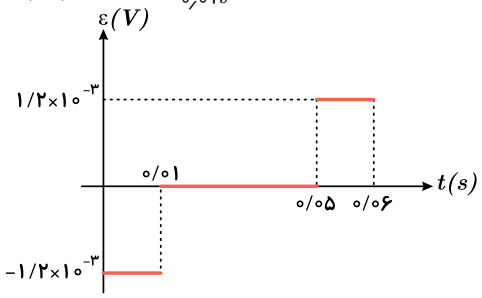
ب **نمودار نیروی محرکهٔ القاشده در آن را برحسب زمان رسم کنید.**

پاسخ:

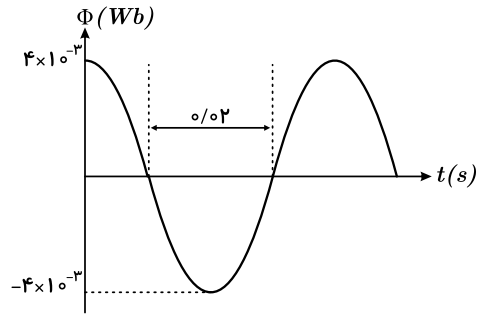
$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon}_{(t_{۱} \text{ تا } t_{۰})} = \frac{-(۱/۲ \times ۱۰^{-۵} - ۰)Wb}{۰/۰۱s} = -۱/۲ \times ۱۰^{-۳} V$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_{۲} \text{ تا } t_{۱})} = ۰$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_{۳} \text{ تا } t_{۲})} = \frac{-(۰ - ۱/۲ \times ۱۰^{-۵})Wb}{۰/۰۱s} = +۱/۲ \times ۱۰^{-۳} V$$



۱۱۵ - پیچه‌ای دارای ۲۰۰ حلقه و مقاومت الکتریکی ۲π اهم است. اگر نمودار شار برحسب زمان در هر یک از حلقه‌های این پیچه مطابق شکل باشد، جریان القایی در این پیچه در لحظهٔ $t = \frac{۱}{۱۰}s$ چند آمپر است؟



پاسخ: گام اول: از روی نمودار می‌توانیم T را حساب کنیم. فاصلهٔ دو صفر متوالی روی نمودار، $۰/۰۲s$ است؛ بنابراین:

$$\frac{T}{۲} = ۰/۰۲s \Rightarrow T = ۰/۰۴s$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 119 of 222

گام دوم: معادلهٔ نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{۲\pi}{T} t$$
$$\varepsilon_m = NAB(\frac{۲\pi}{T}) \xrightarrow{\Phi_m = AB} \varepsilon_m = N\Phi_m(\frac{۲\pi}{T})$$

Φ_m را از روی نمودار می‌خوانیم.

$$\Phi_m = ۴ \times ۱۰^{-۳} Wb \Rightarrow \Phi_m = ۲۰۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \times (\frac{۲\pi}{۰/۰۴}) = ۴۰\pi \Rightarrow \varepsilon = ۴۰\pi \sin \frac{۲\pi}{۰/۰۴} t \Rightarrow \varepsilon = ۴۰\pi \sin ۵۰\pi t$$

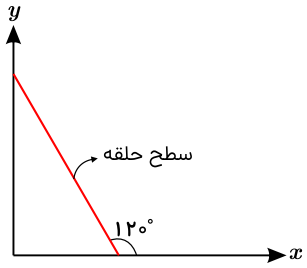
گام سوم: زمان $t = \frac{۱}{۱۰} s$ را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم تا نیروی محرکهٔ القایی در آن لحظه به دست آید:

$$\varepsilon = ۴۰\pi \sin(۵۰\pi \times \frac{۱}{۱۰}) = ۴۰\pi \sin ۵\pi = ۰$$

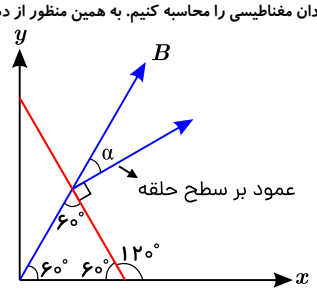
گام چهارم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{۰}{۲\pi} = ۰$$

۱۱۶- اگر در محلی بردار میدان مغناطیسی به‌صورت $\vec{B} = ۳i + ۳\sqrt{۳}j\ (T)$ باشد و حلقه به‌صورت زیر قرار داشته باشد در این شرایط شار مغناطیسی عبوری از حلقه چند وِبر است؟ (مساحت حلقه $۲m^۲$ است)



پاسخ: می‌دانیم شار عبوری از حلقه $(\phi = BA\cos\alpha)$ است. ابتدا باید زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی را محاسبه کنیم. به همین منظور از دستگاه مختصات استفاده می‌کنیم.



$$\vec{B} = ۳\vec{i} + ۳\sqrt{۳}\vec{j} \rightarrow \tan\theta = \sqrt{۳} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$
$$\rightarrow \alpha = ۱۸۰ - ۶۰ - ۹۰ = ۳۰^\circ$$

اندازهٔ میدان مغناطیسی $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{(۳)^۲ + (۳\sqrt{۳})^۲} = ۶\ T$

$$\phi = BA\cos\alpha = ۶ \times ۲ \times \cos(۳۰^\circ) = ۶\sqrt{۳} Wb$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 121 of 222

۱۱۷- سیملوله‌ای به طول $۱۰۰cm$ از ۱۰۰ حلقهٔ نزدیک به هم تشکیل شده است. اگر شعاع سطح مقطع این سیملوله $۵cm$ باشد و در مدت $۰/۴s$ جریان عبوری از سیملوله $۸A$ افزایش پیدا کند تغییر شار عبوری از سیملوله چند وبر است؟ ($\mu_۰ = ۴\pi \times ۱۰^{-۷}\ SI\ ,\ \pi^۲ \simeq ۱۰$)

پاسخ: می‌دانیم اگر از سیملوله جریان بگذرد میدان مغناطیسی در آن ایجاد می‌شود.

تغییر جریان در سیملوله موجب تغییر میدان مغناطیسی و تغییر شار می‌شود بنابراین:

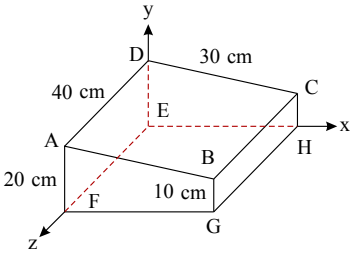
$$B = \mu_۰(\frac{N}{\ell})I$$

$$\Delta B = \mu_۰(\frac{N}{\ell})(I_۲ - I_۱)$$

$$\Delta\Phi = \Delta B \cdot A\cos\alpha \xrightarrow{\alpha=۰} \Delta\Phi = \mu_۰(\frac{N}{\ell})(I_۲ - I_۱) \times A = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times (\frac{۱۰۰}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۲}}) \times \pi(۵ \times ۱۰^{-۲})^۲ \times ۸$$

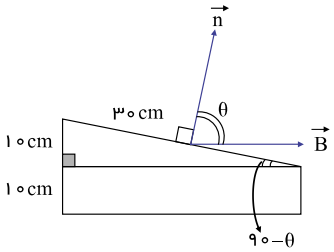
$$= ۳۲\pi^۲ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۹} = ۸ \times ۱۰^{-۶} W$$

۱۱۸- جعبه‌ای مطابق شکل زیر در میدان مغناطیسی یکنواخت $B = ۰/۵T$ که به موازات محور x است، قرار دارد. شار مغناطیسی گذرنده از وجه $ABCD$ چند میلی‌وبر است؟



پاسخ:

روش اول: برای محاسبهٔ شاری که از صفحهٔ $ABCD$ می‌گذرد می‌توانیم از شکل زیر کمک بگیریم. حال باید کسینوس زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و بردار $\vec{n}$ که عمود بر صفحهٔ مذکور است را بیابیم:



$$\cos\theta = \sin(۹۰ - \theta) = \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳}$$

$$\sin(۹۰ - \theta) = \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳} = \cos\theta$$

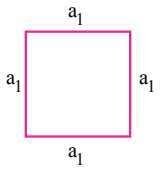
$$\Phi_{ABCD} = BA\cos\theta = ۰/۵(۴۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۴})\cos\theta = ۲ \times ۳ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۱}{۳} = ۲ \times ۱۰^{-۲} Wb = ۲۰mWb$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 123 of 222

۱۱۹ - با یک سیم به طول ℓ یک قاب مربعی شکل درست می‌کنیم. شار عبوری بیشینه حاصل از میدان مغناطیسی یکنواخت عبوری از آن را Φ_1 می‌نامیم. سیم را به n قسمت مساوی تقسیم کرده و با هریک، یک قاب مربعی جدید می‌سازیم. مجموع شار بیشینهٔ عبوری از آنها در همان میدان مغناطیسی قبل را Φ_2 می‌نامیم. نسبت $\frac{\Phi_2}{\Phi_1}$ چقدر است؟

پاسخ:

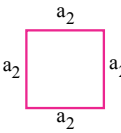
ابتدا طول ضلع مربع اولیهٔ بزرگ و مربع‌های کوچک را به دست می‌آوریم:



$$\ell = 4a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{\ell}{4} \Rightarrow A_1 = a_1^2 = \frac{\ell^2}{16}$$

$$\frac{\ell}{n} = 4a_2 \Rightarrow a_2 = \frac{\ell}{4n} \Rightarrow A_2 = a_2^2 = \frac{\ell^2}{16n^2}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی داریم:



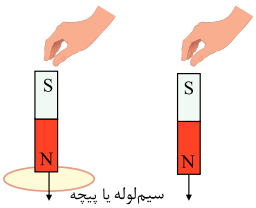
$$\frac{\Phi_2}{\Phi_1} = \frac{nBA_2\cos 0^\circ}{BA_1\cos 0^\circ} = \frac{nA_2}{A_1} = \frac{\frac{n\ell^2}{16n^2}}{\frac{\ell^2}{16}} = \frac{1}{n}$$

۱۲۰ - سطح حلقه‌های پیچه‌ای که دارای N دور و مساحت هر حلقهٔ آن $20cm^2$ است، بر میدان مغناطیسی یکنواختی به بزرگی $0/2T$ عمود است. اگر میدان مغناطیسی در مدت $20ms$ به $0/4T$ و در خلاف جهت اولیه برسد، نیروی محرکهٔ القایی متوسط به بزرگی ۱۲ ولت در پیچه القا می‌شود. تعداد حلقه‌های پیچه (N) را به دست آورید.

پاسخ:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow 12 = N \times 20 \times 10^{-4} \times 1 \times \left(\frac{-0/4 - 0/2}{20 \times 10^{-3}}\right) \Rightarrow N = 200$$

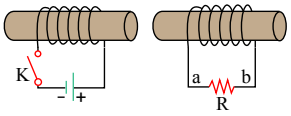
۱۲۱ - دو آهنربای میله‌ای مشابه را مطابق شکل، به‌طور قائم از ارتفاع معینی نزدیک سطح زمین رها می‌کنیم، به‌طوری که یکی از آنها از حلقهٔ رسانایی عبور می‌کند. اگر زمین در محل برخورد آهنرباها نرم باشد، مقدار فرورفتگی آهنرباها را در زمین با یکدیگر مقایسه کنید. (تأثیر میدان مغناطیسی زمین روی آهنرباها را نادیده بگیرید.)



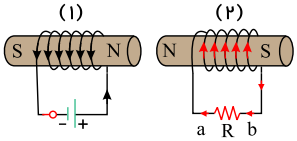
پاسخ: هنگام ورود آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی داخل حلقه افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان اصلی آهنربا تولید می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند؛ بنابراین نیرویی روبه‌بالا به آهنربا وارد می‌شود. در هنگام خروج آهنربا از حلقه نیز شار مغناطیسی در حلقه کاهش می‌یابد و میدان مغناطیسی القایی هم‌جهت با میدان اصلی آهنربا در حلقه ایجاد می‌شود تا با کاهش شار مخالفت کند؛ بنابراین در این حالت نیز نیرویی روبه‌بالا به آهنربا وارد می‌شود و نسبت به حالتی که آهنربا از حلقه عبور نمی‌کند، این آهنربا با سرعت کمتری به زمین می‌خورد و فرورفتگی کمتری در سطح زمین ایجاد می‌شود.

۱۲۲ - در مدار نشان‌داده‌شده در شکل زیر، جهت جریان القایی را در مقاومت R در هریک از دو حالت زیر با ذکر دلیل پیدا کنید:

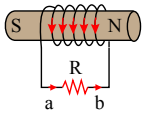
الف) در لحظهٔ بستن کلید K، ب) در لحظهٔ باز کردن کلید K.



پاسخ:

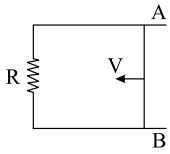


الف) در لحظهٔ بستن کلید K، جریان در سیملولهٔ (۱) افزایش می‌یابد؛ بنابراین میدان مغناطیسی آن در محل سیملولهٔ (۲) زیاد می‌شود و شار عبوری از سیملولهٔ (۲) نیز زیاد می‌شود، پس طبق قانون لنز باید میدان القایی در سیملولهٔ (۲) در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) باشد، تا با افزایش شار مخالفت کند. یعنی جریان در مقاومت R از b به a است.



ب) هنگامی که کلید باز می‌شود، جریان در سیملولهٔ (۱) کاهش می‌یابد؛ بنابراین میدان مغناطیسی و شار عبوری در محل سیملولهٔ (۲) کم می‌شود و طبق قانون لنز، باید میدان القایی در سیملولهٔ (۲) هم‌جهت با میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) باشد، تا با کاهش شار مخالفت کند. در نتیجه جریان القایی در مقاومت R از a به b است.

۱۲۳ - مطابق شکل مقابل میلهٔ فلزی AB با سیم‌های رابط و مقاومت R مدار بسته‌ای را تشکیل می‌دهند. میلهٔ AB با سرعت $4\frac{m}{s}$ در جهت نشان داده‌شده حرکت می‌کند. اگر میدان مغناطیسی یکنواخت برون‌سو با اندازهٔ $0/5T$ در صفحه برقرار باشد، اندازه و جهت جریان القایی در مدار را تعیین کنید (مقاومت کل مدار 6Ω و $AB = 30cm$)



پاسخ: باید توجه کرد که اگر طول میله ℓ باشد مساحت حلقه $\ell \times \Delta x$ خواهد بود که $\Delta x = v \cdot \Delta t$ است (در واقع Δx طولی است که AB در هر لحظه طی خواهد کرد)

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BA)\cos\theta}{\Delta t} \overset{\theta=0}{\Rightarrow} -B\frac{\Delta A}{\Delta t} = -B\frac{\ell \cdot v\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -B\ell v$$

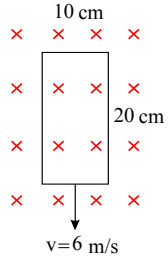
$$I = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Rightarrow |I| = \left|\frac{-B\ell v}{R}\right| = \left|\frac{۰/۵ \times ۰/۳ \times ۴}{۶}\right| = \frac{۰/۶}{۶} = ۰/۱A$$

با حرکت میله شار مغناطیسی در حال کاهش است پس جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی طبق قانون لنز باید برون‌سو باشد تا با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند پس جریان پادساعت‌گرد است و در میله از B به A است.

۱۲۴ - سیم‌پیچ مستطیلی که در شکل مقابل است ۶۰ دور دارد و مقاومت آن ۲Ω است. اگر آن را با سرعت $۶\frac{m}{s}$ به‌طرف پایین و بیرون میدان مغناطیسی درون‌سو بکشیم جریان $۰/۲A$ در آن برقرار می‌شود.

الف) اندازهٔ میدان مغناطیسی چقدر است؟

ب) جهت جریان القایی را مشخص کنید.



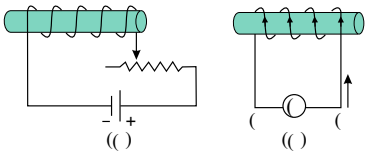
پاسخ: بر اساس مثال کتاب درسی می‌توان برای محاسبهٔ $\bar{\varepsilon}$ در هنگام حرکت حلقه یا سیم با سرعت v در میدان مغناطیسی B از رابطهٔ $\bar{\varepsilon} = -B\ell v$ استفاده کرد و حالا که N حلقه است داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-NB\ell v| = |-۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶| \overset{\bar{\varepsilon}=RI}{\Rightarrow} RI = ۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶$$

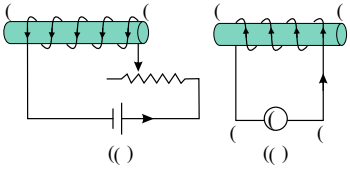
$$\Rightarrow ۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶ = ۲ \times ۰/۲ \Rightarrow B = \frac{۱}{۹۰}T$$

ب) چون شار مغناطیسی عبوری از سیم‌پیچ در حال کاهش است، پس میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی باید هم‌جهت با میدان اصلی باشد تا با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند بنابراین جریان القایی باید ساعت‌گرد باشد.

۱۲۵ - در شکل مقابل اگر جریان القایی در سیم‌لولهٔ B از نقطهٔ C به D باشد مقاومت رئوستا در A در حال افزایش است یا کاهش؟ (لغزنده رئوستا به‌سمت راست می‌رود یا چپ؟) با ذکر دلیل.

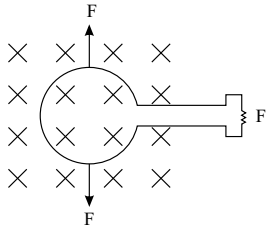


پاسخ:

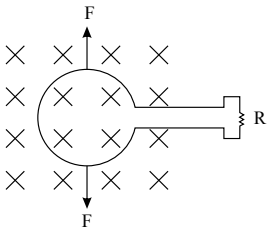


از آنجا که با توجه به جهت جریان عبوری از مدار (A)، سمت راست سیم‌لولهٔ A قطب N بوده است و جریان داده‌شده از سیم‌لولهٔ (B) نیز طوری است که سمت چپ آن هم قطب N شده، معلوم می‌شود که جریان در سیم‌لولهٔ (A) در حال افزایش بوده که جریان القایی در (B) اثری مخالف آن ایجاد کرده است. پس مقاومت رئوستا در حال کاهش است. یعنی لغزنده به‌سمت راست حرکت کرده است.

۱۲۶- ده حلقهٔ قابل انعطاف به قطر $۱۰\ cm$ را که عمود بر میدان مغناطیسی یکنواختی به شدت $۱۲۰۰\ G$ قرار دارند از دو طرف می‌کشیم تا در مدت $۰/۱\ \pi(s)$ سطح آن به صفر برسد. در صورتی که درمجموع مقاومت حلقه‌ها و R برابر با $۱۰\ \Omega$ باشد، جریان القایی متوسط چند میلی‌آمپر و در چه جهتی است؟



پاسخ: ابتدا مساحت اولیهٔ هر حلقه را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و در نهایت به‌کمک قانون اهم، شدت جریان القایی را می‌یابیم.



$$A_۱ = \pi r_۱^{۲} = \pi(۰/۰۵)^{۲} = ۲۵\pi \times ۱۰^{-۴} m^{۲}$$

$$A_۲ = ۰$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{۰ - ۲۵\pi \times ۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۱}\pi} = -۲۵ \times ۱۰^{-۳} \frac{m^{۲}}{s}$$

$$|\bar{\mathcal{E}}| = \left|-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \left|-NB\cos\alpha\frac{\Delta A}{\Delta t}\right|$$

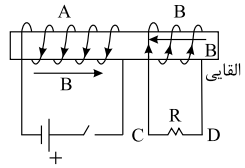
$$\Rightarrow |\bar{\mathcal{E}}| = ۱۰ \times ۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۴}\cos(۰) \times ۲۵ \times ۱۰^{-۳} = ۳ \times ۱۰^{-۲} V$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 131 of 222

$$\bar{I} = \frac{|\bar{\mathcal{E}}|}{R} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۲}}{۱۰} = ۳ \times ۱۰^{-۳} A = ۳mA$$

جهت جریان در حلقه ساعتگرد خواهد بود تا میدان مغناطیسی که ایجاد می‌کند درون‌سو باشد.

۱۲۷ - دو سیم‌لولهٔ A و B که از سیم‌های روپوش‌داری درست شده‌اند بر روی یک هستهٔ آهنی (مطابق شکل) پیچیده شده‌اند.



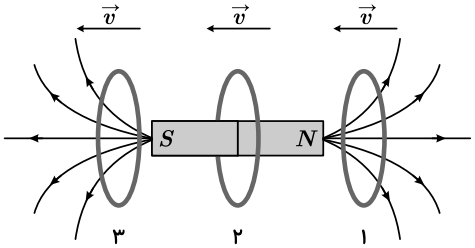
الف) هنگام وصل کلید جهت جریان القایی در مقاومت R را تعیین و مشخص کنید در این موقع نیرویی که دو سیم‌لوله به هم وارد می‌کنند چگونه است؟

ب) هنگام قطع کلید نیرویی که دو سیم‌لوله به هم وارد می‌کنند چگونه است؟

پاسخ: الف) هنگام وصل کلید در مقاومت R جریان از D به C خواهد بود. زیرا با افزایش جریان و به تبع آن میدان مغناطیسی سیم‌لوله A شار مغناطیسی عبوری از سیم‌لولهٔ B نیز افزایش می‌یابد و طبق قانون لنز، آثار مغناطیسی جریان القایی باید مانع افزایش شار مغناطیسی شود (یعنی میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی در سیم‌لولهٔ B باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لولهٔ A باشد) و در این موقع دو سیم‌لوله یکدیگر را دفع می‌کنند زیرا جریان در دو سیم خلاف جهت یکدیگر است. بنابراین جریان در مقاومت R از D به C می‌باشد.

ب) هنگام قطع کلید، دو سیم‌پیچ یکدیگر را جذب می‌کنند زیرا جریان‌ها در دو سیم‌لوله هم‌جهت هستند.

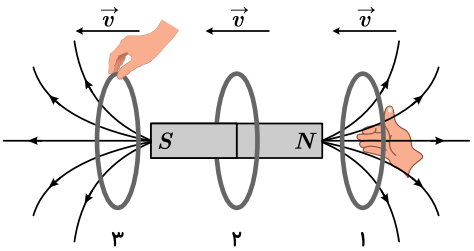
۱۲۸ - یک حلقهٔ فلزی مطابق شکل روبه‌رو به طرف یک آهن‌ربا حرکت کرده و از آن عبور می‌کند. جهت جریان القایی را در حلقه برای حالت‌های (۱) و (۲) و (۳) به‌طور جداگانه تعیین کنید.



پاسخ: حالت اول: حلقه در حال نزدیک شدن به آهن‌ربا است و جریان القایی در حلقه به گونه‌ای است که با نزدیک شدن حلقه به آهن‌ربا مخالفت کند. برای این مخالفت، سمت چپ حلقه باید تبدیل به قطب N شود تا قطب‌های هم‌نام یکدیگر را برانند؛ بنابراین، اگر از چپ به راست نگاه کنیم، جهت جریان القایی در حالت (۱) پادساعتگرد است.

حالت دوم: لحظهٔ عوض شدن جهت جریان القایی است. در این لحظه جریان در حلقه صفر است.

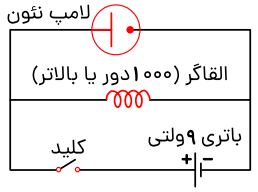
حالت سوم: حلقه در حال دور شدن از آهن‌ربا است و جریان القایی در حلقه به‌گونه‌ای است که با این دور شدن مخالفت کند. برای این منظور، سمت راست حلقه باید تبدیل به قطب N شود تا قطب‌های ناهم‌نام یکدیگر را بربایند؛ بنابراین، مطابق شکل زیر و با توجه به مکان بیننده، جهت جریان القایی ساعتگرد است.



۱۲۹ – هدف: بررسی اثر خود – القاوری

وسیله‌های مورد نیاز: لامپ نئون (لامپ فازمتری)، القاگر (۱۰۰۰ دور یا بالاتر)، باتری قلمی (۲ عدد) یا باتری ۹ ولتی، سیم رابط، کلید

شرح آزمایش:



(الف)

● مداری مطابق شکل الف ببندید.

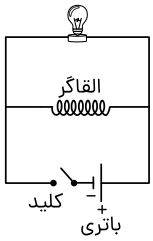
● کلید را وصل کنید. آیا لامپ روشن است؟ اینک کلید را قطع کنید. در لحظهٔ قطع کردن کلید چه چیزی مشاهده می‌کنید؟ دلیل آنچه را مشاهده می‌کنید توضیح دهید.

(ب)

پاسخ: ● بله، با بستن کلید لامپ روشن می‌شود، فاصلهٔ زمانی کوتاهی بین قطع کلید و خاموش شدن لامپ دیده می‌شود.

علت این پدیده اثر خود – القاوری القاگر است. در زمان قطع کلید، جریان مدار کاهش می‌یابد. بنابراین طبق قانون لنز، القاگر جریانی هم‌جهت با جریان مدار ایجاد کرده تا مانع از کاهش آن شود، در اینجا القاگر همانند یک مولد عمل می‌کند که برای مدت زمان کوتاهی لامپ را روشن نگه می‌دارد. یادتان باشد که القاگرها، توانایی ذخیره انرژی الکتریکی را دارند.

۱۳۰ – مداری مطابق شکل روبه‌رو می‌بندیم.



پاسخ:

الف **آیا با وصل کلید، لامپ روشن می‌شود؟**

پاسخ: در لحظهٔ وصل کلید، القاگر با ورود جریان به شاخهٔ خودش مخالفت می‌کند؛ به‌همین دلیل، تمام جریان برای یک لحظه از لامپ گذشته و لامپ یک لحظه روشن می‌شود؛ اما، بعد از زمان کوتاهی، جریان از القاگر عبور

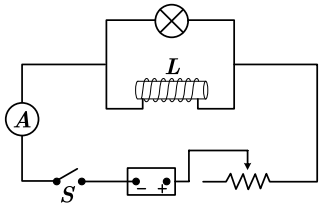
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 135 of 222

می‌کند و چون مقاومت القاگر را ناچیز فرض می‌کنیم، تمام جریان از آن می‌گذرد و لامپ خاموش است.

ب **هنگام قطع کردن کلید چه اتفاقی رخ می‌دهد؟**

پاسخ: با قطع کلید، القاگر با کاهش جریان مخالفت می‌کند و انرژی ذخیره‌شده در آن وارد مدار می‌شود. در این حالت نیز لامپ برای یک لحظه روشن و سپس خاموش می‌شود.

۱۳۱ - دانش‌آموزی با وسایلی مثل یک لامپ، منبع تغذیه، رئوستا، کلید، سیم رابط، آمپرسنج، سیملوله و هستهٔ آهنی، مداری مطابق شکل روبه‌رو بسته و رئوستا را به‌گونه‌ای تنظیم می‌کند تا لامپ با روشنایی ضعیف تابش کند:



پاسخ:

الف **پیش‌بینی کنید اگر کلید را سریعاً قطع کند، چه تغییری در روشنایی مشاهده خواهد شد؟**

پاسخ: لامپ برای یک لحظه پرنور شده و سپس خاموش می‌شود.

ب **دلیل پیش‌بینی خود را بنویسید.**

پاسخ: بنابر قانون لنز، القاگر با تغییر جریان عبوری از مدار مخالفت می‌کند. در هنگام قطع کلید، انرژی ذخیره‌شده در القاگر تخلیه شده و باعث می‌شود لامپ برای مدت کوتاهی پرنورتر به نظر برسد.

۱۳۲ - جریانی با رابطهٔ $I = t^۲ - ۸$ از القاگری به ضریب القاوری $۱۰۰mH$ می‌گذرد. در چه لحظه‌ای انرژی القاگر برابر $۳٫۲J$ است؟

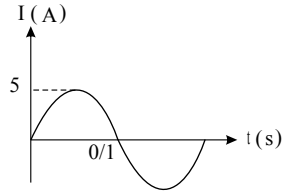
پاسخ: گام اول: از رابطهٔ انرژی القاگر، اندازهٔ جریان را در لحظهٔ موردنظر به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \Rightarrow ۳٫۲J = \frac{۱}{۲} \times (۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}H) \times I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۶۴ \Rightarrow I = ۸A$$

گام دوم: جریان به‌دست‌آمده را در رابطهٔ $I - t$ می‌گذاریم و t را حساب می‌کنیم:

$$I = t^۲ - ۸ \Rightarrow ۸ = t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴s$$

۱۳۳ - شکل روبه‌رو، نمودار تغییرات جریان متناوب برحسب زمان را در یک مدار الکتریکی نشان می‌دهد. اگر مقاومت مدار $R = ۴\Omega$ باشد، معادلهٔ نیروی محرکهٔ القایی برحسب زمان را (در SI) بنویسید.



https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 137 of 222

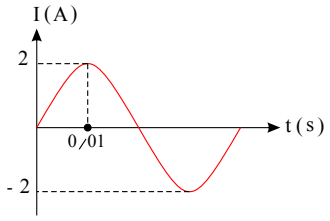
پاسخ: با استفاده از نمودار دورهٔ تناوب و بیشینهٔ جریان را به دست می‌آوریم. داریم:

$$I_{\max} = ۵A, \frac{T}{۲} = ۰/۱ \Rightarrow T = ۰/۲s \rightarrow \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۲} = ۱۰\pi \ \frac{rad}{s}$$

$$\varepsilon_m = RI_m = ۴ \times ۵ = ۲۰V$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin \frac{۲\pi}{T}t \quad \rightarrow \quad \varepsilon = ۲۰ \sin ۱۰\pi t$$

۱۳۴ - شکل روبه‌رو، نمودار جریان متناوب سینوسی را نشان می‌دهد.الف) معادلهٔ جریان برحسب زمان را بنویسید.



ب) اگر این جریان از سیم‌لوله‌ای به ضریب القاوری $۲۰۰mH$ بگذرد، بیشینهٔ انرژی ذخیره‌شده در این سیم‌لوله چند ژول است؟

پاسخ: الف) به کمک نمودار، دورهٔ تناوب و بیشینهٔ جریان را می‌نویسیم. داریم:

$$I_{\max} = ۲A$$

$$\frac{T}{۴} = ۰/۰۱s \quad T = ۰/۰۴ \quad I = I_m \sin \frac{۲\pi}{T}t \rightarrow I = ۲ \sin ۵۰\pi t$$

ب)

$$U_m = \frac{۱}{۲}LI_m^۲ \rightarrow U_m = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۲^۲ \rightarrow U_m = ۰/۴J$$

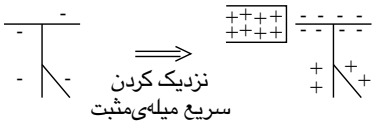
پاسخنامه تشریحی

۱ -

همان طور که در شکل ملاحضه می‌شود بار منفی اولیه در تمام سطح الکتروسکوپ و میله و تیغه پراکنده است و تیغه باز است. با نزدیک کردن میلهٔ شیشه‌ای باردار که اکنون دارای بار مثبت و نسبتاً بزرگی است (در حالت کلی از مالش یک میله با پارچه بار بزرگی روی سطح میله و پارچه ایجاد می‌شود)

ابتدا بارهای منفی روی میله و تیغه به‌سمت کلاهک و به‌طرف بالا می‌آیند (جذب بار مثبت میلهٔ شیشه‌ای می‌شوند) و چون حرکت میله به آرامی بوده است ابتدا تیغه بسته می‌شود ولی با ادامهٔ نزدیک کردن میله و به‌دلیل بزرگی بار آن، روی میله و تیغهٔ الکتروسکوپ تفکیک بار رخ داده و الکترون‌های آزاد پایین، به‌طرف بالا و کلاهک آمده و دوباره تیغه باز می‌شود که البته در این حالت تیغه و پایین میلهٔ الکتروسکوپ دارای بار مثبت خواهند بود.

۲ - میلهٔ مالش داده شده با پارچه، دارای بار بزرگی است و چون به‌سرعت به کلاهک الکتروسکوپِ منفی نزدیک می‌شود بارهای منفی یا به عبارتی الکترون‌های بسیاری ناگهان به‌سمت کلاهک حرکت می‌کنند که این موضوع سبب می‌شود بارهای مثبتِ زیادی در پایین الکتروسکوپ یعنی روی تیغه و پایین میلهٔ الکتروسکوپ بر جای بمانند یعنی تیغه بازتر از قبل می‌شود.



(توجه کنید که اگر میلهٔ شیشه‌ای مثبت به آرامی به الکتروسکوپ نزدیک شده بود تیغه ابتدا بسته و سپس باز می‌شد ولی چون میلهٔ باردار مثبت سریع نزدیک شده فرصتی برای باز و بسته شدن تیغه وجود نداشته است)

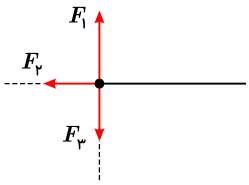
۳ - قبل از هر چیز، نیرویی که به‌طور جداگانه، از طرف هریک از بارهای q_1 ،q_2 و q_3 به بار q موجود در نقطهٔ A وارد می‌شود را می‌یابیم. سپس با رسم جهت نیروها، نیروی برایند را محاسبه می‌کنیم.

$$F_1 = k\frac{qq_1}{r_1^2} = 9\times10^9 \times \frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(2\times10^{-2})^2} = 90N$$

$$F_2 = k\frac{qq_2}{r_2^2} = 9\times10^9 \times \frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 40N$$

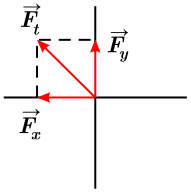
$$F_3 = k\frac{qq_3}{r_3^2} = 9\times10^9 \times \frac{1\times10^{-6}\times4\times10^{-6}}{(3\times10^{-2})^2} = 40N$$

روی محور y ها F_1 و F_3 خلاف جهت یکدیگر هستند:



$F_y = F_۱ - F_۳ = ۹۰ - ۴۰ = ۵۰N$

در خلاف جهت محور x: $F_x = F_۲ = ۴۰N$



$F_t = \sqrt{(۵۰)^۲ + (۴۰)^۲} = ۱۰\sqrt{۴۱}N$

$\vec{F}_t = -۴۰\vec{i} + ۵۰\vec{j}$

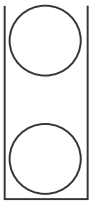
۴ - به بار $q_۱$، دو نیروی عمود بر هم، یکی از طرف بار $q_۲$ (که ربایشی است) و دیگری از طرف بار $q_۳$ (که رانشی است) وارد می‌شود.

$F_{۲۱} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۲۱}^۲} \rightarrow F_{۲۱} = ۹\times۱۰^۹\frac{۳\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۹\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{۲۱} = ۱۲۰N$

$F_{۳۱} = ۹\times۱۰^۹\frac{۳\times۴\times۱۰^{-۱۲}}{۴\times۱۰^{-۴}} \Rightarrow F_{۳۱} = ۲۷۰N$

$\vec{F}_T = \vec{F}_{۲۱} + \vec{F}_{۳۱} \Rightarrow \vec{F}_T = -۱۲۰\vec{i} - ۲۷۰\vec{j}$

۵ - ابتدا جرم دو گلولهٔ کوچک را با ترازو اندازه گیری می‌کنیم. سپس آنها را جداگانه توسط پارچهٔ پشمی مالش می‌دهیم، تا به یک اندازه باردار شوند. حال، مطابق شکل، دو گوی را درون استوانه شیشه‌ای قرار می‌دهیم تا گوی بالایی به حالت معلق قرار گیرد. با خط کش فاصلهٔ بین دو گوی را اندازه گیری می‌کنیم. اعداد حاصل را در رابطه تعادل $\frac{kq^۲}{r^۲} = mg$ قرار داده و q را محاسبه می‌کنیم.

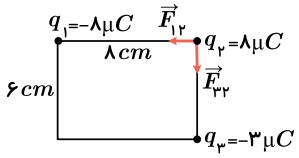


۶ - $F = mg \rightarrow k\frac{q_۱q_۲}{r^۲} = mg$

$۹\times۱۰^۹\frac{۰/۴\times۱۰^{-۶}\times۰/۵\times۱۰^{-۶}}{d^۲} = ۲\times۱۰^{-۳}\times۱۰ \Rightarrow d = ۰/۳$

۷ -

گام اول: جهت نیروهای وارد بر $q_۲$ را مشخص می‌کنیم:



گام دوم: $q_۳$ را در نظر نمی‌گیریم و نیروی وارد بر $q_۲$ از طرف $q_۱$ را به دست می‌آوریم. همان‌طور که در شکل بالا می‌بینید، این نیرو خلاف جهت $\vec{i}$ است:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 143 of 222

$$\vec{F_{۱۲}} = k\frac{|q_۱||q_۲|}{r_{۱۲}^۲} = (۹\times ۱۰^۹ \frac{N\cdot m^۲}{C^۲})\frac{(۸\times ۱۰^{-۶}C)(۸\times ۱۰^{-۶}C)}{(۸\times ۱۰^{-۲}m)^۲} = ۹۰N \Rightarrow \vec{F_{۱۲}} = (-۹۰N)\vec{i}$$

گام سوم: این دفعه $q_۱$ را کنار می‌گذاریم و $\vec{F_{۳۲}}$ را تعیین می‌کنیم، چون این نیرو در خلاف جهت $\vec{j}$ است، داریم:

$$\vec{F_{۳۲}} = k\frac{|q_۳||q_۲|}{r_{۲۳}^۲} = (۹\times ۱۰^۹ \frac{N\cdot m^۲}{C^۲})\frac{(۳\times ۱۰^{-۶}C)(۸\times ۱۰^{-۶}C)}{(۶\times ۱۰^{-۲}m)^۲} = ۶۰N \Rightarrow \vec{F_{۳۲}} = (-۶۰N)\vec{j}$$

گام چهارم: با توجه به گام دوم و سوم، نیروی برایند برابر است با:

$$F_T = (-۹۰N)\vec{i} + (-۶۰N)\vec{j}$$

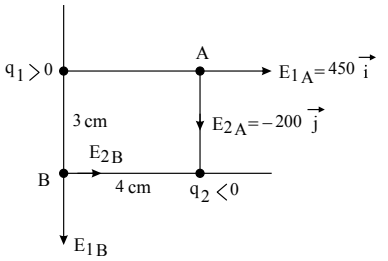
اندازهٔ F_T هم از رابطهٔ روبه‌رو به دست می‌آید:

$$F_T = \sqrt{۹۰^۲ + ۶۰^۲} = \sqrt{۱۱۷۰۰}N$$

۸ – الف) با توجه به میدان داده‌شده در نقطهٔ A، بدیهی است که $q_۱ > ۰$ و $q_۲ < ۰$ است. با یک مقایسهٔ ساده بزرگی میدان ناشی از بارهای $q_۱$ و $q_۲$ در نقطهٔ B را یافته و بردار میدان را در آنجا می‌یابیم.

$$\frac{E_{۱B}}{E_{۱A}} = \left(\frac{r_{۱A}}{r_{۱B}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۱B}}{۴۵۰} = \left(\frac{۴}{۳}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۱B}}{۴۵۰} = \frac{۱۶}{۹} \Rightarrow E_{۱B} = ۸۰۰(-\vec{j})$$

$$\frac{E_{۲B}}{E_{۲A}} = \left(\frac{r_{۲A}}{r_{۲B}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۲B}}{۲۰۰} = \left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ \Rightarrow \frac{E_{۲B}}{۲۰۰} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow E_{۲B} = ۱۱۲٫۵(+\vec{i})$$

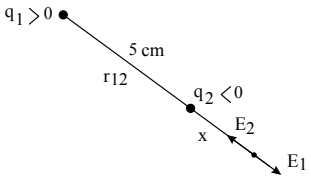


$$\boxed{\vec{E}_B = ۱۱۲٫۵\vec{i} - ۸۰۰\vec{j}}$$

ب) ابتدا نسبت بارهای $q_۱$ و $q_۲$ و فاصلهٔ آنها از هم را می‌یابیم.

$$\frac{E_{۱A}}{E_{۲A}} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|}\left(\frac{r_{۲A}}{r_{۱A}}\right)^۲ \Rightarrow \frac{۴۵۰}{۲۰۰} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|}\times\left(\frac{۳}{۴}\right)^۲ \Rightarrow \frac{|q_۱|}{|q_۲|} = \frac{۴۵۰}{۲۰۰}\times\frac{۱۶}{۹} = ۴$$

میدان خالص خارج از دو بار نزدیک بار با اندازهٔ کمتر، صفر است.



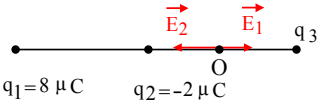
$$r_{۱۲} = \sqrt{۳^۲ + ۴^۲} = ۵cm$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 145 of 222

$$E_۲ = E_۱ \Rightarrow \frac{\cancel{k}\,|q_۲|}{x^۲} = \frac{\cancel{k}\,|q_۱|}{(۵+x)^۲} \Rightarrow \frac{(۵+x)^۲}{x^۲} = \frac{|q_۱|}{|q_۲|} = ۴ \Rightarrow \frac{۵+x}{x} = ۲ \Rightarrow \boxed{x = ۵cm}$$

۹ -

$E_۳$ باید در خلاف جهت برایند $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ باشد تا $E_{\text{خالص}}$ صفر شود. پس ابتدا $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ را محاسبه می‌کنیم:



$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r^۲}$$

$$E_۱ = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۸ \times ۱۰^{-۶}}{(۳ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۸ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۲ \times ۱۰^{-۶}}{(۱ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۸ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$

$$E' = E_۲ - E_۱ = ۱۸ \times ۱۰^۷ - ۸ \times ۱۰^۷ = ۱۰ \times ۱۰^۷ \frac{N}{C}$$ به‌سمت چپ

پس بار $q_۳$ باید منفی باشد که میدان ناشی از آن به‌سمت راست شود:

$$E_۳ = E' \Rightarrow ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{|q_۳|}{(۱ \times ۱۰^{-۲})^۲} = ۱۰ \times ۱۰^۷ \Rightarrow |q_۳| = \frac{۱۰}{۹}\mu C \xrightarrow{q_۳ < ۰} q_۳ = -\frac{۱۰}{۹}\mu C$$

با علامت منفی

۱۰ - چون فاصلهٔ بارهای $q_۱$ و $q_۲$ تا نقطهٔ A یکسان است و میدان برایند نیز موازی خط اتصال بارهاست، بدیهی است که میدان هریک از بارها در نقطهٔ A یکسان و البته بارهای $q_۱$ و $q_۲$ هم‌اندازه‌اند. بدیهی است که با توجه به شکل $q_۲ < ۰$ و $q_۲ > ۰$ است.

$$q_۱ > ۰ \;,\; q_۲ < ۰ \;,\; r_۱ = r_۲ = r$$

$$E_۲ = E_۱ = k\frac{q_۱}{r^۲} \rightarrow E_۲ = E_۱ = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۱}{(۱۰ \times ۱۰^{-۲})^۲}$$

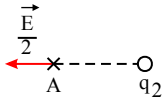
$$\vec{E_A} = \vec{E_۱} + \vec{E_۲} \rightarrow \vec{E_A} = (E_۱ \cos\alpha + E_۲ \cos\alpha)\vec{i} = (۲E_۱ \cos\alpha)\vec{i}$$

$$۷٫۲ \times ۱۰^۴ = ۲ \times ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۱}{(۱۰ \times ۱۰^{-۲})^۲} \times ۰٫۸ \rightarrow q_۱ = |q_۲| = ۵ \times ۱۰^{-۸} C$$

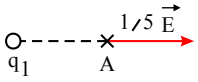
۱۱ -

وقتی بار $q_۱$ حذف می‌شود، فقط بار $q_۲$ در نقطهٔ موردنظر میدان الکتریکی ایجاد می‌کند:

چون میدان بار $q_۲$ در نقطهٔ A به‌سمت چپ است پس $q_۲$ حتماً مثبت است.



چون میدان برایند $\vec{E}$ و به‌سمت راست بوده است پس حتماً میدان الکتریکی ناشی از بار $q_۱$ باید دارای اندازهٔ $۱٫۵\vec{E}$ و به‌سمت راست بوده باشد تا پس از جمع شدن با میدان الکتریکی $۰٫۵\vec{E}$ ناشی از بار $q_۲$ که خلاف جهت آن است برایندی برابر با $\vec{E}$ و به‌سمت راست ایجاد شده باشد:



و بار $q_۱$ هم مثبت است. چون فاصلهٔ هر دو بار تا نقطهٔ A یکسان است پس فقط اندازهٔ بارها در مقدار میدان الکتریکی ناشی از دو بار تأثیر داشته یعنی داریم:

$$\frac{q_۱}{q_۲} = \frac{E_۱}{E_۲} = \frac{۱٫۵E}{۰٫۵E} = ۳$$

۱۲ - فاصلهٔ بارها تا مرکز مربع نصف قطر است: $\sqrt{a^۲ + a^۲} = ۲\sqrt{۲}m$ = قطر

بنابراین نصف قطر برابر با $\sqrt{۲}m$ خواهد بود:

$$E_A = k\frac{|q_A|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = \frac{۲۷۰}{۲} = ۱۳۵\frac{N}{C}$$

$$E_B = k\frac{|q_B|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۱۳۵\frac{N}{C}$$

$$E_C = k\frac{|q_C|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \frac{۵ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۲۲۵\frac{N}{C}$$

$$E_D = k\frac{|q_D|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۳ \times ۱۰^{-۸}}{(\sqrt{۲})^۲} = ۱۳۵N$$

بردارهای $\vec{E}_B$ و $\vec{E}_D$ برابر و خلاف جهت هستند پس با هم خنثی می‌شوند.

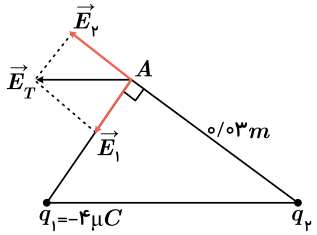
بردارهای $\vec{E}_C$ و $\vec{E}_A$ هم خلاف جهت هستند که $\vec{E}_C$ بزرگ‌تر است پس بردار میدان برایند یا $\vec{E}_{\text{خالص}}$ هم‌جهت با $\vec{E}_C$ خواهد بود:

$$\vec{E}_{\text{خالص}} = \vec{E}_C + \vec{E}_A \Rightarrow E_{\text{خالص}} = E_C - E_A = ۲۲۵ - ۱۳۵ = ۹۰\frac{N}{C}$$

۱۳ - الف) با توجه به شکل روبه‌رو $q_۲$ باید مثبت باشد تا $\vec{E}$ قطر متوازی‌الاضلاع دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ باشد.

ب)

$$E_۱ = k\frac{q_۱}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۴ \times ۱۰^{-۶}}{(۰/۰۳)^۲} = ۴ \times ۱۰^۷ \ \frac{N}{C}$$



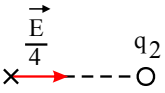
چون زاویهٔ بین دو بردار $\vec{E}_۱$ و $\vec{E}_۲$ برابر با ۹۰° است می‌توان نوشت:

$$E_T^۲ = E_۱^۲ + E_۲^۲ \Rightarrow (۵ \times ۱۰^۷)^۲ = (۴ \times ۱۰^۷)^۲ + E_۲^۲ \Rightarrow E_۲^۲ = (۳ \times ۱۰^۷)^۲ \Rightarrow E_۲ = ۳ \times ۱۰^۷ \ \frac{N}{C}$$

$$E_۲ = k\frac{q_۲}{r^2} \Rightarrow ۳ \times ۱۰^۷ = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{q_۳}{(۰/۰۳)^۲} \Rightarrow q_۲ = ۳ \times ۱۰^{-۶} C$$

۱۴ -

با حذف $q_۱$ فقط بار $q_۲$ باقی مانده:



چون میدان ناشی از $q_۲$ در جهت جاذبه و به‌سمت $q_۲$ است پس بار $q_۲$ منفی است. از طرفی برایند کل برابر $\vec{E}$ و به‌سمت راست است یعنی باید بار $q_۱$ هم میدانی برابر با $\frac{۳}{۴}\vec{E}$ به‌سمت راست ایجاد کرده باشد که در مجموع میدان خالص $\vec{E}$ و به‌سمت راست باشد و ضمناً $q_۱$ مثبت است. از آنجا که فاصلهٔ هر دو بار تا نقطهٔ A یکسان است پس فقط مقدار بارها در اندازهٔ E مؤثر است، یعنی داریم:

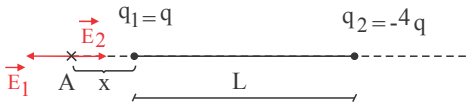
$$\frac{|q_۱|}{|q_۲|} = \frac{E_۱}{E_۲} = \frac{\frac{۳}{۴}E}{\frac{۱}{۴}E} = ۳$$

با توجه به علامت بارها $\frac{q_۱}{q_۲} = -۳$

۱۵ - چون میدان را در هر نقطه باید روی بار $+۱C$ مورد بررسی قرار داد، ابتدا فرض می‌کنیم بار $+۱C$ در فاصلهٔ بین

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 149 of 222

q_2 و q_1 قرار داشته باشد. واضح است که میدان‌ها در این صورت هر دو به‌سمت راست خواهد شد و خنثی شدن رخ نمی‌دهد. بنابراین نقطهٔ موردنظر باید خارج از فاصلهٔ دو بار باشد و البته نزدیک به بار با اندازهٔ کوچک‌تر. این نقطه را A نامیده‌ایم.



در نقطهٔ A، $\vec{E}_1$ به‌سمت چپ و $\vec{E}_2$ به‌سمت راست خواهد بود:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \frac{|q_1|}{x^2} = \frac{|q_2|}{(L+x)^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2} = \frac{4}{(L+x)^2}$$

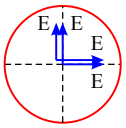
$$\xrightarrow[\text{تساوی}]{\text{جذر از دو طرف}} \frac{1}{x} = \frac{2}{L+x} \Rightarrow L + x = 2x \rightarrow x = L$$

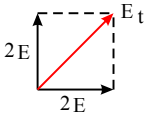
به این ترتیب فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر از بار q_2 برابر با $2L$ است.

۱۶ - چون فاصلهٔ همهٔ بارها تا مرکز یکسان است و بارها اندازهٔ یکسان دارند بنابراین اندازهٔ میدان الکتریکی همهٔ بارها در مرکز دایره یکسان است:

$$E = k\frac{q}{r^2} = 9 \times 10^9 \times \frac{5 \times 10^{-6}}{1^2} = 4{,}5 \times 10^4 \frac{N}{C}$$

روی محور y دو میدان E در جهت مثبت و روی محور xها هم دو برابر با اندازهٔ E هم‌جهت محور xها داریم بنابراین:





$$E_t = \sqrt{(2E)^2 + (2E)^2}$$

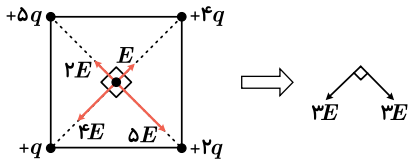
$$E_t = 2\sqrt{2}E = 9\sqrt{2} \times 10^4 \frac{N}{C}$$

$$\vec{E}_t = 2E\vec{i} + 2E\vec{j}$$

$$\vec{E}_t = 9 \times 10^4 \vec{i} + 9 \times 10^4 \vec{j}$$

۱۷ -

با توجه به شکل می‌بینیم که میدان حاصل روی هر کدام از قطرها برابر با $3E$ است.

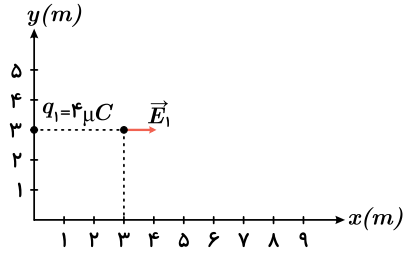


بنابراین:

$$E_T = \sqrt{(3E)^2 + (3E)^2} = 3\sqrt{2}E$$

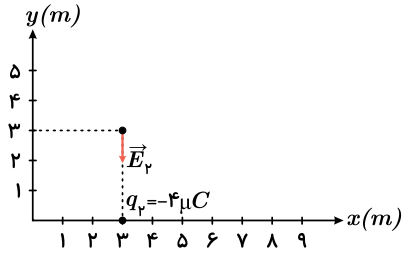
۱۸ -

گام اول: نقطهٔ $\begin{bmatrix}۳\\۳\end{bmatrix}$ را مشخص می‌کنیم و بدون در نظر گرفتن بار $q_۲$، میدان حاصل از بار $q_۱$ را به دست می‌آوریم:



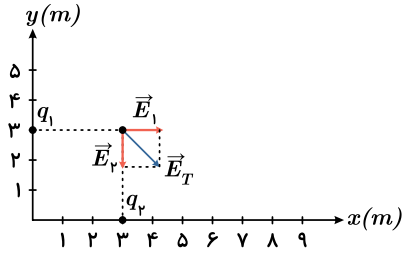
$$E_۱ = k\frac{|q_۱|}{r_۱^۲} = (۹\times۱۰^۹\frac{N\cdot m^۲}{C^۲})(\frac{۴\times۱۰^{-۶}C}{(۳m)^۲}) = ۴\times۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E_۱} = (۴\times۱۰^۳ N/C)\vec{i}$$

گام دوم: حالا بدون در نظر گرفتن بار $q_۱$، میدان حاصل از $q_۲$ را به دست می‌آوریم:



$$E_۲ = k\frac{|q_۲|}{r_۲^۲} = (۹\times۱۰^۹\frac{N\cdot m^۲}{C^۲})(\frac{۴\times۱۰^{-۶}C}{(۳m)^۲}) = ۴\times۱۰^۳ N/C \Rightarrow \vec{E_۲} = (-۴\times۱۰^۳ N/C)\vec{j}$$

گام سوم: با به دست آوردن برایند $\vec{E_۱}$ و $\vec{E_۲}$ کار را تمام می‌کنیم:



$$\vec{E_T} = \vec{E_۱} + \vec{E_۲} = (۴\times۱۰^۳ N/C)\vec{i} + (-۴\times۱۰^۳ N/C)\vec{j} \Rightarrow E_T = \sqrt{(۴\times۱۰^۳)^۲ + (-۴\times۱۰^۳)^۲} = ۴\sqrt{۲}\times۱۰^۳ N/C$$

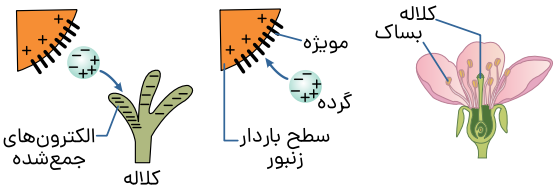
۱۹ - رسوب‌دهنده دستگاهی است که با ایجاد یک میدان الکتریکی، ذرات موجود در یک گاز یا هوا را از آن جدا می‌سازد. این فیلتر طی دو مرحله عمل جداسازی ذرات انجام می‌دهد: در مرحلهٔ اول، ذرات معلق در هوا پس از عبور از «کرونای تخلیه»، که ناحیهٔ کوچکی در فیلتر است، باردار می‌شوند. در مرحلهٔ دوم، این ذرات که به بار اشباع خود رسیده‌اند، توسط یک میدان الکتریکی قوی از جریان هوا جدا گردیده و به‌سوی یک الکترود که برای خنثی‌سازی بار این ذرات به کار می‌رود، حرکت می‌کنند. در آنجا با از دست دادن بار خود بر روی یک بستر مناسب ته‌نشین می‌شوند. مزیت این نوع فیلتر نسبت به سایر فیلترها این است که افت فشار کمتری در مسیر جریان هوا ایجاد می‌کند. همچنین برای جداسازی ذرات کوچک‌تر از یک میکرون که فیلترهای دیگر بازده جداسازی پایینی دارند، استفاده از این فیلتر مناسب است.

۲۰ - زنبورهای عسل معمولاً در حین پرواز دارای بار مثبت می‌شوند و وقتی به گردهٔ بدون باری بر روی بساک یک گل می‌رسند، میدان الکتریکی اطراف بدن زنبور، باعث القای بار منفی در یک سمت گرده‌ها شده و جاذبهٔ بین

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 153 of 222

بارهای مثبت و منفی سبب کشیده شدن گرده به‌سمت زنبور می‌شود.

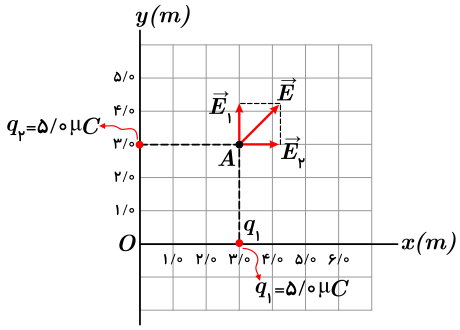
گرده‌ها روی مویژه‌های ریز زنبور قرار می‌گیرند. وقتی زنبور در اطراف گل دیگری پرواز می‌کند بارهای منفی را بر روی کلالهٔ گل القا می‌کند. هرگاه نیروی الکتریکی وارد از طرف کلاله به گردهٔ متصل به زنبور، بزرگ‌تر از نیروی الکتریکی وارد از طرف زنبور بر گرده باشد، گرده به‌سمت کلاله کشیده و گرده‌افشانی صورت می‌پذیرد.



۲۱ - در نقطهٔ A میدان الکتریکی مطابق شکل است. چون بارها با هم برابر و فاصله آنها تا نقطه A نیز یکسان است. اندازهٔ میدان‌ها در این نقطه با هم برابر است.

گام اول: بار آزمون فرضی را در نقطهٔ **A** قرار می‌دهیم. در غیاب هر یک از دو بار، میدان الکتریکی حاصل از بار دیگر را رسم می‌کنیم و آنها را $\vec{E}_1$ و $\vec{E}_2$ می‌نامیم.

گام دوم: چون دو بردار برهم عمودند، اندازهٔ بردار برایند با رابطهٔ فیثاغورس به دست می‌آید.



$$E_1 = E_2 = k\frac{|q|}{r^2} = ۹ \times ۱۰^۹ \times \frac{۵ \times ۱۰^{-۶}}{۳^2} = ۵ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{E}_1 = (۵ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C})\vec{j} \\ \vec{E}_2 = (۵ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C})\vec{i} \end{cases}$$

$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2 = (۵ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C})\vec{i} + (۵ \times ۱۰^۳ \frac{N}{C})\vec{j}$$

$$E = \sqrt{(۵ \times ۱۰^۳)^2 + (۵ \times ۱۰^۳)^2} = \sqrt{۲ \times (۵ \times ۱۰^۳)^2} = ۵\sqrt{۲} \times ۱۰^۳ \frac{N}{C}$$

۲۲ -

$$AB : \Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta = -\left|۱ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^۷ \times ۰/۱ \times \cos(۰)$$

$$\xrightarrow{\text{در مسیر } AB} \Delta U_E = -۱J$$

به بار مثبت در جهت میدان نیرو وارد می‌شود پس θ در مسیر AB برابر صفر بوده است.

$$BC : \theta = ۹۰ \Rightarrow \Delta U_E = ۰$$

در مسیر CD زاویهٔ بردار جابه‌جایی و نیروی واردشده بر بار مثبت برابر با ۱۸۰° است:

$$CD : \Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta = -\left|۱ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^۷ \times ۰/۰۵ \times \cos(۱۸۰)$$

$$\xrightarrow{\text{در مسیر } CD} \Delta U_E = ۰/۵J$$

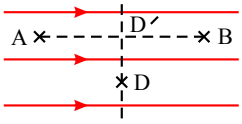
ب) برای محاسبهٔ ΔU کل دو راه هست یکی جمع کردن ΔUها:

$$\Delta U_{\text{کل}} = \Delta U_{AB} + \Delta U_{BC} + \Delta U_{CD} = -۱ + ۰ + ۰/۵ = -۰/۵J$$

راه دیگر این است که بدانیم نقطهٔ D از نظر تغییر انرژی پتانسیل کاملاً مشابه نقطهٔ وسط فاصلهٔ AB است، زیرا اگر عمود بر خطوط میدان از نقطهٔ وسط AB به نقطهٔ D حرکت کنیم تغییری در انرژی پتانسیل بار ایجاد نمی‌شود بنابراین در چنین مسائلی می‌توان مستقیماً فقط مقدار فاصلهٔ دو نقطه را به‌جای D قرار داد:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 155 of 222

$$\Delta U_{AD} = \Delta U_{AD'} = -|q|\,Ed\cos\theta$$
$$\Delta U_{AD} = -\left|۱ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۷} \times ۰/۰۵ \times \cos(۰)$$
$$\Delta U_{AD} = -۰/۵J$$

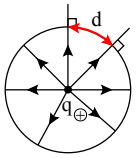


۲۳ -

$$W_E = \Delta K \xrightarrow[W_E=-\Delta U]{\text{در حرکت غیر خودبه‌خودی، } \Delta U \text{ مثبت است.}} -۳۰۰ \times ۱۰^{-۶} = \frac{۱}{۲} \times (۱۰^{-۲} \times ۱۰^{-۳})((V_۰ - ۶)^۲ - V_۰^۲)$$
$$-۶۰ = \cancel{V_۰^۲} - ۱۲V_۰ + ۳۶ - \cancel{V_۰^۲} \Rightarrow ۱۲V_۰ = ۹۶ \Rightarrow V_۰ = ۸\frac{m}{s}$$

۲۴ - می‌دانیم خطوط میدان اطراف یک بار به‌صورت شعاعی رسم می‌شود. حال اگر بار را روی محیط دایره حرکت دهیم، فاصله تا مرکز (بار q^+) ثابت می‌ماند؛ پس میدان و نیروی الکتریکی $F = Eq$ هم ثابت می‌مانند.

از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta U = Fd\cos\theta$، چون همواره مسیر حرکت روی دایره بر خطوط میدان (شعاع) عمود است، پس $\Delta U = ۰$



۲۵ - طبق قضیهٔ پایستگی انرژی داریم:

$$\Delta U = -\Delta K \quad , \quad -Edq\cos\theta = -(K_۲ - K_۱)$$
$$\xrightarrow{K=\frac{۱}{۲}mv^۲} Edq\cos\theta = \frac{۱}{۲}m(v_۲^۲ - v_۱^۲)$$
$$\Rightarrow ۵ \times ۱۰^{۵} \times ۱/۲ \times ۲ \times ۱۰^{-۶} \times \cos ۳۷^\circ = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۱۰^{-۳}(v_۲^۲ - ۲^۲)$$
$$۹/۶ \times ۱۰^{-۱} = ۲ \times ۱۰^{-۳}(v_۲^۲ - ۴) \Rightarrow ۴/۸ \times ۱۰^۲ = v_۲^۲ - ۴ \Rightarrow ۴۸۴ = v_۲^۲ \rightarrow v_۲ = ۲۲\frac{m}{s}$$

۲۶ - با توجه به قضیهٔ کار - انرژی جنبشی داریم:

$$W_T = \Delta K \Rightarrow W_E + W_{mg} = K_B - K_A$$

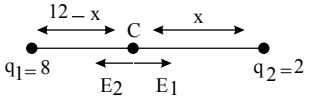
از آنجایی که ذره متوقف می‌شود، انرژی جنبشی نهایی آن صفر است و از آنجایی که بار منفی در جهت خطوط میدان پرتاب می‌شود، نیروی الکتریکی وارد بر آن در خلاف جهت حرکت $(\alpha = ۱۸۰^\circ)$ و با توجه به شکل نیروی وزن در جهت حرکت $(\alpha = ۰^\circ)$ است. بنابراین:

$$W_E + W_{mg} = -K_۱ \Rightarrow |q|\ Ed\cos ۱۸۰^\circ + mgd\cos ۰ = -\frac{۱}{۲}mv^۲$$
$$\Rightarrow ۳۲ \times ۱۰^{-۶} \times ۳۰۰۰ \times d \times (-۱) + ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱۰ \times d = -\frac{۱}{۲} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۳} \times ۱^۲$$
$$\Rightarrow d = ۰/۰۱m \Rightarrow d = ۱۰\,mm$$

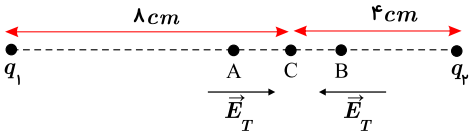
۲۷ - می‌دانیم تغییر انرژی پتانسیل به جهت حرکت در میدان و نوع بار وابسته است مثلاً اگر بار منفی در جهت میدان حرکت کند حرکت انرژی پتانسیل زیاد می‌شود و برعکس، اگر خلاف جهت میدان حرکت کند (حرکت خودبه‌خودی) انرژی پتانسیل کم می‌شود؛ بنابراین جهت میدان برایند را در نقاط مختلف مشخص می‌کنیم:

ابتدا نقطه‌ای که برایند میدان‌های الکتریکی حاصل از دو بار صفر می‌شود را به دست می‌آوریم و آن نقطه را C می‌نامیم. می‌دانیم در این نقطه باید میدان‌ها خلاف جهت و مساوی باشند تا میدان برآیند صفر باشد پس داریم:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow \frac{kq_۱}{r_۱^۲} = \frac{kq_۲}{r_۲^۲}$$

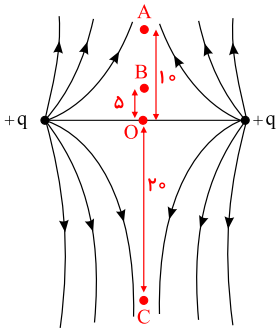


$$\Rightarrow \frac{۸}{(۱۲-x)^۲}=\frac{۲}{x^۲} \Rightarrow ۴x^۲=(۱۲-x)^۲ \Rightarrow ۲x=۱۲-x \Rightarrow x=۴cm$$



بنابراین میدان الکتریکی برایند در ۴ سانتی‌متری بار کوچک‌تر $(q_۲)$ صفر می‌شود. بین نقطهٔ C و B، جهت میدان برایند در جهت میدان حاصل از بار $q_۱$ و به سمت راست است (چون $E_۱ > E_۲$). از طرفی هم بین نقطهٔ A و C جهت میدان برایند جهت میدان الکتریکی حاصل از بار $q_۲$ است (چون $E_۱ > E_۲$) به سمت چپ است از آنجایی که اگر بار منفی در جهت میدان جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن افزایش می‌یابد و اگر در خلاف جهت میدان الکتریکی جابه‌جا شود انرژی پتانسیل الکتریکی آن کاهش می‌یابد. پس با جابه‌جایی بار منفی با سرعت ثابت از A تا B ابتدا در جهت $\vec{E}_T$ جابه‌جا شده و انرژی پتانسیل آن افزایش می‌یابد و سپس جابه‌جایی آن در خلاف جهت E_T خواهد بود که انرژی پتانسیل آن کاهش خواهد یافت.

۲۸ - اگر خطوط میدان اطراف دو ذرهٔ باردار مثبت و هم‌اندازه را رسم کنیم، مطابق شکل زیر خواهد شد:

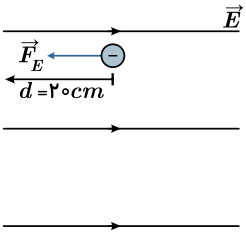


با حرکت از A تا B چون حرکت خودبه‌خودی است، انرژی پتانسیل کاهش یافته و $U_B < U_A$ می‌شود. از طرفی در نقطهٔ O چون میدان صفر است، انرژی پتانسیل هم صفر است. با حرکت از نقطهٔ O به C، چون بار منفی هم‌جهت میدان حرکت کرده، حرکت اجباری بوده و انرژی پتانسیل زیاد می‌شود. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت:

$$U_B < U_A < U_C$$

۲۹ -

الف



باتوجه به این‌که جسم پس از رها شدن در خلاف جهت میدان حرکت کرده است، مطابق شکل روبه‌رو بار آن منفی است. این موضوع به این خاطر است که نیروی الکتریکی وارد بر بار منفی در خلاف جهت میدان است و بار به خاطر این نیرو شروع به حرکت در خلاف جهت میدان می‌کند و جابه‌جا می‌شود. توجه کنید که چون در صورت سؤال به نیروی دیگر به‌جز نیروی الکتریکی اشاره نشده است و بار آزادانه حرکت کرده است، می‌توانیم این موضوع را نتیجه بگیریم.

ب

بار در جهت نیرو جابه‌جا می‌شود، پس $\theta = ۰$ است:

$$\Delta U_E = -|q|Ed\cos\theta = -(۲mC)\times(۵۰۰N/C)\times(۲۰cm)\times ۱ = -(۲\times ۱۰^{-۳}C)\times(۵۰۰N/C)\times(۰/۲m)\times ۱ = -۰/۲J$$

پ

مقدار کار میدان الکتریکی بر روی بار، برابر منفی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی است:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 159 of 222

$W_E = -\Delta U_E = -(-۰٫۲J) = ۰٫۲J$

W_E تنها کاری است که روی بار انجام می‌شود. از طرفی براساس رابطهٔ کار و انرژی جنبشی می‌دانیم $\Delta K = W_T$ است.

$$\Delta K = W_T = W_E \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_۲^۲ - \cancel{\frac{۱}{۲}mv_۱^۲}^{۰} = ۰٫۲J \Rightarrow \frac{۱}{۲}(۰٫۱kg)v_۲^۲ = ۰٫۲J \Rightarrow v_۲^۲ = ۴ \Rightarrow v_۲ = ۲m/s$$

۳۰ -

الف به بار منفی در خلاف جهت میدان نیرو وارد می‌شود؛ بنابراین زاویهٔ بین جابه‌جایی و نیرو برابر $\theta = ۱۸۰^\circ$ است:

$$\Delta U = -|q|Ed\cos\theta = -۱٫۶ \times ۱۰^{-۱۹}C \times ۲ \times ۱۰^۳ N/C \times (۱۰ \times ۱۰^{-۲}) \times (-۱) \Rightarrow \Delta U = ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷}J$$

ب در فیزیک دهم خواندید که اگر نیروهای اتلافی نداشته باشیم، $\Delta U = -\Delta K$ است. در نقطهٔ B سرعت صفر شده است؛ پس انرژی جنبشی نقطهٔ B صفر است.

$$\Delta U = -(K_B - K_A) \Rightarrow ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷}J = -(۰ - K_A) = \frac{۱}{۲}m_e v_A^۲ \Rightarrow ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷}J = \frac{۱}{۲} \times (۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱}kg) \times v^۲ \Rightarrow v^۲ = \frac{۲ \times ۳٫۲ \times ۱۰^{-۱۷}J}{۹٫۱ \times ۱۰^{-۳۱}kg}$$

$$\Rightarrow v^۲ \simeq ۷۰٫۳ \times ۱۰^{۱۲} = ۷٫۰۳ \times ۱۰^{۱۳} \Rightarrow v \simeq ۸٫۳ \times ۱۰^۶ m/s$$

۳۱ - می‌دانیم: $\Delta K = W_{\text{نیروی خارجی}} + W_E = W_{\text{نیروی خارجی}} - q\Delta V$

بنابراین ابتدا به محاسبهٔ ΔV می‌پردازیم. چون در جهت میدان جابه‌جایی داشته‌ایم پس $\Delta V < ۰$ است:

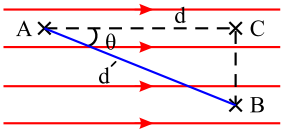
$$\Delta V = -Ed = -۱۰^۵ \times ۱۰ \times ۱۰^{-۲} = -۱۰^۴ V$$

اکنون می‌توان نوشت:

$$\Delta K = W_{\text{نیروی خارجی}} - q\Delta V$$
$$۱ = W_{\text{نیروی خارجی}} - ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times (-۱۰^۴) \Rightarrow ۱ = W_{\text{نیروی خارجی}} + ۰٫۱$$
$$\Rightarrow W_{\text{نیروی خارجی}} = ۱ - ۰٫۱ = ۰٫۹J$$

۳۲ - در حالت کلی داریم:

$$\Delta U_E = -W_E \Rightarrow |\Delta U_E| = E \cdot d' \cdot cos\theta$$



در حالت کلی هر جابه‌جایی مشابه AB شامل یک جابه‌جایی موازی خطوط میدان الکتریکی و یک جابه‌جایی عمود بر خطوط میدان است که در جابه‌جایی دوم $\Delta U = ۰$ است پس فقط ΔU در مسیر AC یا CA (در جهت میدان و یا خلاف جهت میدان) معنی دارد:

$$\begin{cases} \theta = ۰ \\ \theta = ۱۸۰^\circ \end{cases} \xrightarrow{|cos\theta|=۱} |\Delta U_E| = E \cdot d \cdot q$$

و در حالت کلی طبق تعریف داریم:

$$|\Delta V| = \frac{|\Delta U|}{q} = \frac{E \cdot d \cdot q}{q}$$

بنابراین در حالت کلی می‌توان نوشت:

$$\rightarrow |\Delta V| = Ed$$

۳۳ -

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 161 of 222

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \Rightarrow \Delta U = q \cdot \Delta V = q(V_B - V_A)$$

$$\Rightarrow \Delta U = ۱۰ \times ۱۰^{-۶} \times (-۵۰ - ۱۰) = -۶ \times ۱۰^{-۴} J$$

$$\Delta U = -|q| Ed \cos\theta$$

$$-۶ \times ۱۰^{-۴} = -\left|۱۰ \times ۱۰^{-۶}\right| \times ۱۰^{۴} \times d \times ۱$$

$$d = \frac{۶ \times ۱۰^{-۴}}{۰/۱} = ۶ \times ۱۰^{-۳} m = ۶mm$$

۳۴ - می‌دانیم رابطه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی بار برابر با منفیِ کار میدان الکتریکی مطابق رابطهٔ زیر است:

$$\Delta U = -W \quad (۱)$$

مطابق رابطه‌ی تغییرات انرژی پتانسیل الکتریکی و اختلاف پتانسیل الکتریکی بین دو نقطه داریم:

$$\Delta V = \frac{\Delta U}{q} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta V = \frac{-W}{q} \Rightarrow \begin{cases} \Delta V = \dfrac{-W_۱}{۲ \times ۱۰^{-۶}} \\ \Delta V = \dfrac{-W_۲}{(-۴) \times ۱۰^{-۶}} \end{cases} \Rightarrow \frac{-W_۱}{۲ \times ۱۰^{-۶}} = \frac{-W_۲}{(-۴) \times ۱۰^{-۶}}$$

$$\rightarrow W_۲ = -۲W_۱$$

از طرفی طبق گفتهٔ سوال $W_۱ = W_۲ + ۰/۶mJ$ ، بنابراین:

$$W_۱ = -۲W_۱ + ۰/۶mJ \rightarrow ۳W_۱ = ۰/۶mJ \rightarrow W_۱ = ۰/۲mJ \ , \ W_۲ = -۰/۴mJ$$

حال کافی‌ست $W_۱$ یا $W_۲$ را در رابطهٔ $\Delta V = \frac{W}{q}$ قرار دهیم:

$$\Delta V = \frac{-W_۲}{q_۲} = \frac{۰/۴ \times ۱۰^{-۳}}{-۴ \times ۱۰^{-۶}} \Rightarrow \Delta V = -۱۰۰V$$

۳۵ - از قضیهٔ کار و انرژی جنبشی استفاده می‌کنیم:

$$W = \Delta K \Rightarrow Eqd_{AB} = \frac{۱}{۲}mv^{۲}$$

$$\Rightarrow ۲ \times ۱۰^{۳} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۱۹} \times d_{AB} = \frac{۱}{۲} \times ۱/۶ \times ۱۰^{-۲۷} \times (۲ \times ۱۰^{۵})^{۲}$$

$$\Rightarrow d_{AB} = ۰/۱m = ۱۰cm$$

$$\Delta V_{کل} = Ed_{کل} \Rightarrow d_{کل} = \frac{۳۰۰}{۲ \times ۱۰^{۳}} = ۰/۱۵ = ۱۵cm$$

پس فاصلهٔ نقطهٔ A از صفحهٔ منفی برابر $۵cm$ است.

۳۶ - ابتدا اختلاف پتانسیل را به دست می‌آوریم بار در جهت میدان جابه‌جا شده است؛ پس پتانسیل کاهش پیدا کرده و $\Delta V < ۰$ است.

$$|\Delta V| = Ed = ۲۰۰N/C \times ۱m = ۲۰۰V \Rightarrow \Delta V = -۲۰۰V$$

حالا با استفاده از قضیهٔ کار و انرژی، به راحتی می‌توانیم کاری که روی ذره انجام می‌دهیم را به دست آوریم:

$$\Delta K = W_E + W_{L_۰} \Rightarrow ۱۰mJ = W_{L_۰} - q\Delta V \Rightarrow ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J = W_{L_۰} - (-۱۰ \times ۱۰^{-۶} C)(-۲۰۰V)$$

$$= W_{L_۰} - ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J = W_{L_۰} - ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow W_{L_۰} = ۱۰ \times ۱۰^{-۳} J + ۲ \times ۱۰^{-۳} J \Rightarrow W_{L_۰} = ۱۲ \times ۱۰^{-۳} J$$

۳۷ - غشایی از جنس چربی و پروتئین، نورون‌ها را از خارج می‌پوشاند. این غشا نسبت به بعضی مواد مانند اکسیژن نفوذناپذیر است و به آنها اجازهٔ عبور می‌دهد و نسبت به بعضی از مواد مانند پروتئین‌ها نفوذناپذیر است. این خاصیت غشای نورون موجب می‌شود که ترکیب مواد در داخل نورون‌ها با ترکیب مواد در محیط خارج نورون‌ها

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 163 of 222

متفاوت باشد. داخل نورون، یون پتاسیم (بار مثبت) زیادی وجود دارد، در حالی که خارج نورون، یون سدیم (بار منفی) بیشتری وجود دارد که باعث ایجاد اختلاف پتانسیل الکتریکی در حدود ۸۰ میلی‌ولت بین داخل و خارج سلول می‌شود. وقتی نورون تحریک می‌شود، خاصیت نفوذپذیری غشا به سدیم زیاد شده و سدیم زیادی وارد آن می‌شود. درنتیجه وضعیت بارهای الکتریکی در دو سوی غشا در نقطهٔ تحریک‌شده باقی نمانده و نقطه به نقطه در طول تار عصبی حرکت می‌کند و جریان یا پیام عصبی را پدید می‌آورد. بار الکتریکی هر نقطه پس از تحریک، فوراً به حالت اول بازمی‌گردد. پتانسیل الکتریکی نورون را در هنگام تحریک آن، پتانسیل عمل می‌نامند. نورون‌ها در نواحی اختصاص یافته‌ای به نام سیناپس با یکدیگر تماس برقرار می‌کنند و پیام‌های الکتریکی از طریق آزاد شدن مواد شیمیایی در سیناپس از یک نورون به نورون بعدی منتقل می‌شوند.

۳۸ -

$$U_1 = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{12\times10^{-6}}$$

$$U_2 = \frac{1}{2}\frac{Q_2^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(Q+3\times10^{-3})^2}{C} = \frac{1}{2}\frac{(Q+3\times10^{-3})^2}{12\times10^{-6}} = U_1 + 8$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2}\frac{(Q^2+6\times10^{-3}Q+9\times10^{-6})}{12\times10^{-6}} = \frac{1}{2}\frac{Q^2}{12\times10^{-6}} + 8$$

$$\Rightarrow \cancel{Q^2} + 6\times10^{-3}Q + 9\times10^{-6} = \cancel{Q^2} + 8\times2\times12\times10^{-6}$$

$$6\times10^{-3}Q = 183\times10^{-6} \Rightarrow Q = 30{,}5\times10^{-3}C = 30{,}5mC$$

(توجه: هنگامی که $+3mC$ بار از صفحهٔ منفی جدا شده و به صفحهٔ مثبت منتقل می‌شود، بار خازن به‌اندازهٔ $3mC$ افزایش می‌یابد.)

۳۹ – الف) برابر نیروی محرکهٔ مولد است. ب) ظرفیت افزایش می‌یابد، میدان الکتریکی ثابت می‌ماند.

۴۰ – خازن‌های ورقه‌ای: این خازن‌ها از دو ورق قلع یا آلومینیم تشکیل شده‌اند که بین آنها دو ورقه دی‌الکتریک مانند کاغذ یا پلاستیک جا داده می‌شود. این ورق‌ها را لوله می‌کنند و به‌صورت یک استوانه در می‌آورند و در محفظه‌ای پلاستیکی قرار می‌دهند. ظرفیت این نوع خازن‌ها از $1nF$ تا $1\mu F$ است.

خازن‌های میکا: در این نوع خازن‌ها بین ورقه‌های فلزی نازک قلعی ورقه‌های نازک میکا قرار می‌دهند و ورقه‌های قلع را یک در میان به یکدیگر وصل می‌کنند. ظرفیت این خازن‌ها حدود ۵۰ تا ۵۰۰ پیکوفاراد است.

خازن‌های سرامیکی: دی‌الکتریک این خازن‌ها سرامیک است که با استفاده از انواع سیلیکات‌ها در دمای بالا تهیه می‌شود. ثابت دی‌الکتریک این خازن‌ها زیاد و در حدود ۱۰۰۰ است. خازن‌های سرامیکی به شکل عدس تهیه می‌شوند و حجم آنها کم است. صفحات رسانای آنها نیز با ذوب نقره در دو طرف سرامیک تهیه می‌شوند. ظرفیت این خازن‌ها حدود ده‌ها نانوفاراد (nF) است.

خازن‌های الکترولیتی: این خازن‌ها از یک صفحهٔ فلزی اندودشده با اکسید آلومینیم به‌طوری که صفحهٔ فلزی، قطب مثبت خازن و لایهٔ اکسید، دی‌الکتریک آن باشد تشکیل شده است. الکترولیت جامد یا مایع که غالباً کاغذی آغشته به مایع الکترولیت است به عنوان قطب منفی خازن عمل می‌کند. ظرفیت این خازن‌ها بالا است و تا حدود $0{,}1F$ می‌رسد.

خازن‌های متغیر: دی‌الکتریک این خازن‌ها معمولاً هوا است. در ساختمان آنها دو نوع صفحهٔ فلزی یک دسته ثابت

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 165 of 222

و دسته دیگر متحرک به‌کار رفته است که هر دو دسته روی یک محور قرار گرفته‌اند ولی صفحات متحرک روی این محور می‌چرخند. صفحه‌ها به شکل نیم‌دایره‌اند و با چرخیدن صفحات متحرک مساحت خازن کم و زیاد می‌شود. این نوع خازن‌ها در گیرنده‌های رادیویی به‌کار می‌رفته است.

آبرخازن‌ها: این نوع خازن‌ها از موادی مانند زغال فعال پر شده‌اند که خود درون نوعی الکترولیت قرار گرفته‌اند. زغال‌ها پس از قرار گرفتن در دو سوی خازن که توسط غشای عایق و نفوذپذیری به نام جداکننده از هم جدا شده‌اند، بارهایی با علامت مخالف می‌گیرند و با توجه به نفوذپذیری جداکننده، یون‌های موجود در الکترولیت از غشای جداکننده عبور می‌کنند؛ به‌طوری که یون‌های منفی در سمت زغال‌های باردار مثبت و یون‌های مثبت در سمت زغال‌های باردار منفی قرار می‌گیرند. هریک از جفت بارهای مثبت و منفی زغال - یون به مثابه خازنی با فاصله جدایی d است که میلیون‌ها بار کوچک‌تر از فاصله جدایی صفحات یک خازن معمولی است. از طرفی ساختار میکروسکوپی زغال‌های فعال اسفنجی شکل است، به‌طوری که در مقیاس نانو سطح تماس بسیار بزرگی با یون‌ها دارند و به این ترتیب مساحت صفحات این خازن‌ها به مراتب بزرگ تر از مساحت سطح یک خازن معمولی است. بنابراین این خازن‌ها ظرفیت‌های بسیار بزرگی از مرتبه کیلوفاراد دارند که میلیون‌ها برابر خازن‌های معمولی است. از مزایای این نوع خازن‌ها شارژ سریع آنها است که باعث استفاده از آنها در وسایل الکتریکی می‌شود.

۴۱ - این حسگرها که در قسمت جلوی خودرو نصب می‌شوند، شامل خازنی با یک صفحهٔ ثابت و یک صفحهٔ متحرک هستند. در تغییر سرعت‌های ناگهانی و ترمزهای شدید، فاصلهٔ بین این دو صفحه کاهش و ظرفیت خازن افزایش می‌یابد. این تغییر ظرفیت خازن توسط دستگاه کنترل مرکزی، آشکارسازی و باعث باز شدن کیسهٔ هوا می‌شود.

۴۲ - برای به دست آوردن مقاومت در هر ولتاژ باید از رابطهٔ $R=\frac{V}{I}$ استفاده کنیم:

$$\left.\begin{aligned} R=\frac{V}{I}\Rightarrow R_۴=\frac{۴V}{۴mA}=\frac{۴V}{۴\times ۱۰^{-۳}A}=۱۰۰۰\Omega \\ R=\frac{V}{I}\Rightarrow R_۲=\frac{۲V}{۱mA}=\frac{۲V}{۱\times ۱۰^{-۳}A}=۲۰۰۰\Omega \end{aligned}\right\}\Rightarrow \frac{R_۴}{R_۲}=\frac{۱۰۰۰\Omega}{۲۰۰۰\Omega}=\frac{۱}{۲}$$

همان‌طور که می‌بینید، مقاومت برای یک دیود نوری ثابت نیست و با تغییر ولتاژ، تغییر کرده است.

۴۳ - ۱ -

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
نیکروم	۰٫۵m	۱٫۶mm	۵V	۲۰A	۰٫۲۵Ω
نیکروم	۱m	۱٫۶mm	۵V	۱۰A	۰٫۵Ω
نیکروم	۲m	۱٫۶mm	۵V	۵A	۱Ω

با افزایش طول سیم، مقاومت آن نیز به همان نسبت افزایش می‌یابد. بنابراین مقاومت سیم با طول آن رابطهٔ مستقیم دارد.

۲ -

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
نیکروم	۵m	۳mm	۵V	۷A	۰٫۷Ω
نیکروم	۵m	۲mm	۵V	۳A	۱٫۶Ω
نیکروم	۵m	۱mm	۵V	۰٫۸A	۶٫۲۵Ω

با کاهش سطح مقطع سیم، مقاومت آن افزایش می‌یابد. بنابراین مقاومت سیم با سطح مقطع آن رابطهٔ وارون دارد.

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 167 of 222

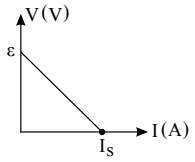
۳-

جنس سیم	طول سیم	قطر سیم	اختلاف پتانسیل (V)	جریان (I)	مقاومت ($R=\frac{V}{I}$)
کنستانتان	$۲m$	$۱٫۶mm$	$۵V$	$۱۱A$	$۰٫۴۵\Omega$
نیکروم	$۲m$	$۱٫۶mm$	$۵V$	$۵A$	۱Ω

مقاومت یک رسانا در دمای ثابت به طول، سطح مقطع و جنس رسانا بستگی دارد.

۴۴ - در حالت کلی برای ولتاژ دو سر مولد در چنین مداری می‌توان نوشت: $\begin{cases} V=\varepsilon-rI \\ V=RI \end{cases}$

واضح است که ε و r ثابت هستند پس نمودار $V-I$ خطی با شیب $(-r)$ و عرض از مبدأ ε خواهد بود.



محل تقاطع این خط با محور I در واقع نشان‌دهندهٔ جریان در حالتی است که ولتاژ دو سر مولد یا بعبارتی V_{ab} برابر با صفر شده است یعنی مقاومت متغیر مدار دارای مقدار صفر بوده است:

$$V=\not{R}^{\text{صفر}}I=۰$$

بعبارت دیگر این جریان که با I_s نشان داده شده است جریان اتصال کوتاه یا بیش‌ترین جریان عبوری از مولد است:

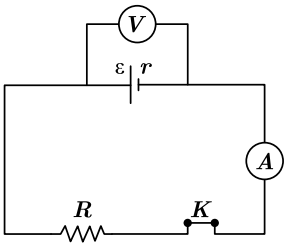
$$۰=\varepsilon-rI\Rightarrow I_s=\frac{\varepsilon}{r}$$

۴۵ - مداری مطابق شکل می‌بندیم.

در حالتی که کلید باز است، عدد ولت‌سنج را می‌خوانیم که نشان‌دهندهٔ نیروی محرکهٔ باتری است. پس از بسته شدن کلید، اعداد آمپرسنج و ولت‌سنج به ترتیب I و V را نشان می‌دهند.

اعداد به‌دست‌آمده را در رابطه $V=\varepsilon-Ir$ قرار داده و مقدار r را محاسبه می‌کنیم.

۴۶ - A باتری فرسوده است و B باتری نو؛ زیرا مقاومت درونی باتری A (که برابر با اندازهٔ شیب نمودار است) بزرگ‌تر است.



۴۷ - الف) به یاد داریم که $Q=mc\Delta\theta$ و ضمناً داریم:

$$W=P\cdot t=Q\Rightarrow Pt=mc\Delta T\Rightarrow P\times ۷\times ۶۰=۱\times ۴۲۰۰\times(۶۰-۲۰)\Rightarrow P=۴۰۰W$$

$$P=\frac{V^۲}{R}\Rightarrow R=\frac{V^۲}{P}=\frac{۱۰۰^۲}{۴۰۰}=۲۵\Omega$$

$$R=\rho\frac{L}{A}\Rightarrow L=\frac{RA}{\rho}=\frac{۲۵\times ۰٫۸\times ۱۰^{-۶}}{۱۰^{-۷}}\Rightarrow L=۲۰۰m$$

ب)
$$q=It\Rightarrow q=\frac{V}{R}t=\frac{۱۰۰}{۲۵}\times ۷\times ۶۰=۱۶۸۰C$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 169 of 222

۴۸ - گام اول: ابتدا مقاومت این قطعه سیم را با استفاده از رابطهٔ $R=\rho\frac{L}{A}$ به دست می‌آوریم:

$$R=\rho\frac{L}{A}=۱۰^{-۶}\Omega\cdot m\times\frac{۲m}{۰/۲\times۱۰^{-۶}m^{۲}}=۱۰\Omega$$

گام دوم: حالا توان مصرفی را به دست می‌آوریم:

$$P=\frac{(\Delta V)^{۲}}{R}=\frac{(۲۰۰V)^{۲}}{۱۰\Omega}=۴۰۰۰W=۴kW$$

گام سوم: توجه کنید که چون توان را برحسب کیلووات داریم، اگر زمان را برحسب ساعت به دست آوریم، به راحتی می‌توانیم انرژی مصرفی را برحسب کیلووات ساعت حساب کنیم:

$$\Delta t=۲۰min=\frac{۱}{۳}h$$

بنابراین انرژی مصرفی برحسب کیلووات ساعت برابر است با:

$$U=P\Delta t=۴kW\times\frac{۱}{۳}h=\frac{۴}{۳}kWh$$

۴۹ - دو معادله و دو مجهول داریم. مجهول‌های ما ε و r در رابطه‌های زیر هستند:

$$I_{۱}=۵A\Rightarrow P_{۱}=\varepsilon I_{۱}-rI_{۱}^{۲}\Rightarrow ۹/۵W=\varepsilon(۵)-r(۵A)^{۲}\Rightarrow ۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r\quad(I)$$

$$I_{۲}=۷A\Rightarrow P_{۲}=\varepsilon I_{۲}-rI_{۲}^{۲}\Rightarrow ۱۲/۶W=\varepsilon(۷)-r(۷)^{۲}\Rightarrow ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\quad(II)$$

به کمک روش حذفی، دستگاه معادلهٔ زیر را حل می‌کنیم و مقدار مقاومت درونی و نیروی محرکه را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases}۹/۵=۵\varepsilon-۲۵r\xrightarrow{\times۷}۶۶/۵=۳۵\varepsilon-۱۷۵r\\ ۱۲/۶=۷\varepsilon-۴۹r\xrightarrow{\times۵}۶۳=۳۵\varepsilon-۲۴۵r\end{cases}\downarrow-$$

$$۳/۵=۷۰r\Rightarrow r=۰/۰۵\Omega$$

$$\xrightarrow{(I)}۹/۵=۵\varepsilon-۲۵\times۰/۰۵\Rightarrow\varepsilon=۲/۱۵V$$

۵۰ - نکته: بیشینهٔ توان مفید مولد (توان خروجی) در حالتی است که $R=r$ باشد. در این‌صورت به‌ازای جریان $I=\frac{\varepsilon}{۲r}$ بیشترین توان خروجی برابر $P_{\max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$ خواهد شد.

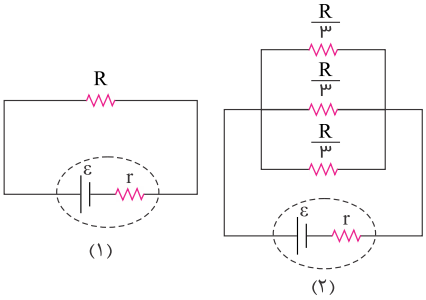
$$P=\varepsilon I-rI^{۲}\xrightarrow{I=\frac{\varepsilon}{۲r}}P_{\max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}$$

$$P_{\max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}\Rightarrow ۳۶=\frac{۲۴^{۲}}{۴r}\Rightarrow r=۴\Omega$$

حال اگر مقاومت $R=۸\Omega$ را به دو سر مولد ببندیم داریم:

$$V=IR\Rightarrow V=\frac{\varepsilon R}{R+r}=\frac{۲۴\times۸}{۸+۴}=۱۶\ V$$

۵۱ -

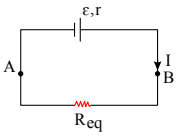


$$R'_{T}=\frac{\frac{R}{۳}}{۳}=\frac{R}{۹}$$

$$P=\varepsilon I \Rightarrow P'=\frac{۹}{۵}P \Rightarrow \not{\varepsilon} I'=\frac{۹}{۵}\not{\varepsilon} I$$

$$\Rightarrow \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۹}+r}=\frac{۹}{۵}\times\frac{\varepsilon}{R+r} \Rightarrow R+۹r=۵R+۵r \Rightarrow ۴r=۴R \Rightarrow r=R$$

- ۵۲

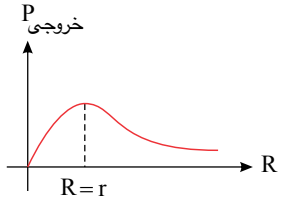


$$I=\frac{\varepsilon}{r+R_{eq}} \rightarrow \varepsilon=I(r+R_{eq})$$

$$\frac{P_{\text{خروجی}}}{P_{\text{تولیدی}}}=\frac{\varepsilon I-rI^{۲}}{\varepsilon I}=\frac{\varepsilon-rI}{\varepsilon}=\frac{V_{AB}}{\varepsilon}=\frac{R_{eq}I}{I(r+R_{eq})}$$

$$=\frac{R_{eq}}{r+R_{eq}}=\frac{۶}{۴+۶}=\frac{۶}{۱۰}=۶۰\%$$

۵۳ - مطابق نمودار رسم‌شده توان مصرف‌شده در مقاومت R و یا توان مفید مولد زمانی بیشینه است که $R=r$ باشد، حال اگر با افزایش R اندازهٔ آن به r نزدیک شود، توان مفید مولد هم افزایش می‌یابد. در غیر این صورت توان مفید کاهش می‌یابد. بنابراین در این شرایط، توان خروجی (مفید) ممکن است افزایش یا کاهش بیابد و یا حتی ثابت بماند.



- ۵۴

$$P=\varepsilon I-rI^{۲}=\varepsilon(\frac{\varepsilon}{R+r})-r(\frac{\varepsilon}{R+r})^{۲}=\frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}$$

$$\begin{matrix}R=۱\Rightarrow P=۴\\ R=۳\Rightarrow P=۳\end{matrix}\Rightarrow\begin{cases}۴=\dfrac{۱\times\varepsilon^{۲}}{(۱+r)^{۲}}\\ ۳=\dfrac{۳\varepsilon^{۲}}{(۳+r)^{۲}}\end{cases}\Rightarrow\frac{۴}{۳}=\frac{(۳+r)^{۲}}{(۱+r)^{۲}\times۳}\Rightarrow۲=\frac{۳+r}{۱+r}\Rightarrow r=۱\Omega$$

$$\Rightarrow ۳=\frac{۳\varepsilon^{۲}}{(۳+۱)^{۲}}\Rightarrow\varepsilon=۴V$$

۵۵ - برای توان مولد داریم:

$$P=\varepsilon I-rI^{۲}=\varepsilon(\frac{\varepsilon}{R+r})-۲(\frac{\varepsilon}{R+r})^{۲}=\frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}$$

$$R=۰/۵\Rightarrow P=۳۲\Rightarrow ۳۲=\frac{۰/۵\times\varepsilon^{۲}}{(۰/۵+r)^{۲}}\quad(I)$$

$$R=۳\Rightarrow P=۲۷\Rightarrow ۲۷=\frac{۳\times\varepsilon^{۲}}{(۳+r)^{۲}}\quad(II)$$

$$\xrightarrow{\text{دو رابطه را بر هم تقسیم می‌کنیم}}\frac{۳۲}{۲۷^{۹}}=\frac{۰/۵\times(۳+r)^{۲}}{۱\times(۰/۵+r)^{۲}}\Rightarrow\frac{۶۴}{۹}=\frac{(۳+r)^{۲}}{(۰/۵+r)^{۲}}\Rightarrow\frac{۸}{۳}=\frac{۳+r}{۰/۵+r}\Rightarrow ۴+۸r=۹+۳r\Rightarrow۵r=۵\Rightarrow r=۱\Omega$$

$$II)\ ۲۷^{۹}=\frac{۱\times\varepsilon^{۲}}{(۳+۱)^{۲}}\Rightarrow\varepsilon^{۲}=۹\times۱۶\Rightarrow\varepsilon=۳\times۴=۱۲V$$

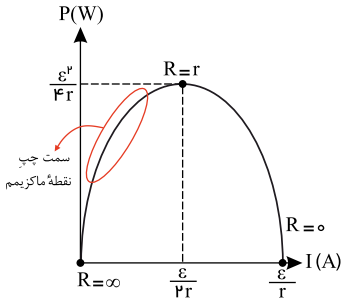
می‌دانیم هنگامی که $R=r$ شود، توان خروجی مولد بیشینه می‌شود. بنابراین داریم:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 173 of 222

$$P=\frac{R\varepsilon^{۲}}{(R+r)^{۲}}\xrightarrow{R=r}P_{max}=\frac{r\varepsilon^{۲}}{(r+r)^{۲}}=\frac{r\varepsilon^{۲}}{(r+r)^{۲}}\Rightarrow P_{max}=\frac{\varepsilon^{۲}}{۴r}=\frac{۱۲^{۲}}{۴\times ۱}=۳۶W$$

۵۶ - نمودار تابع $P=\varepsilon I-rI^{۲}$ برحسب I مطابق شکل روبه‌رو است.

با توجه به نمودار درمی‌یابیم اگر $R>r$ باشد، در سمت چپ نقطهٔ ماکزیمم قرار داریم و با افزایش R و کاهش I واضح است توان خروجی کاهش می‌یابد.



۵۷ - با کمی دقت در شکل و توجه به این نکته که «رساناهای به هم متصل، هم‌پتانسیل هستند» متوجه می‌شویم که یک سر هر سه مقاومت $R_۱$, $R_۲$, $R_۳$ به نقطهٔ A متصل هستند (و هم‌پتانسیل با آن) و سر دیگر همهٔ آنها به نقطهٔ B متصل هستند (و هم‌پتانسیل با آن) و این تعریف موازی بودن مقاومت‌هاست. پس:

سه مقاومت موازیند : $\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}+\frac{۱}{۱۸}$

$$\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۶+۳+۱}{۱۸}=\frac{۱۰}{۱۸}\Rightarrow R_{eq}=۱/۸\Omega$$

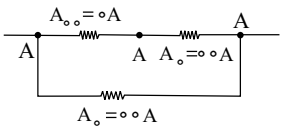
۵۸ - با دقت در شکل متوجه می‌شویم که

دو سر مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ به هم وصل هستند پس این دو موازی‌اند:

و دو سر $R_{۱۲}$ همان نقاط A و C هستند.

$$\frac{۱}{R_{۱۲}}=\frac{۱}{R_۱}+\frac{۱}{R_۲}=\frac{۱}{۳}+\frac{۱}{۶}=\frac{۳}{۶}$$
$$\Rightarrow R_{۱۲}=۲\Omega$$

دو سر مقاومت $R_۴$ همان نقاط B و C هستند و دو سر مقاومت $R_۳$ نقاط A و B هستند و شکل جدید بدست می‌آید.



حالا مشاهده می‌شود که $R_{۱۲}$ با $R_۴$ سری است و حاصل آنها با $R_۳$ موازی است:

$$R_{۱۲۴}=R_{۱۲}+R_۴=۲+۱۰=۱۲\Omega\Rightarrow\frac{۱}{R_{eq}}=\frac{۱}{R_{۱۲۴}}+\frac{۱}{R_۳}=\frac{۱}{۱۲}+\frac{۱}{۲۴}=\frac{۳}{۲۴}\Rightarrow R_{eq}=۸\Omega$$

تکنیک اسم‌گذاری دو سر مقاومت‌ها کمک می‌کند که بهتر بتوانیم شکل‌های جدید را رسم کنیم.

۵۹ - گام اول: ابتدا مقاومت R را به دست می‌آوریم:

$$R=\frac{V}{I}=\frac{۲۴V}{۱۲V}=۲\Omega$$

گام دوم: مقاومت معادل بین دو نقطهٔ B و C را به دست می‌آوریم:

$$R_{eq}^{BC}=۴\Omega+۲\Omega+۱۰\Omega=۱۶\Omega$$

گام سوم: حالا اختلاف پتانسیل بین این دو نقطه را با استفاده از رابطهٔ $V_{BC}=IR_{eq}^{BC}$ محاسبه می‌کنیم:

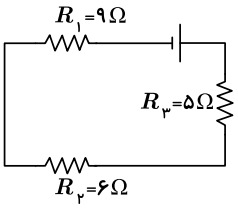
$$V_{BC}=IR_{eq}^{BC}=(۱۲A)(۱۶\Omega)=۱۹۲V$$

۶۰ - شاید اول بگوییم که این مدار اصلاً تک‌حلقه نیست. اگر این را با خودتان گفته‌اید، به این نکته توجه نکرده‌اید که سیمی که ولت‌سنج در آن قرار دارد، مثل یک سیم قطع‌شده است و تأثیری در مدار ندارد؛ پس، مدار ما به شکل

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 175 of 222

روبه‌رو است و ولت‌سنج، اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل R_1 و R_2 را اندازه می‌گیرد.

با توجه به شکل بالا R_1، R_2 و R_3 با هم متوالی‌اند و اختلاف پتانسیل دو سر مولد هم، اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ این مقاومت‌ها است؛ پس:

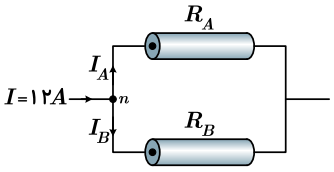


$$R_{12} = R_1 + R_2 = 9\Omega + 6\Omega = 15\Omega$$
$$R_{123} = R_1 + R_2 + R_3 = 9\Omega + 6\Omega + 5\Omega = 20\Omega$$

ولتاژ دو سر R_{12} طبق فرض مسئله $15V$ است؛ پس:

$$\frac{R_{12}}{R_{eq}} = \frac{15V}{\Delta V} \Rightarrow \frac{15\Omega}{20\Omega} = \frac{15V}{\Delta V} \Rightarrow \Delta V = 20V$$

۶۱ - ابتدا شکل سوال را رسم می‌کنیم تا بفهمیم با چه مسئله‌ای سر و کار داریم:



جریان I وقتی به گرهٔ n می‌رسد، به نسبت عکس مقاومت‌ها بین آنها تقسیم می‌شود:

$$\frac{I_A}{I_B} = \frac{R_B}{R_A} = \frac{\rho_B \frac{l_B}{A_B}}{\rho_A \frac{l_A}{A_A}} \xrightarrow{l_A=l_B \;,A_A=A_B} \frac{I_A}{I_B} = \frac{\rho_B}{\rho_A} = \frac{4 \times 10^{-8}\Omega \cdot m}{2 \times 10^{-8}\Omega \cdot m} = 2$$

پس $\frac{I_A}{2} = I_B$ است. از طرفی می دانیم $I = I_A + I_B$ است؛ بنابراین:

$$I = I_A + I_B = I_A + \frac{1}{2}I_A = \frac{3}{2}I_A \Rightarrow 12A = \frac{3}{2}I_A \Rightarrow I_A = 8A$$

۶۲ - جریان به‌صورت $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ به دست می‌آید؛ پس، ما تنها کافی است به دنبال مقاومت معادل در دو حالت متوالی و موازی بگردیم. مقاومت‌ها با هم مساوی‌اند؛ بنابراین داریم:

متوالی: $R_{eq} = nR \overset{n=3}{=\!=\!=} 3R$

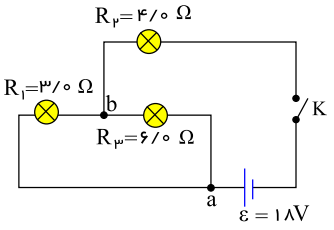
موازی: $R'_{eq} = \frac{R}{n} \overset{n=3}{=\!=\!=} \frac{R}{3}$

حالا برای حل سوال، همه چیز را داریم:

$$\frac{I_{\text{متوالی}}}{I_{\text{موازی}}} = \frac{\frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}}{\frac{\varepsilon}{R'_{eq} + r}} = \frac{\frac{1}{3R + R}}{\frac{1}{\frac{R}{3} + R}} = \frac{\frac{1}{4R}}{\frac{1}{\frac{4}{3}R}} = \frac{\frac{4}{3}R}{4R} = \frac{1}{3}$$

۶۳ -

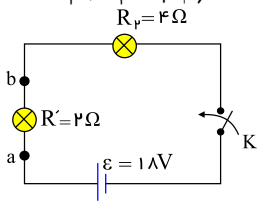
همانطور که از شکل پیداست، دو مقاومت R_1 و R_3 با هم موازی‌اند:



https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 177 of 222

$$R' = \frac{R_۱ R_۳}{R_۱ + R_۳} = \frac{۳ \times ۶}{۳ + ۶} = ۲\Omega$$

و در شکل جدید مشاهده می‌کنیم که R' و $R_۲$ سری‌اند:



حال جریان کل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{eq} = R' + R_۲ = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۱۸}{۶} = ۳A$$

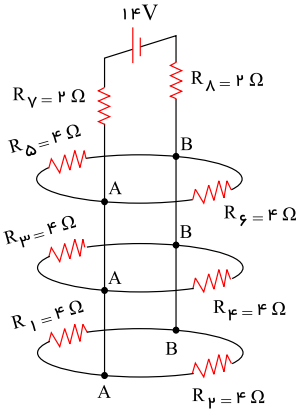
که این جریان هم از $R_۲$ و هم از R' می‌گذرد. پس داریم:

$$V_{ab} = V_{R'} = R' I = ۲ \times ۳ = ۶V$$

چون $R_۱$ و $R_۳$ موازی هستند، V_{ab} هم اختلاف پتانسیل دو سر $R_۱$ است و هم اختلاف پتانسیل دو سر $R_۳$:

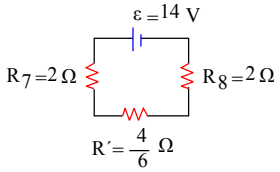
$$I_۱ = \frac{V_{ab}}{R_۱} = \frac{۶}{۳} = ۲A$$
$$I_۳ = \frac{V_{ab}}{R_۳} = \frac{۶}{۶} = ۱A$$

۶۴ - با کمی دقت در شکل فضایی مسأله مشاهده می‌شود که مقاومت‌های $R_۱$ تا $R_۶$ همگی بین دو نقطهٔ A و B بسته شده‌اند و با هم موازی‌اند:



$$\frac{۱}{R'} = \frac{۱}{R_۱} + \frac{۱}{R_۲} + \frac{۱}{R_۳} + \frac{۱}{R_۴} + \frac{۱}{R_۵} + \frac{۱}{R_۶}$$
$$\Rightarrow \frac{۱}{R'} = \frac{۶}{R} \Rightarrow R' = \frac{۴}{۶}\Omega$$

مدار ساده‌شده به شکل زیر خواهد بود:



$$R_{eq} = R_۷ + R_۸ + R'$$
$$R_{eq} = \frac{۲۸}{۶}\Omega = \frac{۱۴}{۳}\Omega$$
$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}} = \frac{۱۴}{\frac{۱۴}{۳}} = ۳A$$

این جریان $۳A$ از $R_۷$، $R_۸$ و R' می‌گذرد. پس:

$$V_{AB} = V_{R'} = R' I = \frac{۴}{۶} \times ۳ = ۲V$$

چون همهٔ مقاومت‌های $R_۱$ تا $R_۶$ با هم موازی‌اند، ولتاژ همگی $۲V$ است و جریان عبوری از هر یک از آنها برابر است با:

$$I = \frac{V_{AB}}{R} = \frac{۲}{۴} = ۰/۵A$$

۶۵ -

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 179 of 222

$R_۲$, $R_۱$ موازیند $: R_{۱۲} = \frac{R_۱ R_۲}{R_۱ + R_۳} = \frac{۶}{۵} = ۱٫۲\Omega$

$$R_{eq} = R_{۱۲} + R_{۳} = ۱٫۲ + ۴٫۸ = ۶\Omega \Rightarrow I = \frac{V_{AB}}{R_{eq}} \Rightarrow I = \frac{۱۲}{۶} = ۲A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت که بین دو نقطهٔ A و C قرار دارد، همان اختلاف پتانسیل دو سر $R_۱$ است:

$$V_{R_۱} = V_{AC} = R_{۱۲} I = ۱٫۲ \times ۲ = ۲٫۴A \Rightarrow V_{R_۱} = R_۱ I_۱ \Rightarrow ۲٫۴ = ۲ \times I_۱ \Rightarrow I_۱ = ۱٫۲A$$

ب)
$$I_{\text{مدار}} = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۲ = \frac{\varepsilon}{۶ + ۰٫۵} \Rightarrow \varepsilon = ۱۳V$$

۶۶ - توجه کنید که اگر دو لامپ به ولتاژ اسمی که روی آن نوشته وصل شود، همان توان اسمی که رویش نوشته را ایجاد می‌کند. در حالت کلی آنچه ثابت می‌ماند مقاومت لامپ است (با فرض آنکه محاسبات مربوط به دما را دخالت ندهیم):

$$P_۱ = \frac{V^۲}{R_۱} \Rightarrow R_۱ = \frac{V^۲}{P_۱} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} \quad , \quad P_۲ = \frac{V^۲}{R_۲} \Rightarrow R_۲ = \frac{V^۲}{P_۲} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰}$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} + \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰} = \frac{(۲۲۰)^۲}{۲۴}$$

این جریان از هر دوی آنها می‌گذرد پس:

$$I = \frac{V}{R_{eq}} = \frac{۲۲۰}{\frac{(۲۲۰)^۲}{۲۴}} = \frac{۲۴}{۲۲۰} = \frac{۶}{۵۵}A$$

$$P_{۱\ \text{جدید}} = R_۱ I^۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۴۰} \times (\frac{۶}{۵۵})^۲ = ۱۴٫۴W \quad , \quad P_{۲\ \text{جدید}} = R_۲ I^۲ = \frac{(۲۲۰)^۲}{۶۰} \times (\frac{۶}{۵۵})^۲ = ۹٫۶W$$

$$P_t = P_{۱\ \text{جدید}} + P_{۲\ \text{جدید}} = ۱۴٫۴ + ۹٫۶ = ۲۴W$$

تذکر: به طور کلی در این گونه سؤال‌ها که لامپ ها با برق شهر کار می کنند، آنها را به صورت متوالی به همان برق شهر متصل می کنیم، توان مصرفی کل آنها به صورت زیر محاسبه می شود:

$$P_t = \frac{P_۱ P_۲}{P_۱ + P_۲} \xrightarrow{\text{در اینجا}} P_t = \frac{۶۰ \times ۴۰}{۱۰۰} = ۲۴W$$

۶۷ - الف) مقاومت‌های $R_۴$, $R_۳$, $R_۲$ با هم موازیند یعنی ولتاژ دو سر $R_۴$ با ولتاژ دو سر $R_۳$ و $R_۲$ برابر است:

$$V_{R_۴} = R_۴ I_۴ = ۳ \times ۰٫۵ = ۱٫۵V$$

$$V_{R_۳} = ۱٫۵V \Rightarrow V_{R_۳} = R_۳ I_۳ \Rightarrow ۱٫۵ = ۶ I_۳ \Rightarrow I_۳ = ۰٫۲۵A$$

$$V_{R_۲} = ۱٫۵ \Rightarrow V_{R_۲} = R_۲ I_۲ \Rightarrow ۱٫۵ = ۲ I_۲ \Rightarrow I_۲ = ۰٫۷۵A$$

بر اساس قانون جریان گره، جریان عبوری از مقاومت $R_۱$ برابر با مجموع جریان‌های عبوری از $R_۴$, $R_۳$, $R_۲$:

$$I_۱ = I_۲ + I_۳ + I_۴ \Rightarrow I_۱ = ۰٫۷۵ + ۰٫۲۵ + ۰٫۵ = ۱٫۵A$$

ب) طبق دادهٔ مسأله:

$$rI_۱ = ۱٫۵V \Rightarrow r_۱ \times ۱٫۵ = ۱٫۵ \Rightarrow r_۱ = ۱\Omega$$

ضمناً ولتاژ دو سر B و A برابر است با اختلاف پتانسیل دو سر $R_۴$, $R_۳$, $R_۲$:

$$V_{AB} = V_{R_۴} = ۱٫۵V$$

با چرخش از نقطهٔ B به A در جهت جریان $I_۱$:

$$V_B - xI_۱ - rI + \varepsilon - R_۱ I_۱ = V_A \Rightarrow \varepsilon - I_۱ (x + r + R_۱) = V_A - V_B$$

$$۱۲ - ۱٫۵ (x + ۱ + ۴) = ۱٫۵ \Rightarrow ۱٫۵ (۵ + x) = ۱۰٫۵ \Rightarrow ۵ + x = ۷ \Rightarrow x = ۲\Omega$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 181 of 222

۶۸ - باید توجه کرد که تمام جریان، مدار ابتدا باید از لامپ (۱) بگذرد و این جریان I بین بقیهٔ لامپ‌ها تقسیم خواهد شد (و چون دو لامپ (۲) و (۳) موازی و یکسان هستند جریان آن‌ها یکسان و برابر $\frac{I}{۲}$ خواهد بود.)

$$P_۱ = RI^۲ \quad , \quad P_۲ = P_۳ = R(\frac{I}{۲})^۲ = \frac{RI^۲}{۴}$$

بنابراین باید حداکثر توان قابل تحمل یعنی $۶۰W$ را به لامپ (۱) نسبت دهیم به این ترتیب داریم:

$$P_۱ = RI^۲ = ۶۰W$$

$$P_۲ = P_۳ = \frac{RI^۲}{۴} = \frac{۶۰}{۴} = ۱۵W$$

در نتیجه: $P_{کل} = ۶۰ + ۱۵ + ۱۵ = ۹۰W$

یعنی می توان $۹۰W$ به دو سر b و a توان منتقل نمود.

۶۹ - ابتدا مقاومت معادل مدار را محاسبه می‌کنیم:

$$R_{۲۳} = \frac{R_۲ R_۳}{R_۲ + R_۳} = \frac{۴ \times ۱۲}{۴ + ۱۲} = ۳\,\Omega$$

$$R_{eq} = R_۱ + R_{۲۳} = ۲ + ۳ = ۵\,\Omega$$

$$I_{کل\,مدار} = I_۱ = \frac{\varepsilon}{r + R_{eq}} = \frac{۱۲}{۱ + ۵} = ۲A$$

این جریان $R_۱$ هم هست.

برای محاسبهٔ جریان عبوری از $R_۲$ و $R_۳$ دو راه داریم:

راه اول: محاسبهٔ V_{ab}: $V_{ab} = R_{۲۳} I = ۳ \times ۲ = ۶V$

$$V_{ab} = R_۲ I_۲ \Rightarrow I_۲ = \frac{۶}{۴} = ۱/۵A$$

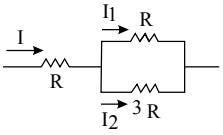
$$V_{ab} = R_۳ I_۳ \Rightarrow I_۳ = \frac{۶}{۱۲} = ۰/۵A$$

راه دوم تقسیم جریان است:

$$I_۲ = \frac{R_۳}{R_۲ + R_۳} I = \frac{۱۲}{۴ + ۱۲} \times ۲ = ۱/۵A$$

$$I_۳ = \frac{R_۲}{R_۲ + R_۳} I = \frac{۴}{۴ + ۱۲} \times ۲ = ۰/۵A$$

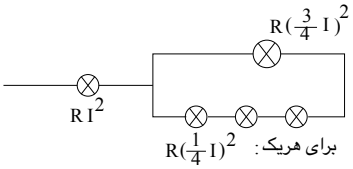
۷۰ - با استفاده از روش تقسیم جریان، $I_۱$ و $I_۲$ را محاسبه می‌کنیم.



$$I_۱ = \frac{۳R}{R + ۳R} \times I = \frac{۳}{۴} I$$

$$I_۲ = \frac{R}{R + ۳R} \times I = \frac{۱}{۴} I$$

پس توان مصرفی هر یک از مجموعه‌ها:



بنابراین بیش‌ترین توان مصرفی متعلق به همان لامپ اول است یعنی $RI^۲ = ۸۰W$

پس:

$$R(\frac{۳}{۴}I)^۲ = \frac{۹}{۱۶} RI^۲ = \frac{۹}{۱۶} \times ۸۰ = ۴۵W$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 183 of 222

$R(\frac{۱}{۴}I)^۲ = \frac{۱}{۱۶}RI^۲ = \frac{۱}{۱۶} \times ۸۰ = ۵W$

پس توان کل:

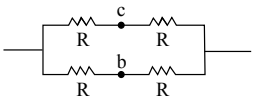
$$P_{کل} = ۸۰ + ۴۵ + (۵ + ۵ + ۵) = ۱۴۰W$$

۷۱ - الف) اگر مجموعه به ولتاژ V وصل شود و فرض کنیم جریان I وارد نقطهٔ a می‌شود، چون مدار کاملاً متقارن است. جریان به دو قسمت مساوی تقسیم می‌شود و از هر کدام از دو مقاومت بالا و پایین می‌گذرد. بنابراین اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت R در بالا و مقاومت R در پایین یکسان خواهد بود و چون سر اول هر دو به نقطهٔ a وصل است می توان گفت:

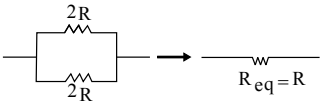
$V_c - V_a = V_b - V_a \Rightarrow V_b = V_c$

یعنی جریانی از مقاومت R' نمی‌گذرد و می‌توان آن را حذف کرد.

ب) با توجه به قسمت الف شکل مدار تبدیل می‌شود به:



پس داریم:



۷۲ - ابتدا توان کل مصرف‌کننده‌های این خانه را به دست می‌آوریم:

$P_{کل} = P_{اتو} + P_{توستر} + ۵ \times P_{لامپ} + P_{بخاری} \Rightarrow P_{کل} = ۱۱۰۰ + ۱۸۰۰ + ۵۰۰ + ۱۱۰۰ = ۴۵۰۰W$

حالا جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$P_{کل} = VI_{کل} \Rightarrow I_{کل} = \frac{۴۵۰۰}{۲۲۰} = ۲۰/۴۵A$

چون جریان کل مدار از حداکثر جریان قابل‌تحمل فیوز بیشتر است، فیوز می‌پرد.

۷۳ - الف) با توجه به رابطهٔ $\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$ داریم:

$$\frac{P_۲}{P_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \xrightarrow{\text{صورت و مخرج طرف چپ ضرب در } t} \frac{P_۲t}{P_۱t} = \frac{E_۲}{E_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{۳۲}{۱۶} = \frac{R}{۸\Omega} \Rightarrow ۲ = \frac{R}{۸\Omega} \Rightarrow R = ۱۶\Omega$$

ب) جریان گذرنده از مقاومت ۸ اهمی را می‌توانیم از $U_۲ = R_۲I_۲^۲t$ به دست آوریم:

$$U_۲ = R_۲I_۲^۲t \Rightarrow ۳۲J = (۸\Omega) \times I^۲ \times (۱s) \Rightarrow I^۲ = \frac{۳۲}{۸} = ۴ \Rightarrow I = ۲A$$

۷۴ - گام اول: در این گام، جریان عبوری از مقاومت ۱۲۰ اهمی را به دست می‌آوریم:

$$P_= R_۱I_۱^۲ \Rightarrow ۵W = (۲۰\Omega)I_۱^۲ \Rightarrow I_۱^۲ = \frac{۵}{۲۰} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow I_۱ = \frac{۱}{۲}A$$

گام دوم: حالا با توجه به رابطهٔ $\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲}$ مقدار جریان عبوری از $R_۲$ را حساب می‌کنیم:

$$\frac{I_۲}{I_۱} = \frac{R_۱}{R_۲} \Rightarrow \frac{I_۲}{\frac{۱}{۲}A} = \frac{۲۰\Omega}{۴\Omega} \Rightarrow I_۲ = ۵ \times (\frac{۱}{۲}A) = \frac{۵}{۲}A$$

گام سوم: با جمع کردن $I_۱$ و $I_۲$ نسخهٔ این سؤال را می‌پیچیم!

$$I = I_۱ + I_۲ \Rightarrow \bar{I} = (\frac{۱}{۲}A) + (\frac{۵}{۲}A) = (\frac{۶}{۲}A) = ۳A$$

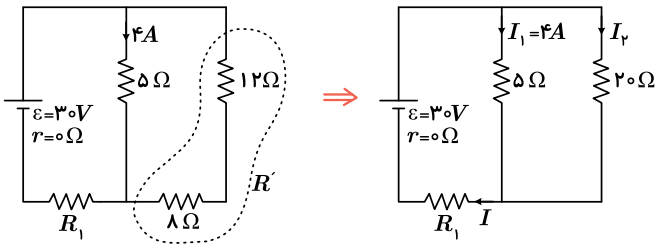
۷۵ - برای اینکه توان مصرفی در $R_۱$ را به دست بیاوریم، باید $R_۱$ و جریان عبوری از آن را داشته باشیم که هیچ‌کدام

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 185 of 222

را نداریم. به همین خاطر اول به سراغ به دست آوردن این دو مقدار می‌رویم.

مقاومت‌های ۱۲ و ۸ اهمی با هم متوالی‌اند؛ پس، به‌جای آنها مقاومت معادلشان را قرار می‌دهیم:

$$R' = ۱۲\Omega + ۸\Omega = ۲۰\Omega$$



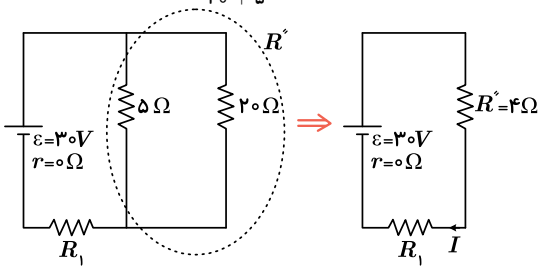
حالا جریان عبوری از مقاومت ۲۰ اهمی را به دست می آوریم:

$$\frac{۲۰\Omega}{۵\Omega} = \frac{I_۱}{I_۲} \Rightarrow ۴ = \frac{۴A}{I_۲} \Rightarrow I_۲ = ۱A$$

حالا جریان کل عبوری از مدار را به دست می‌آوریم که همان جریان عبوری از $R_۱$ است:

$$I = I_۱ + I_۲ = ۴A + ۱A = ۵A$$

برای به دست آوردن مقدار $R_۱$، از مقدار جریان عبوری از مدار تک‌حلقه یعنی $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$ کمک می‌گیریم. ε، I و r را داریم، R_{eq} به دست می‌آید. با محاسبهٔ R_{eq} به‌راحتی $R_۱$ به دست می‌آید؛ چون، طبق شکل زیر $R_۱$ با مجموعه مقاومت‌های ۲۰ و ۵ اهمی متوالی است. مقاومت‌های ۲۰ و ۵ اهمی با هم موازی هستند و معادل آنها $R'' = \frac{۲۰ \times ۵}{۲۰ + ۵} = ۴\Omega$ است:



$$I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow ۵A = \frac{۳۰V}{(۴\Omega + R_۱) + ۰} \Rightarrow ۴\Omega + R_۱ = ۶\Omega \Rightarrow R_۱ = ۲\Omega$$

حالا می‌توانیم توان مصرفی $R_۱$ را به دست آوریم:

$$P_۱ = R_۱ I^۲ \Rightarrow P_۱ = (۲\Omega)(۵A)^۲ = ۲ \times ۲۵ = ۵۰W$$

۷۶ – گام اول: شکل سوال را به دقت ببینید. اگر کلید A را ببندیم، مقاومت R_A و اگر کلید B را ببندیم، مقاومت R_B و اگر هر دو کلید را ببندیم، هر دو مقاومت به ولتاژ $۲۲۰V$ وصل می‌شوند؛ پس، وقتی هر دو کلید بسته است، توان مصرفی لامپ، بیشینه خواهد شد:

$$P_{max} = P_A + P_B = ۵۰W \quad (۱)$$

گام دوم: طبق رابطهٔ $P_n = \frac{V_n^۲}{R}$ ، P_n و R با هم رابطهٔ عکس دارند؛ پس، کمترین توان متعلق به بزرگ‌ترین مقاومت (یعنی R_A) است:

$$P_{min} = P_A = ۱۰W \quad (۲)$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 187 of 222

از رابطه‌های (۱) و (۲) نتیجه می‌گیریم:

$$P_B = P_{max} - P_A = ۵۰ - ۱۰ = ۴۰W$$

گام سوم: باید نسبت $\frac{R_A}{R_B}$ را حساب کنیم:

$$\frac{R_A}{R_B} = \frac{P_B}{P_A} = \frac{۴۰}{۱۰} = ۴$$

۷۷ -

ابتدا جریان عبوری از مقاومت $R_۲$ را به دست می‌آوریم:

الف

$$P_۲ = R_۲ I_۲^۲ \rightarrow ۹۶ = ۶ I_۲^۲ \rightarrow I_۲ = ۴A$$

با توجه به موازی بودن $R_۲$ و $R_۳$، جریان عبوری از $R_۳$ و سپس جریان کل مدار را به دست می‌آوریم:

$$\frac{I_۳}{I_۲} = \frac{R_۲}{R_۳} \rightarrow \frac{I_۳}{۴} = \frac{۶}{۱۲} \rightarrow I_۳ = ۲A \rightarrow I_{eq} = ۲ + ۴ = ۶A$$

اختلاف پتانسیل دو سر مولد با اختلاف پتانسیل دو سر مجموعهٔ مقاومت‌ها یکسان است.

$$R_{۲۳} = ۴\Omega \quad R_{eq} = ۲ + ۴ = ۶\Omega$$
$$V = IR = ۶ \times ۶ = ۳۶$$

ب لامپ (۱) اتصال کوتاه و خاموش می‌شود.

۷۸ - با بستن $K_۱$:

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{R + r}$$
$$V_۱ = \varepsilon - r I_۱ = RI$$

وقتی کلید $K_۲$ هم بسته شود مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ با هم موازی می‌شوند:

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{۲}$$
$$I_۲ = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r} \Rightarrow I_۲ = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۲} + r}$$
$$V_۲ = \varepsilon - r I_۲$$

در این حالت چون مخرج کسری که مقدار $I_۲$ را تعیین می‌کند، کاهش یافته است، پس $I_۱ < I_۲$ خواهد بود و به همین دلیل $V_۲ < V_۱$ خواهد شد.

توجه: درست است که در این حالت جریان $I_۲$ از حالت اول یعنی $I_۱$ بزرگ‌تر است، ولی ۲ برابر نشده است. چون جریان عبوری از لامپ‌های $L_۱$ و $L_۲$ با هم برابر و معادل $\frac{I_۲}{۲}$ است، پس نور لامپ‌ها نسبت به حالتی که فقط یک لامپ روشن بود، کمتر شده است.

اکنون با بسته شدن کلید $K_۳$ داریم:

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{۳}$$
$$I_۳ = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۳} + r} \quad , \quad V_۳ = \varepsilon - r I_۳$$

در این حالت نیز $I_۱ < I_۲ < I_۳$ و به همین ترتیب $V_۱ > V_۲ > V_۳$ خواهد بود و به طریق مشابه می‌توان گفت که نور لامپ‌ها کمتر از حالتی است که فقط لامپ $L_۱$ به تنهایی روشن بود. با بستن کلید $K_۴$ داریم:

$$\frac{۱}{R_{eq}} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{۴}$$
$$I_۴ = \frac{\varepsilon}{\frac{R}{۴} + r} \quad , \quad V_۴ = \varepsilon - r I_۴$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 189 of 222

و می‌توان گفت $I_۱ < I_۲ < I_۳ < I_۴$ و همچنین به طریق مشابه $V_۱ > V_۲ > V_۳ > V_۴$ است. پس اگر بعد از بستن کلید $K_۱$، کلیدها را یک به یک پشت سر هم ببندیم، عدد آمپرسنج افزایش و عدد ولت‌سنج و نور لامپ‌ها کاهش می یابد.

۷۹ - با بسته شدن کلید $k_۱$ داریم:

$$I_۱ = \frac{\varepsilon}{r+R}$$

برای هر دو سر لامپ (۱): $V_۱ = R_۱ I_۱ = \varepsilon - rI_۱$

ولتاژ بالا برای هر دو لامپ است اما چون کلید $k_۲$ بسته است، از لامپ (۲) جریانی نمی گذرد.

وقتی کلید $k_۲$ را ببندیم دو لامپ با هم موازی می‌شوند.

$$\frac{۱}{R_{eq\,کل}} = \frac{۱}{R} + \frac{۱}{R} = \frac{۲}{R} \Rightarrow R_{eq} = \frac{R}{۲}$$

$$I_{۲\,کل\,مدار} = \frac{\varepsilon}{r + \frac{R}{۲}} \longrightarrow I_{\text{عبوری از هر لامپ}} = \frac{I_۲}{۲} = \frac{۱}{۲}\left(\frac{\varepsilon}{r+\frac{R}{۲}}\right) = \frac{\varepsilon}{۲r+R}$$

لامپ‌ها یکسان هستند

همانطور که مشاهده می‌شود جریان عبوری از لامپ (۱) در حالت دوم، کوچک‌تر از جریان عبوری از آن در حالت اول است، بنابراین نور لامپ (۱) پس از بسته شدن هر دو کلید، کم‌تر از حالتی است که به تنهایی روشن است.

۸۰ - قبل از بستن کلید، ولتاژ باتری به‌صورت برابر بین سه لامپ تقسیم می‌شود (چون لامپ‌ها مشابه هستند). با فرض اینکه مقاومت درونی باتری صفر است، داریم:

$$V_{\text{باتری}} = \varepsilon - \cancel{rI} = \varepsilon$$

$$V_A = V_B = V_C = \frac{\varepsilon}{۳}$$

بعد از بسته شدن کلید، دو سر لامپ C اتصال کوتاه شده و این لامپ از مدار حذف می‌شود. بنابراین ولتاژ باتری در این حالت بین لامپ‌های A و B به‌صورت برابر تقسیم می‌شود:

$$V'_C = ۰ \;,\; V'_A = V'_B = \frac{\varepsilon}{۲}$$

بنابراین عبارت‌های (الف) و (ب) نادرست و عبارت‌های (پ) و (ت) درست هستند.

۸۱ - با افزایش دمای رساناهای فلزی، مقاومت آنها افزایش می‌یابد؛ در نتیجه، طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R+r}$، با افزایش R، جریان مدار یعنی عددی که آمپرسنج نشان می‌دهد، کاهش می‌یابد. از طرفی طبق رابطهٔ $\Delta V = \varepsilon - Ir$، با کاهش جریان، ولتاژ دو سر مولد؛ یعنی، همان عددی که ولت‌سنج نشان می‌دهد، افزایش می‌یابد.

۸۲ - با کاهش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل مدار کاهش می‌یابد؛ زیرا:

$$R_{eq} = R_۱ + R_۲ = r$$

بنابراین با توجه به این که جریان مدار برابر است با $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq}}$، جریان افزایش می‌یابد. با افزایش جریان، مقدار $V_۲$ افزایش می‌یابد:

$$I \uparrow \Rightarrow V_۲ = R_۲ I \Rightarrow V_۲ \uparrow$$

اما با افزایش جریان، ولتاژ دو سر مولد کاهش می‌یابد؛ چون:

$$V = \varepsilon - Ir \Rightarrow I \uparrow \Rightarrow Ir \uparrow \Rightarrow (\varepsilon - Ir) \downarrow \Rightarrow V \downarrow$$

از طرفی می‌دانیم:

$V = V_۱ + V_۲ \Rightarrow V_۱ = V - V_۲$

چون $V_۲$ افزایش یافته و V کاهش یافته است، $V - V_۲$ که همان $V_۱$ است، کاهش می‌یابد.

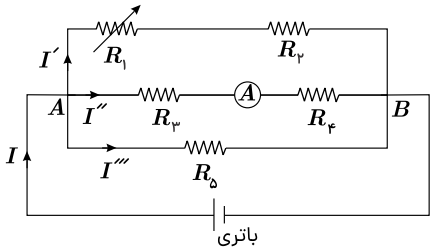
۸۳ - همان‌طور که می‌دانید، اگر دو یا چند مقاومت به‌طور موازی با هم بسته شوند، جریان عبوری از کوچک‌ترین مقاومت بیشترین مقدار است. پس داریم:

$R_< R_۲ \Rightarrow I_۱ > I_۲$

در مورد ولت‌سنج‌ها هم باید بگوییم که هر سه ولت‌سنج، یک مقدار نشان می‌دهند. ولت‌سنج ۱ و ۲ اختلاف پتانسیل دو سر دو مقاومت موازی را نشان می‌دهند که می‌دانیم با هم برابر است. ولت‌سنج ۳ هم اختلاف پتانسیل دو سر مدار را نشان می‌دهد که در این سوال همان اختلاف پتانسیل دو سر $R_۱$ و $R_۲$ است.

۸۴ -

گام ۱: مدار را به این شکل در نظر می‌گیریم:



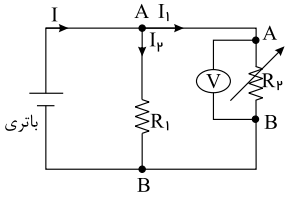
گام ۲: از این که عدد آمپرسنج (با توجه به ثابت ماندن اعداد $R_۳$ و $R_۴$) تغییر نکرده می‌توان فهمید که مقاومت درونی باتری صفر بوده است:

$V_{AB} = V_{\text{باتری}} = \varepsilon - r\underbrace{I}_{\text{کاهش}} = \text{ثابت} \Rightarrow r = ۰ \Rightarrow V_{AB} = \varepsilon \rightarrow I'' = \frac{V_{AB}}{R_{۳,۴}} = \text{ثابت}\ I''' = \frac{V_{AB}}{R_۵} = \text{ثابت}$

$R_۱ \uparrow \Rightarrow R_{eq} \uparrow \Rightarrow I \downarrow \ \Rightarrow \downarrow I = I' + \underbrace{I'' + I'''}_{\text{ثابت}} \Rightarrow \downarrow I = I' + \text{عدد ثابت} \Rightarrow I' \downarrow \Rightarrow V_{R_۲} = \underbrace{R_۲}_{\text{ثابت}} I' \downarrow \Rightarrow V_{R_۲} \downarrow$

گام ۳ $\rightarrow \underbrace{V_{AB}}_{\text{ثابت}} = V_{R_۱} + \underbrace{V_{R_۲}}_{\text{کاهش}} \Rightarrow V_{R_۱} \uparrow$

۸۵ - گام اول:اختلاف پتانسیل دو سر باتری با اختلاف پتانسیل هریک از مقاومت‌های $R_۱$ و $R_۲$ برابر است.



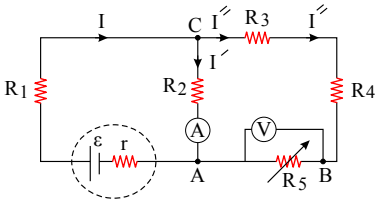
گام دوم: با افزایش R_{eq}، $R_۲$ هم افزایش می‌یابد پس I کل کاهش می‌یابد. اما عدد ولت‌سنج تغییری نکرده است از این موضوع نتیجه می‌گیریم:

$\underbrace{V}_{\text{ثابت}} = \varepsilon - rI \downarrow \rightarrow r = ۰$ اختلاف پتانسیل دو سر باتری

گام سوم:

توان خروجی باتری $P = V \cdot I = \varepsilon I - \cancel{r I^{۲}}^{۰} = \varepsilon I \downarrow \Rightarrow P \downarrow$

۸۶ - گام اول: با افزایش مقاومت $R_۵$، مقاومت کل مدار افزایش می‌یابد.



$\uparrow R_۵ \rightarrow R_{eq} \uparrow$

گام دوم: با افزایش مقاومت کل مدار، جریان کل مدار کاهش می‌یابد.

گذرنده از باتری $I = \dfrac{\varepsilon}{r + R_{eq} \uparrow} \rightarrow I \downarrow$

گام سوم: برای تعیین تکلیف V_{AC} در حلقهٔ چپ از A به طرف C حرکت می‌کنیم:

$\rightarrow V_A + \varepsilon - rI - R_۱ I = V_C \rightarrow V_C - V_A = V_{CA} = \varepsilon - (r + R_۱) I \downarrow \rightarrow V_{AC} \uparrow$

گام چهارم:

$\uparrow V_{AC} = V_{R_۲} \uparrow = \underbrace{R_۲}_{\text{ثابت}} I' \rightarrow (I') \uparrow$ آمپرسنج افزایش می‌یابد.

گام پنجم:

$I = I' + I'' \xrightarrow[I' \uparrow]{I \downarrow} I'' \downarrow$

گام ششم:

$R_۳ : V_{CB} = (R_۳ + R_۴) I'' \downarrow \rightarrow V_{CB} \downarrow$

گام هفتم:

$\downarrow V_{CB} + V_{BA} = V_{CA} \uparrow \rightarrow (V_{BA}) \uparrow$ ولتسنج افزایش می‌یابد

۸۷ -

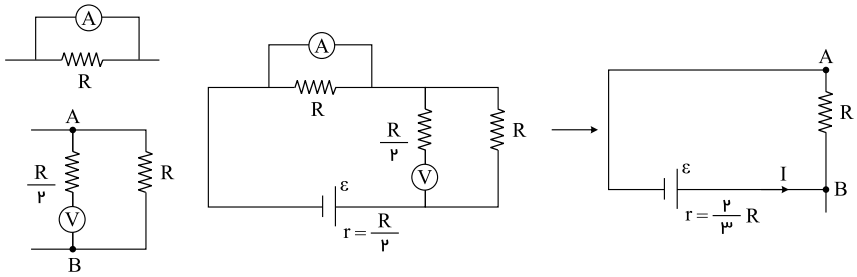
گام ۱ $\Rightarrow$ در حال اول :

$$\begin{cases} I = \dfrac{\varepsilon}{r + \frac{۴}{۳R}} \rightarrow I = \dfrac{\varepsilon}{\frac{۲}{۳}R + \frac{۴}{۳}R} = \dfrac{\varepsilon}{۲R} \\ R_{eq} = R + \dfrac{R \times \frac{R}{۲}}{R + \frac{R}{۲}} = R + \dfrac{\frac{R^{۲}}{۲}}{\frac{۳}{۲}R} = R + \dfrac{R}{۳} = \dfrac{۴}{۳}R \end{cases}$$

گام ۲ $\Rightarrow$

$$\begin{cases} \text{عدد آمپرسنج} = (\dfrac{R}{\frac{R}{۲} + R})(\dfrac{\varepsilon}{۲R}) = \dfrac{۲}{۳}\dfrac{\varepsilon}{۲R} = \dfrac{\varepsilon}{۳R} \rightarrow I_۱ = \dfrac{\varepsilon}{۳R} \\ \text{عدد ولتسنج} = RI = R(\dfrac{\varepsilon}{۲R}) = \dfrac{\varepsilon}{۲} \rightarrow V_۱ = \dfrac{\varepsilon}{۲} \end{cases}$$

گام ۳ $\Rightarrow$ تعویض جای ولتسنج و آمپرسنج



https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 195 of 222

$\Rightarrow$ هم از مدار حذف می‌شود $\frac{R}{۲}$ مقاومت R اتصال کوتاه و حذف می‌شود. $I = \frac{\varepsilon}{R + \frac{۲}{۳}R} = \frac{\varepsilon}{\frac{۵}{۳}R} = \frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R}$

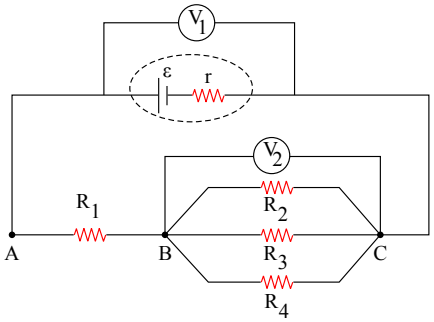
$\Rightarrow$ عدد ولت سنج(از ولت سنج جریانی عبور نمی‌کند.) $= V_{AB} = R \times I \Rightarrow V_۲ = R(\frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R}) = \frac{۳}{۵}\varepsilon$

گام ۴ $\Rightarrow \begin{cases} V_۱ = \frac{\varepsilon}{۲} \\ V_۲ \frac{۳}{۴}\varepsilon \end{cases} \Rightarrow V_۲ > V_۱$

$\begin{cases} I_۱ = \frac{\varepsilon}{۳R} \\ I_۲ = \frac{۳}{۵}\frac{\varepsilon}{R} \end{cases} \Rightarrow I_۲ > I_۱$

۸۸ - وقتی کلید K بسته می‌شود مقاومت $R_۴$ به صورت موازی به شاخه اضافه می‌شود. مقاومت معادل کاهش می‌یابد پس طبق رابطه $I = \frac{\varepsilon}{R + r}$ چون مقاومت معادل کاهش می‌یابد پس شدت جریان در مدار افزایش می‌یابد. طبق رابطه $V_۱ = \varepsilon - Ir$ چون افت پتانسیل افزایش می‌یابد، اختلاف پتانسیل مدار کاهش می‌یابد پس $V_۱$ کم می‌شود.

طبق رابطه $V_{AB} = R_۱ \times I$ چون جریان در مدار افزایش یافته است پس V_{AB} نیز افزایش می‌یابد از طرفی می‌دانیم $V_T = V_{AB} + V_{BC}$ و با توجه به اینکه اختلاف پتانسیل مدار کاهش یافته است و V_{AB} افزایش یافته است پس V_{BC} نیز باید کاهش یابد تا تساوی برقرار شود.



پس $V_۱$ و $V_۲$ هر دو کاهش می‌یابد.

۸۹ -

با کاهش مقاومت متغیر R، مقاومت کل کاهش می‌یابد، از این رو جریان کل (که همان R_{eq} جریان عبوری از لامپ $L_۱$ است) افزایش می‌یابد. یعنی:

$R \downarrow \Rightarrow R_{eq} \downarrow \Rightarrow I_T \uparrow \Rightarrow I_۱ = I_T \uparrow \Rightarrow V_۱ = R_۱ I_۱ \uparrow$

$V_۱ + V_۲ = V_T \Rightarrow V_۲ \downarrow$

افزایش ثابت

$\left.\begin{array}{l} I_۲ = I_{R'} + I_{L_۲} \\ I_{R'} = \frac{V_۲}{R'} \xrightarrow{\text{کاهش } V'_۲} I_{R'} \end{array}\right\} \xrightarrow{I_T \uparrow} I_{L_۲} \uparrow$

بنابراین نور لامپ $L_۲$ زیاد می‌شود.

افزایش جریان $I_۱$ یعنی افزایش جریان عبوری از لامپ $L_۱$، درنتیجه افزایش نور لامپ $L_۱$.

۹۰ - با افزایش مقاومت $R_۱$، مقاومت معادل در مدار افزایش می‌یابد. با افزایش مقاومت معادل طبق رابطهٔ $I = \frac{\varepsilon}{R_{eq} + r}$، جریان کاهش می‌یابد.

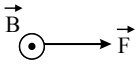
https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 197 of 222

طبق رابطهٔ $V = \varepsilon - Ir$، با کاهش جریان اختلاف پتانسیل دو سر مولد و اختلاف پتانسیل دو سر مقاومت معادل $R_{۲,۳}$ افزایش می‌یابد. پس با افزایش اختلاف پتانسیل جریان گذرنده از مقاومت $R_{۲,۳}$ نیز افزایش می‌یابد (طبق رابطهٔ $V = RI$) پس $A_۲$ عدد بیشتری را ثبت می‌کند.

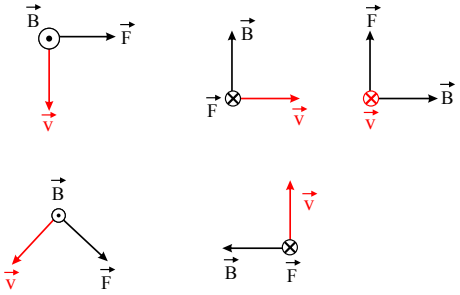
جریان اصلی بین دو مقاومت $R_۱$ و $R_{۲,۳}$ تقسیم می‌شود و بنابر قانون جریان $I = I_۱ + I_۲$ چون I کاهش یافته است و $I_۲$ افزایش یافته است پس جریان $I_۱$ کاهش می‌یابد و عددی که $A_۱$ نشان می‌دهد کاهش می‌یابد.

۹۱ - با کاهش مقاومت رئوستا، نور لامپ رشته‌ای افزایش می‌یابد. در نتیجه مقاومت LDR کاهش می‌یابد. پس جریان در مدار سمت راست افزایش و نور لامپ LED نیز زیاد می‌شود.

۹۲ - باید توجه کرد که اگر برای بار منفی از قانون دست راست استفاده می‌کنیم، باید درنهایت جهت هر چیزی که پیدا می‌کنیم را برعکس بیان کنیم. به‌عنوان مثال در شکل

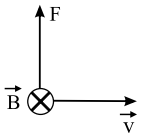


، دستمان را طوری قرار می‌دهیم که کف دست رو به بیرون باشد و شست دست راست به سمت راست قرار گیرد، در این‌صورت چهار انگشت بالای کاغذ را نشان می‌دهد که این جهت حرکت بار مثبت است؛ پس باید جهت حرکت رو به پایین را برای بار منفی بیان کنیم؛ به همین ترتیب داریم:



۹۳ - طبق قانون دست راست، نیروی مغناطیسی وارد شده بر بار مثبت q به‌سمت بالا خواهد بود.

همچنین به بار مثبت درون میدان الکتریکی یکنواخت، نیرویی در جهت میدان وارد می‌شود که رو به پایین است.

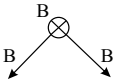


پس (با چشم‌پوشی از نیروی وزن) در صورتی که اندازهٔ این دو نیرو برابر باشد، بار می‌تواند بدون انحراف به مسیر خود ادامه دهد:

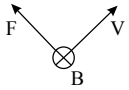
$$F_{\text{الکتریکی}} = F_{\text{مغناطیسی}} \Rightarrow E\cancel{q} = \cancel{q}vB\sin\alpha \Rightarrow ۴۵۰ = v \times ۰/۱۸ \times ۱ \Rightarrow v = \frac{۴۵۰}{۰/۱۸} = ۲۵۰۰\frac{m}{s}$$

۹۴ - می‌دانیم که جهت نیروی واردشده بر ذرهٔ باردار مثبت متحرک درون میدان مغناطیسی از قانون دست راست تعیین می‌شود. پس اگر انحراف هر ذره بر قانون دست راست منطبق بود (یعنی هم‌جهت با نیرو به دست آمد) آن ذره مثبت است و اگر انحراف خلاف جهت نیرو بود، آن ذره منفی است و در صورت عدم انحراف خنثی است.

ذرهٔ (۱): منفی است. طبق قانون دست راست

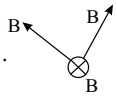


، ولی انحراف خلاف جهت F است.

ذرهٔ (۲): مثبت است. طبق قانون دست راست 

که انحراف با F منطبق است.

ذرهٔ (۳): منحرف نشده پس خنثی است.

ذرهٔ (۴): منفی است چون F با انحراف انطباق ندارد. 

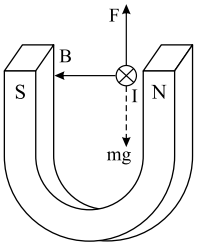
. اگر مثبت باشد باید به‌صورت شکل منحرف می‌شد.

۹۵ – از آنجایی که جرم ذره ناچیز است، نیروهای الکتریکی و مغناطیسی باید یکدیگر را خنثی کنند. با توجه به قانون دست راست و جهت نیروی مغناطیسی، جهت میدان مغناطیسی درون سو است.

$$F_E = F_M \rightarrow Eq = qvB\sin ۹۰^\circ \rightarrow E = vB \rightarrow B = \frac{۲۵۰}{۲۵۰۰} = ۰/۱T$$

۹۶ – الف) برای معلق ماندن سیم باید F_B خلاف جهت mg باشد و با آن برابر باشد.

درضمن جهت جریان از A به B یعنی درون‌سو (مثلاً رو به شمال) است. پس B باید به‌سمت چپ (یا مثلاً غرب باشد یعنی قطب N سمت راست و قطب S سمت چپ قرار دارد.



ب) ابتدا جریان عبوری از سیم و پس از آن با استفاده از قانون اهم، مقاومت الکتریکی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

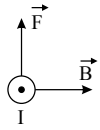
$$F_B = mg \Rightarrow BI\ell\sin\theta = mg$$
$$\Rightarrow ۲\times ۱۰^{-۳}\times I\times ۰/۲\times ۱ = (۰/۲۰\times ۱۰^{-۳})\times ۱۰ \Rightarrow I = ۵A$$

براساس قانون اهم:

$$v = RI$$
$$\Rightarrow ۴۰ = R\times ۵ \Rightarrow R = ۸\Omega$$

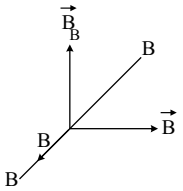
۹۷ –

الف) چون سیم معلق مانده است پس جهت نیروی مغناطیسی وارد بر سیم در خلاف جهت وزن سیم یعنی رو به بالاست، بنابراین جهت جریان باید از b به a (برون‌سو) باشد:



ب) سیم معلق است:

$$F = BI\ell\sin\alpha = mg \Rightarrow (۴۰۰\times ۱۰^{-۴})(۱۰)\times(۰/۲)\times(۱) = m\times ۱۰ \Rightarrow m = ۰/۰۰۸kg = ۸g$$



۹۸ – سیمی را در فضای دهانهٔ آهنربای C شکلی بر روی یک ترازوی رقمی قرار داده و نیروی وزن آهنربا را اندازه

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 201 of 222

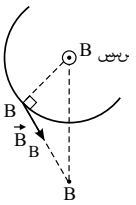
می‌گیریم. سپس از این سیم جریان معینی را عبور می‌دهیم. تغییر عدد ترازو برابر با نیروی مغناطیسی وارد بر سیم است.

۹۹ - نقطهٔ A: میدان ناشی از I_1 در نقطهٔ A برون‌سو و میدان ناشی از I_2 در A درون‌سو است ولی چون $I_1 > I_2$ و A به I_1 نیز نزدیک‌تر است پس قطعاً $|B_{2A}| < |B_{1A}|$، پس میدان خالص برون‌سو خواهد بود.

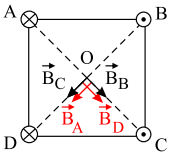
نقطهٔ B: هر دو میدان ناشی از I_1 و I_2 در نقطهٔ B درون‌سو هستند پس میدان خالص در B درون‌سو خواهد بود.

نقطهٔ C: میدان ناشی از I_1 در C درون‌سو و میدان ناشی از I_2 در C برون‌سو است. و باید توجه کرد که اگرچه جریان $I_1 > I_2$ است ولی فاصلهٔ C به I_2 کمتر از فاصلهٔ نسبت به I_2 است بنابراین ممکن است $B_{2C} < B_{1C}$ شود یا $B_{1C} = B_{2C}$ گردد و یا $B_{2C} > B_{1C}$ شود. پس ممکن است میدان خالص درون‌سو، صفر یا برون‌سو گردد.

۱۰۰ - الف) جهت جریان هریک از سیم‌های D, C, B, A در نقطهٔ O براساس قانون دست راست تعیین می‌شود، فقط باید توجه کرد که مثلاً برای سیم B، بردار میدان بر OC منطبق است و جهت آن به سمت C است چون بردار میدان بر دایره‌ای که به مرکز B و به شعاع نصف قطر زده شده‌باشد مماس است:

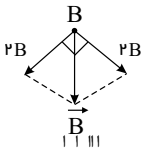


بنابراین داریم:



یعنی میدان‌های ناشی از سیم A و C هم‌جهت و هم‌اندازه و میدان‌های ناشی از سیم B و D نیز هم‌جهت و هم‌اندازه خواهند بود.

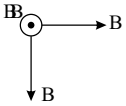
به این ترتیب در نقطهٔ O داریم:



پس میدان خالص در نقطهٔ O رو به پایین خواهد بود.

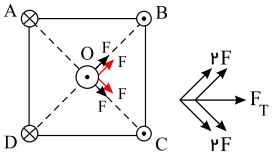
ب) برای به دست آوردن جهت نیروی واردشده به سیم O از قانون دست راست استفاده می‌کنیم:

پس نیرو به سمت راست یا شرق خواهد بود.

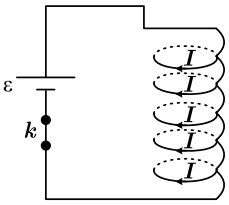


روش دوم: می‌دانیم که سیم‌های موازی و طویل حامل جریان‌های هم‌سو یکدیگر را می‌ربایند (جذب می‌کنند). سیم‌های حامل جریان‌های غیر همسو یکدگیر را می‌رانند (دفع می‌کنند)؛ بنابراین برای سیم O داریم:

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 203 of 222



۱۰۱ -



فنر فشرده شده و طول آن کاهش می‌یابد. با وصل کلید و برقراری جریان الکتریکی در فنر، مطابق شکل روبه‌رو جریانی که از حلقه‌های فنر می‌گذرد، هم‌جهت هستند.

عبور جریان‌های هم‌جهت در سیم‌های موازی باعث ایجاد نیروی جاذبه بین آنها می‌شود. حلقه‌ها یکدیگر را جذب می‌کنند و طول فنر کاهش می‌یابد.

۱۰۲ - باید توجه کرد در رابطهٔ $B=\frac{\mu_{\circ} NI}{\ell}$ مقدار $\frac{N}{\ell}$ به معنای تعداد دور در واحد طول است. اگر حلقه‌های سیملوله به‌هم چسبیده باشند و قطر سیم هم ۱mm باشد بنابراین می‌توان مطمئن بود که هر هزار حلقهٔ کنار هم، طولی معادل ۱۰۰۰ میلی‌متر یا ۱m خواهند داشت؛ به‌عبارتی تعداد دورهای سیملوله در یک متر (واحد طول) که همان $\frac{N}{\ell}$ خواهد شد برابر با ۱۰۰۰ است، یعنی:

(**D** قطر مقطع سیم است) $\frac{N}{\ell}=\frac{۱}{D}=\frac{۱}{۱۰^{-۳}}$

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{\ell}\cdot I=۴\pi\times ۱۰^{-۷}\times(۱۰۰۰)\times ۰/۱\Rightarrow B=۱/۲\times ۱۰^{-۴}T=۱/۲G$$

۱۰۳ - اندازهٔ میدان مغناطیسی در اطراف سیم حامل جریان، هم وابسته است به جریانی که از سیم می‌گذرد و هم به فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا سیم مرتبط است.

هر چه جریان سیم بیشتر و فاصلهٔ نقطهٔ موردنظر تا سیم کمتر باشد میدان مغناطیسی قوی‌تر خواهد بود.

میدان ناشی از $I_۱$ در محل O درون‌سو است و میدان ناشی از $I_۲$ در O برون‌سو است که چون $B_۱<B_۲$ است (به دلایل بالا) تا اینجا برآیند، برون‌سو است.

از طرفی میدان ناشی از $I_۳$ نیز برون‌سو است، پس میدان مغناطیسی خالص در نقطهٔ O برون‌سو خواهد شد.

۱۰۴ - الف) وقتی جریان در سیملوله برقرار می‌شود، میدان مغناطیسی سیملوله خاصیت مغناطیسی را در میله‌ها القا کرده و میله‌ها آهنربا می‌شوند. چون در دو سر ابتدایی و انتهایی میله‌ها قطب‌های همنام ایجاد می‌شود. میله‌ها از هم دور می‌شوند.

ب) چون میله‌ها تحت تأثیر یک میدان مغناطیسی خارجی به سادگی آهنربا شده، و با حذف میدان خارجی به آسانی خاصیت آهنربایی خود را از دست می‌دهند، فرومغناطیس نرم هستند.

۱۰۵ - شار مغناطیسی گذرنده از سیملوله همیشه به خاطر وجود میدان مغناطیسی خارجی نیست. میدان مغناطیسی خود سیملوله نیز، در آن شار ایجاد می‌کند؛ بنابراین، ابتدا باید میدان مغناطیسی داخل سیملوله را حساب کنیم و سپس با استفاده از آن، شار را به دست آوریم.

گام اول: محاسبهٔ میدان مغناطیسی داخل سیملوله:

$$B=\mu_{\circ}\frac{N}{l}I\Rightarrow B=(۴\pi\times ۱۰^{-۷}\frac{T\cdot m}{A})\times(\frac{۲۰۰}{۲۰\times ۱۰^{-۲}m})\times(۵A)=۲۰\pi\times ۱۰^{-۴}T=۲۰\times ۳\times ۱۰^{-۴}T=۶\times ۱۰^{-۳}T$$

محاسبهٔ شار: خطوط میدان سیملوله بر سطح مقطع آن عمود است؛ بنابراین، $\theta=۰$ و داریم:

$$\Phi=BA\cos\theta\xrightarrow{\theta=۰\Rightarrow\cos ۰=۱}\Phi=(۶\times ۱۰^{-۳}T)\times(۱۵\times ۱۰^{-۴}m^{۲})\times ۱=۹۰\times ۱۰^{-۷}Wb=۹\times ۱۰^{-۶}Wb$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 205 of 222

۱۰۶ - گام اول: محاسبهٔ θ: خطوط میدان مغناطیسی در راستای محور xها هستند.

زاویهٔ بین خطوط میدان و خط عمود بر سطح $\Rightarrow \alpha = ۳۰^\circ$: زاویهٔ بین خطوط میدان و سطح قاب $\theta = ۹۰ - \alpha = ۹۰ - ۳۰ = ۶۰^\circ$

گام دوم: محاسبهٔ A:

$$A = ۱۵cm \times ۳۰cm = ۴۵۰cm^۲ = ۴۵۰ \times ۱۰^{-۴} m^۲ = ۴٫۵ \times ۱۰^{-۲} m^۲$$

گام سوم: محاسبهٔ Φ:

$$\Phi = BAcos\theta = (۰٫۴T) \times (۴٫۵ \times ۱۰^{-۲} m^۲) \times cos۶۰^\circ \xrightarrow{cos۶۰^\circ = \frac{۱}{۲}} \Phi = ۹ \times ۱۰^{-۳} Wb$$

۱۰۷ -

الف) از چهار وجه $ADHE$، $BCGF$، $ABCD$ و $EFGH$ شاری عبور نمی‌کند؛ زیرا، این وجوه در راستای خطوط میدان هستند و بردار عمود بر آنها با خطوط میدان زاویهٔ ۹۰ درجه می‌سازد.

$$\Phi = BAcos۹۰^\circ \xrightarrow{cos۹۰^\circ = ۰} \Phi = ۰$$

بردار عمود بر هر سطح را به سمت بیرون مکعب در نظر می‌گیریم:

$$A = (۲cm) \times (۲cm) = ۴cm^۲ = ۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲$$
$$\Phi_{ABFE} = BAcos۱۸۰^\circ = (۰٫۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times (-۱) = -۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$$
$$\Phi_{CDHG} = BAcos۰^\circ = (۰٫۱T) \times (۴ \times ۱۰^{-۴} m^۲) \times ۱ = ۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$$

ب) شار کل گذرنده از مکعب برابر صفر است.

$$\Phi_{ABFE} + \Phi_{CDHG} = ۰$$

۱۰۸ - گام اول: میدان مغناطیسی داخل سیملوله را (که شار مغناطیسی را ایجاد می‌کند) به دست می‌آوریم:

$$B = \mu_۰ \frac{N}{\ell} I$$
$$\xrightarrow{\frac{N}{\ell} = ۱۰۰۰} B = (۱۲ \times ۱۰^{-۷} \frac{T \cdot m}{A}) \times (۱۰۰۰ \frac{۱}{m}) \times (۲A) = ۲٫۴ \times ۱۰^{-۳} T$$

گام دوم: وقتی سیم ۴۰ سانتی‌متری را به شکل مربع درمی‌آوریم، طول هر ضلع آن $۱۰cm$ می‌شود. مساحت مربع برابر است با:

$$A = (۱۰cm) \times (۱۰cm) = ۱۰۰cm^۲ = ۱۰۰ \times ۱۰^{-۴} m^۲ = ۱۰^{-۲} m^۲$$

گام سوم: محاسبهٔ شار:

$$\Phi = BAcos۰^\circ \Rightarrow \Phi = (۲٫۴ \times ۱۰^{-۳} T) \times (۱۰^{-۲} m^۲) \times ۱ = ۲٫۴ \times ۱۰^{-۵} Wb$$

۱۰۹ - در لحظهٔ $t = ۰$ زاویهٔ بین میدان و نیم‌خط عمود بر حلقه (θ) برابر صفر است.

در مدت $۲s$ حلقه ۶۰ درجه می‌چرخد و این زاویه به ۶۰ درجه می‌رسد. بنابراین در لحظهٔ $t = ۲s$ شار مغناطیسی برابر است با:

$$\Phi = AB\,cos\theta \xrightarrow[\theta = ۶۰^\circ]{\Phi_{max} = AB = ۵Wb} \theta = ۵ \times ۱٫۲ = ۲٫۵Wb$$

۱۱۰ - در حین چرخش چرخ، فاصلهٔ آهنربا از پیچه، تغییر می‌کند، بنابراین میدان مغناطیسی و در نتیجه شار

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 207 of 222

مغناطیسی عبوری از پیچه تغییر و جریان القایی در آن ایجاد می‌شود. هر قدر تندی چرخ بیشتر باشد، جریان القایی بزرگ‌تر است. تندی‌سنج با پردازش این جریان القایی، تندی حرکت دوچرخه را برآورد می‌کند.

۱۱۱ -

در ابتدا که سطح پیچه بر میدان مغناطیسی زمین عمود است زاویهٔ بین بردار عمود بر سطح پیچه با خطوط میدان مغناطیسی صفر است ($\theta_1 = 0$) و در حالت دوم که سطح حلقه‌ها موازی با میدان مغناطیسی قرار می‌گیرد، $\theta_2 = 90$ خواهد شد. به این ترتیب داریم:

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -N\frac{BA(\cos\theta_2 - \cos\theta_1)}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow \bar{\varepsilon} = -1000\frac{(0/5\times10^{-4})(30\times10^{-4})(0-1)}{0/02} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = 7/5\times10^{5}\times10^{-8} = 7/5mV$$

۱۱۲ - گام اول: با قرار دادن زمان‌های داده‌شده در معادلهٔ B، اندازهٔ میدان مغناطیسی را در ابتدا و انتهای بازهٔ زمانی داده‌شده به دست می‌آوریم و بعد از آن ΔB را می‌نویسیم:

$$t_1 = 1s \Rightarrow B_1 = 0/06(1)^2 = 0/06T$$

$$t_2 = 3s \Rightarrow B_2 = 0/06(3)^2 = 0/54T$$

$$\Rightarrow \Delta B = B_2 - B_1 = 0/54T - 0/06T = 0/48T$$

گام دوم: تغییرات شار را حساب می‌کنیم:

$$\Delta\Phi = \Delta(BA\cos\theta) = A(\cos 0^\circ)\Delta B \Rightarrow \Delta\Phi = 25\times10^{-4}m^2\times1\times0/48T = 12\times10^{-4} = 1/2\times10^{-3}Wb$$

گام سوم: با توجه به بازهٔ زمانی داده‌شده و $\Delta\Phi$ به‌دست‌آمده، می‌توان بزرگی نیروی محرکهٔ القایی متوسط را محاسبه کرد:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = 1\times\frac{1/2\times10^{-3}Wb}{(3-1)s} = 0/6\times10^{-3}V = 6\times10^{-4}V$$

۱۱۳ - گام اول: شار گذرنده از پیچه را در هر دو حالت میدان حساب می‌کنیم:

$$d = 2cm \Rightarrow r = 1cm \Rightarrow A = \pi r^2 = 3\times(1\times10^{-2}m)^2 = 3\times10^{-4}m^2$$

$$\Phi_1 = BA\cos 0^\circ = (0/5T)\times(3\times10^{-4}m^2)\times1 = 1/5\times10^{-4}Wb$$

$$\Phi_2 = BA\cos 180^\circ = (0/5T)\times(3\times10^{-4}m^2)\times(-1) = -1/5\times10^{-4}Wb$$

گام دوم: یکای نیروی محرکهٔ القایی ولت است؛ پس، می‌توانیم آن را در رابطهٔ قانون اهم جای‌گذاری کنیم:

$$V = IR \Rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t}| = IR \Rightarrow N|\Delta\Phi| = \underbrace{I(\Delta t)}_{q}R \Rightarrow q = \frac{N|\Delta\Phi|}{R}$$

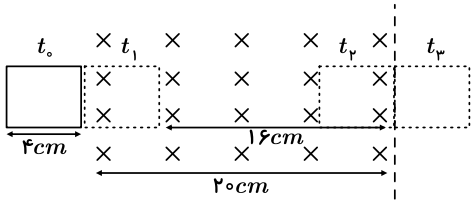
$$= \frac{240\times|(-1/5\times10^{-4}Wb) - (1/5\times10^{-4}Wb)|}{(30\Omega)} = 24\times10^{-4}C = 2/4\times10^{-3}C$$

۱۱۴ -

الف

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 209 of 222

نحوهٔ ورود و خروج قاب مستطیلی به میدان مغناطیسی مطابق شکل زیر است. ابتدا زمان‌های مشخص‌شده در شکل را محاسبه می‌کنیم:

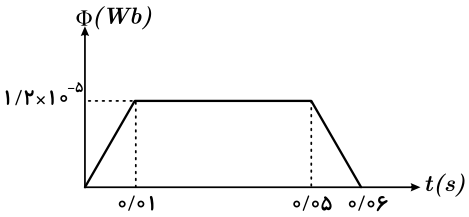


در این بازهٔ زمانی، شار از صفر تا مقدار بیشینه زیاد می‌شود. $(t_1$ تا t_0 از) ورود کامل قاب به میدان $= \frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$

شار ثابت و در بیشترین مقدار است. $(t_2$ تا t_1 از) حرکت قاب داخل میدان $= \frac{x(\text{طول باقی‌مانده از میدان})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۱۶cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۴s$

شار از مقدار بیشینه تا صفر کاهش می‌یابد. $(t_3$ تا t_2 از) خروج کامل قاب از میدان $= \frac{x(\text{طول قاب})}{v(\text{تندی قاب})} = \frac{۴cm}{۴\frac{m}{s}} = ۰/۰۱s$

شار بیشینه $\Phi_m = BA = ۰/۰۱T \times (۴cm \times ۳cm) = ۰/۰۱ \times ۱۲ \times ۱۰^{-۴} Wb = ۱/۲ \times ۱۰^{-۵} Wb$

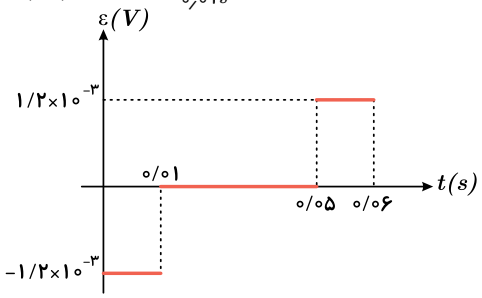


ب

$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon}_{(t_1 \text{ تا } t_0)} = \frac{-(۱/۲ \times ۱۰^{-۵} - ۰)Wb}{۰/۰۱s} = -۱/۲ \times ۱۰^{-۳} V$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_2 \text{ تا } t_1)} = ۰$$

$$\bar{\varepsilon}_{(t_3 \text{ تا } t_2)} = \frac{-(۰ - ۱/۲ \times ۱۰^{-۵})Wb}{۰/۰۱s} = +۱/۲ \times ۱۰^{-۳} V$$



۱۱۵ - گام اول: از روی نمودار می‌توانیم T را حساب کنیم. فاصلهٔ دو صفر متوالی روی نمودار، $۰/۰۲s$ است؛ بنابراین:

$$\frac{T}{۲} = ۰/۰۲s \Rightarrow T = ۰/۰۴s$$

گام دوم: معادلهٔ نیروی محرکهٔ القایی را به دست می‌آوریم:

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\frac{۲\pi}{T}t$$

$$\varepsilon_m = NAB(\frac{۲\pi}{T}) \xrightarrow{\Phi_m = AB} \varepsilon_m = N\Phi_m(\frac{۲\pi}{T})$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 211 of 222

Φ_m را از روی نمودار می‌خوانیم.

$$\Phi_m = ۴ \times ۱۰^{-۳} Wb \Rightarrow \Phi_m = ۲۰۰ \times ۴ \times ۱۰^{-۳} \times (\frac{۲\pi}{۰/۰۴}) = ۴۰\pi \Rightarrow \varepsilon = ۴۰\pi \sin \frac{۲\pi}{۰/۰۴} t \Rightarrow \varepsilon = ۴۰\pi \sin ۵۰\pi t$$

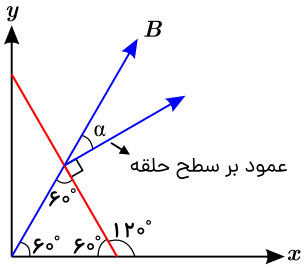
گام سوم: زمان $t = \frac{۱}{۱۰} s$ را در رابطهٔ بالا قرار می‌دهیم تا نیروی محرکهٔ القایی در آن لحظه به دست آید:

$$\varepsilon = ۴۰\pi \sin(۵۰\pi \times \frac{۱}{۱۰}) = ۴۰\pi \sin ۵\pi = ۰$$

گام چهارم:

$$I = \frac{\varepsilon}{R} = \frac{۰}{۲\pi} = ۰$$

۱۱۶ - می‌دانیم شار عبوری از حلقه $(\phi = BA\cos\alpha)$ است. ابتدا باید زاویهٔ بین نیم‌خط عمود بر حلقه و میدان مغناطیسی را محاسبه کنیم. به همین منظور از دستگاه مختصات استفاده می‌کنیم.



$$\vec{B} = ۳\vec{i} + ۳\sqrt{۳}\vec{j} \rightarrow \tan\theta = \sqrt{۳} \Rightarrow \theta = ۶۰^\circ$$
$$\rightarrow \alpha = ۱۸۰ - ۶۰ - ۹۰ = ۳۰^\circ$$

اندازهٔ میدان مغناطیسی $\left|\vec{B}\right| = \sqrt{(۳)^۲ + (۳\sqrt{۳})^۲} = ۶\ T$

$$\phi = BA\cos\alpha = ۶ \times ۲ \times \cos(۳۰^\circ) = ۶\sqrt{۳} Wb$$

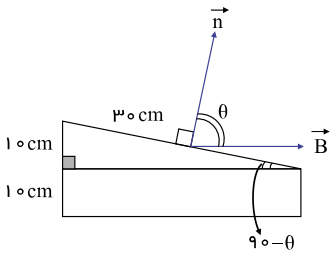
۱۱۷ - می‌دانیم اگر از سیملوله جریان بگذرد میدان مغناطیسی در آن ایجاد می‌شود.

تغییر جریان در سیملوله موجب تغییر میدان مغناطیسی و تغییر شار می‌شود بنابراین:

$$B = \mu_۰ (\frac{N}{\ell}) I$$
$$\Delta B = \mu_۰ (\frac{N}{\ell})(I_۲ - I_۱)$$
$$\Delta\Phi = \Delta B \cdot A\cos\alpha \xrightarrow{\alpha=۰} \Delta\Phi = \mu_۰ (\frac{N}{\ell})(I_۲ - I_۱) \times A = ۴\pi \times ۱۰^{-۷} \times (\frac{۱۰۰}{۱۰۰ \times ۱۰^{-۲}}) \times \pi(۵ \times ۱۰^{-۲})^۲ \times ۸$$
$$= ۳۲\pi^۲ \times ۲۵ \times ۱۰^{-۹} = ۸ \times ۱۰^{-۶} W$$

۱۱۸ -

روش اول: برای محاسبهٔ شاری که از صفحهٔ $ABCD$ می‌گذرد می‌توانیم از شکل زیر کمک بگیریم. حال باید کسینوس زاویهٔ بین میدان مغناطیسی و بردار $\vec{n}$ که عمود بر صفحهٔ مذکور است را بیابیم:



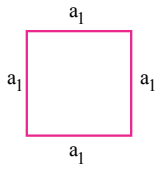
$$\cos\theta = \sin(۹۰ - \theta) = \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳}$$
$$\sin(۹۰ - \theta) = \frac{۱۰}{۳۰} = \frac{۱}{۳} = \cos\theta$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 213 of 222

$$\Phi_{ABCD} = BA\cos\theta = ۰/۵(۴۰ \times ۳۰ \times ۱۰^{-۴})\cos\theta = ۲ \times ۳ \times ۱۰^{-۲} \times \frac{۱}{۳} = ۲ \times ۱۰^{-۲} Wb = ۲۰ mWb$$

- ۱۱۹

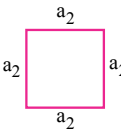
ابتدا طول ضلع مربع اولیهٔ بزرگ و مربع‌های کوچک را به دست می‌آوریم:



$$\ell = ۴a_۱ \Rightarrow a_۱ = \frac{\ell}{۴} \Rightarrow A_۱ = a_۱^۲ = \frac{\ell^۲}{۱۶}$$

$$\frac{\ell}{n} = ۴a_۲ \Rightarrow a_۲ = \frac{\ell}{۴n} \Rightarrow A_۲ = a_۲^۲ = \frac{\ell^۲}{۱۶n^۲}$$

حال با استفاده از رابطهٔ شار مغناطیسی داریم:



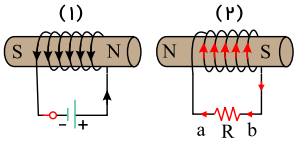
$$\frac{\Phi_۲}{\Phi_۱} = \frac{nBA_۲\cos ۰^\circ}{BA_۱\cos ۰^\circ} = \frac{nA_۲}{A_۱} = \frac{\frac{n\ell^۲}{۱۶n^۲}}{\frac{\ell^۲}{۱۶}} = \frac{۱}{n}$$

- ۱۲۰

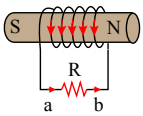
$$\bar{\varepsilon} = -N\frac{\Delta\Phi}{\Delta t} \rightarrow |\bar{\varepsilon}| = |-NA\cos\theta\frac{\Delta B}{\Delta t} \rightarrow ۱۲ = N \times ۲۰ \times ۱۰^{-۴} \times ۱ \times (\frac{-۰/۴ - ۰/۲}{۲۰ \times ۱۰^{-۳}}) \Rightarrow N = ۲۰۰$$

۱۲۱ - هنگام ورود آهنربا به حلقه، شار مغناطیسی داخل حلقه افزایش می‌یابد و میدان مغناطیسی القایی در خلاف جهت میدان اصلی آهنربا تولید می‌شود تا با افزایش شار مخالفت کند؛ بنابراین نیرویی روبه‌بالا به آهنربا وارد می‌شود. در هنگام خروج آهنربا از حلقه نیز شار مغناطیسی در حلقه کاهش می‌یابد و میدان مغناطیسی القایی هم‌جهت با میدان اصلی آهنربا در حلقه ایجاد می‌شود تا با کاهش شار مخالفت کند؛ بنابراین در این حالت نیز نیرویی روبه‌بالا به آهنربا وارد می‌شود و نسبت به حالتی که آهنربا از حلقه عبور نمی‌کند، این آهنربا با سرعت کمتری به زمین می‌خورد و فرورفتگی کمتری در سطح زمین ایجاد می‌شود.

- ۱۲۲



الف) در لحظهٔ بستن کلید K، جریان در سیملولهٔ (۱) افزایش می‌یابد؛ بنابراین میدان مغناطیسی آن در محل سیملولهٔ (۲) زیاد می‌شود و شار عبوری از سیملولهٔ (۲) نیز زیاد می‌شود، پس طبق قانون لنز باید میدان القایی در سیملولهٔ (۲) در خلاف جهت میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) باشد، تا با افزایش شار مخالفت کند. یعنی جریان در مقاومت R از b به a است.



ب) هنگامی که کلید باز می‌شود، جریان در سیملولهٔ (۱) کاهش می‌یابد؛ بنابراین میدان مغناطیسی و شار عبوری در محل سیملولهٔ (۲) کم می‌شود و طبق قانون لنز، باید میدان القایی در سیملولهٔ (۲) هم‌جهت با میدان مغناطیسی سیملولهٔ (۱) باشد، تا با کاهش شار مخالفت کند. در نتیجه جریان القایی در مقاومت R از a به b است.

۱۲۳ - باید توجه کرد که اگر طول میله ℓ باشد مساحت حلقه $\ell \times \Delta x$ خواهد بود که $\Delta x = v \cdot \Delta t$ است (در واقع Δx طولی است که AB در هر لحظه طی خواهد کرد)

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 215 of 222

$$\bar{\varepsilon} = -\frac{\Delta\phi}{\Delta t} = -\frac{\Delta(BA)\cos\theta}{\Delta t} \overset{\theta=0}{\Rightarrow} -B\frac{\Delta A}{\Delta t} = -B\frac{\ell \cdot v\Delta t}{\Delta t} \Rightarrow \bar{\varepsilon} = -B\ell v$$

$$I = \frac{\bar{\varepsilon}}{R} \Rightarrow |I| = \left|\frac{-B\ell v}{R}\right| = \left|\frac{۰/۵ \times ۰/۳ \times ۴}{۶}\right| = \frac{۰/۶}{۶} = ۰/۱A$$

با حرکت میله شار مغناطیسی در حال کاهش است پس جهت میدان مغناطیسی ناشی از جریان القایی طبق قانون لنز باید برون‌سو باشد تا با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند پس جریان پادساعت‌گرد است و در میله از B به A است.

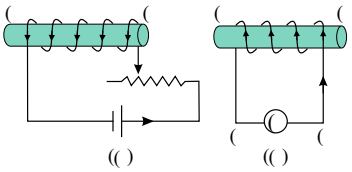
۱۲۴ - بر اساس مثال کتاب درسی می‌توان برای محاسبهٔ $\bar{\varepsilon}$ در هنگام حرکت حلقه یا سیم با سرعت v در میدان مغناطیسی B از رابطهٔ $\bar{\varepsilon} = -B\ell v$ استفاده کرد و حالا که N حلقه است داریم:

$$|\bar{\varepsilon}| = |-NB\ell v| = |-۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶| \overset{\bar{\varepsilon}=RI}{\Rightarrow} RI = ۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶$$

$$\Rightarrow ۶۰ \times B \times ۰/۱ \times ۶ = ۲ \times ۰/۲ \Rightarrow B = \frac{۱}{۹۰}T$$

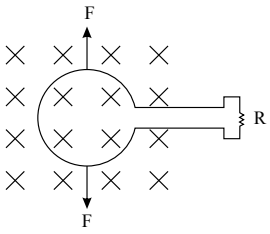
ب) چون شار مغناطیسی عبوری از سیم‌پیچ در حال کاهش است، پس میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی باید هم‌جهت با میدان اصلی باشد تا با کاهش شار مغناطیسی مخالفت کند بنابراین جریان القایی باید ساعت‌گرد باشد.

۱۲۵ -



از آنجا که با توجه به جهت جریان عبوری از مدار (A)، سمت راست سیم‌لولهٔ A قطب N بوده است و جریان داده‌شده از سیم‌لولهٔ (B) نیز طوری است که سمت چپ آن هم قطب N شده، معلوم می‌شود که جریان در سیم‌لولهٔ (A) در حال افزایش بوده که جریان القایی در (B) اثری مخالف آن ایجاد کرده است. پس مقاومت رئوستا در حال کاهش است. یعنی لغزنده به‌سمت راست حرکت کرده است.

۱۲۶ - ابتدا مساحت اولیهٔ هر حلقه را به دست می‌آوریم و سپس با استفاده از قانون القای فاراده، نیروی محرکهٔ القایی و در نهایت به‌کمک قانون اهم، شدت جریان القایی را می‌یابیم.



$$A_۱ = \pi r_۱^{۲} = \pi(۰/۰۵)^{۲} = ۲۵\pi \times ۱۰^{-۴} m^{۲}$$

$$A_۲ = ۰$$

$$\frac{\Delta A}{\Delta t} = \frac{۰ - ۲۵\pi \times ۱۰^{-۴}}{۱۰^{-۱}\pi} = -۲۵ \times ۱۰^{-۳}\frac{m^{۲}}{s}$$

$$|\bar{\mathcal{E}}| = \left|-N\frac{\Delta\phi}{\Delta t}\right| = \left|-NB\cos\alpha\frac{\Delta A}{\Delta t}\right|$$

https://app.monta.ir/gwt/#!print;a2=7011311
5/30/24, 02:49
Page 217 of 222

$$\Rightarrow |\bar{\mathcal{E}}| = ۱۰ \times ۱۲۰۰ \times ۱۰^{-۴} \cos(۰) \times ۲۵ \times ۱۰^{-۳} = ۳ \times ۱۰^{-۲} V$$

$$\bar{I} = \frac{|\bar{\mathcal{E}}|}{R} = \frac{۳ \times ۱۰^{-۲}}{۱۰} = ۳ \times ۱۰^{-۳} A = ۳mA$$

جهت جریان در حلقه ساعتگرد خواهد بود تا میدان مغناطیسی که ایجاد می‌کند درون‌سو باشد.

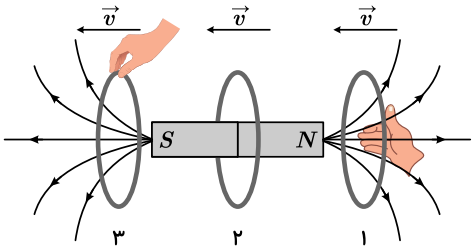
۱۲۷ - الف) هنگام وصل کلید در مقاومت R جریان از D به C خواهد بود. زیرا با افزایش جریان و به تبع آن میدان مغناطیسی سیم‌لوله A شار مغناطیسی عبوری از سیم‌لولهٔ B نیز افزایش می‌یابد و طبق قانون لنز، آثار مغناطیسی جریان القایی باید مانع افزایش شار مغناطیسی شود (یعنی میدان مغناطیسی حاصل از جریان القایی در سیم‌لولهٔ B باید در خلاف جهت میدان مغناطیسی درون سیم‌لولهٔ A باشد) و در این موقع دو سیم‌لوله یکدیگر را دفع می‌کنند زیرا جریان در دو سیم خلاف جهت یکدیگر است. بنابراین جریان در مقاومت R از D به C می‌باشد.

ب) هنگام قطع کلید، دو سیم‌پیچ یکدیگر را جذب می‌کنند زیرا جریان‌ها در دو سیم‌لوله هم‌جهت هستند.

۱۲۸ - حالت اول: حلقه در حال نزدیک شدن به آهن‌ربا است و جریان القایی در حلقه به گونه‌ای است که با نزدیک شدن حلقه به آهن‌ربا مخالفت کند. برای این مخالفت، سمت چپ حلقه باید تبدیل به قطب N شود تا قطب‌های هم‌نام یکدیگر را برانند؛ بنابراین، اگر از چپ به راست نگاه کنیم، جهت جریان القایی در حالت (۱) پادساعتگرد است.

حالت دوم: لحظهٔ عوض شدن جهت جریان القایی است. در این لحظه جریان در حلقه صفر است.

حالت سوم: حلقه در حال دور شدن از آهن‌ربا است و جریان القایی در حلقه به‌گونه‌ای است که با این دور شدن مخالفت کند. برای این منظور، سمت راست حلقه باید تبدیل به قطب N شود تا قطب‌های ناهم‌نام یکدیگر را بربایند؛ بنابراین، مطابق شکل زیر و با توجه به مکان بیننده، جهت جریان القایی ساعتگرد است.



۱۲۹ - ● بله، با بستن کلید لامپ روشن می‌شود، فاصلهٔ زمانی کوتاهی بین قطع کلید و خاموش شدن لامپ دیده می‌شود.

علت این پدیده اثر خود - القاوری القاگر است. در زمان قطع کلید، جریان مدار کاهش می‌یابد. بنابراین طبق قانون لنز، القاگر جریانی هم‌جهت با جریان مدار ایجاد کرده تا مانع از کاهش آن شود، در اینجا القاگر همانند یک مولد عمل می‌کند که برای مدت زمان کوتاهی لامپ را روشن نگه می‌دارد. یادتان باشد که القاگرها، توانایی ذخیره انرژی الکتریکی را دارند.

۱۳۰ -

الف در لحظهٔ وصل کلید، القاگر با ورود جریان به شاخهٔ خودش مخالفت می‌کند؛ به‌همین دلیل، تمام جریان برای یک لحظه از لامپ گذشته و لامپ یک لحظه روشن می‌شود؛ اما، بعد از زمان کوتاهی، جریان از القاگر عبور

می‌کند و چون مقاومت القاگر را ناچیز فرض می‌کنیم، تمام جریان از آن می‌گذرد و لامپ خاموش است.

ب با قطع کلید، القاگر با کاهش جریان مخالفت می‌کند و انرژی ذخیره‌شده در آن وارد مدار می‌شود. در این حالت نیز لامپ برای یک لحظه روشن و سپس خاموش می‌شود.

۱۳۱ -

الف لامپ برای یک لحظه پرنور شده و سپس خاموش می‌شود.

ب بنابر قانون لنز، القاگر با تغییر جریان عبوری از مدار مخالفت می‌کند. در هنگام قطع کلید، انرژی ذخیره‌شده در القاگر تخلیه شده و باعث می‌شود لامپ برای مدت کوتاهی پرنورتر به نظر برسد.

۱۳۲ - گام اول: از رابطهٔ انرژی القاگر، اندازهٔ جریان را در لحظهٔ موردنظر به دست می‌آوریم:

$$U = \frac{۱}{۲}LI^۲ \Rightarrow ۳/۲J = \frac{۱}{۲} \times (۱۰۰ \times ۱۰^{-۳}H) \times I^۲ \Rightarrow I^۲ = ۶۴ \Rightarrow I = ۸A$$

گام دوم: جریان به‌دست‌آمده را در رابطهٔ $I - t$ می‌گذاریم و t را حساب می‌کنیم:

$$I = t^۲ - ۸ \Rightarrow ۸ = t^۲ - ۸ \Rightarrow t^۲ = ۱۶ \Rightarrow t = ۴s$$

۱۳۳ - با استفاده از نمودار دورهٔ تناوب و بیشینهٔ جریان را به دست می‌آوریم. داریم:

$$I_{max} = ۵A, \frac{T}{۲} = ۰/۱ \Rightarrow T = ۰/۲s \rightarrow \frac{۲\pi}{T} = \frac{۲\pi}{۰/۲} = ۱۰\pi \ \frac{rad}{s}$$

$$\varepsilon_m = RI_m = ۴ \times ۵ = ۲۰V$$

$$\varepsilon = \varepsilon_m \sin\frac{۲\pi}{T}t \quad \rightarrow \quad \varepsilon = ۲۰\sin ۱۰\pi t$$

۱۳۴ - الف) به کمک نمودار، دورهٔ تناوب و بیشینهٔ جریان را می‌نویسیم. داریم:

$$I_{max} = ۲A$$

$$\frac{T}{۴} = ۰/۰۱s \ \ T = ۰/۰۴ \quad I = I_m \sin\frac{۲\pi}{T}t \rightarrow I = ۲\sin ۵۰\pi t$$

ب)

$$U_m = \frac{۱}{۲}LI_m^۲ \rightarrow U_m = \frac{۱}{۲} \times ۲۰۰ \times ۱۰^{-۳} \times ۲^۲ \rightarrow U_m = ۰/۴J$$