



۱۳) در یک دنباله حسابی، اختلاف مشترک  $5/0-$  و مجموع دوازده جمله اول برابر ۹ است. جمله اول این دنباله، کدام است؟

- ①  $-\frac{7}{2}$       ②  $-\frac{3}{2}$       ③  $\frac{3}{2}$       ④  $\frac{7}{2}$

۱۴) دو جمله متوالی دنباله  $a_n = \begin{cases} 100 - \frac{1}{2}n^2 & \text{زوج } n \\ \frac{2n}{15} & \text{فرد } n \end{cases}$  برابر هستند. اگر مقدار این دو جمله متوالی، برابر مقدار صحیح  $k$  باشد، مقدار  $k - a_{16}$  کدام است؟

- ① ۲۶      ② ۲۸      ③ ۳۰      ④ ۳۲

۱۵) جمله هشتم از دنباله اعداد با رابطه  $a_1 = a_2 = 3$  و  $a_1 = a_2 = 3$  و  $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n$ ، کدام است؟

- ① ۲۳      ② ۱۹      ③ ۱۷      ④ ۱۳

۱۶) در یک دنباله حسابی، مجموع جملات سوم، پنجم و سیزدهم برابر ۷۵ است. جمله هفتم، کدام است؟

- ① ۲۲      ② ۲۴      ③ ۲۵      ④ ۲۹

۱۷) جمله پنجم از دنباله اعداد با رابطه  $a_1 = 2$  و  $a_{n+1} = \frac{2}{1+a_n}$ ، کدام است؟

- ①  $\frac{22}{21}$       ②  $\frac{32}{31}$       ③  $\frac{10}{11}$       ④  $\frac{42}{43}$

۱۸) در یک دنباله حسابی، مجموع ۹ جمله اول برابر ۹۰ و جمله هفتم آن ۱۳ است. اختلاف جملات متوالی، کدام است؟

- ① ۱٫۵      ② ۲      ③ ۲٫۵      ④ ۳

۱۹) شخصی در ماه اول  $A$  تومان پس انداز کرده و در هر ماه به اندازه  $\left(\frac{1}{2}A\right)$  بیشتر از ماه قبل پس انداز می کند تا مقدار پس انداز یک ماه آن به دو برابر پس انداز ماه اول برسد. اگر در این زمان، مجموع پس انداز وی ۶۳۰۰۰ تومان باشد، اولین پس انداز وی چه قدر بوده است؟

- ① ۱۶۰۰      ② ۲۰۰۰      ③ ۲۲۰۰      ④ ۲۴۰۰

۲۰) مقدار  $a_3 = \frac{17}{12}$  از رابطه بازگشتی  $a_{n+1} = \frac{1}{2}(a_n + \frac{a_1}{a_n})$  تقریبی از  $\sqrt{k}$  است. اگر  $k \in \mathbb{N}$  و  $a_1 = k$  باشد، مقدار  $k$  کدام است؟

- ① ۲      ② ۳      ③ ۵      ④ ۷

۲۱) در دنباله مثلثی، مجموع هر دو جمله متوالی، کدام دنباله را تشکیل می دهد؟



- ①  $a_n = (n+1)^2$       ②  $a_n = (n-1)^2$

- ③  $a_n = 2n^2$       ④  $a_n = n^2$

۲۲) جمله ۴۰۰ام دنباله اعداد با رابطه  $a_1 = 1$  و  $a_{n+1} = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{a_n+1} & \text{فرد } n \end{cases}$ ، کدام است؟

- ① ۲      ② ۱      ③  $\frac{1}{2}$       ④ صفر

۲۳) جمله دهم دنباله بازگشتی  $1 + \frac{1}{a_n}$  و  $a_1 = 1$ ، کدام است؟

- ①  $\frac{55}{34}$       ②  $\frac{144}{89}$       ③  $\frac{610}{377}$       ④  $\frac{89}{55}$

۲۴) جمله چهاردهم دنباله بازگشتی  $1 + \frac{1}{a_n}$  با فرض  $a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$  و  $a_{16} = \frac{1597}{987}$ ، کدام است؟

- ①  $\frac{233}{377}$       ②  $\frac{377}{610}$       ③  $\frac{377}{233}$       ④  $\frac{610}{377}$

۲۵) مجموع ۱۰ جمله اول یک دنباله حسابی ۲۶- و نسبت جمله پنزدهم به جمله ششم دنباله ۶ است. جمله یازدهم دنباله کدام است؟

① -۱۳٫۶

② -۱۴٫۸

③ -۱۵٫۶

④ -۱۶٫۸

## پاسخنامه تشریحی

این مسأله نشان دهنده یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = 750$  و اختلاف مشترک  $d = 25$  و جمله  $n$ ام  $a_n = 2000$  است:

$$750, 775, \dots, 2000$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 2000 = 750 + (n-1)(25) \Rightarrow 2000 = 750 + 25n - 25$$

$$\Rightarrow 25n = 2000 - 750 + 25 \Rightarrow 25n = 1275 \Rightarrow n = \frac{1275}{25} = 51$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲

مجموع سه جمله اول ۳۳ است. یعنی:

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60$$

مجموع سه جمله بعدی (یعنی  $a_4$  و  $a_5$  و  $a_6$ ) برابر ۶۰ است. یعنی:

با ساده کردن دو معادله نوشته شده، برحسب  $a_1$  و  $d$  مسأله را حل می‌کنیم.

$$a_1 + a_2 + a_3 = 33 \Rightarrow a_1 + a_1 + d + a_1 + 2d = 33 \Rightarrow 3a_1 + 3d = 33$$

$$a_4 + a_5 + a_6 = 60 \Rightarrow a_1 + 3d + a_1 + 4d + a_1 + 5d = 60 \Rightarrow 3a_1 + 12d = 60$$

دو معادله را در دستگاه قرار می‌دهیم و حل می‌کنیم.

$$\times (-1) \begin{cases} 3a_1 + 3d = 33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} -3a_1 - 3d = -33 \\ 3a_1 + 12d = 60 \end{cases}$$

$$\frac{9d = 27 \Rightarrow d = 3}{}$$

با استفاده از یکی از معادلات  $a_1$  به دست می‌آید.

$$3a_1 + 3d = 33 \xrightarrow{d=3} 3a_1 + 9 = 33 \Rightarrow 3a_1 = 24 \Rightarrow a_1 = 8$$

حال جمله هشتم را محاسبه می‌کنیم:

$$a_8 = a_1 + 7d = 8 + 7 \times (3) = 8 + 21 = 29$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۳

با توجه به رابطه بازگشتی دنباله داریم:

$$a_1 = 1 = 2^1 - 1$$

$$a_2 = 2a_1 + 1 = 2(1) + 1 = 3 = 2^2 - 1$$

$$a_3 = 2a_2 + 1 = 2(3) + 1 = 7 = 2^3 - 1$$

$$a_4 = 2a_3 + 1 = 2(7) + 1 = 15 = 2^4 - 1 \xrightarrow[\text{نوشت}]{\text{بنابراین می‌توان}} a_n = 2^n - 1$$

بنابراین جمله دهم، برابر  $2^{10} - 1 = 1024 - 1 = 1023$  است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴

به کمک روابط  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$  و  $a_n = a_1 + (n-1)d$  می‌توان نوشت:

$$\begin{cases} a_1 + a_2 + \dots + a_5 = 60 \\ a_4 + a_5 = 3(a_1 + a_2 + a_3) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) = 60 \\ a_1 + 3d + a_1 + 4d = 3(3a_1 + 3d) \end{cases}$$

$$\begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ 2a_1 + 7d - 9a_1 - 9d = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times 5} \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -7a_1 - 2d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 5a_1 + 10d = 60 \\ -35a_1 - 10d = 0 \end{cases}$$

$$-30a_1 = 60 \Rightarrow 5a_1 = \frac{60}{-30} = -2$$

$$-7a_1 - 2d = 0 \xrightarrow{a_1=-2} -7(-2) - 2d = 0 \Rightarrow 14 = 2d \Rightarrow d = \frac{14}{2} = 7$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

می‌توان پنج عدد را پنج جمله اول دنباله حسابی در نظر گرفت. بنابراین:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{S_5=105} 105 = \frac{5}{2}(2a_1 + 4d) \Rightarrow 105 = 5a_1 + 10d \xrightarrow{\text{تقسیم بر 5}} \boxed{a_1 + 2d = 21}$$

$$a_2 + a_4 + a_5 = 6(a_1 + a_2) \Rightarrow a_1 + 2d + a_1 + 3d + a_1 + 4d = 6(a_1 + a_1 + d)$$

$$\Rightarrow 3a_1 + 9d = 12a_1 + 6d \Rightarrow 12a_1 + 6d - 3a_1 - 9d = 0 \Rightarrow \boxed{9a_1 - 3d = 0}$$

$$-9 \begin{cases} a_1 + 2d = 21 \\ 9a_1 - 3d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -9a_1 - 18d = -189 \\ 9a_1 - 3d = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow -21d = -189 \Rightarrow d = \frac{189}{21} = 9 \Rightarrow a_1 + 2(9) = 21 \Rightarrow a_1 = 21 - 18 = 3$$

$$\Rightarrow a_5 = a_1 + 4d \Rightarrow a_5 = 3 + 4(9) = 39$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۶

با توجه به اطلاعات داده شده دنباله حسابی زیر مدنظر است:

۵۱, ۵۳, ۵۵, ...

$$a_1 = 51, d_1 = 2, n = 30$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) = \frac{30}{2}(2 \times 51 + (30-1) \times 2)$$

$$S_{30} = 30 \times (51 + 2) = 2400$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۷

با توجه به الگوی عددی داده شده داریم:

$$\begin{array}{cccccccccc} +1 & +2 & +3 & +4 & +5 & +6 & +7 & +8 & +9 & \\ \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \curvearrowright & \\ 1 & , & 2 & , & 4 & , & 7 & , & 11 & , & 16 & , & 22 & , & 29 & , & 37 & , & 46 \end{array}$$

جمله دهم

۱ ۲ ۳ ۴ ۸

... , 144, 147, 150

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 150 = a_1 + 34 \times 2 \Rightarrow a_1 = 150 - 102 = 48$$

$$S_n = \frac{n(a_1 + a_n)}{2} = \frac{35(48 + 150)}{2} = 3465$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۹

دنباله ۲۳, ۲۵, ۰۰۰, ۶۱ یک دنباله حسابی است. بنابراین:

$$a_1 = 23, d = 2, a_n = 61$$

$$a_n = a + (n-1)d$$

$$\Rightarrow 61 = 23 + (n-1) \times 2$$

$$\Rightarrow 61 - 23 = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow 38 = 2(n-1)$$

$$\Rightarrow n-1 = 19 \Rightarrow n = 20$$

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{20} = \frac{20}{2}(23 + 61) = 10 \times 84 = \boxed{840}$$

ابتدا اعداد طبیعی دو رقمی بخش پذیر بر ۳ را می نویسیم: ۹۹, ۰۰۰, ۱۸, ۱۵, ۱۲, این اعداد تشکیل دنباله حسابی با فرض  $a_1 = 12$  اختلاف مشترک ۳ دارند. بنابراین:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 99 = 12 + (n-1)(3) \Rightarrow 99 = 12 + 3n - 3 \Rightarrow 90 = 3n \Rightarrow n = 30$$

بنابراین تعداد جملات ۳۰ تا است و با داشتن جمله اول و جمله آخر مجموع جملات دنباله را به دست می آوریم.

$$S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n) \Rightarrow S_{30} = \frac{30}{2}(12 + 99) = 15 \times 111 = 1665$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۱

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_7 = \frac{7}{2}(2a_1 + (7-1)d) = 182$$

$$\Rightarrow 7a_1 + 21d = 182 \xrightarrow{\div 7} a_1 + 3d = 26, \quad a_8 = 54 \Rightarrow a_1 + 7d = 54$$

$$\begin{cases} a_1 + 3d = 26 \\ a_1 + 7d = 54 \end{cases} \xrightarrow{\times(-1)} \begin{cases} -a_1 - 3d = -26 \\ a_1 + 7d = 54 \end{cases} \Rightarrow 4d = 28 \Rightarrow d = \frac{28}{4} = 7$$

$$a_1 + 3d = 26 \xrightarrow{d=7} a_1 + 3(7) = 26 \Rightarrow a_1 = 26 - 21 = 5$$

باید همه جمله‌های دنباله را به ترتیب تا جمله ششم به دست آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۲

$$n=4 \rightarrow a_4 = a_{4-1} + 2a_{4-1} = a_3 + 2a_3 \Rightarrow a_4 = -a_3 = -1$$

$$n=5 \rightarrow a_5 = a_{5-1} + 2a_{5-1} = a_4 + 2a_4 \Rightarrow a_5 = -a_4 = 1$$

$$n=6 \rightarrow a_6 = a_{6-1} + 2a_{6-1} = a_5 + 2a_5 = -1 + 2 = 1$$

$$n=7 \rightarrow a_7 = a_{7-1} + 2a_{7-1} = a_6 + 2a_6 = 1 + 2 = 3$$

با توجه به اطلاعات مسئله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۳

$$d = -0,5, \quad s_{17} = 9$$

$$s_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow 9 = \frac{17}{2}(2a_1 + 11 \times (-0,5)) \Rightarrow 9 = 6(2a_1 - 5,5) \Rightarrow \frac{9}{6} = 2a_1 - 5,5 \Rightarrow 1,5 + 5,5 = 2a_1 \Rightarrow a_1 = \frac{7}{2}$$

با محاسبه چند جمله اول می‌فهمیم که جملات فرد همگی مثبت هستند و جملات زوج رو به کاهش هستند. ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۴

$$a_1 = \frac{7}{2} \times 1 = \frac{7}{2}$$

$$a_2 = 100 - \frac{1}{2} \times 2^2 = 100 - 2 = 98$$

$$a_3 = \frac{7}{2} \times 3 = \frac{21}{2}$$

آخرین جمله مثبت برای جملات زوج را با جمله بعدی آن مقایسه می‌کنیم:

$$a_{14} = 100 - \frac{1}{2} \times 14^2 = 100 - 98 = 2$$

$$a_{15} = \frac{7}{2} \times 15 = 2 \Rightarrow a_{14} = a_{15} = 2 \Rightarrow k = 2$$

$$a_{16} = 100 - \frac{1}{2} \times 16^2 = 100 - 128 = -28 \Rightarrow k - a_{16} = 2 - (-28) = 30$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۱۵

با توجه به رابطه بازگشتی دنباله داریم:

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=1} a_3 = a_2 + a_1 - 1 \xrightarrow{a_2=3, a_1=3} 3 + 3 - 1 = 5$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=2} a_4 = a_3 + a_2 - 2 \xrightarrow{a_3=5, a_2=3} 5 + 3 - 2 = 6$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=3} a_5 = a_4 + a_3 - 3 \xrightarrow{a_4=6, a_3=5} 6 + 5 - 3 = 8$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=4} a_6 = a_5 + a_4 - 4 \xrightarrow{a_5=8, a_4=6} 8 + 6 - 4 = 10$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=5} a_7 = a_6 + a_5 - 5 \xrightarrow{a_6=10, a_5=8} 10 + 8 - 5 = 13$$

$$a_{n+2} = a_{n+1} + a_n - n \xrightarrow{n=6} a_8 = a_7 + a_6 - 6 \xrightarrow{a_7=13, a_6=10} 13 + 10 - 6 = 17$$

بنابر اطلاعات سؤال داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶

$$a_7 + a_8 + a_{13} = 75$$

از طرفی می‌دانیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

در نتیجه:

$$(a_1 + 2d) + (a_1 + 4d) + (a_1 + 12d) = 75 \Rightarrow 3a_1 + 18d = 75 \xrightarrow{\div 3} a_1 + 6d = 25 \xrightarrow{a_7 = a_1 + 6d} a_7 = 25$$

با توجه به رابطه بازگشتی دنباله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷

$$a_{n+1} = \frac{1}{1+a_n}, \quad a_1 = 2$$

برای محاسبه جمله پنجم دنباله داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} a_v &= \frac{2}{1+a_1} = \frac{2}{3} \\ a_p &= \frac{2}{1+a_v} = \frac{2}{\frac{5}{3}} = \frac{6}{5} \\ a_f &= \frac{2}{1+a_p} = \frac{2}{\frac{11}{5}} = \frac{10}{11} \\ a_d &= \frac{2}{1+a_f} = \frac{2}{\frac{21}{11}} = \frac{22}{21} \end{aligned} \right.$$

اختلاف جملات متوالی همان  $d$  است. 1 2 3 4 18

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$S_9 = 90 \Rightarrow \frac{9}{2}(2a_1 + 8d) = 90 \Rightarrow 9a_1 + 36d = 90 \quad (1)$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_v = 13 = a_1 + 6d \quad (2)$$

در نتیجه بنابر (1) و (2) داریم:

$$\begin{cases} 9a_1 + 36d = 90 \\ a_1 + 6d = 13 \end{cases} \xrightarrow{\times(-9)} \begin{cases} 9a_1 + 36d = 90 \\ -9a_1 - 54d = -117 \end{cases} \Rightarrow -18d = -27$$

$$\Rightarrow d = \frac{27}{18} = \frac{3}{2} = 1.5$$

اگر پس انداز این شخص در هر یک از ماه‌های اول، دوم، ... و  $m$ ام را با  $a_1, a_2, \dots, a_m$  و  $a_n$  نمایش دهیم، باتوجه به فرض مسئله داریم: 1 2 3 4 19

$$a_1 = A$$

$$a_2 = A + \frac{1}{20}A$$

$$a_3 = A + \frac{1}{20}A + \frac{1}{20}A = A + 2 \times \frac{1}{20}A$$

:

$$a_n = A + \underbrace{\frac{1}{20}A + \dots + \frac{1}{20}A}_{(n-1) \text{ تا}} = A + (n-1) \times \frac{1}{20}A$$

بنابراین دنباله  $a_1, a_2, \dots$  یک دنباله حسابی با جمله اول  $a_1 = A$  و قدر نسبت  $d = \frac{1}{20}A$  است.

حال به دنبال زمانی هستیم که در آن ماه پس انداز برابر با  $2A$  گردد، پس داریم:

$$a_n = 2A \Rightarrow a_1 + (n-1)d = 2A \Rightarrow A + (n-1)\frac{A}{20} = 2A$$

$$\Rightarrow \frac{(n-1)}{20}A = A \Rightarrow \frac{n-1}{20} = 1 \Rightarrow n-1 = 20 \Rightarrow n = 21$$

پس در ماه 21م پس انداز این شخص  $2A$  تومان می گردد و در این زمان، مجموع همه پس اندازهای وی، یعنی  $(a_1 + \dots + a_{21})$  برابر با  $63000$  تومان است. پس باتوجه به فرمول مجموع  $n$  جمله اول دنباله حسابی داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \xrightarrow{S_{21}=63000} 63000 = \frac{21}{2}(2A + 20(\frac{1}{20}A))$$

$$\Rightarrow 126000 = 21 \underbrace{(2A + A)}_{3A} \Rightarrow 126000 = 63A \Rightarrow A = \frac{126000}{63} = 2000$$

با توجه به آنکه،  $\frac{17}{12} \approx 1.4$  و  $\sqrt{2} = 1.414$  است، پس با فرض:  $a_1 = k = 2$  داریم: 1 2 3 4 20

$$a_n + 1 = \frac{1}{2}(a_n + \frac{a_1}{a_n})$$

$$\xrightarrow{n=1} a_2 = \frac{1}{2}(a_1 + \frac{a_1}{a_1}) = \frac{1}{2}(2 + 1) = \frac{1}{2}(3) = \frac{3}{2}$$

$$\xrightarrow{n=2} a_3 = \frac{1}{2}(a_2 + \frac{a_1}{a_2}) = \frac{1}{2}(\frac{3}{2} + \frac{2}{3}) = \frac{1}{2}(\frac{3}{2} + \frac{4}{3}) = \frac{1}{2}(\frac{17}{6}) = \frac{17}{12}$$

جملات دنباله مثلثی به صورت زیر است

الگوی دنباله مثلثی:  $\bullet$ ,  $\bullet\bullet$ ,  $\bullet\bullet\bullet$ ,  $\bullet\bullet\bullet\bullet$ , .....

دنباله مجموع دو جمله متوالی مثلثی  $\rightarrow 1 + 3 = 4, 3 + 6 = 9, 6 + 10 = 16, \dots \Rightarrow 4, 9, 16, \dots$  دنباله مربعی  
جملات دنباله مثلثی:  $1, 3, 6, 10, \dots$   
دنباله به دست آمده دنباله مربعی با شروع از  $(n = 2)$  است.

$$(n^a = n^b)$$

قرار دادن  $n = 1, 2, 3, 4$  جمله‌های اول تا پنجم را به دست می‌آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$$\xrightarrow{n=1} a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{n=2} a_2 = 1$$

$$\xrightarrow{n=3} a_3 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2}$$

$$\xrightarrow{n=4} a_4 = 1$$

بنابراین جمله‌ها با شماره زوج برابر  $\frac{1}{2}$  و جمله‌ها با شماره فرد برابر ۱ است:

$$\Rightarrow a_{400} = \frac{1}{2}$$

$$a_2 = \frac{1}{a_1} + 1 = \frac{1}{\frac{1}{2}} + 1 = 2$$

$$a_3 = \frac{1}{a_2} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$a_4 = \frac{1}{a_3} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{13}{5}$$

$$a_5 = \frac{1}{a_4} + 1 = \frac{5}{13} + 1 = \frac{34}{13}$$

$$a_6 = \frac{1}{a_5} + 1 = \frac{13}{34} + 1 = \frac{89}{34}$$

$$a_2 = \frac{1}{a_1} + 1 = \frac{1}{2} + 1 = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{a_2} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}$$

$$a_4 = \frac{1}{a_3} + 1 = \frac{3}{5} + 1 = \frac{8}{5}$$

$$a_5 = \frac{1}{a_4} + 1 = \frac{5}{13} + 1 = \frac{21}{13}$$

$$a_6 = \frac{1}{a_5} + 1 = \frac{13}{34} + 1 = \frac{55}{34}$$

در دنباله بازگشتی با جایگذاری مقدار  $n$  جملات متوالی را بدست می‌آوریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۴

با داشتن  $a_{16}$  و رابطه بازگشتی مقدار  $a_{15}$  را به دست می‌آوریم:

$$a_{16} = \frac{1597}{987} \Rightarrow a_{n+1} = \frac{1}{a_n} + 1 \Rightarrow a_{n+1} - 1 = \frac{1}{a_n} \Rightarrow a_n = \frac{1}{a_{n+1} - 1}$$

$$a_{15} = \frac{1}{a_{16} - 1} \text{ و } a_{16} - 1 = \frac{1597}{987} - 1 = \frac{1597 - 987}{987} = \frac{610}{987} \Rightarrow a_{15} = \frac{987}{610}$$

$$a_{14} = \frac{1}{a_{15} - 1} \text{ و } a_{15} - 1 = \frac{987}{610} - 1 = \frac{987 - 610}{610} = \frac{377}{610} \Rightarrow a_{14} = \frac{610}{377}$$

جمله عمومی دنباله حسابی برابر است با:  $a_n = a_1 + (n-1)d$  و مجموع جملات دنباله حسابی برابر است با:  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$ , بنابراین ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۵

داریم:

$$S_{10} = -26 \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2a_1 + 9d) = 10a_1 + 45d = -26 \quad (1)$$

$$\frac{a_{15}}{a_6} = 6 \Rightarrow \frac{a_1 + 14d}{a_1 + 5d} = 6 \Rightarrow a_1 + 14d = 6a_1 + 30d \Rightarrow 5a_1 + 16d = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} \begin{cases} 10a_1 + 45d = -26 \\ 5a_1 + 16d = 0 \end{cases} \xrightarrow{\times 2} \begin{cases} 10a_1 + 45d = -26 \\ -10a_1 - 32d = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{+} \begin{cases} 45d - 32d = -26 \\ 5a_1 + 16d = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 13d = -26 \Rightarrow d = -2 \\ 5a_1 + 16d = 0 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{d=-2} 5a_1 + 16d = 0 \Rightarrow 5a_1 - 32 = 0 \Rightarrow a_1 = \frac{32}{5}$$



$$\Rightarrow a_{11} = a_1 + 10d = 614 + 10(-2) = -13,6$$

# پاسخنامه کلیدی

|   |   |   |   |   |
|---|---|---|---|---|
| ۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| ۸  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۹  | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| ۱۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۶ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۷ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۸ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۱۹ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۰ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۱ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |

|    |   |   |   |   |
|----|---|---|---|---|
| ۲۲ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۳ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۴ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |
| ۲۵ | ۱ | ۲ | ۳ | ۴ |