



۱) رانندهٔ یک خودرو باید مسیری ۲۰۰ کیلومتری را طی کند. اگر او سرعتش را ۲۰ کیلومتر بر ساعت کاهش دهد، ۵ دقیقه دیرتر به مقصد می‌رسد. نسبت سرعت اولیهٔ خودرو نسبت به سرعت خودرو پس از کاهش کدام است؟

- ① $\frac{3}{2}$ ② $\frac{4}{3}$ ③ $\frac{5}{4}$ ④ $\frac{6}{5}$

۲) اگر α و β ریشه‌های معادله $x^2 + 7x - 3 = 0$ و $\alpha > 0$ باشد، حاصل $|\alpha + 2\beta| + |\alpha| - |\beta|$ کدام است؟

- ① $2\alpha + 3\beta$ ② $-2\alpha - 3\beta$ ③ $-\beta$ ④ β

۳) ضرایب معادله $2kx^2 - 4x - 4k - 5 = 0$ صحیح هستند. اگر به‌ازای مقدار k ، حاصل‌ضرب ریشه‌های این معادله دارای بیشترین مقدار باشد، مقدار Δ کدام است؟

- ① ۴ ② ۵ ③ ۷ ④ ۲۸

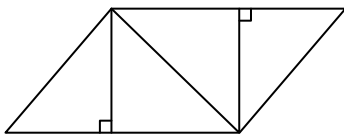
۴) سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل‌شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند. به‌طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی ۱۹۰ متر باشد، ضابطهٔ جبری مساحت زمین کدام است؟

- ① $S(x) = 95x - 2x^2$ و $0 < x < 47.5$ ② $S(x) = 190x - x^2$ و $0 < x < 95$
③ $S(x) = 95x - 2x^2$ و $0 < x < 95$ ④ $S(x) = 190x - x^2$ و $0 < x < 47.5$

۵) رضا و علی به‌ترتیب در دو شهر A و B ساکن هستند. رضا برای رفتن به شهر B در مسیر اول، ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن ۷ کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به نقطهٔ C برسد. نهایتاً با پیمایش ۹ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. علی برای رفتن به شهر A تصمیم دارد در ابتدا a کیلومتر به سمت شمال و به همان اندازه به سمت غرب پیماید. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. مقدار a کدام است؟

- ① ۱۵ ② ۱۷ ③ ۲۱ ④ ۲۳

۶) در شکل زیر که از کنار هم قرار گرفتن ۴ مثلث یکسان تشکیل شده است، مساحت متوازی‌الاضلاع از مساحت هر مثلث قائم‌الزاویه ۳ واحد بیشتر است. اندازه قطر مربع کدام است؟



- ① ۲ ② $\sqrt{2}$ ③ ۳ ④ $\sqrt{3}$

۷) نمودار دو تابع خطی $f(x) = -mx - h$ و $g(x) = ax + h$ از نقطه $(-2, 3)$ می‌گذرند. اگر $f(-\frac{5}{4}) = g(-5)$ باشد، مقدار $\frac{m}{a}$ کدام است؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۴ ④ ۵

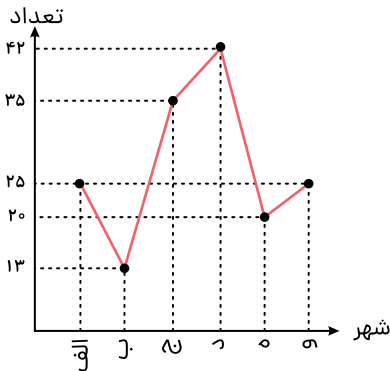
۸) یک کیک را ابتدا بین افراد حاضر در یک مهمانی به طور مساوی تقسیم کردیم. سپس چهار نفر این مهمانی را ترک کردند و دوباره کیک به همان اندازه قبل را بین نفرات باقیمانده تقسیم کردیم که $\frac{1}{3}$ بیشتر از قبل به هر نفر رسید. اگر نصف کیک را بین نفرات ابتدایی تقسیم می کردیم به هر نفر چه سهمی از کیک می رسید؟

- ① $\frac{1}{6}$ ② $\frac{1}{16}$ ③ $\frac{1}{12}$ ④ $\frac{1}{24}$

۹) اگر یکی از داده های ۲، ۴، ۶ و ۸ را با یک عدد فرد که فقط کوچک تر از همان عدد است، جایگزین کنیم. به طوری که واریانس داده های جدید کمتر از واریانس داده های اولیه باشد. میانگین داده های جدید کدام است؟

- ① ۴ ② ۴٫۲۵ ③ ۴٫۵ ④ ۴٫۷۵

۱۰) نمودار زیر، جمعیت دانش آموزان ۶ شهر را برحسب هزار نفر نشان می دهد. در نمودار دایره ای آن، زاویه مربوط به جمعیت دانش آموزان شهر «ج»، چند درجه است؟



- ① ۷۸٫۷۵
② ۹۴٫۵
③ ۵۶٫۲۵
④ ۶۴٫۵

۱۱) اگر $P(x) = 200(-x^2 - 540x + 112000)$ سود حاصل از فروش تعداد x کالای تولیدی یک شرکت باشد، این شرکت با فروش چند کالا، نه سود و نه ضرر می کند؟

- ① ۸۰۰ ② ۷۰۰ ③ ۱۶۰ ④ ۱۴۰

۱۲) می خواهیم دورتادور باغچه ای به شکل مستطیل که طول آن، دو برابر عرض آن است را حصار بکشیم، به طوری که بازدیدکنندگان به یک متری باغچه نزدیک نشوند. اگر مساحت زمین محصور شده، $\pi + 1$ برابر بیشتر از مساحت باغچه باشد، طول باغچه چند متر است؟

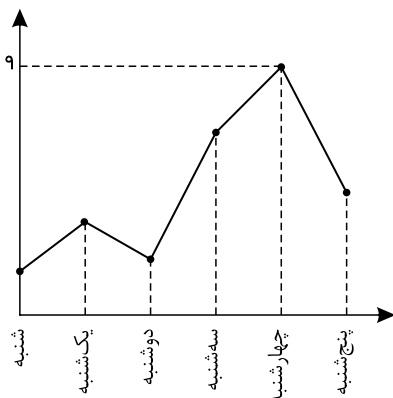
- ① ۸ ② ۶ ③ ۴ ④ ۳

۱۳) رابطه $f = \{(a, x+y), (b, m^2), (a, m^2-1), (b, x-y), (a, 4)\}$ یک تابع است. مقدار $x^2 + y^2$ کدام است؟

- ① ۲٫۵ ② ۲۰٫۵ ③ ۲۴ ④ ۴۲

۱۴) شیب خط $y = ax + b$ برابر $-1٫۵$ ، شیب خط $y = cx + d$ است. اگر دو خط در $x = -2$ روی محور x ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن $f(x) = (\frac{c}{2}x + d)^2 - (ax + b)^2$ کدام است؟

- ① $x = -2$ ② $x = -3$ ③ $x = -\frac{3}{2}$ ④ $x = -\frac{7}{4}$



۱۵) به یک مرکز درمانی، هر روز تعدادی بیمار مراجعه می کنند. نمودار زیر، تعداد مراجعه کنندگان در روزهای کاری یک هفته به این مرکز درمانی را نشان می دهد. کدام عدد می تواند میانگین تعداد بیماران در این هفته باشد؟

- ① ۲ ② ۳ ③ ۶ ④ ۷

۱۶) تابع هزینه برای تولید تعداد x کالا از یک محصول به صورت خطی است. به ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

- ۱) ۹ ۲) ۱۰ ۳) ۱۱ ۴) ۱۲

۱۷) محصول تولیدی یک شرکت، در بطری بسته‌بندی می‌شود. بنا بر آنچه روی بطری‌ها درج شده، تقریباً حجم ۹۶٪ بطری‌های بسته‌بندی شده، بین ۲۲۰ و ۲۳۰ میلی‌لیتر است. واریانس حجم بطری‌ها کدام است؟

- ۱) ۲,۵۶ ۲) ۶,۲۵ ۳) ۱۶ ۴) ۲۵

۱۸) مثلثی که رئوس آن از مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $x^2 + 5x + c = 0$ روی محورهای مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟ ($c \neq 0$)

- ۱) ۱,۷۵ ۲) ۲,۷۵ ۳) -۱,۷۵ ۴) -۲,۷۵

۱۹) تابع خطی $f(x) = mx + h$ در هیچ نقطه‌ای با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد. اگر $f(2) = 2a - 1$ و $f(1-a) = 2$ باشد، مقدار $f(-6)$ کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۲ ۳) ۱۱ ۴) ۸

۲۰) اگر تابع خطی $f(x) = (1 - 2m)x - \frac{2m+3}{2}$ ، به ازای همه مقادیر m از نقطه (α, β) بگذرد، مقدار $\beta - \alpha$ کدام است؟

- ۱) $\frac{3}{2}$ ۲) $-\frac{3}{2}$ ۳) $\frac{5}{2}$ ۴) $-\frac{5}{2}$

۲۱) اگر ۲۵، ۱۷، $2a - 1$ ، ۱۶، ۴، به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های متمایز ۱۳، a ، ۴، ۶، باشد، واریانس این داده‌ها کدام است؟

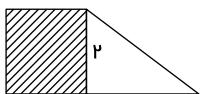
- ۱) ۹ ۲) ۹,۵ ۳) ۱۱ ۴) ۱۱,۵

۲۲) مجموع ریشه‌های معادله $x^2 - ax - 1 = 0$ با حاصل ضرب ریشه‌های معادله $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ برابر است. طول رأس سهمی $y = x^2 + (1 - 2a)x - 3$ کدام است؟

- ۱) -۱,۵ ۲) -۳ ۳) ۱,۵ ۴) ۳

۲۳) در داده‌های ۱۰، ۲، ۴، ۸، ۱۲، ۲ با حذف داده‌های کوچک‌تر از چارک اول و داده‌های بزرگ‌تر از چارک سوم، دامنه تغییرات چند درصد کاهش می‌یابد؟

- ۱) ۵۰ ۲) ۴۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰



۲۴) در شکل زیر، مساحت مربع از $\frac{1}{3}$ مساحت مثلث به اندازه ۳ واحد مربع بیشتر است. مساحت دوزنقه، کدام است؟

- ۱) ۵ ۲) ۵,۵ ۳) ۶,۵ ۴) ۷

۲۵) حاصل ضرب ریشه‌های معادله $\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = 2$ ، کدام است؟

- ۱) -۱۸ ۲) -۶,۵ ۳) -۳ ۴) -۱,۵

۲۶) نمودار یک تابع خطی از نقاط $(-2, a)$ ، $(-1, 3)$ و $(1, -4)$ می‌گذرد. مقدار a کدام است؟

- ۱) ۶ ۲) ۶,۵ ۳) ۷ ۴) ۷,۵

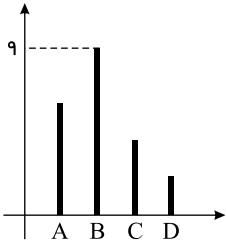
۲۷) اگر $f = \{(1, x - 2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x + y)\}$ یک تابع باشد، مقدار $x^2 + y^2$ چند برابر $4y - x$ است؟

- ۱) ۲ ۲) ۱ ۳) -۱ ۴) -۲

۲۸) محیط مستطیلی ۳۰ متر است. ماکسیمم مساحت این مستطیل، چقدر است؟

- ۱) ۲۲۵ ۲) ۲۰۹ ۳) ۵۶,۲۵ ۴) ۱۱,۲۵

۲۹) نمودار زیر، تعداد گل‌های زدهٔ یک فصل ۴ بازیکن A, B, C و D را نشان می‌دهد. میانگین گل زدهٔ این چهار بازیکن کدام عدد زیر می‌تواند باشد؟



۴ (۲)

۸ (۱)

۲ (۴)

۳ (۳)

۳۰) اگر زاویهٔ بین دو شعاع مجاور در نمودار راداری ۴۵ درجه باشد، داده‌ها برای چند متغیر گردآوری شده است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۷ (۲)

۸ (۱)

۳۱) یک شرکت تولیدی، هر واحد کالای خود را ۲۰۵ ریال می‌فروشد و $C(x) = x^2 + 2x + 600$ تابع هزینه x واحد از این نوع کالا برحسب

ریال است. اگر تولید این شرکت در یک روز به بیشترین مقدار نقطه سر به سر برسد، درآمد این شرکت چند هزار ریال است؟

۱۱٫۴ (۴)

۲۶ (۳)

۴۱ (۲)

۴۲٫۲ (۱)

۳۲) مجموع ریشه‌های معادله $ax^2 + (a + \frac{4}{3})x + 2 = 0$ با حاصل‌ضرب ریشه‌های معادله $3x^2 - 4x - a = 0$ برابر است. محور تقارن

سهمی $y = -ax^2 - (1 + \frac{5}{2}a)x - 1$ کدام است؟

$x = -\frac{11}{8}$ (۴)

$x = \frac{11}{8}$ (۳)

$x = -\frac{3}{4}$ (۲)

$x = \frac{3}{4}$ (۱)

۳۳) حسن و امیر در شهر A ساکن هستند. حسن برای رفتن به شهر B ، ابتدا ۱۵ کیلومتر در جهت جنوب و سپس ۱۵ کیلومتر در جهت شرق

می‌پیماید. امیر برای رفتن به شهر B در مسیر اول ۱۴ کیلومتر را در جهتی می‌پیماید که با طی کردن a کیلومتر در مسیر دوم و عمود بر مسیر اول به

نقطهٔ C برسد. نهایتاً با پیمایش ۷ کیلومتری عمود بر مسیر دوم به شهر B می‌رسد. در مجموع دو نفر کمترین مسافت را طی می‌کنند. کدام فرد و چند

کیلومتر کمتر مسافت را برای رسیدن به شهر B طی می‌کنند؟

۳، امیر (۴)

۳، حسن (۳)

۶، امیر (۲)

۶، حسن (۱)

۳۴) مثلثی که رئوس آن مبدأ مختصات، نقطه‌ای با عرض c و نقطه‌ای با طول یکی از ریشه‌های معادله $-x^2 + 2x + c = 0$ روی محورهای

مختصات باشد را در نظر بگیرید. اگر مساحت مثلث برابر c^2 باشد، مقدار c کدام است؟

۱٫۲۵ (۴)

۱٫۲ (۳)

۰٫۸ (۲)

۰٫۷۵ (۱)

۳۵) اگر ضابطهٔ تابع خطی $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ، $f(1) = 2a - 1$ و $f(-\frac{a}{2}) = 2$ باشد، مقدار $\frac{b}{a}$ کدام است؟

۱ (۴)

۲ (۳)

۱٫۶ (۲)

۳٫۲ (۱)

۳۶) اگر تابع خطی $f(x) = (\frac{1-m}{2})x - m + \frac{1}{2}$ به‌ازای همهٔ مقادیر m از نقطهٔ (a, b) بگذرد، مقدار $\frac{a}{b}$ کدام است؟

-۴ (۴)

۴ (۳)

$-\frac{1}{4}$ (۲)

$\frac{1}{4}$ (۱)

۳۷) دو شیر A و B به یک استخر متصل هستند. شیر A ، ۱۵ ساعت دیرتر از شیر B استخر را پر می‌کند. اگر دو شیر باز باشند، استخر در ۴ ساعت

پر می‌شود. چند شیر از نوع A به استخر اضافه کنیم تا وقتی همهٔ شیرها به‌طور همزمان باز باشند، استخر در یک ساعت پر شود؟

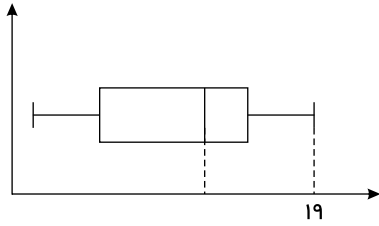
۱۸ (۴)

۱۶ (۳)

۱۴ (۲)

۱۲ (۱)

۳۸) داده‌های نمودار زیر، اعداد فرد هستند. اگر ۵ داده کمتر از میانه باشد، کدام می‌تواند بیشترین مقدار ممکن برای میانه باشد؟



۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۱۸ (۱)

۳۹) اگر $1, 2a, 1, 4$ به ترتیب مربع انحراف از میانگین داده‌های $11, 9, 6a, 8$ باشد، مقدار انحراف معیار داده‌ها کدام است؟

۲٫۵ (۴)

۱٫۸ (۳)

$\frac{3}{\sqrt{5}}$ (۲)

$\frac{5}{\sqrt{10}}$ (۱)

۴۰) دو نفر می‌خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصارکشی ۲۱۰ متر باشد، ضابطهٔ جبری مساحت زمین کدام است؟

$$S(x) = 210x - \frac{1}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 105 \quad (۲)$$

$$S(x) = 210x - \frac{1}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 70 \quad (۱)$$

$$S(x) = 105x - \frac{3}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 105 \quad (۴)$$

$$S(x) = 105x - \frac{3}{4}x^2 \text{ و } 0 < x < 70 \quad (۳)$$

پاسخنامه تشریحی

کل مسافت ۲۰۰ کیلومتر است اگر سرعت حالت اول را V در نظر بگیریم در حالت دوم سرعت $V - ۲۰$ است و اگر زمان اولیه t باشد زمان دوم $t + \frac{۵۰}{۶۰}$ ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

بر حسب ساعت است.

در نتیجه:

$$\frac{۲۰۰}{v-۲۰} = \frac{۲۰۰}{v} + \frac{۵}{۶} \Rightarrow \frac{۲۰۰}{v-۲۰} = \frac{۲۰۰}{v} + \frac{۲۰۰}{۲۴۰} \Rightarrow \frac{۱}{v-۲۰} = \frac{۱}{v} + \frac{۱}{۲۴۰} \Rightarrow v^2 - ۲۰v - ۴۸۰۰ = ۰ \Rightarrow (v+۶۰)(v-۸۰) = ۰$$

$$\Rightarrow \begin{cases} v = -۶۰ & \text{غ ق ق} \\ v = ۸۰ & \text{ق ق} \end{cases} \Rightarrow \text{سرعت دوم} = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰$$

$$\Rightarrow \text{نسبت خواسته شده} = \frac{۸۰}{۶۰} = \frac{۴}{۳}$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$|\alpha + ۲\beta| + |\alpha| - |\beta|$$

چون $\alpha > ۰$ است و $p = \frac{c}{a} = ۳$ (حاصل ضرب ریشه‌ها) است، پس ریشه دیگر $\beta < ۰$ است و $|\beta| = -\beta$ و $|\alpha| = \alpha$

$$\Rightarrow |\alpha + ۲\beta| + \alpha - (-\beta) = |\alpha + \beta + \beta| + \alpha + \beta$$

$$\text{جمع ریشه} \alpha + \beta = S = -\frac{b}{a} = -۷$$

$$\Rightarrow \text{عبارت} = | -۷ + \beta | - ۷ = ۷ - \beta - ۷ = -\beta$$

در معادله درجه دوم $ax^2 + bx + c = ۰$ به شرط $\Delta > ۰$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $p = \frac{c}{a}$ است. بنابراین:

$$۲kx^2 - ۴x - ۴k - ۵ = ۰$$

$$p = \frac{-(۴k+۵)}{۲k} = -۲ - \frac{۵}{۲k}$$

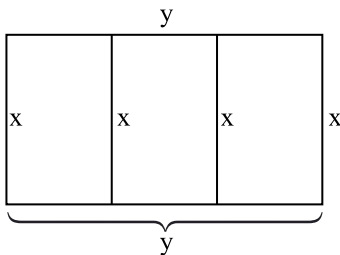
چون ضرایب معادله صحیح هستند، پس $۲k$ عددی صحیح است. از طرفی حاصل ضرب ریشه‌ها باید بیشترین مقدار را داشته باشد، پس $۲k$ باید حداکثر مقدار صحیح منفی یعنی $۲k = -۱$ باشد.

بنابراین $k = -\frac{۱}{۲}$ و در نتیجه:

$$k = -\frac{۱}{۲} \Rightarrow -x^2 - ۴x - ۳ = ۰$$

$$\Delta = (-۴)^2 - ۴(-۱)(-۳) = ۱۶ - ۱۲ = ۴$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۵



$$\Rightarrow ۴x + ۲y = ۱۹۰ \Rightarrow ۲y = ۱۹۰ - ۴x$$

$$\Rightarrow y = ۹۵ - ۲x$$

$$۹۵ - ۲x > ۰ \Rightarrow x < ۴۷,۵$$

$$\begin{matrix} x \text{ مثبت است} \\ \Rightarrow ۰ < x < ۴۷,۵ \end{matrix}$$

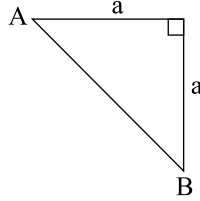
$$S = xy \Rightarrow S(x) = x(۹۵ - ۲x) = ۹۵x - ۲x^2$$

رضا دو مسیر اول و سوم خود را عمود بر مسیر دوم طی کرده پس در یک راستا می‌باشد و می‌توان گفت برای رسیدن از شهر A به شهر B اضلاع قائمه یک ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

مثلث قائم‌الزاویه به طول‌های ۷ و ۲۳ $۹ + ۱۴ = ۲۳$ طی کرده است پس:

$$AB^2 = ۲۳^2 + ۷^2 = ۵۲۹ + ۴۹ = ۵۷۸$$

از طرفی برای علی داریم:



$$\Rightarrow AB^2 = a^2 + a^2 = 2a^2$$

$$\Rightarrow 2a^2 = 578 \Rightarrow a^2 = 289 \Rightarrow a = 17$$

1 2 3 4 6

$$x(2x) = \frac{x^2}{2} + 3$$

$$2x^2 = \frac{x^2}{2} + 3 \Rightarrow 4x^2 = x^2 + 6 \Rightarrow 3x^2 = 6 \Rightarrow x^2 = 2$$

$$\Rightarrow r^2 = 2x^2 \Rightarrow r^2 = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow r = 2$$

قطر مربع برابر است با $r^2 = x^2 + x^2$

1 2 3 4 7

$$f(x) = -mx - h \xrightarrow{(-2,3)} 2m - h = 3 \Rightarrow h = 2m - 3$$

$$g(x) = ax + h \xrightarrow{(-2,3)} -2a + h = 3$$

$$-2a + 2m = 6 \Rightarrow -a + m = 3 \Rightarrow m = 3 + a$$

$$f\left(-\frac{\Delta}{4}\right) = g(-\Delta) \Rightarrow \frac{\Delta m}{4} - h = -\Delta a + h$$

$$\Rightarrow \Delta m + 2 \cdot a - 4h = 0 \Rightarrow \Delta m + 2 \cdot a - 4(2m - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \Delta(a + 3) + 2 \cdot a - 16(a + 3) + 24 = 0$$

$$\Rightarrow \Delta a + 15 = 2 \cdot a - 16a - 48 + 24 = 0$$

$$\Rightarrow 9a = 9 \Rightarrow a = 1$$

$$\Rightarrow m = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow \frac{m}{a} = \frac{4}{1} = 4$$

1 2 3 4 8

$$\frac{1}{n-4} - \frac{1}{n} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{n-n+4}{n^2-4n} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{4}{n^2-4n} = \frac{1}{3} \Rightarrow n^2 - 4n - 12 = 0 \Rightarrow (n+2)(n-6) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -2 \times \\ n = 6 \checkmark \end{cases} \xrightarrow{\text{تقسیم نصف کیک}} \frac{1}{6} = \frac{1}{12}$$

تنها با تبدیل 8 به 7 می توانیم عددی فرد اضافه کنیم که فقط از 8 کوچک تر باشد و از 2 و 4 و 6 بزرگ تر است، پس:

1 2 3 4 9

$$\bar{x} = \frac{2+4+6+7}{4} = \frac{19}{4} = 4,75$$

دقت کنید که در این حالت با کم شدن دامنه تغییرات واریانس و انحراف معیار نیز کم می شود.

1 2 3 4 10

$$\text{مجموع فراوانی‌ها: } 25 + 13 + 35 + 42 + 20 + 25 = 160$$

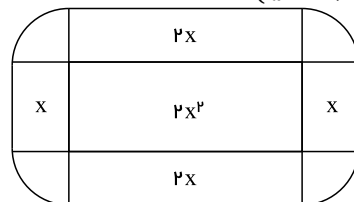
$$\text{زاویه مرکزی دسته ج: } \alpha_c = \frac{35}{160} \times 360^\circ = 78,75^\circ$$

1 2 3 4 11

$$p(x)=0 \rightarrow -x^2 - 54x + 112000 = 0$$

$$\Rightarrow x^2 + 54x - 112000 = 0$$

$$(x - 160)(x + 700) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 160 \checkmark \\ x = -700 \times \end{cases}$$



طول 2 برابر عرض است، پس طول را 2x و عرض را x فرض کرده و چون بین بازدیدکنندگان باغچه یک متر

فاصله است شکل روبه‌رو را برای حصارکشی رسم می‌کنیم (از 4 رأس باغچه کمانی به شعاع 1 رسم شده که مساحت 4 ربع دایره برابر یک

دایره با شعاع 1 است.)

$$S_{\text{باغچه}} = 2x^2, \quad S_{\text{کل}} = 2x^2 + 6x + \pi$$

$$S_{\text{کل}} = S_{\text{باغچه}} + \left(1 + \frac{1}{18}\right)S_{\text{باغچه}} \Rightarrow 2x^2 + 6x + \pi = 2x^2 + \left(1 + \frac{1}{18}\right)2x^2$$

1 2 3 4 12

$$\Rightarrow 6x + \pi = \left(1 + \frac{1}{18}\pi\right) 2x^2 \Rightarrow \frac{6x + \pi}{2x^2} = \frac{18 + \pi}{18}$$

جواب معادله در معادله صدق می‌کند، پس $x = 3$ را انتخاب می‌کنیم که در معادله فوق صدق می‌کند. پس طول باغچه برابر $2x = 6$ است.

در زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم را برابر قرار می‌دهیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۳)

$$(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$$

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20.5$$

ابتدا با توجه به اطلاعات همه پارامترها را بر حسب a به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۴)

$$a = -1, 5c \Rightarrow a = -\frac{3}{2}c \Rightarrow c = -\frac{2}{3}a$$

$$\xrightarrow{x=-2} 0 = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$\xrightarrow{\substack{y=0 \\ x=-2}} 0 = -2c + d \Rightarrow d = 2c \Rightarrow d = -\frac{4}{3}a$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(-\frac{1}{3}ax - \frac{4}{3}a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

در سهمی $y = a'x^2 + b'x + c'$ محور تقارن $x = -\frac{b'}{2a'}$ است، پس در ضابطه $f(x)$ کافی است ضرایب a' و b' را به دست آوریم:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a^2}{9}x^2 - a^2x^2 + \frac{8}{9}a^2x - 4a^2x + c'$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{a^2}{9} - a^2\right)x^2 + \left(\frac{8}{9}a^2 - 4a^2\right)x + c'$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = \frac{-\left(\frac{8}{9} - 4\right)a^2}{2\left(\frac{1}{9} - 1\right)a^2} = \frac{\frac{28}{9}}{2 \times \frac{-8}{9}} = -\frac{28}{16} = -\frac{7}{4}$$

اگر داده‌های مربوط به نمودار را از کوچک به بزرگ بنویسیم، میانه داده‌ها از میانگین داده‌های یکشنبه و پنجشنبه به دست می‌آید. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۵)

$$\text{میانه} = \frac{x_{\text{یکشنبه}} + x_{\text{پنجشنبه}}}{2}$$

حداقل مقدار یکشنبه ۳ و حداکثر مقدار آن ۶ می‌تواند باشد.

حداقل مقدار پنجشنبه ۴ و حداکثر مقدار آن ۷ می‌تواند باشد.

در نتیجه:

$$\frac{3+4}{2} < \text{میانه} < \frac{6+7}{2}$$

$$3.5 < \text{میانه} < 6.5$$

در نتیجه میانه با توجه به گزینه‌ها می‌تواند ۶ باشد.

$$a = 5, d = 7 \Rightarrow \text{میانه} = 6$$

ابتدا تابع هزینه را که خطی است، با توجه به دو نقطه داده شده می‌نویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۶)

$$\begin{aligned} A(20, 850) \\ B(25, 1000) \end{aligned} \Rightarrow m = \frac{1000 - 850}{25 - 20} = \frac{150}{5} = 30$$

$$y = ax + b \Rightarrow y = mx + n \xrightarrow{x=25, y=1000} 1000 = 30 \times 25 + n \Rightarrow n = 250$$

$$y = 30x + 250 \Rightarrow c(x) = 30x + 250, R(x) = 55x$$

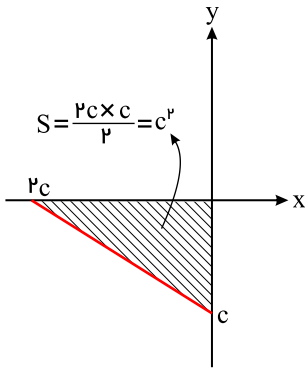
$$p(x) = 55x - 30x - 250 \Rightarrow p(x) = 25x - 250 \xrightarrow{p(x)=0} 25x - 250 = 0 \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow x = 10$$

پس با فروش ۱۱ آمین کالا سوددهی آغاز می‌شود.

۹۶ درصد داده‌ها در فاصله ۲ انحراف معیار از میانگین قرار دارند: پس $10 - 220 = 230 - 220 = 10$ معادل ۴ انحراف معیار است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۷)

$$10 = 4\sigma \Rightarrow \sigma = \frac{10}{4} = 2.5 \Rightarrow \sigma^2 = (2.5)^2 = 6.25$$

چون مساحت مثلث برابر c^2 است. پس ریشه معادله $x^2 + 5x + c$ باید برابر $2c$ باشد. (۱) (۲) (۳) (۴) (۱۸)



جایگزین می‌کنیم
 $\frac{1}{2c} \rightarrow (2c)^2 + 5(2c) + c = 1$

$\Rightarrow 4c^2 + 11c = 0$

$\Rightarrow c(4c + 11) = 0 \Rightarrow \begin{cases} c = 0 & \text{غ ق ق} \\ c = -\frac{11}{4} = -2,75 \end{cases}$

چون تابع f با خط $3x - 2y = b$ برخورد ندارد پس موازی‌اند. در نتیجه: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹**

$2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2}$

$\Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + h$

$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{3}{2} \times 2 + h \Rightarrow 2a = 4 + h \Rightarrow h = 2a - 4 (*)$

$f(1-a) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{3}{2}(1-a) + h \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2$

$\Rightarrow h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a (**)$

$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a = 2a - 4 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow h = 14$

$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow f(-6) = \frac{3}{2}(-6) + 14 = 8$

چون تابع خطی به‌ازای هر مقدار m از نقطه (α, β) می‌گذرد. پس: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰**

$m = 0 \xrightarrow{(\alpha, \beta)} \beta = (1 - 2 \times 0)\alpha - \frac{2 \times 0 + 3}{2}$

$\Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{2}$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۱

$\sigma^2 = \frac{4 + 16 + 2a - 17 + 25}{4}$

$\bar{x} = \frac{6 + 4 + a + 13}{4} = \frac{23 + a}{4}$

مجموع اختلاف داده‌ها از میانگین برابر صفر است. پس:

$(\pm 2), (\pm 4), (\pm \sqrt{2a - 17}), (\pm 5) \xrightarrow{a=9} \text{ داده‌ها: } 6, 4, 9, 13$

$\Rightarrow \bar{x} = 8, \sigma^2 = \frac{4 + 16 + 1 + 25}{4} = 11/5$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲

$x^2 - ax - 1 = 0 \Rightarrow S = a$

$ax^2 - 4x + a + 2 = 0 \Rightarrow P = \frac{a+2}{a}$

$\Rightarrow a = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$

به‌ازای $a = 2$ معادله $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$ به‌صورت $2x^2 - 4x + 4 = 0$ می‌شود که ریشه ندارد. پس فقط $a = -1$ قابل قبول است.

$\Rightarrow \text{طول راس سهمی} = \frac{-(1-2a)}{2 \times 1} = \frac{-(1+2)}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$

ابتدا داده‌ها را از کوچک به بزرگ مرتب می‌کنیم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۳**

$2, 2, 4, 5, 8, 10, 12 \Rightarrow$ دامنه تغییرات $= 12 - 2 = 10$

$$Q_1 = 2 \quad \text{میانه} = 5 \quad Q_3 = 10$$

داده‌های جدید $2, 4, 5, 8, 10 \Rightarrow$ دامنه تغییرات $= 10 - 2 = 8$

$$\text{درصد تغییرات} = \frac{8 - 10}{10} \times 100 = \frac{-2}{10} \times 100 = -20\%$$

۲۰ درصد کاهش می‌یابد.

با توجه به شکل داده شده ضلع مربع برابر ۲ است و اضلاع قائمه مثلث قائم‌الزاویه را x و 2 در نظر می‌گیریم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۴)

$$\text{مساحت مربع} = \frac{1}{3} \times \text{مساحت مثلث} + 3$$

$$2^2 = \frac{1}{3} \times \left(\frac{2 \times x}{2} \right) + 3$$

$$4 = \frac{1}{3}x + 3 \Rightarrow \frac{1}{3}x = 1 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{مساحت نوزنقه} = \frac{\text{ارتفاع} \times \text{مجموع دو قاعده}}{2} = \frac{(2 + 5) \times 2}{2} = 7$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۵)

برای حل معادله گویا طرفین را در حاصل ضرب مخرب ضرب می‌کنیم:

$$\frac{x}{x-2} - \frac{3}{x+3} = \frac{2}{1} \xrightarrow{x(x+3) - 3(x-2)} x(x+3) - 3(x-2) = 2(x-2)(x+3) \Rightarrow x^2 + 3x - 3x + 6 = 2x^2 + 2x - 12 \Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0$$

در معادله $ax^2 + bx + c = 0$ به شرط $\Delta > 0$ حاصل ضرب ریشه‌ها برابر $\frac{c}{a}$ است.

$$\Rightarrow \text{حاصل ضرب ریشه‌ها} = \frac{-18}{1} = -18$$

دقت کنید که ریشه‌های معادله مخالف ۲ و ۳- (ریشه‌های مخرب) هستند.

چون سه نقطه روی یک خط قرار دارند، شیب خط گذرنده از نقاط $(-1, 3)$ و $(-4, 1)$ با شیب خط گذرنده از نقاط $(-2, a)$ و $(-1, 3)$ برابر است. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۶)

$$\frac{3 - (-4)}{-1 - (-1)} = \frac{a - 3}{-2 - (-1)} \Rightarrow \frac{7}{-2} = \frac{a - 3}{-1} \Rightarrow -2a + 6 = -7 \Rightarrow -2a = -13 \Rightarrow a = 6,5$$

چون f تابع است، پس هر دو زوج مرتبی که دارای مؤلفه اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آنها نیز برابر باشند: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۷)

$$\begin{cases} (1, x - 2y) \\ (1, -7) \end{cases} \Rightarrow x - 2y = -7$$

$$\begin{cases} (9, 5) \\ (9, x + y) \end{cases} \Rightarrow x + y = 5 \Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 1 + 16 = 17 \\ -x - 4y = -1 - 16 = -17 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^2 + y^2}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$$

طول و عرض مستطیل را به ترتیب x و y در نظر می‌گیریم و با توجه به فرض مسئله داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۸)

$$2(x + y) = 30 \Rightarrow x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - x$$

$$S = xy = x(15 - x) = -x^2 + 15x$$

$$x_{max} = \frac{-15}{-2} = 7,5 \Rightarrow y_{max} = 7,5 \Rightarrow S = 7,5 \times 7,5 = 56,25$$

نفر B ، ۹ گل زده و نفر D ، حداقل ۱ گل و با توجه به نمودار نفر C ، حداقل ۲ گل و نفر A حداقل ۳ گل زده است. پس حداقل مجموع تعداد گل زده برابر است (۱) (۲) (۳) (۴) (۲۹)

با:

$$9 + 1 + 2 + 3 = 15$$

$$\text{حداقل میانگین} = \frac{15}{4} = 3,75$$

حداکثر گل زده نیز میتواند ۹ + ۸ + ۷ + ۶ = ۳۰ باشد یعنی حداکثر میانگین، $7,5$ است.

با توجه به گزینه‌ها میانگین برابر ۴ می‌تواند باشد.

در نمودار راداری زاویه بین شعاع‌ها برابر است: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۰)

$$\text{تعداد متغیرها در نمودار راداری} = \frac{360^\circ}{\text{زاویه بین دو شعاع متوالی}} \Rightarrow n = \frac{360^\circ}{45^\circ} = 8$$

ابتدا تابع درآمد را می‌نویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$\text{درآمد} = R(x) = 205x$$

دو نقطه سربه‌سر سود برابر صفر است. از طرفی داریم:

$$\text{سود} = 205x - x^2 - 2x - 600 = 0 \Rightarrow x^2 - 203x + 600 = 0$$

$$\Delta = (-203)^2 - 4 \times 1 \times 600 = 41209 - 2400 = 38809$$

$$\sqrt{\Delta} = \sqrt{38809} = 197$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{203+197}{2} = 200 \\ x_2 = \frac{203-197}{2} = 3 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \text{درآمد} = 205 \times 200 = 41000$$

بیشترین مقدار نقطه سر به سر:

۴۱ هزار ریال بیشترین درآمد در نقطه سر به سر $x = 200$ است.

۳۲ حاصل جمع ریشه‌های (s) معادله اول و حاصل ضرب ریشه‌های (P) معادله دوم را به دست می‌آوریم:

$$S = \frac{-(a + \frac{4}{3})}{a}, \quad P = -\frac{a}{3}$$

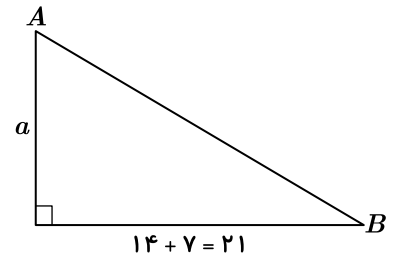
$$\xrightarrow{\text{طبق فرض}} -\frac{(a + \frac{4}{3})}{a} = -\frac{a}{3} \Rightarrow -3a - 4 = -a^2 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0$$

$$\xrightarrow{\text{طبق نکته}} \begin{cases} a = -1 \\ a = -\frac{-4}{1} = 4 \end{cases}$$

به ازای $a = 4$ معادله $ax^2 + (a + \frac{4}{3})x + 2 = 0$ به شکل $4x^2 + \frac{16}{3}x + 2 = 0$ می‌شود و $A < 0$ پس ریشه ندارد. در نتیجه فقط $a = -1$ قابل قبول است.

۳۳ با توجه به مسیر حسن، فاصله AB (فاصله دو شهر) را به کمک رابطه فیثاغورس به دست می‌آوریم:

$$AB^2 = 15^2 + 15^2 = 225 + 225 = 450 \Rightarrow AB = \sqrt{450}$$



دقت کنید که حسن برای کل مسیر $15 + 15 = 30$ کیلومتر را طی کرده است.

امیر مسیرهای اول و سوم خود را عمود بر مسیر دوم (a کیلومتر) طی کرده است. پس می‌توان شکل بالا را در نظر گرفت.

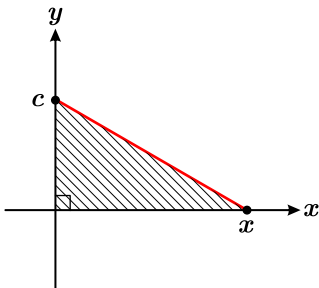
$$AB^2 = a^2 + 21^2 \Rightarrow 450 = a^2 + 441$$

$$\Rightarrow a^2 = 9 \xrightarrow{a > 0} a = 3$$

پس امیر در کل $3 + 14 + 7 = 24$ کیلومتر طی کرده است. در نتیجه امیر ۶ کیلومتر کمتر از حسن طی کرده است.

۳۴ شکل فرضی روبه‌رو را در نظر می‌گیریم. چون مساحت مثلث قائم‌الزاویه را داریم، پس:

$$S = \frac{|c| \times |x|}{2} = c^2 \Rightarrow |x| = 2|c|$$



یعنی $2|c|$ جواب معادله $-x^2 + 2x + c = 0$ است. (جواب معادله در معادله صدق می‌کند.)

$$-4c^2 + 4|c| + c = 0$$

(۱) حالت اول $c > 0$ باشد:

$$-4c^2 + 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 + 5c = 0 \Rightarrow c(-4c + 5) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 \text{ غ قی} \\ c = \frac{5}{4} = 1,25 \end{cases}$$

(۲) حالت دوم $c < 0$ باشد:

$$-4c^2 - 4c + c = 0 \Rightarrow -4c^2 - 3c = 0 \Rightarrow c(-4c - 3) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} c = 0 & \text{غ ق ق} \\ c = -\frac{3}{4} = -0,75 \end{cases}$$

با توجه به گزینه‌ها ۱, ۲, ۵ جواب است.

با توجه به اطلاعات داده شده داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۵**

$$f(1) = 2a - 1 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \quad (1)$$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} \left(-\frac{a}{2}\right) + b = 2 \Rightarrow b = 2 - \frac{2a}{a+2} \quad (2)$$

مقدار b را از رابطه (۲) جایگزین در رابطه (۱) می‌کنیم:

$$\begin{aligned} \frac{-4}{a+2} + \left(2 - \frac{2a}{a+2}\right) &= 2a - 1 \Rightarrow -\frac{4}{a+2} - \frac{2a}{a+2} - \frac{2a^2 + 4a}{a+2} = -3 \\ \Rightarrow \frac{-2a^2 - 6a - 4}{a+2} &= -3 \Rightarrow -2a^2 - 6a - 4 = -3a - 6 \Rightarrow 2a^2 + 3a - 2 = 0 \end{aligned}$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{5} = 3,2 \\ a_2 = \frac{-3-5}{4} = -2 \quad \text{غ ق ق} \end{cases}$$

چون تابع خطی f به ازای هر مقدار m از نقطه (a, b) می‌گذرد می‌توان دو مقدار $m = 0$ و $m = 1$ را قرار داد. در نتیجه: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۶**

$$\xrightarrow{m=0} b = \frac{1}{2}a - 0 + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{m=1} b = \left(\frac{1-1}{2}\right)a - 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

مقدار $b = -\frac{1}{2}$ را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و a را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-2}{-\frac{1}{2}} = 4$$

فرض کنیم شیر B به تنهایی استخر را در x ساعت پر کند پس شیر A به تنهایی در $x + 15$ ساعت استخر را پر می‌کند. در نتیجه: **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۷**

$$\frac{1}{x} + \frac{1}{x+15} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{2x+15}{x^2+15x} = \frac{1}{4}$$

$$\Rightarrow x^2 + 15x = 8x + 60 \Rightarrow x^2 + 7x - 60 = 0$$

$$\Rightarrow (x+12)(x-5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -12 & \text{غ ق ق} \\ x = 5 & \text{ق ق} \end{cases}$$

پس شیر B در ۵ ساعت دو شیر A در ۲۰ ساعت به تنهایی استخر را پر می‌کند.

$$\Rightarrow \frac{1}{5} + \frac{k}{20} = 1 \Rightarrow \frac{k}{20} = \frac{4}{5} \Rightarrow k = 16$$

با توجه به اینکه ۵ داده از میانه کمتر است، پس دو حالت برای تعداد داده‌ها می‌تواند اتفاق بیفتد. **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۸**

حالت اول: تعداد داده‌ها زوج باشد که در این حالت میانه برابر میانگین داده‌های پنجم و ششم خواهد بود و داده‌ها ۱۰ تا هستند. طبق نمودار بیشترین مقدار ۱۹ و چارک سوم کوچک‌تر از آن

$$\frac{15+17}{2} = 16 \quad \text{است. پس چارک سوم حداکثر برابر ۱۷ است. و با توجه به فرد بودن داده‌ها حداکثر مقدار میانه برابر است با:}$$

حالت دوم: تعداد داده‌ها فرد است پس میانه برابر داده ششم است و تعداد داده‌ها ۱۱ تا است. این حالت با توجه به گزینه‌ها ممکن نیست.

با توجه به داده‌ها مربع انحراف از میانگین داده‌های ۹ و ۱۱ برابر یکدیگرند. پس میانگین داده‌ها برابر $\bar{x} = \frac{11+9}{2} = 10$ است. پس برای محاسبه واریانس **۱ ۲ ۳ ۴ ۳۹**

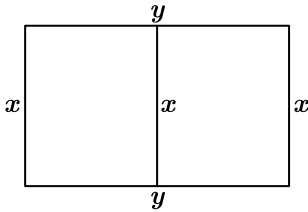
داریم:



$$\sigma^2 = \frac{1^2 + (-1)^2 + (-2)^2 + 2^2}{4} = \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \sigma = \frac{5}{2} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{10}}$$

با توجه به اطلاعات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۰



$$2y + 3x = 210 \Rightarrow 2y = 210 - 3x \Rightarrow y = 105 - \frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{y > 0} 105 - \frac{3}{2}x > 0 \Rightarrow x < 70 \xrightarrow{x > 0} 0 < x < 70$$

$$\text{مساحت } S = xy \Rightarrow S(x) = x(105 - \frac{3}{2}x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$$

پاسخنامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴

۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴

۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴

۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴