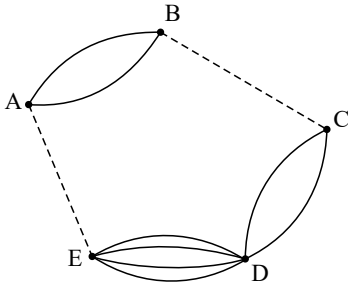


۱) مجموعه هشت عضوی  $\{1, 2, 3, \dots, 8\}$ ، چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

۲) تعداد راه‌ها یا جاده‌ها از شهر  $B$  به  $C$  و از شهر  $A$  به شهر  $E$  را طوری تعریف کنید که با توجه به شکل زیر بتوان به ۲۰ طریق از شهر  $A$  به شهر  $D$  سفر کرد. (همه حالت‌های ممکن را بنویسید.)



۳) روی محیط یک دایره ۱۲ نقطه وجود دارد. مشخص کنید:

(الف) با این دوازده نقطه، چه تعداد مثلث می‌توان تشکیل داد؟

(ب) چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

۴) ارقام ۱ تا ۹ مفروض‌اند: (بدون تکرار ارقام)

(الف) چند عدد ۵ رقمی می‌توان نوشت؟

(ب) چند عدد ۴ رقمی زوج می‌توان نوشت؟

۵) از ۵ دانش‌آموز پایه دوازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه یازدهم به چند طریق می‌توان یک تیم ۴ نفره انتخاب کرد هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی از پایه یازدهم و دوازدهم حضور داشته باشند؟

(ب) حداقل سه نفر از پایه دوازدهم باشند؟

۶) در جعبه‌ای ۴ مهره آبی و ۵ مهره قرمز وجود دارد به چند طریق می‌توان سه مهره از جعبه خارج کرد به طوری که:

(الف) هر سه قرمز باشند. (ب) هر سه هم رنگ باشند.

۷) می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه یازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه دوازدهم یک تیم ۶ نفره والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق

می‌توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی دانش‌آموز پایه یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.

(ب) کاپیتان تیم، فرد مشخصی از پایه دوازدهم باشد.

(پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز پایه دوازدهم باشند.

(ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه یازدهم باشند.

۸) مجموعه  $A = \{1, 2, 4, 6, 8, 9\}$  مفروض است.

(الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج (بدون تکرار ارقام) می‌توان ساخت؟

(ب) چند عدد ۵ رقمی و بزرگ‌تر از ۸۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

(پ) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی دارد؟

(ت) مجموعه  $A$  چند زیرمجموعه سه عضوی و شامل رقم ۸ دارد؟

۹) یک دوره بازی فوتبال بین  $n$  تیم فوتبال، به صورت رفت و برگشت انجام می‌شود. اگر همه تیم‌ها با هم بازی داشته باشند و در پایان دوره ۹۰

بازی انجام شده باشد، تعداد تیم‌ها چندتا است؟

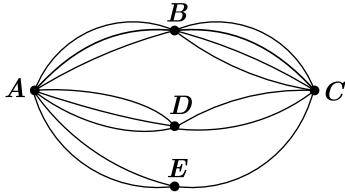
۱۰) با حروف کلمه «ولایت» و بدون تکرار حروف: (بامعنی یا بی معنی)

(الف) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت؟

(ب) چند کلمه ۳ حرفی می توان نوشت که به «ی» ختم شوند؟

(پ) چند کلمه ۵ حرفی می توان نوشت که با «و» شروع و به «ل» ختم شوند؟

۱۱) بین پنج شهر  $A, B, C, D$  و  $E$  مطابق شکل زیر راههایی وجود دارد که همه دو طرفه اند. مشخص کنید به چند طریق می توان:



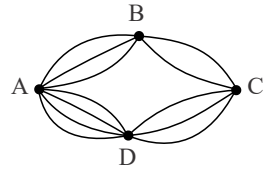
(الف) از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد؟ (از هر شهر حداکثر یک بار عبور می کنیم.)

(ب) از شهر  $A$  به شهر  $C$  و از طریق شهر  $B$  مسافرت رفت و برگشت انجام داد؟

(پ) از شهر  $D$  بدون عبور از شهر  $E$  به شهر  $A$  مسافرت کرد؟

۱۲) با حروف کلمه «شیرازه» چند کلمه سه حرفی بامعنی و بی معنی می توان نوشت؟

۱۳) مطابق شکل روبرو بین چهار شهر  $A, B, C, D$  راههایی وجود دارد. به چند طریق می توان:



(الف) از شهر  $A$  به شهر  $C$  از طریق شهر  $B$  مسافرت کرد؟

(ب) از شهر  $B$  به شهر  $D$  مسافرت کرد؟ (از هر شهر حداکثر یک بار عبور می کنیم.)

۱۴) با حروف کلمه «جهان گیر» چند کلمه ۷ حرفی بدون تکرار حروف می توان نوشت که شامل «جهان» باشد؟

۱۵) با ارقام زوج غیر صفر چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام و بزرگتر از ۷۰۰ می توان نوشت؟

۱۶) به چند طریق می توان از بین ۸ نفر یک تیم ۶ نفره برای والیبال انتخاب کرد.

۱۷) با ارقام "۱، ۲، ۴، ۶، ۸، ۹" چند عدد سه رقمی می توان نوشت به طوری که:

(الف) زوج باشد (تکرار مجاز نیست).

(ب) فرد باشد (تکرار مجاز است).

۱۸) می خواهیم از ۵ دانش آموز انسانی و ۴ دانش آموز تجربی یک تیم ۶ نفره انتخاب کنیم. مشخص کنید به چند طریق می توان این تیم را تشکیل داد

هر گاه بخواهیم:

(الف) به تعداد مساوی از رشته انسانی و تجربی حضور داشته باشند؟

(ب) کاپیتان از رشته انسانی باشد؟

۱۹) با ارقام "۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۸، ۹" چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۲۰) با ارقام "۱، ۲، ۳، ۴، ۵" چند عدد ۵ رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۲۱) ۱۲ نقطه روی محیط یک دایره واقع است.

(الف) چند ۴ ضلعی با این ۱۲ نقطه می توان تشکیل داد؟

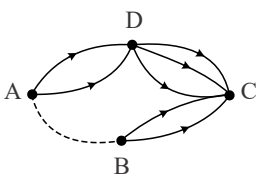
(ب) چند وتر روی این دایره می توان تشکیل داد؟

۲۲) روی محیط یک دایره ۱۰ نقطه وجود دارد.

(الف) چه تعداد مثلث با این ۱۰ نقطه می توان نوشت؟

(ب) چه تعداد وتر می توان تشکیل داد؟

۲۳) با توجه به شکل اگر تعداد راههای مسافرت از شهر  $A$  به شهر  $C$  برابر ۱۴ باشد، از شهر  $A$  به شهر  $B$  چند راه داریم؟



۲۴) یک مجموعه، ۱۰ زیر مجموعه سه عضوی دارد، این مجموعه چند زیر مجموعه یک عضوی دارد؟

۲۵) مجموعه  $A = \{3, 7, 4, 5, 9, 1\}$  مفروض است.

الف) چند زیرمجموعه سه عضوی متشکل از اعضای فرد  $A$  می توان نوشت؟

ب) چند زیرمجموعه سه عضوی شامل ۹ و فاقد ۴ می توان نوشت؟

۲۶) با ارقام "۴، ۶، ۷، ۵، ۳، ۲" چند عدد شش رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟ اگر تکرار مجاز باشد، چند عدد می توان نوشت؟

۲۷) مجموعه  $A = \{1, 3, 5, 8, 9\}$  مفروض است.

الف) چند زیر مجموعه ۴ عضوی از  $A$  می توان نوشت؟

ب) چند زیر مجموعه سه عضوی شامل ۳ می توان نوشت؟

ج) چند زیر مجموعه دو عضوی فاقد ۵ می توان نوشت؟

۲۸) مجموعه  $A = \{1, 2, 3, 5, 7, 8, 9\}$  مفروض است.

الف) با ارقام موجود در این مجموعه چند عدد ۵ رقمی زوج بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

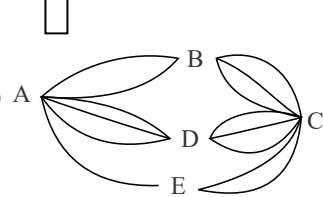
ب) چند عدد ۵ رقمی بزرگتر از ۷۰۰۰۰ و بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

ج) چند زیر مجموعه سه عضوی از مجموعه  $A$  می توان نوشت؟

۲۹) در یک دوره بازی ۱۵ تیم با هم به صورت رفت و برگشت بازی می کنند. اگر همه تیمها با هم بازی کنند در پایان دوره چند بازی انجام خواهد شد؟

۳۰) جای خالی را کامل کنید.

$$\frac{P(n, r)}{\square} = C(n, r)$$



۳۱) بین ۵ شهر  $A, B, C, D, E$  مطابق شکل زیر راههایی موجود است. به چند طریق می توان: (از هر شهر حداکثر یک بار عبور می کند).

الف) از  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد.

ب) از شهر  $A$  بدون عبور از شهر  $E$  به شهر  $C$  مسافرت کرد.

۳۲) از بین ۷ دانش آموز دوازدهم و ۵ دانش آموز یازدهم به چند طریق می توان یک تیم چهار نفره انتخاب کرد به طوری که:

الف) سه دانش آموز از پایه دوازدهم و یک دانش آموز از پایه یازدهم باشد.

ب) حداکثر یک دانش آموز از پایه یازدهم باشد.

۳۳) در یک جعبه ۴ مهره سبز و ۶ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می توان دو مهره خارج کرد به طوری که:

الف) یک مهره قرمز و یک مهره سبز باشد.

ب) هر دو هم رنگ باشند.

۳۴) جای خالی را با پاسخ درست کامل کنید.

الف) حاصل عبارت  $\binom{9}{6}$  برابر ..... است.

ب) تعداد جایگشت های  $n$  شیء متمایز برابر ..... است.

۳۵) با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، چند عدد سه رقمی بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

۳۶) از بین ۳ کتاب ریاضی متمایز و ۲ کتاب فیزیک متمایز و ۴ کتاب ادبیات متمایز به چند طریق می توان:

الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کرد.

ب) یک کتاب ریاضی انتخاب کرد.

۳۷) با ارقام ۱، ۲، ۴، ۷، ۹ چند عدد سه رقمی فرد بدون تکرار ارقام می توان نوشت؟

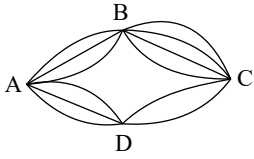
۳۸) مهدی از بین ۳ کتاب ریاضی، ۲ کتاب عربی و ۴ کتاب ادبیات به چند طریق می تواند:

الف) یک کتاب برای مطالعه انتخاب کند؟

ب) یک کتاب ریاضی، یک کتاب عربی و یک کتاب ادبیات انتخاب کند؟

۳۹) به چند طریق می‌توانیم ۳ کتاب را از بین ۷ کتاب متمایز، انتخاب کنیم و به دوستان هدیه بدهیم؟

۴۰) مطابق شکل زیر بین شهرهای  $A$  و  $B$  و  $C$  و  $D$  راه‌هایی وجود دارد. مشخص کنید به چند طریق می‌توان از شهر  $A$  به شهر  $C$  مسافرت کرد، به طوری که از هر شهر حداکثر یک بار عبور کنیم.



۴۱) روی محیط یک دایره ۵ نقطه وجود دارد. مشخص کنید با این ۵ نقطه چه تعداد وتر می‌توان تشکیل داد؟

۴۲) به چند طریق می‌توان ۳ توپ هم‌رنگ را از بین ۵ توپ قرمز و ۴ توپ آبی انتخاب کرد؟

۴۳) جاهای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.

الف) هر حالت از کنار هم قرار گرفتن ۵ شیء متمایز را یک ..... از آن ۵ شیء می‌نامیم.

ب) در ..... انتخاب  $r$  شیء از بین  $n$  شیء، جابه‌جایی اشیا اهمیت ندارد.

پ) مقدار  $\frac{0!}{1!}$  برابر ..... است.

## پاسخنامه تشریحی

۱

$$C(8, 3) = \frac{8!}{5! \times 3!} = \frac{8 \times 7 \times 6 \times 5!}{5! \times 6} = 56$$

۲) اگر از شهر B به شهر C، راه x، از شهر A به شهر E، راه داشته باشیم، آنگاه:

تعداد مسیرها:  $A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow D$  یا  $A \rightarrow E \rightarrow D$

$$\Rightarrow 20 = 2 \times x \times 2 + y \times 4$$

$$\Rightarrow 20 = 4x + 4y \rightarrow \boxed{5 = x + y}$$

$$x + y = 5 \xrightarrow{x, y \in \mathbb{N}} \begin{cases} x = 1 \rightarrow y = 4 \checkmark \\ x = 2 \rightarrow y = 3 \checkmark \\ x = 3 \rightarrow y = 2 \checkmark \\ x = 4 \rightarrow y = 1 \checkmark \\ x = 5 \rightarrow y = 0 \times \end{cases}$$

برای مقدار x و y حالت‌های زیر ممکن است:

۳

الف) ۳ نقطه از بین ۱۲ نقطه انتخاب می‌کنیم:

$$C(12, 3) = \frac{12!}{3! \times 9!} = \frac{\cancel{12}^2 \times 11 \times 10}{\cancel{3}^1} = 220$$

ب) ۲ نقطه از بین ۱۲ نقطه انتخاب می‌کنیم:

$$C(12, 2) = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

۴) چون ارقام غیر تکراری است پس از انتخاب هر رقم یکی کم می‌شود.

الف)  $\boxed{9} \times \boxed{8} \times \boxed{7} \times \boxed{6} \times \boxed{5} = 15120$

ب)  $\boxed{8} \times \boxed{7} \times \boxed{6} \times \boxed{4} = 1344$   
۸ یا ۶ یا ۴ یا ۲

۵

الف) باید ۲ نفر دوازدهمی و ۲ نفر یازدهمی باشند:

$$\Rightarrow \binom{5}{2} \times \binom{6}{2} = 10 \times 15 = 150$$

دو نفر پایه دوازدهم      دو نفر پایه یازدهم

ب) حداقل ۳ نفر پایه دوازدهم یعنی ۳ نفر دوازدهمی و یک نفر یازدهمی یا هر چهار نفر دوازدهمی باشند:

$$\Rightarrow \binom{5}{3} \times \binom{6}{1} + \binom{5}{4} = 10 \times 6 + 5 = 65$$

سه تا دوازدهم      یکی یازدهم      هر چهارتا یازدهم

۶

الف) هر سه قرمز (الف):  $\binom{5}{3} = \frac{5 \times \cancel{4}^2 \times \cancel{3}^1}{\cancel{3}^1 \times \cancel{2}^1} = 10$

ب) هر سه قرمز یا هر سه آبی = هر سه قرمز یا هر سه آبی = هر سه هم‌رنگ (ب):  $\binom{4}{3} + \binom{5}{3} = 4 + 10 = 14$

۷

$$\text{الف) } \binom{6}{3} \times \binom{5}{3} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 2 \times 1} \times \frac{5 \times 4 \times 3}{3 \times 2 \times 1} = 20 \times 10 = 200$$

سه نفر - یازدهم      سه نفر - یازدهم

$$\text{ب) } \binom{1}{1} \times \binom{10}{5} = 1 \times \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6}{5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$$

انتخاب کلیتاً      انتخاب ۵ نفر  
از بین فرد مشخص از پایه یازدهم      از ۱۰ نفر باقی مانده

$$\text{پ) } \binom{6}{4} \times \binom{5}{2} + \binom{6}{5} \times \binom{5}{1} + \binom{6}{6} \times \binom{5}{0}$$

چهار نفر دوازدهم و دو نفر یازدهم      پنج نفر دوازدهم و یک نفر یازدهم      شش نفر دوازدهم

$$15 \times 10 + 6 \times 5 + 1 = 181$$

$$\text{ت) } \binom{5}{2} \times \binom{6}{4} = \frac{5 \times 4}{2 \times 1} \times \frac{6 \times 5 \times 4 \times 3}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 10 \times 15 = 150$$

دو نفر - یازدهم      چهار نفر - دوازدهم

۸ در بین مجموعه A، ۴ رقم زوج داریم:

$$\text{الف) } \binom{2}{2} \times \binom{3}{3} \times \binom{4}{4} \times \binom{5}{5} \times \binom{4}{4} = 480$$

یکان      دکان      صدگان      هزارگان      دههزارگان  
زوج

اولین رقم سمت چپ ۸ یا ۹ باشد:

$$\text{ب) } \binom{2}{2} \times \binom{5}{5} \times \binom{4}{4} \times \binom{3}{3} \times \binom{2}{2} = 240 \text{ (بدون تکرار ارقام)}$$

$$\binom{2}{2} \times \binom{6}{6} \times \binom{6}{6} \times \binom{6}{6} \times \binom{6}{6} = 2592 \text{ (با تکرار ارقام)}$$

$$\text{پ) } C(6, 3) = \frac{6!}{3! \times 3!} = \frac{6 \times 5 \times 4}{3 \times 3} = 20$$

$$\text{ت) } C(5, 2) = \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

۹ چون تعداد بازی‌های رفت با بازی‌های برگشت برابر است پس ۴۵ بازی رفت داریم. چون هر بازی بین دو تیم برگزار می‌شود:

$$\binom{n}{2} = \frac{n(n-1)}{2} = 45$$

$$\Rightarrow n(n-1) = 90 = 10 \times 9 \Rightarrow n = 10$$

۱۰

تعداد حروف کلمه ولایت برابر ۵ (و - ل - ا - ی - ت) است؛ بنابراین:

$$\text{الف) } 5! = 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$$

$$\text{ب) } \frac{3}{3} \times \frac{4}{4} \times \frac{1}{1} = 12 \text{ (بدون تکرار)}$$

$$\frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{1} = 25 \text{ (با تکرار)}$$

$$\text{پ) } \frac{1}{1} \times \frac{3}{3} \times \frac{2}{2} \times \frac{1}{1} \times \frac{1}{1} = 6 \text{ (بدون تکرار)}$$

$$\frac{1}{1} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{5}{5} \times \frac{1}{1} = 125 \text{ (با تکرار)}$$

۱۱

مسیرهای ممکن را تعیین و تعداد راه‌ها را محاسبه می‌کنیم:

$$\text{الف) } A \rightarrow B \rightarrow C \text{ یا } A \rightarrow D \rightarrow C \text{ یا } A \rightarrow E \rightarrow C$$

$$3 \times 4 + 3 \times 2 + 2 \times 1 = 12 + 6 + 2 = 20$$

$$\text{ب) } A \rightarrow B \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

$$3 \times 4 \times 4 \times 3 = 12 \times 12 = 144$$

$$\text{پ) } D \rightarrow A \text{ یا } D \rightarrow C \rightarrow B \rightarrow A$$

$$3 + 2 \times 4 \times 3 = 3 + 24 = 27$$

۱۲) کلمه «شیرازه» شامل حروف "ش، ی، ر، ا، ز، ه" می‌باشد که دارای ۶ حرف است و سه حرف آن را انتخاب می‌کنیم. چون ترتیب مهم است تعداد این انتخاب‌ها از  $P(6, 3)$  به دست می‌آید:

$$\text{تعداد کلمات سه حرفی} = P(6, 3) = \frac{6!}{3!} = 6 \times 5 \times 4 = 120$$

۳ راه از A به B  
↑  
۳

۲ راه از B به C  
↑  
۲

الف)  $3 \times 2 = 6$

ب)

مسیر  $B \rightarrow C \rightarrow D$  یا مسیر  $B \rightarrow A \rightarrow D$

↓

۲ × ۳ = ۶ + ۳ × ۴ = ۱۸

دو راه از B به C سه راه از C به D سه راه از B به A چهار راه از A به D

تعداد کلمات ۷ حرفی  $= 4! = 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

تعداد اعداد سه رقمی بزرگتر از ۷۰۰ =

صدگان  $\boxed{1}$  × دهگان  $\boxed{3}$  × یکان  $\boxed{2}$  = ۶

↓  
۸ می‌تواند باشد فقط یکی کمتر از قبلی

$$\binom{8}{6} = \binom{8}{2} = \frac{8 \times 7}{2} = 28$$

الف) صدگان  $\boxed{4}$  × دهگان  $\boxed{5}$  × یکان  $\boxed{4}$  = ۸۰

۴ تا رقم زوج داریم از ۶ رقم اول یک زوج حذف شده پس ۵ تا برای دهگان و ۴ تا برای صدگان باقی می‌ماند

ب) صدگان  $\boxed{6}$  × دهگان  $\boxed{6}$  × یکان  $\boxed{2}$  = ۷۲

دو فرد داریم (۹، ۱)

سه نفر انسانی و سه نفر تجربی = تعداد مساوی هر دو رشته

$$= \binom{4}{3} \times \binom{5}{3} = 4 \times 10 = 40$$

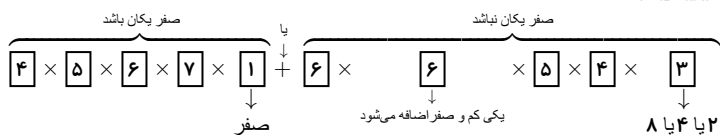
ب) برای انتخاب کاپیتان از ۵ دانش‌آموز انسانی یکی را انتخاب می‌کنیم که تعداد آن  $\binom{5}{1}$  است که همان ۵ است. پس داریم:

انتخاب کاپیتان  $\uparrow$  ۵ ×  $\binom{8}{5}$  = ۵ ×  $\frac{8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 5 \times 56 = 280$

بعد از کنار گذاشتن کاپیتان

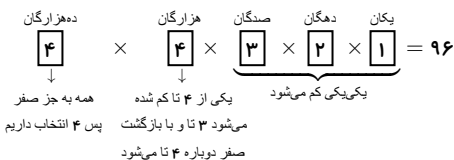
۱۹) تذکر ۱: عددی زوج است که یکان آن زوج باشد.

تذکر ۲: رقم صفر در اولین رقم سمت چپ عدد نمی‌تواند قرار بگیرد.



$$= 840 + 2160 = 3000$$

تذکر: صفر در اولین رقم سمت چپ عدد یعنی ده‌هزارگان نمی‌تواند قرار داشته باشد. (۲۰)



الف) برای تشکیل یک ۴ ضلعی باید ۴ نقطه از ۱۲ نقطه را (بدون اهمیت ترتیب) انتخاب کنیم. (۲۱)

$$\text{تعداد چهارضلعی} = \binom{12}{4} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4 \times 3 \times 2 \times 1} = 495$$

ب) برای تشکیل وتر، باید ۲ نقطه از ۱۲ نقطه را (بدون اهمیت ترتیب) انتخاب کنیم.

$$\text{تعداد وتر} = \binom{12}{2} = \frac{12 \times 11}{2} = 66$$

(۲۲)

الف) برای تشکیل یک مثلث ۳ نقطه از ۱۰ نقطه را انتخاب می‌کنیم:

$$\text{تعداد مثلث‌ها} = \binom{10}{3} = \frac{10 \times 9 \times 8}{3 \times 2 \times 1} = 120$$

ب) هر وتر از به هم وصل کردن دو نقطه متمایز روی دایره تشکیل می‌شود. پس از ۱۰ نقطه روی دایره، هر دو نقطه یک وتر تشکیل می‌دهد پس دو نقطه از ۱۰ نقطه انتخاب می‌کنیم.

$$\text{تعداد وترها} = \binom{10}{2} = \frac{10 \times 9}{2} = 45$$

اگر از A به B، x راه داشته باشیم: (۲۳)

$C$  از  $A$  به  $B$  یا  $(A \rightarrow B \rightarrow C)$  (مسیر) یا  $(A \rightarrow D \rightarrow C)$  (مسیر) = تعداد راه‌ها از  $A$  به  $C$

$$14 = 2 \times 3 + x \times 2 \Rightarrow 14 = 6 + 2x \Rightarrow 14 - 6 = 2x$$

$$\Rightarrow 8 = 2x \Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

اگر فرض کنیم مجموعه  $n$  عضو داشته باشد، تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی آن برابر  $\binom{n}{3}$  است، پس: (۲۴)

$$\binom{n}{3} = 10 \Rightarrow \frac{n(n-1)(n-2)}{3 \times 2 \times 1} = 10$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 60$$

$$\Rightarrow n(n-1)(n-2) = 5 \times 4 \times 3 \Rightarrow n = 5$$

پس مجموعه  $A$ ، ۵ عضوی است و  $\binom{5}{1} = 5$  زیر مجموعه تک عضوی دارد.

الف) اعضای فرد  $A$  "۳ و ۷ و ۵ و ۹ و ۱" هستند که ۵ عضو است. پس تعداد زیر مجموعه‌های سه عضوی از اعضای فرد  $A$  برابر  $\binom{5}{3}$  است. (۲۵)

$$\binom{5}{3} = \binom{5}{2} = \frac{5 \times 4}{2} = 10$$

$$\binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

ب)

(۲۶)

ارقام را از یکان به صد هزارگان

یکان      دهگان      صدگان      هزارگان      ده هزارگان      صد هزارگان

$$\boxed{1} \times \boxed{2} \times \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{6} = 6! = 720$$

بدون تکرار:



$$6^6 = \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} = \text{تکرار مجاز}$$

۲۷

مجموعه A، ۵ عضو دارد. بنابراین:

$$\text{الف)} \binom{5}{4} = \binom{5}{1} = 5$$

$$\text{ب)} \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

$$\text{ج)} \binom{4}{2} = \frac{4 \times 3}{2} = 6$$

چون شامل ۳ است دو عضو دیگر را از بین ۴ عضو باقی مانده انتخاب می کنیم:

چون فاقد ۵ است، پس از ۴ عضو باقی مانده انتخاب می کنیم:

۲۸

$$\text{الف)} \boxed{3} \times \boxed{4} \times \boxed{5} \times \boxed{6} \times \boxed{2} = 720$$

از ۷ عضو A یک زوج حذف شده  
۶ عضو می ماند و در خانه  
بعدی یکی یکی کم می شود

یکی از دو زوج ۸،۲

$$\text{ب)} \boxed{3} \times \boxed{6} \times \boxed{5} \times \boxed{4} \times \boxed{3} = 1080$$

ده هزارگان باید ۸،۷ یا ۹ باشد  
یکی یکی کم می شود

۳ عضو از ۷ عضو مجموعه A انتخاب می کنیم:

$$\text{ج)} \binom{7}{3} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} = 35$$

۲۹

چون هر ۱۵ تیم با هم بازی می کنند. پس هر تیم ۱۴ بازی رفت و ۱۴ بازی برگشت انجام می دهد (فقط با خودش بازی نمی کند)

توجه: در شمارش تعداد کل بازی ها چون هر بازی بین دو تیم برگزار می شود پس هر بازی دوبار شمرده می شود.

$$\text{تعداد بازی ها} = \frac{1}{2} \times 15 \times 14 \times 2 = 210$$

هر تیم ۱۴ بازی می کند  
بازی رفت و برگشت  
۱۵ تیم داریم

۳۰

$$\text{چون } C(n, r) = \frac{n!}{(n-r)! \times r!} = \frac{P(n, r)}{r!}$$

r!

۳۱

(مسیر A → E → C) یا (مسیر A → D → C) یا (مسیر A → B → C)

$$(2 \times 3) + (3 \times 3) + (1 \times 2) = 6 + 9 + 2 = 17$$

ب) اگر بدون عبور از E باشد، یکی از دو مسیر A → B → C یا A → D → C انتخاب می شود. بنابراین:

(A → B → C) یا (A → D → C)

$$(2 \times 3) + (3 \times 3) = 6 + 9 = 15$$

۳۲

$$\text{الف)} \binom{7}{3} \times \binom{5}{1} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} \times 5 = 175$$

یکی یازدهم  
سه تا دوازدهم

هر ۴ تا دوازدهم یا یکی یازدهم و سه تا دوازدهم = حداکثر یک یازدهم ب)

$$\binom{7}{3} \times \binom{5}{1} + \binom{7}{4} = \frac{7 \times 6 \times 5}{6} \times 5 + \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4}{24} = 175 + 35 = 210$$

۳۳

$$\text{الف)} \binom{6}{1} \times \binom{4}{1} = 6 \times 4 = 24$$

یک قرمز  
یک سبز

هر دو سبز یا هر دو قرمز = هر دو هم رنگ (ب)

$$= \binom{6}{2} + \binom{4}{2} = \frac{6 \times 5}{2} + \frac{4 \times 3}{2} = 15 + 6 = 21$$

۳۴

الف

$$\binom{9}{6} = \frac{9!}{6! \times 3!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}{(6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1) \times (3 \times 2 \times 1)} = 84$$

ب

$n!$  = تعداد جایگشت‌های متمایز  $n$  شیء متمایز  $n \times (n-1) \times \dots \times 1 = n!$

۳۵ برای تعداد اعداد سه رقمی بدون تکرار ارقام داریم:

$$5 \times 4 \times 3 = 60$$

۳۶ الف) تعداد کل کتاب‌ها برابر  $9 = 3 + 2 + 4$  است. پس ۹ حق انتخاب برای انتخاب یک کتاب وجود دارد.

$$\binom{9}{1} = \frac{9!}{1! \times 8!} = 9$$

ب) ۳ کتاب ریاضی وجود دارد، پس ۳ حق انتخاب برای انتخاب یک کتاب ریاضی داریم.

$$\binom{3}{1} = 3$$

۳۷ چون عدد فرد می‌خواهیم پس یکان باید فرد باشد، پس تعداد اعداد فرد سه رقمی بدون تکرار ارقام برابر است با:

$$\underbrace{3}_{9 \text{ یا } 7 \text{ یا } 1} \times \underbrace{4}_{\text{یکی یکی کم می‌شود}} \times \underbrace{3}_{\text{یکی یکی کم می‌شود}} = 36$$

۳۸

$$\binom{3}{1} + \binom{2}{1} + \binom{4}{1} = 3 + 2 + 4 = 9$$

کتاب ادبیات      کتاب عربی      کتاب ریاضی

$$\binom{3}{1} \times \binom{2}{1} \times \binom{4}{1} = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

یک کتاب ادبیات      یک کتاب عربی      یک کتاب ریاضی

۳۹

چون در انتخاب ترتیب مهم نیست، داریم:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} \binom{7}{3} = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{6 \times 4!} = 35$$

۴۰ برای مسافرت از شهر  $A$  به شهر  $C$  مطابق شرط مسئله حالات زیر را در نظر می‌گیریم:

$$\left. \begin{array}{l} A \rightarrow B \rightarrow C \\ 3 \times 4 = 12 \\ A \rightarrow D \rightarrow C \\ 3 \times 2 = 6 \end{array} \right\} \xrightarrow{\text{بنابر اصل جمع}} 12 + 6 = 18$$

۴۱ برای تشکیل وتر ۲ نقطه باید انتخاب کنیم:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} \binom{5}{2} = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

۴۲ ۳ توپ قرمز یا ۳ توپ آبی باید انتخاب کنیم:

$$\text{تعداد حالات مطلوب} \binom{5}{3} + \binom{4}{3} = \frac{5!}{3!2!} + \frac{4!}{3!1!} = 14$$

قرمز      آبی

۴۳

الف جایگشت

ب ترکیب

پ

$$\frac{0!}{1!} = \frac{1}{1} = 1$$