

۱ اگر  $f(x) = \sqrt{|2x - 5|}$  باشد، مقدار  $f(-2) + 2f(\frac{1}{4})$ ، کدام است؟

- ۴ ①      ۵ ②      ۶ ③      ۷ ④

۲ خط  $d$  از نقطه  $A(-2, 4)$  و نقطه تلاقی دو خط به معادلات  $2x + y = 5$  و  $3y - x + 6 = 0$  گذشته است. شیب خط  $d$  کدام است؟

- ۲ ①      -۱ ②      ۱ ③      ۲ ④

۳ اگر  $f(x) = x\sqrt{2 + |x|}$  باشد، مقدار  $f(2) + 4f(-\frac{1}{4})$ ، کدام است؟

- ۲ ①      ۲٫۵ ②      ۳ ③      ۳٫۵ ④

۴ خط  $d$  از نقطه  $A(2, -3)$  موازی خط گذرا بر دو نقطه  $(0, 5)$  و  $(2, 1)$  رسم شده است. خط  $d$  محور  $y$ ها را با کدام عرض، قطع می‌کند؟

- ۲ ①      -۱ ②      ۱ ③      ۳ ④

۵ فاصله نقطه  $A(-1, 6)$  از محور تقارن سهمی به معادله  $y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 16$ ، کدام است؟

- ۲ ①      ۳ ②      ۴ ③      ۵ ④

۶ اگر رابطه  $\{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$  یک تابع باشد،  $a^2 - b^2$  کدام است؟

- ۳ ①      ۴ ②      ۵ ③      ۶ ④

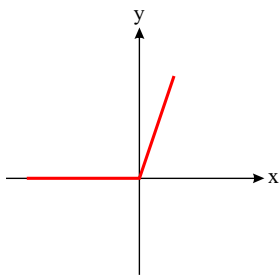
۷ می‌خواهیم با یک قطعه سیم به طول ۵۶ متر، زمینی به شکل مستطیل، که یک طرف آن دیوار است محصور شود. بیشترین مساحت زمین محصورشده، کدام است؟



- ۳۶۴ ①      ۳۷۸ ②

- ۳۹۲ ③      ۴۰۶ ④

۸ شکل روبه‌رو، نمودار کدام تابع است؟



$y = x - |x|$  ①

$y = x + |x|$  ②

$y = |x - 1| - 1$  ③

$y = 1 - |x - 1|$  ④

۹ در تابع  $f(x) = [x + \frac{3}{2}] - [-x]$  مقدار  $f(\frac{9}{4}) + f(-\frac{1}{4})$ ، کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- ۴ ①      ۵ ②      ۶ ③      ۷ ④

۱۰ اگر  $f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$  و  $g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$  باشند. برد تابع  $g - f$  کدام است؟

- {-۴, ۱, ۳} ①      {-۴, ۲, ۳} ②      {-۴, ۱, ۲, ۳} ③      {۱, ۲, ۳, ۴} ④

۱۱) اگر  $f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$  یک تابع ثابت سه عضوی باشد،  $m + n + t$  کدام است؟

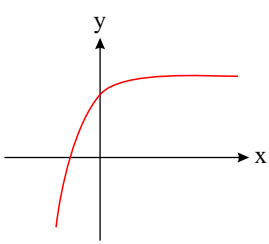
۱۴ (۴)

۱۲ (۳)

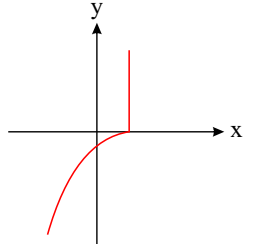
۱۱ (۲)

۱۰ (۱)

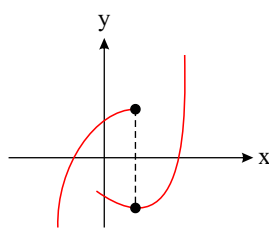
۱۲) کدام نمودار، نمایش یک تابع  $y = f(x)$  است؟



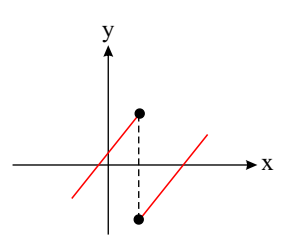
(۴)



(۳)



(۲)



(۱)

۱۳) اگر تابع درآمد به صورت  $y = -\frac{1}{3}x^2 + 28x$  و تابع هزینه  $y = 16x + 55$  باشد، ماکسیمم مقدار سود، کدام است؟

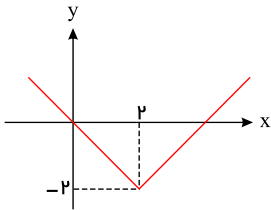
۵۷ (۴)

۵۳ (۳)

۴۸ (۲)

۴۵ (۱)

۱۴) شکل زیر، نمودار کدام تابع است؟



$$y = x + 2|x| \quad (۲)$$

$$y = -|x - 2| + 2 \quad (۱)$$

$$y = |x - 2| - 2 \quad (۴)$$

$$y = 2x - |x| \quad (۳)$$

۱۵) در تابع  $f(x) = 2[x] + [-x]$  مقدار  $f(-\frac{1}{3}) + f(\frac{3}{4})$ ، کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

۱ (۴)

صفر (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۱۶) اگر  $f = \{(1, 2), (2, 4), (4, 5), (3, 3)\}$  و  $g = \{(3, 2), (2, 3), (6, 1), (1, 8)\}$  باشند، برد تابع  $g \times f$  کدام است؟

 $\{6, 8, 12, 16\}$  (۴)

 $\{6, 12, 16\}$  (۳)

 $\{3, 6, 12, 16\}$  (۲)

 $\{6, 8, 12\}$  (۱)

۱۷) اگر هر سه زوج مرتب  $(4, 3n, n^2)$  و  $(n^2 + n, 20)$  و  $(1, m + n)$  بر روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند،  $m$  کدام است؟

۶ (۴)

۲ (۳)

-۲ (۲)

-۳ (۱)

۱۸) اگر  $f = \{(3, 4), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\}$  و  $g = \{(5, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 1)\}$  باشند، برد تابع  $\frac{f+g}{f-g}$ ، کدام است؟

 $\{\frac{7}{3}, 3, -2\}$  (۴)

 $\{\frac{5}{3}, 4, -2\}$  (۳)

 $\{\frac{7}{3}, 3, -3\}$  (۲)

 $\{\frac{5}{3}, 2, -3\}$  (۱)

۱۹) دو تابع با ضابطه‌های  $f(x) = x^2 - 2x - 2$  و  $g(x) = \frac{|x|}{x}$ ، در نقطه‌ای با کدام طول، مشترک‌اند؟

 $-1$  و  $1 - \sqrt{2}$  (۴)

 $3$  و  $1 + \sqrt{2}$  (۳)

 $-1$  و  $1 + \sqrt{2}$  (۲)

 $3$  و  $1 - \sqrt{2}$  (۱)

۲۰) اگر  $f(x) = [2x - 1]$  مقدار  $f(-\frac{3}{4}) + f(\frac{\sqrt{5}}{2})$ ، کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

صفر (۱)

۲۱) سهمی  $y = -\frac{1}{4}x^2 + ax + b$  با  $y = 13 - x$ ، در دو نقطه به طول‌های ۲ و ۸، متقاطع‌اند. مختصات رأس این سهمی، کدام است؟

(۴, ۱۳) (۴)

(۳, ۱۲) (۳)

(۳, ۹) (۲)

(۱, ۹) (۱)

۲۲) اگر  $f = \{(5, 3), (1, 5), (3, 4), (6, 2)\}$  و  $g = \{(3, 2), (5, 6), (1, 2), (2, 1)\}$  باشند، برد تابع  $\frac{f+g}{f}$  کدام است؟

 $\{1, 2, 5, 4\}$  (۴)

 $\{1, 1, 4, 4\}$  (۳)

 $\{1, 5, 1, 8, 3\}$  (۲)

 $\{1, 4, 1, 5, 3\}$  (۱)

۲۳) نمودار  $y = \frac{|2x|}{x}$  و خط  $y = 2x - 1$  در دو نقطه  $A$  و  $B$ ، مشترک اند. میانگین طول نقاط  $A$  و  $B$  کدام است؟

- ۱)  $-\frac{1}{2}$       ۲) صفر      ۳)  $\frac{1}{2}$       ۴) ۱

۲۴) اگر  $f(x) = \left[1 - \frac{x}{2}\right]$  باشد، مقدار  $f(\sqrt{2}) + f(-\frac{3}{2})$  کدام است؟

- ۱) صفر      ۲) ۲      ۳) -۱      ۴) ۱

۲۵) یک کارگاه نوعی کالا تولید می‌کند و هر واحد آن را ۲۴۰ ریال می‌فروشد. اگر صاحب کارگاه در هر روز،  $x$  واحد کالا تولید کرده و تابع هزینه آن  $C(x) = x^2 + 60x + 2000$  باشد، بیشترین سود روزانه آن کدام است؟

- ۱) ۵۶۰۰      ۲) ۶۱۰۰      ۳) ۷۹۰۰      ۴) ۸۱۰۰

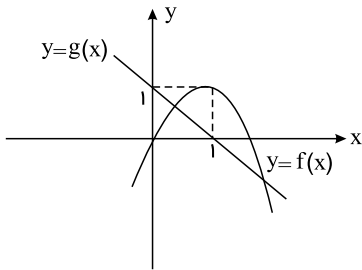
۲۶) تابع  $f(x) = -\frac{1}{2}x + 4$  را در دامنه  $\{-99, -98, \dots, 0, 1, \dots, 99, 100\}$  در نظر بگیرید. میانگین مقادیر برد تابع  $f$ ، کدام است؟

- ۱) ۳٫۵      ۲) ۳٫۷۵      ۳) ۴      ۴) ۴٫۲۵

۲۷) ضابطه تابع  $y = [-2x + |x|] + x$  در دامنه  $-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3}$  کدام است؟ ( [ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱)  $-2x$       ۲)  $x + 1$       ۳)  $x - 2$       ۴)  $2x + \frac{1}{3}$

۲۸) نمودار سهمی  $y = f(x)$  و خط راست  $y = g(x)$  در صفحه محورها مطابق شکل زیر داده شده است. مجموع جواب‌های معادله  $f(x) = g^2(x)$  کدام است؟



- ۱) -۲      ۲)  $-\frac{1}{2}$       ۳)  $\frac{1}{2}$       ۴) ۲

۲۹) فرض کنید رابطه  $f$  به صورت  $f = \{(a, a^2); a = 0, 1, 2\} \cup \{(a, a+b) | a, b \in \{0, 1, 2\}\}$  توصیف شده باشد. تعداد عناصر  $f$  کدام است؟

- ۱) ۸      ۲) ۹      ۳) ۱۰      ۴) ۱۲

۳۰) فرض کنید تابع درآمد شرکتی به ازای تولید  $x$  محصول از یک کالا به صورت  $R(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x$  و تابع هزینه به صورت  $C(x) = ax + 18$  باشد. اگر بیشترین سود این شرکت به ازای تولید ۹ واحد کالا باشد. مقدار  $a$  کدام است؟

- ۱) ۲۱      ۲) ۱۸      ۳) -۲۱      ۴) -۳۹

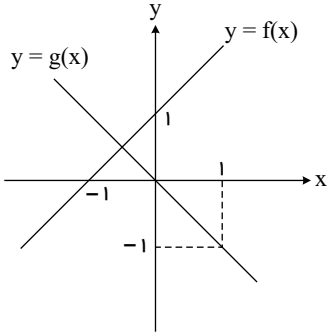
۳۱) فرض کنید  $f(x) = \frac{2x-1}{[x] - \text{sign}(x)}$  بر مجموعه  $\{-2, 5, 2, 1, 0, 8, 4\}$  تعریف شده باشد. ماکزیمم عضو مجموعه برد تابع  $f$ ، کدام است؟

- ۱)  $\frac{7}{3}$       ۲) ۳      ۳) ۳٫۲      ۴) ۴

۳۲) فرض کنید  $f(x) = |x-1|$ ،  $g(x) = [2x]$  و  $h(x) = \text{sign}(-x)$  باشد. ضابطه تابع  $y = 2f(x) - h(x)g(x)$  در بازه  $-\frac{3}{2} < x < -1$ ، کدام است؟ ( [ ]، نماد جزء صحیح است.)

- ۱)  $3x - 2$       ۲)  $5 - 2x$       ۳)  $-2x + 2$       ۴)  $-8x - 4$

۳۳ فرض کنید نمودار تابع‌های خط راست  $y = f(x)$  و  $y = g(x)$  در صفحه مختصات مطابق شکل زیر داده شده باشند. قدم‌مطلق اختلاف



جواب‌های معادله  $\frac{f^2(x)}{g(x)} = 2$  کدام است؟

$\sqrt{3}$  (۲)

$\frac{\sqrt{3}}{2}$  (۱)

$3\sqrt{3}$  (۴)

$2\sqrt{3}$  (۳)

۳۴ فرض کنید  $f = \{(x, x^2) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  و  $g = \{(x, x^3) | x = \pm 5, \pm 4, \dots, \pm 1, 0\}$  دو تابع در صفحه مختصات

باشند. تعداد عناصر برد تابع  $y = \left(\frac{g}{f}\right)(x)$  کدام است؟

۵ (۴)

۶ (۳)

۱۰ (۲)

۱۱ (۱)

۳۵ در یک تابع خطی  $f(1) = 5$  و  $f(3) = -9$  است. اگر  $A = \{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 5\}$  دامنه تابع  $f$  باشد، برد این تابع کدام است؟

$\{x \in \mathbb{R} | -23 \leq y \leq 12\}$  (۴)  $\{x \in \mathbb{R} | -47 \leq y \leq -12\}$  (۳)  $\{x \in \mathbb{R} | -23 \leq y \leq 7\}$  (۲)  $\{x \in \mathbb{R} | -47 \leq y \leq 7\}$  (۱)

۳۶ رابطه  $f = \{(m + 3n, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$  یک تابع ثابت با دامنه دو عضوی است. اگر  $m$  و  $n$  عضوی از اعداد طبیعی

باشند، مجموع دو عضو دامنه چقدر است؟

۳ (۴)

۵ (۳)

۲۱ (۲)

۲۳ (۱)

۳۷ دو تابع  $f(x) = a + 3(b^2 - 1)x^2$  و  $g(x) = bx^2 - 2a + x^2$  ثابت هستند. اگر  $f \times g = -8$  باشد، حاصل  $|ab|$  کدام است؟

صفر (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۳۸ خط  $x = 1$  محور تقارن سهمی  $y = ax^2 + 3x + c$  است. اگر رأس سهمی روی خط  $y = 1$  قرار داشته باشد، مقدار  $ac$  کدام است؟

$-5, 25$  (۴)

$-3, 25$  (۳)

$3, 75$  (۲)

$5, 75$  (۱)

۳۹ اگر  $f(x) = \left[1 - \frac{x}{3}\right]$  باشد، مقدار  $f(0,7) + 2f(\pi)$  کدام است؟ [ ] نماد جزء صحیح است.

۲ (۴)

۱ (۳)

-۱ (۲)

-۲ (۱)

۴۰ به ازای چند مقدار  $m$ ، تابع  $y = (1 - 18m)x^2 + 8(m^2 + 1)x + 11$  در نقطه‌ای به طول  $\frac{1}{3}$  دارای ماکسیمم است؟

تمام مقادیر  $m$  (۴)

هیچ مقدار  $m$  (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۱ یک شرکت روزانه  $720,000$  ریال برای تولید یک نوع کالا هزینه می‌کند. اگر  $R(x) = 2200x + 10x^2$ ، تابع درآمد روزانه شرکت حاصل

از فروش  $x$  واحد از همین کالا باشد، نقطه سربه‌سر کدام است؟

۸۰ (۴)

۱۸۰ (۳)

۲۰۰ (۲)

۹۰۰ (۱)

۴۲ نمودار یک تابع خطی از نقاط  $(-2, a)$ ،  $(-1, 3)$  و  $(1, -4)$  می‌گذرد. مقدار  $a$  کدام است؟

۷,۵ (۴)

۷ (۳)

۶,۵ (۲)

۶ (۱)

۴۳ اگر  $f = \{(1, x - 2y), (2, 3), (9, 5), (1, -7), (9, x + y)\}$  یک تابع باشد، مقدار  $x^2 + y^2$  چند برابر  $-x - 4y$  است؟

-۲ (۴)

-۱ (۳)

۱ (۲)

۲ (۱)

۴۴ اگر  $f(x) = (|a| - |b|)x$  تابع همانی،  $g(x) = (b^2 - 1)x + (a^2 + 1)c$  تابعی ثابت و  $(f - g)(x) = x + 5$  باشند، چند مقدار برای

$ac$  وجود دارد؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

۴۵) نمودار  $y = x^2 + 6x + 5$  را حداقل چند واحد به سمت راست حرکت دهیم تا طول دو نقطه مشترک آن با نمودار  $y = |x|$  نامنفی باشد؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) ۴      ۴) ۵

۴۶) اگر  $f(x) = [1 - 3x]$  باشد، مقدار  $f(-0,7) - f(-0,07)$  کدام است؟ ([ ] نماد جزء صحیح است.)

- ۱) صفر      ۲) ۶      ۳) ۲      ۴) ۱

۴۷) محیط مستطیلی ۳۰ متر است. ماکسیمم مساحت این مستطیل، چقدر است؟

- ۱) ۲۲۵      ۲) ۲۰۹      ۳) ۵۶,۲۵      ۴) ۱۱,۲۵

۴۸) برای برخی مقادیر  $x$  زوج مرتب  $(10 - 17x + 3x^2)$  و  $(f(x) + f(-x))$ ، روی نیمساز ناحیه دوم و چهارم قرار دارد. اگر تابع  $f$  همانی با دامنه  $\mathbb{R}$  باشد، اختلاف مقادیر  $x$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{7}{3}$       ۲)  $\frac{10}{3}$       ۳)  $\frac{13}{3}$       ۴)  $\frac{17}{3}$

۴۹) رابطه  $f = \{(a, x + y), (b, m^2), (a, m^2 - 1), (b, x - y), (a, 4)\}$ ، یک تابع است. مقدار  $x^2 + y^2$  کدام است؟

- ۱) ۲,۵      ۲) ۲۰,۵      ۳) ۲۴      ۴) ۴۲

۵۰) تابع  $f(x) = |2x - 2|$  و  $g(x) = |x|$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  است. اگر مجموعه  $A$  برد تابع  $f \cdot g$  باشد، کدام عدد عضو  $A$  است؟

- ۱) ۲      ۲) ۳      ۳) -۲      ۴) -۳

۵۱) شیب خط  $y = ax + b$ ،  $1,5$  برابر شیب خط  $y = cx + d$  است. اگر دو خط در  $x = -2$  روی محور  $x$ ها یکدیگر را قطع کنند، محور تقارن  $f(x) = (\frac{c}{p}x + d)^2 - (ax + b)^2$  کدام است؟

- ۱)  $x = -2$       ۲)  $x = -3$       ۳)  $x = -\frac{3}{2}$       ۴)  $x = -\frac{7}{4}$

۵۲) برای رسم نمودار تابع  $y = -\frac{1}{p}|2x + 1|$  به کمک نمودار  $y = |x|$ ، کدام مورد برای کامل کردن جمله زیر، مناسب است؟

«ابتدا نمودار تابع قدر مطلق را  $\frac{1}{p}$  واحد به سمت ..... جابه‌جا کرده و سپس قرینه آن را نسبت به محور ..... رسم می‌کنیم.»

- ۱) چپ -  $x$ ها      ۲) راست -  $x$ ها      ۳) بالا -  $y$ ها      ۴) پایین -  $y$ ها

۵۳) تابع هزینه برای تولید تعداد  $x$  کالا از یک محصول به صورت خطی است. به ازای هزینه‌های ۸۵۰ و ۱۰۰۰ تومانی به ترتیب ۲۰ و ۲۵ کالا تولید می‌شود. اگر شرکت هر کالا را ۵۵ تومان بفروشد، این شرکت حداقل چه تعداد از این کالا را باید بفروشد تا سوددهی آغاز شود؟

- ۱) ۹      ۲) ۱۰      ۳) ۱۱      ۴) ۱۲

۵۴) تابع خطی  $f(x) = mx + h$  در هیچ نقطه‌ای با خط  $3x - 2y = b$  برخورد ندارد. اگر  $f(2) = 2a - 1$  و  $f(1 - a) = 2$  باشد، مقدار  $f(-6)$  کدام است؟

- ۱) ۵      ۲) ۲      ۳) ۱۱      ۴) ۸

۵۵) اگر تابع خطی  $f(x) = (1 - 2m)x - \frac{2m + 3}{2}$ ، به ازای همه مقادیر  $m$  از نقطه  $(\alpha, \beta)$  بگذرد، مقدار  $\beta - \alpha$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{3}{2}$       ۲)  $-\frac{3}{2}$       ۳)  $\frac{5}{2}$       ۴)  $-\frac{5}{2}$

۵۶) تابع  $f(x) = [x] + [-x]$  با دامنه  $-3 \leq x \leq 3$  و  $g$  تابع ثابت است. مقدار تابع  $\frac{g}{f}$  در چند نقطه صحیح در دامنه برابر ۳ است؟

- ۱) ۶      ۲) ۴      ۳) ۲      ۴) صفر

۵۷) مجموع ریشه‌های معادله  $x^2 - ax - 1 = 0$  با حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$  برابر است. طول رأس سهمی  $y = x^2 + (1 - 2a)x - 3$  کدام است؟

- ۱)  $-1,5$       ۲)  $-3$       ۳)  $1,5$       ۴)  $3$

۵۸) سه نفر می‌خواهند زمین مستطیل‌شکلی را به سه قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند. به طوری که یک حصار مشترک بین دو قسمت کشیده شود. اگر کمترین حصارکشی  $190$  متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

- ۱)  $S(x) = 95x - 2x^2$  و  $0 < x < 47,5$       ۲)  $S(x) = 190x - x^2$  و  $0 < x < 95$   
 ۳)  $S(x) = 95x - 2x^2$  و  $0 < x < 95$       ۴)  $S(x) = 190x - x^2$  و  $0 < x < 47,5$

۵۹) تابع  $f$ ، تابع ثابت و برای  $m, n \in \mathbb{N}$  داریم  $f(m) + f(n) = f(m)f(n)$ . اگر دو زوج مرتب  $(-f(m), 2n^2 - 7n + 1)$  و  $(nf(n), m^2 - 4m + 6)$  روی نیمساز ناحیه اول و سوم باشند، مقدار  $\left[\frac{mn}{5}\right]$  کدام است؟

- ۱)  $4$       ۲)  $3$       ۳)  $2$       ۴)  $1$

۶۰) اگر ضابطه تابع خطی  $f(x) = \frac{-4}{a+2}x + b$ ،  $f(1) = 2a - 1$  و  $f(-\frac{a}{2}) = 2$  باشد، مقدار  $\frac{b}{a}$  کدام است؟

- ۱)  $3,2$       ۲)  $1,6$       ۳)  $2$       ۴)  $1$

۶۱) اگر  $f$  تابع ثابت و برای  $m, n, k \in \mathbb{N}$   $f(kx) = (k^2 - 3)f(x)$ ، تابع  $g$  به صورت زیر یک تابع همانی باشد، مقدار  $f(m)$  کدام است؟  
 $g = \{(k, n^2 - 3n + 4), (2n, m^2 - 4m + 4), (f(n), n - 4)\}$

- ۱)  $-4$       ۲)  $-3$       ۳)  $-2$       ۴) صفر

۶۲) تابع  $f$  همانی و  $g(x) = [x] + [-x]$  با دامنه  $-1 \leq x \leq 1$  است. به ازای چند مقدار صحیح  $x$ ، اعضای مجموعه بُرد تابع  $\frac{f}{g}$  مقداری صحیح است؟ ([ ]، نماد جزو صحیح است.)

- ۱) صفر      ۲)  $1$       ۳)  $2$       ۴)  $3$

۶۳) اگر تابع خطی  $f(x) = (\frac{1-m}{2})x - m + \frac{1}{2}$  به ازای همه مقادیر  $m$  از نقطه  $(a, b)$  بگذرد، مقدار  $\frac{a}{b}$  کدام است؟

- ۱)  $\frac{1}{4}$       ۲)  $-\frac{1}{4}$       ۳)  $4$       ۴)  $-4$

۶۴) مجموع ریشه‌های معادله  $ax^2 + (a + \frac{4}{3})x + 2 = 0$  با حاصل ضرب ریشه‌های معادله  $3x^2 - 4x - a = 0$  برابر است. محور تقارن سهمی  $y = -ax^2 - (1 + \frac{5}{2}a)x - 1$  کدام است؟

- ۱)  $x = \frac{3}{4}$       ۲)  $x = -\frac{3}{4}$       ۳)  $x = \frac{11}{8}$       ۴)  $x = -\frac{11}{8}$

۶۵) دو نفر می‌خواهند زمینی به شکل مستطیل را به دو قسمت مساوی تقسیم کرده و حصارکشی کنند، به طوری که یک حصار بین دو قسمت مشترک باشد. اگر کمترین طول حصارکشی  $210$  متر باشد، ضابطه جبری مساحت زمین کدام است؟

- ۱)  $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2$  و  $0 < x < 70$       ۲)  $S(x) = 210x - \frac{1}{2}x^2$  و  $0 < x < 105$   
 ۳)  $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$  و  $0 < x < 70$       ۴)  $S(x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$  و  $0 < x < 105$

# پاسخنامه تشریحی

۱ ۲ ۳ ۴ ۱

$$f(x) = \sqrt{|2x - 5|}$$

$$f(-2) = \sqrt{|2(-2) - 5|} = \sqrt{|-9|} = \sqrt{9} = 3$$

$$f\left(\frac{1}{2}\right) = \sqrt{\left|2\left(\frac{1}{2}\right) - 5\right|} = \sqrt{|-4|} = \sqrt{4} = 2$$

$$\Rightarrow f(-2) + 2f\left(\frac{1}{2}\right) = 3 + 2 \times 2 = 3 + 4 = 7$$

ابتدا محل تلاقی دو خط را بدست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲

$$2 \times \begin{cases} 2x + y = 5 \\ -x + 3y = -6 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 4x + 2y = 10 \\ -2x + 6y = -12 \end{cases}$$

$$\frac{4x + 2y = 10}{-2x + 6y = -12} \Rightarrow 7y = -7 \Rightarrow y = \frac{-7}{7} = \boxed{-1}$$

$$-x + 3y^{-1} = -6 \Rightarrow -x - 3 = -6 \Rightarrow -x = -6 + 3$$

$$\Rightarrow -x = -3 \Rightarrow x = 3$$

$$\text{محل تلاقی } B(3, -1) \Rightarrow m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{4 - (-1)}{-2 - 3} \quad m = \frac{5}{-5} = \boxed{-1}$$

برای به دست آوردن  $f(2)$  و  $f\left(-\frac{1}{4}\right)$  در ضابطه تابع اعداد ۲ و  $-\frac{1}{4}$  را قرار می دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۳

$$f(x) = x\sqrt{2 + |x|} \xrightarrow{x=2} f(2) = 2\sqrt{2 + |2|} = 2\sqrt{4} = 2 \times 2 = 4$$

$$\xrightarrow{x=-\frac{1}{4}} f\left(-\frac{1}{4}\right) = \frac{-1}{4}\sqrt{2 + \left|\frac{-1}{4}\right|} = \frac{-1}{4}\sqrt{2 + \frac{1}{4}} = \frac{-1}{4}\sqrt{\frac{9}{4}} = \frac{-1}{4} \times \frac{3}{2} = \frac{-3}{8}$$

حال حاصل عبارت خواسته شده را به دست می آوریم:

$$f(2) + 4f\left(-\frac{1}{4}\right) = 4 + 4\left(\frac{-3}{8}\right) = 4 + \frac{-12}{8} = 4 + \frac{-3}{2} = \frac{8-3}{2} = \frac{5}{2} = 2,5$$

ابتدا شیب خط گذرا از دو نقطه  $(0, 5)$  و  $(2, 1)$  را به دست می آوریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 5}{2 - 0} = \frac{-4}{2} = -2$$

چون خط  $d$  موازی با این خط است، بنابراین شیب خط  $d$  نیز  $m = -2$  است.

حال با داشتن شیب  $(m = -2)$  و یک نقطه  $A(2, -3)$  از خط  $d$ ، معادله این خط را می نویسیم:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - (-3) = -2(x - 2) \Rightarrow y + 3 = -2x + 4 \Rightarrow \boxed{y = -2x + 1}$$

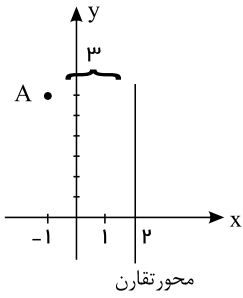
می دانیم در برخورد خط با محور  $y$ ها،  $x = 0$  است:

$$y = -2x + 1 \xrightarrow{x=0} \boxed{y = 1}$$

می دانیم در سهمی  $y = ax^2 + bx + c$  محور تقارن  $x = \frac{-b}{2a}$  می باشد، بنابراین داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۵

$$y = \frac{1}{2}x^2 - 2x - 16 \Rightarrow \text{محور تقارن } x = \frac{-b}{2a} = \frac{-(-2)}{2\left(\frac{1}{2}\right)} = \frac{2}{1} \rightarrow x = 2$$

فاصله نقطه  $A(-1, 6)$  تا خط  $x = 2$  با توجه به شکل برابر ۳ است.



۶ در نمایش تابع با زوج مرتب مؤلفه‌های اول هر دو زوج مرتب متمایز باید متفاوت باشند، بنابراین در صورت برابری مؤلفه‌های اول، مؤلفه‌های دوم باید برابر باشند تا به دو زوج تکراری برسیم و یکی را بتوانیم حذف کنیم و تابع بودن رابطه برقرار بماند.

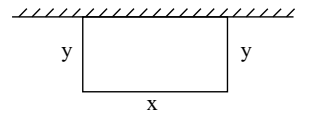
$$f = \{(3, a + 2b), (5, 4), (7, 2), (3, 7), (5, 2a - b)\}$$

$$\begin{cases} (3, a + 2b) \in f \xrightarrow{\text{تابع است } f} a + 2b = 7 \\ (3, 7) \in f \end{cases} \cdot \begin{cases} (5, 4) \in f \xrightarrow{\text{تابع است } f} 2a - b = 4 \\ (5, 2a - b) \in f \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 2a - b = 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a + 2b = 7 \\ 4a - 2b = 8 \end{cases} \Rightarrow \Delta a = 15 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a+2b=7} b = 2$$

$$\Rightarrow a^2 - b^2 = 9 - 4 = 5$$

۷ طول مستطیل را  $x$  و عرض آن را  $y$  در نظر می‌گیریم:



$$2y + x = 56$$

$$\Rightarrow x = 56 - 2y \quad (1)$$

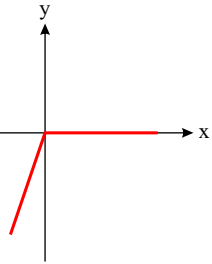
$$\text{مساحت} = S = xy$$

$$\xrightarrow{(1)} S = (56 - 2y)y \Rightarrow S = 56y - 2y^2 \Rightarrow S_{\max} = \frac{-\Delta}{4a} = \frac{-(56^2 - 0)}{4 \times (-2)} = 392$$

۸ نمودار توابع گزینه‌های ۳ و ۴، به شکل و هستند.

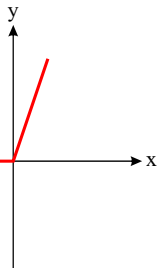
در مورد گزینه ۱، داریم:

$$y = \begin{cases} x - x = 0, & x \geq 0 \\ x + x = 2x, & x < 0 \end{cases} \rightarrow$$



در مورد گزینه ۲، داریم:

$$y = \begin{cases} x + x = 2x, & x \geq 0 \\ x - x = 0, & x < 0 \end{cases} \rightarrow$$



۹

$$f(x) = [x + \frac{3}{2}] - [-x] \Rightarrow f(\frac{9}{4}) = [\frac{9}{4} + \frac{3}{2}] - [-\frac{9}{4}] = [\frac{15}{4}] - [-\frac{9}{4}]$$

$$\Rightarrow f(\frac{9}{4}) = 3 - (-3) = 6$$

$$f(-\frac{1}{2}) = [-\frac{1}{2} + \frac{3}{2}] - [-(-\frac{1}{2})]$$



$$\Rightarrow f\left(-\frac{1}{p}\right) = [1] - \left[\frac{1}{p}\right] = 1 - 0 = 1$$

در نتیجه داریم:

$$f\left(\frac{9}{4}\right) + f\left(-\frac{1}{p}\right) = 6 + 1 = 7$$

1 2 3 4 10

$$f = \{(2, 5), (3, 4), (4, 6), (1, 7)\}$$

$$g = \{(1, 3), (2, 6), (5, 2), (4, 9)\}$$

$$D_{g-f} = D_f \cap D_g = \{2, 4, 1\}$$

$$g - f = \{(2, 1), (4, 3), (1, -4)\}$$

برد  $g - f$  به صورت  $\{-4, 1, 3\}$  است.

1 2 3 4 11

با توجه به تعریف تابع ثابت داریم:

$$f = \{(3, n^2 - 2n), (m, 8), (2n - 5, t), (4, 3m + 2)\}$$

$$\begin{cases} n^2 - 2n = 8 \Rightarrow n^2 - 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n - 4)(n + 2) = 0 \Rightarrow n = 4 \text{ یا } n = -2 \\ 3m + 2 = 8 \Rightarrow 3m = 6 \Rightarrow m = 2 \\ t = 8 \end{cases}$$

تابع را با داشتن مقادیر  $m$  و  $t$  و برد ثابت 8 می‌نویسیم:

$$\{(3, 8), (2, 8), (2n - 5, 8), (4, 8)\}$$

تابع باید سه عضوی باشد. دو مقدار به دست آمده برای  $n$  را بررسی می‌کنیم. در نتیجه:

$$n = -2 \Rightarrow 2n - 5 = -9 \quad (\text{غ ق ق}) \Rightarrow \text{زیرا تابع 4 عضوی می‌شود}$$

$$n = 4 \Rightarrow 2n - 5 = 3 \quad (\text{ق ق})$$

پس  $n = 4$  قابل قبول است و داریم:

$$m + n + t = 2 + 4 + 8 = 14$$

گزینه 4 صحیح است، زیرا در گزینه‌های 1، 2، و 3 خطی موازی محور  $y$ ها می‌توان رسم کرد که نمودار تابع را در بیشتر از یک نقطه قطع می‌کنند.

1 2 3 4 12

1 2 3 4 13

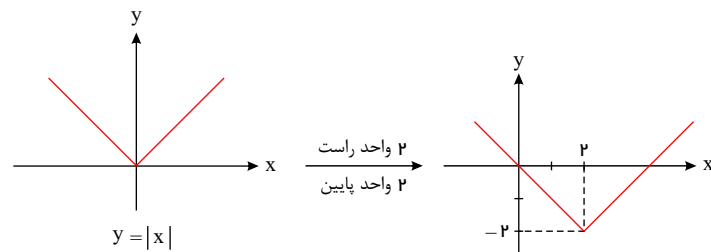
هزینه - درآمد = سود

$$\text{سود} = -\frac{1}{3}x^2 + 28x - 16x - 55 = -\frac{1}{3}x^2 + 12x - 55 \Rightarrow x_{\max} = -\frac{b}{2a} = -\frac{12}{2(-\frac{1}{3})} = \frac{12 \times 3}{2} = 18$$

$$x_{\max} = 18 \xrightarrow{\text{جایگذاری در تابع سود}} \text{ماکزیم مقدار سود} = -\frac{1}{3}(18)^2 + 12(18) - 55 = 53$$

نمودار تابع داده شده از انتقال  $y = |x|$  به صورت 2 واحد به راست و 2 واحد به پایین به دست آمده است. بنابراین:

1 2 3 4 14



بنابر این ضابطه تابع به صورت ذیل است

$$f\left(-\frac{1}{p}\right) = 2\left[-\frac{1}{p}\right] + \left[-\left(-\frac{1}{p}\right)\right] = 2(-1) + 0 = -2$$

$$f\left(\frac{3}{p}\right) = 2\left[\frac{3}{p}\right] + \left[-\frac{3}{p}\right] = 2(1) + (-2) = 0$$

1 2 3 4 15

در نتیجه داریم:

$$f\left(-\frac{1}{2}\right) + f\left(\frac{3}{2}\right) = -2 + 0 = -2$$

ابتدا اشتراک دامنه‌ها را به دست می‌آوریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۶**

$$D_{f \times g} = D_f \cap D_g = \{3, 2, 1\}$$

$$g \times f = \{(3, 2 \times 3), (2, 3 \times 4), (1, 8 \times 2)\} = \{(3, 6), (2, 12), (1, 16)\}$$

$$\Rightarrow R_{g \times f} = \{6, 12, 16\}$$

یادآوری می‌کنیم  $y = x$  که نیمساز ناحیه اول و سوم همان تابع همانی است. **۱ ۲ ۳ ۴ ۱۷**

$$m + n = 1 \quad (1)$$

$$n^2 + n = 20 \Rightarrow n^2 + n - 20 = 0 \Rightarrow (n + 5)(n - 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -5 \\ n = 4 \end{cases} \quad (2)$$

$$n^2 - 3n = 4 \Rightarrow n^2 - 3n - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -1 \\ n = 4 \end{cases} \quad (3)$$

اشتراک (۲)، (۳)  $\rightarrow n = 4$

$$\xrightarrow{(1)} m + 4 = 1 \Rightarrow m = -3$$

**۱ ۲ ۳ ۴ ۱۸**

$$f = \{(3, 4), (2, 6), (5, 3), (1, 5)\}$$

$$g = \{(5, 6), (1, 2), (3, 2), (4, 1)\}$$

$$\Rightarrow D_f \cap D_g = \{3, 5, 1\}$$

$$\left. \begin{aligned} f + g &= \{(3, 6), (5, 9), (1, 7)\} \\ f - g &= \{(3, 2), (5, -3), (1, 3)\} \end{aligned} \right\} \Rightarrow \frac{f+g}{f-g} = \{(3, 3), (5, -3), (1, \frac{7}{3})\} \Rightarrow \text{برد} = \{3, -3, \frac{7}{3}\}$$

تذکر: در مخرج  $(f-g)(x) \neq 0$  است.

**۱ ۲ ۳ ۴ ۱۹**

$$\begin{cases} f(x) = x^2 - 2x - 2 \\ g(x) = \frac{|x|}{x} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x > 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = 1 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 3 \\ x = -1 \text{ (غ ق ق)} \end{cases} \text{ (چون } x > 0 \text{ فرض شده)} \\ x < 0 \Rightarrow x^2 - 2x - 2 = -1 \\ \Rightarrow x^2 - 2x - 1 = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{2 - \sqrt{8}}{2} \\ x = \frac{2 + \sqrt{8}}{2} \end{cases} \text{ (چون } x < 0 \text{ فرض شده) (غ ق ق)} \end{cases}$$

**۱ ۲ ۳ ۴ ۲۰**

$$f(x) = [2x - 1] \Rightarrow f\left(\frac{-3}{4}\right) + f\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) = \left[2\left(\frac{-3}{4}\right) - 1\right] + \left[2\left(\frac{\sqrt{5}}{2}\right) - 1\right] = [-2, 5] + [\sqrt{5} - 1] = -3 + 1 = -2$$

$$y = -\frac{1}{2}x^2 + ax + b \text{ که در معادله خط } y = 13 - x \text{ صدق می‌کند، نقاط برخوردند پس این نقاط در سهمی } \left. \begin{aligned} 11 &= -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \\ 5 &= -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \end{aligned} \right\} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases}$$

صدق می‌کنند؛ داریم:

$$\begin{cases} 11 = -\frac{1}{2}(2)^2 + a(2) + b \\ 5 = -\frac{1}{2}(8)^2 + a(8) + b \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 2a + b = 13 \\ 8a + b = 37 \end{cases}$$

$$\text{رأس سهمی: } \frac{-b}{2a} = \frac{-4}{2(-\frac{1}{2})} = 4 \Rightarrow y = 13$$

$$\text{رأس سهمی } y = -\frac{1}{2}x^2 + 4x + 5 \text{ برابر است با:}$$

دامنه  $f + g$  برابر است با: **۱ ۲ ۳ ۴ ۲۲**

$$D_{f+g} = D_f \cap D_g = \{1, 3, 5\}$$

$$f + g = \{(1, 5 + 2), (3, 4 + 2), (5, 3 + 6)\} = \{(1, 7), (3, 6), (5, 9)\}$$

در نتیجه:

$$\frac{f+g}{f} = \left\{ \left(1, \frac{7}{5}\right), \left(3, \frac{6}{4}\right), \left(5, \frac{9}{3}\right) \right\} = \{(1, 1.4), (3, 1.5), (5, 3)\}$$

$$\{1, 4, 1.5, 3\}$$

$$y = \frac{|2x|}{x} = \begin{cases} 2 & , x > 0 \\ -2 & , x < 0 \end{cases}$$

حال خط  $y = 2x - 1$  را یک بار با خط  $y = 2$  و بار دیگر با خط  $y = -2$  قطع می‌دهیم؛ دو حالت زیر را در نظر می‌گیریم.

(۱) با شرط  $x > 0$  داریم:

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x - 1 \\ y &= 2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2 = 2x - 1 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \text{ (فقط)}$$

(۲) با شرط  $x < 0$  داریم:

$$\left. \begin{aligned} y &= 2x - 1 \\ y &= -2 \end{aligned} \right\} \Rightarrow -2 = 2x - 1 \Rightarrow 2x = -1 \Rightarrow x = -\frac{1}{2} \text{ (فقط)}$$

حال میانگین  $x$ ها را به دست می‌آوریم:

$$\bar{x} = \frac{x_1 + x_2}{2} = \frac{\frac{3}{2} + \left(-\frac{1}{2}\right)}{2} = \frac{1}{2}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۳)

$$f(x) = \left[ 1 - \frac{x}{2} \right] \xrightarrow{x = -\frac{3}{2}} f\left(-\frac{3}{2}\right) = \left[ 1 - \frac{-3}{2} \right] = \left[ 1 + \frac{3}{2} \right] = \left[ \frac{5}{2} \right] = [1, 75] = 1 \text{ (۱)}$$

$$f(x) = \left[ 1 - \frac{x}{2} \right] \xrightarrow{x = \sqrt{2}} f(\sqrt{2}) = \left[ 1 - \frac{\sqrt{2}}{2} \right]$$

می‌دانیم:  $\sqrt{2} \approx 1,4$  پس:

$$f(\sqrt{2}) = \left[ 1 - \frac{1,4}{2} \right] = [1 - 0,7] = [0,3] = 0 \text{ (۲)}$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} f(\sqrt{2}) + f\left(-\frac{3}{2}\right) = 0 + 1 = 1$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۴)

$x =$  تعداد کالا، (ریال)  $240 =$  قیمت فروش

$$R(x) = \text{درآمد} = \text{قیمت فروش} \times \text{تعداد} = (x)(240) = 240x$$

تابع سود برابر است با:

$$P(x) = R(x) - C(x) = 240x - (x^2 + 60x + 200) = -x^2 + 180x - 200$$

برای محاسبهٔ ماکزیمم سود رأس سهمی را به دست می‌آوریم؛ داریم:

$$x_S = -\frac{b}{2a} = \frac{-180}{-2} = 90$$

سود ماکزیمم برابر است با:

$$P(90) = -(90)^2 + 180 \times 90 - 200 = -8100 + 16200 - 200 = 7900$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۲۵) برای حل سؤال کفایت از ایزای مقادیر دامنه برد تابع را به دست آورد و میانگین مقادیر برد را محاسبه کنیم ولی نکتهٔ قابل توجه این است که اعداد دامنه به جز

صفر و ۱۰۰ قرینه بوده و به صورت زیر قابل ساده شدن هستند.

$$f(-99) = -\frac{1}{2}(-99) + 4, f(99) = -\frac{1}{2}(99) + 4 \Rightarrow f(99) + f(-99) = \frac{99}{2} + 4 - \frac{99}{2} + 4 = 8$$

به همین ترتیب دو به دو حاصل جمع تمام  $f(x)$  هایی که  $x$  های قرینه دارند برابر با ۸ می شود.

$$\left. \begin{aligned} f(99) + f(-99) &= 8 \\ f(98) + f(-98) &= 8 \\ \vdots \\ f(1) + f(-1) &= 8 \end{aligned} \right\} \xrightarrow{\text{مجموع کل برابر است با}} 99 \times 8 = 792$$

محاسبه دو مقدار  $f(0)$  و  $f(100)$  را نیز انجام می دهیم:

$$f(0) = 0 + 4 = 4$$

$$f(100) = -\frac{1}{2}(100) + 4 = -46$$

$$\text{میانگین اعضای برد تابع} = \frac{f(0) + f(100) + \text{مجموع } f(x) \text{ هایی که } x \text{ های قرینه دارند}}{200} = \frac{792 + 4 - 46}{200} = \frac{750}{200} = 3,75$$

۱ ۲ ۳ ۴ ۲۷

با توجه به محدوده  $x$  داریم:

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow |x| = -x \Rightarrow y = [-2x - x] + x = [-3x] + x$$

$$-\frac{2}{3} < x < -\frac{1}{3} \Rightarrow 2 > -3x > 1 \Rightarrow [-3x] = 1 \Rightarrow y = 1 + x$$

خط  $y = g(x)$  از دو نقطه  $(0, 1)$  و  $(1, 0)$  می گذرد، بنابراین معادله خط گذرنده از دو نقطه  $(1, 0)$  و  $(0, 1)$  برابر است با: ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۸

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{1 - 0}{0 - 1} = -1 \xrightarrow{\text{معادله خط}} y - y_0 = m(x - x_0) \xrightarrow{\text{نقطه } (1, 0)} y - 0 = -1(x - 1)$$

$$y = -x + 1 \Rightarrow g(x) = -x + 1 \Rightarrow g^r(x) = (-x + 1)^r = x^r - 2x + 1$$

برای نوشتن معادله  $f(x)$  در حالت کلی برای معادله سهمی داریم:

$$f(x) = ax^r + bx + c$$

از آنجایی که عرض از مبدأ این تابع صفر است:

$$f(0) = 0 \Rightarrow c = 0 \Rightarrow f(x) = ax^r + bx$$

$(1, 1)$  مختصات رأس سهمی است، بنابراین برای  $x$  و  $y$  رأس سهمی داریم:

$$f(x) = ax^r + bx$$

$$\text{طول رأس سهمی: } 1 = \frac{-b}{2a} \Rightarrow -b = 2a \Rightarrow b = -2a$$

$$\text{عرض رأس سهمی: } f(1) = 1 \Rightarrow a + b = 1 \xrightarrow{\text{جایگذاری } b = -2a} a - 2a = 1 \Rightarrow a = -1 \Rightarrow b = (-2) \times (-1) = 2$$

بنابراین ضابطه تابع  $f(x)$  برابر است با:

$$f(x) = ax^r + bx = -x^r + 2x$$

برای به دست آوردن مجموع جواب های معادله  $f(x) = g^r(x)$  تساوی زیر را داریم:

$$-x^r + 2x = x^r - 2x + 1 \Rightarrow x^r - 2x + 1 - 2x + x^r = 0 \Rightarrow 2x^r - 4x + 1 = 0$$

به کمک روش کلی (دلتا) داریم:

$$\left\{ \begin{aligned} a &= 2 \\ b &= -4 \\ c &= 1 \end{aligned} \right. \Rightarrow \begin{aligned} x_1 &= \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 + \sqrt{16 - 4(2)(1)}}{4} = \frac{4 + \sqrt{8}}{4} \\ x_2 &= \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} = \frac{4 - \sqrt{16 - 4(2)(1)}}{4} = \frac{4 - \sqrt{8}}{4} \end{aligned}$$

مجموع جواب های معادله برابر:

$$x_1 + x_2 = \frac{4 + \sqrt{8}}{4} + \frac{4 - \sqrt{8}}{4} = \frac{4 + \cancel{\sqrt{8}} + 4 - \cancel{\sqrt{8}}}{4} = \frac{8}{4} = 2$$

برای به دست آوردن عناصر  $f$  کفایت زوج مرتب های مجموعه اول و زوج مرتب های مجموعه دوم را به صورت مجزا از هم بدست آورد و اجتماع بگیریم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۲۹

$$\{(a, a^r); a = 0, 1, 2\} = \{(0, 0^2), (1, 1^2), (2, 2^2)\} = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\}$$

$$f = \{(0, 0), (1, 1), (2, 4)\} \cup \{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\} =$$

$$\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 2), (2, 3), (2, 4)\}$$

پس رابطه  $f$  دارای ۹ عضو متمایز است.

۱ ۲ ۳ ۴ ۳۰

$$\text{درآمد: } R(x) = -\frac{1}{2}x^r + 3 \circ x$$

هزینه:  $C(x) = ax + 18$

$$\Rightarrow \text{سود} = \text{درآمد} - \text{هزینه} \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + 30x - ax - 18 \Rightarrow P(x) = -\frac{1}{2}x^2 + (30 - a)x - 18$$

$$x_{max} = \frac{-(30 - a)}{2 \times (-\frac{1}{2})} = 30 - a \xrightarrow{\text{طبق فرض}} 30 - a = 9 \Rightarrow a = 21$$

ابتدا مقادیر برد تابع را به دست می آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۱)

$$f(-2, 5) = \frac{2 \times (-2, 5) - 1}{[-2, 5] - \text{sign}(-2, 5)} = \frac{-6}{-3 + 1} = 3$$

$$f(2, 1) = \frac{2 \times (2, 1) - 1}{[2, 1] - \text{sign}(2, 1)} = \frac{3, 2}{2 - 1} = 3, 2$$

$$f(0, 8) = \frac{2 \times (0, 8) - 1}{[0, 8] - \text{sign}(0, 8)} = \frac{1, 6 - 1}{0 - 1} = -0, 6$$

$$f(4) = \frac{2 \times 4 - 1}{[4] - \text{sign}(4)} = \frac{8 - 1}{4 - 1} = \frac{7}{3}$$

بنابراین ماکزیمم عضو برد برابر  $3, 2$  است.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۲)

$$-\frac{3}{2} < x < -1 \Rightarrow -3 < 2x < -2 \Rightarrow [2x] = -3 \text{ و } \text{sign}(-x) = 1 \text{ و } |x - 1| = -(x - 1)$$

$$\Rightarrow y = 2f(x) - h(x)g(x) = -2(x - 1) - 1 \times (-3) = -2x + 2 + 3 = -2x + 5 = 5 - 2x$$

تابع  $f$  از نقاط  $(0, 1)$  و  $(-1, 0)$  می گذرد. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۳)

$$m = \frac{1 - 0}{0 - (-1)} = 1 \Rightarrow f(x) = x + 1$$

تابع  $g$  از نقاط  $(0, 0)$  و  $(1, -1)$  می گذرد. در نتیجه:

$$m = \frac{-1 - 0}{1 - 0} = -1 \Rightarrow g(x) = -x$$

$$\Rightarrow \frac{f^2(x)}{g(x)} = 2 \Rightarrow \frac{(x+1)^2}{-x} = 2 \Rightarrow \frac{x^2 + 2x + 1}{-x} = 2 \Rightarrow x^2 + 2x + 1 = -2x \Rightarrow x^2 + 4x + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times 1 \times 1 = 12$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x_1 = \frac{-4 + \sqrt{12}}{2} = -2 + \sqrt{3} \\ x_2 = \frac{-4 - \sqrt{12}}{2} = -2 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow |x_1 - x_2| = |-2 + \sqrt{3} + 2 + \sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۴)

$$f = \{(-5, 25), (5, 25), (-4, 16), (4, 16), \dots, (-1, 1), (1, 1), (0, 0)\}$$

$$g = \{(-5, -125), (5, 125), \dots, (-1, -1), (1, 1), (0, 0)\}$$

$$D_{\frac{g}{f}} = \{-5, -4, -3, -2, -1, 1, 2, 3, 4, 5\}$$

$$\Rightarrow y = \left(\frac{g}{f}\right)(x) = \frac{g(x)}{f(x)} = \{(-5, -5), (5, 5), (-4, -4), (4, 4), \dots, (-1, -1), (1, 1)\}$$

بنابراین تعداد عناصر برد تابع  $y$  برابر ۰ تا است.

ضابطه تابع خطی  $f$  را به صورت روبه رو در نظر می گیریم. با توجه به اطلاعات مسئله داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۵)

$$f(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} f(1) = 5 \Rightarrow a + b = 5 \\ f(3) = -9 \Rightarrow 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a - b = -5 \\ 3a + b = -9 \end{cases} \Rightarrow 2a = -14 \Rightarrow a = -7 \xrightarrow{a+b=5} b = 12 \Rightarrow f(x) = -7x + 12 \xrightarrow{A=\{x \in \mathbb{R} | 0 \leq x \leq 5\}}$$

$$f(0) = 12, f(5) = -35 + 12 = -23 \Rightarrow \text{برد} = \{y \in \mathbb{R} | -23 \leq y \leq 12\}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۳۶)

$$f = \{(m + 3, 2t^2), (-2, n^2 + 2n), (1 - 3m, 8)\}$$

چون تابع  $f$  ثابت است، پس:

$$n^2 + 2n = 8 \Rightarrow n^2 + 2n - 8 = 0 \Rightarrow (n + 4)(n - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = -4 \text{ غلطی} \\ n = 2 \text{ قی} \end{cases}$$

چون  $n$  عددی طبیعی است، پس فقط  $n = 2$  قابل قبول است.

$$2t^x = 8 \Rightarrow f = \{(m+6, 8), (-2, 8), (1-3m, 8)\}$$

دو تا زوج مرتب‌های بالا با هم برابرند.

$$m+6=1-3m \Rightarrow m = -\frac{5}{4} \text{ غلط (باید طبیعی باشد)}$$

$$m+6=-2 \Rightarrow m = -8 \text{ غلط (باید طبیعی باشد)}$$

$$1-3m=-2 \Rightarrow 3=3m \Rightarrow m=1 \text{ قوی}$$

$$\Rightarrow f = \{(7, 8), (-2, 8)\} \Rightarrow \text{مجموع اعضای دامنه} = 7-2=5$$

چون تابع  $f$  ثابت است، ضریب  $x^x$  را برابر صفر قرار می‌دهیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۷)

$$f(x) = a + 3(b^x - 1)x^x \Rightarrow 3(b^x - 1) = 0 \Rightarrow b = \pm 1 \quad (1)$$

چون تابع  $g$  ثابت است، ضریب  $x^x$  را برابر صفر قرار می‌دهیم.

$$g(x) = bx^x - 2a + x^x = (b+1)x^x - 2a \Rightarrow b = -1 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1),(2)} b = -1$$

$$(f \times g)(x) = -8 \Rightarrow f(x) \times g(x) = -8 \Rightarrow a \times (-2a) = -8 \Rightarrow 2a^2 = 8 \Rightarrow a^2 = 4 \Rightarrow a = \pm 2 \Rightarrow |ab| = |a| \times |b| = 2 \times 1 = 2$$

محور تقارن سهمی  $y = ax^x + bx + c$  برابر  $x = -\frac{b}{2a}$  است. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۸)

$$y = ax^x + 3x + c$$

$$\text{محور تقارن سهمی} = -\frac{b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3}{2a} = -1 \Rightarrow 2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

راس سهمی روی خط  $y = 1$  است پس:

$$y_s = 1, x_s = -1 \Rightarrow \frac{3}{2}(-1)^x + 3(-1) + c = 1 \Rightarrow \frac{3}{2} - 3 + c = 1 \Rightarrow c = 1 + \frac{3}{2} = \frac{5}{2} \Rightarrow ac = \frac{3}{2} \times \frac{5}{2} = \frac{15}{4} = 3,75$$

با توجه به تعریف جزء صحیح داریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۳۹)

$$f(x) = [1 - \frac{x}{3}] = 1 + [-\frac{x}{3}] \Rightarrow f(0,7) + 2f(\pi) = 1 + [-\frac{0,7}{3}] + 2(1 + [-\frac{\pi}{3}]) = 1 + (-1) + 2(1 + (-2)) = 0 - 2 = -2$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۴۰)

$$y = (1 - 18m)x^x + 18(m^x + 1)x + 11$$

تابع درجه دوم وقتی ماکسیمم دارد که ضریب  $x^x$  منفی باشد. بنابراین:

$$1 - 18m < 0 \Rightarrow 1 < 18m \Rightarrow m > \frac{1}{18}$$

طول نقطه ماکسیمم همان طول رأس سهمی  $x_s = -\frac{b}{2a}$  است. بنابراین:

$$\frac{1}{2} = \frac{-18(m^x + 1)}{2(1 - 18m)} \Rightarrow -18m^x - 18 = 1 - 18m \Rightarrow -18m^x + 18m - 9 = 0 \Rightarrow 2m^x - 18m + 9 = 0$$

$$\Delta = (-18)^2 - 4(18)(9) = 324 - 648 = -324 \Rightarrow \begin{cases} m_1 = \frac{18+6}{16} = \frac{24}{16} = \frac{3}{2} \\ m_2 = \frac{18-6}{16} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4} \end{cases}$$

هر دو جواب به دست آمده برای  $m$  بزرگ‌تر از  $\frac{1}{18}$  هستند، پس هر دو قابل قبول‌اند.

ابتدا تابع سود را می‌نویسیم دقت کنید که هزینه روزانه برابر ۷۲۰۰۰۰ ریال است. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۱)

$$\text{سود} = 10x^x + 2200x - 720000$$

در نقطه سربه‌سر، سود برابر صفر است.

$$10x^x + 2200x - 720000 = 0 \Rightarrow x^x + 220x - 72000 = 0 \Rightarrow (x + 400)(x - 180) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = -400 \text{ غلط} \\ x = 180 \text{ قوی} \end{cases}$$

چون سه نقطه روی یک خط قرار دارند، شیب خط گذشته از نقاط  $(-1, 3)$  و  $(-1, a)$  و  $(1, -4)$  با شیب خط گذشته از نقاط  $(-2, a)$  و  $(-1, 3)$  برابر است. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۲)

$$\frac{3 - (-4)}{-1 - 1} = \frac{a - 3}{-2 - (-1)} \Rightarrow \frac{7}{-2} = \frac{a - 3}{-1} \Rightarrow -2a + 6 = -7 \Rightarrow -2a = -13 \Rightarrow a = 6,5$$

چون  $f$  تابع است، پس هر دو زوج مرتبی که دارای مؤلفه اول یکسان باشند، باید مؤلفه‌های دوم آنها نیز برابر باشند: (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۳)

$$\begin{cases} (1, x - 2y) \\ (1, -7) \end{cases} \Rightarrow x - 2y = -7$$

$$\begin{cases} (9, 5) \\ (9, x + y) \end{cases} \Rightarrow x + y = 5 \Rightarrow \begin{cases} -x + 2y = 7 \\ x + y = 5 \end{cases} \Rightarrow 3y = 12 \Rightarrow y = 4 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow \begin{cases} x^x + y^y = 1 + 16 = 17 \\ -x - 4y = -1 - 16 = -17 \end{cases} \Rightarrow \frac{x^x + y^y}{-x - 4y} = \frac{17}{-17} = -1$$

ضابطه تابع همانی  $f(x) = x$  باید باشد، پس ضریب  $x$  در ضابطه  $f$  را برابر یک قرار می‌دهیم. (۱) (۲) (۳) (۴) (۴۴)

$$|a| - |b| = 1 \Rightarrow |a| = |b| + 1$$

در ضابطه تابع ثابت چون  $x$  نداریم، پس ضریب  $x$  برابر صفر است، یعنی:

$$b^2 - 1 = 0 \Rightarrow b^2 = 1 \Rightarrow \begin{cases} b = 1 \\ b = -1 \end{cases} \Rightarrow |a| = 1 + 1 = 2 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

$$(f - g)(x) = x + 5 \Rightarrow f(x) - g(x) = x + 5 \Rightarrow x - g(x) = x + 5 \Rightarrow g(x) = -5 \Rightarrow (a^2 + 1)c = -5 \xrightarrow{a^2=4} 5c = -5 \Rightarrow c = -1$$

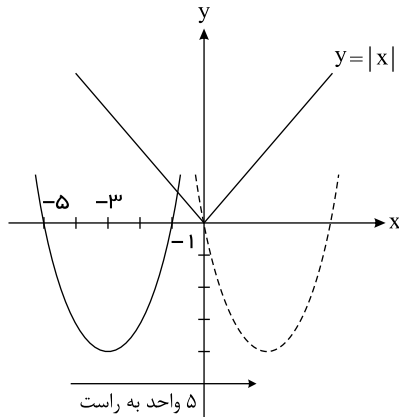
$$\xrightarrow{a=2, c=-1} ac = -2$$

$$\xrightarrow{a=-2, c=-1} ac = 2$$

بنابراین دو مقدار برای  $ac$  وجود دارد.

۱ ۲ ۳ ۴ ۴۵

نمودار دو تابع را در یک دستگاه محورهای مختصات رسم می‌کنیم:



$x$	$-4$	$-3$	$-2$	$-1$
$y = x^2 + 6x + 5$	$-3$	$-4$	$-3$	$0$

$$x = -\frac{b}{2a} = \frac{-6}{2} = -3$$

باید نمودار سهمی را حداقل ۵ واحد به سمت راست انتقال دهیم تا دو نمودار در دو نقطه با طول‌های نامنفی یکدیگر را قطع کنند.

با توجه به تعریف جزء صحیح اعداد حقیقی داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۶

$$k \leq x < k + 1 \Rightarrow [x] = k, (k \in \mathbb{Z})$$

$$f(-0,7) - f(-0,07) = [1 - 3(-0,7)] - [1 - 3 \times (-0,07)] = [1 + 2,1] - [1 + 0,21] = [3,1] - [1,21] = 3 - 1 = 2$$

طول و عرض مستطیل را به ترتیب  $x$  و  $y$  در نظر می‌گیریم و با توجه به فرض مسئله داریم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۷

$$2(x + y) = 30 \Rightarrow x + y = 15 \Rightarrow y = 15 - x$$

$$S = xy = x(15 - x) = -x^2 + 15x$$

$$x_{max} = \frac{-15}{-2} = 7,5 \Rightarrow y_{max} = 7,5 \Rightarrow S = 7,5 \times 7,5 = 56,25$$

$$f(x) + f(-x) = x + (-x) = 0 \quad \text{چون } f(x) \text{ همانی است، پس: } 1 \quad 2 \quad 3 \quad 4 \quad 48$$

طول و عرض هر نقطه رو نیمساز ربع دوم و چهارم قرینه یکدیگرند، پس:

$$3x^2 - 17x + 10 = -0 \Rightarrow 3x^2 - 17x + 10 = 0$$

$$\Delta = 289 - 4(3)(10) = 289 - 120 = 169 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = \sqrt{169} = 13$$

$$\Rightarrow x_1 = \frac{17 + 13}{6} = 5, \quad x_2 = \frac{17 - 13}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 5 - \frac{2}{3} = \frac{15 - 2}{3} = \frac{13}{3}$$

در زوج مرتب‌ها با مؤلفه‌های اول یکسان مؤلفه‌های دوم را برابر قرار می‌دهیم: ۱ ۲ ۳ ۴ ۴۹

$$(a, m^2 - 1) = (a, 4) \Rightarrow m^2 - 1 = 4 \Rightarrow m^2 = 5$$

$$(a, x + y) = (a, 4) \Rightarrow x + y = 4$$

$$(b, x - y) = (b, m^2) \Rightarrow x - y = m^2 = 5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x + y = 4 \\ x - y = 5 \end{cases} \Rightarrow 2x = 9 \Rightarrow x = \frac{9}{2}, \quad y = 4 - \frac{9}{2} = \frac{-1}{2}$$

$$\Rightarrow x^2 + y^2 = \frac{81}{4} + \frac{1}{4} = \frac{82}{4} = 20,5$$

ضابطه تابع  $f$  و  $g$  را در محدوده‌های زیر می‌نویسیم تا بتوانیم در محدوده‌های مشترک حاصل ضرب  $f \cdot g$  را حساب کنیم. ۱ ۲ ۳ ۴ ۵۰

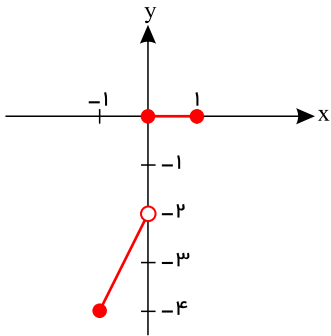
$$-1 \leq x < 0 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), \quad g(x) = -1$$

$$0 \leq x < 1 \Rightarrow f(x) = -(2x - 2), \quad g(x) = 0$$

$$x = 1 \Rightarrow f(x) = 0, g(x) = 1$$

$$\Rightarrow (f \times g)(x) = \begin{cases} 2x - 2, & -1 \leq x < 0 \\ 0, & 0 \leq x \leq 1 \end{cases}$$

حال شکل تابع را رسم و برد تابع را مشخص می‌کنیم:



$$\Rightarrow R = (-4 \leq y < -2) \cup \{0\}$$

پس ۳- عضو برد است.

ابتدا با توجه به اطلاعات همه پارامترها را بر حسب  $a$  به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۱)

$$a = -1, \Delta c \Rightarrow a = -\frac{3}{2}c \Rightarrow c = -\frac{2}{3}a$$

$$\begin{matrix} x = -2 \\ y = 0 \end{matrix} \rightarrow 0 = -2a + b \Rightarrow b = 2a$$

$$\begin{matrix} x = -2 \\ y = 0 \end{matrix} \rightarrow 0 = -2c + d \Rightarrow d = 2c \Rightarrow d = -\frac{4}{3}a$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(-\frac{1}{3}ax - \frac{4}{3}a\right)^2 - (ax + 2a)^2$$

در سهمی  $y = a'x^2 + b'x + c'$  محور تقارن  $x = -\frac{b'}{2a'}$  است، پس در ضابطه  $f(x)$  کافی است ضرایب  $a'$  و  $b'$  را به دست آوریم:

$$\Rightarrow f(x) = \frac{a^2}{9}x^2 - a^2x^2 + \frac{8}{9}a^2x - 4a^2x + c'$$

$$\Rightarrow f(x) = \left(\frac{a^2}{9} - a^2\right)x^2 + \left(\frac{8}{9}a^2 - 4a^2\right)x + c'$$

$$\text{محور تقارن سهمی: } x = \frac{-\left(\frac{8}{9} - 4\right)a^2}{2\left(\frac{1}{9} - 1\right)a^2} = \frac{\frac{28}{9}}{2 \times \frac{-8}{9}} = -\frac{28}{16} = -\frac{7}{4}$$

ابتدا تابع را ساده‌تر می‌کنیم تا ضریب  $x$  در داخل قدرمطلق برابر ۱ شود: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۲)

$$y = -\frac{1}{2} \left| 2 \left( x + \frac{1}{2} \right) \right| = -\frac{1}{2} \times 2 \left| x + \frac{1}{2} \right| = -\left| x + \frac{1}{2} \right|$$

پس تابع  $|x|$  را به اندازه  $\frac{1}{2}$  به چپ انتقال می‌دهیم، چون پشت قدرمطلق علامت منفی داریم؛ سپس نسبت به محور  $x$  قرینه می‌کنیم.

ابتدا تابع هزینه را که خطی است، با توجه به دو نقطه داده شده می‌نویسیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۳)

$$A(200, 850) \Rightarrow m = \frac{1000 - 850}{250 - 200} = \frac{150}{50} = 30$$

$$B(250, 1000) \Rightarrow y = ax + b \Rightarrow y = mx + n \xrightarrow{m=30} 1000 = 30 \times 250 + n \Rightarrow n = 250$$

$$y = 30x + 250 \Rightarrow c(x) = 30x + 250, R(x) = 55x$$

$$p(x) = 55x - 30x - 250 \Rightarrow p(x) = 25x - 250 \xrightarrow{p(x)=0} 25x - 250 = 0 \Rightarrow 25x = 250 \Rightarrow x = 10$$

پس با فروش ۱۱ آمین کالا سوددهی آغاز می‌شود.

چون تابع  $f$  با خط  $3x - 2y = b$  برخورد ندارد پس موازی‌اند. در نتیجه: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۴)



$$2y = 3x - b \Rightarrow y = \frac{3}{2}x - \frac{b}{2}$$

$$\Rightarrow m = \frac{3}{2} \Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + h$$

$$f(2) = 2a - 1 \Rightarrow 2a - 1 = \frac{3}{2} \times 2 + h \Rightarrow 2a = 4 + h \Rightarrow h = 2a - 4 (*)$$

$$f(1-a) = 2 \Rightarrow 2 = \frac{3}{2}(1-a) + h \Rightarrow \frac{3}{2} - \frac{3}{2}a + h = 2$$

$$\Rightarrow h = \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a (**)$$

$$\xrightarrow{(*), (**)} \frac{1}{2} + \frac{3}{2}a = 2a - 4 \Rightarrow a = 9 \Rightarrow h = 14$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{3}{2}x + 14 \Rightarrow f(-6) = \frac{3}{2}(-6) + 14 = 8$$

چون تابع خطی به ازای هر مقدار  $m$  از نقطه  $(\alpha, \beta)$  می‌گذرد. پس: (۱) (۲) (۳) (۴) (۵۵)

$$m = 0 \xrightarrow{(\alpha, \beta)} \beta = (1 - 2 \times 0)\alpha - \frac{2 \times 0 + 3}{2}$$

$$\Rightarrow \beta - \alpha = -\frac{3}{2}$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۶)

$$f(x) = [x] + [-x]$$

$$f(x) = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

پس به ازای تمام مقادیر صحیح تابع  $\frac{g}{f}$  تعریف نمی‌شود. پس در هیچ نقطه صحیحی مقدار  $\frac{g}{f}$   $\frac{3}{f}$  نمی‌شود.

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۷)

$$x^2 - ax - 1 = 0 \Rightarrow S = a$$

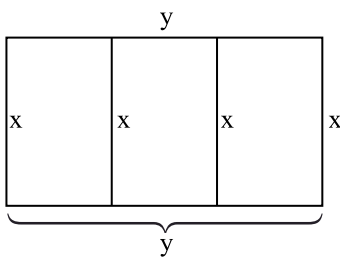
$$ax^2 - 4x + a + 2 = 0 \Rightarrow P = \frac{a+2}{a}$$

$$\Rightarrow a = \frac{a+2}{a} \Rightarrow a^2 - a - 2 = 0 \Rightarrow (a+1)(a-2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = -1 \\ a = 2 \end{cases}$$

به ازای  $a = 2$  معادله  $ax^2 - 4x + a + 2 = 0$  به صورت  $2x^2 - 4x + 4 = 0$  می‌شود که ریشه ندارد. پس فقط  $a = -1$  قابل قبول است.

$$\Rightarrow \text{طول راس سهمی} = \frac{-(1-2a)}{2 \times 1} = \frac{-(1+2)}{2} = -\frac{3}{2} = -1,5$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۸)



$$\Rightarrow 4x + 2y = 190 \Rightarrow 2y = 190 - 4x$$

$$\Rightarrow y = 95 - 2x$$

$$95 - 2x > 0 \Rightarrow x < 47,5$$

$$\xrightarrow{x \text{ مثبت است}} 0 < x < 47,5$$

$$S = xy \Rightarrow S(x) = x(95 - 2x) = 95x - 2x^2$$

(۱) (۲) (۳) (۴) (۵۹)

$$f(x) = k \Rightarrow k + k = k \times k \Rightarrow \begin{cases} k = 2 \\ k = 0 \end{cases}$$

$$2n^2 - 7n + 1 = -k \xrightarrow{k=0} 2n^2 - 7n + 1 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 8 = 41$$

مقدار  $n$  طبیعی نمی‌شود پس  $k = 0$  قابل قبول نیست.

$$\Rightarrow 2n^2 - 7n + 1 = -2 \Rightarrow 2n^2 - 7n + 3 = 0 \Rightarrow \Delta = 49 - 24 = 25$$

$$\Rightarrow \begin{cases} n = \frac{7+5}{4} = 3 \quad \checkmark \\ n = \frac{7-5}{4} = \frac{1}{2} \quad \times \text{ غ ق قی} \end{cases}$$

$$m^2 - 4m + 6 = 3 \times 2 \Rightarrow m^2 - 4m + 6 = 6 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \quad \times \text{ غ ق قی} \\ m = 4 \quad \checkmark \end{cases} \Rightarrow \left[\frac{mn}{5}\right] = \left[\frac{12}{5}\right] = 2$$

با توجه به اطلاعات داده شده داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۶۰**

$$f(1) = 2a - 1 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} + b = 2a - 1 \quad (1)$$

$$f\left(-\frac{a}{2}\right) = 2 \Rightarrow \frac{-4}{a+2}\left(-\frac{a}{2}\right) + b = 2 \Rightarrow b = 2 - \frac{2a}{a+2} \quad (2)$$

مقدار  $b$  را از رابطه (۲) جایگزین در رابطه (۱) می‌کنیم:

$$\frac{-4}{a+2} + \left(2 - \frac{2a}{a+2}\right) = 2a - 1 \Rightarrow \frac{-4}{a+2} - \frac{2a}{a+2} = 2a - 3$$

$$\Rightarrow \frac{-2a^2 - 6a - 4}{a+2} = -3 \Rightarrow -2a^2 - 6a - 4 = -3a - 6 \Rightarrow 2a^2 + 3a - 2 = 0$$

$$\Delta = 9 + 16 = 25 \Rightarrow \begin{cases} a_1 = \frac{-3+5}{4} = \frac{1}{2} \Rightarrow b = \frac{8}{5} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{1}{2}} = \frac{16}{5} = 3,2 \\ a_2 = \frac{-3-5}{4} = -2 \quad \times \text{ غ ق قی} \end{cases}$$

$f$  تابع ثابت است، پس **۱ ۲ ۳ ۴ ۶۱**

$$f(x) = c \Rightarrow f(kx) = f(a) = c$$

$$\Rightarrow (k^2 - 3)c = c \Rightarrow c(k^2 - 3) = 0 \Rightarrow \begin{cases} k^2 = 3 \xrightarrow{k \in \mathbb{N}} k = 2 \\ \text{یا} \\ c = 0 \end{cases}$$

$g$  تابع همانی است، پس:

$$\xrightarrow{k=2} 2 = n^2 - 3n + 4 \Rightarrow n^2 - 3n + 2 = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 1 \\ n = 2 \end{cases}$$

$$\xrightarrow{n=1} 2 = m^2 - 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 4m + 2 = 0 \xrightarrow{\Delta=8} \sqrt{\Delta} = \sqrt{8}$$

ریشه‌ها گنگ می‌شوند و عضو  $\mathbb{N}$  نیستند.

$$\xrightarrow{n=2} 4 = m^2 - 4m + 4 \Rightarrow m^2 - 4m = 0 \Rightarrow m(m - 4) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = 0 \quad \times \text{ غ ق قی} \\ m = 4 \quad \xrightarrow{n=2} f(2) = 2 - 4 \Rightarrow f(2) = -2 \Rightarrow f(m) = -2 \end{cases}$$

در نتیجه به ازای  $c = 0$  داریم  $f(n) = 0$  و  $n = 4$  می‌شود. بنابراین:

$$m^2 - 4m + 4 = 8 \Rightarrow m^2 - 4m - 4 = 0 \xrightarrow{\Delta=32} \sqrt{\Delta} = \sqrt{32}$$

ریشه‌ها گنگ می‌شوند و عضو  $\mathbb{N}$  نیستند.

پس تنها  $f(m) = -2$  قابل قبول است.

برای تابع  $g$  داریم: **۱ ۲ ۳ ۴ ۶۲**

$$g(x) = [x] + [-x] = \begin{cases} 0 & x \in \mathbb{Z} \\ -1 & x \notin \mathbb{Z} \end{cases}$$

چون تابع  $g$  به‌ازای همه مقادیر صحیح  $x$  برابر صفر است، پس تابع  $\frac{f}{g}$  در هیچ نقطه صحیحی تعریف نمی‌شود.

چون تابع خطی  $f$  به‌ازای هر مقدار  $m$  از نقطه  $(a, b)$  می‌گذرد می‌توان دو مقدار  $m = 1$  و  $m = 0$  را قرار داد. در نتیجه: **۱ ۲ ۳ ۴ ۶۳**

$$\xrightarrow{m=0} b = \frac{1}{2}a - 0 + \frac{1}{2} \quad (1)$$

$$\xrightarrow{m=1} b = \left(\frac{1-1}{2}\right)a - 1 + \frac{1}{2} \Rightarrow b = -\frac{1}{2}$$

مقدار  $b = -\frac{1}{2}$  را در رابطه (۱) قرار می‌دهیم و  $a$  را به دست می‌آوریم:

$$\frac{-1}{2} = \frac{1}{2}a + \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2}a = -1 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow \frac{a}{b} = \frac{-2}{\frac{1}{-\frac{1}{2}}} = 4$$

حاصل جمع ریشه‌های (s) معادله اول و حاصل ضرب ریشه‌های (P) معادله دوم را به دست می‌آوریم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۴)

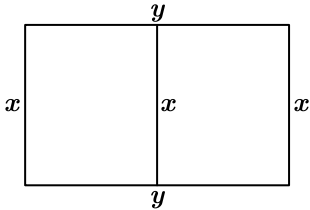
$$S = \frac{-(a + \frac{4}{3})}{a}, \quad P = -\frac{a}{3}$$

طبق فرض  $\frac{(a + \frac{4}{3})}{a} = -\frac{a}{3} \Rightarrow -3a - 4 = -a^2 \Rightarrow a^2 - 3a - 4 = 0$

$\Rightarrow \frac{1+(-4)=-3}{\text{طبق نکته}} \left\{ \begin{array}{l} a = -1 \\ a = -\frac{-4}{1} = 4 \end{array} \right.$

به ازای  $a = 4$  معادله  $ax^2 + (a + \frac{4}{3})x + 2 = 0$  به شکل  $4x^2 + \frac{16}{3}x + 2 = 0$  می‌شود و  $A < 0$  پس ریشه ندارد. در نتیجه فقط  $a = -1$  قابل قبول است.

با توجه به اطلاعات مسئله شکل زیر را رسم می‌کنیم: (۱) (۲) (۳) (۴) (۶۵)



$$2y + 3x = 210 \Rightarrow 2y = 210 - 3x \Rightarrow y = 105 - \frac{3}{2}x$$

$$\xrightarrow{y > 0} 105 - \frac{3}{2}x > 0 \Rightarrow x < 70 \xrightarrow{x > 0} 0 < x < 70$$

$$\text{مساحت } S = xy \Rightarrow S(x) = x(105 - \frac{3}{2}x) = 105x - \frac{3}{2}x^2$$

# پاسخنامه کاپری

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴

۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴

۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴

۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴