



علوم

ردیف	نمره	سوال
۱	۱۴۰۳	<p>در شکل، سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است. از F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا d را در نقطه N قطع کند و از نقطه M، MT را بر d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$</p>
۲	۱۴۰۰	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p>
	۱۴۰۰	<p>الف در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود نباشد و با مولد آن (d) نیز موازی نباشد و تنها یکی از دو نیمه مخروط را قطع کند، فصل مشترک حاصل یک خواهد بود.</p>
	۱۴۰۰	<p>ب رأس سهمی به معادله $y^2 + 2x - 2y = 0$ نقطه به مختصات است.</p>
۳	۱۴۰۲	<p>نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای را بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (بحث کنید).</p>
۴	۱۴۰۰	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که خطوط $x + y = 1$ و $x - y = 3$ شامل قطرهای آن بوده و خط $4x + 3y = -5$ بر آن مماس باشد.</p>
۵	۱۴۰۰	<p>جای خالی را با عبارت مناسب پر کنید.</p>
	۱۴۰۰	<p>الف اگر صفحه P با مولد (d) موازی باشد و از رأس سطح مخروطی عبور کند، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک است.</p>
	۱۴۰۰	<p>ب در بیضی، در حالتی که $\frac{c}{a}$ به عدد ۰ نزدیک شود، بیضی به تبدیل می‌شود.</p>
۶	۱۴۰۰	<p>درستی و نادرستی عبارت زیر را مشخص کنید.</p>
	۱۴۰۰	<p>الف مکان هندسی مرکزهای همه دایره‌هایی در صفحه که بر خط d در نقطه ثابت A مماس‌اند، یک نیم‌خط عمود بر خط d در نقطه A است.</p>
	۱۴۰۰	<p>ب در یک سهمی، هر شعاع نوری که موازی با محور سهمی به بدنه سهمی بتابد، بازتاب آن از کانون سهمی خواهد گذشت.</p>
۷	۱۴۰۰	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O'(2, 1)$ بوده و بر خط $3x + 4y = -5$ مماس باشد.</p>
۸	۱۴۰۰	<p>وضعیت دایره $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$ با دایره‌ای به مرکز مبدأ مختصات و شعاع یک را نسبت به هم مشخص کنید.</p>



علوم

ردیف	نمره	
۹	۱۴۰۰	<p>در شکل مقابل اگر $OF = c, OB = b, OA = a$ باشد، ثابت کنید: $a^2 = b^2 + c^2$</p>
۱۰	۱۴۰۰	<p>نقطه M روی بیضی به اقطار 10 و 6 واحد به گونه‌ای قرار دارد که فاصله آن تا مرکز بیضی برابر 4 واحد است. الف) نشان دهید $MF < MF'$ (ب) طول MF را به دست آورید. $(F'$ و F) کانون‌های بیضی هستند و $MF < MF'$).</p>
۱۱	۱۴۰۰	<p>در یک دیش مخابراتی به شکل سهمی با دهانه دایره‌ای به قطر 60 واحد و گودی (عمق) 9 واحد مفروض است. فاصله کانونی این دیش را به دست آورید.</p>
۱۲	۱۴۰۱	<p>درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید. سپس شکل صحیح عبارت نادرست را بنویسید.</p>
	۱۴۰۱	<p>الف) اگر صفحه P به گونه‌ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور نباشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.</p>
	۱۴۰۱	<p>ب) در شکل روبه‌رو اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد، زاویه $\hat{F'MF} = 50^\circ$ باشد آنگاه اندازه زاویه $\alpha = \beta = 60^\circ$ است.</p>
۱۳	۱۴۰۲	<p>نقاط A و B و C در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله و از C به فاصله 3 سانتی‌متر باشد (بحث کنید).</p>
۱۴	۱۴۰۱	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن نقطه $O(1, -1)$ و بر خط $3x - 4y + 3 = 0$ مماس باشد.</p>
۱۵	۱۴۰۱	<p>در یک بیضی افقی به مرکز مبدأ مختصات طول قطرهای برابر 10 و 6 است.</p>
	۱۴۰۱	<p>الف) خروج از مرکز بیضی را بیابید.</p>
	۱۴۰۱	<p>ب) مختصات کانون‌ها $(F'$ و $F)$، مختصات دو سر قطر بزرگ $(A'$ و $A)$ و دو سر قطر کوچک $(B'$ و $B)$ را به دست آورید.</p>

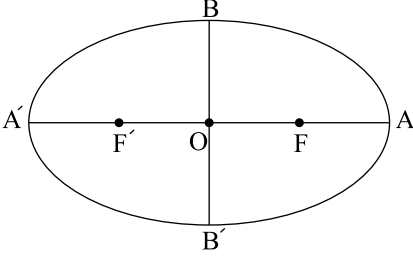


علوم

ردیف	پ	بیضی را روی محور مختصات رسم کنید.	۱۴۰۱	نمبره
۱۶		الف) معادله متعارف و فاصله کانونی سهمی به معادله $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0$ را بیابید. ب) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.	۱۴۰۱	
۱۷		در شکل زیر سهمی با رأس A و کانون F و خط هادی d رسم شده است، از کانون F به نقطه دلخواه M روی سهمی وصل کرده و امتداد داده‌ایم تا خط d را در N قطع کند و از نقطه M ، MT را برای d عمود کرده‌ایم. ثابت کنید: $\frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$	۱۴۰۱	
۱۸		حدود a را طوری به دست آورید که $x^2 + y^2 - 4x + 6y + a = 0$ معادله یک دایره باشد.	۱۴۰۱	
۱۹		اگر در یک بیضی طول AA' (قطر بزرگ) برابر با ۱۶ و خروج از مرکز $\frac{3}{4}$ باشد، فاصله رأس A تا نزدیک‌ترین کانون را به دست آورید.	۱۴۰۱	
۲۰		مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت یک، بر دایره $(x-1)^2 + (y+2)^2 = 16$ مماس خارج باشند، دایره‌ای به مرکز $O(1, -2)$ و شعاع است.	۱۴۰۲	
۲۱		در یک بیضی مختصات کانون‌ها $F(4, 0)$ و $F'(-2, 0)$ طول قطر بزرگ برابر با ۱۰ است. اگر نقطه $P(1, m)$ روی این بیضی قرار داشته باشد، مقدار m را بیابید.	۱۴۰۲	
۲۲		بیضی با قطر بزرگ $2a$ ، قطر کوچک $2b$ و کانون‌های F و F' مطابق شکل روبه‌رو مفروض است. اگر خطی در کانون F بر قطر کانونی عمود باشد و بیضی را در نقطه D قطع کند، ثابت کنید: $DF = \frac{b^2}{a}$	۱۴۰۲	
۲۳		درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.	۱۴۰۱	



علوم

ردیف	نمره	سوال
	۱۴۰۱	الف) در حالتی که صفحه P بر محور سطح مخروطی (I) عمود باشد و از رأس آن عبور نکند، فصل مشترک حاصل یک دایره خواهد بود.
	۱۴۰۱	ب) در حالتی که خروج از مرکز بیضی برابر صفر باشد، بیضی تبدیل به یک پاره خط می شود.
۲۴	۱۴۰۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.
	۱۴۰۱	الف) مکان هندسی، مجموعه نقاطی از صفحه (یا فضا) است که همه آنها یک ویژگی داشته باشند و همچنین هر نقطه که آن ویژگی را داشته باشد، عضو این مجموعه باشد.
	۱۴۰۱	ب) اگر مجموع فواصل نقطه A از دو کانون بیضی بیشتر از طول قطر بزرگ بیضی باشد، نقطه A در بیضی است.
	۱۴۰۱	در بیضی روبه رو: $OF = OF' = c$, $OB = OB' = b$, $OA = OA' = a$ ثابت کنید: $b^2 + c^2 = a^2$
۲۵		
۲۶	۱۴۰۰	درستی و نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.
	۱۴۰۰	الف) اگر صفحه P به گونه ای باشد که هر دو تکه بالایی و پایینی سطح مخروطی را قطع کند و شامل محور باشد، در این صورت فصل مشترک صفحه P و سطح مخروطی یک هذلولی است.
	۱۴۰۰	ب) نقطه $(۳, -۲)$ روی دایره $x^2 + y^2 + ۲x = ۰$ قرار دارد.
۲۷	۱۴۰۰	معادله دایره ای را بنویسید که $O(۰, ۱)$ مرکز آن بوده و روی خط به معادله $x + y = ۲$ و تری به طول $۲\sqrt{۲}$ جدا کند.
۲۸	۱۴۰۰	سهمی به معادله $y^2 - ۲y + ۸x + ۹ = ۰$ را در نظر بگیرید:
	۱۴۰۰	الف) مختصات رأس، کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.
	۱۴۰۰	ب) نمودار سهمی را رسم کنید.
۲۹	۱۴۰۲	مکان هندسی نقاطی که از دو ضلع یک زاویه به یک فاصله اند، آن زاویه است.
۳۰	۱۴۰۲	بیضی مکان هندسی نقاطی از یک صفحه است که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیر واقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشد. (درست - نادرست)
۳۱	۱۴۰۲	معادله دایره ای را بنویسید که $O(۱, ۰)$ مرکز آن بوده و بر خط $x = -۳$ مماس باشد.



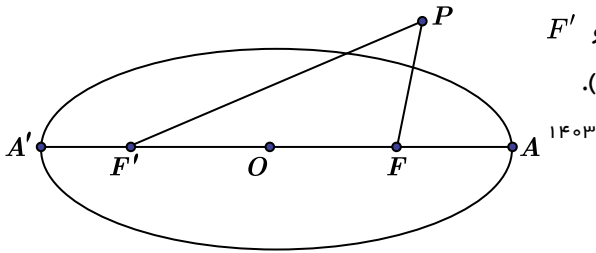
علوم

ردیف	نمره	
۳۲	۱۴۰۲	<p>در شکل روبه‌رو دو نقطه A و B روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارند. اگر $AF' = BF$ و همچنین AF و BF' یکدیگر را درون بیضی در نقطه‌ای مانند M قطع کنند، نشان دهید: مثلث FMF' متساوی‌الساقین است و M روی قطر کوچک بیضی قرار دارد.</p>
۳۳	۱۴۰۲	<p>در شکل روبه‌رو نقطه M روی بیضی با کانون‌های F و F' قرار دارد، به طوری که $MF = ۸$ و $MF' = ۶$. اگر خروج از مرکز بیضی $\frac{1}{۷}$ باشد، اندازه نصف قطر کوچک بیضی را به دست آورید.</p>
۳۴	۱۴۰۲	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰, ۱)$ بوده و روی خط $۳x + ۴y + ۶ = ۰$ و تری به طول $۲\sqrt{۵}$ جدا کند. سپس محل تلاقی آن دایره با محور yها را بیابید.</p>
۳۵	۱۴۰۲	<p>معادله سهمی با کانون $F(۱, ۲)$ و خط هادی $x = -۳$ را بنویسید.</p>
۳۶	۱۴۰۳	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p>
	۱۴۰۳	<p>الف هرگاه صفحه‌ای شامل محور یک سطح مخروطی، آن را برش دهد، فصل مشترک حاصل است.</p>
۳۷	۱۴۰۳	<p>درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.</p>
	۱۴۰۳	<p>الف مکان هندسی مرکز همه دایره‌های با شعاع ثابت r که بر دایره $C(O, r)$ در صفحه مماس خارج هستند، دایره $C'(O, ۲r)$ است.</p>
۳۸	۱۴۰۳	<p>نقطه A و d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۳ سانتی‌متر و از d به فاصله ۴ سانتی‌متر باشد. (در مورد حالت‌های مختلف جواب بحث کنید).</p>
۳۹	۱۴۰۳	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که مرکز آن $O(۰, ۱)$ بوده و با دایره $(x - ۲)^۲ + (y - ۳)^۲ = ۱۶$ مماس داخل باشد.</p>
۴۰	۱۴۰۳	<p>دایره‌هایی که مرکز آنها روی سهمی به معادله $(y - ۱)^۲ = -۸(x + ۱)$ واقع است و از کانون سهمی می‌گذرند، بر خط به معادله مماس هستند.</p>
۴۱	۱۴۰۳	<p>دو نقطه A و B و خط d که شامل هیچ یک نیست در صفحه مفروضند، نقطه‌ای بیابید که از A و B به یک فاصله بوده و از d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد.</p>
۴۲	۱۴۰۳	<p>وضعیت دایره به معادله $x^۲ + y^۲ - ۶x + ۱۲y + ۲۰ = ۰$ نسبت به دایره‌ای به مرکز مبدا مختصات و شعاع ۳ واحد را مشخص کنید.</p>
۴۳	۱۴۰۳	<p>معادله دایره‌ای را بنویسید که خط‌های $x + y = ۱$ و $x - y = ۳$ شامل قطرهایی از آن باشند و روی خط به معادله $x + y = ۲$ و تری به طول $۲\sqrt{۲}$ ایجاد می‌کند.</p>



علوم

ردیف	نمره	
۴۴	۱۴۰۳	نقاط $B(-1, 2)$ و $B'(-1, -4)$ دو سر قطر کوچک بیضی با فاصله کانونی $2\sqrt{3}$ واحد است. طول قطر بزرگ بیضی را بیابید.
۴۵	۱۴۰۳	برای هر یک از عبارات‌های (الف) و (ب) مورد مناسب را از بین کلمات (سهمی - بیضی - نقطه) انتخاب کنید (یک مورد اضافی است).
	۱۴۰۳	الف فصل مشترک یک صفحه و یک سطح مخروطی در حالتی که صفحه بر محور سطح مخروطی عمود بوده و از راس آن بگذرد.
	۱۴۰۳	ب مکان هندسی نقاطی از یک صفحه که از یک خط ثابت در آن صفحه و از یک نقطه ثابت غیرواقع بر آن خط در آن صفحه به یک فاصله باشند.
۴۶	۱۴۰۳	نقطه A و خط d در صفحه مفروض‌اند. نقطه‌ای بیابید که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر و از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. (دربارۀ تعداد جواب‌های مسأله بحث کنید).
۴۷	۱۴۰۳	مقدار m را چنان تعیین کنید که دایره به معادله $x^2 + y^2 + 2x - 2y + m = 0$ با دایره به مرکز $O(2, -3)$ و شعاع ۳ مماس بیرون باشد.
۴۸	۱۴۰۳	خروج از مرکز یک بیضی با اندازه قطرهای ۴ و ۶ را بیابید.
۴۹	۱۴۰۳	نقطه P بیرون بیضی با قطر بزرگ $AA' = 2a$ و کانون‌های F و F' مفروض است. ثابت کنید: $PF + PF' > 2a$ (رسم شکل الزامی است).
۵۰	۱۴۰۳	سهمی به معادله $y^2 - 4x = 4y$ داده شده است. مختصات رأس و کانون و معادله خط هادی سهمی را به دست آورید.





علوم

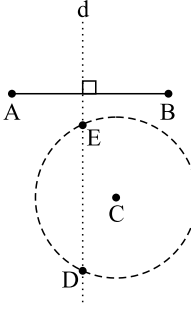
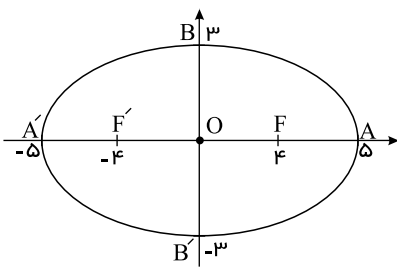
ردیف	نمره
۱	<p>فاصله هر نقطه روی سهمی تا خط هادی برابر فاصله آن تا کانون است. بنابراین:</p> $MT = MF, FA = AH$ $\left. \begin{aligned} MT \parallel FH \rightarrow \frac{MT}{FH} = \frac{NT}{NH} \rightarrow \frac{MT}{2FA} = \frac{NT}{NH} \\ MT \parallel FH \rightarrow \frac{MF}{FN} = \frac{TH}{HN} \rightarrow \frac{MT}{FN} = \frac{TH}{NH} \end{aligned} \right\} \begin{array}{l} \text{طرفین دو تساوی را بر هم} \\ \text{تقسیم می‌کنیم} \end{array} \rightarrow \frac{\frac{MT}{2FA}}{\frac{MT}{FN}} = \frac{\frac{NT}{NH}}{\frac{TH}{NH}}$ $\rightarrow \frac{FN}{2FA} = \frac{NT}{TH} \rightarrow \frac{FN}{FA} = \frac{2NT}{TH}$
۲	
الف	بیضی
ب	<p>$(\frac{1}{2}, 1)$</p> $y^2 - 2y + 2x = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = -2x + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = -2(x - \frac{1}{2})$ <p>نقطه رأس سهمی برابر $A(\frac{1}{2}, 1)$ است.</p>
۳	<p>مکان هندسی نقاطی که از A به فاصله ۲ سانتی‌متر باشد یک دایره به مرکز A و شعاع ۲ سانتی‌متر است. این دایره را رسم می‌کنیم. نقاطی که از خط d به فاصله ۳ سانتی‌متر باشد. دو خط d' و d'' در طرفین خط d و به موازات d است. این دو خط را رسم می‌کنیم. محل برخورد دو خط d' و d'' با دایره، مطابق شکل، جواب مسئله است.</p> <p>اگر یکی از دو خط d' یا d'' دایره را قطع کند، مسئله ۲ جواب دارد.</p> <p>اگر یکی از دو خط d' و d'' بر دایره مماس باشد، مسئله ۱ جواب دارد.</p> <p>اگر هیچ‌یک از دو خط d' و d'' دایره را قطع نکند، مسئله جواب ندارد.</p>
۴	$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}, r = \frac{ 4(2) + 3(-1) + 5 }{\sqrt{4^2 + 3^2}} = \frac{10}{5} = 2$ <p>مرکز دایره $O(2, -1)$ و شعاع آن برابر $r = 2$ است. معادله دایره برابر است با: $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = 4$.</p>
۵	
الف	خط
ب	دایره
۶	
الف	<p>نادرست - مکان هندسی فوق، خط عمود بر خط d در نقطه A است.</p>



علوم

ردیف	نمره	
		درست ب
۷		<p>فاصله مرکز دایره تا خط مماس بر دایره، برابر با شعاع دایره است:</p> $r = \frac{ 3(2) + 4(1) + 5 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{15}{5} = 3$ <p>معادله دایره برابر است با:</p> $(x - 2)^2 + (y - 1)^2 = 9$
۸		<p>مرکز و شعاع دایره $O' = (3, 1)$, $r' = 1$ برابر است با: $x^2 + y^2 - 6x - 2y + 9 = 0$</p> <p>دو دایره بیرون یکدیگرند (متخارج هستند).</p> $r + r' = 2, d = OO' = \sqrt{(3)^2 + (1)^2} = \sqrt{10} \rightarrow d > r + r'$
۹		<p>نقطه B روی عمودمنصف پاره خط FF' قرار دارد در نتیجه:</p> <p>مجموع فاصله‌های هر نقطه روی بیضی از دو کانون برابر است با قطر بزرگ بیضی:</p> <p>بنا به رابطه فیثاغورس در مثلث BOF داریم:</p> $BF = BF' \quad (1)$ $BF + BF' = 2a \xrightarrow{(1)} BF = BF' = a$ $OF^2 + OB^2 = BF'^2 \rightarrow c^2 + b^2 = a^2$
۱۰		<p>(الف)</p> $\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 4$ <p>در مثلث $MF F'$ میانه وارد بر یک ضلع $MO = \frac{1}{2} FF' = 4$ نصف ضلع روبرو است. در نتیجه مثلث $MF F'$ قائم‌الزاویه است.</p> <p>(ب)</p> $MF + MF' = 2a = 10 \rightarrow MF' = 10 - MF$ $MF^2 + MF'^2 = FF'^2 \rightarrow MF^2 + (10 - MF)^2 = 16 \rightarrow MF = 5 - \sqrt{7}$
۱۱		<p>اگر قطر دهانه دیش را با $2b$ و گودی را با h نمایش دهیم، فاصله کانونی برابر $a = \frac{4b^2}{16h}$ است.</p> <p>$h = 9$ و $2b = 60$ با جایگذاری در رابطه فوق داریم: $a = \frac{(2b)(2b)}{16h} = \frac{60 \times 60}{16(9)} = 25$</p>
۱۲		درست الف
		نادرست ب
۱۳		<p>اگر خط d در نقطه M بر بیضی مماس باشد و از نقطه M به دو کانون وصل کنیم، زاویه‌های ایجاد شده α و β باهم برابر هستند. بنابراین:</p> $\alpha + \beta + \widehat{FMF'} = 180^\circ$ $2\alpha + 50^\circ = 180^\circ \rightarrow \alpha = 65^\circ = \beta$ <p>مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمودمنصف پاره خط AB است.</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از نقطه C به فاصله ۳ واحد باشد، دایره‌ای به مرکز C و شعاع ۳ است.</p> <p>بنابراین نقطه برخورد خط عمودمنصف و دایره جواب مسئله است.</p>



ردیف	نمره
	<p>اگر خط عمودمنصف (d) و دایره یکدیگر را در دو نقطه قطع کنند (نقاط E و D) مسئله دو جواب دارد. (همانند شکل روبه‌رو) اگر مماس شوند مسئله یک جواب دارد و در صورتی که یکدیگر را قطع نکنند مسئله جواب ندارد.</p> 
۱۴	<p>چون دایره به خط مماس است، پس فاصله مرکز دایره تا خط، همان شعاع دایره است.</p> $d = \frac{ 3(1) - 4(-1) + 3 }{\sqrt{3^2 + 4^2}} = \frac{10}{5} = 2 \Rightarrow R = 2$ <p>بنابراین معادله دایره برابر است با $(x - 1)^2 + (y + 1)^2 = 4$</p>
۱۵	
	<p style="text-align: right;">الف</p> $\begin{cases} 2a = 10 \rightarrow a = 5 \\ 2b = 6 \rightarrow b = 3 \end{cases} \rightarrow a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow c = 4 \Rightarrow \frac{c}{a} = \frac{4}{5}$
	<p style="text-align: right;">ب</p> <p>باتوجه به اینکه مرکز بیضی مبدأ مختصات است، داریم:</p> $\begin{cases} A(a, 0) \rightarrow A(5, 0) \\ A'(-a, 0) \rightarrow A'(-5, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} F(c, 0) \rightarrow F(4, 0) \\ F'(-c, 0) \rightarrow F'(-4, 0) \end{cases} \quad \begin{cases} B(0, b) \rightarrow B(0, 3) \\ B'(0, -b) \rightarrow B'(0, -3) \end{cases}$
	<p style="text-align: right;">پ</p> 
۱۶	<p>(الف) معادله متعارف سهمی: $y^2 - 2y - 8x + 9 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y + 1 = 8x - 9 + 1 \Rightarrow (y - 1)^2 = 8(x - 1)$</p> <p>فاصله کانونی سهمی: $4a = 8 \Rightarrow a = 2$</p> <p>(ب) رأس سهمی: $(h, k) = (1, 1)$</p> <p>معادله خط هادی سهمی: $x = -a + h \Rightarrow x = -1$</p> <p>مختصات کانون: $(a + h, k) = (3, 1)$</p>
۱۷	<p>روش اول:</p>

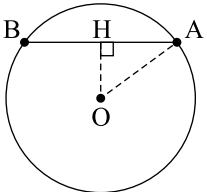
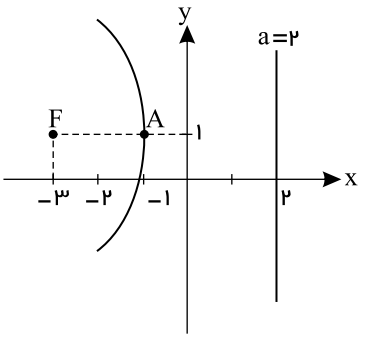


علوم

ردیف	نمره
	<p>بنا به تعریف سهمی $MF = MT$ مثلث MFT متساوی الساقین است. $(1) \hat{M}TF = \hat{T}FM$</p> <p>از طرفی بنا به خطوط موازی $FH \parallel MT$ و مورب FT نتیجه می شود $(2) \hat{M}TF = \hat{T}FH$</p> <p>از (۱) و (۲) نتیجه می شود TF نیمساز است. بنا به قضیه نیمساز در مثلث FHN داریم:</p> $\frac{NF}{FH} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$ <p>روش دوم:</p> <p>$FH \parallel MT$ با توجه به قضیه تالس در مثلث NHF:</p> $\left. \begin{array}{l} \frac{NM}{MF} = \frac{NT}{TH} \\ \frac{MT}{FH} = \frac{NM}{NF} \xrightarrow{MT=MF} \frac{NF}{FH} = \frac{NM}{MF} \end{array} \right\} \xrightarrow{FH=2FA} \frac{NF}{2FA} = \frac{NT}{TH} \xrightarrow{\times 2} \frac{NF}{FA} = \frac{2NT}{TH}$
۱۸	<p>رابطه منحنی $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$ معادله یک دایره است، اگر و تنها اگر $a^2 + b^2 > 4c$ باشد.</p> $a^2 + b^2 > 4c \rightarrow 16 + 36 > 4a \rightarrow a < 13$
۱۹	<p>$2a = 16 \Rightarrow a = 8$ = طول قطر بزرگ بیضی</p> <p>$\frac{c}{a} = \frac{3}{4} \xrightarrow{a=8} c = 6$ = خروج از مرکز</p> <p>$AF = a - c = 2$</p> <p>با توجه به شکل فاصله رأس A تا نزدیک ترین کانون برابر AF است.</p>
۲۰	۵
۲۱	$PF + PF' = 2a \rightarrow \sqrt{9 + m^2} + \sqrt{9 + m^2} = 10 \rightarrow m = \pm 4$
۲۲	<p>نقطه D روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی: $DF + DF' = 2a$</p> <p>در مثلث قائم الزاویه DFF' بنا به قضیه فیثاغورث داریم:</p> $DF^2 + FF'^2 = DF'^2 \rightarrow DF^2 + (2c)^2 = (2a - DF)^2$ $DF = \frac{a^2 - c^2}{a} \xrightarrow{a^2 - c^2 = b^2} DF = \frac{b^2}{a}$
۲۳	
	<p>الف) درست</p>
	<p>ب) نادرست</p>
۲۴	
	<p>الف) مشترک</p>
	<p>ب) خارج</p>
۲۵	<p>نقطه B روی بیضی است $BF + BF' = 2a$</p> <p>از طرفی نقطه B روی عمود منصف پاره خط FF' قرار دارد $BF = BF'$؛ بنابراین $BF = BF' = a$ در مثلث قائم الزاویه OBF داریم:</p> $OB^2 + OF^2 = BF^2 \rightarrow b^2 + c^2 = a^2$
۲۶	

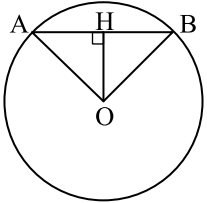


علوم

ردیف	نمره
	<p>الف) نادرست</p>
	<p>ب) نادرست</p>
۲۷	<p>از مرکز دایره بر وتر عمود می‌کنیم، عمود OH وتر AB را نصف می‌کند.</p>  $OH = \frac{ x + y - 2 }{\sqrt{1+1}} = \frac{ 0 + 1 - 2 }{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$ $OA^2 = OH^2 + AH^2 \rightarrow OA^2 = \left(\frac{\sqrt{2}}{2}\right)^2 + \left(\sqrt{2}\right)^2 = \frac{1}{2} + 2 = \frac{5}{2} = R^2$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = \frac{5}{2}$
۲۸	
۲۹	<p>الف)</p> $y^2 - 2y + 1 = -2x - 9 + 1 \rightarrow (y - 1)^2 = -2(x + 1) \rightarrow A = (-1, 1), a = 2$ $F(-3, 1), x = 1$
۳۰	<p>ب)</p> 
۳۱	<p>نیمساز</p>
۳۰	<p>نادرست</p>
۳۱	<p>روش اول:</p> $OH = \frac{ 1 + 3 }{\sqrt{1^2 + 0^2}} = 2, \quad OH = R, \quad (x - 1)^2 + y^2 = 16$ <p>روش دوم: با استفاده از رسم شکل و پیدا کردن شعاع و نوشتن معادله دایره</p>
۳۲	<p>نقاط A و B روی بیضی قرار دارد، با توجه به تعریف بیضی:</p> $AF + AF' = 2a = BF + BF' \xrightarrow{AF' = BF} AF = BF'$ <p>دو مثلث AFF' و BFF' بنا به حالت $(AF = BF', AF' = BF, FF' = FF')$ برابر سه ضلع همنهشت هستند، نتیجه دو زاویه $\hat{A}FF' = \hat{B}F'F$، مثلث</p>



علوم

ردیف	نمره	
		$MF = MF'$ یعنی M روی عمود منصف پاره خط $AF F'$ (قطر کوچک بیضی) است.
۳۳		<p>نقطه M روی بیضی قرار دارد، بنا به تعریف بیضی:</p> $MF + MF' = 2a = 14 \Rightarrow a = 7$ $\frac{c}{a} = \frac{1}{7} \xrightarrow{a=7} c = 1$ $a^2 = b^2 + c^2 \rightarrow b = 4\sqrt{3}$
۳۴		 $OH = \frac{ 3(0) + 4(1) + 6 }{\sqrt{9 + 16}} = 2$ $AB = 2\sqrt{5} \Rightarrow AH = \sqrt{5} \Rightarrow R = 3$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = 9$ $x = 0 \Rightarrow \begin{cases} y = 4 \Rightarrow (0, 4) \\ y = -2 \Rightarrow (0, -2) \end{cases}$
۳۵		$F(\alpha + a, \beta) = (1, 2) \Rightarrow \begin{cases} \alpha + a = 1 \\ \beta = 2 \end{cases}$ $\left. \begin{matrix} x = \alpha - a \\ x = -3 \end{matrix} \right\} \Rightarrow \alpha - a = -3 \xrightarrow{\alpha + a = 1} \begin{cases} a = 2 \\ \alpha = -1 \end{cases}$ $(y - 2)^2 = 8(x + 1)$
۳۶		
		الف) دو خط متقاطع
۳۷		
		الف) درست
۳۸		<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ثابت ۳ سانتی متر هستند، دایره‌ای به مرکز A و شعاع ۳ سانتی متر است. مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۴ سانتی متر باشند، دو خط موازی با d و در طرفین خط d است. اشتراک این دو مکان هندسی را در نظر می‌گیریم.</p> <p>اگر دایره دو خط موازی را قطع نکند، جوابی نخواهد داشت.</p> <p>اگر دایره بر یکی از خطوط موازی مماس باشد، یک جواب دارد.</p> <p>اگر دایره یکی از دو خط موازی را قطع کند دو جواب خواهد داشت.</p>
۳۹		$(x - 2)^2 + (y - 3)^2 = 16 \rightarrow O'(2, 3), r' = 4$ $d = OO' = \sqrt{(0 - 2)^2 + (1 - 3)^2} = \sqrt{8}$ $ r - r' = d \rightarrow r - 4 = \sqrt{8} \rightarrow r = 4 \pm 2\sqrt{2}$ $(x - 0)^2 + (y - 1)^2 = (4 \pm 2\sqrt{2})^2$
۴۰		$x = 1$
۴۱		<p>راه حل اول:</p> <p>مکان هندسی نقاطی که از A و B به یک فاصله‌اند، عمود منصف AB و مکان هندسی نقاطی که از خط d به فاصله ۳ cm باشد، دو خط موازی d به فاصله ۳ cm از آن هستند.</p> <p>بنابراین نقطه برخورد عمود منصف AB و دو خط موازی d، جواب مسئله است.</p> <p>راه حل دوم از طریق رسم شکل:</p>

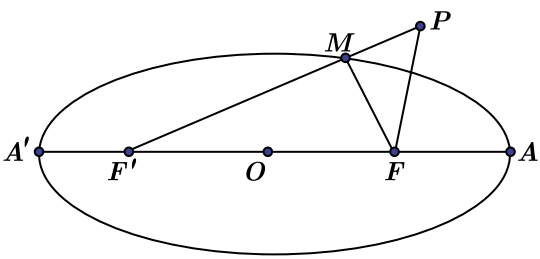


علوم

ردیف	مسئله دو جواب دارد.	مسئله بی شمار جواب دارد.	مسئله فاقد جواب است.	نمبره
۴۲	$O(3, -6), R = 5$ $O'(0, 0), R' = 3$ $OO' = 3\sqrt{5}, R - R' < OO' < R + R' \Rightarrow$ دو دایره متقاطع هستند.			
۴۳	$\begin{cases} x + y = 1 \\ x - y = 3 \end{cases} \Rightarrow O(2, -1) \Rightarrow OH = \frac{1}{\sqrt{2}}, r^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2 + (\sqrt{2})^2 = \frac{5}{2}$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = \frac{5}{2}$			
۴۴	$BB' = 2b = 6 \rightarrow b = 3, \quad 2c = 2\sqrt{3} \rightarrow c = \sqrt{3}$ $a^2 = b^2 + c^2 = 3^2 + (\sqrt{3})^2 = 12 \rightarrow a = 2\sqrt{3} \rightarrow AA' = 2a = 4\sqrt{3}$			
۴۵				
	الف) نقطه			
	ب) سهمی			
۴۶	<p>مکان هندسی نقاطی از صفحه که از نقطه A به فاصله ۲cm باشند، دایره‌ای به مرکز A با شعاع ۲cm می‌باشد و مکان هندسی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۳cm باشند، دو خط موازی با d و به فاصله ۳cm از آن هستند. نقطه برخورد آن دایره با این دو خط موازی (L' و L) جواب مسئله است. بحث در وجود جواب:</p> <p>حالت اول: دایره یکی از خطوط L یا L' را در دو نقطه قطع می‌کند، در این حالت، مسئله دو جواب دارد.</p> <p>حالت دوم: دایره بر یکی از خطوط L یا L' مماس است، در این حالت، مسئله یک جواب دارد.</p> <p>حالت سوم: دایره هیچ‌یک از خطوط L و L' را قطع نمی‌کند، در این حالت، مسئله فاقد جواب است.</p>			
۴۷	$O(2, -3), r = 3$ $O'(-1, 1), r' = \frac{1}{2}\sqrt{8 - 4m} = \sqrt{2 - m}$ $d = OO' = \sqrt{9 + 16} = 5, r + r' = d \Rightarrow 3 + \sqrt{2 - m} = 5 \Rightarrow \sqrt{2 - m} = 2 \Rightarrow 2 - m = 4 \Rightarrow m = -2$ نگارشی دیگر:			
۴۸	$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases}, a^2 = b^2 + c^2 \Rightarrow 9 = 4 + c^2 \Rightarrow c = \sqrt{5} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{5}}{3}$			روش اول: روش دوم:



علوم

نمره		ردیف
	$\begin{cases} 2a = 6 \Rightarrow a = 3 \\ 2b = 4 \Rightarrow b = 2 \end{cases} \Rightarrow e = \frac{c}{a} = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a} = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{5}{9}} = \frac{\sqrt{5}}{3}$	
	<p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می‌نامیم (یا مشخص کردن M روی شکل).</p> <p>در مثلث PMF بنا بر قضیه نامساوی مثلث داریم: $PF + MP > MF$</p> <p>پس با افزودن MF' به طرفین نامساوی خواهیم داشت:</p> $PF + \overbrace{MP + MF'}^{PF'} > MF + MF' \Rightarrow PF + PF' > 2a$  <p>نگارشی دیگر:</p> <p>محل تلاقی PF' با بیضی را M می‌نامیم (یا مشخص کردن M رو شکل).</p> $PF + PF' = PF + \overbrace{PM + MF'}^{PF'} > MF + MF' = 2a$	۴۹
	$y^2 - 4y = 4x \Rightarrow y^2 - 4y + 4 = 4x + 4 \Rightarrow (y - 2)^2 = 4(x + 1)$ $\begin{cases} x + 1 = 0 \Rightarrow x = -1 \\ y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases} \Rightarrow S(-1, 2) \text{ و } 4a = 4 \Rightarrow a = 1$ <p>خط هادی $x = -2$ و کانون $F(0, 2)$</p> <p>لذا سهمی فوق یک سهمی افقی رو به راست می‌باشد و در آن داریم:</p>	۵۰