نام و نام خانوادگی: سهیل حاج کرم

نام آزمون: ۲۰۰ تست سراسری فیزیک دوازدهم

حرکت و دینامیک

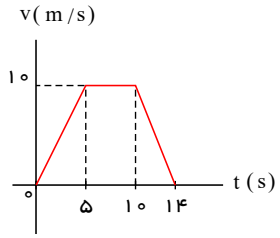
AKO
گروه مشاوره و برنامه ریزی اکو
آموزشگاه پرسا

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱ متحرکی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند و نمودار سرعت ـ زمان آن مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط این متحرک در بازه‌ی زمانی $t = ۲s$ تا $t = ۱۲s$، چند متر بر مربع ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۲



۱) $\frac{۱}{۱۰}$
۲) $\frac{۵}{۱۰}$
۳) $\frac{۷}{۱۰}$
۴) ۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها فقط راستای افقی

۲ صندوقی در کف کامیونی قرار دارد و کامیون با سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ در یک مسیر مستقیم و افقی در حرکت است و ضریب اصطکاک ایستایی صندوق با کف کامیون ۰٫۲۵ است. این کامیون پس از ترمز مناسب، کوتاه‌ترین فاصله‌ای که می‌تواند طی کند و متوقف شود، بدون اینکه صندوق بلغزد چند متر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

$(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

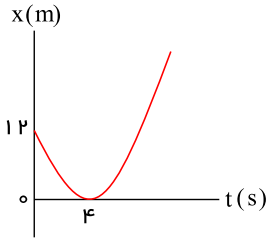
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۴۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۳ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸



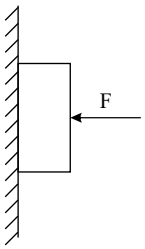
۱) ۳
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۱۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۴ مطابق شکل زیر، جسمی به وزن $20N$ توسط نیروی افقی $F = 60N$ به حال سکون بر دیوارهٔ قائمی ثابت نگه داشته شده است. ضرایب اصطکاک ایستایی و جنبشی میان دیواره و جسم به‌ترتیب ۰٫۶ و ۰٫۳ است. در این حالت نیرویی به بزرگی $10N$ موازی با دیواره رو به پایین به جسم وارد می‌شود. نیرویی که جسم به دیواره وارد می‌کند، چند نیوتون می‌شود؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۳۰
۲) ۳۶
۳) $30\sqrt{3}$
۴) $30\sqrt{5}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۵ قطار A به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $40\frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار B به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض اینکه قطار A کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $2\frac{m}{s^2}$ در همان جهت حرکت قطار A شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $50\frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار B چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار A سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۲

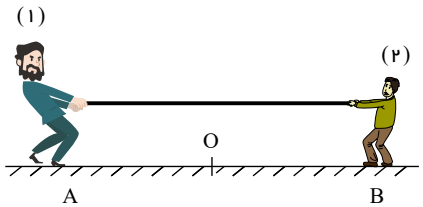
۱) ۵۷٫۵ ۲) ۸۲٫۵ ۳) ۸۰ ۴) ۱۰۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

قوانین حرکت نیوتون | قانون سوم نیوتون

۶ مطابق شکل زیر، دو نفر به جرم‌های m_1 و $m_2 = \frac{1}{2}m_1$ روی یک سطح افقی با اصطکاک ناچیز قرار دارند. اگر در ابتدا به فاصله‌های مساوی از نقطهٔ O قرار داشته باشند و توسط طنابی هریک دیگری را به سمت خود بکشد، کدام‌یک از موارد زیر درست است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) در نقطهٔ O به یکدیگر می‌رسند.

۲) بین O و B به یکدیگر می‌رسند.

۳) بین O و A به یکدیگر می‌رسند.

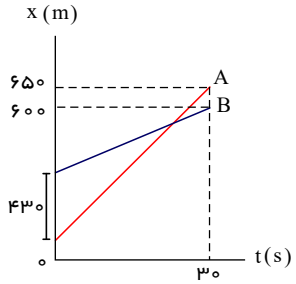
۴) m_1 ساکن می‌ماند و m_2 به او می‌رسد.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با سرعت ثابت | نمودارها

۷ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B به‌صورت شکل زیر است. سرعت متحرک A چند متر بر ثانیه بیشتر ازسرعت متحرک B است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴



۱) ۱۲
۲) ۱۲٫۶
۳) ۱۶
۴) ۱۶٫۳

حرکت با شتاب ثابت | توقف - مقایسهٔ جابه‌جایی و مسافت

۸ اتومبیلی روی یک خط راست با سرعت $۱۰۸\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. راننده با دیدن مانعی در فاصلهٔ $۱۶۵m$، با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند و درست جلوی مانع می‌ایستد. اگر زمان واکنش راننده $t_۱$ و زمانی که حرکت اتومبیل کندشونده بوده $t_۲$ باشد، $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

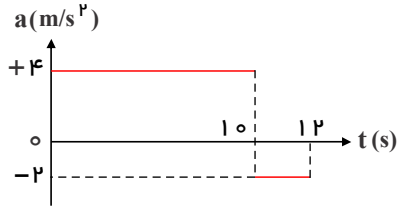
سخت- سراسری- ۱۳۹۶

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۹ نمودارشتاب - زمان متحرکی که سرعتش در مبداء زمان $+۵\frac{m}{s}$ است، به‌صورت شکل زیر می‌باشد، سرعت متوسط متحرک در این ۱۲ ثانیه، چند متر بر ثانیه است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۴

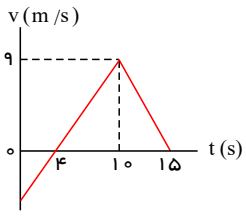


۱) ۱۳٫۵
۲) ۱۴
۳) ۲۷
۴) ۲۸

نمودار v–t استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱۰ نمودارسرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک دربازه‌ی زمانی $t=۰$ تا $t=۱۵s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳



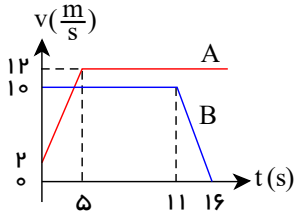
۱) ۰٫۴
۲) ۰٫۶
۳) ۰٫۸
۴) ۱

حرکت با شتاب ثابت

نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۱ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظهٔ $t = ۰$ هر دو در مکان $x = ۰$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به‌هم می‌رسند؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۰

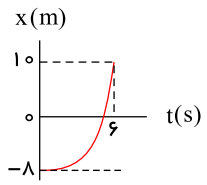


۱) ۷٫۵
۲) ۸
۳) ۱۲٫۵
۴) ۱۲

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۲ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، چند $\frac{m}{s}$ است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۴

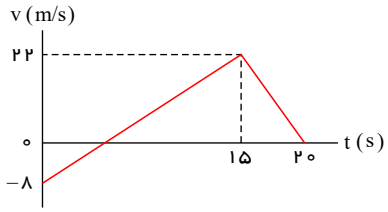


۱) ۰
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

نمودار v-t استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱۳ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $0s$ تا $20s$، چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

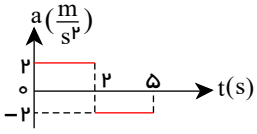


۱) ۱۶۰
۲) ۱۷۶
۳) ۱۸۰
۴) ۱۹۲

حرکت با شتاب ثابت حرکت شامل چند بخش

۱۴ نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $6/4m/s$ باشد، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟

سخت- سراسری- ۱۳۸۵

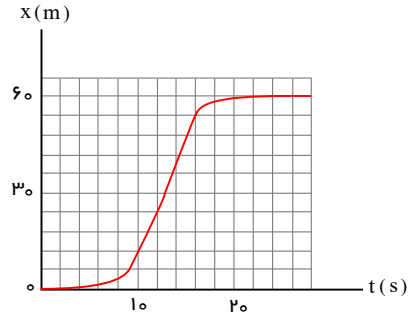


۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

نمودار x–t محاسبهٔ سرعت و تندی در نمودار مکان–زمان

۱۵ شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم حرکت کرده است، بیشینه‌ی سرعت آن چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۵

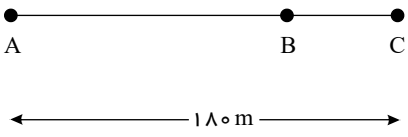


۱) ۳
۲) ۵
۳) ۷
۴) ۹

حرکت با سرعت ثابت مقایسهٔ چند حرکت و سرعت نسبی

۱۶ دو متحرک همزمان از نقطه‌های A و C با سرعت‌های ثابت به سمت یکدیگر حرکت می‌کنند و در نقطهٔ B از کنار هم می‌گذرند و در ادامه، $16s$ طول می‌کشد تا متحرک اول از B به C برسد و $25s$ طول می‌کشد تا دومی از B به A برسد. بزرگی سرعت متحرک اول چند متر بر ثانیه است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

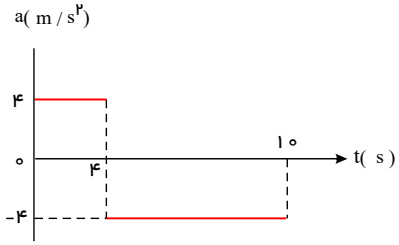


۱) ۳
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

حرکت با شتاب ثابت | نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۷ نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند به‌صورت شکل زیر است. اگر جابه‌جایی متحرک در این ۱۰ ثانیه ۱۵۶ متر باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶



۱) ۲۰
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۱۸ جسمی به جرم $4kg$ روی سطح افقی با ضریب اصطکاک جنبشی $\mu_k = ۰/۲۵$ قرار دارد. جسم را با نیروی افقی ۴۰ نیوتون می کشیم و جسم در جهت نیرو حرکت می کند. این نیرو را حداکثر چند نیوتون می توانیم کاهش دهیم, بدون اینکه سرعت جسم کاهش یابد؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۳۸۹

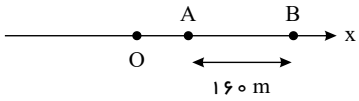
۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۳۰
۴) ۲۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | ترکیب معادلات - بازه‌های مختلف

۱۹ مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $۲\,m/s^۲$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر فاصلهٔ بین دو نقطهٔ A و B را در مدت ۸ ثانیه طی کند و در نقطهٔ O سرعتش صفر باشد، فاصلهٔ OA چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸



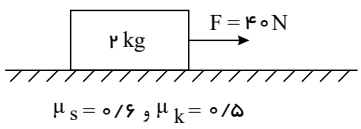
۱) ۱۸
۲) ۳۶
۳) ۴۵
۴) ۷۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۲۰ مطابق شکل زیر، جسمی روی سطح افقی ساکن است. به جسم نیروی افقی F وارد می‌شود. ۵ ثانیه پس از وارد شدن نیروی F مقدار این نیرو ۳۰ نیوتون کاهش می‌یابد، حرکت جسم پس از آن چگونه است؟ $(g = ۱۰\,m/s^۲)$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

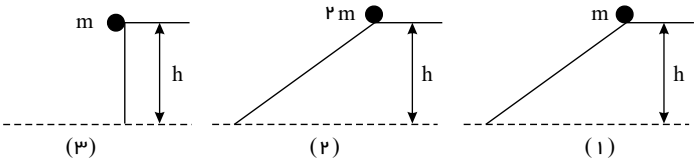


۱) جسم همان لحظه می‌ایستد.
۲) حرکت جسم با شتاب $۱\,m/s^۲$ کند می‌شود.
۳) حرکت جسم با شتاب $۳\,m/s^۲$ کند می‌شود.
۴) جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۲۱ سه گلوله مطابق شکل زیر از حال سکون و از ارتفاع h نسبت به سطح افق رها می‌شوند و نیروی اصطکاک و مقاومت هوا بر آن‌ها وارد نمی‌شود، کدام مورد درست است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) انرژی جنبشی هر سه گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین یکسان است.

۲) بزرگی سرعت هر سه گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین یکسان است.

۳) تکانهٔ هر سه گلوله در لحظهٔ رسیدن به زمین یکسان است.

۴) هر سه مورد درست است.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | t ثانیهٔ nام و آخر - بازه های زمانی برابر

۲۲ متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ v_0 در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در SI کدام است؟

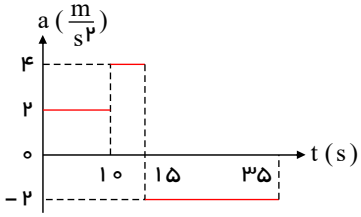
سخت- سراسری- ۱۳۹۱

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۵

حرکت شامل چند بخش

۲۳ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x در لحظه $t = ۰$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_۰ = -۱۰ m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳۵s$، چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۵



۱) ۲۱۰

۲) ۲۲۵

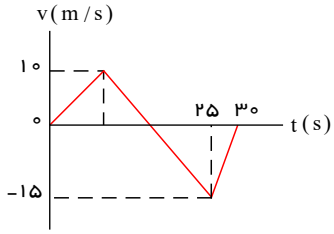
۳) ۳۲۵

۴) ۳۵۰

سطح زیر نمودار v-t

۲۴ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدتی که در سوی مخالف محور x جابه‌جا می‌شود، چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۰



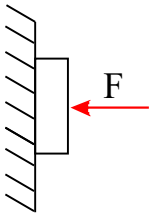
۱) ۲٫۵
۲) ۷٫۵
۳) ۱۰٫۵
۴) ۱۲٫۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها فقط راستای عمودی

۲۵ در شکل زیر، جسم با نیروی افقی F_1 در آستانه حرکت قرار می‌گیرد و با نیروی افقی F_2 با سرعت ثابت به طرف پایین می‌لغزد. اگر نیروی اصطکاک در این دو حالت به ترتیب f_1 و f_2 باشد، کدام مورد درست است؟ ($\mu_s > \mu_k$)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۵



۱) $f_1 > f_2 , F_1 > F_2$
۲) $f_1 > f_2 , F_1 = F_2$
۳) $f_1 = f_2 , F_1 < F_2$
۴) $f_1 = f_2 , F_1 = F_2$

نیروهای خاص | نیروی اصطکاک ایستایی

۲۶ صندوقی به جرم $50kg$ روی سطح افقی قرار دارد. ابتدا صندوق را با نیروی ۲۵۰ نیوتون در راستای افقی هُل می‌دهیم و صندوق ساکن می‌ماند. در ادامه، نیروی افقی را به ۳۵۰ نیوتون می‌رسانیم، صندوق در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. ضریب اصطکاک ایستایی چقدر است و نیروی اصطکاک در حالت اول چند نیوتون است؟ $(g = 10\,m/s^2)$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) ۰٫۷ و ۲۵۰ ۲) ۰٫۵ و ۲۵۰ ۳) ۰٫۷ و ۳۵۰ ۴) ۰٫۵ و ۳۵۰

قوانین حرکت نیوتون | قانون دوم نیوتون

۲۷ به یک جسم ۲ کیلوگرمی هم‌زمان چهار نیرو به اندازه‌های ۸، ۱۰، ۱۵ و ۲۰ نیوتونی وارد می‌شود و جسم به حالت تعادل قرار دارد. اگر فقط نیروی ۱۵ نیوتونی حذف شود و دیگر نیروها با همان اندازه و جهت اثرگذار باشند، تغییر سرعت جسم بعد از ۲ ثانیه چند متر بر ثانیه خواهد شد؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۵

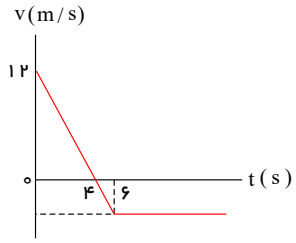
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t | استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۲۸ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. بزرگی شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $3s \le t \le 6s$ چند متر بر مربع ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۹



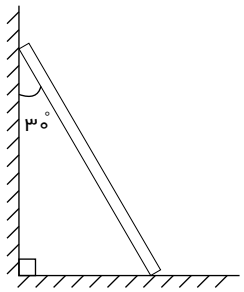
۱) ۱
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۲۹ نردبانی همگن به جرم $۴۰kg$ مطابق شکل زیر، روی دیوار قائمی با اصطکاک ناچیز قرار دارد. اگر نیرویی که دیوار قائم به نردبان وارد می‌کند، $۳۰۰N$ باشد، نیرویی که سطح افقی به نردبان وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰N/kg)$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۴۰۰
۲) ۵۰۰
۳) ۶۰۰
۴) $۲۵۰\sqrt{۳}$

مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۳۰ در کف یک آسانسور باسکولی نصب شده است. در یک حرکت، باسکول وزن شخص را بیشتر از حالت سکون نشان داده است. آن حرکت چگونه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) الزاماً تندشونده به طرف بالا
۲) الزاماً تندشونده به‌طرف پایین
۳) تندشونده به‌طرف بالا یا کندشونده به‌طرف پایین
۴) کندشونده به‌طرف بالا یا تندشونده به‌طرف پایین

۳۱ جسمی به جرم $۵kg$ کف آسانسوری قرار دارد. وقتی آسانسور با شتاب روبه‌بالای $۲m/s^۲$ به سمت بالا می‌رود. نیرویی که از طرف جسم بر کف آسانسور وارد می‌شود N است و وقتی با شتاب رو به پایین $۲m/s^۲$ به سمت پایین می‌رود، نیروی وارد بر کف آسانسور N' است، اختلاف N و N' چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

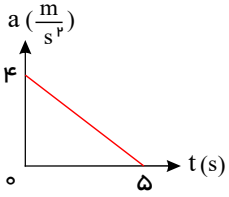
۱) صفر
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۴۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۳۲ متحرکی با سرعت اولیه‌ی $-۶\frac{m}{s}$ در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب - زمان آن به‌صورت مقابل است. حرکت این متحرک در فاصله‌ی زمانی نشان داده شده چگونه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۷



۱) پیوسته کندشونده

۲) پیوسته تندشونده

۳) تندشونده و سپس کندشونده

۴) کندشونده و سپس تندشونده

مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۳۳ دو متحرک روی خط مستقیمی به طرف یکدیگر در حرکت هستند. در زمانی که فاصله‌ی آنها ۱۱۲۵ متر است. سرعت متحرک اول $۱۰\frac{m}{s}$ تندشونده و سرعت متحرک دوم $۲۰\frac{m}{s}$ و آن هم تندشونده است. اگر شتاب متحرک اول $۲\frac{m}{s^2}$ و شتاب متحرک دوم $۴\frac{m}{s^2}$ باشد، پس از چند ثانیه به یکدیگر می‌رسند؟

سخت- سراسری- ۱۳۸۲

۱) ۱۵ ۲) ۱۹٫۴ ۳) ۲۵ ۴) ۳۷٫۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۳۴ گلوله‌ی آونگی به جرم M از ریسمانی به طول L ، آویزان است. گلوله روی مسیر دایره‌ای به یک طرف کشیده می‌شود تا به ارتفاع $\frac{L}{۵}$ بالاتر از وضعیت تعادل برسد. اگر گلوله از آن حالت رها شود، تکانه اش در هنگام عبور از پایین ترین نقطه‌ی مسیر چقدر است؟ (کمیت ها در SI می باشند، از مقاومت هوا صرف نظر شود و g ، شتاب گرانش است)

سخت- سراسری- ۱۳۹۰

۱) $\frac{۸}{۵}M \cdot Lg$ ۲) $\frac{۲}{۵}M \cdot Lg$ ۳) $\sqrt{\frac{۸}{۵}M^۲ Lg}$ ۴) $\sqrt{\frac{۲}{۵}M^۲ Lg}$

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

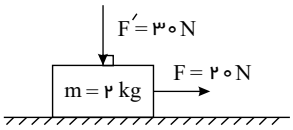
۳۵ دو وزنهٔ A و B با سرعت اولیه‌ی یکسان، مماس بر یک سطح افقی پرتاب می‌شوند. اگر جرم وزنه A نصف جرم وزنه‌ی B و ضریب اصطکاک آن ۲ برابر ضریب اصطکاک وزنه‌ی B باشد، مسافتی که وزنه A طی می‌کند تا بایستد، چند برابر مسافتی است که وزنه‌ی B طی می‌کند تا بایستد؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۵

۱) ۲ ۲) ۱ ۳) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۲}$

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

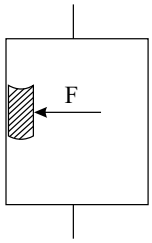
۳۶ در شکل زیر، به جسمی که روی سطح افقی در حال سکون بوده، نیروهایی مطابق شکل وارد می‌شوند. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جسم و سطح افقی ۰٫۵ و ۰٫۳ باشد، تغییر تکانهٔ جسم در مدت ۲ ثانیه چند کیلوگرم متر بر ثانیه است؟ $(g = ۱۰N/kg)$ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) صفر
۲) ۹
۳) ۱۰
۴) ۲۸

نیروهای خاص | نیروی کشسانی فنر

۳۷ شخصی درون آسانسوری که با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف بالا شروع به حرکت می‌کند، کتابی به جرم $۲kg$ را مطابق شکل زیر با نیروی افقی $F = ۳۲N$ به دیوار قائم آسانسور فشرده و کتاب نسبت به آسانسور ساکن است. نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$ متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

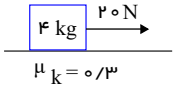


۱) ۲۰
۲) ۲۴
۳) ۳۲
۴) ۴۰

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۳۸ در شکل مقابل، جسم از حال سکون، در مسیر افقی و در لحظهٔ $t = ۰$ تحت نیروی ثابت به حرکت درمی‌آید و بعد از ۳ ثانیه نخ بسته شده به جسم پاره می‌شود. کل مسافتی که جسم از شروع حرکت تا لحظهٔ ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ $(g = ۱۰ \frac{m}{s^۲})$

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۷



(۱) ۹
(۲) ۱۲
(۳) ۱۵
(۴) ۱۸

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۳۹ معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۲t^۲ + ۴t - ۸$ است. در فاصلهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲s$، مسافتی که متحرک طی می‌کند، چند برابر اندازهٔ جابه‌جایی آن است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

(۱) ۱
(۲) ۱٫۵
(۳) ۱٫۶
(۴) ۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۴۰ شخصی با طناب سبکی، جسمی به جرم m را با شتاب ثابت $\frac{g}{۴}$ از حال سکون از سطح زمین بالا می‌برد. هنگامی‌که جسم به ارتفاع h می‌رسد، کاری که شخص انجام داده است، چند برابر انرژی پتانسیل گرانشی جسم در آن ارتفاع است؟ (سطح زمین را به عنوان مبدأ انرژی پتانسیل در نظر بگیرید.)

متوسط- سراسری- ۱۳۷۶

① $\frac{۳}{۴}$ ② $\frac{۵}{۴}$ ③ $\frac{۴}{۵}$ ④ $\frac{۴}{۳}$

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۴۱ جسمی به جرم $۲kg$ روی سطح افقی بدون اصطکاکی با سرعت $۵\frac{m}{s}$ درحال حرکت است. اگر نیروی افقی $F = ۳N$ درجهت حرکت جسم به مدت ۴ ثانیه بر جسم وارد شود، در پایان این مدت، تکانه‌ی جسم چند $\frac{kg \cdot m}{s}$ می‌شود؟

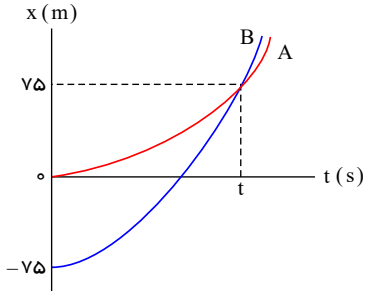
متوسط- سراسری- ۱۳۹۰

① ۱۲ ② ۱۸ ③ ۲۲ ④ ۳۸

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۴۲ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B که همزمان از حال سکون به حرکت درآمده‌اند، به‌صورت دو سهمی شکل زیر است. اگر شتاب متحرک A برابر $1/5\ m/s^2$ باشد، نسبت سرعت متحرک B به سرعت متحرک A در لحظه‌ای که از A سبقت می‌گیرد، کدام است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) $\frac{۱}{۲}$
۲) ۲
۳) ۳
۴) $\frac{۱۰}{۳}$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروی گرانشی | قانون گرانش عمومی

۴۳ نقطه‌ای را بین کرهٔ ماه و کرهٔ زمین تصور کنید که اگر جسمی در آنجا قرار گیرد، نیروی خالصی که از طرف ماه و زمین بر آن جسم وارد می‌شود، برابر صفر باشد. فاصلهٔ آن نقطه تا مرکز زمین چند برابر فاصلهٔ نقطه تا مرکز کرهٔ ماه است؟ (جرم کرهٔ زمین را ۸۱ برابر جرم کرهٔ ماه فرض کنید.) متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

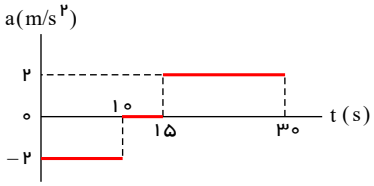
۱) ۹
۲) ۱۰
۳) ۸۰
۴) ۸۱

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۴۴ نمودار شتاب - زمان متحرکی که با سرعت اولیهٔ $۳۰\ m/s$ در جهت محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱۰s$ تا $t_۲ = ۳۰s$، چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



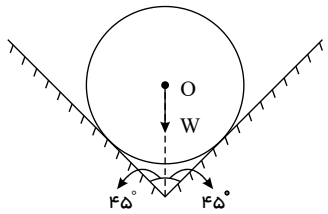
۱) ۱۵
۲) ۲۰
۳) ۲۱٫۲۵
۴) ۴۲٫۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها | ترکیب راستای افقی و عمودی (بررسی نیروها در دو راستای افقی و عمودی)

۴۵ در شکل زیر، کره‌ای همگن به جرم $۵kg$ درون یک ناوهٔ بدون اصطکاک قرار دارد. این جسم به هر یک از دیواره‌ها، نیروی چند نیوتون را وارد می‌کند؟ $(g = ۱۰m/s^۲)$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



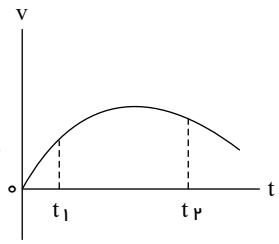
۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) $۲۵\sqrt{۲}$
۴) $۵۰\sqrt{۲}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۴۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است. بزرگی نیروی خالص وارد بر این متحرک (برایند نیروها) در بازهٔ زمانی بین t_1 تا t_2 چگونه تغییر می‌کند؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) پیوسته ثابت

۲) پیوسته افزایش

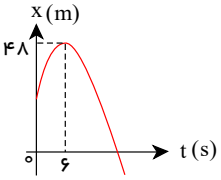
۳) ابتدا افزایش، سپس کاهش

۴) ابتدا کاهش، سپس افزایش

حرکت با شتاب ثابت نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۴۷ نمودار مکان ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر، به‌صورت سهمی است. اگر مسافت طی‌شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۳s$ و $t = ۹s$ برابر ۱۲ متر باشد، جابه‌جایی متحرک در این بازه چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۳



۱) صفر

۲) ۳

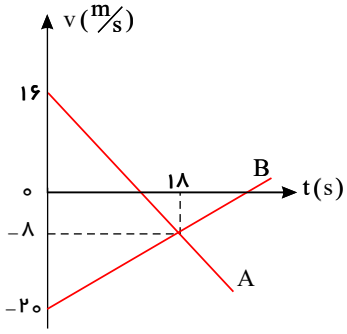
۳) ۶

۴) ۱۲

نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۴۸ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A, B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک A در جهت محور x حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک B، چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۵

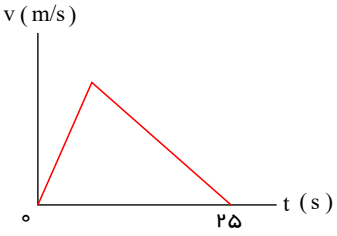


۱) ۱۸۶
۲) ۱۹۲
۳) ۲۰۰
۴) ۲۲۸

سطح زیر نمودار v-t

۴۹ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حرکت است، به‌صورت شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در این ۲۵ ثانیه برابر $10\ m/s$ باشد، بیشینهٔ سرعت متحرک در ضمن حرکت، چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸



۱) ۲۰
۲) ۲۵
۳) ۴۰
۴) ۵۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۵۰ مطابق شکل زیر، شخصی جعبهٔ ساکنی به جرم $۵۰kg$ را با نیروی ثابت و افقی $\vec{F}=(۲۵۰N)\vec{i}$ می‌کشد. اگر ضریب اصطکاک ایستایی و جنبشی بین جعبه و سطح به‌ترتیب ۰٫۶ و ۰٫۳ باشد، نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، در SI کدام است؟ $(g=۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) $(-۵۰۰N)\vec{j}$

۲) $(۵۰۰N)\vec{j}$

۳) $(-۲۵۰N)\vec{i}+(۵۰۰N)\vec{j}$

۴) $(۲۵۰N)\vec{i}+(-۵۰۰N)\vec{j}$

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۵۱ دو جسم A و B با سرعت‌های ثابت در حرکت‌اند و تکانهٔ آن‌ها با یکدیگر برابر است. اگر انرژی جنبشی جسم B، ۵ برابر انرژی جنبشی جسم A باشد، نسبت جرم A به جرم B کدام است؟

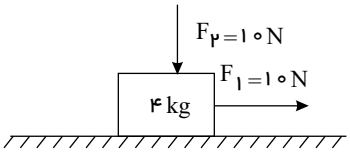
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸

۱) $\frac{۱}{۵}$ ۲) ۱ ۳) $\sqrt{۵}$ ۴) ۵

مسائل ترکیبی نیروها | ترکیب راستای افقی و عمودی (بررسی نیروها در دو راستای افقی و عمودی)

۵۲ در شکل زیر، دو نیروی افقی و قائم به جسم وارد می‌شود و جسم روی سطح افقی با سرعت ثابت حرکت می‌کند و نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، زاویهٔ θ_1 را با سطح افقی می‌سازد. اگر نیروی F_2 را خلاف جهت نشان داده شده در شکل به جسم وارد کنیم، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، زاویهٔ θ_2 را با سطح افقی می‌سازد. کدام درست است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹



۱) $\theta_2 = \theta_1 < 90^\circ$

۲) $\theta_2 = \theta_1 = 90^\circ$

۳) $\theta_2 < \theta_1$

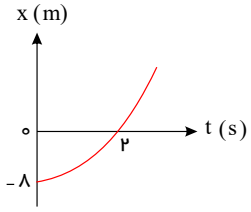
۴) $\theta_2 > \theta_1$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۵۳ متحرکی بدون سرعت اولیه و با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند و نمودار مکان - زمان آن مطابق شکل مقابل است. سرعت آن در لحظه $t = ۲s$ چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۸



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۵۴ وزنه‌ای به جرم $۲kg$ را به فنر سبکی به طول $۴۰cm$ که از سقف آسانسور ساکنی آویزان است، وصل می‌کنیم. بعداز رسیدن وزنه به حالت تعادل، فاصلهٔ آن از کف آسانسور $۱۴۰cm$ است. اگر آسانسور با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ رو به بالا شروع به حرکت کند، فاصلهٔ وزنه از کف آسانسور به $۱۳۶cm$ می‌رسد. ثابت فنر چند نیوتون بر سانتی‌متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

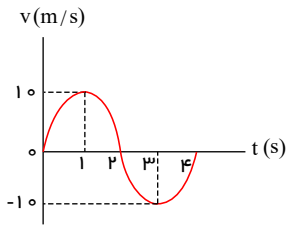
۱) $\frac{۲}{۳}$
۲) ۱
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) ۲

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v–t

۵۵ نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند مطابق شکل است. شتاب متوسط و سرعت متوسط در بازه‌ی زمانی ۱ تا ۳ ثانیه به‌ترتیب از راست به چپ برابر است با:

متوسط- سراسری- ۱۳۸۴



۱) $۰, ۰$

۲) $۰, -۱۰\frac{m}{s^۲}$

۳) $-۱۰\frac{m}{s}, ۰$

۴) $۱۰\frac{m}{s}, -۱۰\frac{m}{s^۲}$

مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۵۶ در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $۲۰\frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

سخت- سراسری- ۱۳۸۳

۱) ۲ ۲) ۱۰ ۳) ۱۶ ۴) ۱۸

مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۵۷ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و معادله‌ی مکان - زمان آن در SI به‌صورت $x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰$ است. مسافتی که این متحرک در بازه‌ی زمانی صفر تا $t = ۵s$ طی می‌کند، چند متر است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۴

۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۴ ۴) ۲۶

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۵۸ گلوله‌ای در شرایط خلأ از ارتفاع ۴۵ متری زمین رها می‌شود. این گلوله بعد از رسیدن به زمین به ۰٫۳ ثانیه طول می‌کشد تا سرعتش به صفر برسد. بزرگی نیروی متوسطی که در این ۰٫۳ ثانیه به گلوله وارد می‌شود، چند برابر وزن گلوله است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶

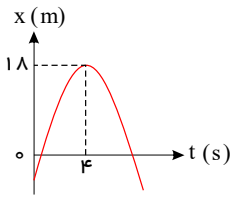
۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۳۰ ۴) ۴۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۵۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر به‌صورت سهمی است. چند ثانیه پس ازلحظه‌ی $t = ۰$ بزرگی سرعت متحرک برابر بزرگی سرعت اولیه می‌شود؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۳



(۱) ۶
(۲) ۷
(۳) ۸
(۴) ۹

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروی گرانشی | وزن و نیروی گرانشی

۶۰ در نقطه‌ای که فاصله‌اش تا سطح زمین n برابر شعاع زمین است، شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ شتاب گرانش در سطح زمین است. n کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۱

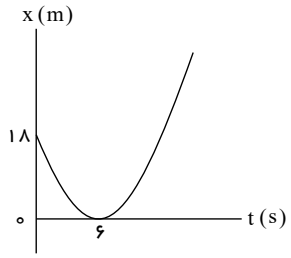
(۱) ۱
(۲) ۲
(۳) ۳
(۴) ۴

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۶۱ مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی به‌صورت یک سهمی است. شتاب حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟

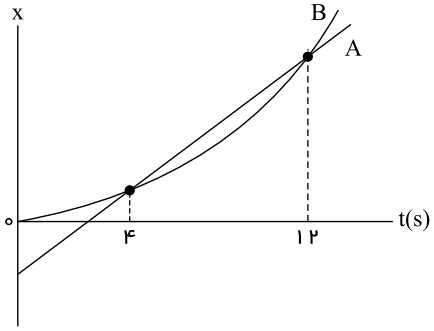
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۸



۱) ۳
۲) ۱
۳) −۱
۴) −۳

۶۲ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متحرک B در چه لحظه‌ای برابر بزرگی سرعت متحرک A است؟ (نمودار B قسمتی از یک سهمی است.)

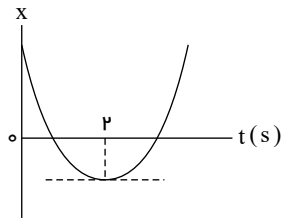
متوسط- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۵

۶۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 6s$ برابر $3\frac{m}{s}$ باشد، مسافتی که متحرک در این بازهٔ زمانی طی می‌کند، چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۳
۲) ۱۵
۳) ۱۷
۴) ۱۹

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۶۴ گلوله‌ای به جرم $200g$ در شرایط خلاء از ارتفاع ۴۵ متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۲۰ متری زمین برمی‌گردد. اگر زمان تماس گلوله با زمین $2ms$ باشد، بزرگی نیروی خالص متوسط وارد بر گلوله در مدت برخورد به زمین چند نیوتون است؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)

۱) ۲۵۰ ۲) ۵۰۰ ۳) ۲۵۰۰ ۴) ۵۰۰۰

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۶۵ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت در حرکت است و در مبدأ زمان، با سرعت $v = +۳\frac{m}{s}$ از مکان $x = +۴m$ می‌گذرد. اگر متحرک در لحظه‌ی $t = ۴s$ در جهت مثبت محور x در بیشترین فاصله‌ی خود از مبدأ باشد، در لحظه‌ی $t = ۸s$ در چند متری مبدأ خواهد بود؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۲

شناخت حرکت | شتاب متوسط و لحظه‌ای

۶۶ یک توپ تنیس از ارتفاع ۳۲۰ سانتی‌متری زمین رها می‌شود و پس از برخورد به زمین تا ارتفاع ۱۲۵ سانتی‌متری زمین برمی‌گردد. اگر زمان تماس توپ با زمین $۱۳ms$ باشد، بزرگی شتاب متوسط آن در ضمن تماس چند متر بر مجذور ثانیه و جهت آن به کدام سو است؟ (از مقاومت هوا صرف‌نظر شود. $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۱۰۰، بالا ۲) ۱۰۰، پایین ۳) ۱۰۰۰، بالا ۴) ۱۰۰۰، پایین

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۶۷ متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $a = ۴\frac{m}{s^۲}$ و سرعت اولیهٔ $v_۰ = ۶\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

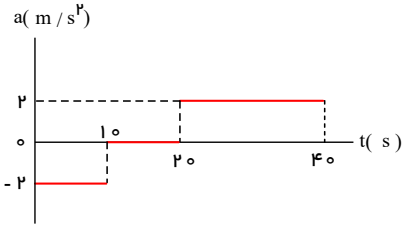
متوسط- سراسری- ۱۳۸۱

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

حرکت شامل چند بخش

۶۸ نمودار شتاب - زمان متحرکی که از حال سکون روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲۰s$ تا $t_2 = ۳۵s$، کدام مورد درست است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۴



۱) حرکت تندشونده است.

۲) حرکت کندشونده است.

۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

۴) متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند.

۶۹ اتومبیلی از حال سکون با شتاب ثابت a_1 در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند. بعد از مدتی، ادامه‌ی مسیر را در همان جهت با شتاب ثابت a_2 طی می‌کند تا بایستد. اگر مسافت طی شده در مرحلهٔ اول ۴ برابر مسافت طی شده در مرحلهٔ دوم باشد، اندازه‌ی a_2 چند برابر a_1 است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۸

۱) ۲ ۲) ۴ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{۱}{۴}$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۷۰ اتومبیلی در مسیر افقی با سرعت $۵۴\frac{km}{h}$ درحرکت است. راننده ترمزمی کند. اگر ضریب اصطکاک جنبشی بین جاده و لاستیک اتومبیل ۰٫۲ باشد، اتومبیل تقریباً پس از طی چند متر متوقف می‌شود؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۳۸۷

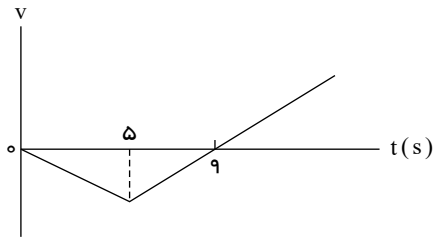
۱) ۵۶ ۲) ۶۲ ۳) ۱۱۲ ۴) جرم اتومبیل باید معین باشد.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v-t

۷۱ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در مکان $x = ۰$ باشد، پس از چند ثانیه دوباره از این نقطه عبور می‌کند؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۵
۲) ۱۶
۳) ۱۸
۴) ۲۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی کشسانی فنر

۷۲ وزنه‌ای به جرم $2kg$ را به انتهای فنری به طول $30cm$ می‌بندیم و آن را بار اول با شتاب روبه بالای $2\frac{m}{s^2}$ در راستای قائم بالا می‌بریم و طول فنر به $42cm$ می‌رسد. بار دیگر این وزنه را به همین فنر بسته و آن را روی سطح افقی در راستای افق با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آوریم، اگر در این حالت طول فنر به $36cm$ برسد، ضریب اصطکاک جنبشی جسم با سطح افقی چقدر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

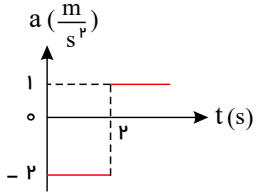
۱) ۰٫۲ ۲) ۰٫۳ ۳) ۰٫۴ ۴) ۰٫۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار a-t و رسم نمودار از روی نمودار

۷۳ متحرکی از حال سکون در مسیر مستقیم به حرکت درمی‌آید و نمودار شتاب - زمان آن مطابق شکل است. در کدام لحظه (برحسب ثانیه)، جهت سرعت عوض می‌شود؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۹

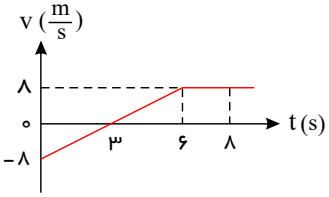


۱) ۲ ۲) ۴
۳) ۶ ۴) ۸

سطح زیر نمودار v-t

۷۴ نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط جسم درمدت ۸ ثانیه‌ی نشان داده شده چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۵



۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۷۵ معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۸

۱) ۱۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۸ ۴) ۲۴

سطح زیر نمودار v-t

۷۶ متحرکی در یک مسیر مستقیم از حال سکون با شتاب ثابت $۳\frac{m}{s^۲}$ شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی حرکتش با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود و درنهایت می‌ایستد. اگر مسافت طی شده در کل مسیر ۶۰۰ متر باشد، مسافت طی شده در ۳۰ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۴۰۰ ۲) ۴۵۰ ۳) ۵۰۰ ۴) ۵۵۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

قوانین حرکت نیوتون | قانون دوم نیوتون

۷۷ در یک تصادف اتومبیل، سرعت اتومبیل از $54\frac{km}{h}$ به صفر می رسد و زمان این حرکت کندشونده $0/3s$ است. در این تصادف، برای اینکه مسافری به جرم $60kg$ از پشتی صندلی جدا نشود (به جلو پرت نشود)، بزرگی نیروی متوسطی که کمربند ایمنی باید بر او وارد کند، تقریباً چند نیوتون است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۰

۱) ۳۶۰۰ ۲) ۳۰۰۰ ۳) ۶۰۰۰ ۴) ۶۳۰۰

نیروی گرانشی | قانون گرانش عمومی

۷۸ جرم فضانوردی $80kg$ است. اگر شتاب گرانش در سطح زمین $9/8\,m/s^2$ و شعاع متوسط کرهٔ زمین $6400km$ باشد، وزن این فضانورد وقتی داخل سفینه‌ای است که در ارتفاع ۶۴۰۰ کیلومتری سطح زمین به دور آن می‌چرخد، چند نیوتون است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۸

۱) ۸۰۰ ۲) ۳۹۲ ۳) ۱۹۶ ۴) صفر

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۷۹ مطابق شکل زیر، شخصی با نیروی افقی $۵۵۰N$ جعبه‌ای به جرم $۱۰۰kg$ را از حال سکون به حرکت درمی‌آورد و پس از $۴s$ طناب پاره می‌شود. مسافتی که جعبه از شروع حرکت تا توقف طی می‌کند، چند متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

$\mu_k = ۰/۵$

۱) ۲٫۲
۲) ۲٫۴
۳) ۴٫۲
۴) ۴٫۴

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت | شتاب متوسط و لحظه‌ای

۸۰ متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_2 = 10s$ در SI برابر $-4\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_2 = 10s$ تا $t_3 = 12s$ برابر $2\vec{i}$ است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_1 = 5s$ تا $t_3 = 12s$ در SI، کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $-\frac{2}{7}\vec{i}$ ۲) $-\frac{16}{7}\vec{i}$ ۳) $4\vec{i}$ ۴) $8\vec{i}$

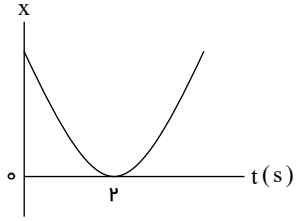
حرکت با شتاب ثابت | ترکیب معادلات - بازه‌های مختلف

۸۱ متحرکی با شتاب ثابت و بدون سرعت اولیه از نقطهٔ A به حرکت درمی‌آید و در ادامهٔ مسیر به نقطهٔ B و سپس C می‌رسد و فاصلهٔ ۱۲۰ متری BC را در مدت ۱۰ ثانیه طی می‌کند. اگر سرعت متحرک در نقطهٔ C، $20\frac{m}{s}$ باشد، فاصلهٔ بین A و B چند متر است؟ متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۹

۱) ۲٫۵ ۲) ۵ ۳) ۱۰ ۴) ۲۲٫۵

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۸۲ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل روبه‌رو، به‌صورت سهمی است. کدام مورد درست است؟ سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ دوم است.

۲) مسافت طی شده در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی جابه‌جایی این بازهٔ زمانی است.

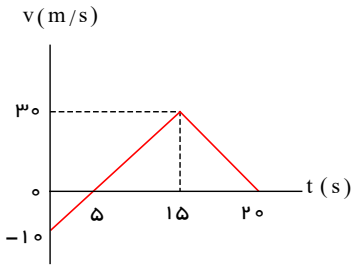
۳) بزرگی سرعت متوسط در ۴ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 5s$ است.

۴) بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ اول برابر بزرگی سرعت متوسط در بازهٔ زمانی $t_1 = 1s$ تا $t_2 = 4s$ است.

سطح زیر نمودار v-t

۸۳ نمودار سرعت - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط آن در مدت ۲۰ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۳



۱) ۰٫۵
۲) ۲٫۵
۳) ۱۰
۴) ۱۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۸۴ انرژی جنبشی یک دوندهٔ ۴۰ کیلوگرمی با انرژی جنبشی یک گلوله ی ۱۰۰ گرمی برابر است. در این حالت، بزرگی تکانهٔ دونده چند برابر بزرگی تکانهٔ گلوله است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۱

۱) ۱
۲) ۲
۳) ۵
۴) ۲۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۸۵ متحرکی در مسیر مستقیم و با شتاب ثابت فاصلهٔ ۸۰ متری از A تا B را در مدت ۸ ثانیه طی می‌کند و در لحظهٔ رسیدن به نقطهٔ B سرعتش به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد. شتاب متحرک چند متر بر مربع ثانیه است؟

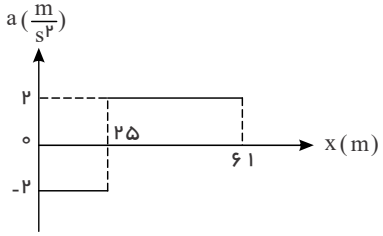
متوسط- سراسری- ۱۳۸۹

۱) $\frac{۳}{۲}$ ۲) $\frac{۳}{۴}$ ۳) $\frac{۵}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۴}$

حرکت شامل چند بخش

۸۶ نمودار شتاب - مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ عبور کند، سرعت آن در مکان $x = ۶۱m$ چند متر بر ثانیه است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۷



۱) ۲۲
۲) ۱۲
۳) ۸
۴) ۶

مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۸۷ معادلهٔ مکان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در SI به‌صورت $x = -۵t^۲ + ۵t + ۱۲$ است. در مورد جهت حرکت و نوع آن کدام مطلب درست است؟

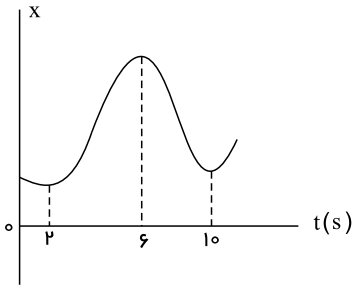
متوسط- سراسری- ۱۳۸۳

۱) همواره در جهت محور و کندشونده
۲) ابتدا در جهت محور و کندشونده
۳) ابتدا در خلاف جهت محور و کندشونده
۴) همواره در خلاف جهت محور و کندشونده

نمودار x-t استفاده از مکان در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۸۸ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر است. تندی متوسط در کدام‌یک از بازه‌های زمانی مشخص شده در گزینه‌ها بیشتر است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰



۱) صفر تا $2s$

۲) صفر تا $6s$

۳) $2s$ تا $10s$

۴) $6s$ تا $10s$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۸۹ اگر با ثابت ماندن جرم یک گلوله، انرژی جنبشی آن ۷۵ درصد کاهش یابد، اندازهٔ تکانهٔ آن گلوله چند درصد کاهش می‌یابد؟

۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۵۰ ۴) ۷۵

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۹

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۹۰ معادلهٔ سرعت متحرکی در SI به‌صورت $v = ۲t + ۴$ است. مسافتی که متحرک در ثانیه‌ی چهارم حرکت طی می‌کند چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

متوسط- سراسری- ۱۳۸۲

t ثانیهٔ nام و آخر - بازه های زمانی برابر

۹۱ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a} = -۴\vec{i}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی متحرک در ثانیهٔ سوم حرکت برابر صفر باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ $t_۱ = ۲s$ و $t_۲ = ۴s$، چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۳ ۲) ۴ ۳) ۵ ۴) ۱۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۹۲ جسمی به جرم $۴kg$ با سرعت $۱۰\frac{m}{s}$ در حرکت است. اگر با تغییر سرعت جسم، انرژی جنبشی آن ۹ برابر شود. بزرگی تکانهٔ آن در SI چه قدر افزایش می‌یابد؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۱

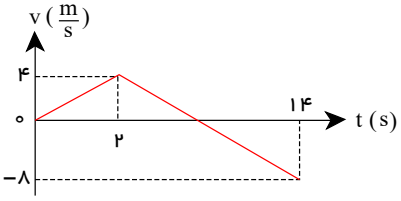
۱) ۱۲ ۲) ۸۰ ۳) ۳۲۰ ۴) ۳۶۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۹۳ متحرکی روی محور x حرکت می‌کند و نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل روبه‌رو است. متحرک در ۱۴ ثانیه‌ی اول حرکت، چند ثانیه در سوی مخالف محور x حرکت کرده است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۹



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۱۲
۴) ۸

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۹۴ وزنه‌ای به جرم $2kg$ را با طناب سبکی با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ تندشونده روبه بالا می‌کشیم. اگر نیروی کشش طناب را دو برابر کنیم، شتاب حرکت جسم چند برابر می‌شود؟ ($g = 10\frac{m}{s^2}$)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

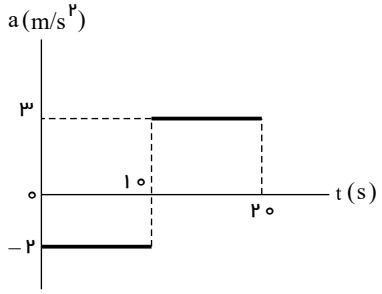
۱) ۱۴
۲) ۷
۳) ۴
۴) ۲

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v–t

۹۵ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t = ۰$ با سرعت اولیهٔ $\vec{v_۰} = (۱۰\frac{m}{s})\vec{i}$ برای اولین بار از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه، متحرک برای سومین بار از مبدأ عبور می‌کند؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹



۱) ۱۰

۲) $\frac{۴۰}{۳}$

۳) ۱۵

۴) $\frac{۵۰}{۳}$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۹۶ تکانهٔ جسم A برابر با تکانه‌ی جسم B است. اگر جرم جسم A دو برابر جرم جسم B باشد، انرژی جنبشی آن چند برابر انرژی جنبشی جسم B است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۸۷

۱) ۲ ۲) $\sqrt{۲}$ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۹۷ دو متحرک از حال سکون با شتاب‌های $۲\,m/s^۲$ و $۸\,m/s^۲$ از نقطه‌ی A در مسیر مستقیم به مقصد نقطه‌ی B هم‌زمان به حرکت درمی‌آیند. اگر اختلاف زمانی رسیدن آن‌ها به مقصد ۳ ثانیه باشد، AB چند متر است؟

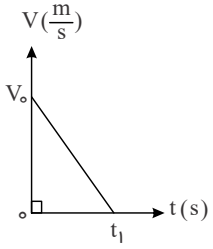
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۵

۱) ۳۶ ۲) ۴۸ ۳) ۵۴ ۴) ۷۲

سطح زیر نمودار v-t

۹۸ نمودار سرعت ــ زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در ۲ ثانیهٔ اول ۳۶ متر و در ۲ ثانیهٔ آخر ۴ متر جابه‌جا شده باشد، $t_۱$ چند ثانیه است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۷

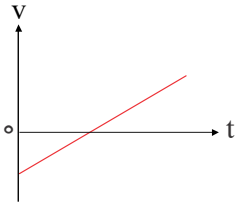


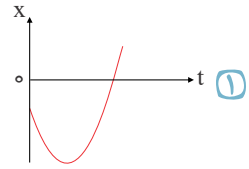
۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۵

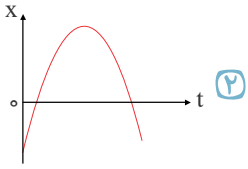
نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

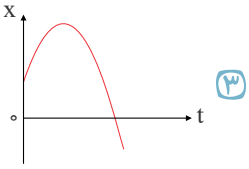
۹۹ نمودار سرعت - زمان متحرکی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نمودار مکان - زمان آن به کدام صورت می‌تواند باشد؟ (منحنی‌های رسم شده در گزینه‌های ۱، ۲ و ۳ قسمتی از یک سهمی هستند.)

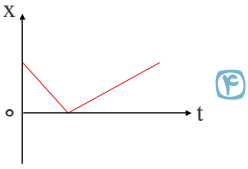
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۵



۱) 

۲) 

۳) 

۴) 

مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۱۰۰ دو متحرک روی محور x از حال سکون با شتاب‌های a و $\frac{۹}{۱۶}a$ همزمان از یک نقطه به سوی مقصدی معین به حرکت درمی‌آیند و با فاصلهٔ زمانی ۲ ثانیه به مقصد می‌رسند. زمان حرکت جسمی که زودتر به مقصد می‌رسد، چند ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

۱) ۴ ۲) ۶ ۳) ۸ ۴) ۱۰

ترکیب معادلات - بازه‌های مختلف

۱۰۱ متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت حرکت می‌کند و در مدت $۵s$، $۷۵m$ جابه‌جا می‌شود و بزرگی سرعتش به $۲۰\frac{m}{s}$ می‌رسد. در ۵ ثانیهٔ بعدی سرعت متوسط متحرک چند متر بر ثانیه می‌شود؟

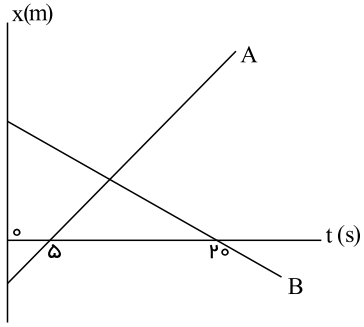
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۱۵ ۲) ۲۵ ۳) ۳۰ ۴) ۳۵

حرکت با سرعت ثابت | نمودارها

۱۰۲ نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = 0$ فاصلهٔ دو متحرک ۱۵۰ متر باشد و تندی متحرک A، ۲ برابر تندی متحرک B باشد، فاصلهٔ دو متحرک در لحظهٔ $t = 20s$ چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۰



۱) ۵۰
۲) ۱۰۰
۳) ۱۵۰
۴) ۲۰۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروی گرانشی | وزن و نیروی گرانشی

۱۰۳ ماهوارهٔ A در جهت حرکت وضعی زمین طوری به دور زمین می‌چرخد که در هر شبانه روز فقط یکبار در یک مکان معین به وسیله ناظری ساکن در سطح زمین رؤیت می‌شود. اگر شعاع گردش ماهواره B، ۹ برابر شعاع مدار ماهواره A باشد، دوره گردش ماهواره‌های A و B به دور زمین چند ساعت است؟ (به ترتیب از راست به چپ)

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۵

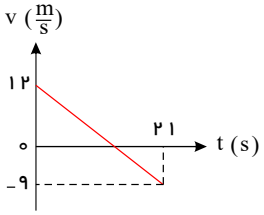
۱) ۱۰۸ , ۱۲
۲) ۶۴۸ , ۲۴
۳) ۳۲۴ , ۱۲
۴) ۳۲۴ , ۲۴

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v-t

۱۰۴ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۳



۱) ۱۲
۲) ۱۸
۳) ۲۲٫۵
۴) ۳۲٫۵

مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۱۰۵ دو متحرک روی خط راست با شتاب‌های ثابت a و $a + ۱٫۵\frac{m}{s^۲}$ از یک نقطه و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند و بعد از مدت t، سرعت آن‌ها به‌ترتیب $۱۰\frac{m}{s}$ و $۲۲\frac{m}{s}$ می‌شود. t چند ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۶

۱) ۱۰
۲) ۸
۳) ۶
۴) ۴

شناخت حرکت | معادلهٔ مکان-زمان و مسائل مربوط به آن

۱۰۶ معادله‌ی مکان جسمی در SI به‌صورت $x = -t^۲ + ۴t - ۴$ درفاصله‌ی زمانی بین $t_۱ = ۰$ و $t_۲ = ۴s$ مسافت طی شده توسط جسم چند متر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۸

۱) ۲
۲) ۴
۳) ۶
۴) ۸

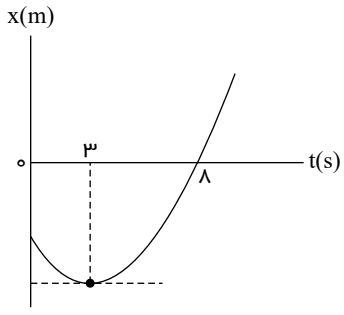
حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v-t

۱۰۷ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ در جهت محور x باشد و بردار سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت برابر $\vec{v}_{av} = (۷٫۵\frac{m}{s})\vec{i}$ و تندی متوسط در آن بازه $۸٫۵\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چند متر است؟

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۰۸ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 8s$ چند برابر مسافت طی‌شده در این بازهٔ زمانی است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰



۱) $\frac{5}{17}$
۲) $\frac{5}{14}$
۳) $\frac{8}{17}$
۴) $\frac{9}{14}$

مقایسهٔ چند حرکت و شتاب نسبی

۱۰۹ دو متحرک A و B از یک نقطه بدون سرعت اولیه در یک مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کنند. اگر شتاب متحرک A ، ۴ برابر شتاب متحرک B باشد، در یک جابه‌جایی مساوی، سرعت متوسط متحرک A چند برابر سرعت متوسط متحرک B است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۲

۱) $\frac{\sqrt{۲}}{۲}$ ۲) ۲ ۳) $\sqrt{۲}$ ۴) ۴

نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۱۰ اتومبیل A در جهت محور x با تندی ثابت $۱۰\frac{m}{s}$ در لحظهٔ $t=۰$ از مبدأ محور عبور می‌کند و پس از $۱۱s$ حرکتش با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اتومبیل B نیز در جهت x در لحظهٔ $t=۰$ با تندی اولیهٔ $۲\frac{m}{s}$ از مبدأ محور عبور می‌کند و حرکتش با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ تند می‌شود و پس از ۵ ثانیه با تندی ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. لحظه‌ای که دو اتومبیل به‌هم می‌رسند، تندی اتومبیل B چند متر بر ثانیه از تندی اتومبیل A بیشتر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲ ۲) ۳ ۳) ۴ ۴) ۵

توقف - مقایسهٔ جابه‌جایی و مسافت

۱۱۱ اتومبیلی با تندی (سرعت) ثابت $۷۲\frac{km}{h}$ در یک مسیر مستقیم حرکت می‌کند که ناگهان راننده مانع ثابتی را در ۵۲ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند و حرکت اتومبیل با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ کند می‌شود. اگر زمان واکنش راننده ۰٫۵ ثانیه باشد، اتومبیل:

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

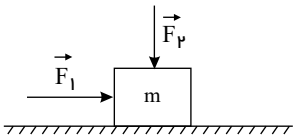
۱) ۲ متر قبل از مانع متوقف می‌شود.
۲) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.
۳) با تندی (سرعت) $۸\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.
۴) با تندی (سرعت) $۴\sqrt{۵}\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۱۲ مطابق شکل زیر، دو نیروی افقی و قائم $\vec{F_۱}$ و $\vec{F_۲}$ به جسمی که روی سطح افقی قرار دارد، وارد می‌شود و جسم ساکن است. اگر بزرگی این دو نیرو، هریک ۲ برابر شود و جسم همچنان ساکن بماند، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، k برابر می‌شود. کدام مورد درست است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹



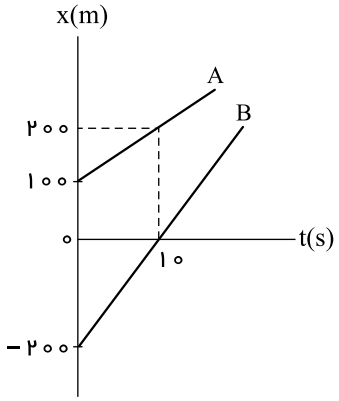
۱) $۲ < k < ۳$
۲) $۱ < k < ۲$
۳) $k = ۲$
۴) $k = ۱$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با سرعت ثابت | نمودارها

۱۱۳ شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک A و B را نشان می‌دهد. در این مسیر، به مدت چند ثانیه فاصلهٔ دو متحرک از هم، کمتر یا مساوی ۲۰ متر است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱



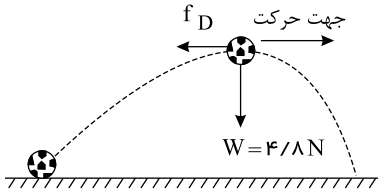
۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی مقاومت شاره

۱۱۴ شکل زیر، نیروهای وارد بر توپی را در بالاترین نقطهٔ مسیرش نشان می‌دهد که در آن $\vec{f_D}$ نیروی مقاومت هوا و $\vec{W}$ وزن توپ است. اگر بزرگی شتاب در این لحظه $\frac{۶۵}{۶}\frac{m}{s^۲}$ باشد، f_D چند نیوتون است؟ (از نیروهای دیگر وارد بر توپ صرف‌نظر کنید و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹



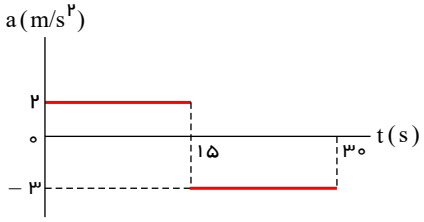
۱) ۱
۲) ۱٫۵
۳) ۲
۴) ۲٫۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۱۱۵ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند و بردار سرعت اولیهٔ آن در SI به‌صورت $\vec{v_0} = -10\vec{i}$ است، مطابق شکل زیر است. بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ ششم، چند برابر بزرگی جابه‌جایی در ۵ ثانیهٔ اول حرکت است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۹۹



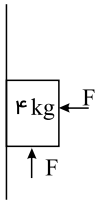
۱) ۳٫۵
۲) ۲
۳) ۱٫۵
۴) ۱

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۱۶ در شکل زیر، جسم در آستانهٔ حرکت رو به بالا قرار دارد و نیرویی که جسم به سطح وارد می‌کند، برابر R است. اگر جسم را ساکن نگه داشته و F را $20N$ کاهش دهیم و سپس جسم را رها کنیم، نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، برابر R' می‌شود، $\frac{R'}{R}$ کدام است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2}\ ,\ \mu_s = 0/5\ ,\ \mu_k = 0/2)$

سخت- سراسری- ۱۴۰۰



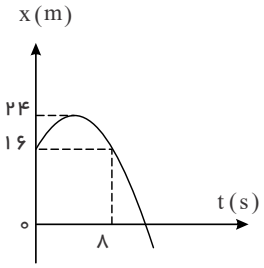
۱) $\frac{\sqrt{2}}{4}$
۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$
۳) $\frac{\sqrt{5}}{4}$
۴) $\frac{\sqrt{5}}{2}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان–زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۱۷ نمودار مکان - زمان متحرکی مطابق شکل زیر به‌صورت سهمی است. در بازهٔ زمانی ۰ تا $8s$ بزرگی شتاب متوسط و سرعت متوسط در SI، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۷



۱) ۱ و صفر
۲) ۲ و صفر
۳) ۱ و ۱
۴) ۲ و ۲

حرکت شامل چند بخش

۱۱۸ متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $5\frac{m}{s^2}$ به حرکت درمی‌آید و پس از مدتی حرکتش یکنواخت می‌شود و درنهایت با همان شتاب $5\frac{m}{s^2}$ حرکتش کند شده و می‌ایستد. اگر کل زمان حرکت ۲۵ ثانیه و سرعت متوسط در این مدت $20\frac{m}{s}$ باشد، زمانی که حرکت متحرک یکنواخت بوده است، چند ثانیه است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۷

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۱۵
۴) ۲۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۱۱۹ اگر جرم جسم B، $\frac{۵}{۸}$ جرم جسم A و تکانهٔ جسم A، $\frac{۴}{۳}$ تکانهٔ جسم B باشد، نسبت انرژی جنبشی جسم A به انرژی جنبشی جسم B، کدام است؟

متوسط- سراسری- ۱۳۹۹

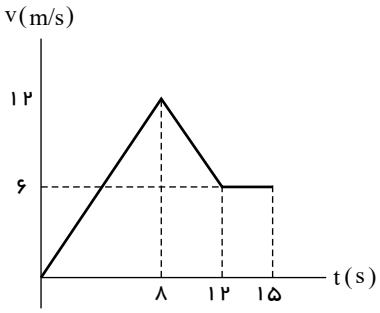
۱) $\frac{۱۰}{۹}$ ۲) $\frac{۹}{۱۰}$ ۳) $\frac{۶}{۵}$ ۴) $\frac{۵}{۶}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v-t

۱۲۰ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ مکان متحرک در SI به‌صورت $\vec{x_۱} = -۶\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظهٔ $t_۲ = ۱۵s$ در SI، کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) $۹۳\vec{i}$ ۲) $۹۶\vec{i}$
۳) $۱۰۵\vec{i}$ ۴) $۱۱۸\vec{i}$

شناخت حرکت | معادلهٔ سرعت-زمان و مسائل مربوط به آن

۱۲۱ معادلهٔ سرعت - زمان متحرکی در SI به‌صورت $v = -۶t + ۱۸$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۶ ۲) ۷٫۵ ۳) ۸ ۴) ۱۱٫۵

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۲۲ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = ۲t^۳ - ۶t^۲ + ۶t$ است. در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه، کدام مورد درست است؟

سخت- سراسری- ۱۳۹۷

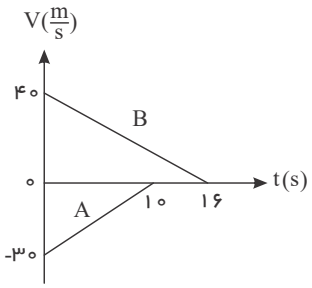
۱) شتاب متوسط برابر صفر است.
۲) جهت حرکت یک بار تغییر کرده است.
۳) حرکت ابتدا تندشونده و سپس کندشونده است.
۴) حرکت ابتدا در جهت محور x و سپس خلاف جهت محور x است.

نمودار سرعت-زمان و شتاب-زمان در حرکت با شتاب ثابت

۱۲۳ نمودار سرعت ــ زمان دو قطار A و B که روی یک ریل مستقیم به طرف هم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظهٔ $t = ۰$ فاصلهٔ قطارها از هم ۵۰۰ متر است. لحظه‌ای که قطار A می‌ایستد، قطار B در چه فاصله‌ای از آن قرار دارد؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۷

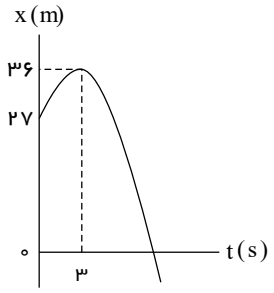
۱) ۲۵
۲) ۷۵
۳) ۱۰۰
۴) ۱۲۵



سطح زیر نمودار v-t

۱۲۴ شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی است که در مسیر مستقیم با شتاب ثابت حرکت می‌کند. مسافتی که متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0$ تا $t_2 = 10s$ طی می‌کند، چند متر است؟

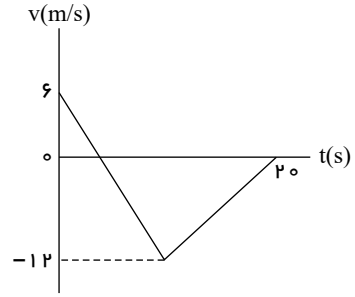
متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹



۱) ۴۰
۲) ۴۵
۳) ۵۸
۴) ۸۵

۱۲۵ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. تندی متوسط متحرک در مدتی که در خلاف جهت محور حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰



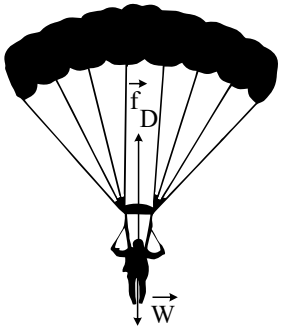
۱) صفر
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۹

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی مقاومت شاره

۱۲۷ در شکل زیر، چتربازی مدتی پس از یک پرش آزاد، چترش را باز می‌کند و ناگهان مقاومت هوا افزایش می‌یابد. از این لحظه به بعد، تا قبل از رسیدن چترباز به تندی حدی، کدام مورد، دربارهٔ حرکت چترباز درست است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰



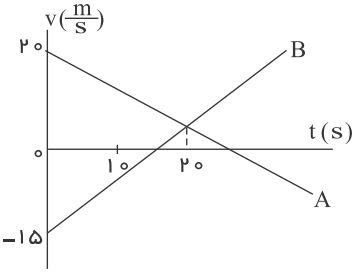
۱) تندی و شتاب افزایش می‌یابند.
۲) تندی و شتاب کاهش می‌یابند.
۳) تندی افزایش و شتاب ثابت می‌ماند.
۴) تندی افزایش و شتاب کاهش می‌یابد.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t | استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱۲۸ نمودار سرعت - زمان دو متحرک A و B که روی محور x حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع مسافتی که دو متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 10s$ طی می‌کنند، چند متر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) ۳۵۰
۲) ۲۶۲٫۵
۳) ۲۵۰
۴) ۱۲۵٫۵

۱۳۰ فنر سبکی با ثابت $۲۰۰\frac{N}{m}$ به سقف آسانسور بسته شده و از آن وزنهٔ $m = ۵kg$ آویزان است و آسانسور با شتاب رو به پایین $۲\frac{m}{s^۲}$ پایین می‌آید و طول فنر $L_۱$ است. وقتی این آسانسور با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ به‌صورت کندشونده پایین می‌آید، طول فنر $L_۲$ می‌شود. اختلاف $L_۲$ و $L_۱$ چند سانتی‌متر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

۱) ۱۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۵ ۴) ۲٫۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت | شتاب متوسط و لحظه‌ای

۱۳۱ متحرکی روی محور x در حال حرکت است. بردار شتاب متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۰s$ در SI برابر $-۲\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۳ = ۱۵s$ برابر $\frac{۲}{۳}\vec{i}$ است. بردار شتاب آن در بازهٔ زمانی $t_۲ = ۱۰s$ تا $t_۳ = ۱۵s$ در SI، کدام است؟

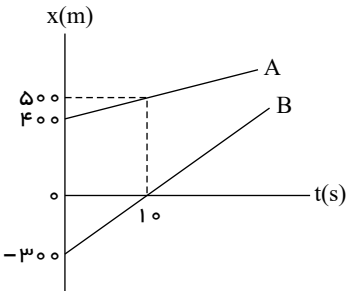
متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $۲\vec{i}$ ۲) $۴\vec{i}$ ۳) $۶\vec{i}$ ۴) $\frac{۴۲}{۳}\vec{i}$

حرکت با سرعت ثابت نمودارها

۱۳۲ نمودار مکان - زمان دو خودرو که روی خط راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر، است. در لحظه‌های t_1 و $t_2 > t_1$ فاصلهٔ دو متحرک از هم $600m$ است. $\frac{t_2}{t_1}$ کدام است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) ۱۵
۲) ۱۳
۳) ۸
۴) ۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۱۳۳ جسمی به وزن $8N$ را به فنری به طول $20cm$ و ثابت $k = 2\frac{N}{cm}$ می‌بندیم و از سقف آسانسور آویزان می‌کنیم. در مدتی که آسانسور رو به بالا با شتاب $2\frac{m}{s^2}$ در حال توقف است، طول فنر به چند سانتی متر می‌رسد؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

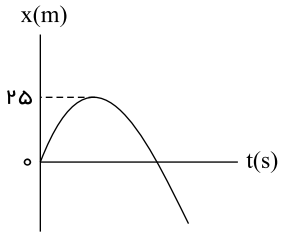
۱) ۲۰.۸
۲) ۱۶٫۸
۳) ۲۷٫۲
۴) ۲۳٫۲

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۳۴ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر تندی متحرک در مکان $x = -۳۷۵m$ برابر $۴۰ \frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱



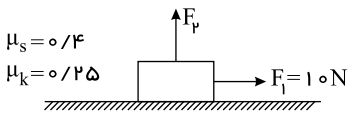
۱) ۲۰
۲) ۱۵
۳) ۱۰
۴) ۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی اصطکاک ایستایی

۱۳۵ جسمی به جرم $۴kg$ در ابتدا، روی یک سطح افقی ساکن است. سپس نیروی افقی $\vec{F_۱}$ و نیروی قائم $\vec{F_۲}$ به جسم وارد می‌شوند. اگر بزرگی نیروی $F_۲$ به تدریج از صفر تا $۲۰N$ افزایش یابد، نیروی اصطکاک بین جسم و سطح چه تغییری می‌کند؟ $(g = ۱۰ \frac{N}{kg})$

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱



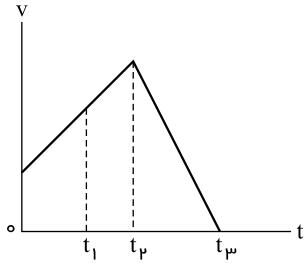
۱) به‌تدریج افزایش می‌یابد.
۲) به تدریج کاهش می‌یابد.
۳) ابتدا افزایش و سپس کاهش می‌یابد.
۴) ابتدا ثابت می‌ماند و سپس کاهش می‌یابد.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v–t استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱۳۶ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در کدام بازه زمانی بیشتر است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۰ تا t_1
۲) t_1 تا t_2
۳) ۰ تا t_3
۴) t_2 تا t_3

حرکت با شتاب ثابت مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۳۷ معادله‌ی حرکت متحرکی که روی محور xها حرکت می‌کند در SI به‌صورت $x = -t^2 + 6t + 20$ است. در کدام فاصله‌ی زمانی، این حرکت کندشونده است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۵

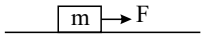
۱) $t < 3$
۲) $t < 4$
۳) $6 < t$
۴) $3 < t < 6$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۳۸ مطابق شکل زیر، به جسمی به جرم $۳۶kg$ که روی سطح افقی ساکن است، نیروی افقی $F = ۱۷۷N$ وارد می‌شود و تندی جسم ۴ ثانیه پس از شروع حرکت به $۳\frac{m}{s}$ می‌رسد. نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰



۱) ۳۶۰
۲) ۳۹۰
۳) ۴۰۰
۴) ۵۰۰

۱۳۹ نردبانی به جرم $۱۶kg$ به دیوار قائم بدون اصطکاکی تکیه دارد و پایهٔ آن روی سطح افقی در آستانهٔ سُر خوردن است. اگر نیرویی که در این حالت از طرف نردبان به سطح افقی وارد می‌شود $۲۰۰N$ باشد، ضریب اصطکاک ایستایی نردبان با این سطح چقدر است؟ $(g = ۱۰\frac{N}{kg})$

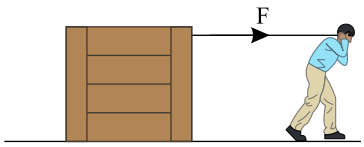
متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) $\frac{۳}{۴}$
۲) $\frac{۳}{۵}$
۳) $\frac{۲}{۵}$
۴) $\frac{۱}{۴}$

نیروی اصطکاک جنبشی

۱۴۰ در شکل زیر، نیرویی ثابت و افقی F به صندوقی به جرم $۱۶۰kg$ وارد می‌شود و صندوق با شتاب ثابت $۰/۲۵\frac{m}{s^۲}$ به حرکت خود ادامه می‌دهد. چند کیلوگرم از محتویات صندوق کم کنیم، تا همین نیروی افقی، شتاب حرکت صندوق دو برابر شود؟($\mu_k = ۰/۲$ ، $g = ۱۰\frac{N}{kg}$)

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

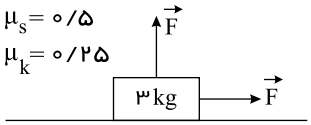


۱) ۱۶
۲) ۳۲
۳) ۴۰
۴) ۸۰

نیروی اصطکاک ایستایی

۱۴۱ در شکل زیر، جسمی روی سطح افقی در آستانهٔ حرکت قرار دارد و دو نیروی افقی و عمودی هم‌اندازهٔ $\vec{F}$ به آن وارد می‌شود. اگر اندازه نیروهای $\vec{F}$ هر کدام ۴ نیوتون کاهش یابند، نیروی اصطکاک چند نیوتون می‌شود؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۴
۲) ۶
۳) ۶/۵
۴) ۱۲

فصل ۱: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v-t

۱۴۲ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۱s$ برابر ۱۲۶ متر باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۱۲s$ چند متر بر ثانیه است؟

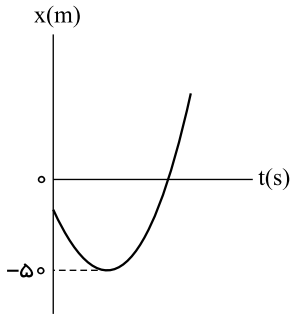
سخت- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۳
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۲

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۴۳ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است، و سرعت متوسط در ۸ ثانیهٔ اول حرکت برابر صفر است. اگر در لحظهٔ t_1 که متحرک از مبدأ محور عبور می‌کند، تندی آن $20\frac{m}{s}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 چند متر بر ثانیه است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۲
۲) ۴
۳) ۸
۴) ۱۶

حرکت با سرعت ثابت | نمودارها

۱۴۴ شکل زیر، نمودار مکان - زمان دو متحرک را نشان می‌دهد که روی محور x حرکت می‌کنند. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، مکان آنها در SI کدام است؟

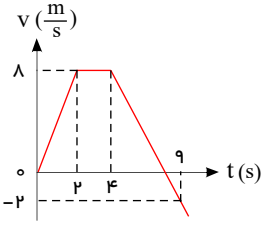
متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) −۲۰
۲) −۱۸
۳) −۱۶
۴) −۱۴

حرکت با شتاب ثابت | حرکت شامل چند بخش

۱۴۵ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور x از مکان $x_{\circ} = -۳۶m$ شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. پس از چند ثانیه متحرک برای اولین بار از مبدأ مکان می‌گذرد؟

سخت- خارج از کشور- ۱۳۸۹



۱) ۲
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

توقف – مقایسهٔ جابه‌جایی و مسافت

۱۴۶ اتومبیلی با سرعت $۹۰km/h$ در حرکت است. راننده ناگهان مانعی را در فاصلهٔ ۸۰ متری خود می‌بیند و ترمز می‌کند. اگر زمان تأخیر در واکنش راننده $۰/۴s$ باشد و اندازهٔ شتاب کند شدن اتومبیل در حین ترمز $۵m/s^۲$ باشد، اتومبیل:

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۸۶

۱) در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.
۲) به مانع برخورد می‌کند.
۳) در فاصلهٔ ۱۰ متری مانع می‌ایستد.
۴) در لحظهٔ رسیدن به مانع متوقف می‌شود.

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروی گرانشی | وزن و نیروی گرانشی

۱۴۷ فاصلهٔ ماهواره‌ای تا سطح زمین به اندازهٔ شعاع زمین است. اگر این ماهواره در مداری قرار گیرد که فاصله‌اش تا سطح زمین ۱/۵ برابر شعاع زمین باشد، شتاب مرکزگرای آن چگونه تغییر می‌کند؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۳۹۹

۱) ۲۰ درصد افزایش می‌یابد.
۲) ۲۰ درصد کاهش می‌یابد.
۳) ۳۶ درصد افزایش می‌یابد.
۴) ۳۶ درصد کاهش می‌یابد.

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۴۸ متحرکی با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند و در لحظه‌های $t_1 = 3s$ و $t_2 = 5s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند و در لحظه‌ای که به مکان $x = -1m$ می‌رسد، جهت حرکتش عوض می‌شود. تندی متوسط متحرک از لحظهٔ $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 5s$ چند متر بر ثانیه است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۰

۱) $\frac{13}{5}$ ۲) ۳ ۳) $\frac{17}{5}$ ۴) ۶

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۱۴۹ چوب مکعب‌شکلی به جرم $5kg$ را به نخی بسته و با نیروی ثابت افقی $15N$ روی سطح افقی می‌کشیم و از حال سکون به حرکت درمی‌آوریم و بعد از ۲ ثانیه نخ پاره می شود. اگر ضریب اصطکاک جنبشی ۰٫۲ باشد، کل مسافتی که چوب از ابتدای حرکت تا لحظهٔ ایستادن طی می‌کند، چند متر است؟ $(g = 10\frac{m}{s^2})$ متوسط- سراسری- ۱۴۰۰

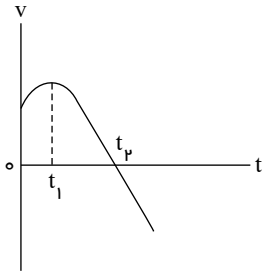
۱) ۱٫۵ ۲) ۲ ۳) ۲٫۵ ۴) ۳

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t محاسبهٔ شتاب در نمودار سرعت-زمان

۱۵۰ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام موارد زیر درست است؟ الف- جهت سرعت و شتاب در لحظهٔ t_1 تغییر کرده است.

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰



ب - در بازهٔ t_1 تا t_2 حرکت در جهت محور x است.

پ- در بازهٔ زمانی صفر تا t_1 تندی در حال کاهش است.

ت- بردار شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_2 خلاف جهت محور x است.

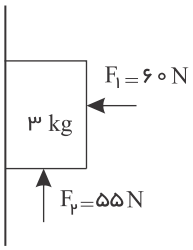
۱) ب ۲) پ ۳) الف و ت ۴) ب و ت

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۵۱ مطابق شکل زیر، جسم را با نیروی افقی F_1 به دیوار قائمی می‌فشاریم و جسم ساکن می‌ماند. اگر نیروی قائم F_2 نیز به جسم وارد شود، در این حالت نیرویی که سطح به جسم وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ $(g = 10 \frac{m}{s^2})$

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) $30\sqrt{3}$
۲) $30\sqrt{5}$
۳) ۶۵
۴) ۶۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | توقف - مقایسهٔ جابه‌جایی و مسافت

۱۵۲ اتومبیلی با تندی ثابت در یک مسیر مستقیم در حال حرکت است. راننده با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از طی مسافت ۱۵۰ متر، تندی اتومبیل نصف می‌شود. اتومبیل از لحظه ترمز تا توقف کامل چند متر را طی می‌کند؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۱۷۵
۲) ۲۰۰
۳) ۲۵۰
۴) ۳۰۰

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۱۵۳ شخصی به جرم $۶۰kg$ درون آسانسور روی ترازوی فنری قرار دارد. در حالت اول آسانسور با شتاب ثابت a رو به بالا شروع به حرکت می‌کند و در حالت دوم آسانسور با شتاب ثابت $۲a$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند. اختلاف عددی که ترازوی فنری در این حالت نشان می‌دهد، $۲۷۰N$ است. a چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰

۱) ۳
۲) ۲
۳) $\frac{۳}{۲}$
۴) $\frac{۳}{۴}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

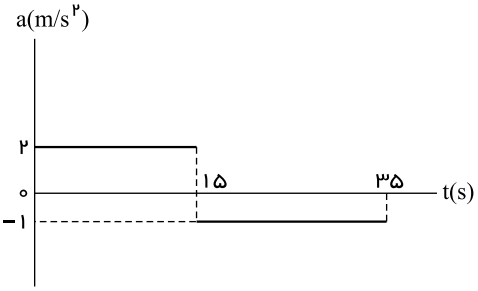
حرکت با شتاب ثابت | حرکت شامل چند بخش

۱۵۴ متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور x حرکت می‌کند. جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی t_1 تا $t_2 = t_1 + ۱۶(s)$ برابر ۴۰۰ متر است. اگر نیمی از این جابه‌جایی در ۴ ثانیه اول و نیم دیگر آن در ۱۲ ثانیه بعد از آن انجام شود، بزرگی شتاب حرکت در SI کدام است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

① $\frac{۵}{۳}$ ② $\frac{۵}{۶}$ ③ $\frac{۲۵}{۳}$ ④ $\frac{۲۵}{۶}$

سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۱۵۵ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = ۲s$ سرعت متحرک $\vec{v} = (-۶\frac{m}{s})\vec{i}$ و مکان متحرک $\vec{x} = (-۱۶m)\vec{i}$ باشد، مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۳۵s$ کدام است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۱



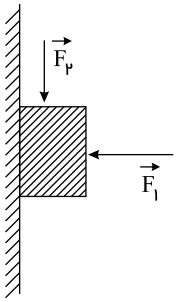
① $(۲۷۵m)\vec{i}$
② $(۳۰۰m)\vec{i}$
③ $(۳۷۵m)\vec{i}$
④ $(۴۰۰m)\vec{i}$

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص نیروی سطح

۱۵۶ قطعه چوبی به جرم ۲۵۰ گرم، با نیروی افقی F_1 مطابق شکل زیر، به دیوار قائم فشرده شده است. اگر با وارد کردن نیروی $F_2 = ۳٫۵N$ چوب در آستانهٔ لغزش قرار گیرد و در این حالت نیرویی که دیوار به چوب وارد می‌کند $۱۰N$ باشد، ضریب اصطکاک ایستایی بین دیوار و چوب، چقدر است؟$(g = ۱۰\frac{m}{s^2})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۰٫۷۵
۲) ۰٫۶
۳) ۰٫۵
۴) ۰٫۲۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت | تندی و سرعت متوسط

۱۵۷ معادلهٔ حرکت متحرکی در SI به‌صورت $x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹$ است. تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

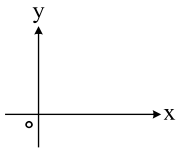
۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۳ ۴) ۶

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | مسائل مربوط به حرکت در راستای قائم (آسانسور)

۱۵۸ وزنه‌ای به جرم m را به یک فنر که ثابت آن $k = ۲۰۰\frac{N}{m}$ و طول آن $۵۰cm$ است، می‌بندیم و از سقف یک آسانسور ساکن آویزان می‌کنیم. وقتی وزنه ساکن می‌شود، طول فنر به $۶۵cm$ می‌رسد. آسانسور با چه شتابی برحسب متر بر مربع ثانیه حرکت کند که طول فنر به $۶۰cm$ برسد؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۰



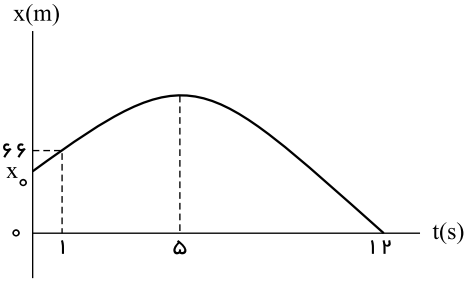
۱) $\vec{a} = -\frac{۱۰}{۳}\vec{j}$ ۲) $\vec{a} = \frac{۱۰}{۳}\vec{j}$ ۳) $\vec{a} = -\frac{۲۰}{۳}\vec{j}$ ۴) $\vec{a} = \frac{۲۰}{۳}\vec{j}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | نمودار مکان–زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۵۹ نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. مکان اولیه متحرک (x_0) چند متر است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۵۸
۲) ۵۲
۳) ۴۸
۴) ۴۲

حرکت شامل چند بخش

۱۶۰ متحرکی با شتاب ثابت $\vec{a}=(۴\frac{m}{s^۲})\vec{i}$ در جهت محور x، در حرکت است. اگر مسافتی که این متحرک در فاصلهٔ زمانی $t_۱=۰s$ تا $t_۲=۲s$ طی می‌کند، ۴ متر بیشتر از مسافتی باشد که در ثانیهٔ سوم طی می‌کند، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۸ ۲) ۶ ۳) ۴ ۴) ۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | رابطهٔ تکانه و انرژی جنبشی

۱۶۱ دو متحرک A و B در یک مسیر مستقیم و در یک جهت حرکت می‌کنند. تکانهٔ آن‌ها با هم برابر و انرژی جنبشی A، ۴ برابر انرژی جنبشی B است. اگر جرم A، $۲kg$ باشد، جرم B چند کیلوگرم است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) ۸ ۲) ۴ ۳) ۱ ۴) ۰٫۵

نیروهای خاص | نیروی کشسانی فنر

۱۶۲ وزنه‌ای را به انتهای فنر سبکی به طول $۲۶cm$ بسته و از سقف یک آسانسور آویزان می‌کنیم. ثابت فنر در SI برابر ۲۰۰ است. آسانسور از حالت سکون با شتاب $۱\frac{m}{s^۲}$ رو به پایین شروع به حرکت می‌کند و در این شرایط طول فنر به $۳۵cm$ می‌رسد. جرم وزنه، چند کیلوگرم است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۲ ۲) ۱٫۵ ۳) ۱ ۴) ۰٫۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | حرکت شامل چند بخش

۱۶۳ متحرکی در مسیر مستقیم با شتاب ثابت، از حالت سکون به حرکت درمی‌آید و پس از طی مسافت ۱۵ متر، سرعت آن به $۶\frac{m}{s}$ می‌رسد. این متحرک با همین شتاب، چند ثانیهٔ دیگر به حرکت خود ادامه دهد تا کل مسافت طی‌شده به ۱۳۵ متر برسد؟

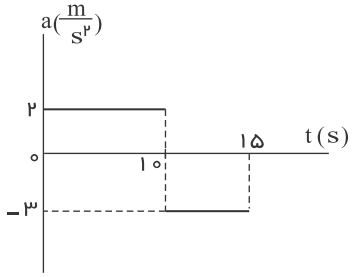
متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۲۰ ۲) ۱۵ ۳) ۱۰ ۴) ۵

سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۱۶۴ نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در لحظهٔ $t = ۳s$ سرعت متحرک، $\vec{v} = (۱\frac{m}{s})\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۷s$ تا $t_۲ = ۱۰s$ چند متر بر ثانیه است؟

سخت- خارج از کشور- ۱۴۰۰

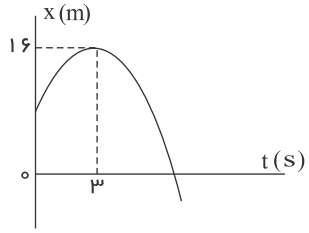


۱) ۶
۲) ۹
۳) ۱۲
۴) ۱۵

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۶۵ نمودار مکان - زمان متحرکی که روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر در بازهٔ زمانی $t_1 = 0s$ تا $t_2 = 6s$ تندی متوسط متحرک برابر $3\frac{m}{s}$ باشد، چند ثانیه بردار مکان متحرک در جهت محور x است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۰



۱) ۹
۲) ۸
۳) ۷
۴) ۳

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروی گرانشی / وزن و نیروی گرانشی

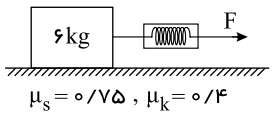
۱۶۶ در کدام فاصله از سطح زمین، شتاب گرانش در مقایسه با سطح زمین، ۹۹ درصد کاهش می‌یابد؟ (R_e شعاع زمین است.) متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

۱) $100R_e$
۲) $99R_e$
۳) $10R_e$
۴) $9R_e$

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۶۷ در شکل زیر، جسم روی سطح افقی ساکن است. اگر با نیروسنج، نیروی افقی $F = ۲۵N$ بر آن وارد کنیم، نیرویی که جسم به سطح افقی وارد می‌کند، چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰ \frac{m}{s^۲}$)

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱



۱) ۶۵
۲) ۷۵
۳) $۱۵\sqrt{۱۳}$
۴) $۱۲\sqrt{۲۹}$

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | حرکت شامل چند بخش

۱۶۸ اتومبیلی در لحظهٔ $t = ۰$ با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند و پس از ۵ ثانیه سرعتش به $۲۰ \frac{m}{s}$ می‌رسد. ۱۰ ثانیه با همین سرعت به حرکت خود ادامه می‌دهد و سپس با شتاب ثابت ترمز می‌کند و پس از ۴ ثانیه متوقف می‌شود. شتاب متوسط اتومبیل در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۱۷s$ چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) $\frac{۹}{۲}$
۲) $\frac{۲}{۵}$
۳) $\frac{۲}{۱۵}$
۴) صفر

توقف - مقایسهٔ جابه‌جایی و مسافت

۱۶۹ هواپیمایی با سرعت $۶۰\frac{m}{s}$ روی باند فرودگاه می‌نشیند و با شتاب ثابت، سرعت خود را کاهش می‌دهد تا متوقف شود. اگر هواپیما، ۳۲ متر پایانیِ مسیر مستقیم خود را در مدت ۴ ثانیه طی کرده باشد، مسافتی که هواپیما روی باند پیموده، چند متر است؟ متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۴۵۰ ۲) ۶۰۰ ۳) ۷۵۰ ۴) ۸۰۰

مفاهیم اولیه و معادلات حرکت با شتاب ثابت بر خط راست

۱۷۰ متحرکی روی محور x با شتاب ثابت حرکت می‌کند، اگر در لحظه‌های $t_۱ = ۲s$ ، $t_۲ = ۴s$ و $t_۳ = ۶s$ مکان‌های متحرک به‌ترتیب $x_۱ = ۵۴m$ ، $x_۲ = ۶۴m$ و $x_۳ = ۵۴m$ باشد، بزرگی سرعت متوسط متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟ سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۵ ۲) ۱۰ ۳) ۱۵ ۴) ۲۵

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی کشسانی فنر

۱۷۱ فنری به جرم ناچیز و طول $۲۰cm$ را از یک انتها، از نقطهٔ ثابتی آویزان می‌کنیم. ثابت فنر $۴۰۰\frac{N}{m}$ است و به انتهای دیگر آن، وزنهٔ یک کیلوگرمی می‌بندیم و وزنه را در شرایطی از حال سکون رها می‌کنیم که طول فنر، همان ۲۰ سانتی‌متر باشد. در این آزمایش بیشترین طول فنر به چند سانتی‌متر می‌رسد و تندی وزنه در این وضعیت چند سانتی‌متر بر ثانیه است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ و مقاومت هوا ناچیز است.)

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

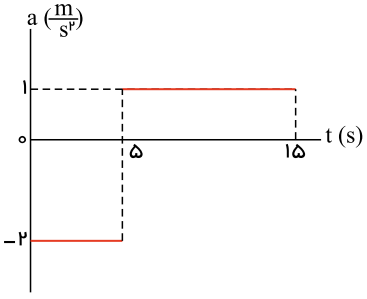
۱) ۲۵ و صفر ۲) ۲۵ و ۵۰ ۳) ۲۲٫۵ و صفر ۴) ۲۲٫۵ و ۵۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار a–t و رسم نمودار از روی نمودار

۱۷۲ نمودار شتاب زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت و مکان متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ برابر $\vec{v}_۰ = (۱۰\frac{m}{s})\vec{i}$ و $\overrightarrow{x_۰} = (-۱۰)\vec{i}$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۵s$ کدام موارد درست است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲



الف: جهت بردار مکان و بردار سرعت یک بار عوض می‌شود.

ب: جابه‌جایی و مسافت هم‌اندازه‌اند.

پ: شتاب متوسط برابر صفر است.

ت: سرعت متوسط برابر صفر است.

۱) «ب» و «ت» ۲) «ب» و «پ» ۳) «الف» و «ت» ۴) «الف» و «پ»

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون — تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۱۷۳ جسمی به جرم $۲۰kg$ با سرعت ثابت $\vec{v}=(۵\frac{m}{s})\vec{i}$ در مسیر مستقیم در حرکت است. نیروی خالص $\vec{F}_{net}=(۴N)\vec{i}$ به مدت چند ثانیه بر جسم اثر کند تا تکانهٔ آن دو برابر شود؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۱

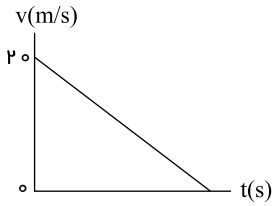
۱) ۲۰ ۲) ۲۵ ۳) ۴۰ ۴) ۵۰

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

حرکت با شتاب ثابت — سطح زیر نمودار v-t

۱۷۴ نمودار سرعت - زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی‌شده در ۴ ثانیهٔ اول، ۳۶ برابر مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ آخر باشد، بزرگی شتاب حرکت، چند متر بر مربع ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱



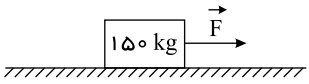
۱) $\frac{۱}{۲}$ ۲) ۱ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) ۲

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۷۵ مطابق شکل زیر، جسمی با نیروی افقی $\vec{F}$ روی سطح افقی با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ به طرف راست به حرکت درمی‌آید. اگر نیرویی که سطح زمین به جسم وارد می‌کند، $۱۶۲۵N$ باشد، نیروی F چند نیوتون است؟ ($g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$)

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) ۴۰۰
۲) ۴۲۵
۳) ۸۰۰
۴) ۹۲۵

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۱۷۶ گلوله‌ای به جرم ۲۰۰ گرم از ارتفاع ۲۰ متری، روی سطح سنگ‌فرش‌شده‌ای رها می‌شود و پس از برخورد با سطح، با تندی $۱۰\frac{m}{s}$ رو به بالا در راستای قائم از سطح جدا می‌شود. اگر زمان تماس گلوله با سطح افقی $۰/۲s$ باشد، بزرگی نیروی متوسط وارد بر گلوله در مدت تماس چند نیوتون است؟ (مقاومت هوا ناچیز و $g = ۱۰\frac{m}{s^۲}$ است.)

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۵
۲) ۱۰
۳) ۲۰
۴) ۳۰

نیروی گرانشی | مسائل ترکیبی دینامیک و کار انرژی

۱۷۷ در شکل زیر، شخص با نیروی ثابت و افقی $F = ۲۲۰N$ صندوقی به جرم $۵۰kg$ را از حالت سکون به حرکت درمی‌آورد. اگر $\mu_k = ۰/۴$ باشد، کار نیروی F روی صندوق در ۲ ثانیهٔ اول، چند ژول است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

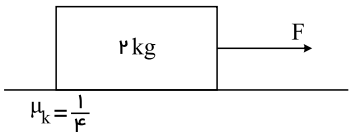
متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

۱) ۸۸
۲) ۱۷۶
۳) ۲۶۴
۴) ۳۵۲

نیروهای خاص | نیروی اصطکاک جنبشی

۱۷۸ مطابق شکل، جسم تحت‌تأثیر نیروی افقی F با شتاب ثابت از حال سکون به حرکت درمی‌آید. اگر به جسم نیروی عمودی $۳۰N$ روبه‌پایین وارد کنیم، جسم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. شتاب جسم در حالت اول، چند متر بر مربع ثانیه است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲



۱) ۱٫۵
۲) ۲٫۲۵
۳) ۳٫۷۵
۴) ۴٫۵

فصل 1: حرکت در راستای خط راست

نمودار v-t | استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۱۷۹ شکل زیر، نمودار سرعت - زمان متحرکی است که روی محور x حرکت می‌کند و در مبدأ زمان، از مکان $x = +۴۲m$ گذشته است. در این حرکت، چند ثانیه فاصلهٔ متحرک تا مبدأ محور، کمتر یا مساوی ۱۰ متر است؟

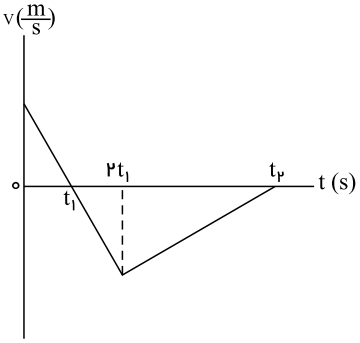
سخت- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۵
۲) ۵٫۲۵
۳) ۶
۴) ۶٫۲۵

حرکت با شتاب ثابت | سطح زیر نمودار v–t

۱۸۰ نمودار سرعت ـ زمان متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، مطابق شکل است. اگر بزرگی شتاب در بازهٔ زمانی صفر تا t_1، ۲ برابر بزرگی شتاب $2t_1$ تا t_2 باشد، تندی متوسط در بازهٔ صفر تا t_1 چند برابر تندی متوسط در بازهٔ t_1 تا $2/5t_1$ است؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲

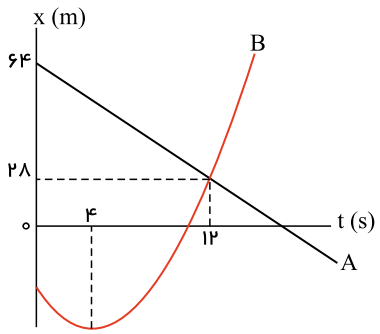


۱) $\frac{7}{12}$ ۲) $\frac{5}{8}$ ۳) $\frac{4}{5}$ ۴) $\frac{3}{4}$

نمودار مکان-زمان یک یا دو متحرک در حرکت با شتاب ثابت

۱۸۱ نمودار مکان ـ زمان دو متحرک A و B مطابق شکل به‌صورت خط راست و سهمی است. در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، تندی متحرک B، $\frac{16}{3}$ برابر تندی متحرک A است. لحظه‌ای که جهت بردار مکان B عوض می‌شود، دو متحرک در چند متری از هم قرار دارند؟

سخت- سراسری- ۱۴۰۲



۱) ۸۸ ۲) ۵۶ ۳) ۴۲ ۴) ۳۴

سطح زیر نمودار v-t

۱۸۲ متحرکی با شتاب ثابت $۴\frac{m}{s^۲}$ روی محور x حرکت می‌کند. اگر جابه‌جایی آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۹s$ تا $t_۲ = ۱۶s$ برابر صفر باشد، تندی متوسط آن در همین بازهٔ زمانی چند متر بر ثانیه است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱

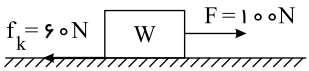
۱) ۳٫۵ ۲) ۷ ۳) ۱۰٫۵ ۴) ۱۴

فصل 2: دینامیک و حرکت دایره‌ای

تکانه و قانون دوم نیوتون | تکانه و نیروی خالص و نیروی متوسط

۱۸۳ شکل زیر، نیروهای افقی واردشده به جسمی به وزن W را نشان می‌دهد که بر روی سطح افقی در مسیر مستقیم حرکت می‌کند. تغییر تکانهٔ آن در مدت یک ثانیه، در SI چقدر است؟

متوسط- خارج از کشور- ۱۴۰۱



۱) $۴۰\sqrt{۲}$ ۲) ۴۰ ۳) ۴۰۰ ۴) $۴۰۰\sqrt{۲}$

مسائل ترکیبی نیروها | فقط راستای افقی

۱۸۴ رانندهٔ خودرویی که با تندی $۵۴\frac{km}{h}$ در مسیر مستقیم در حرکت است، ناگهان ترمز می‌کند و خودرو با به جا گذاشتن خط ترمزی به طول ۲۲٫۵ متر می‌ایستد. ضریب اصطکاک جنبشی بین لاستیک‌ها و جاده چقدر است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۰٫۶ ۲) ۰٫۵ ۳) ۰٫۴ ۴) ۰٫۳

نیروی گرانشی | وزن و نیروی گرانشی

۱۸۵ یک تلسکوپ فضایی در ارتفاع تقریبی ۱۶۰۰ کیلومتری از سطح زمین به دور زمین می‌چرخد. شتاب گرانشی در این فاصله چند متر بر مربع ثانیه است؟

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

$(Re = ۶۴۰۰km\ ,\ g = ۹٫۸\frac{m}{s^۲})$

۱) ۷٫۸۴ ۲) ۷٫۸۲۵ ۳) ۶٫۵۲ ۴) ۶٫۲۷۲

نیروهای خاص | نیروی سطح

۱۸۶ نردبانی به جرم $۲۵kg$ به دیوار قائم بدون اصطکاک تکیه دارد و ضریب اصطکاک ایستایی بین سطح افقی و پایهٔ نردبان ۰٫۴ است. بیشترین نیرویی که این نردبان می‌تواند به سطح افقی وارد کند، چند نیوتون است؟ $(g = ۱۰\frac{m}{s^۲})$

متوسط- سراسری- ۱۴۰۲

۱) ۲۵۰ ۲) ۳۵۰ ۳) $۵۰\sqrt{۵}$ ۴) $۵۰\sqrt{۲۹}$

پاسخ‌نامه تشریحی

۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا با توجه به شیب هر خط، معادلهٔ مربوط به آن خط را نوشته، با قرار دادن t در هر معادلهٔ v مربوط به آن لحظه را یافته و درنهایت شتاب متوسط را محاسبه می‌کنیم.

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{\Delta t}$$

$$\begin{cases} \xrightarrow{t=۰\ -\ t=۵} v=۲t \xrightarrow{t=۲} v_۱=۴ \\ \xrightarrow{t=۱۰\ -\ t=۱۴} v-۱۰=-\frac{۱۰}{۴}(t-۱۰) \xrightarrow{t=۱۲} v_۲=۵ \end{cases} \Rightarrow a_{av}=\frac{۵-۴}{۱۰}=\frac{۱}{۱۰}\frac{m}{s^۲}$$

۲ ۱ ۲ ۳ ۴ کوتاه‌ترین فاصله را با بیشترین شتاب ممکن طی می‌کند. بنابراین با توجه به اینکه بیشترین شتاب کامیون به گونه‌ای که جسم روی کف کامیون نلغزد به‌صورت $a_{max}=\mu_s g$ به دست می‌آید داریم:

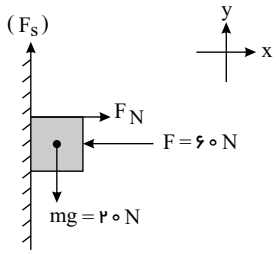
$$x_{\min}=\frac{v_۰^۲}{۲a_{\max}} \xrightarrow{a_{\max}=\mu_s g} x_{\min}=\frac{۱۵\times ۱۵}{۲\times ۰/۲۵\times ۱۰}=۴۵m$$

۳ ۱ ۲ ۳ ۴

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t \Rightarrow ۰-۱۲=\frac{۰+v_۰}{۲}\times ۴ \Rightarrow v_۰=-۶m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در $t=۴$ است، سرعت در $t=۸s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است، پس: $v=+۶m/s$

۴ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به شکل که نیروی وارد بر جسم را در راستای افقی و قائم نشان می‌دهد، داریم:



$$x:\ F_N=۶۰N \rightarrow (f_s)_{max}=\mu_s F_N=\frac{۶}{۱۰}\times ۶۰=۳۶N$$

با افزودن نیروی $۱۰N$ در امتداد و جهت نیروی وزن $(mg+۱۰N)=۳۰N<(f_s)_{max}=۳۶N$ بوده، بنابراین جسم همچنان ساکن می‌ماند. در حالت دوم (پس از افزودن نیروی $۱۰N$)

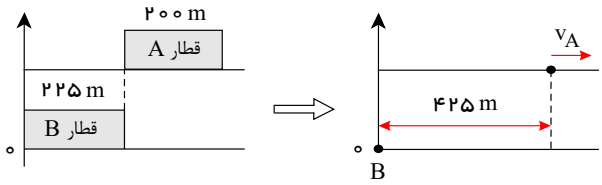
$$y:\ (F_{net})_y=ma_y=۰ \rightarrow f_s=mg+۱۰=۳۰$$

$$f_s=۳۰N \quad , \quad F_N=۶۰N$$

$$R=\sqrt{f_s^۲+F_N^۲} \Rightarrow R=\sqrt{۳۰^۲+۶۰^۲} \Rightarrow R=\sqrt{۹۰۰+۳۶۰۰}=\sqrt{۴۵۰۰}=۳۰\sqrt{۵}$$

۵ ۱ ۲ ۳ ۴ انتهای قطار B در حالت سکون را به‌عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت گرفته است، بنابراین معادلهٔ حرکت قطار B را نسبت به نقطهٔ انتهایی آن و معادلهٔ حرکت قطار A را نسبت به نقطهٔ ابتدایی آن می‌نویسیم. در این صورت در لحظه‌ای که قطار B به‌طور کامل از قطار A سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می‌شوند.

$$x_A=۴۰t+۴۲۵ \quad (I)$$



حرکت قطار B از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $۵۰\frac{m}{s}$ برسد. قطار B این کار را در مدت $t=\frac{v}{a}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x=\frac{v^۲}{۲a}=\frac{۵۰^۲}{۲\times ۲}=۶۲۵m$ را طی می‌کند. سپس با سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $۲۵s$ ابتدایی حرکت، قطار B از قطار A سبقت نمی‌گیرد؛ بنابراین:

$x_B = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \quad (II)$

$\xrightarrow{(I),(II)} x_A = x_B \Rightarrow ۴۰t + ۴۲۵ = ۵۰(t - ۲۵) + ۶۲۵ \Rightarrow ۱۰t = ۱۰۵۰ \Rightarrow t = ۱۰۵s$

۶ ۱ ۲ **۳** ۴ جرم (۲) از جرم (۱) کمتر است.

$F_۲ = F_۱ \rightarrow m_۱a_۱ = m_۲a_۲ \xrightarrow{m_۲ < m_۱} a_۲ > a_۱$

بنابراین در یک زمان یکسان:

$$\begin{cases} \Delta t_۲ = \Delta t_۱ = \Delta t \\ \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲\Delta t^۲ \\ \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱\Delta t^۲ \end{cases} \rightarrow \Delta x_۲ > \Delta x_۱ \rightarrow (\text{بین } A \text{ و } O \text{ به هم می‌رسند.})$$

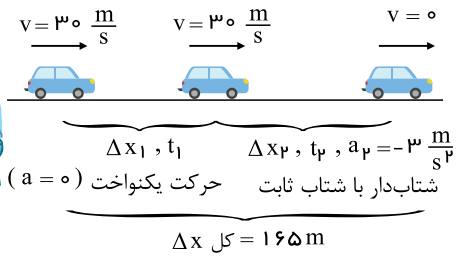
۷ ۱ ۲ **۳** ۴ با توجه به اینکه نمودار $x - t$، دو متحرک خط راست می‌باشد درنتیجه هر دو حرکت با سرعت ثابت انجام می‌دهند. پس ابتدا معادله حرکت دو متحرک را می‌نویسیم و مختصات نقاط داده شده را درآنها جایگذاری می‌کنیم:

$$\begin{cases} x_A = v_At + x_{۰A} \\ x_B = v_Bt + x_{۰B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۶۵۰ = v_A \times ۳۰ + x_{۰A} \\ ۶۰۰ = v_B \times ۳۰ + x_{۰A} + ۴۳۰ \end{cases}$$

با کم کردن دو معادله ازیکدیگرداریم:

$۵۰ = ۳۰(v_A - v_B) - ۴۳۰ \Rightarrow ۴۸۰ = ۳۰(v_A - v_B) \Rightarrow v_A - v_B = ۱۶\frac{m}{s}$

۸ ۱ ۲ ۳ **۴** در مدت زمان واکنش راننده ($t_۱$) متحرک با سرعت ثابت ($v = ۱۰۸\frac{km}{h} = ۳۰\frac{m}{s}$) حرکت می‌کند و در مدت زمان ترمز ($t_۲$) اتومبیل با شتاب ثابت (کندشونده) حرکت می‌کند.



ابتدا جابه‌جایی متحرک در مرحلهٔ دوم را با استفاده از رابطهٔ $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x$ محاسبه می‌کنیم:

$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۹۰۰ = ۲(-۳)\Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۱۵۰m$

$\Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۶۵m \Rightarrow \Delta x_۱ + ۱۵۰ = ۱۶۵ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۱۵m$

$\Delta x_۱ = vt_۱ \Rightarrow ۱۵ = ۳۰t_۱ \Rightarrow t_۱ = \frac{۱}{۲}s$

برای محاسبهٔ زمان حرکت متحرک در مرحلهٔ دوم از معادلهٔ $v = at + v_۰$ استفاده می‌کنیم.

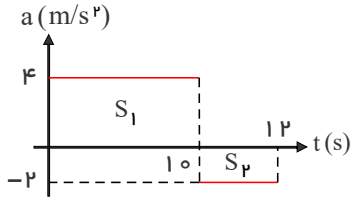
$v = a_۲t_۲ + v_۰ \xrightarrow[v_۰ = ۳۰,\ a = -۳]{v = ۰} ۰ = (-۳)t_۲ + ۳۰ \Rightarrow t_۲ = ۱۰s$

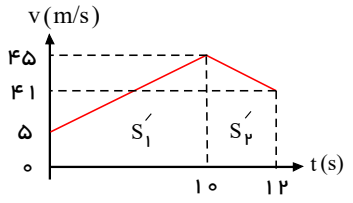
$\frac{t_۲}{t_۱}$ برابر است با: $\frac{t_۲}{t_۱} = \frac{۱۰}{\frac{۱}{۲}} = ۲۰$

۹ ۱ ۲ ۳ **۴** برای حل این تست بهترین روش رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان می‌باشد.

$S_۱ = \underset{(۰-۱۰)}{\Delta v} = v_{۱۰} - v_۰ \Rightarrow ۴۰ = v_{۱۰} - ۵ \Rightarrow v_{۱۰} = ۴۵$

$S_۲ = \underset{(۱۰-۱۲)}{\Delta v} = v_{۱۲} - v_{۱۰} \Rightarrow -۴ = v_{۱۲} - ۴۵ \Rightarrow v_{۱۲} = ۴۱$



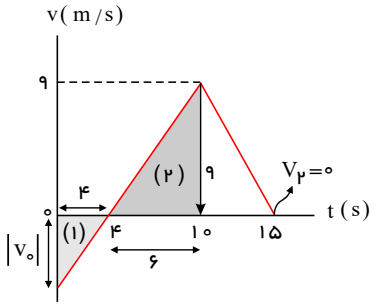


$\Delta x = S'_۱ + S'_۲ = \frac{(۵ + ۴۵) \times ۱۰}{۲} + \frac{(۴۵ + ۴۱) \times ۲}{۲} = ۳۳۶m$

$\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۳۳۶}{۱۲} = ۲۸\frac{m}{s}$

۱۰ ۱ ۲ ۳ ۴

برای محاسبه‌ی شتاب متوسط از روی نمودار سرعت - زمان، از رابطه‌ی $a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$ استفاده می‌کنیم. به همین منظور کافی است تا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت در لحظه‌ی $t=۰$ را به‌دست آوریم:



تشابه مثلث‌های (۱) و (۲): $\frac{۴}{۱۰-۴}=\frac{|v_۰|}{۹}\Rightarrow |v_۰|=۶\frac{m}{s}$

همان‌طور که از روی نمودار مشخص است، $v_۰$ عددی منفی است و می‌توان نوشت:

$$a_{av}=\frac{۰-(-۶)}{۱۵-۰}=۰/۴\frac{m}{s^۲}\Rightarrow\begin{cases}t_۱=۰\Rightarrow v_۰=-۶\frac{m}{s}\\ t_۲=۱۵s\Rightarrow v_۲=۰\end{cases}$$

۱۱ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا متحرک A به دلیل سرعت کمتر از متحرک B عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t=۱۱s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases}\Delta x_A=\frac{۲+۱۲}{۲}\times ۵+۱۲\times(۱۱-۵)=۳۵+۷۲=۱۰۷m\\ \Delta x_B=۱۰\times ۱۱=۱۱۰m\end{cases}$$

در لحظهٔ $t=۱۱s$ متحرک A هنوز به متحرک B نرسیده است و $۳m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت $t_۰$ بعد از لحظهٔ $t=۱۱s$، متحرک A به B برسد.

$$a_B=\frac{۰-۱۰}{۱۶-۱۱}=-۲\ \frac{m}{s^۲}$$

$$\begin{cases}\Delta x_B=\frac{۱}{۲}a_Bt_۰^۲+v_{۰B}t=-t_۰^۲+۱۰t_۰\\ \Delta x_A=v_At_۰=۱۲t_۰\end{cases}$$

$$\Delta x_A=\Delta x_B+۳\Rightarrow ۱۲t_۰=(-t_۰^۲+۱۰t_۰)+۳$$

$$\Rightarrow t_۰^۲+۲t_۰-۳=۰\Rightarrow t_۰=۱s$$

بنابراین A در لحظه $t'=t_۰+۱۱s=۱۲s$، یعنی در لحظهٔ $t'=۱۲s$ به B می‌رسد.

۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ $t=۰$ برابر صفر است، پس $v_۰=۰$ است.

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow ۱۰=\frac{۱}{۲}a(۶)^۲+۰-۸\Rightarrow a=۱$$

$$x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t+x_۰\Rightarrow ۰=\frac{۱}{۲}\times t^۲-۸\Rightarrow t^۲=۱۶\Rightarrow t=۴$$

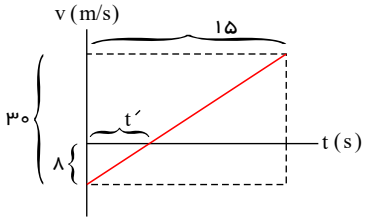
لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

$$v=at+v_۰\Rightarrow v=۱\times ۴+۰=۴\frac{m}{s}$$

۱۳ ۱ ۲ ۳ ۴

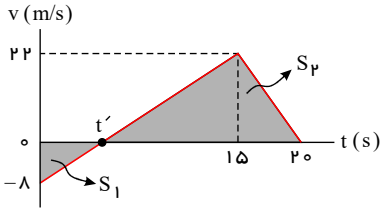
در ابتدا لحظه تلاقی نمودار با محور زمان (t') که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

توجه: برای یافتن t' چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد.)



$$\frac{t'}{۱۵}=\frac{۸}{۳۰}\rightarrow \boxed{t'=۴s}$$

قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.



$$\frac{t'}{۸}=\frac{۱۵-t'}{۲۲}\Rightarrow t'=۴s$$

$$\left.\begin{aligned}|S_۱|&=\frac{۸\times ۴}{۲}=۱۶\\ S_۲&=\frac{۲۲\times(۲۰-۴)}{۲}=۱۷۶\end{aligned}\right\}\xrightarrow{\text{مسافت کل}}۱۶+۱۷۶=۱۹۲m$$

۱۴ ۱ ۲ ۳ ۴

روش اول: سرعت اولیهٔ متحرک را $v_۰$ در نظر می‌گیریم.

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow \Delta x_۱=\frac{۱}{۲}(۲)(۲)^۲+v_۰\times ۲=۴+۲v_۰$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow v = ۲ \times ۲ + v_{\circ} = ۴ + v_{\circ}$$

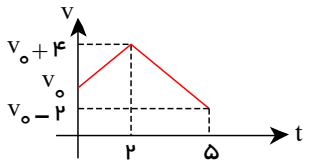
$$\Delta x_{۲} = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t = \frac{۱}{۲} \times (-۲)(۳)^{۲} + (۴ + v_{\circ}) \times ۳ \Rightarrow \Delta x_{۲} = -۹ + ۱۲ + ۳v_{\circ} = ۳ + ۳v_{\circ}$$

$$\Delta x_{۱} + \Delta x_{۲} = ۴ + ۲v_{\circ} + ۳ + ۳v_{\circ} = ۷ + ۵v_{\circ}$$

$$V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{۷ + ۵v_{\circ}}{۵} \Rightarrow ۵v_{\circ} + ۷ = ۳۲ \Rightarrow ۵v_{\circ} = ۲۵ \Rightarrow v_{\circ} = ۵m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v - t$ از روی نمودار $a - t$:

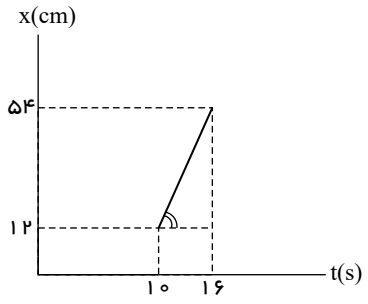
سطح زیر نمودار $v - t$ معرف جابه‌جایی می‌باشد:



$$V_{av} = \frac{S}{\Delta t} \Rightarrow ۶/۴ = \frac{\frac{(v_{\circ} + v_{\circ} + ۴) \times ۲}{۲} + \frac{(v_{\circ} + ۴ + v_{\circ} - ۲) \times ۳}{۲}}{۵}$$

$$\Rightarrow v_{\circ} = ۵m/s$$

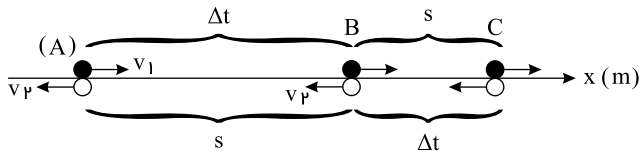
۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ شیب نمودار مکان - زمان سرعت متحرک است، بنابراین بیشینه سرعت برابر بیشترین شیب‌خط مماس بر نمودار است که با توجه به نمودار بیشترین شیب نمودار شیب خط راست بین $t_{۱} = ۱۰(s)$ تا $t_{۲} = ۱۶(s)$ است، بنابراین داریم:

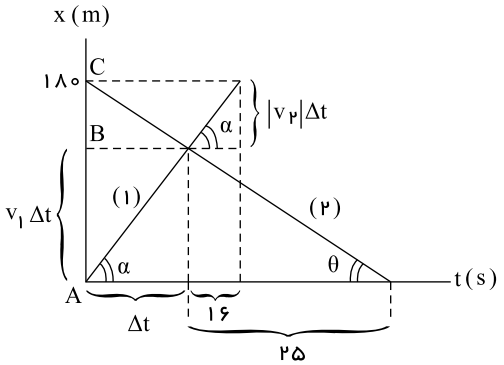


شیب بیشینه $= v_{\max} = \frac{\text{ضلع مقابل}}{\text{ضلع مجاور}} = \frac{۵۴ - ۱۲}{۱۶ - ۱۰} = \frac{۴۲}{۶} = ۷\frac{m}{s}$

۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴ این تست سالیان بسیار قبل در کنکور (البته با محاسبات ساده‌تر) مطرح شده بود و تست بسیار جالبی است. می‌خواهیم یک روش خلّاقانه ارائه کنیم!

کافی است امتداد مسیر را منطبق بر محور x گرفته و نمودار $x - t$ دو متحرک را در یک دستگاه رسم کنیم. شیب خط مماس بر نمودار $(x - t)$ برابر سرعت (لحظه‌ای) در آن لحظه است.





۲ نکته:

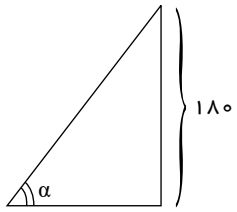
$$\begin{cases} \Delta x_{۲} = v_{۲}\Delta t & v_{۱} > ۰ \text{ و } v_{۲} < ۰ \text{ دقت داریم که } (۱) \\ \Delta x_{۱} = v_{۱}\Delta t & \text{جابه‌جایی در مدت زمان } \Delta t \text{ برابر دو متحرک } (۲) \end{cases}$$

(۱) سرعت متحرک $v_{۱}$ = شیب خط ۱ $= \frac{|v_{۲}|\Delta t}{۱۶}$ $(*)$

(۲) سرعت متحرک $v_{۲}$ = شیب خط ۲ $= \frac{v_{۱}\Delta t}{۲۵}$ $(**)$

$$(*)\text{ و }(**) \Rightarrow \frac{(\frac{\cancel{v_1}\Delta t}{25})(\Delta t)}{16} = \cancel{v_1} \Rightarrow \frac{\Delta t^2}{25\times 16} = 1 \xrightarrow{\text{جذر}} \frac{\Delta t}{5\times 4} = 1$$

$$\Delta t = 20s \Rightarrow v_1 = 1 \text{ شیب خط} = \frac{180}{\Delta t} = \frac{180}{36} = 5\frac{m}{s} \Rightarrow v_1 = 5\frac{m}{s}$$



$16+\Delta t = 16+20 = 36$

۱۷ ۱ ۲ **۳** ۴ سرعت متحرک در لحظهٔ صفر را v_0 فرض می‌کنیم و سرعت متحرک در لحظه‌های $t = 4s$ و $t = 10s$ را به‌دست می‌آوریم. با توجه به نمودار شتاب - زمان متحرک داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \begin{cases} v_4 = 4\times 4 + v_0 = 16 + v_0 \\ v_{10} = -4\times 6 + v_4 = -24 + 16 + v_0 = -8 + v_0 \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_2 + v_1}{2} \times \Delta t$$

$$\Rightarrow \Delta x = \Delta x_1 + \Delta x_2 = \frac{16 + v_0 + v_0}{2} \times 4 + \frac{-8 + v_0 + 16 + v_0}{2} \times 6 = 56 + 10v_0$$

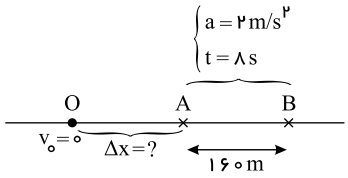
$$\Rightarrow 156 = 56 + 10v_0 \Rightarrow 100 = 10v_0 \Rightarrow v_0 = 10\frac{m}{s}$$

۱۸ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر نیروی افقی به تدریج کاهش یابد تا لحظه ای که شتاب جسم صفر شود، شتاب مثبت و سرعت متحرک در حال افزایش است. تا زمانی که شتاب مثبت است، سرعت جسم کاهش نمی‌یابد. در حالت حدی اگر $a = 0$ شود، سرعت ثابت می‌ماند. اندازه ی نیروی افقی در لحظه ای که شتاب متحرک صفر می شود برابر است با:

$$F' - \mu_k mg = m\times 0 \Rightarrow F' - \frac{1}{4}\times 4\times 10 = 0 \Rightarrow F' = 10N$$

$$\Delta F = \text{حداکثر کاهش نیرو} = 40 - 10 = 30N$$

۱۹ ۱ **۲** ۳ ۴ در ابتدا با توجه به معلوم بودن زمان جابه‌جایی، شتاب و مقدار جابه‌جایی AB، سرعت در نقطه A را می‌یابیم



$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_A t \to 160 = (\frac{1}{2})(2)(8)^2 + V_A(8) \to v_A = 12(\frac{m}{s})$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (مستقل از زمان) بین دو نقطهٔ o و A داریم:

$$V_A^2 - V_0^2 = 2a(\Delta x) \xrightarrow{V_0 = 0} (12)^2 - 0 = (2)(2)\Delta x \to \Delta x_{OA} = 36m$$

۲۰ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا باید ببینیم جسم حرکت می‌کند یا خیر. هر چند با نگاه به هر ۴ گزینه می‌توان فهمید که جسم متحرک بوده است:

$$\begin{cases} (f_s)_{max} = \mu_s N = \frac{6}{10}\times 20 = 12N \\ F = 40N > 12N \Rightarrow \text{جسم حرکت می‌کند} \end{cases}$$

قانون دوم نیوتون : $F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow 40 - 0{,}5\times 20 = 2a \Rightarrow a = 15m/s^2$

۵ ثانیهٔ بعد : $F_{net} = ma \Rightarrow F' - f_k = ma' \Rightarrow 10 - 0{,}5\times 20 = 2a \Rightarrow a = 0$

پس حرکت جسم با سرعت ثابت ادامه می‌یابد.

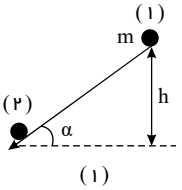
۲۱ ۱ **۲** ۳ ۴ یک گلوله به جرم m را که از ارتفاع h رها شده در نظر می‌گیریم.

نیروی مقاومت هوا و نیروی اصطکاک ناچیز است:

$$E_2 = E_1 \to U_2 + K_2 = U_1 + K_1$$

مبنای پتانسیل گرانشی را سطح افقی زمین در نظر می‌گیریم:

$$K_2 = U_1 \to K_2 = mgh \to K_2 \propto m, h$$



هر سه گلوله h یکسان ولی m متفاوت دارند پس انرژی جنبشی آنها با هم متفاوت است.

در مورد سرعت:

$$K=\frac{۱}{۲}\cancel{m}v^۲=\cancel{m}gh\rightarrow v=\sqrt{۲gh}\rightarrow v\propto\sqrt{h}$$

چون h یکسان است بنابراین v نیز یکسان است.

از نظر تکانه:

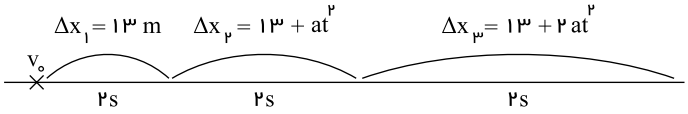
$$p=mv=m\sqrt{۲gh}\xrightarrow[m_۳=m_۱<m_۲]{h_۳=h_۲=h_۱}p_۲>p_۱=p_۳$$

فقط گلوله‌های رسم شده در شکل‌های (۱) و (۳)، دارای تکانهٔ یکسان هنگام رسیدن به سطح زمین هستند.

۲۲ ۴ ۳ ۲ **۱**

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^۲$ می‌دهند. به عبارتی داریم:



$$\Delta x_۳=۱۳+۲at^۲\xrightarrow[t=۲s]{\Delta x_۳=۲۵m}۲۵=۱۳+۸a\rightarrow a=۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$

$$t=۲s\Rightarrow\ \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول})=۲a+۲v_۰=۱۳\Rightarrow a+v_۰=۶/۵(I)$$

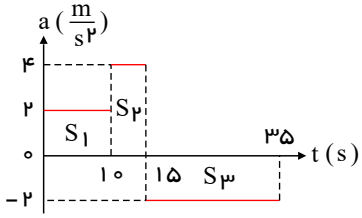
$$\begin{cases}t=۴s\Rightarrow\ \Delta x_۴=۸a+۴v_۰\\ t=۶s\Rightarrow\ \Delta x_۶=۱۸a+۶v_۰\end{cases}$$

$$\Rightarrow\ \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم})=\Delta x_۶-\Delta x_۴=۱۰a+۲v_۰=۲۵\Rightarrow ۵a+v_۰=۱۲/۵(II)$$

$$I,II\Rightarrow ۴a=۱۲/۵-۶/۵\Rightarrow a=۱/۵\ \frac{m}{s^۲}$$

۲۳ ۴ **۳** ۲ ۱ با رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت - زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم.

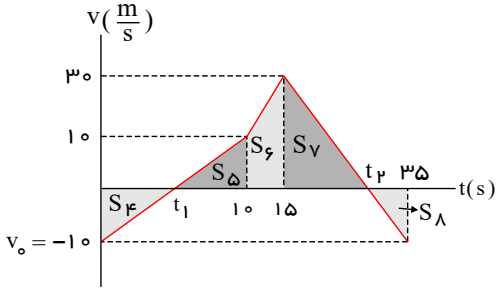
سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.



$$S_۱=v_{۱۰}-v_۰\Rightarrow ۲۰=v_{۱۰}-(-۱۰)\Rightarrow v_{۱۰}=۱۰\frac{m}{s}$$

$$S_۲=v_{۱۵}-v_{۱۰}\Rightarrow ۲۰=v_{۱۵}-۱۰\Rightarrow v_{۱۵}=۳۰\frac{m}{s}$$

$$S_۳=v_{۳۵}-v_{۱۵}\Rightarrow -۴۰=v_{۳۵}-۳۰\Rightarrow v_{۳۵}=-۱۰\frac{m}{s}$$



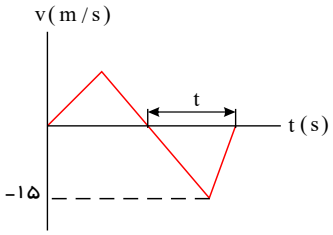
$$\frac{۳۰}{t_۲-۱۵}=\frac{۱۰}{۳۵-t_۲}\Rightarrow t_۲=۳۰s$$

در لحظهٔ $t_۲=۳۰s$ متحرک در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

$$d_{max}=-\cancel{S_۴}+\cancel{S_۵}+S_۶+S_۷=\frac{۱۰+۳۰}{۲}\times(۱۵-۱۰)+\frac{۳۰\times(۳۰-۱۵)}{۲}=۳۲۵m$$

۲۴ ۴ ۳ **۲** ۱ با توجه به نمودار اگر به اندازهٔ t ثانیه جسم در خلاف جهت محور x حرکت کند، داریم:

$$|\Delta x| = S = \frac{۱۵ \times t}{۲} \Rightarrow |v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\frac{۱۵ \times t}{۲}}{t} = ۷/۵ \frac{m}{s}$$

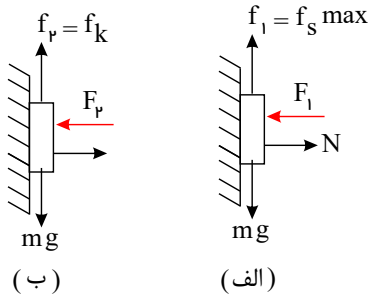


۲۵ ۱ ۲ **۳** ۴ چون در هر دو حالت شتاب صفر است پس برایند نیروهای وارد بر جسم نیز صفر خواهد بود. در این صورت نیروی اصطکاک با نیروی وزن جسم برابر است.

حذف گزینه ۱ و ۲ در همان ابتدا و داریم:

$$F_{net} = ۰ \rightarrow mg - f = ۰ \rightarrow f = mg \xrightarrow{\text{الف و ب}} f_۱ = f_۲ = mg$$

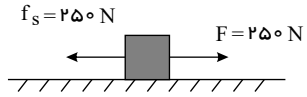
$$\begin{cases} f_۱ = f_{s_{max}} = mg \rightarrow \mu_s F_N = mg \xrightarrow{F_N = F_۱} \mu_s F_۱ = mg \rightarrow F_۱ = \dfrac{mg}{\mu_s} \\ f_۲ = f_k = mg \rightarrow \mu_k F_N = mg \xrightarrow{F_N = F_۲} \mu_k F_۲ = mg \rightarrow F_۲ = \dfrac{mg}{\mu_k} \\ \rightarrow \dfrac{F_۱}{F_۲} = \dfrac{\mu_k}{\mu_s} \xrightarrow{\mu_s > \mu_k} F_۱ < F_۲ \end{cases}$$



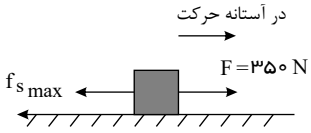
بنابراین $f_۱ = f_۲,\ F_۱ < F_۲$

۲۶ **۱** ۲ ۳ ۴

ابتدا که جسم ساکن است:نیروی وارد بر جسم متوازن‌اند، بنابراین، نیروی اصطحکاک ایستایی هم‌اندازه با نیروی F است



در حالت دوم، نیز این نیروها هم اندازه‌اند و داریم:



$$f_s = F = ۲۵۰N$$

$$(f_s)_{max} = \mu_s F_N = \mu_s mg \rightarrow \mu_s = \frac{(f_s)_{max}}{mg} = \frac{۳۵۰}{۵۰۰} \rightarrow \mu_s = ۰/۷$$

۲۷ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر برآیند چند نیرو صفر شود، در صورتی که یکی از نیروها حذف شود، بزرگی برآیند نیروهای باقی‌مانده به همان اندازهٔ بزرگیِ نیروی حذف شده است.

$$\vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۳ + \vec{F}_۴ = ۰ \Rightarrow \vec{F}_۱ + \vec{F}_۲ + \vec{F}_۴ = -\vec{F}_۳$$

پس اگر $\vec{F}_۳$ حذف شود اندازهٔ برآیند بقیهٔ نیروها برابر با اندازهٔ نیروی $F_۳$ است پس:

$$F_۳ = ma \Rightarrow ۱۵ = ۲a \Rightarrow a = ۷/۵ \frac{m}{s} \Rightarrow \Delta v = a\Delta t = ۱۵ \frac{m}{s}$$

۲۸ ۱ **۲** ۳ ۴ از لحظهٔ $t = ۰$ تا لحظهٔ $t = ۶$ نمودار v-t خطی راست با شیب ثابت است، پس در این حالت، شتاب متحرک در هر لحظه با شتاب متوسط متحرک در هر بازه‌ای بین $t = ۰$ و $t = ۶s$ یکسان و برابر شیب خط است یعنی:

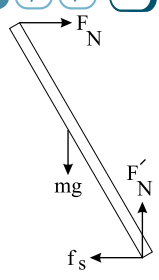
$$a_{av_{(۳-۶)}} = a_{av_{(۰-۴)}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۱۲}{۴ - ۰} = -۳ \Rightarrow |a_{av}| = ۳ \frac{m}{s^۲}$$

۲۹ ۱ **۲** ۳ ۴ نیروهای وزن و عمودی تکیه‌گاه سطح افقی متوازن هستند. از طرفی نیروهای اصطکاک و عمودی تکیه‌گاه دیوار قائم نیز متوازن هستند.

تعادل افقی : $f_s = F_N = ۳۰۰N$

تعادل قائم : $F'_N = mg = ۴۰ \times ۱۰ = ۴۰۰N$

نیروی وارده از طرف سطح افقی به نردبان : $R = \sqrt{f_s^۲ + F_N'^۲} = ۵۰۰N$



۳۰ ۱ ۲ **۳** ۴ اگر باسکول وزن شخص را بیشتر از حالت سکون نشان دهد، جهت شتاب آسانسور روبه بالا است، بنابراین داریم:

حرکت تُندشونده رو به بالا : $N = m(g+a)$

حرکت کُندشونده رو به پایین : $N = m(g+a)$

۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴ طبق قانون سوم نیوتون، نیروی وارده از طرف جسم به کف آسانسور با نیروی وارده از طرف کف آسانسور به جسم، هم اندازه (شتاب و سرعت (جهت حرکت) هم‌سو هستند) حرکت تندشونده است:

$$\begin{matrix} \text{رو به بالا} & N = m(g+a) \\ \text{رو به پایین} & N' = m(g-a) \end{matrix} \Rightarrow N - N' = ۲ma = ۲ \times ۵ \times ۲ = ۲۰N$$

۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ نکته: سطح زیر نمودار $a-t$ برابر Δv می‌باشد.

با توجه به نمودار ارائه شده در متن سؤال، مشخص است که شتاب متحرک در بازه‌ی زمانی نشان داده شده همواره مثبت است. برای به‌دست آوردن علامت سرعت سطح زیر منحنی را در فاصله ی زمانی نشان داده شده به‌دست می‌آوریم.

$$S_{(۰-۵)} = \Delta v = \frac{۴ \times ۵}{۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

$$\Delta v = ۱۰ \Rightarrow v_۵ - v_۰ = ۱۰ \Rightarrow v_۵ - (-۶) = ۱۰ \Rightarrow v_۵ = ۴\frac{m}{s}$$

اکنون با بررسی علامت سرعت و شتاب در این بازه‌ی زمانی داریم:

لحظه‌ی شروع بازه زمانی $\begin{cases} a_۰ = ۴ > ۰ \\ v_۰ = -۶ < ۰ \end{cases} \rightarrow a \cdot v < ۰$ کندشونده

لحظه‌ی پایان بازه زمانی $(t=۵)$ $\begin{cases} a > ۰ \\ v_۵ = ۴ \end{cases} \rightarrow a \cdot v > ۰$ تندشونده

۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴ جهت مثبت را برای هر متحرک به‌طور جداگانه همان جهت حرکت خودش فرض می‌کنیم.

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}a_۱t^۲ + v_{۰۱}t = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۱۰t = t^۲ + ۱۰t$$

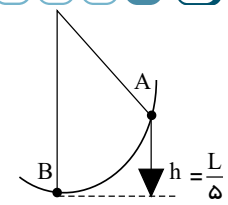
$$\Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}a_۲t^۲ + v_{۰۲}t = \frac{۱}{۲} \times ۴t^۲ + ۲۰t = ۲t^۲ + ۲۰t$$

$$|\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۱۱۲۵ \Rightarrow ۳t^۲ + ۳۰t = ۱۱۲۵$$

$$\Rightarrow t^۲ + ۱۰t - ۳۷۵ = ۰ \Rightarrow t = \frac{-۵ \pm \sqrt{۲۵ + ۳۷۵}}{۱}$$

$$\Rightarrow t_۱ = ۱۵s\,,\ t_۲ = -۲۵s \Rightarrow t = ۱۵s$$

۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به قضیه کار و انرژی، می دانیم انرژی پتانسیل در نقطه A با انرژی جنبشی در نقطه B برابر است، بنابراین:



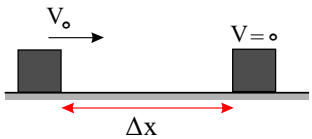
$$E_A = E_B \rightarrow mgh = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow v^۲ = ۲gh = ۲g \times \frac{L}{۵} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{۲gL}{۵}}$$

$$\vec{p} = m\vec{v} \Rightarrow p = m \times \sqrt{\frac{۲gL}{۵}} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{۲gLM^۲}{۵}}$$

راه دوم: چون $K = \frac{p^۲}{۲m}$ است . بنابراین:

$$E_۱ = E_۲ \Rightarrow U = K \Rightarrow mg\frac{L}{۵} = \frac{p^۲}{۲M} \Rightarrow p = \sqrt{\frac{۲M^۲gL}{۵}}$$

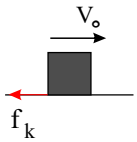
۳۵ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به اینکه پس از پرتاب تنها نیروی مؤثر بر جسم‌ها در راستای افقی، نیروی اصطکاک است، پس حرکت جسم‌ها کند شونده بوده و پس از طی مسافت Δx متوقف می‌شوند.



$$F_{net} = ma \rightarrow -f_k = ma \rightarrow -\mu_k mg = ma \rightarrow a = -\mu_k g$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x_{\text{توقف}} \xrightarrow{v=۰} \Delta x_{\text{توقف}} = \frac{-v_۰^۲}{۲a} = \frac{v_۰^۲}{۲\mu_k g}$$

$$\frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{v_{۰A}^۲}{v_{۰B}^۲} \times \frac{\mu_{k_B}}{\mu_{k_A}} \xrightarrow[\mu_{kA}=۲\mu_{kB}]{v_{۰A}=v_{۰B}} \frac{\Delta x_A}{\Delta x_B} = \frac{۱}{۲}$$



توجه داشته باشید که جرم وزنه‌ها در مسافت توقف آنها تأثیری ندارد.

۳۶ ۱ ۲ ۳ ۴

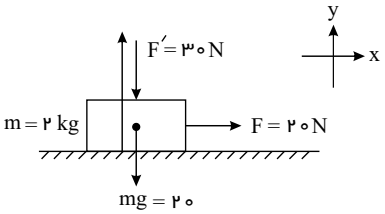
$$\Delta p = F_{net} \times \Delta t$$

در مورد حرکت جسم مطلبی بیان نشده است. بنابراین ابتدا بررسی می‌کنیم جسم حرکت می‌کند یا خیر! در صورت حرکت داشتن F_{net} را محاسبه کرده و ...

$\rightarrow (F_{net})_y = ma_y = ۰ \rightarrow F_N = F' + mg = ۵۰N$

$\rightarrow (f_s)_{max} = \mu_s F_N = ۰/۵ \times ۵۰N = ۲۵N$

$F = ۲۰N < ۲۵N \Rightarrow$ بنابراین جسم ساکن بوده

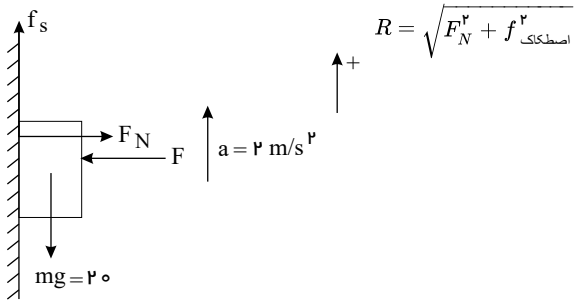


درنتیجه:

$\vec{v} = ۰ \rightarrow \vec{v_۲} = \vec{v_۱} = ۰ \rightarrow \vec{\Delta p} = m\vec{\Delta v} = ۰$

۳۷ ۱ ۲ ۳ **۴** دقت کنید که در اینجا، نیرویی که کتاب به دیوار آسانسور وارد می‌کند، هم اندازه با نیرویی است که از طرف سطح دیوارهٔ آسانسور به کتاب وارد می‌شود، یعنی

حالت اول:



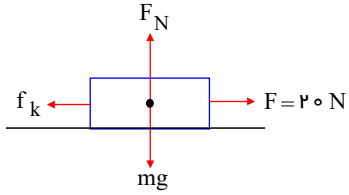
نسبت به ناظر ساکن، در بیرون آسانسور داریم:

کتاب در امتداد افق ساکن است $\Rightarrow F_N = F = ۳۲N$

(کتاب در امتداد قائم حرکت دارد) $\Rightarrow f_s - mg = ma \Rightarrow f_s - ۲۰ = ۲ \times ۲ \Rightarrow f_s = ۲۴N$

$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{۳۲^۲ + ۲۴^۲} = \sqrt{۴^۲ \times ۸^۲ + ۳^۲ \times ۸^۲} = ۸\sqrt{۲۵} = ۴۰N$

۳۸ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدابا توجه به شکل روبه‌رو شتاب حرکت را به‌دست می‌آوریم:



$F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F_N = ma_۱$

$\Rightarrow F - \mu_k mg = ma_۱ \Rightarrow ۲۰ - ۰/۳ \times ۴ \times ۱۰ = ۴ \times a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۲\frac{m}{s^۲}$

سپس سرعت جسم در لحظهٔ قطع نیروی F یعنی $t = ۳s$ را محاسبه می‌کنیم.

$v_۱ = a_۱ t + v_۰ \Rightarrow v_۱ = ۲ \times ۳ + ۰ = ۶\frac{m}{s}$

درنتیجه جابه‌جایی جسم بعد از $۳s$ برابر است با:

$\Delta x_۱ = \frac{v_۰ + v_۱}{۲} \cdot \Delta t \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{۰ + ۶}{۲} \times ۳ = ۹m$

اگر در این لحظه $(t = ۳s)$ نیروی F قطع شود، جسم در اثر نیروی اصطکاک جنبشی بعد از مدتی متوقف می‌شود که می‌توان نوشت:

$F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - f_k = ma_۲ \Rightarrow -\mu_k mg = ma_۲ \Rightarrow a_۲ = -۰/۳ \times ۱۰ = -۳\frac{m}{s^۲}$

بنابراین جابه‌جایی جسم از لحظهٔ $t = ۳s$ تا توقف کامل برابر است با:

$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a_۲ \Delta x_۲ \Rightarrow ۰ - (۶)^۲ = ۲(-۳) \times \Delta x_۲ \Rightarrow \Delta x_۲ = ۶m$

درنتیجه کل جابه‌جایی جسم از شروع حرکت تا توقف کامل برابر است با:

کل $\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۹ + ۶ = ۱۵m$

۳۹ **۱** ۲ ۳ ۴ معادلهٔ مکان - زمان درجهٔ ۲ برحسب زمان است. بنابراین حرکت با شتاب ثابت بر خط راست است. (مشابه کتاب درسی از مشتق کمک نمی‌گیریم.)

$\begin{cases} x = ۲t^۲ + ۴t - ۸ \\ x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \frac{a}{۲} = ۲ \rightarrow a = +۴ \\ v_۰ = +۴ \end{cases} \rightarrow v = at + v_۰ = ۴t + ۴$

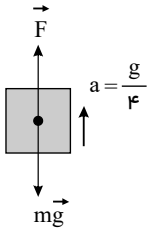
مشخص است که $v \neq ۰$ یعنی متحرک بر خط راست، بدون تغییر جهت است.

بنابراین: $\frac{L}{|\Delta x|} = ۱$

۴۰ ۱ **۲** ۳ ۴ قبل از هر چیزی می‌دانیم که انرژی پتانسیل جسم در ارتفاع h نسبت به زمین به صورت $U = mgh$ محاسبه می‌شود. در اینجا به جسم دو نیرو، یکی نیروی شخص $(\vec{F})$ به طرف بالا در جهت حرکت جسم و دیگری وزن جسم $(m\vec{g})$ در خلاف جهت حرکت به آن وارد می‌شود. ابتدا به کمک قانون دوم نیوتون به محاسبهٔ اندازهٔ این نیرو $(\vec{F})$ بر حسب وزن جسم می‌پردازیم:

$$F_{net} = m\vec{a}$$

$$F - mg = ma \xrightarrow{a=\frac{g}{۴}} F = mg + \frac{mg}{۴} = \frac{۵}{۴}mg$$



کار این نیرو در جهت جابه‌جایی جسم به اندازهٔ h برابر است با:

$$W_F = (F\cos\theta)d \xrightarrow[F=\frac{۵}{۴}mg]{d=h\ ,\ \theta=۰^\circ} W_F = \frac{۵}{۴}mgh \xrightarrow{U=mgh} W_F = \frac{۵}{۴}U$$

۴۱ ۱ ۲ **۳** ۴

با توجه به مفهوم ضربه (نیرو) و تغییرات سرعت داریم:

$$|\vec{F}|\cdot\Delta t = m|\Delta\vec{v}| \Rightarrow ۳\times۴ = ۲(v-۵) \Rightarrow v-۵ = ۶ \Rightarrow v = ۱۱\frac{m}{s}$$

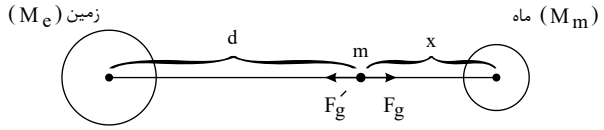
$$|\vec{p_۲}| = m|\vec{v}| \Rightarrow |\vec{P_۲}| = ۲\times۱۱ = ۲۲\frac{kg\cdot m}{s}$$

۴۲ **۱** **۲** ۳ ۴ در لحظهٔ سبقت، مکان دو متحرک یکسان و برابر ۷۵ متر است، پس معادلهٔ حرکت هریک را می‌نویسیم و با هم مساوی قرار می‌دهیم

$$\begin{cases} A:\ v_A = a_A t_t + v_{۰A} = ۱/۵t\ ,\ x_A = \frac{۱}{۲}\times ۱/۵t^۲ = ۰/۷۵t^۲ \\ B:\ v_B = a_B t_t + v_{۰B} = a_B t\ ,\ x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ - ۷۵ \end{cases}$$

$$x_A = x_B = ۷۵ \begin{cases} x_A = ۰/۷۵t^۲ = ۷۵ \rightarrow \boxed{t = ۱۰s} \\ x_B = \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۰^۲ - ۷۵ = ۷۵ \rightarrow a_B = ۳\,m/s^۲ \end{cases} \text{ در لحظهٔ سبقت } : \rightarrow \frac{v_B}{v_A} = \frac{۳\times۱۰}{۱/۵\times۱۰} = ۲$$

۴۳ **۱** ۲ ۳ ۴ ابتدا یک طرح ساده از وضعیت قرارگیری نقطهٔ مورد نظر رسم می‌کنیم.بدیهی است که این نقطه بین زمین و ماه و نزدیکتر به ماه است (چرا؟)



نیروی وارده از طرف ماه به جسم را با F_g و نیروی وارده از طرف کرهٔ زمین به جسم را با F'_g نشان می‌دهیم:

$$F'_g = F_g \rightarrow \frac{GM_e m}{d^۲} = \frac{GM_m m}{x^۲} \rightarrow \frac{۸۱}{d^۲} = \frac{۱}{x^۲} \rightarrow \frac{d}{x} = ۹$$

۴۴ **۱** **۲** **۳** ۴ روش‌های متفاوتی وجود دارد. می‌توان از رسم نمودار $(v-t)$ و یافتن مساحت سطح زیر نمودار $(v-t)$ استفاده نمود.

یک روش، مشخص نمودن سرعت در ابتدا و انتهای بازه‌های زمانی داده‌شده و یافتن جابه‌جایی‌های انجام شده در بازه است:

$$(\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۱۰s) \Rightarrow \begin{cases} v_{(۱۰)} = at + v_۰ = (-۲)(۱۰) + ۳۰ = ۱۰\,m/s \\ v_{(۰)} = ۳۰\,m/s \end{cases}$$

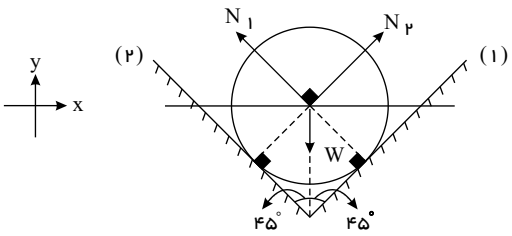
$$(\text{در بازهٔ زمانی } ۱۰s \text{ تا } ۱۵s) \Rightarrow \Delta x_۱ = v\Delta t = v_{(۱۰)}\Delta t = ۱۰\times۵ = ۵۰m$$

$$(\text{در بازهٔ زمانی } ۱۵s \text{ تا } ۳۰s) \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_۲ = (\frac{۱۰+۴۰}{۲})(۱۵) = ۲۵\times۱۵ = ۳۷۵ \\ v_{(۱۵)} = v_{(۱۰)} = ۱۰\,m/s \\ v_{(۳۰)} = v_{(۱۵)} + ۲\times۱۵ = ۱۰+۳۰ = ۴۰\,m/s \end{cases}$$

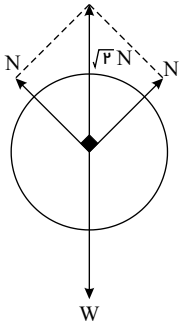
$$\text{کل } \Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۵۰ + ۳۷۵ = ۴۲۵ \rightarrow v_{av} = \frac{۴۲۵}{۲۰} = ۲۱/۲۵$$

۴۵ ۱ ۲ **۳** ۴

از متن تست مشخص می‌شود که به دلیل تقارن موجود در شکل نیرویی که دیواره‌ها به جسم وارد می‌کنند (یا بالعکس جسم به دیواره‌ها وارد می‌کند) با هم برابر است. (این موضوع با بررسی توازن نیروها در امتداد محور x به سادگی نتیجه می‌شود)



حال با برسی نیروها در راستای قائم داریم:



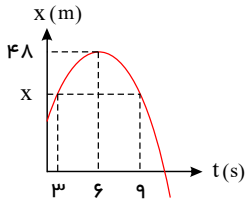
$$N_۱ = N_۲ = N$$

$$\sqrt{۲}N = W = mg = ۵۰ \rightarrow N = \frac{۵۰}{\sqrt{۲}} = \frac{۵۰\sqrt{۲}}{۲} = ۲۵\sqrt{۲}N$$

۴۶ ۱ ۲ ۳ **۴** هرگاه به کمک نمودارهای $(x-t)$، $(v-t)$ و $(a-t)$ در حرکت بر خط راست بخواهیم نحوهٔ تغییرات نیروی خالص وارده بر جسم یا علامت آن را مشخص کنیم باید شتاب جسم (a) تعیین تکلیف گردد. چون طبق رابطهٔ $\vec{F_{net}} = m\vec{a}$ (به‌طور کلّی) و در حرکت بر خط راست طبق رابطهٔ $F_{net} = \underbrace{m}_{\text{عدد}+}\, a$ همواره F_{net} و a باهم متناسب (و هم‌علامت!) هستند. بنابراین در این تست:

شیب خط مماس بر نمودار $(v-t)$ به ما شتاب لحظه‌ای را می‌دهد. با توجه به نمودار داده شده بزرگی شیب خط مماس بر نمودار ابتدا کاهش و سپس افزایش می‌یابد. پس همین اتفاق هم برای F_{net} می‌افتد. (در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$)

۴۷ **۱** ۲ ۳ ۴ منحنی به‌صورت سهمی است، بنابراین نسبت به رأس سهمی $(t = ۶s)$ تقارن دارد. پس مکان متحرک در لحظات $t = ۳$ و $t = ۹$ یکسان می‌باشند و جابه‌جایی متحرک در این بازه صفر است.



$$\Delta x_{(۳\rightarrow ۹)} = ۰$$

۴۸ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا (t) لحظه‌ای را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور x حرکت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$a_A = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۱۶}{۱۸} = \frac{-۲۴}{۱۸} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$v_A = a_A t + v_{۰A} \xrightarrow{v_t = ۰} ۰ = -\frac{۴}{۳}t + ۱۶ \rightarrow t = ۱۲s$$

اکنون جابه‌جایی متحرک B را در مدت $۱۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - (-۲۰)}{۱۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + v_{۰B}t \xrightarrow{t' = ۱۲s} \Delta x_B = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times ۱۲^۲) + (-۲۰ \times ۱۲) = ۴۸ - ۲۴۰ = -۱۹۲m$$

$$|\Delta x_B| = ۱۹۲m$$

۴۹ ۱ ۲ ۳ ۴

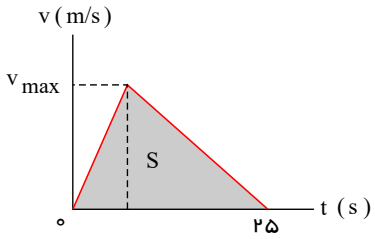
می‌دانیم که در این سوال که متحرک فقط در یک جهت حرکت کرده (همواره $v > ۰$) و نمودار $v-t$ آن به صورت یک مثلث است. سرعت متوسطش، نصف ارتفاع مثلث است. یعنی:

$$v_{av} = \frac{۱}{۲}v_{max} \xrightarrow{V_{av} = ۱۰\frac{m}{s}} ۱۰ = \frac{۱}{۲}v_{max} \rightarrow v_{max} = ۲۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{\text{قاعده} \times \text{ارتفاع}}{۲} = \Delta x = S_{\text{مثلث}}$$

$$\Delta x = ۱۰ \times ۲۵ = ۲۵۰$$

$$\frac{v \times ۲۵}{۲} = ۱۰ \times ۲۵ \Rightarrow v = ۲۰\ m/s$$

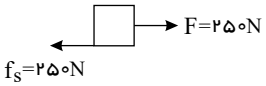


۵۰ ۱ ۲ ۳ **۴**

گام اول: ابتدا ببینیم جسم ساکن است یا خیر! برای این منظور، باید نیروی F محرک را با $(f_s)_{max}$ مقایسه کنیم.

$$\begin{cases} (f_s)_{max} = \mu_s F_N = \frac{۶}{۱۰} \times ۵۰۰ = ۳۰۰N \xrightarrow{F=۲۵۰N<(f_s)_{max}} (\text{جسم ساکن می‌ماند}) \\ F_N = W = mg = ۵۰۰ \end{cases}$$

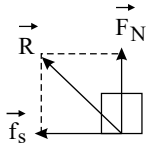
گام دوم: نیروی اصطکاک به دلیل ساکن ماندن جسم برابر خواهد بود:



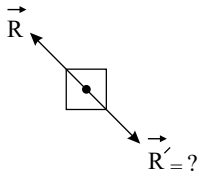
$$\Rightarrow f_s = ۲۵۰N \Rightarrow \vec{f_s} = -۲۵۰\vec{i}$$

گام سوم: نیرویی که سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌کند برابر است با:

$$\begin{cases} \vec{R} = \vec{F_N} + \vec{f_s} = -۲۵۰\vec{i} + ۵۰۰\vec{j} \\ F_N = mg = ۵۰۰N \Rightarrow \vec{F_N} = ۵۰۰\vec{j} \end{cases}$$



گام چهارم: امّا سؤال نیروی وارده از طرف جسم به سطح را خواسته است:



$$\Rightarrow \vec{R'} = -\vec{R} = ۲۵۰\vec{i} - ۵۰۰\vec{j}$$

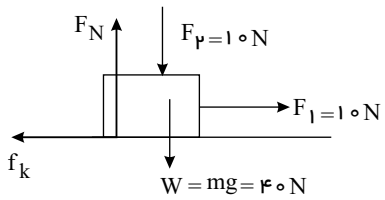
۵۱ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \rightarrow \frac{K_B}{K_A} = (\frac{p_B}{p_A})^۲(\frac{m_A}{m_B}) \rightarrow ۵ = (۱)(\frac{m_A}{m_B}) \rightarrow \frac{m_A}{m_B} = ۵$$

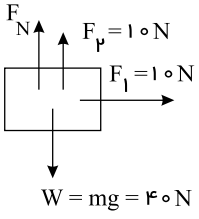
۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

قدم اول:

ابتدا حرکت جسم با سرعت ثابت است ($a = ۰$) بنابراین:



$$F_{net} = ma^{\nearrow} = ۰ \Rightarrow ۱۰ - f_k = ۰ \Rightarrow f_k = ۱۰N \text{ و } F_{N_۱} = ۴۰ + ۱۰ = ۵۰N$$



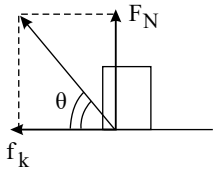
قدم دوم:

در امتداد y داریم:

$$F_{N_۲} + F_۲ = W \Rightarrow F_{N_۲} = ۳۰N$$

$$\frac{F_{N_۲}}{F_{N_۱}} = \frac{۳}{۵} \xrightarrow[\text{را در } \mu_k \text{ ضرب می‌کنیم}]{\text{صورت و مخرج}} \frac{f_{k_۲}}{f_{k_۱}} = \frac{۳}{۵} \Rightarrow f_{k_۲} = \frac{۳}{۵} f_{k_۱} \text{ و } F_{N_۲} = \frac{۳}{۵} F_{N_۱}$$

$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} \Rightarrow \frac{\tan\theta_2}{\tan\theta_1} = \frac{F_{N_2}}{F_{N_1}} \times \frac{f_{k_1}}{f_{k_2}} = \frac{3}{5} \times \frac{5}{3} = 1$$



روش دوم:

$$\tan\theta = \frac{F_N}{f_k} = \frac{F_N}{\mu_k F_N} = \frac{1}{\mu_k} = \text{ثابت}$$

$$\theta_2 = \theta_1 < 90^\circ$$

۵۳ ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول: ابتدا شتاب حرکت را با بررسی جابه‌جایی بین $t = 0$ و $t = 2$ به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t \Rightarrow 8 = \frac{1}{2} \times a \times 2^2 \Rightarrow a = 4\frac{m}{s^2}$$

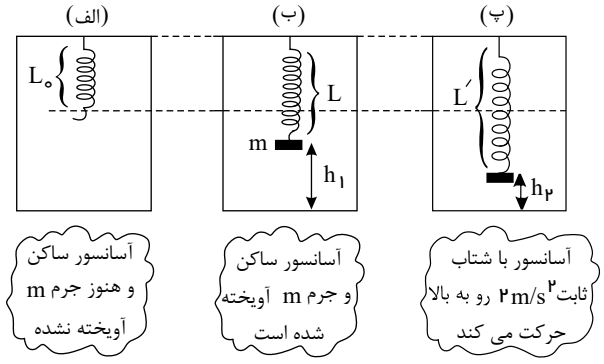
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 4t + 0 \xrightarrow{t=2} v = 8\frac{m}{s}$$

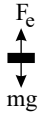
روش دوم:

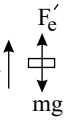
$$\Delta x = \frac{v_1 + v_2}{2} \times \Delta t \Rightarrow 8 = \frac{0 + v_2}{2} \times 2 \Rightarrow v_2 = 8\frac{m}{s}$$

۵۴ ۱ **۲** ۳ ۴ تغییر طول فنر از حالت تعادل (تفاضل طول فنر نسبت به طول حالت عادی‌اش) را با ΔL (کتاب درسی مقدار ΔL را با x نشان داده است.) نشان می‌دهیم. فرض کنید طول اولیهٔ فنر L_0، طول فنر قبل از حرکت آسانسور و پس از آویختن وزنه برابر L و بعد از حرکت آسانسور L' باشد. فاصلهٔ وزنه از کف آسانسور را ابتدا h_1 سپس h_2 می‌نامیم:

$$\begin{cases} m = 2kg \text{ و } L_0 = 40cm \\ h_1 = 140cm \text{ و } h_2 = 136cm \\ a = 2\frac{m}{s^2} \end{cases}$$



(ب) در شکل $\Rightarrow$  $\Rightarrow k(L - L_0) = mg \quad (1)$

(پ) در شکل $\Rightarrow$  $\Rightarrow F'_e - mg = ma \Rightarrow k(L' - L_0) = m(g + a) \quad (2)$

$$(2) - (1) \Rightarrow (kL' - kL_0) - (kL - kL_0) = mg + ma - mg \Rightarrow k(L' - L) = ma \xrightarrow[L' - L = h_1 - h_2 \text{ شکل (ب) و (پ) مشخص است که}]{\text{با کمی توجه به اشکال و مقایسه}} k(4cm) = 2 \times 2 = 4N$$

$$\Rightarrow k = 1\frac{N}{cm}$$

۵۵ ۱ **۲** ۳ ۴ می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. در اینجا با توجه به تقارن نمودار داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{-10 - 10}{3 - 1} = \frac{-20}{2} = -10\frac{m}{s^2}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\text{سطح زیر نمودار}}{\Delta t} = \frac{0}{\Delta t} = 0$$

سطح زیر نمودار در بازه‌ی ۱ تا ۳ ثانیه از دو قسمت با مساحت‌های مساوی تشکیل شده که یکی از آنها بالای محور افقی و مثبت است و دیگری در پایین محور افقی و منفی می‌باشد و بنابراین جمع

جبری مساحت‌های آنها برابر صفر می‌شود.

۵۶ ۱ ۲ **۳** ۴

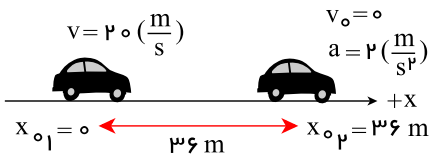
$x_۱ = vt + x_{۰۱} = ۲۰t$

$x_۲ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_{۰۲} = \frac{۱}{۲} \times ۲t^۲ + ۰ + ۳۶ = t^۲ + ۳۶$

$x_۲ = x_۱ \Rightarrow t^۲ + ۳۶ = ۲۰t \Rightarrow t^۲ - ۲۰t + ۳۶ = ۰$

$\Rightarrow (t-۲)(t-۱۸) = ۰$

$\Rightarrow t_۱ = ۲s\ ,\ t_۲ = ۱۸s \Rightarrow \quad \Delta t = ۱۶s$



۵۷ ۱ ۲ ۳ **۴** با استفاده از رابطهٔ $x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰$، شتاب و سرعت اولیه را محاسبه می‌کنیم:

$x = -۲t^۲ + ۱۲t - ۴۰ \rightarrow a = -۴\ ,\ v_۰ = ۱۲\frac{m}{s}$

برای محاسبه‌ی مسافت طی شده باید ابتدا لحظه‌ی توقف متحرک را به‌دست بیاوریم:

$v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \xrightarrow[\text{شرط توقف}]{v=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳(s)$

حال مکان متحرک را در لحظات ابتدا، انتها و لحظه‌ی توقف به‌دست می‌آوریم:

$\begin{cases} t_۱ = ۰ \rightarrow x_۱ = -۴۰\ (۱) \\ t_۲ = ۳ \rightarrow x_۲ = -۲۲\ (۲) \\ t_۳ = ۵ \rightarrow x_۳ = -۳۰\ (۳) \end{cases}$

$\begin{cases} \xrightarrow{(۱),(۲)} \Delta x_۱ = -۲۲ - (-۴۰) = ۱۸ \\ \xrightarrow{(۲),(۳)} \Delta x_۲ = -۳۰ - (-۲۲) = -۸ \end{cases} \Rightarrow d = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = ۲۶$

مسافت طی شده برابر مجموع اندازه‌ی جابه‌جایی‌های دو مرحلهٔ می‌باشد.

۵۸ ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا سرعت گلوله در لحظهٔ برخورد به زمین را به‌دست می‌آوریم:

$v^۲ - v_۰^۲ = -۲gh \xrightarrow[h=۴۵]{v_۰=۰} v^۲ = -۲ \times ۱۰ \times (-۴۵) \Rightarrow v = ۳۰\frac{m}{s}$

برای محاسبهٔ بزرگی نیروی متوسطی که به گلوله وارد می‌شود تا متوقف شود از رابطهٔ زیر استفاده می‌کنیم.

$F_{av} = m\bar{a} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = m\frac{(v_۲ - v_۱)}{\Delta t} \Rightarrow F_{av} = m(\frac{۰ - (-۳۰)}{۰/۳})$

$\Rightarrow F_{av} = ۱۰۰m \xrightarrow{g=۱۰} F = ۱۰mg$

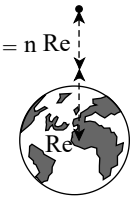
۵۹ ۱ ۲ **۳** ۴ حرکت نسبت به لحظه تغییر جهت تقارن دارد (لحظهٔ $t = ۴s$). بنابراین در لحظهٔ $t = ۸s$ بزرگی سرعت برابر سرعت اولیه می‌شود.

۶۰ **۱** ۲ ۳ ۴ شتاب گرانشی با مجذور فاصله از مرکز زمین رابطهٔ معکوس دارد $(g' \propto \frac{۱}{r^۲})$. در صورتی که شعاع کرهٔ زمین را برابر R_e فرض کنیم، فاصلهٔ نقطهٔ مورد نظر از مرکز زمین برابر است با:

$r = R_e + h = R_e + nR_e = (n+۱)R_e$

اگر شتاب گرانش در سطح زمین برابر g باشد. و برای محاسبه‌ی محلی که شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ سطح زمین است داریم:

$\frac{g'}{g} = \frac{\frac{GMe}{r^۲}}{\frac{GMe}{R_e^۲}} = (\frac{R_e}{r})^۲ = (\frac{R_e}{(n+۱)R_e})^۲ = \frac{۱}{۴}$



$\Rightarrow \frac{۱}{n+۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow n = ۱$ جذر گرفتن از طرفین رابطه

تذکر: به طور ذهنی نیز می‌توان گفت اگر فاصله از مرکز زمین از R_e به $۲R_e$ برسد، شتاب گرانش $\frac{۱}{۴}$ برابر می شود.

شتاب g، $\frac{۱}{۴}$ برابر می شود $\Rightarrow r$ دو برابر می شود $g = \frac{GM_e}{r^۲} \Rightarrow$

$\begin{cases} r = ۲R_e \\ r = h + R_e \end{cases} \Rightarrow h = R_e$

۶۱ ۱ **۲** ۳ ۴ روش اول: از لحظهٔ $t = ۶$ تا لحظهٔ $t = ۰$ برمی‌گردیم:

$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow[\Delta x = ۱۸m]{v_۰=۰, t=۶s} ۱۸ = \frac{۱}{۲}a(۶)^۲ \rightarrow a = ۱\frac{m}{s^۲}$

روش دوم:

نمودار مکان - زمان یک سهمی است بنابراین حرکت بر روی محور x، با شتاب ثابت است؛ در بازهٔ زمانی صفر تا $t = ۶s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{v + v_{\circ}}{۲}\Delta t \rightarrow ۰ - ۱۸ = (\frac{۰ + v_{\circ}}{۲})(۶) = ۳v_{\circ} \rightarrow v_{\circ} = -۶m/s$$

$$v = at + v_{\circ} \rightarrow ۰ = a \times ۶ + (-۶) \rightarrow a = ۱m/s^{۲}$$

روش سوم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \\ v = at + v_{\circ} \end{cases} \xrightarrow[\text{صفر تا } ۶s]{\text{در بازهٔ زمانی}} \begin{cases} ۰ = \frac{۱}{۲}a \times ۶^{۲} + v_{\circ} \times ۶ + ۱۸ \rightarrow a = ۱m/s^{۲} \\ ۰ = a \times ۶ + v_{\circ} \rightarrow v_{\circ} = -۶a \end{cases}$$

۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴

فرض کنیم لحظهٔ موردنظر $t = t'$ است.

$$B : x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^{۲} + v_{\circ B}t + \cancel{x_{\circ B}^{\circ}}$$

$$A : x_A = v_A t + x_{\circ A}$$

در $t = ۴s$ و $t = ۱۲s$: $x_A = x_B$ است:

$$t = ۴s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۴^{۲} + v_{\circ B} \times ۴ = v_A \times ۴ + x_{\circ A} \quad (۱)$$

$$t = ۱۲s \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B \times ۱۲^{۲} + v_{\circ B} \times ۱۲ = v_A \times ۱۲ + x_{\circ A} \quad (۲)$$

$$(۲) - (۱) \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_B(۱۴۴ - ۱۶) + ۸v_{\circ B} = ۸v_A \Rightarrow ۶۴a_B + ۸v_{\circ B} = ۸v_A$$

از طرفی: $\begin{cases} ۸a_B + v_{\circ B} = v_A = \text{ثابت} \\ v_B = a_B t + v_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow ۸a_B + \cancel{v_{\circ B}} = a_B t' + \cancel{v_{\circ B}} \Rightarrow t' = ۸s$

روش دوم:

چون نمودار B قسمتی از یک سهمی است، پس حرکت B شتابدار با شتاب ثابت است.

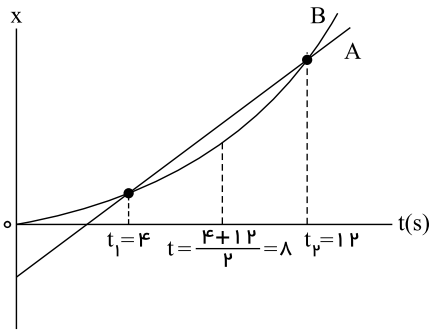
از طرف دیگر می‌دانیم که شیب خط A که دو نقطهٔ از نمودار B را قطع کرده برابر سرعت متوسط متحرک بین دو لحظهٔ $t_۱ = ۴s$ و $t_۲ = ۱۲s$ است.

پس تا اینجا دریافتیم که:

$$V_A = V_{av_B}$$

و اما همه می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، V_{av} بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ برابر است با V در لحظهٔ $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$.

حال با این مقدمه می‌دانیم که



یعنی در لحظهٔ $t = ۸s$ سرعت متحرک B با سرعت متحرک A هم‌اندازه است.

۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:

در $t = ۲$، سرعت صفر است. در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۲s$ داریم:

$$v = at + v_{\circ} \Rightarrow ۰ = ۲a + v_{\circ} \Rightarrow v_{\circ} = -۲a \quad (*)$$

به کمک تعریف سرعت متوسط جابه‌جایی در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۶s$ را می‌یابیم:

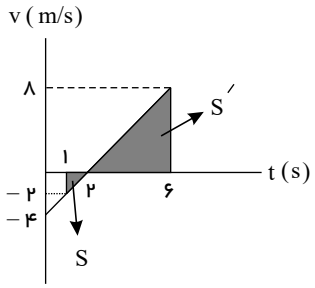
$$v_{av} = \frac{x_{(t=۶)} - x_{(t=۱)}}{۶ - ۱} = ۳ \Rightarrow \Delta x_{(۱s-۶s)} = ۱۵m \quad (**)$$

$$x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t + x_{\circ} \xrightarrow{(*)} x = \frac{۱}{۲}at^{۲} - ۲at + x_{\circ} \Rightarrow \begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = \frac{a}{۲} - ۲a + x_{\circ} = -\frac{۳}{۲}a + x_{\circ} \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow x_۲ = ۱۸a - ۱۲a + x_{\circ} = ۶a + x_{\circ} \end{cases} \xrightarrow{(**)} \Delta x = ۱۵m = ۷/۵a \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^{۲}}$$

$\xrightarrow{(*)} v_{\circ} = -۴\frac{m}{s} \Rightarrow v = ۲t - ۴$

از رسم نمودار $(v-t)$ کمک می‌گیریم:

$v = ۲t - ۴ \Rightarrow$



$$\begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow v_۱ = -۲\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۶s \Rightarrow v_۲ = ۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow L = S + S' = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۱ + \frac{۱}{۲} \times ۸ \times ۴ = ۱ + ۱۶ = ۱۷m$$

روش دوم:

در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s \Rightarrow v = at + v_{\circ} \Rightarrow ۰ = ۲a + v_{\circ} \Rightarrow v_{\circ} = -۲a$

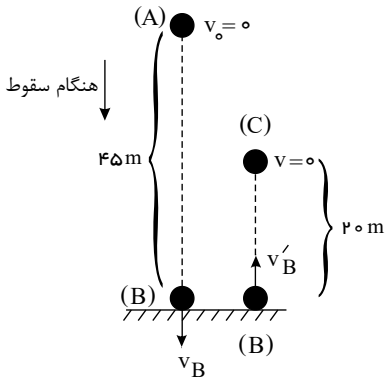
$$v_{av} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} = \frac{(at + v_{\circ}) + v_{\circ}}{۲} = \frac{۱}{۲}at + v_{\circ}$$

در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰$ تا $t_۲ = ۶s$، در رابطهٔ فوق:

$$v_{av} = ۳ = \frac{۱}{۲}a(۶ - ۱) + v_۱ \xrightarrow{v_۱ = v_{(t_۱ = ۱s)} = (-۲)} ۳ = \frac{۵}{۲}a - ۲ \Rightarrow \begin{cases} a = ۲\frac{m}{s^۲} \\ v_{\circ} = -۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

باقی راه‌حل شبیه روش اول است.

۶۴ ۱ ۲ ۳ **۴**



- ابتدا باید سرعت گلوله را در لحظهٔ برخورد با سطح زمین و لحظهٔ جدا شدن از سطح زمین بیابیم.
- شرایط خلاء درنظر گرفته شده است. چون ارتفاع بازگشت (صعود) کمتر از ارتفاع سقوط است، لاجرم هنگام برخورد با سطح زمین مقداری از انرژی جسم تلف شده است.
- جهت رو به پایین را مثبت می‌گیریم. (گرچه تفاوتی نمی‌کند.)
- پایستگی انرژی را از (A) تا (B) و نیز از (B) تا (C) می‌نویسیم:

$$A \to B : E_{(B)} = E_{(A)} \Rightarrow \frac{۱}{۲}mv_B^۲ = mgh_A \to v_B^۲ = ۲gh_A = ۲۰ \times ۴۵ = ۹۰۰ \Rightarrow v_B = \pm ۳۰\frac{m}{s} \xrightarrow[\text{را مثبت درنظر گرفته‌ایم}]{\text{چون جهت رو به پایین}} v_B = +۳۰\frac{m}{s}$$

$$B \to C : E_{(B)} = E_{(C)} \Rightarrow \frac{۱}{۲}\cancel{m}v'^{۲}_B = \cancel{m}gh_C \Rightarrow v'^{۲}_B = ۲gh_C = ۴۰۰ \Rightarrow v'_B = \pm ۲۰\frac{m}{s} \xrightarrow[\text{فرض شده بود}]{\text{چون جهت مثبت رو به پایین}} v'_B = -۲۰\frac{m}{s}$$

- نیروی خالص وارد بر گلوله:

$$F_{net} = m\frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۲۰}{۱۰}\frac{(-۲۰ - (+۳۰))}{۲ \times ۱۰^{-۳}} = -۵۰۰۰N$$

علامت منفی به مفهوم این است که جهت F_{net} رو به بالاست. (در امتداد قائم)

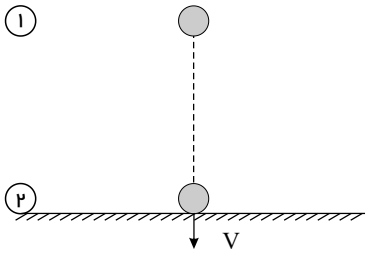
$$\Rightarrow |F_{net}| = ۵۰۰۰N$$

۶۵ **۱** ۲ ۳ ۴ حرکت متحرک کندشونده بوده است و در $t = ۴s$ تغییر جهت داده است. با توجه به تقارن حرکت با شتاب ثابت قبل و بعد از تغییر جهت، متحرک در $t = ۸s$ در مکان اولیه‌اش $x = ۴m$ قرار می‌گیرد.

۶۶ ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا به کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله را در هنگام رسیدن به زمین به‌دست می‌آوریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow U_1 + \overset{\circ}{\cancel{K_1}} = \overset{\circ}{\cancel{U_2}} + K_2$$

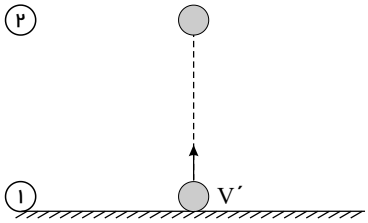
$$\Rightarrow m \times ۱۰ \times ۳٫۲ = \frac{۱}{۲} \times m \times V^۲ \Rightarrow V = ۸\frac{m}{s}$$ به‌سمت پایین



سپس به‌کمک اصل پایستگی انرژی مکانیکی سرعت گلوله را در هنگام جدا شدن از زمین به راست می‌آوریم:

$$E_1 = E_2 \Rightarrow \overset{\circ}{\cancel{U_1}} + K_1 = U_2 + \overset{\circ}{\cancel{K_2}}$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲}\cancel{m}V'^۲ = \cancel{m} \times ۱۰ \times ۱٫۲۵ \Rightarrow V' = ۵\frac{m}{s}$$ به‌سمت بالا



اکنون اگر جهت $+$ را رو به بالا فرض کنیم، داریم:

$$a_{av} = \frac{V' - V}{\Delta t} = \frac{۵ - (-۸)}{۱۳ \times ۱۰^{-۳}} = +۱۰۰۰\frac{m}{s^۲}$$

یعنی شتاب متوسط ضمن تماس $۱۰۰۰\frac{m}{s^۲}$ و رو به بالا است.

۶۷ ۱ ۲ ۳ ۴ این سوال را به سه روش حل می‌کنیم. می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط معادل میانگین سرعتهاست.

روش اول:

$$v = at + v_۰ = ۴t + ۶$$

$$\begin{cases} t = ۰s \rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \\ t = ۲s \rightarrow v_۲ = ۱۴\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_۰ + v_۲}{۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ معادل سرعت در لحظهٔ $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ است.

در اینجا سرعت متوسط در دو ثانیهٔ اول معادل با سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$ است. $(t = \frac{۰ + ۲}{۲} = ۱s)$، بنابراین داریم:

$$v_{av} = v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰ = ۶]{t=۱s, a=۴\frac{m}{s^۲}} v_{av} = ۴ \times ۱ + ۶ = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

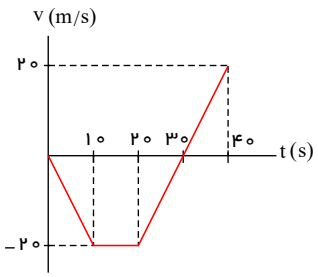
روش سوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در t' ثانیه اول، از رابطهٔ زیر نیز محاسبه می‌شود.

$$v_{av} = \frac{۱}{۲}at' + v_۰ \xrightarrow[a=۴\frac{m}{s^۲}, v_۰ = ۶\frac{m}{s}]{\text{دو ثانیهٔ اول حرکت } t'=۲} v_{av} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲ + ۶ \rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

۶۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$$\begin{cases} \Delta v(\text{ ثانیهٔ اول } ۱۰) = -۲ \times ۱۰ = -۲۰\ \frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{ ثانیهٔ دوم } ۱۰) = ۰ \\ \Delta v(\text{ ثانیهٔ آخر } ۲۰) = ۲ \times (۴۰ - ۲۰) = +۴۰\ \frac{m}{s} \end{cases}$$

در بازهٔ زمانی $۲۰s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.



۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴ اتومبیل از حالت سکون $(v_۰ = ۰)$ با شتاب ثابت $a_۱$ در مسیر مستقیم شروع به حرکت می‌کند و پس از مدتی بزرگی سرعت آن به v می‌رسد؛ پس از آن اتومبیل در همان جهت با شتاب ثابت $a_۲$ حرکت خود را کند می‌کند تا پس از مدت زمانی سرعت آن به صفر برسد.

مرحلهٔ اول حرکت: $v^۲ - v_۰^۲ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow v^۲ - ۰ = ۲a_۱\Delta x_۱ \Rightarrow \Delta x_۱ = \frac{v^۲}{۲a_۱}$

مرحلهٔ دوم حرکت: $v_1^2 - v^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow 0 - v^2 = 2a_2\Delta x_2 \Rightarrow \Delta x_2 = \dfrac{-v^2}{2a_2}$

$$\Rightarrow \Delta x_1 = 4\Delta x_2 \Rightarrow \frac{v^2}{2a_1} = -4\frac{v^2}{2a_2} \Rightarrow |a_2| = 4|a_1|$$

۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا شتاب نیروی ترمز را می‌یابیم. سپس با توجه با معلوم بودن سرعت اولیه و نهایی (توقف)، جابه جایی اتومبیل از لحظهٔ ترمز تا توقف را می‌یابیم. دقت کنید که در اینجا سرعت باید برحسب $\frac{m}{s}$ باشد.

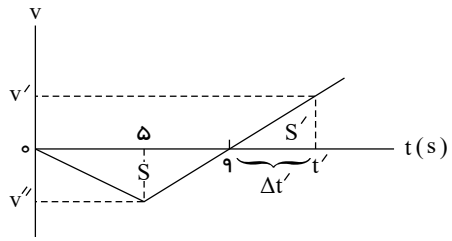
$$v = 54 \div 3{,}6 = 15$$

$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow 0 - \mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g \Rightarrow a = -0{,}2 \times 10 = -2\frac{m}{s^2}$$

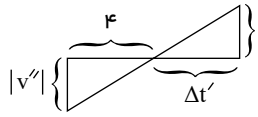
$$x_{\text{توقف}} = \frac{v_0^2}{2|a|} = \frac{(15)^2}{2 \times 2} = \frac{225}{4} \simeq 56m$$

۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ برای اینکه متحرک مجدداً از مکان $x = x_0 = 0$ عبور کند بایستی جابه‌جایی متحرک از $t_1 = 0$ تا لحظه‌ای مانند t' صفر شده باشد.

می‌دانیم تفاضل مساحت بالای محور t در نمودار $(v-t)$ و زیر محور t در این نمودار جابه‌جایی را می‌دهد، پس:



$$\Delta x = S' - S = 0 \Rightarrow S' = S \Rightarrow \frac{1}{2}v' \times \Delta t' = \frac{1}{2} \times |v''| \times 9 \quad (1)$$



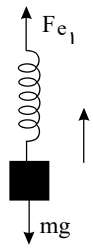
از تشابه دو مثلث $\longrightarrow \dfrac{v'}{|v''|} = \dfrac{\Delta t'}{4} \Rightarrow v' = \dfrac{1}{4}|v''| \times \Delta t' \quad (2)$

$$(1)\text{ و }(2) \Rightarrow \frac{1}{2} \times (\frac{1}{4}|v''| \times \Delta t')(\Delta t') = \frac{1}{2}|v''| \times 9 \Rightarrow \frac{\Delta t'^2}{4} = 9 \Rightarrow \Delta t'^2 = 36 \Rightarrow \Delta t' = 6s \Rightarrow t' = 9 + \Delta t' = 9 + 6 = 15s$$

۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴

تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی (طول اولیه‌اش) را ΔL می‌نامیم. با توجه به نمودار نیروهای وارد بر جسم داریم:

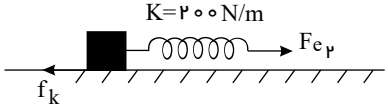
حالت اول ⇒



$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F_{e_1} - mg = ma \Rightarrow k\Delta L = m(g+a) \Rightarrow k\underbrace{(42-30)}_{12} \times 10^{-2} = 2\underbrace{(10+2)}_{12} = 24 \Rightarrow k = 200\frac{N}{m}$$

بر روی سطح افقی، نیروی فنر به عنوان نیروی محرک و نیروی اصطکاک به عنوان مقاوم عمل می‌کند.

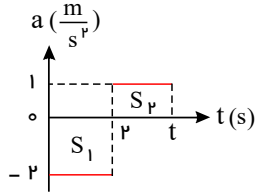
حالت دوم ⇒



$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F_{e_2} - f_k = ma_2 \Rightarrow K\Delta L - \mu_k F_N = ma_2 \Rightarrow 200\underbrace{(36-30)}_{6} \times 10^{-2}$$

$$-\mu_k \times 20 = 2 \times 2 = 4 \Rightarrow 12 - 20\mu_k = 4 \Rightarrow \mu_k = \frac{8}{20} \times \frac{5}{5} = 0{,}4 \Rightarrow \mu_k = 0{,}4$$

۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: چون متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده و در لحظهٔ تغییر جهت هم $v = 0$ می‌شود، پس باید در اینجا Δv یعنی سطح زیر نمودار صفر شود، یعنی:



$$S_1 = \Delta v_1 = -2 \times 2 = -4\frac{m}{s}$$

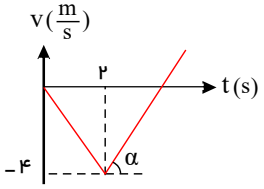
$$v_2 - v_0 = -4\frac{m}{s} \Rightarrow v_2 = -4\frac{m}{s}$$

$$\Delta v_2 = v_t - v_2 = S_2 \Rightarrow 0 - (-4) = 1 \times (t-2) \Rightarrow t = 6s$$

در لحظه‌ای که سرعت متحرک برابر صفر می‌شود جهت آن تغییر می‌کند.

روش دوم: رسم نمودار $v-t$ از روی نمودار $a-t$: $a=+۲$ = شیب نمودار درقسمت دوم = $\tan\alpha$ = شیب نمودار

شیب نمودار در مرحله‌ی دوم همان شتاب متحرک است، بنابراین نمودار پس از ۴ ثانیه مجدداً از سرعت -۴ به صفر می‌رسد ⇐ لحظه‌ی تغییر جهت $t=۶$ می‌باشد.



۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴

سطح زیر نمودار، سرعت - زمان برابر جابه‌جایی می‌باشد؛ بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-۸\times ۳}{۲}+(۵+۲)\times\frac{۸}{۲}}{۸}=\frac{-۱۲+۲۸}{۸}=\frac{۱۶}{۸}=۲\frac{m}{s}$$

۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴ دو ثانیه سوم یعنی از ۴ تا ۶ ثانیه، پس در این دو لحظه، سرعت متحرک را یافته و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

$$t_۱=۴s\Rightarrow v_۱=-۲\times ۴+۴=-۴\frac{m}{s}$$
$$t_۲=۶s\Rightarrow v_۲=-۲\times ۶+۴=-۸\frac{m}{s}$$
$$\Delta x=v_{av}\Delta t\Rightarrow \Delta x=(\frac{-۴+(-۸)}{۲})\times ۲=-۱۲m\Rightarrow |\Delta x|=۱۲m$$

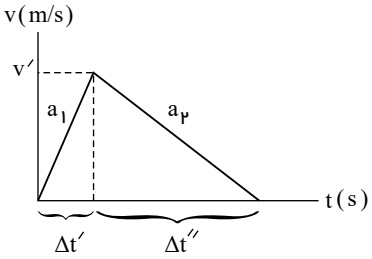
۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب لحظه‌ای است.

نمودار $(v-t)$ را از ابتدا تا انتهای حرکت رسم می‌کنیم.

در هر بازه‌ای که شتاب ثابت است: $a=a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}$

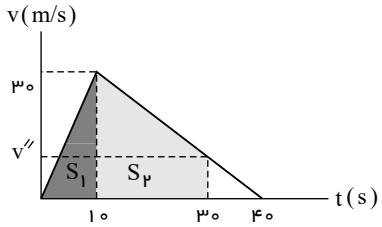
بنابراین چون: $|a_۲|$ | $a_۱=۳$ است: $\Delta t'=\frac{۱}{۳}\Delta t''$ (۱)

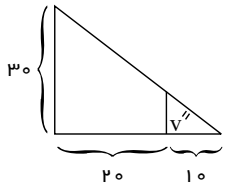


سطح زیر نمودار برابر $۶۰۰m$ است:

$$\begin{cases}\frac{۱}{۲}\times v'\times(\Delta t'+\Delta t'')=۶۰۰ & (۲)\\ \text{در قسمت اول حرکت: } v'=a_۱\Delta t'=۳\Delta t' & (۳)\end{cases}$$

$$(۱)\text{ و }(۲)\text{ و }(۳)\Rightarrow\frac{۱}{۲}(۳\Delta t')(۴\Delta t')=۶۰۰\Rightarrow ۶\Delta t'^{۲}=۶۰۰\Rightarrow\Delta t'=۱۰s\begin{cases}v'=۳۰\frac{m}{s}\\ \Delta t''=۳۰s\end{cases}$$





$$\Rightarrow\frac{v''}{۳۰}=\frac{۱۰}{۳۰}\Rightarrow v''=۱۰\frac{m}{s}$$

$$L=S_۱+S_۲=\frac{۱}{۲}\times ۳۰\times ۱۰+\frac{۱}{۲}\times ۲۰\times\underbrace{(۱۰+۳۰)}_{۴۰}=۱۵۰+۴۰۰=۵۵۰m$$

۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴ شتاب متوسط حرکت اتومبیل در بازهٔ زمانی $۰/۳s$ عبارت است از:

$$a_{av}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}$$
$$v_۱=۵۴\frac{km}{h}=۱۵\frac{m}{s}\Rightarrow\bar{a}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{۰-۱۵}{۰/۳}=-۵۰\frac{m}{s^۲}\Rightarrow|\bar{a}|=۵۰\frac{m}{s^۲}$$

سرعت اتومبیل به صفر می رسد. $v_۲=۰$

در ادامهٔ بزرگی نیروی متوسطی که کمربند بر شخص وارد می کند، عبارت است از:

$$F = m\bar{a} = ۶۰ \times ۵۰ = ۳۰۰۰N$$

۷۸ ۱ ۲ **۳** ۴

ابتدا شتاب گرانش در محل حضور فضانورد را محاسبه کرده، سپس نیروی وزن او را بدست می‌آوریم:

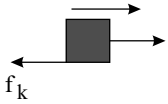
$$\frac{g'}{g} = (\frac{r}{r'})^۲ = (\frac{R_e}{۲R_e})^۲ = \frac{۱}{۴}$$

$$W' = \frac{۱}{۴}mg \Rightarrow W' = \frac{۱}{۴} \times ۸۰ \times ۹/۸ = ۱۹۶(N)$$

۷۹ ۱ ۲ ۳ **۴**

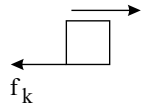
این سوال ترکیبی از حرکت شناسی و دینامیک است. نقطهٔ مشترک این دو مبحث، شتاب حرکت است، بنابراین باید با استفاده از قانون دوم نیوتون، در ابتدا شتاب حرکت را محاسبه کنیم و پس از آن وارد بحث حرکت شناسی می‌شویم.

سؤال دارای دو بخش است. یکی در حضور طناب و دیگری پس از قطع طناب.

ابتدا $\Rightarrow$ 

$\Rightarrow ۵۵۰ - ۵۰۰ = ma_۱ = ۱۰۰a_۱ \Rightarrow a_۱ = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$

$$f_k = \mu_k F_N = \frac{۱}{۲} \times ۱۰۰۰ = ۵۰۰N$$

پس از پاره شدن طناب $\Rightarrow$ 

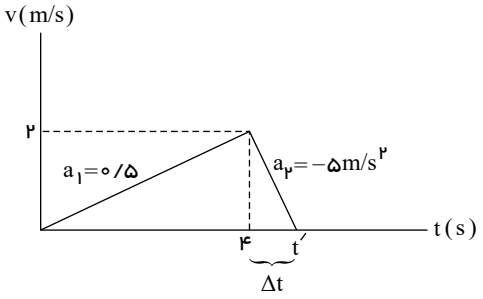
$\Rightarrow ۰ - f_k = ma_۲ \Rightarrow ۰ - ۵۰۰ = ۱۰۰a_۲ \Rightarrow a_۲ = -۵\frac{m}{s^۲}$

و طبق مفهوم شتاب در لحظهٔ پاره شدن طناب:

$$v_{(t=۴)} = a_۱\Delta t + \cancel{v_۰} \Rightarrow v_{(t=۴)} = ۰/۵ \times ۴ = ۲\frac{m}{s}$$

اکنون نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:

$$a_۲ = -۵\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a_۲ = \text{شیب خط مماس} = \frac{۰ - ۲}{\Delta t} = -۵ \Rightarrow \Delta t = ۰/۴s \Rightarrow t' = ۴ + ۰/۴ = ۴/۴s$$
$$\Rightarrow t' = ۴/۴s$$



۸۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$$(a_{av})_{۵s-۱۰s} = \frac{v_{۱۰} - v_۵}{۱۰s - ۵s} = -۴ \Rightarrow v_{۱۰} - v_۵ = -۲۰\frac{m}{s} \quad (۱)$$
$$(a_{av})_{۱۰s-۱۲s} = \frac{v_{۱۲} - v_{۱۰}}{۱۲s - ۱۰s} = ۲ \Rightarrow v_{۱۲} - v_{۱۰} = ۴\frac{m}{s} \quad (۲)$$
$$(۱),\ (۲) \Rightarrow (v_{۱۲} - v_{۱۰}) + (v_{۱۰} - v_۵) = ۴ + (-۲۰) \Rightarrow v_{۱۲} - v_۵ = -۱۶ \Rightarrow (a_{av})_{۵s-۱۲s} = \frac{v_{۱۲s} - v_{۵s}}{۱۲s - ۵s} = -\frac{۱۶}{۷}\frac{m}{s^۲} \Rightarrow (a_{av})_{۵s-۱۲s} = -\frac{۱۶}{۷}\vec{i}$$

چون $\vec{a_{av}}$ها و $\vec{v}$ها همگی در امتداد محور x بودند.

۸۱ ۱ **۲** ۳ ۴ در این سؤال، ۳ نقطه مهم در مسئله داریم، بین B و C (معلوم: x, t, v_C) و بین A و B (معلوم: v_A ، مجهول: x)، پس برای حل معادله بین A و B به a و v_B نیاز داریم که می‌توان از قسمت اول (BC) به‌دست آورد.

BC مستقل از شتاب: $\Delta x = \frac{v_B + v_C}{۲} \times \Delta t \Rightarrow ۱۲۰ = \frac{v_B + ۲۰}{۲} \times ۱۰ \Rightarrow v_B = ۴\frac{m}{s}$

BC مستقل از مکان: $v_C = at + v_B \Rightarrow ۲۰ = a \times ۱۰ + ۴ \Rightarrow a = ۱/۶\frac{m}{s^۲}$

حال بین نقاط A و B می‌توان از معادله مستقل از زمان استفاده کرد:

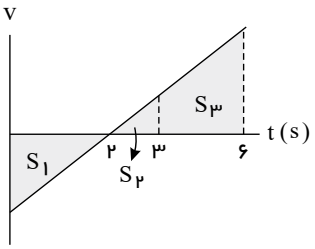
AB مستقل از زمان: $v_B^۲ - v_A^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۱۶ - ۰ = ۲ \times ۱/۶ \times \Delta x \Rightarrow \Delta x = ۵m$

۸۲ ۱ ۲ ۳ **۴** نمودار سهمی است. پس حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. $a > ۰$ و $v_۰ < ۰$ است. متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده است و می‌دانیم هنگام بررسی مسافت طی شده باید حواسمان به تغییر جهت دادن یا تغییر جهت ندادن جسم در بازهٔ زمانی موردنظر باشد. اکنون گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم:

رد گزینهٔ (۱): متحرک در $t = ۲s$ تغییر جهت داده بنابراین مسافت در بازهٔ زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳s$ (که متحرک در این بازهٔ زمانی و در $t = ۲s$ تغییر جهت داده) نمی‌تواند با مسافت طی شده

توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۳s$ تا $t=۶s$ برابر باشد:

$$\begin{cases} L_{(۰-۳s)}=S_۱+S_۲ \\ L_{(۳s-۶s)}=S_۳ \end{cases} \Rightarrow S_۱+S_۲\neq S_۳$$



برای سهولت در امر مقایسه می‌توانیم به a یک عدد فرضی نسبت دهیم مثلاً:

$$a=۱(\frac{m}{s})\Rightarrow v_{(t=۲)}=a\Delta t+v_{(t=۰)}\Rightarrow ۰=۲\times ۱+v_۰\Rightarrow v_۰=-۲\frac{m}{s}\Rightarrow v=at+v_۰\Rightarrow v=t-۲\Rightarrow \begin{cases} t=۳s\Rightarrow v=۳-۲=۱\frac{m}{s} \\ t=۶s\Rightarrow v=۶-۲=۴\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} |S_۱|=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۱=۱m \\ S_۲=\frac{۱}{۲}\times ۱\times ۱=۰/۵m \\ S_۳=\frac{۱}{۲}\times ۳\times \underbrace{(۱+۴)}_{۵}=۷/۵m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_{(۰-۳s)}=|S_۱|+S_۲=۱+۰/۵=۱/۵m \\ L_{(۳-۶s)}=S_۳=۷/۵m \end{cases} \Rightarrow L_{(۰-۳s)}\neq L_{(۳-۶s)}$$

توجه: برای رد گزینهٔ (۱) به‌طور شهودی نیز عمل بفرمائید! شتاب ثابت، تقارن، توجه به بازه‌های زمانی و ...

رد گزینهٔ (۲):

$$\begin{cases} \Delta x_{(۰-۳s)}=S_۲-|S_۱| \\ L_{(۰-۳s)}=S_۲+|S_۱| \end{cases} \Rightarrow \Delta x_{(۰-۳s)}\neq L_{(۰-۳s)}$$

رد گزینهٔ (۳): شیب خط واصل دو نقطه از نمودار مکان - زمان برابر سرعت متوسط در آن بازهٔ زمانی است، پس به دلیل تقارن:

$$[(v_{av})_{۰-۴s}=\frac{x_{(t=۴)}-x_{(t=۰)}}{۴-۰}=۰]\neq[v_{(۱s-۵s)}(\neq ۰)]$$

تأیید گزینهٔ (۴): به دلیل اینکه شتاب ثابت است و تقارن در نمودار مکان - زمان،

$$\begin{cases} x_{(t=۱s)}=x_{(t=۳s)} \\ x_{(t=۰)}=x_{(t=۴s)} \end{cases} \Rightarrow x_{(۳)}-x_{(۰)}=x_{(۱)}-x_{(۴)}=|x_{(۴)}-x_{(۱)}|\Rightarrow \Delta x_{(۰-۳s)}=|\Delta x_{(۱-۴s)}|\Rightarrow |\frac{\Delta x}{\Delta t_{(۰-۳s)}}|=|\frac{\Delta x}{\Delta t_{(۱-۴s)}}|\Rightarrow (v_{av})_{۰-۳s}=(v_{av})_{۱-۴s}$$

۸۳ ۱ ۲ **۳** ۴

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-۱۰\times ۵}{۲}+\frac{۱۵\times ۳۰}{۲}}{۲۰}=\frac{-۲۵+۲۲۵}{۲۰}=\frac{۲۰۰}{۲۰}\Rightarrow v_{av}=۱۰\frac{m}{s}$$

۸۴ ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول: در صورتی که سرعت دونده را برابر v و سرعت گلوله را برابر v' در نظر بگیریم، داریم:

جرم دونده: $m=۴۰kg$ ، جرم گلوله: $m'=۱۰۰g=۰/۱kg$, $K=K'\Rightarrow \frac{p}{p'}=?$

انرژی جنبشی: $K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{K=K'}\frac{۱}{۲}mv^۲=\frac{۱}{۲}m'v'^۲$

$$\Rightarrow (\frac{v}{v'})^۲=\frac{m'}{m}=\frac{۰/۱}{۴۰}=\frac{۱}{۴۰۰}\Rightarrow \frac{v}{v'}=\frac{۱}{۲۰}$$

تکانه: $p=mv\Rightarrow \frac{p}{p'}=\frac{m}{m'}\times\frac{v}{v'}=\frac{۴۰}{۰/۱}\times\frac{۱}{۲۰}=۲۰$

با کمک رابطه‌ی بین انرژی جنبشی و تکانه داریم:

$$K=\frac{۱}{۲}mv^۲\xrightarrow{p=mv}K=\frac{۱}{۲}m(\frac{p}{m})^۲=\frac{p^۲}{۲m}$$

$$\frac{K}{K'}=(\frac{p}{p'})^۲\times(\frac{m'}{m})\xrightarrow{K=K'}۱=(\frac{p}{p'})^۲\times(\frac{۰/۱}{۴۰})\Rightarrow(\frac{p}{p'})^۲=۴۰۰\Rightarrow\frac{p}{p'}=۲۰$$

۸۵ ۱ ۲ ۳ **۴**

$$\Delta x=\frac{v+v_۰}{۲}\Delta t\Rightarrow ۸۰=\frac{۱۵+v_۰}{۲}\times ۸\Rightarrow v_۰=۵\frac{m}{s}$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۱۵=a\times ۸+۵\Rightarrow a=\frac{۵}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

۸۶ ۱ **۲** ۳ ۴ با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان (سرعت - جابه‌جایی) می‌توان نوشت:

مرحلهٔ اول: $V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow V^۲ - ۱۰۰ = ۲(-۲) \times ۲۵ \Rightarrow V = ۰$

پس سرعت متحرک در مکان $x = ۲۵m$ برابر صفر است. اکنون برای محاسبهٔ سرعت آن در مکان $x = ۶۱m$ خواهیم داشت:

$$V^۲ - V_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow V^۲ - ۰ = ۲ \times ۲ \times (۶۱ - ۲۵) \Rightarrow V^۲ = ۱۴۴ \Rightarrow V = ۱۲\frac{m}{s}$$

۸۷ ۱ ۲ ۳ ۴ به‌طور کلی در حرکت با شتاب ثابت، اگر ضرایب $t^۲$ و t هم‌علامت باشند، حرکت همواره تندشونده و در جهت علامت ضریب t است.

ولی اگر ضرایب $t^۲$ و t هم‌علامت نباشند، حرکت در ابتدا کندشونده (قبل از لحظهٔ توقف $t_s = |\frac{v_۰}{a}|$) در جهت علامت ضریب t و بعد از آن تندشونده (در خلاف علامت ضریب t) است.

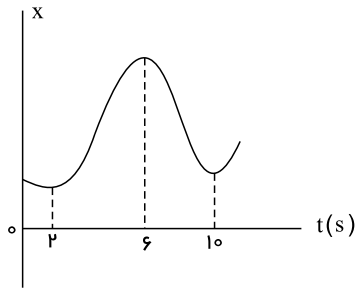
$$x = -۵t^۲ + ۵t + ۱۲ \Rightarrow a = -۱۰\frac{m}{s^۲},\ v_۰ = ۵\frac{m}{s}$$

$$v = at + v_۰ = -۱۰t + ۵ = ۰ \Rightarrow t = ۰/۵s$$

در ابتدای حرکت سرعت مثبت (هم‌علامت با ضریب t) و حرکت در جهت محور است و شتاب منفی و حرکت کندشونده است و در لحظهٔ $t = ۰/۵s$ سرعت صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند.

۸۸ ۱ ۲ ۳ ۴

نکته: برای بررسی تندی متوسط مسافت و زمان، هر دو مهم هستند $(S_{av} = \frac{L}{\Delta t})$ هر دو را همزمان باید در نظر گرفت.



دقت داریم که:

۱) مسافتی که متحرک در ثانیه‌های $۲s$ تا $۶s$ طی می‌کند بسیار بیشتر از مسافتی است که متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ طی می‌کند در حالی که بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$، ۳ برابر بازهٔ زمانی صفر تا ۲ است، پس $[S_{av} = \frac{L}{\Delta t} \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} > (S_{av})_{۰-۲}]$ (بنابراین گزینهٔ ۱ حذف می‌شود.)

۲) مسافت طی شده در بازهٔ زمانی $۲s$ تا $۶s$ بیشتر از مسافت طی شده در ثانیه‌های $۶s$ تا $۱۰s$ است. $((S_{av})_{۲-۶} > (S_{av})_{۶-۱۰})$ فرض کنید مسافت طی شده از $۲s$ تا $۶s$ برابر L و از $۶s$ تا $۱۰s$ برابر L' باشد.

$$\begin{cases} (S_{av})_{۶-۱۰} = \frac{L'}{۱۰-۶} = \frac{L'}{۴} \\ (S_{av})_{۲-۱۰} = \frac{L+L'}{۱۰-۲} = \frac{L+L'}{۸} \xrightarrow[L+L'>۲L']{L>L'} (S_{av})_{۲-۱۰} > \frac{۲L'}{۸} = \frac{L'}{۴} = (S_{av})_{۶-۱۰} \end{cases}$$

و گزینهٔ ۴ هم رد می‌شود.

۳) مسافت طی شده از صفر تا $۲s$ خیلی کمتر از L است، پس:

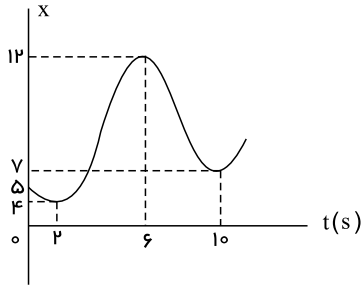
$$\text{مسافت طی شده از صفر تا } ۶ \simeq L \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} \simeq \frac{L}{۶} \quad (۱)$$

$$\text{از طرفی}: (S_{av})_{۲-۱۰s} = \frac{L+L'}{۱۰-۲} = \frac{L+L'}{۸} \xrightarrow{L'<L} (S_{av})_{۲-۱۰s} > \frac{L}{۴} \quad (۲)$$

$$(۱),\ (۲) \Rightarrow (S_{av})_{۰-۶s} < (S_{av})_{۲-۱۰s}$$

بنابراین گزینهٔ ۲ هم رد می‌شود.

توجه: راه‌حل ارائه شده تاکنون یک راه‌حل کلی و اساسی بود! اما وقتی به دید یک تست نگاه کنیم، یک راه ساده‌تر، عددگذاری فرضی در شکل است. مثلاً:



(۱) گزینهٔ $(S_{av})_{۰-۲} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s} = ۰/۵\frac{m}{s}$

(۲) گزینهٔ $(S_{av})_{۰-۶} = \frac{۱+۸}{۶} = \frac{۹}{۶} = ۱/۵\frac{m}{s}$

(۳) گزینهٔ $(S_{av})_{۲-۱۰} = \frac{۸+۵}{۸} = \frac{۱۳}{۸} > ۱/۵\frac{m}{s}$

(۴) گزینهٔ $(S_{av})_{۶-۱۰} = \frac{۵}{۴} = ۱/۲۵\frac{m}{s}$

گزینهٔ ۳ درست است. البته تأکید می‌شود این روش برای رد برخی گزینه‌ها می‌تواند درست باشد. اما اگر اعداد در نمودار خوب انتخاب نشود در تعیین گزینهٔ درست ممکن است دچار مشکل شویم.

۸۹ ۱ ۲ ۳ ۴ با کاهش ۷۵ درصدی انرژی جنبشی، ۲۵ درصد از انرژی جنبشی باقی مانده، یعنی انرژی جنبش $\frac{۱}{۴}$ برابر شده، پس تندی آن نصف شده یعنی، ۵۰ درصد

کاهش یافته، به عبارتی:

$$K_۲ = K_۱ - \frac{۷۵}{۱۰۰}K_۱ = K_۱ - \frac{۳}{۴}K_۱ \Rightarrow K_۲ = \frac{۱}{۴}K_۱$$
$$K = \frac{۱}{۲}mv^۲ \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{۱}{۴} = (\frac{v_۲}{v_۱})^۲ \Rightarrow \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱}{۲}$$
$$p = mv \Rightarrow \frac{p_۲}{p_۱} = \frac{v_۲}{v_۱} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow p_۲ = \frac{۱}{۲}p_۱ = \frac{۵۰}{۱۰۰}p_۱$$

روش دوم:

با توجه رابطه K و p داریم:

$$\left.\begin{array}{l} K = \frac{p^۲}{۲M} \\ K_۲ = K_۱ - \frac{۳}{۴}K_۱ = \frac{۱}{۴}K_۱ \\ m_۱ = m_۲ \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{K_۲}{K_۱} = (\frac{p_۲}{p_۱})^۲ \times \frac{m_۱}{m_۲} \Rightarrow \frac{\frac{۱}{۴}K_۱}{K_۱} = (\frac{p_۲}{p_۱})^۲$$

$$\Rightarrow \frac{۱}{۲} = \frac{p_۲}{p_۱} \Rightarrow p_۲ = \frac{۱}{۲}p_۱ = \frac{۵۰}{۱۰۰}p_۱$$

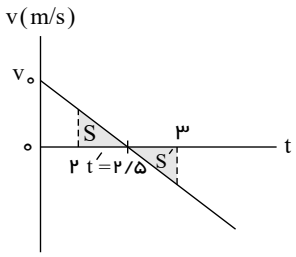
۹۰ ۱ ۲ ۳ ۴

سرعت اولیه و شتاب مثبت هستند و حرکت پیوسته تندشونده است و تغییر جهت وجود ندارد و مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است.

$$v = at = ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v_۳ = ۱۰\ \frac{m}{s} \\ t = ۴s \Rightarrow v_۴ = ۱۲\ \frac{m}{s} \end{cases}$$
$$\Delta x = \frac{v_۳ + v_۴}{۲}\Delta t = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} \times ۱ = ۱۱m$$

۹۱ ۱ ۲ ۳ ۴

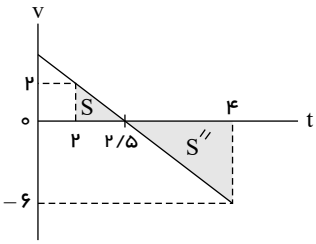
گام اول: شتاب ثابت است بنابراین نمودار $(v - t)$ خطی مایل (درجهٔ اول) است. می‌دانیم در یک بازهٔ زمانی، زمانی جابه‌جایی صفر است که متحرک در ابتدا و انتهای آن بازهٔ زمانی از یک مکان عبور کند. بنابراین حرکت می‌بایستی به صورت رفت و برگشت بوده باشد. چون $a < ۰$ است (خلاف جهت مثبت محور xهاست) بنابراین باید $v_۰ > ۰$ بوده باشد، یعنی نمودار چنین وضعیتی دارد:



ثانیهٔ سوم در اینجا یعنی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۳s$. برای صفر شدن جابه‌جایی در این بازهٔ زمانی:

$$\Delta x = x_{(t=۳s)} - x_{(t=۲s)} = ۰ \Rightarrow S - S' = ۰ \Rightarrow S = S' \Rightarrow t' = \frac{۲ + ۳}{۲} = ۲/۵s \Rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = -۴ \times ۲/۵ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۱۰\frac{m}{s}$$

گام دوم: برای یافتن مسافت طی شده توسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$ کافی است مساحت بالای نمودار را با مساحت زیر نمودار جمع کنیم:



$$v = -۴t + ۱۰ \xrightarrow{t=۴} v = -۴ \times ۴ + ۱۰ = -۶\frac{m}{s} \text{ و } v_{(t=۲)} = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow L = S + S'' = \frac{۱}{۲} \times ۲ \times ۰/۵ + \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۱/۵ \Rightarrow L = ۰/۵ + ۴/۵ = ۵m$$

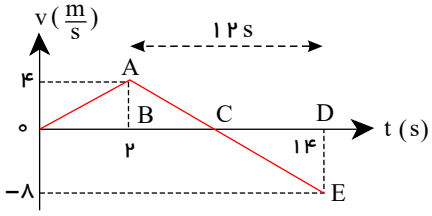
۹۲ ۱ ۲ ۳ ۴ انرژی جنبشی جسم در حالت دوم ۹ برابر شده است، با توجه به رابطهٔ $K = \frac{۱}{۲}mv^۲$ به سادگی می توان نتیجه گرفت که سرعت جسم در حالت دوم ۳ برابر شده و به $۳۰\frac{m}{s}$ رسیده است (چرا؟).

$$m = ۴kg\ ,\ v_۱ = ۱۰\frac{m}{s},\ v_۲ = ۳v_۱ = ۳۰\frac{m}{s} \Rightarrow p_۲ - p_۱ = ?$$

تکانه در دو حالت:
$$\begin{cases} p_۱ = mv_۱ = ۴ \times ۱۰ = ۴۰\frac{kgm}{s} \\ p_۲ = mv_۲ = ۴ \times ۳۰ = ۱۲۰\frac{kgm}{s} \end{cases} \Rightarrow p_۲ - p_۱ = ۸۰\frac{kgm}{s}$$

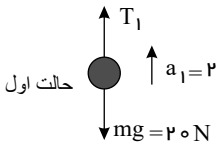
۹۳ ۱ ۲ ۳ **۴** با استفاده از شیب نمودار بین دو لحظهٔ $t=۲s$ و $t=۱۴s$ با استفاده از تشابه مثلثها، لحظهٔ تلاقی نمودار با محور زمان که همان لحظهٔ تغییر جهت است را می‌یابیم.

$$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{CD}\Rightarrow\frac{۴}{۱۲-CD}=\frac{۸}{CD}$$
$$\Rightarrow CD=۲۴-۲CD\Rightarrow CD=۸s$$

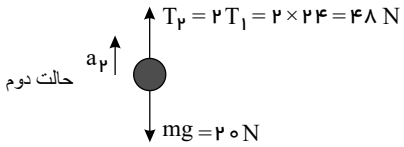


درنتیجه متحرک ۸ ثانیه دارای سرعت منفی بوده و در سوی خلاف محور xها حرکت کرده است.

۹۴ ۱ **۲** ۳ ۴ در حالت اول نیروی کشش T را محاسبه می‌کنیم تا بتوانیم بعد از دوبرابرشدن T مقدار نیروی محرک را بدانیم.



$$\Rightarrow F_{net}=ma_۱\Rightarrow T_۱-۲۰=۲\times۲=۴N\Rightarrow T_۱=۲۴N$$

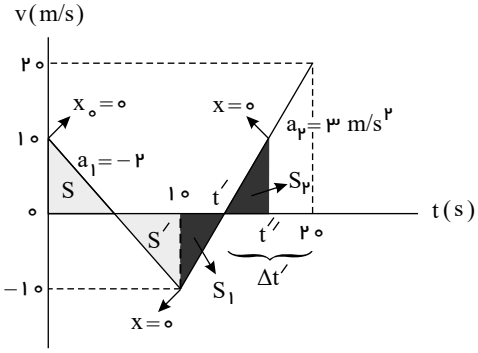


$$\Rightarrow F_{net}=ma_۲\Rightarrow ۴۸-۲۰=۲a_۲\Rightarrow ۲۸=۲a_۲\Rightarrow a_۲=۱۴\frac{m}{s^۲}\Rightarrow\frac{a_۲}{a_۱}=\frac{۱۴}{۲}=۷$$

۹۵ ۱ ۲ ۳ **۴** ابتدا به کمک مفهوم شتاب، سرعت را در ثانیه‌های $t=۱۰$ و $t=۲۰$ می‌یابیم:

$$t=۱۰s\Rightarrow v=at+v_۰=(-۲)(۱۰)+۱۰=-۱۰\frac{m}{s}$$
$$t=۲۰s\Rightarrow v_{(t=۲۰s)}=at+v_{t=۱۰s}=۳\times۱۰+(-۱۰)=۲۰\frac{m}{s}$$

نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



$$S=S'\Rightarrow x_{(t=۱۰)}-x_{(t=۰)}=S-S'=۰\Rightarrow x_{(t=۱۰)}=x_۰=۰$$

$S_۲$ مساحت مثلثی در بالای محور t است که $S_۲=S_۱$ چون:

$$x_{(t=t'')}-x_{(t=۱۰)}=S_۲-S_۱\Rightarrow ۰=S_۲-S_۱\Rightarrow S_۲=S_۱$$

چون دو مثلث مشابه و هم مساحت هستند پس باید برابر باشند. طبق مفهوم شتاب از $t=t'$ تا $t=۲۰s$، $a=۳\frac{m}{s^۲}$ یعنی در هر ثانیه سرعت $۳\frac{m}{s}$ افزایش یافته تا از $v_{t'}=۰$ به $v_{t'-۲۰s}=۲۰\frac{m}{s}$ برسد.

$$\underset{\text{زمان سپری شده}}{۱s}\rightarrow\overset{\text{تغییرات سرعت}}{۳\frac{m}{s}}\Rightarrow\Delta t'=\frac{۲۰}{۳}s\Rightarrow t''=t'+\frac{۲۰}{۳}=۱۰+\frac{۲۰}{۳}=\frac{۵۰}{۳}s$$

$\Delta t'\rightarrow ۲۰\frac{m}{s}$ ($t'=۱۰$ چرا؟ از تساوی در مثلث کمک بگیرید.)

۹۶ ۱ ۲ **۳** ۴

$$p_A=p_B\Rightarrow m_Av_A=m_Bv_B\Rightarrow ۲m_Bv_A=m_Bv_B\Rightarrow v_B=۲v_A$$

$$\frac{K_A}{K_B}=\frac{\frac{۱}{۲}m_Av^۲{}_A}{\frac{۱}{۲}m_Bv^۲{}_B}=\frac{(۲m_B)\,v^۲{}_A}{m_B(۲v_A)^۲}=\frac{۲v_A^۲}{۴v_A^۲}=\frac{۱}{۲}$$

روش دوم:

$$K=\frac{p^۲}{۲m}\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=(\frac{m_B}{m_A})\times(\frac{p_A}{p_B})^۲\Rightarrow\frac{K_A}{K_B}=(\frac{m_B}{۲m_B})\times ۱=\frac{۱}{۲}$$

۹۷ ۱ ۲ ۳ ۴ متحرکی که با شتاب کمتر شروع به حرکت می‌کند، دیرتر به نقطه‌ی B می‌رسد و بنابراین ۳ ثانیه بیشتر در راه است، بنابراین داریم:

$$\frac{۱}{۲}a(t+۳)^۲=\frac{۱}{۲}a'(t)^۲\xrightarrow[a'=۸\frac{m}{s^۲}]{a=۲\frac{m}{s^۲}}\frac{۱}{۲}\times ۲\times(t+۳)^۲=\frac{۱}{۲}\times ۸\times t^۲\Rightarrow t+۳=۲t\Rightarrow t=۳\,s$$

بنابراین متحرکی که با شتاب کمتر شروع به حرکت کرده، $۶\,s$ در راه بوده است و داریم:

$$AB=\frac{۱}{۲}a(t+۳)^۲\Rightarrow AB=\frac{۱}{۲}\times ۲\times(۳+۳)^۲=۳۶\,m$$

۹۸ ۱ ۲ ۳ ۴ در ۲ ثانیهٔ آخر ۴ متر جابه‌جا شده و سرعت آن به صفر رسیده پس:

$$\Delta x=-\frac{۱}{۲}at^۲+vt\Rightarrow ۴=-\frac{۱}{۲}a\times ۲^۲\Rightarrow a=-۲\frac{m}{s^۲}$$

در ۲ ثانیهٔ اول ۳۶ متر جابه‌جا شده است پس:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow ۳۶=\frac{۱}{۲}\times -۲\times ۴+v_۰\times ۲\Rightarrow v_۰=۲۰\frac{m}{s}$$

در کل حرکت

$$v=at+v_۰\Rightarrow ۰=-۲\times t_۱+۲۰\Rightarrow t_۱=۱۰s$$

۹۹ ۱ ۲ ۳ ۴ سرعت اولیه منفی است و حرکت در ابتدا کندشونده در جهت منفی و سپس تندشونده در جهت مثبت است.

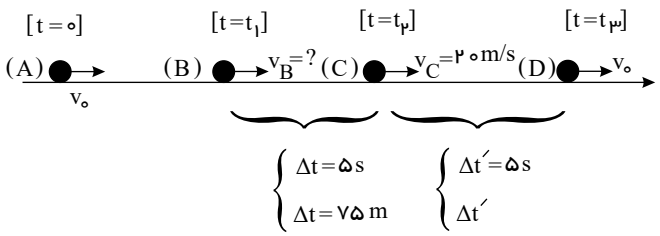
۱۰۰ ۱ ۲ ۳ ۴ گام اول: متحرک با شتاب a، سریع‌تر از متحرک با شتاب $\frac{۹}{۱۶}a$ حرکت می‌کند. بنابراین اگر متحرک با شتاب a (را که با A نشان خواهیم داد) مسیر مستقیم معین شده را در مدت زمان Δt_A طی کند متحرک دوم (که با B نشان می‌دهیم) در مدت زمان $\Delta t_B=\Delta t_A+۲s$ همان مسیر را طی خواهد نمود:

$$\begin{cases}\Delta x_A=\frac{۱}{۲}a\Delta t_A^۲+v_{۰A}\Delta t_A\\ \Delta x_B=\frac{۱}{۲}(\frac{۹}{۱۶}a)(\Delta t_A+۲)^۲+v_{۰B}\Delta t_B\end{cases}\xrightarrow[v_{۰A}=v_{۰B}=۰]{\Delta x_A=\Delta x_B}a\Delta t_A^۲=\frac{۹}{۱۶}a(\Delta t_A+۲)^۲\Rightarrow\Delta t_A=\frac{۳}{۴}(\Delta t_A+۲)=\frac{۳}{۴}\Delta t_A+۱٫۵\Rightarrow ۰٫۲۵\Delta t_A=۱٫۵$$

$$\Rightarrow\Delta t_A=۶s$$

۱۰۱ ۱ ۲ ۳ ۴

گام اول: حرکت شتابدار با شتاب ثابت بر خط راست است. مدت $۵s$ یک بازهٔ زمانی که ابتدا و انتهای این بازهٔ زمانی در متن سؤال مشخص نشده است. فرض کنیم این بازهٔ زمانی بین لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ باشد:



گام دوم: ابتدا تندی متحرک در مکان (B) و سپس شتاب حرکت (a) را می‌یابیم:

$$(B\to C):\Delta x=(\frac{v_B+v_C}{۲})(\Delta t)\to ۷۵=(\frac{v_B+۲۰}{۲})(۵)\Rightarrow v_B+۲۰=۳۰\Rightarrow v_B=۱۰\frac{m}{s}\to a=\frac{\Delta v_{BC}}{\Delta t_{BC}}=\frac{۲۰-۱۰}{۵}=۲\frac{m}{s^۲}\Rightarrow a=۲\frac{m}{s^۲}$$

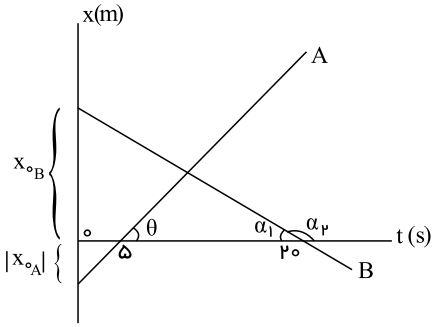
گام سوم:

$$(C\to D):\begin{cases}(v_{av})_{CD}=(\frac{v_D+v_C}{۲})=(\frac{۳۰+۲۰}{۲})=۲۵\frac{m}{s}\\ v_D=v_C+a\Delta t'=۲۰+۲\times ۵=۳۰\frac{m}{s}\end{cases}$$

۱۰۲ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا رابطهٔ بین x_{OB} و x_{OA} را محاسبه می‌کنیم، سپس مقدار هریک را تعیین می‌کنیم.

$$x_{۰B}+|x_{۰A}|=۱۵۰m\quad(۱)$$

$$\begin{cases}v_A>۰\\ v_B<۰\end{cases}\xrightarrow{(A\text{ تندی})=۲(B\text{ تندی})}v_A=۲|v_B|$$



می‌دانیم شیب خطوط مماس بر نمودار مکان - زمان برابر سرعت لحظه‌ای است و اگر نمودار یک خط مایل باشد، خود شیب این خط برابر سرعت لحظه‌ای آن متحرک است.

$$\begin{cases} v_A = A\text{تندی} = \dfrac{|x_{\circ A}|}{۵} \quad (۲) \\ |v_B| = \dfrac{x_{\circ B}}{۲۰} \quad (۳) \end{cases} \xrightarrow{v_A = ۲|v_B|} \frac{|x_{\circ A}|}{۵} = ۲\frac{x_{\circ B}}{۲۰} = \frac{x_{\circ B}}{۱۰} \Rightarrow |x_{\circ A}| = \frac{x_{\circ B}}{۲} \Rightarrow x_{\circ B} = ۲|x_{\circ A}| \xrightarrow{(۱)} \begin{cases} |x_{\circ A}| = ۵۰ \Rightarrow x_{\circ A} = -۵۰m \\ x_{\circ B} = ۱۰۰m \end{cases}$$

$$(۲) \Rightarrow v_A = \frac{۵۰}{۵} = ۱۰\frac{m}{s}\ ,\ (۳) \Rightarrow v_B = -\frac{۱۰۰}{۲۰} = -۵\frac{m}{s}$$

درنهایت معادلات مکان - زمان دو متحرک را می‌نویسیم و فاصله دو متحرک را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} x_A = v_A t + x_{\circ A} \\ x_B = v_B t + x_{\circ B} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_A = ۱۰t - ۵۰ \\ x_B = -۵t + ۱۰۰ \end{cases} \Rightarrow x_A - x_B = ۱۵t - ۱۵۰ \Rightarrow x_A - x_B = ۱۵ \times ۲۰ - ۱۵۰ = ۱۵۰m \Rightarrow x_A - x_B = ۱۵۰m$$

۱۰۳ ۱ ۲ **۳** ۴ ماهواره A از یک مکان معین هر ۲۴ ساعت یک بار توسط ناظری روی زمین که خود می‌چرخد (حرکت وضعی زمین) دیده می‌شود و می‌دانیم دوره حرکت وضعی زمین ۲۴ ساعت است، پس دوره حرکت ماهواره A نصف دوره حرکت زمین (ناظر ساکن روی آن) است، پس: $T_A = ۱۲$ ساعت

و در مورد ارتباط دوره ماهواره‌ها و شعاع مدار گردش می‌دانیم:

$$T \propto r\sqrt{r} \Rightarrow \frac{T_B}{T_A} = \frac{r_B\sqrt{r_B}}{r_A\sqrt{r_A}} \Rightarrow \frac{T_B}{۱۲\text{ساعت}} = ۹ \times \sqrt{۹} = ۲۷ \Rightarrow T_B = ۳۲۴\text{ ساعت}$$

۱۰۴ ۱ **۲** ۳ ۴

با توجه به اینکه نمودار v-t یک خط با شیب ثابت است، حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. پس شیب خط برابر شتاب حرکت متحرک است. بنابراین با پیدا کردن شتاب، معادلهٔ سرعت را نوشته و داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{-۹ - ۱۲}{۲۱ - ۰} = -۱\frac{m}{s^۲}$$

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow[v_{\circ}=۱۲]{a=-۱} v = -t + ۱۲$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۶ \to v_۱ = -(۶) + ۱۲ = ۶\frac{m}{s} \\ t_۲ = ۱۲ \to v_۲ = -۱۲ + ۱۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}\Delta t = \frac{۶ + ۰}{۲} \times (۱۲ - ۶) = ۱۸m$$

۱۰۵ ۱ **۲** ۳ ۴

$$v = at + \cancel{v_{\circ}} \Rightarrow \begin{cases} v_۱ = a_۱ t \Rightarrow ۱۰ = at \quad (۱) \\ v_۲ = a_۲ t \Rightarrow ۲۲ = (a + ۱٫۵)t \end{cases} \Rightarrow ۱۲ = ۱٫۵t \Rightarrow t = ۸s$$

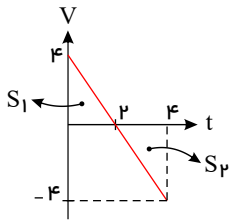
۱۰۶ ۱ ۲ ۳ **۴** با استفاده از معادله‌ی سرعت - زمان، نمودار آن را رسم کرده و قدر مطلق مساحت را با هم جمع می‌کنیم.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_{\circ}t + x_{\circ} = -t^۲ + ۴t - ۴$$

$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_{\circ} = ۴\frac{m}{s}$$

$$\Rightarrow v = at + v_{\circ} = -۲t + ۴$$

$$d = |S_۱| + |S_۲| = \left|\frac{۴ \times ۲}{۲}\right| + \left|\frac{۲ \times (-۴)}{۲}\right| = ۸m$$



۱۰۷ ۱ ۲ ۳ **۴** سرعت در $t = ۰$ در جهت محور x است (دقت کنید در جهت محور x بودن الزاماً به مفهوم $x > ۰$ بودن نیست بلکه یعنی جهت سرعت متحرک در جهت $(+)$ محور x است، درحالی که ممکن است $x < ۰$ باشد.) پس $v_{\circ} > ۰$.

به کمک سرعت متوسط در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت جابه‌جایی متحرک را می‌یابیم:

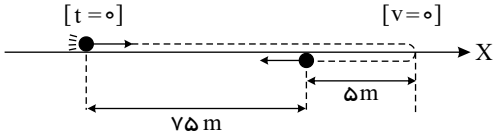
$$\vec{v}_{av} = \frac{\vec{\Delta x}}{\Delta t} = ۷٫۵\vec{i} \Rightarrow (\frac{\Delta x}{\Delta t})\vec{i} = ۷٫۵\vec{i}$$

$$\Rightarrow \frac{\Delta x}{\Delta t} = ۷٫۵ \Rightarrow \Delta x = ۷٫۵ \times ۱۰ = ۷۵m \quad (۱)$$

تندی متوسط متحرک در همین مدت $۸٫۵\frac{m}{s}$ شده است، از اینکه تندی متوسط متحرک بیشتر از سرعت متوسط متحرک شده است، در می‌یابیم که الزاماً متحرک تغییر جهت داده است. یعنی مسافت طی شده بیشتر از جابه‌جایی است.

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{L}{۱۰} = ۸٫۵ \Rightarrow L = ۸۵m \quad (۲)$$

با توجه به مقادیر (۱) و (۲):



حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. نمودار $(v-t)$ یک خط مایل است با $v_{\circ} > \circ$

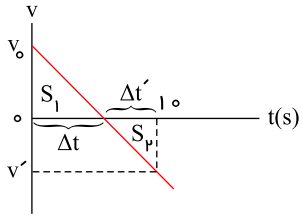
$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow S_۱ = ۸\circ m\ ,\ S_۱ + |S_۲| = ۸۵m \Rightarrow |S_۲| = ۵m$$

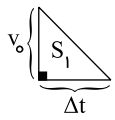
$$\frac{|v'|}{v_{\circ}} = \frac{\Delta t'}{\Delta t}\ ,\ \begin{cases} S_۱ = \frac{۱}{۲} v_{\circ} \Delta t = ۸\circ \\ S_۲ = \frac{۱}{۲}|v'|\Delta t' = ۵ \end{cases}$$

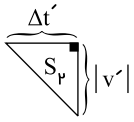
$$\Rightarrow \frac{|v'|}{|v|} \times \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۵}{۸\circ} = \frac{۱}{۱۶} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۳)} (\frac{\Delta t'}{\Delta t})^{۲} = \frac{۱}{۱۶} \Rightarrow \frac{\Delta t'}{\Delta t} = \frac{۱}{۴}\ \frac{\Delta t'}{۱\circ - \Delta t'} = \frac{۱}{۴}$$

$$\Rightarrow \Delta t' = ۲s \Rightarrow \Delta t = ۸s$$



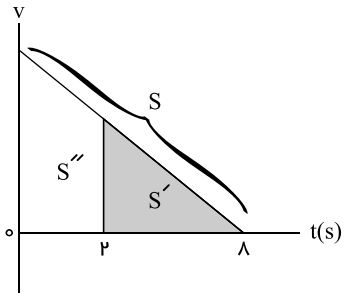




$$\Rightarrow S' = ?$$

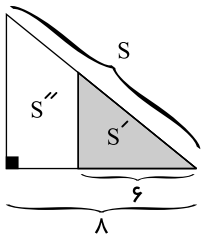
$$\Rightarrow S''_{(\circ - ۲s)} = \Delta x = L = ?$$

$$\Rightarrow S_۱ = ۸\circ m$$



$$\Rightarrow \frac{S'}{S} = (\frac{۶}{۸})^{۲} = \frac{۹}{۱۶} \Rightarrow \frac{S'}{۸\circ} = \frac{۹}{۱۶}$$

$$\Rightarrow S' = ۴۵ \Rightarrow \text{مجهول سؤال} = S - S' = ۸\circ - ۴۵ = ۳۵m$$



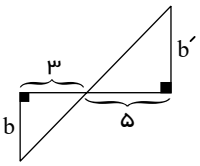
توجه: می‌توان پس از مشخص شدن $\Delta t = ۸s$، از روش زیر بهره برد به نحوی که: در بازهٔ زمانی $(\circ - ۸s)$ و $(۲s - ۸s)$، به مسئله وارونه نگاه کنیم تا $v_{\circ} = \circ$ شود. آنگاه:

$$(\circ \to ۸s) \to (۸s \to \circ) \Rightarrow \begin{cases} v_{\circ} = v_{(t=۸s)} = \circ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲} a \Delta t^{۲} \Rightarrow ۸\circ = \frac{۱}{۲}|a| \times ۸^{۲} \Rightarrow |a| = ۲/۵ \frac{m}{s^{۲}} \end{cases}$$

$$(۲s \to ۸s) \to (۸s \to ۲s) \begin{cases} v_{\circ} = v_{(t=۸s)} = \circ \\ |\Delta x| = \frac{۱}{۲} a \Delta t^{۲} = \frac{۱}{۲}(۲/۵)۶^{۲} = ۴۵m \end{cases}$$

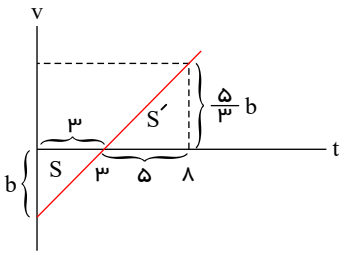
$$\Rightarrow \text{مجهول تست} = S - S' = ۸\circ - ۴۵ = ۳۵m$$

۱۰۸ ۱ ۲ ۳ ۴ ساده‌ترین راه، رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت زیر نمودار آن‌هاست:



$$\Rightarrow \frac{b'}{b} = \frac{۵}{۳} \Rightarrow b' = \frac{۵}{۳} b$$

$$|S| = \frac{۱}{۲}(۳)(b) = \frac{۳b}{۲}$$
$$S' = \frac{۱}{۲}(\frac{۵}{۳}b)(۵) = \frac{۲۵}{۶}b$$
$$\Delta x = S' - |S| = \frac{۸}{۳}b$$
$$L = S' + |S| = \frac{۳۴}{۶}b$$
$$\frac{\Delta x}{L} = \frac{\frac{۸}{۳}b}{\frac{۳۴}{۶}b} = \frac{۸}{۱۷}$$



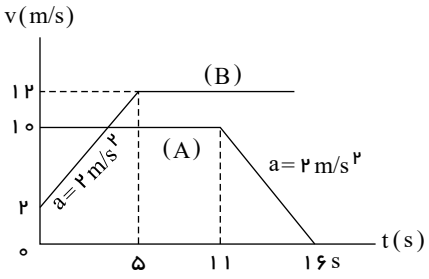
۱۰۹ ① ② ③ ④

$$\bar{v}_A = \frac{\Delta x}{\Delta t_A},\ \bar{v}_B = \frac{\Delta x}{\Delta t_B} \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_B} = \frac{\Delta t_B}{\Delta t_A}$$
$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{۱}{۲}a_A t_A^۲ = \frac{۱}{۲}a_B t_B^۲ \Rightarrow (\frac{t_B}{t_A})^۲ = \frac{a_A}{a_B} = ۴$$
$$\Rightarrow \frac{t_B}{t_A} = ۲ \Rightarrow \frac{\bar{v}_A}{\bar{v}_B} = ۲$$

۱۱۰ ① ② ③ ④ از نظر محاسبات یکی از تست‌های طولانی کنکور است. برای تسریع و سهولت در پاسخ‌دهی به این تست از نمودار $(v-t)$ کمک می‌گیریم؛

گام اول: نمودار $(v-t)$ هر دو متحرک را رسم می‌کنیم. سرعت متحرک (B) در پایان ثانیهٔ پنجم:

$v = at + v_۰ = ۲ \times ۵ + ۲ = ۱۲\frac{m}{s}$ خواهد بود.



هر دو متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان بوده‌اند:

$$x_{۰A} = x_{۰B} = ۰$$

لحظه‌ای که دو اتومبیل به‌هم می‌رسند: $x_A = x_B$. بنابراین اگر لحظهٔ موردنظر را $t = t'$ درنظر بگیریم:

$(t_۲ = t'$ تا $t_۱ = ۰$ در بازهٔ زمانی) $\Rightarrow \Delta x_A = \Delta x_B$ (جابه‌جایی دو متحرک یکسان است)

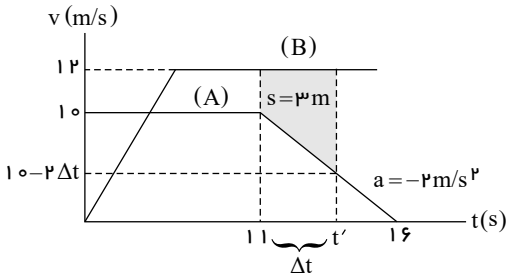
گام دوم: سطح زیر نمودار $(v-t)$ برابر جابه‌جایی است؛ با کمی تأمل در شکل مشخص است که تا $t = ۵s$ این اتفاق رُخ نمی‌دهد. بینیم تا $t = ۱۱s$ آیا جابه‌جایی دو متحرک (مساحت سطح زیر دو نمودار) یکسان می‌شود یا خیر؟

$$A: \Delta x_A = ۱۱ \times ۱۰ = ۱۱۰m \text{ و } B: \Delta x_B = \underset{\text{ذوزنقه}}{S} + \underset{\text{مستطیل}}{S} = \frac{۱}{۲}(۵)(\underbrace{۲ + ۱۲}_{۱۴}) + ۱۲ \times ۶ = ۳۵ + ۷۲ \Rightarrow \begin{cases} \Delta x_A = ۱۱۰m \\ \Delta x_B = ۱۰۷m \end{cases} \Rightarrow \Delta x_B < \Delta x_A \Rightarrow t' > ۱۱s$$

$\Rightarrow$ کافی است مساحت سطح زیر نمودار متحرک B از $t = ۱۱s$ ،به بعد $۳m$ بیشتر از مساحت سطح زیر نمودار A باشد.

گام سوم:

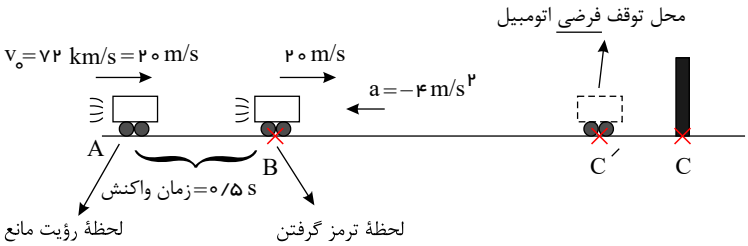
$$S = \frac{۱}{۲}(\Delta t)(\underbrace{۲ + (۱۲ - (۱۰ - ۲\Delta t))}_{۴+۲\Delta t}) = ۳ \Rightarrow ۲\Delta t + \Delta t^۲ = ۳ \Rightarrow \Delta t^۲ + ۲\Delta t - ۳ = ۰$$
$$\Rightarrow \Delta t = \frac{-۲ \pm \sqrt{۴ + ۱۲}}{۲} = \frac{-۲ \pm ۴}{۲} \begin{cases} -۳s \\ ۱s ✓ \end{cases} \Rightarrow t' = ۱۲s$$



$$t' = ۱۲s \begin{cases} v_B = ۱۲\frac{m}{s} \\ v_A = ۱۰ - ۲\Delta t = ۱۰ - ۲ \times ۱ = ۸\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_B - v_A = ۱۲ - ۸ = ۴\frac{m}{s}$$

۱۱۱ ① ② ③ ④ فرض کنیم جسم در نقطهٔ C' متوقف می‌شود. طبق مفهوم شتاب ($a = -۴\frac{m}{s^۲}$ یعنی از $v_۰ = +۲۰\frac{m}{s}$ در هر ثانیه $۴\frac{m}{s}$ کاسته می‌شود)، پس از $۵s$ متحرک متوقف می‌شود. جابه‌جایی جسم در این مدت:

$$\Delta x_{BC'} = (\frac{v + v_{\circ}}{۲})\Delta t = (\frac{\circ + ۲\circ}{۲})(۵) = ۵\circ m$$



گام دوم: در مدت زمان واکنش راننده، اتومبیل در مدت $۰/۵m$ با تندی $۲\circ\frac{m}{s}$ به مقدار $\Delta x_{AB} = v\Delta t \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۱\circ m$.

گام سوم:

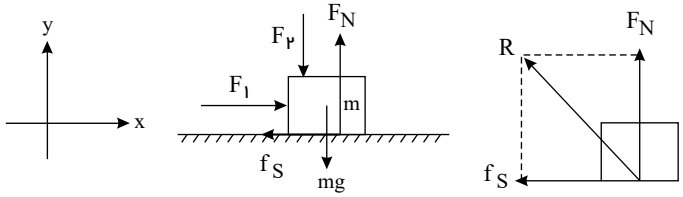
$$\Delta x_{AB} + \Delta x_{BC'} = ۱\circ + ۵\circ = ۶\circ m > \Delta x_{AC} = ۵۲m$$

پس به مانع برخورد می‌کند. امّا با چه تندی؟

$$v_C^{۲} - v_B^{۲} = ۲a\Delta x_{BC} \Rightarrow v_C^{۲} - ۲\circ^{۲} = ۲(-۴)(\underbrace{۴۲}_{(۵۲-۱\circ=۴۲)}) \Rightarrow v_C^{۲} = ۴\circ\circ - ۳۳۶ \Rightarrow v_C = ۸\frac{m}{s}$$

۱۱۲ ۱ ۲ ۳ ۴

در هر حالت نیروی عمودی تکیه گاه و نیروی اصطکاک را می‌یابیم. چون جسم ساکن است، در هر دو حالت نیروی اصطکاک با نیروی افقی هم اندازه است.



$$\begin{cases} R = \sqrt{F_N^{۲} + f_s^{۲}} \quad (۱) \\ x : (F_{net})_x = ma_x = \circ \Rightarrow f_s = F_۱ \quad (۲) \\ y : (F_{net})_y = ma_y = \circ \Rightarrow F_N = F_۲ + mg \quad (۳) \end{cases}$$

$$(۱)\text{ و }(۲)\text{ و }(۳) \Rightarrow R = \sqrt{(F_۲ + mg)^{۲} + (F_۱)^{۲}} \quad (*)$$

$|\vec{F_۱}|$ و $|\vec{F_۲}|$ هریک دو برابر شده و جسم همچنان ساکن می‌ماند.

$$R' = \sqrt{(۲F_۲ + mg)^{۲} + (۲F_۱)^{۲}} \quad (**)$$

$$(*)\text{ و }(**) \Rightarrow \frac{R'}{R} = \sqrt{\frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + mg)^{۲}}{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}}} = k$$

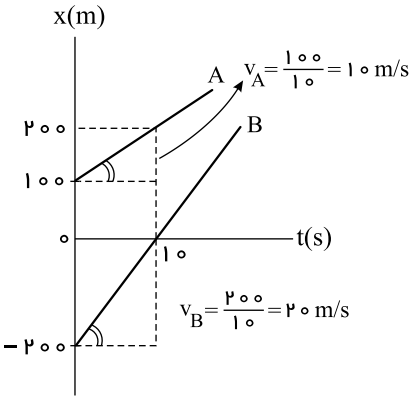
$$\text{می‌دانیم}: \frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + ۲mg)^{۲}}{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}} = \frac{۴[F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}]}{[F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}]} = ۴$$

$$\text{از طرفی}: \frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + ۲mg)^{۲}}{\underbrace{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}}_{۴}} > \frac{۴F_۱^{۲} + (۲F_۲ + mg)^{۲}}{F_۱^{۲} + (F_۲ + mg)^{۲}} = k^{۲} \rightarrow k^{۲} < ۴ \rightarrow \begin{cases} k < ۲ \\ \text{صورت کسر} < \text{مخرج کسر} \end{cases} \Rightarrow ۱ < k < ۲$$

راه دوم: به جای $F_۱$ و $F_۲$ و mg اعداد دلخواه منطقی قرار داده و ...

۱۱۳ ۱ ۲ **۳** ۴

در ابتدا سرعت هر یک از متحرک‌ها و به دنبال آن مسیر حرکت آن‌ها را رسم می‌کنیم و معادلهٔ حرکت آن‌ها را می‌نویسیم. می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. در اینجا که سرعت متحرک‌ها ثابت است، داریم:



$$x=vt+x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A=۱۰t+۱۰۰ \\ x_B=۲۰t-۲۰۰ \end{cases}$$

با توجه به اینکه تندی متحرک B بیشتر از متحرک A است، مرتباً به متحرک A نزدیک شده و بعد از رسیدن به متحرک A، از آن جلو می‌افتد، پس دوبار فاصلهٔ آن‌ها از هم ۲۰ متر می‌شود.

$$|x_A-x_B|=۲۰m \rightarrow \begin{cases} x_A-x_B=۲۰m \\ x_B-x_A=۲۰m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ۱۰t_۱+۱۰۰-(۲۰t_۱-۲۰۰)=۲۰ \rightarrow t_۱=۲۸s \\ ۲۰t_۲-۲۰۰-(۱۰t_۲+۱۰۰)=۲۰ \rightarrow t_۲=۳۲s \end{cases} \rightarrow \Delta t=t_۲-t_۱=۴s$$

۱۱۴ ۱ ۲ **۳** ۴ در نقطهٔ اوج، نیروی خالص وارد بر توپ، برایند دو نیروی وزن و مقاومت هوا است، بنابراین داریم:

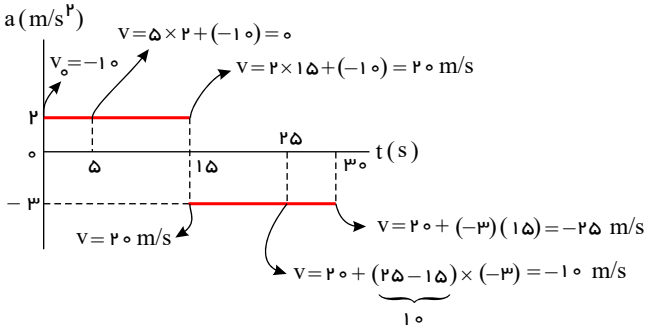
$$W=mg=۴٫۸ \rightarrow m\times ۱۰=۴٫۸ \Rightarrow m=۰٫۴۸kg$$

$$\text{در نقطهٔ اوج} \Rightarrow F_{net}=ma \Rightarrow \sqrt{f_D^۲+۴٫۸^۲}=۰٫۴۸\times\frac{۶۵}{۶}=۵٫۲$$

$$f_D^۲+۴٫۸^۲=۵٫۲^۲ \Rightarrow f_D^۲=۵٫۲^۲-۴٫۸^۲=\underbrace{(۵٫۲-۴٫۸)}_{۰٫۴}\underbrace{(۵٫۲+۴٫۸)}_{۱۰}=۴ \Rightarrow f_D=۲N$$

۱۱۵ ۱ ۲ ۳ ۴ **۱**

روش اول: کافی است از مفهوم شتاب در هر بازهٔ زمانی استفاده کرده، سرعت متحرک را در لحظات $t=۵s$ و $t=۲۵s$ و $t=۳۰s$ می‌یابیم:



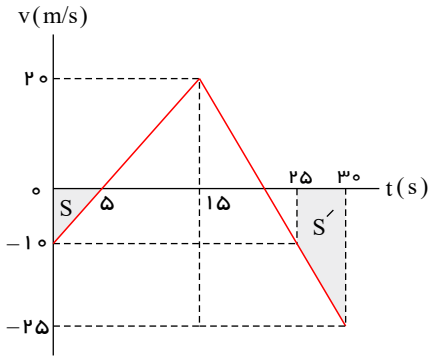
$$\overbrace{\text{در بازهٔ زمانی صفر تا } ۵s}^{\text{۵ ثانیهٔ اول}} \Rightarrow \Delta x=(\frac{۰+(-۱۰)}{۲})(۵)=-۲۵m \rightarrow |\Delta x|=۲۵m$$

$$\underbrace{\text{در بازهٔ زمانی } ۲۵s \text{ تا } ۳۰s}_{\text{۵ ثانیهٔ ششم}} \Rightarrow \Delta x'=(\frac{-۲۵+(-۱۰)}{۲})(۵)=\frac{-۳۵\times۵}{۲}=-۸۷٫۵m \Rightarrow |\Delta x'|=۸۷٫۵m \Rightarrow |\frac{\Delta x'}{\Delta x}|=\frac{۸۷٫۵}{۲۵}=۳٫۵$$

توجه: دقت کنیم در بازهٔ زمانی داده شده شتاب ثابت بوده است. (در هر بازهٔ زمانی جداگانه)

روش دوم: کافی است نمودار $(v-t)$ را رسم کنیم:

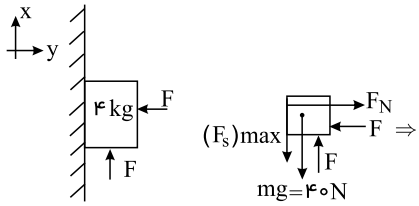
v را در لحظات $t=۵s$ و $t=۲۵s$ و $t=۳۰s$ مشخص می‌کنیم و به کمک سطح زیر نمودار، جابه‌جایی در هر مرحله را محاسبه می‌کنیم.



$$\Rightarrow \begin{cases} \Delta x = ۰ - S = -\frac{۱}{۲} \times ۱۰ \times ۵ = -۲۵m \\ \Delta x' = ۰ - S' = -\frac{۱}{۲} \times ۵ \times (۱۰ + ۲۵) = -۸۷٫۵m \end{cases} \Rightarrow |\frac{\Delta x'}{\Delta x}| = \frac{۸۷٫۵}{۲۵} = ۳٫۵$$

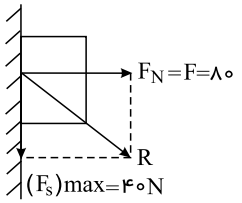
۱۱۶ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالت اول که جسم در آستانهٔ حرکت روبه بالا قرار دارد، نیروی f_{smax} روبه پایین است به عبارتی داریم:



$$\begin{cases} x: a_x = ۰ \Rightarrow F_N = F \\ y: f_{smax} + mg = F \end{cases} \Rightarrow f_{smax} = F - ۴۰ \Rightarrow \mu_s F_N = F - ۴۰ \Rightarrow ۰٫۵F = F - ۴۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}F = ۴۰$$

$$\Rightarrow F = ۸۰N \Rightarrow (f_s)_{max} = ۴۰N$$



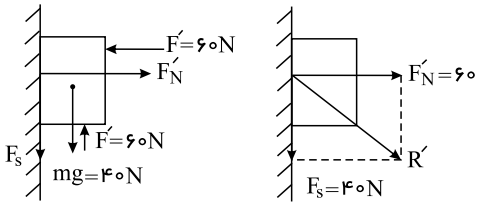
$$\Rightarrow R = \sqrt{۴۰^۲ + ۸۰^۲} \Rightarrow R = ۴۰\sqrt{۵} \quad (۱)$$

در حالت دوم:

$$F' = F - ۲۰ = ۸۰ - ۲۰ = ۶۰N \Rightarrow F' = ۶۰N$$

چون $F' - mg = ۲۰N$ کمتر از $(f_s)'_{max} = \mu_s F'_N = ۰٫۵ \times ۶۰ = ۳۰$ است، جسم هم‌چنان ساکن است، بنابراین داریم:

$$F' = mg + f_s \rightarrow ۶۰ = ۴۰ + f_s \rightarrow f_s = ۲۰N$$



$$\Rightarrow R' = \sqrt{F'^۲_N + f_s^۲} \Rightarrow R' = \sqrt{۶۰^۲ + ۲۰^۲} = ۲۰\sqrt{۱۰}N \Rightarrow R' = ۲۰\sqrt{۱۰}N \quad (۲)$$

$$(۱)\ ,\ (۲) \Rightarrow \frac{R'}{R} = \frac{۲۰\sqrt{۱۰}}{۴۰\sqrt{۵}} = \frac{\sqrt{۲}}{۲}$$

۱۱۷ ۱ ۲ ۳ ۴ ابتدا سرعت متوسط را محاسبه می‌کنیم:

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۶ - ۱۶}{۸ - ۰} = ۰$$

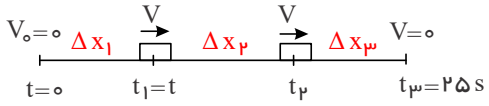
نمودار مکان - زمان متحرک سهمی است، بنابراین می‌توان نتیجه گرفت حرکت شتاب ثابت است $(a = \overline{a})$، اکنون با توجه به اطلاعات روی نمودار بین لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۴$ و به کمک رابطهٔ مستقل از سرعت اولیه داریم:

$$\Delta x = -\frac{۱}{۲}at^۲ + Vt \Rightarrow ۸ = -\frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + ۰ \times ۴ \Rightarrow a = -۱\frac{m}{s^۲}$$

توجه: شیب نمودار $x-t$ در لحظهٔ $t=۴$ برابر صفر است، یعنی در این لحظه $V=۰$ است.

۱۱۸ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم اگر در حرکت شتاب‌دار ثابت سرعت متحرکی پس از t ثانیه از $V_۰$ به V برسد و سپس در مرحلهٔ بعد، سرعتش را با همان شتاب کاهش داده به‌طوری که پس از t' ثانیه از V مجدداً به $V_۰$ برسد، در این‌صورت $(\Delta x_۱ = \Delta x_۲ \ , \ t = t')$ خواهد بود و داریم:

$$\overline{V} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow ۲۰ = \frac{\Delta x}{۲۵} \Rightarrow \Delta x = ۵۰۰m$$



$$\Delta x = \Delta x_۱ + \Delta x_۲ + \Delta x_۳ \Rightarrow ۵۰۰ = \frac{V+۰}{۲} \times t + V(۲۵ - ۲t) + \frac{V+۰}{۲} \times t$$

$$\xrightarrow{V=at} ۵۰۰ = \frac{۵t^۲}{۲} + ۱۲۵t - ۱۰t^۲ + \frac{۵t^۲}{۲} = -۵t^۲ + ۱۲۵t \Rightarrow t^۲ - ۲۵t + ۱۰۰ = ۰$$

$$\Rightarrow (t-۲۰)(t-۵) = ۰ \Rightarrow t = ۲۰s \text{ غ ق ق} \ , \ t = ۵ \text{ ق ق}$$

حال با داشتن مدت زمان t برای محاسبهٔ مدت زمان حرکت یکنواخت متحرک داریم:

$$\Delta t_۱ + \Delta t_۲ + \Delta t_۳ = ۲۵s \Rightarrow t + \Delta t_۲ + t = ۲۵ \Rightarrow \Delta t_۲ = ۲۵ - ۲t = ۲۵ - ۱۰$$
$$= ۱۵s \Rightarrow \Delta t_{\text{یکنواخت}} = ۱۵s$$

۱۱۹ ۱ ۲ ۳ ۴

انرژی جنبشی با مجذور تکانهٔ متناسب و با جرم جسم نسبت عکس دارد. یعنی:

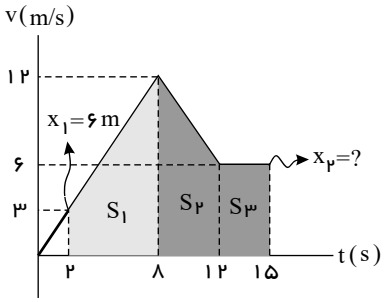
$$\begin{cases} m_B = \frac{۵}{۸} m_A \\ p_A = \frac{۴}{۳} p_B \end{cases} \xrightarrow{k=\frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = (\frac{p_A}{p_B})^۲ (\frac{m_B}{m_A})} \frac{k_A}{k_B} = (\frac{۴}{۳})^۲ (\frac{۵}{۸}) \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{۱۶}{۹} \times \frac{۵}{۸} = \frac{۱۰}{۹} \Rightarrow \frac{k_A}{k_B} = \frac{۱۰}{۹}$$

۱۲۰ ۱ ۲ ۳ ۴ گام اول: ابتدا سرعت متحرک را در $t=۲s$ می‌یابیم. چندین روش وجود دارد. مثلاً اینکه از $t=۰$ تا $t=۸s$ شتاب ثابت است (چون شیب خط مماس بر نمودار $v-t$ برابر شتاب بوده و شیب تغییر ننموده است.)

$$a = (a_{av})_{۰-۸s} = (a_{av})_{۰-۲s} \Rightarrow \frac{۱۲-۰}{۸-۰} = \frac{v-۰}{۲-۰} \Rightarrow v = ۳\frac{m}{s}$$

(برای یافتن v در $t=۲s$ راه‌های زیادی وجود دارد: معادلهٔ خط، تالس، مفهوم شتاب، معادلهٔ سرعت و ...)

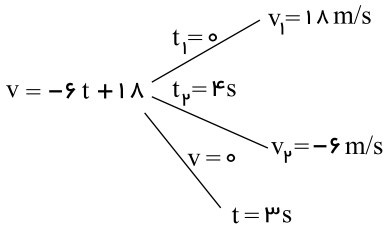
گام دوم: از $t=۲s$ تا $t=۱۵s$ مساحت سطح زیر نمودار را یافته و کار تمام!

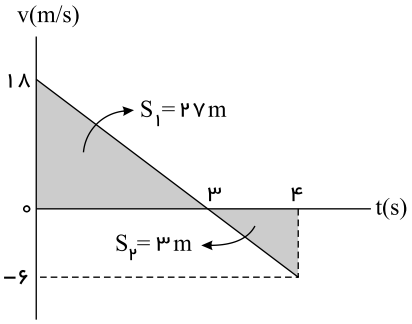


$$\Delta x = \Delta x_۲ - (-۶) = S_۱ + S_۲ + S_۳ \Rightarrow x_۲ + ۶ = \underbrace{\frac{۱}{۲} \times ۶ \times (۳+۱۲)}_{۴۵} + \underbrace{\frac{۱}{۲}(۴)(۶+۱۲)}_{۳۶} + \underbrace{۳ \times ۶}_{۱۸} \Rightarrow x_۲ + ۶ = ۹۹ \rightarrow x_۲ = ۹۳m \Rightarrow \vec{x}_۲ = ۹۳\vec{i}$$

۱۲۱ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به معادلهٔ سرعت - زمان داده‌شده، نمودار آن را رسم کرده و با تعیین سرعت در لحظه‌های داده‌شده، سطح محصور بین نمودار و محور زمان که برابر با مقدار مسافت طی‌شده است را یافته و درنهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.





$$\ell = S_1 + S_2 = ۳۰m$$

$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳۰}{۴} \rightarrow S_{av} = ۷/۵\frac{m}{s}$$

۱۲۲ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا معادلهٔ سرعت و شتاب متحرک را محاسبه کرده و سپس به بررسی تک تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

$$x = ۲t^۳ - ۶t^۲ + ۶t \Rightarrow V = \frac{dx}{dt} = ۶t^۲ - ۱۲t + ۶ \Rightarrow a = \frac{dV}{dt} = ۱۲t - ۱۲$$

گزینهٔ (۱):

$$\begin{cases} t_1 = ۰ \rightarrow V_1 = ۶ \\ t_2 = ۲ \rightarrow V_2 = ۶ \end{cases} \Rightarrow \bar{a} = \frac{V_2 - V_1}{t_2 - t_1} = \frac{۶ - ۶}{۲ - ۰} = ۰$$

گزینهٔ (۲):

شرط تغییر جهت حرکت: $V = ۰ \Rightarrow ۶t^۲ - ۱۲t + ۶ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۲t + ۱ = ۰$

$$\Rightarrow (t-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱$$

لحظهٔ $t = ۱(s)$ ریشهٔ مضاعف معادلهٔ سرعت است، بنابراین در این لحظه سرعت صفر می‌شود اما تغییر جهت نمی‌دهد.

گزینهٔ (۳): برای بررسی تندشونده یا کندشونده بودن حرکت، معادلهٔ سرعت و شتاب را تعیین علامت می‌کنیم:

$V = ۰ \Rightarrow ۶t^۲ - ۱۲t + ۶ = ۰ \Rightarrow ۶(t-۱)^۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱$ ریشهٔ مضاعف

$a = ۰ \Rightarrow ۱۲t - ۱۲ = ۰ \Rightarrow t = ۱$ ریشهٔ ساده

بنابراین حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.

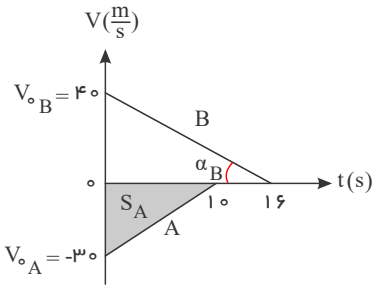
		$t = ۱$	
V	+	۰	+
a	−	۰	+
	کندشونده		تندشونده

گزینهٔ (۴): باتوجه به تعیین علامت سرعت و مضاعف بودن ریشهٔ $t = ۱(s)$ می‌توان نتیجه گرفت متحرک تغییر جهت نمی‌دهد و سرعت همواره مثبت است یعنی حرکت همواره در جهت محور x است.

۱۲۳ ۱ ۲ ۳ ۴

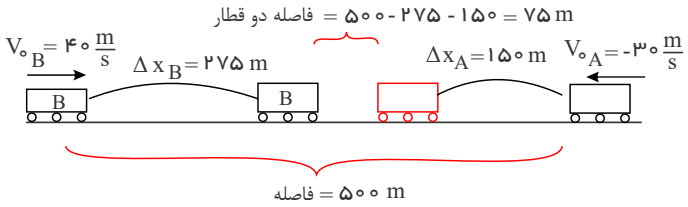
در لحظهٔ $t = ۱۰s$ قطار A می‌ایستد درنتیجه ابتدا باید جابه‌جایی قطار B را تا این لحظه پیدا کنیم:

$$\begin{cases} B \text{ شیب خط} = a_B = -\frac{۴۰}{۱۶} = -۲/۵\frac{m}{s^۲} \\ \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t^۲ + V_{۰B}t \\ \Rightarrow \Delta x_B = \frac{۱}{۲}(-۲/۵)۱۰^۲ + ۴ \times ۱۰ \Rightarrow \Delta x_B = ۲۷۵m \end{cases}$$



جابه‌جایی متحرک A را با استفاده از سطح زیر نمودار A به‌دست می‌آوریم.

$$\Delta x_A = S_A = \frac{۳ \times ۱۰}{۲} = ۱۵۰m$$



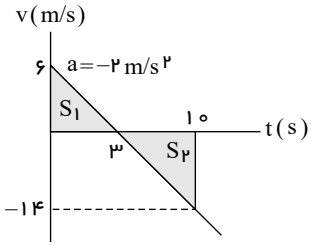
۱۲۴ ۱ ۲ **۳** ۴ توجه: هنگامی که مسافت طی شده خواسته می‌شود باید توجه کنیم ممکن است حرکت رفت و برگشت باشد (در نمودار $(x-t)$ نقاط max و min و در نمودار $(v-t)$ محور تقاطع نمودار با محور افقی t و تغییر علامت v). برای یافتن مسافت طی شده و نیز تندی متوسط S_{av} (که به مسافت طی شده توسط متحرک وابسته است.) رسم نمودار $(v-t)$ و استفاده از مساحت سطح زیر نمودار آن یکی از راه‌کارهای مناسب است.

گام اول: سرعت اولیه را می‌یابیم. شتاب ثابت است و در $t = ۳s$، سرعت متحرک صفر است. (شیب خط مماس برابر سرعت در هر لحظه است.)

$$(t_۲ = ۳s \text{ تا } t_۱ = ۰ \text{ در بازهٔ زمانی}) \Rightarrow \Delta x = (\frac{v + v_۰}{۲})\Delta t \Rightarrow ۳۶ - ۲۷ = (\frac{۰ + v_۰}{۲})(۳ - ۰) \Rightarrow ۹ = \frac{۳}{۲}v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \Rightarrow a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۰ - ۶}{۳ - ۰} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: نمودار $(v-t)$ را رسم می‌کنیم:



در هر ثانیه $۲\frac{m}{s}$ از تندی کاسته می‌شود، پس:

$$t = ۳s \rightarrow v = ۰$$

$$t = ۱۰s \rightarrow v = ۶ - ۲ \times ۱۰ = -۱۴\frac{m}{s}$$

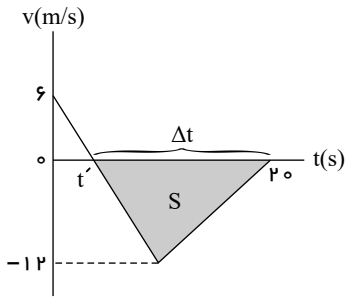
$$t = ۱۰s \text{ تا } t = ۰ \text{ مسافت طی شده از } : L = S_۱ + S_۲ = \frac{۱}{۲} \times ۶ \times ۳ + \frac{۱}{۲} \times ۱۴ \times ۷ = ۹ + ۴۹ = ۵۸m$$

روش دوم: با استفاده از دنباله‌ای که جابه‌جایی‌ها در حرکت با شتاب ثابت در هر ثانیهٔ تشکیل می‌دهد نیز به پاسخ رسید.

مسافت طی‌شده $L = ۵۸m$

۱۲۵ ۱ **۲** ۳ ۴

هنگامی که متحرک در جهت محور x حرکت می‌کند، $v > ۰$ است و وقتی در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند، $v < ۰$ است. پس در بازهٔ زمانی صفر تا t'، چون $v > ۰$ است متحرک در جهت محور x و در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$ چون $v < ۰$ است متحرک در خلاف جهت محور x حرکت می‌کند.



در بازهٔ زمانی t' تا $t = ۲۰s$:

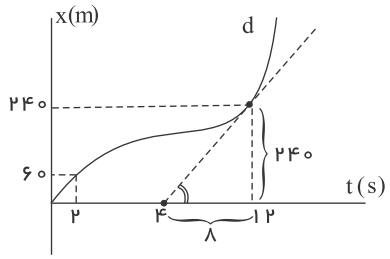
$$L = (S) = \frac{۱}{۲}(۱۲)(\Delta t)$$

$$S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۶\Delta t}{\Delta t} = ۶\frac{m}{s}$$

توجه: نکته مهم این بود که نیازی به یافتن t' نبود. این سؤال در سال‌های اخیر مورد توجه طراحان بوده است.

۱۲۶ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا مکان متحرک را در لحظهٔ $t_۲ = ۱۴s$ می‌یابیم. می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ برابر سرعت لحظه‌ای متحرک است، بنابراین داریم:



$$V_{t=۱۲} = x - t \text{ شیب خط مماس بر } = \frac{۲۴۰}{۸} = ۳۰\frac{m}{s}$$

از طرفی مطابق فرض سؤال داریم:

$$V_{t=۱۲} = V_{av(۲-۱۴)} \rightarrow ۳۰ = \frac{x_{۱۴} - x_{۲}}{۱۴ - ۲} \xrightarrow{x_{۲}=۶۰m} x_{۱۴} - ۶۰ = ۳۶۰ \rightarrow x_{۱۴} = ۴۲۰m$$

در نهایت داریم:

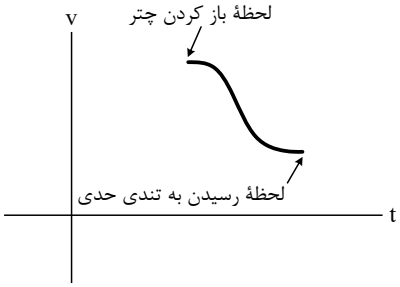
$$\text{دو ثانیهٔ اول } V_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۶۰ - ۰}{۲} = ۳۰\frac{m}{s}$$

$$\text{دو ثانیهٔ هفتم } V'_{av} = \frac{x_{۱۴} - x_{۱۲}}{۱۴ - ۱۲} = \frac{۴۲۰ - ۲۴۰}{۲} = ۹۰\frac{m}{s}$$

$$\rightarrow \frac{V_{av}}{V'_{av}} = \frac{۳۰}{۹۰} = \frac{۱}{۳}$$

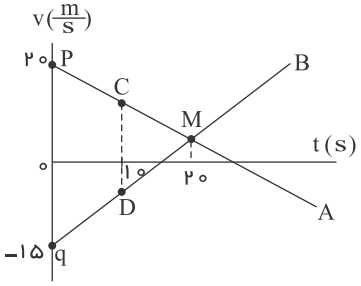
۱۲۷ ۱ ۲ ۳ ۴

پس از بازکردن چتر و تا قبل از رسیدن به تندی حدی، نیروی مقاومت هوا از نیروی وزن بیشتر، پس شتاب رو به بالا است و چون حرکت رو به پایین است، حرکت کندشونده است و البته شتاب هم در حال کاهش. اگر جهت سرعت رو به پایین را مثبت فرض کنیم. از لحظهٔ باز کردن چتر تا رسیدن به تندی حدی، نمودار $v - t$ به صورت زیر است.



۱۲۸ ۱ ۲ ۳ ۴

ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، اختلاف سرعت دو متحرک در لحظهٔ $t = ۱۰s$ را می‌یابیم.



$$\overset{\Delta}{MCD} \sim \overset{\Delta}{MPQ} \rightarrow \frac{CD}{۳۵} = \frac{۱۰}{۲۰} \rightarrow CD = ۱۷/۵$$

حال مسافت ذوزنقهٔ هاشور زده، معادل مجموع مسافت طی شده توسط این دو متحرک در ۱۰ ثانیهٔ اول است، یعنی:

$$\ell_A + \ell_B = S_{\text{ذوزنقه}} = \frac{۳۵ + ۱۷/۵}{۲} \times ۱۰ \rightarrow \ell_A + \ell_B = ۲۶۲/۵m$$

۱۲۹ ۱ ۲ ۳ ۴

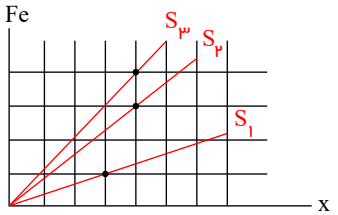
طبق رابطهٔ قانون هوک:

$$F_e = kx \quad (x \rightarrow \text{مقدار تغییر طول فنر})$$

طبق $F_e = kx$، شیب نمودار $(F_e - x)$ برابر ثابت فنر است. با توجه به مقیاس رسم شده در نمودار، می‌توان ثابت فنرها را پیدا کرد.

$$\begin{cases} k_۱ = \frac{۱}{۳} \\ k_۲ = \frac{۳}{۴} \end{cases} \Rightarrow \frac{k_۱}{k_۲} = \frac{\frac{۱}{۳}}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴}{۹} \Rightarrow k_۱ = \frac{۴}{۹}k_۲$$

$$\begin{cases} k_۲ = \frac{۳}{۴} \\ k_۳ = ۱ \end{cases} \Rightarrow \frac{k_۳}{k_۲} = \frac{۱}{\frac{۳}{۴}} = \frac{۴}{۳} \Rightarrow k_۳ = \frac{۴}{۳}k_۲$$



به ازای یک نیروی یکسان تغییر طول فنر با ثابت فنر رابطهٔ عکس دارد:

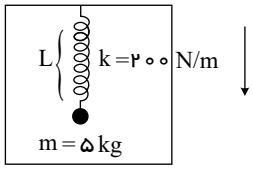
$$F_e = kx = \text{ثابت} \Rightarrow x \propto \frac{۱}{k}$$

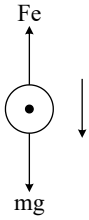
$$k_۱ = \frac{۴}{۹}k_۲ \Rightarrow x_۱ = \frac{۹}{۴}x_۲ = \frac{۹}{۴} \times ۴cm = ۹cm \Rightarrow x_۱ = ۹cm$$

$$k_۳ = \frac{۴}{۳}k_۲ \Rightarrow x_۳ = \frac{۳}{۴}x_۲ = \frac{۳}{۴} \times ۴cm = ۳cm \Rightarrow x_۳ = ۳cm$$

۱۳۰ ۱ ۲ ۳ ۴

اگر تغییر طول فنر از $\triangle L$ و درحالت اول جهت شتاب روبه پایین را نسبت بگیریم، داریم: $F_{net} = ma$





$$\Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow F_e = m(g-a) \Rightarrow k\Delta L = m(g-a) \quad *$$

$$\text{حالت اول} :\overset{*}{\rightarrow} \begin{cases} k(\overbrace{L_۱ - L_۰}^{\Delta L_۱}) = m(g-۲) = ۴۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta L_۱ = \frac{۴۰}{۲۰۰}m = ۲۰cm \quad (۱)$$

در حالت دوم که آسانسور به صورت کندشونده پایین می‌رود، جهت شتاب روبه بالا است، بنابراین داریم:

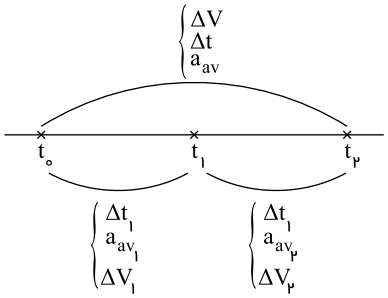
$$\Rightarrow \Delta L_۲ = \frac{۵۵}{k} = \frac{۵۵}{۲۰۰} = \frac{۲۷٫۵}{۱۰۰}m = ۲۷٫۵cm \quad (۲)$$

$$\text{حالت دوم} :\overset{*}{\rightarrow} \begin{cases} k(\overbrace{L_۲ - L_۰}^{\Delta L_۲}) = m(g+۱) = ۵ \times ۱۱ = ۵۵N \Rightarrow a_۲ = -۱ \end{cases}$$

$$\Rightarrow L_۲ - L_۱ = ۷٫۵cm \Rightarrow (L_۲ - L_۰) - (L_۱ - L_۰) = ۷٫۵cm(۱) \ , \ (۲) \Rightarrow \Delta L_۲ - \Delta L_۱ = ۷٫۵cm$$

۱۳۱ ۱ ۲ ۳ ۴

به طور کلی در حرکت در امتداد محور x داریم:



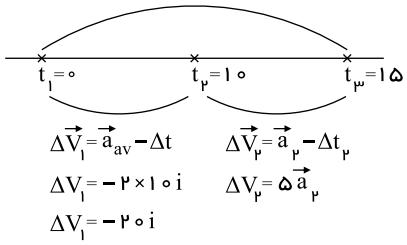
$$\Delta V = \Delta V_۱ + \Delta V_۲$$

در اینجا:

$$\Delta \vec{V} = \vec{a} \times \Delta t = \frac{۲}{۳} \times ۱۵i = \Delta \vec{V} = ۱۰\vec{i}$$

$\Delta V_1 = \vec{a_{av}} \times \Delta t = -2 \times 10\vec{i} \rightarrow \Delta V_1 = -20\vec{i}$

$\Delta V_2 = \vec{a_2} \times \Delta t_2 = -2 \rightarrow \Delta V_2 = -20\vec{a_2}$



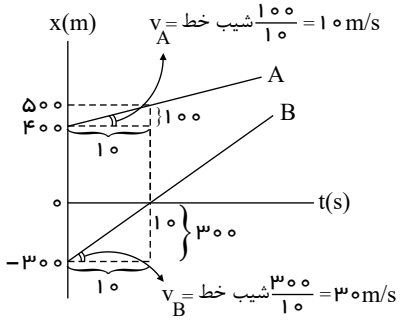
$\Delta \vec{V} = \Delta \vec{V} \rightarrow 10\vec{i} = -20\vec{i} + 5\vec{a_2} \rightarrow \vec{a_2} = 6\vec{i}$

۱۳۲ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا معادلهٔ حرکت هر یک را می‌نویسیم:

$x = vt + x_0 \rightarrow \begin{cases} x_A = 10t + 400 \\ x_B = 30t - 300 \end{cases}$

$V_B = \text{شیب خط} = \frac{300}{10} = 30\frac{m}{s}$

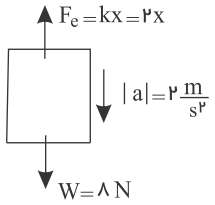
این دو متحرک، دو بار در فاصلهٔ ۶۰۰ متری هم قرار می‌گیرند. یک بار قبل از اینکه به هم برسند و بار دیگر بعد از اینکه به هم رسیده و دوباره از هم دور شوند یعنی:



$|\Delta x| = |x_A - x_B| = |(10t + 400) - (30t - 300)| = -20t + 700 \rightarrow \begin{cases} x_A - x_B = 600 = -20t + 700 \rightarrow t_1 = 5s \\ x_A - x_B = -600 = -20t + 700 \rightarrow t_2 = 65s \end{cases} \rightarrow \frac{t_2}{t_1} = \frac{65}{5} = 13$

۱۳۳ ۱ ۲ ۳ ۴

هنگامی که آسانسور در حال توقف است، حرکتش کندشونده است، یعنی شتاب و سرعتش در خلاف جهت یکدیگرند، در اینجا که آسانسور حرکت کندشونده رو به بالا دارد، پس شتابی رو به پایین خواهد داشت، بنابراین داریم:

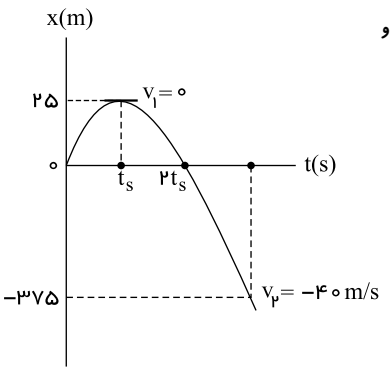


$F_{net} = ma \rightarrow W - F_e = ma \rightarrow 8 - 2x = 0/8 \times 2 \rightarrow x = 3/2cm$

$x = \Delta\ell = \ell - \ell_0 \rightarrow 3/2 = \ell - 20 \rightarrow \ell = 23/2cm$

۱۳۴ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به اینکه جابه‌جایی متحرک از لحظهٔ توقف ($v_1 = 0$) تا مکان $x = -375m$ معلوم است. ($\Delta x = -375 - 25 = -400m$) و نیز معلوم بودن سرعت متحرک در مکان $x = -375m$، با استفاده از رابطهٔ سرعت - جابه‌جایی، شتاب حرکت متحرک را می‌یابیم.



$v_2^2 - v_1^2 = 2a\Delta x \rightarrow (-40)^2 - 0 = 2(a)(-400) \rightarrow a = -2\frac{m}{s^2}$

و در مدتی که $x > 0$ است، بردار مکان متحرک در جهت محور x است (که در اینجا معادل $2t_s$ است.) بنابراین برای پیدا کردن t_s، از رأس سهمی تا مبدأ مکان در امتداد محور x برمی‌گردیم،

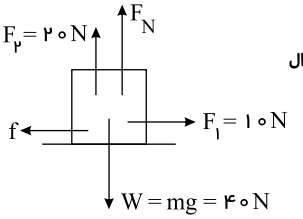
یعنی:

$$\begin{cases} v_۱ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \end{cases} \xrightarrow[a=-۲\frac{m}{s^۲}]{\Delta x=-۲۵m} -۲۵ = \frac{۱}{۲}(-۲)(t_s)^۲ \rightarrow t_s = ۵s$$

و مدتی که بردار مکان متحرک در جهت مثبت محور x است:

$$\Delta t = ۲t_s = ۱۰s$$

۱۳۵ ۱ ۲ ۳ **۴**



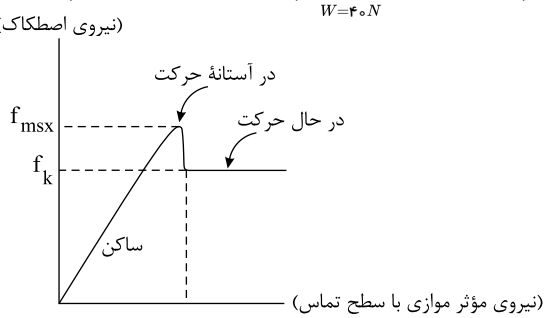
قبل از هر چیز می‌دانیم که نیروی اصطکاک در حال سکون مقدار ثابتی نیست و مادامی که جسم ساکن است، با نیروی محرکی که تمایل به حرکت دادن جسم دارد، هم‌اندازه است، یعنی در اینجا تا موقعی که جسم ساکن است، $f_s = F_۱$ است. از این رو اگر $F_۱$ تغییر کند، f_s نیز تغییر می‌کند. ولی در سؤال داده‌شده، نیروی متغیر، $F_۲$ است نه $F_۱$. پس چون $F_۱$ ثابت است، تا قبل از حرکت مقدار f_s ثابت می‌ماند (که تا اینجا فقط گزینهٔ «۴» این‌گونه بوده و صحیح است.) اما در آستانهٔ حرکت نیروی اصطکاک $f_{s,max}$ و بعد از آن f_k است. از این رو اگر نیروی $F_۱$ در نهایت بتواند جسم را به حرکت وادارد نیروی اصطکاک در بازهٔ شروع به حرکت و حرکت، کاهش می‌یابد. پس باید بررسی کنیم تا $F_۱$ می‌تواند جسم را به حرکت وادارد یا خیر، یعنی:

در آستانهٔ حرکت : $f_{s,max} = \mu_s F_N \xrightarrow[\mu_s = ۰/۴]{f_{s,max}=F_۱=۱۰N} ۱۰ = ۰/۴ \times F_N \Rightarrow F_N = ۲۵N$

حال اگر در آستانهٔ حرکت، مقدار $F_۲$ را بیابیم، داریم:

$$F_N + F_۲ = W \Rightarrow F_N = W - F_۲ \xrightarrow[W=۴۰N]{F_N=۲۵N} ۲۵ = ۴۰ - F_۲ \Rightarrow F_۲ = ۱۵N$$

یعنی به‌ازای $F_۲ = ۱۵N$ جسم شروع به حرکت می‌کند و از آن پس: چون $F_۲$ در حال افزایش تا $۲۰N$ است، نیروی F_N کاهش یافته، پس نیروی اصطکاک نیز کاهش می‌یابد.



$$\downarrow f_k = \mu_k F_N \downarrow$$

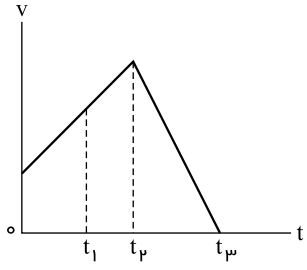
۱۳۶ ۱ **۲** ۳ ۴

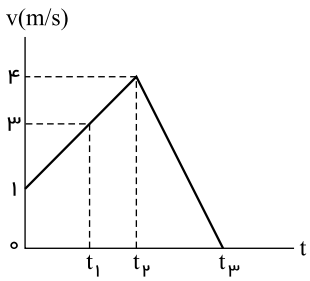
برای حل این سؤال باید به چند نکتهٔ زیر توجه کنیم:

۱) اگر متحرک در امتداد یک خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند، در یک بازهٔ زمانی معین، سرعت متوسط و تندی متوسطش هم‌اندازه‌اند.

۲) در حرکت با شتاب ثابت، می‌توان از رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲}$، سرعت متوسط را محاسبه کرد.

۳) سطح محصور برابر است.





با توجه به نکات بالا، بدیهی است که سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در هر یک از بازه‌های زمانی داده‌شده در گزینه‌ی ۱، ۲ و ۴، هم‌اندازه‌اند، چون متحرک در بازه‌های زمانی داده شده تغییر جهت نداده است.

از طرفی در بازهٔ زمانی ۰ تا $t_۳$، با استفاده از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$، اگرچه Δx (سطح زیر نمودار) بیشتر از بقیه است ولی با توجه به Δt بیشتر از بقیه، در این بازه، بیشترین سرعت متوسط (تندی

متوسط) را نداریم.

اما برای بررسی بقیهٔ گزینه‌ها، از عددگذاری به صورت زیر استفاده می‌کنیم.

۱: از ۰ تا t_1:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۱ + ۳}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

۲: از t_1 تا t_2:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۳ + ۴}{۲} = ۳/۵\frac{m}{s}$$

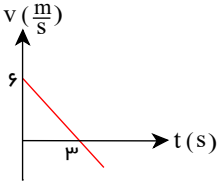
۳: از t_2 تا t_3:

$$s_{av} = v_{av} = \frac{۴ + ۰}{۲} = ۲\frac{m}{s}$$

پس با مقایسهٔ اعداد به‌دست‌آمده، گزینهٔ «۲» صحیح است.

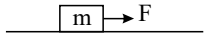
۱۳۷ ۱ ۲ ۳ ۴ بدیهی است که تا قبل از لحظهٔ توقف یعنی $t_s = |\frac{v_۰}{a}|$، حرکت کندشونده است.

$$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = -t^۲ + ۶t + ۲۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲},\ v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$
$$v = at + v_۰ = -۲t + ۶$$



با توجه به نمودار سرعت - زمان حرکت متحرک قبل از $t = ۳s$ کندشونده است.

۱۳۸ ۱ ۲ ۳ ۴



$$m = ۳۶kg\ ,\ F = ۱۷۷N\ ,\ v_۰ = ۰\ ,\ v = ۳\frac{m}{s}\ ,\ t = ۴s$$

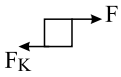
گام اول: شتاب حرکت را می‌یابیم.

$$v = at + v_۰ \Rightarrow ۳ = a \times ۴ + ۰ \Rightarrow a = \frac{۳}{۴}\frac{m}{s^۲}$$

گام دوم: تشخیص اینکه نیروی اصطکاک داریم یا خیر؟

(درحالی که شتاب جسم اکنون $a = ۰/۷۵\frac{m}{s^۲}$ است) $\Rightarrow$ (می‌بایستی شتاب حرکت برابر باشد با: $a = \frac{F_{net}}{m} = \frac{F}{m} = \frac{۱۷۷}{۳۶}\frac{m}{s^۲}$) $\Rightarrow$ (اگر اصطکاک نداشته باشیم)

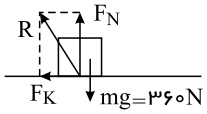
$\xrightarrow[\frac{۱۷۷}{۳۶} > ۰/۷۵]{\text{چون:}}$ (حتماً اصطکاک داریم) $\Rightarrow$ (چون جسم در حال حرکت است، نیروی اصطکاک از نوع نیروی اصطکاک جنبشی است.)



$$\Rightarrow F_{net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow f_k = F - ma = ۱۷۷ - ۳۶ \times ۰/۷۵ \Rightarrow f_k = ۱۷۷ - ۲۷ = ۱۵۰N \Rightarrow f_k = ۱۵۰N$$

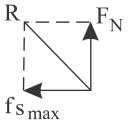
گام سوم: نیروی f_k و F_N از طرف سطح تکیه‌گاه به جسم وارد می‌شود پس برای یافتن نیروی سطح به جسم می‌بایستی برآیند آن‌ها را یافت.

$$F_N = mg = ۳۶۰N$$

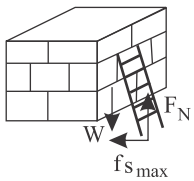


$$\Rightarrow R = \sqrt{F_N^۲ + f_k^۲} = \sqrt{۳۶۰^۲ + ۱۵۰^۲} \Rightarrow R = ۳۹۰N$$

۱۳۹ ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول:



در راستای قائم داریم:



$$F_{nety} = ۰ \rightarrow F_N = W = mg = ۱۶۰N$$

با توجه به رابطهٔ مربوط به نیروی سطح داریم:

$$R^۲ = f_{smax}^۲ + F_N^۲ \rightarrow (۲۰۰)^۲ = f_{smax}^۲ + (۱۶۰)^۲ \rightarrow f_{smax}^۲ = ۱۲۰N$$

از طرفی داریم:

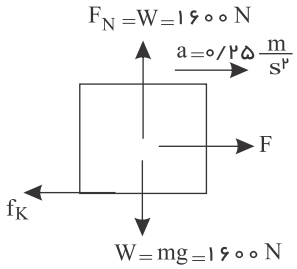
$$f_{smax}^۲ = \mu_s F_N \rightarrow ۱۲۰ = \mu_s \times ۱۶۰ \rightarrow \mu_s = \frac{۳}{۴}$$

روش دوم:

$$R^2 = f_{smax}^2 + F_N^2 = (\mu_s F_N)^2 + F_N^2 = F_N^2(\mu_s^2 + 1) \rightarrow R = F_N\sqrt{\mu^2+1} \rightarrow 200 = 160 + \sqrt{\mu^2+1} \rightarrow \sqrt{\mu^2+1} = \frac{200}{160} = \frac{5}{4}$$

$$\rightarrow \mu^2 + 1 = \frac{25}{16} \rightarrow \mu^2 = \frac{9}{16} \rightarrow \mu = \frac{3}{4}$$

۱۴۰ ۱ ۲ ۳ ۴ با رسم نیروی وارد بر صندوق داریم:



$$f_k = \mu_k F_N = 0/2 \times 1600 \rightarrow f_k = 320N$$

در حالت اول برای تعیین نیروی F داریم:

$$F_{net} = ma \rightarrow F - f_k = ma \rightarrow F - 320 = 160 \times 0/25 \rightarrow F = 360N$$

در حالت دوم برای تعیین جرم صندوق جدید داریم:

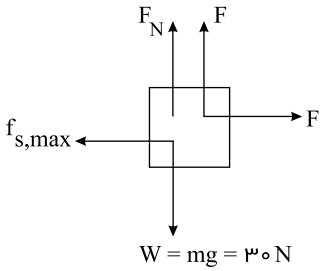
$$F_{net} = m'a' \rightarrow F - f_k' = m'a' \xrightarrow[a'=2a]{f_k'=\mu_k=m'g} F - \mu_k = m'g = m'a' \rightarrow 360 - 0/2 \times m' \times 10 = m' \times 0/5 \rightarrow 2/5m' = 360 \rightarrow m' = 144kg$$

و در نهایت داریم:

$$\Delta m = m - m' = 160 - 144 \rightarrow \Delta m = 16kg$$

۱۴۱ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا بزرگی نیروی F را در حالت اول محاسبه می‌کنیم.



در آستانهٔ حرکت داریم:

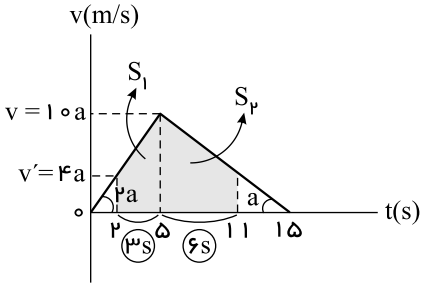
$$\begin{cases} F_N = 30 - F \\ f_{smax} = F \end{cases} \xrightarrow[\mu_s = 0/5]{f_{smax} = \mu_s F_N} 0/5(30 - F) = F \rightarrow F = 10N$$

حال اگر اندازهٔ نیروی F به اندازهٔ ۴ نیوتون کاهش یابد، نیروی باقی‌مانده $6N$ خواهد بود. در این موقعیت نیروی اصطکاک در آستانه حرکت را می‌یابیم:

$$\begin{cases} F_N' = 30 - F' \xrightarrow{F'=6N} F_N' = 24N \\ f_{smax}' = \mu_s F_N' = (0/5)(24) = 12N \end{cases}$$

در این موقعیت چون $F' = 6N$ کمتر از $f_{s_1\,max}'$ است، بنابراین جسم حرکت نمی‌کند و ساکن است، پس: $f_s = F' = 6N$ است.

۱۴۲ ۱ ۲ ۳ ۴ می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان با شتاب متحرک برابر است. با توجه به نمودار که شیب خط در ۵ ثانیهٔ اول، دو برابر قدرمطلق شیب خط در ۱۰ ثانیهٔ بعد است، می‌توانیم فرض کنیم که اگر شتاب حرکت در مرحلهٔ اول و دوم به ترتیب a_1 و a_2 باشد، خواهیم داشت:



$$\begin{cases} a_1 = 2a \\ |a_2| = a \end{cases}$$

حال باتوجه به اینکه سطح محصور بین نمودار و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است، مقدار a را به صورت زیر می‌یابیم:

$$v_۲^۲ - v_۱^۲ = ۲a(\Delta x) \xrightarrow[v_۱=۰, v_۲=۲۰\frac{m}{s}]{\Delta x = x_۲ - x_۱ = ۰-(-۵۰)=۵۰m} (۲۰)^۲ - (۰)^۲ = (۲)(a)(۵۰) \Rightarrow a = ۴\frac{m}{s^۲}$$

حال با توجه به اینکه در ۸ ثانیهٔ اول حرکت، سرعت متوسط متحرک صفر شده، جابه‌جایی‌اش در این مدت صفر بوده ، پس در $t_s = ۴s$ متوقف شده و تغییر جهت داده است. بنابراین با نوشتن معادلهٔ سرعت در ۴ ثانیهٔ اول داریم:

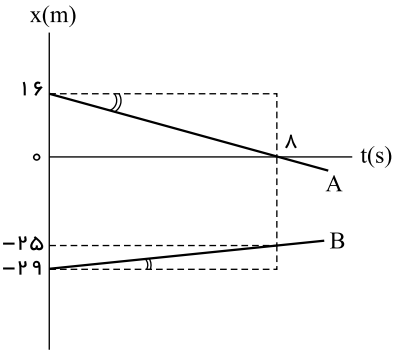
$$v = at + v_۰ \xrightarrow[t=۴s]{v=۰} ۰ = (۴)(۴) + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۱۶\frac{m}{s}$$

و در نهایت برای تعیین سرعت متوسط در $t_۱$ ثانیهٔ اول حرکت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_۰ + v}{۲} \xrightarrow[v=۲۰\frac{m}{s}]{v_۰=-۱۶\frac{m}{s}} v_{av} = \frac{-۱۶+۲۰}{۲} \Rightarrow v_{av} = ۲\frac{m}{s}$$

۱۴۴ ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم که شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان با سرعت متحرک برابر است. بنابراین در ابتدا معادلهٔ حرکت هریک از دو متحرک را می‌نویسیم.



$$\Rightarrow v_A = \text{شیب خط} = \frac{-۱۶}{۸} = -۲\frac{m}{s}$$

$$v_B = \text{شیب خط} = \frac{۴}{۸} = \frac{۱}{۲}\frac{m}{s}$$

$$x = vt + x_۰ \Rightarrow \begin{cases} x_A = -۲t + ۱۶ \\ x_B = \frac{۱}{۲}t - ۲۹ \end{cases}$$

و در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک به یکدیگر داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow -۲t + ۱۶ = \frac{۱}{۲}t - ۲۹ \Rightarrow \frac{۵}{۲}t = ۴۵ \Rightarrow t = ۱۸s$$

و مکان هریک در این لحظه برابر است با:

$$x_B = x_A = -۲t + ۱۶ \xrightarrow{t=۱۸s} x_A = -۲ \times ۱۸ + ۱۶ \Rightarrow x_B = x_A = -۲۰m$$

۱۴۵ ۱ ۲ ۳ ۴ سطح زیر نمودار در بازهٔ $۰ < t < ۴s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$S = \frac{۴+۲}{۲} \times ۸ = ۲۴m = x_۴ - x_۰ = x_۴ - (-۳۶) \Rightarrow x_۴ = -۱۲m$$

بنابراین متحرک $۱۲m$ دیگر باید جابه‌جا شود تا به مبداء مکان برسد.

در $t > ۴s$ داریم:

$$a = \frac{v_۹ - v_۴}{۹-۴} = \frac{(-۲)-۸}{۵} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t = -t^۲ + ۸t = +۱۲ \Rightarrow (t-۶)(t-۲) = ۰ \Rightarrow t = ۲ \text{ یا } t = ۶ \Rightarrow t = ۲ \text{ ق ق}$$

$$\Rightarrow t_{\text{رسیدن}} = ۶s$$

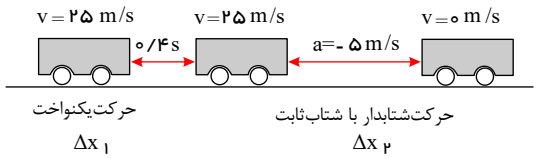
۱۴۶ ۱ ۲ ۳ ۴ در مدت $۰/۴s$ اتومبیل با سرعت ثابت (حرکت یکنواخت) و پس از آن با شتاب ثابت کندشونده حرکت می‌کند.

$$v_۰ = ۹۰ \div ۳/۶ = ۲۵m/s$$

$$\Delta x_۱ = v_۰ \Delta t_۱ = ۲۵ \times ۰/۴ = ۱۰m$$

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \Rightarrow ۰ - ۲۵^۲ = ۲(-۵)\Delta x_۲$$

$$\Rightarrow \Delta x_۲ = ۶۲/۵m$$

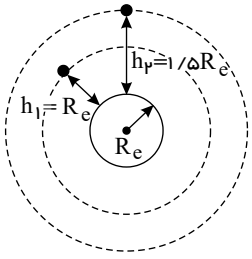


بنابراین از لحظه‌ای که راننده مانع را در ۸۰ متری خود می‌بیند تا توقف کامل $۷۲/۵m$ جابه‌جا می‌شود، درنتیجه اتومبیل در ۷/۵ متری مانع می‌ایستد.

۱۴۷ ۱ ۲ ۳ ۴ گام اول: شعاع دوران را در دو حالت تعیین می‌کنیم:

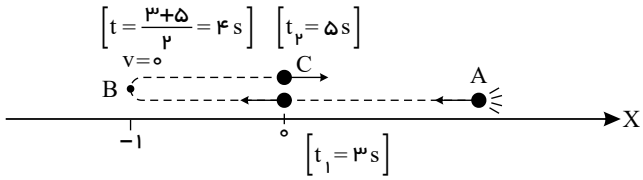
$$r_۱ = R_e + h_۱ = ۲R_e$$

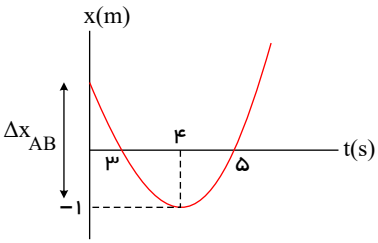
$$\text{شعاع دوران } r_۲ = R_e + h_۲ = R_e + ۱/۵R_e = ۲/۵R_e$$



گام دوم: هنگامی که یک ماهواره پیرامون کرهٔ زمین آزادانه دوران می‌کند (فقط تحت تأثیر نیروی گرانش کرهٔ زمین قرار دارد.) شتاب مرکزگرای ماهواره همان شتاب گرانش در محل ماهواره است:

از مبدأ مکان عبور نموده راهی وجود ندارد جز اینکه:





روش وارونه دیدن!

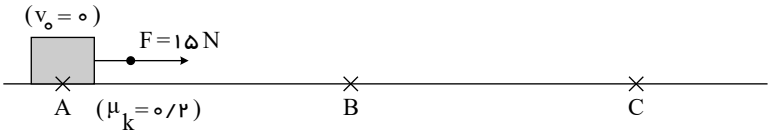
$$A \not\to B \to (B \to A) : \Delta x = \frac{۱}{۲}a(\Delta t)^۲ = ۸a \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۱۶m$$

$$B \to C \to \Delta x = \frac{۱}{۲}a(۱)^۲ = ۰/۵a = ۱ \to a = ۲$$

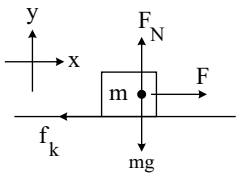
$$\Rightarrow x_۰ = ۱۵m \Rightarrow S_{av} = \frac{L}{\Delta t} = \frac{۱۶+۱}{۵} = \frac{۱۷}{۵}\frac{m}{s}$$

۱۴۹ ۱ ۲ ۳ **۴** فرض کنید نخ از (A) شروع به حرکت کرده و در نقطهٔ (B) نخ پاره شود.

از B تا C (محل توقف) در امتداد موازی سطح افقی تنها نیروی اصطکاک وارد می‌شود.



$(A \to B)$:



$$y : (F_{net})_y = ۰$$
$$x : (F_{net})_x = ma_x$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y : F_N = mg = ۵۰N \Rightarrow f_k = \mu_k F_N = \frac{۲}{۱۰} \times ۵۰ = ۱۰N \\ x : F - f_k = ma \Rightarrow ۱۵ - ۱۰ = ۵a \Rightarrow a = ۱\frac{m}{s^۲} \Rightarrow v_B = v_A + at \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_B = ۰ + (۱)(۲) = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow v_B = ۲\frac{m}{s} \Rightarrow \Delta x_{AB} = (\frac{v_B + v_A}{۲})(\Delta t) \Rightarrow \Delta x_{AB} = (\frac{۲+۰}{۲})(۲) = ۲m \Rightarrow \Delta x_{AB} = ۲m$$

در مرحله دوم که نخ پاره شده، جسم تحت اثر نیروی اصطکاک، یک حرکت‌کندشونده با شتاب a دارد که:

$$(B \to C) : a = -\mu_k g \quad (F_{net} = ma \Rightarrow ۰ - f_k = ma \Rightarrow -\mu_k mg = ma \Rightarrow a = -\mu_k g)$$

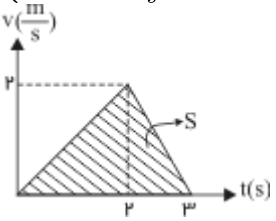
$$\Rightarrow a = -\frac{۲}{۱۰} \times ۱۰ \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v_C^۲ - v_B^۲ = ۲a\Delta x_{BC} \Rightarrow ۰ - ۲^۲ = ۲(-۲)\Delta x_{BC} \Rightarrow \Delta x_{BC} = ۱m$$

$$\Delta x_{AC} = \Delta x_{AB} + \Delta x_{BC} = ۲ + ۱ = ۳m$$

روش دوم: حرکت شامل دو بخش با شتاب‌های مختلف است که می‌توانیم با رسم نمودار $v-t$، Δx آن را حساب کنیم؛ مشابه به روش قبل $a_۱$ و $a_۲$ را می‌یابیم:

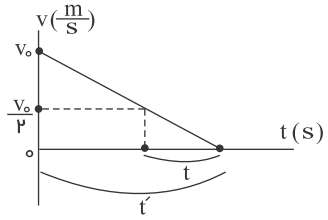
$$\begin{cases} ۱ : a_۱ = ۱\frac{m}{s^۲} \\ ۲ : a_۲ = -۲\frac{m}{s^۲} \end{cases}$$



$$\Delta x = S_{\text{زیر نمودار}} = \frac{۳ \times ۲}{۲} = ۳m$$

۱۵۲ ۱ ۲ ۳ ۴

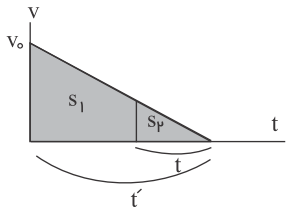
اگر نمودار سرعت - زمان متحرک را از لحظهٔ ترمز (شروع حرکت کندشونده) تا توقف رسم کنیم، داریم:



با توجه به تشابه مثلث‌ها:

$$\frac{t'}{t}=\frac{v_{\circ}}{\frac{v_{\circ}}{۲}}=۲$$

از طرفی می‌دانیم که نسبت مساحت دو مثلث متشابه، معادل مجذور نسبت تشابه به آن‌هاست یعنی:



$$\text{مساحت مثلث بزرگ}\ \frac{(S_۲+S_۱)}{S_۱}=(\frac{t'}{t})^{۲}=۲^{۲}=۴$$

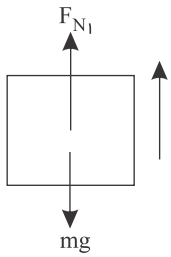
از طرفی می‌دانیم که:

$$S_۲=\Delta x=۱۵۰m\xrightarrow[S_۱\Delta x_۱]{S_۲=۳S_۱}۱۵۰=۳\Delta x'=۵۰m$$

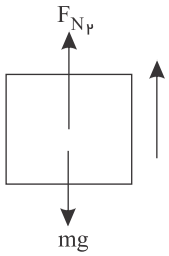
$$\Delta x_{\text{کل}}=۱۵۰+۵۰\rightarrow\Delta x_{\text{کل}}=۲۰۰m$$

۱۵۳ ۱ ۲ ۳ ۴ **می‌دانی که در شروع حرکت از حال سکون، حرکت تندشونده است. بنابراین در حالت اول شتاب رو به بالا و در حالت دوم شتاب رو به پایین است. در اینصورت داریم:**

$$a_۱=a\rightarrow F_{N_۱}-mg=ma_۱\rightarrow F_{N_۱}=mg+ma_۱=mg+ma$$



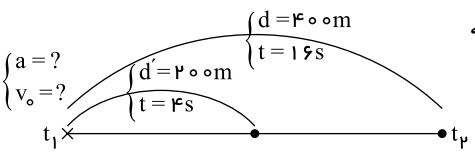
$$a_۲=۲a\rightarrow mg-F_{N_۲}=ma_۲\rightarrow F_{N_۲}=mg-ma_۲=mg-۲ma$$



$$\rightarrow F_{N_۱}-F_{N_۲}=۳ma\xrightarrow[m=۶۰kg]{F_{N_۱}-F_{N_۲}=۲۷۰}۲۷۰=۳\times۶۰\times a\rightarrow\frac{۳}{۲}\frac{m}{s^{۲}}$$

۱۵۴ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به‌صورت زیر رسم کرده و یک‌بار معادلهٔ جابه‌جایی را در ۴ ثانیهٔ اول و بار دیگر در کل ۱۶ ثانیه می‌نویسیم تا با حل یک دستگاه معادلات، بزرگی شتاب را بیابیم.



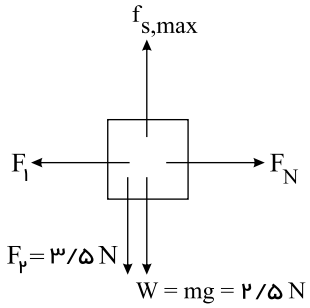
$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t$$

$$\begin{cases}\text{در چهار ثانیهٔ اول}: ۲۰۰=\frac{۱}{۲}a(۴)^{۲}+۴v_{\circ}\\ \text{در کل ۱۶ ثانیه}: ۴۰۰=\frac{۱}{۲}a(۱۶)^{۲}+۱۶v_{\circ}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}۲۰۰=۸a+۴v_{\circ}\\ ۴۰۰=۱۲۸a+۱۶v_{\circ}\end{cases}\rightarrow\begin{cases}a=-\frac{۲۵}{۶}\frac{m}{s^{۲}}\\ v_{\circ}=\frac{۱۷۵}{۳}\frac{m}{s}\end{cases}$$

$\Delta x = x_۲ - x_۱ \rightarrow ۲۹۱ = x_۲ - (-۱۶) \rightarrow x_۲ = ۲۷۵m \rightarrow \vec{x} = ۲۷۵\vec{i}$

۱۵۶ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا نیروهای وارد بر جسم را رسم می‌کنیم. در آستانهٔ لغزش داریم:



$f_{s,max} = F_۲ + W = ۳/۵ + ۲/۵ = ۶N$

از طرفی می‌دانیم که نیروی دیوار به چوب به‌صورت زیر محاسبه می‌شود.

$R = \sqrt{f_{s,max}^۲ + F_N^۲} \rightarrow ۱۰ = \sqrt{۶^۲ + F_N^۲} \rightarrow F_N = ۸N$

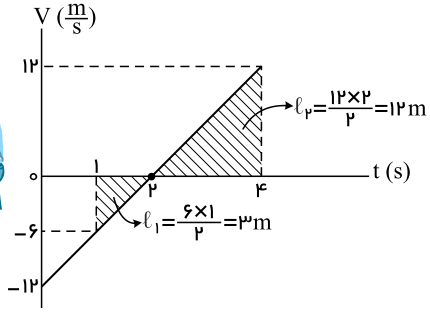
و درنهایت داریم:

$f_{s,max} = \mu_s F_N \rightarrow ۶ = \mu_s \times ۸ \rightarrow \mu_s = ۰/۷۵$

۱۵۷ ۱ ۲ ۳ ۴ از معادلهٔ حرکت داده‌شده، معادلهٔ سرعت متحرک را تعیین می‌کنیم. پس از رسم نمودار سرعت - زمان، با تعیین سطح زیر نمودار، مسافت طی‌شده و در نهایت تندی متوسط را به دست می‌آوریم:

$x = ۳t^۲ - ۱۲t + ۹ \Rightarrow v = ۶t - ۱۲ \Rightarrow$

t	v
۰	-۱۲
۱	-۶
۴	۱۲
۲	۰



$l = l_۱ + l_۲ = ۱۵m$

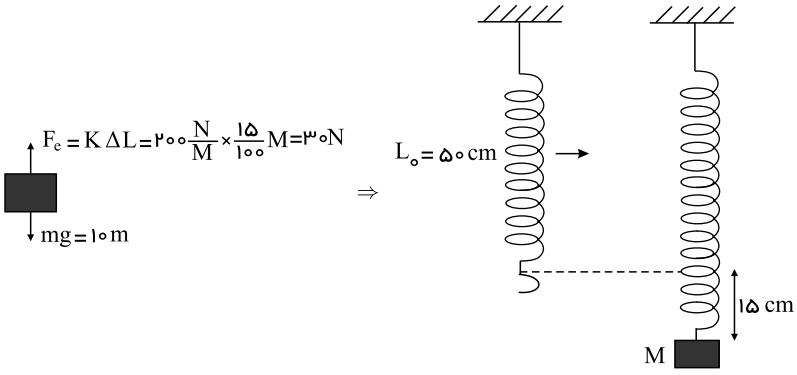
و در آخر داریم:

$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۵}{۳} \Rightarrow S_{av} = ۵\frac{m}{s}$

۱۵۸ ۱ ۲ ۳ ۴

$K = ۲۰۰\frac{N}{m}$, $L_۰ = ۵۰cm$

در حالت اول که وزنه ساکن است طول نهایی فنر $۶۵cm$ و میزان افزایش طول فنر $\Delta L = L - L_۰ = ۶۵ - ۵۰ = ۱۵cm$ است.

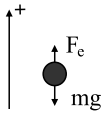


$F_e = K\Delta L = ۲۰۰\frac{N}{m} \times \frac{۱۵}{۱۰۰}m = ۳۰N$

$\Rightarrow ۳۰ = ۱۰m \Rightarrow m = ۳kg$

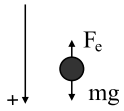
اگر بخواهیم مطابق آنچه در فرض تست بیان شده است، طول فنر به $۶۰cm$ برسد، بایستی فنر نسبت به حالتی که وزنه و آسانسور ساکن است، فشرده‌تر شده باشد. یعنی یک جور حالت بی‌وزنی به وزنه می‌بایست دست داده باشد (نسبت به حالت سکون) برای این کار یا آسانسور می‌بایستی کندشونده به طرف بالا یا تندشونده به طرف پایین حرکت نموده باشد.

کندرو به بالا ⇒



$\Rightarrow F_e - mg = ma \Rightarrow K\Delta L - mg = ma \Rightarrow ۲۰۰(\frac{۶}{۱۰} - \frac{۵}{۱۰}) - ۳ \times ۱۰ = ۳a \Rightarrow ۲۰ - ۳۰ = ۳a \Rightarrow a = -\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲}$

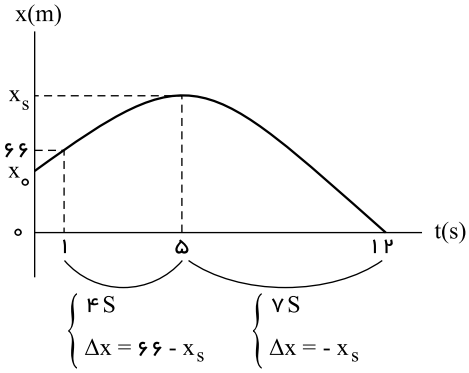
$\Rightarrow$ [$\frac{۱۰}{۳}$ متر برمجذور ثانیه رو به پایین (خلاف جهت(*))] (۱)

$or :\Rightarrow$  $\Rightarrow mg - F_e = ma \Rightarrow ۳۰ - ۲۰۰(\frac{۶}{۱۰} - \frac{۵}{۱۰}) = ma = ۳a \Rightarrow a = +\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲} \Rightarrow$ [$\frac{۱۰}{۳}$ متر برمجذور ثانیه رو به پایین (همجهت(**))] (۲)

جهت y رو به بالا است پس چه حالت (۱) یا حالت (۲) نتیجه می‌دهد: $(\vec{a} = -\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s^۲})$

۱۵۹ ۱ ۲ **۳** ۴

اگر مکان متحرک در راس سهمی را x_s بنامیم و معادلهٔ جابه‌جایی متحرک را از راس سهمی که در آن $v = ۰$ است بنویسیم، داریم:



$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} ۶۶ - x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۴)^۲ \\ -x_s = \frac{۱}{۲}(a)(۷)^۲ \end{cases} \rightarrow \frac{۶۶ - x_s}{-x_s} = \frac{۱۶}{۴۹} \rightarrow x_s = ۹۸m$$

و در ادامه برای تعیین شتاب داریم:

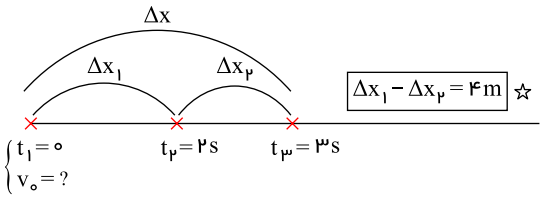
$$-x_s = \frac{۱}{۲}a(۷)^۲ \rightarrow -۹۸ = \frac{۱}{۲}a(۴۹) \rightarrow a = -۴\frac{m}{s^۲}$$

و در ۵ ثانیهٔ اول:

$$\begin{cases} v_۰ = ۰ \\ \Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ \rightarrow x_۰ - x_s = \frac{۱}{۲}(-۴)(۵)^۲ \xrightarrow{x_s = ۹۸} x_۰ = ۴۸m \end{cases}$$

۱۶۰ ۱ **۲** ۳ ۴

در ابتدا مسیر حرکت متحرک را به صورت زیر رسم می‌کنیم، سپس معادلهٔ جابه‌جایی متحرک را یکبار برای ۲ ثانیهٔ اول و بار دیگر برای ۳ ثانیهٔ اول می‌نویسیم یعنی:

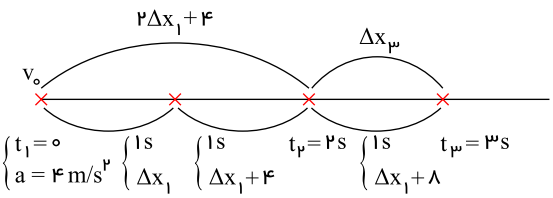


$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{a = ۴\frac{m}{s^۲}} \begin{cases} \text{دو ثانیهٔ اول} : \Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}(۴)(۲)^۲ + ۲v_۰ \\ \text{سه ثانیهٔ اول} : \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = \frac{۱}{۲}(۴)(۳)^۲ + ۳v_۰ \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta x_۱ = ۸ + ۲v_۰ \\ \Delta x_۱ + \Delta x_۲ = ۱۸ + ۳v_۰ \end{cases} \xrightarrow{\Delta x_۱ = ۸ + ۲v_۰} \Delta x_۲ = ۱۰ + v_۰$$

و در نهایت داریم:

$$\Delta x_۱ - \Delta x_۲ = ۴ \xrightarrow[\Delta x_۲ = ۱۰ + v_۰]{\Delta x_۱ = ۸ + ۲v_۰} ۸ + ۲v_۰ - (۱۰ + v_۰) = ۴ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$

روش دوم: اگر بازه‌های زمانی را به صورت بازه‌های یک ثانیه‌ای در نظر بگیریم، می‌دانیم که جابه‌جایی‌های این متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی یک ثانیه‌ای، تشکیل یک دنبالهٔ عددی را می‌دهند که قدر نسبت آن $a = ۴$ (شتاب حرکت) است. بنابراین داریم:



با توجه به فرض مسئله
$$\xrightarrow{\text{با توجه به فرض مسئله}} ۲\Delta x_۱ + ۴ - (\Delta x_۱ + ۸) = ۴ \Rightarrow \Delta x_۱ = ۸m$$

و در ادامه داریم:

$$\Delta x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \Rightarrow ۸ = \frac{۱}{۲}(۴)(۱)^۲ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s}$$

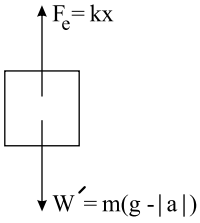
۱۶۱ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به رابطهٔ بین تکانه، انرژی جنبشی و جرم متحرک داریم:

$$K = \frac{p^۲}{۲m} \Rightarrow \frac{K_A}{K_B} = (\frac{p_A}{p_B})^۲ \times \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow{p_A=p_B} \frac{K_A}{K_B} = \frac{m_B}{m_A} \xrightarrow[m_A=۲kg]{K_A=۴K_B} ۴ = \frac{m_B}{۲} \rightarrow m_B = ۸kg$$

۱۶۲ ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به ترکیبی بودن این سؤال که از ترکیب نیروی کشسانی فنر و حرکت آسانسور تشکیل شده، باید به دو نکته توجه کنیم. اول اینکه چون شتاب حرکت آسانسور رو به پایین است، شتاب ظاهری از رابطهٔ $g' = g - |a|$ و همین‌طور نیروی وزن ظاهری از رابطهٔ $W' = m(g - |a|)$ محاسبه می‌شود. دوم اینکه بزرگی نیروی کشسانی فنر برای این جسم آویخته به فنر وقتی به اندازهٔ x تغییر طول پیدا کرده (نسبت به حالت عادی فنر) به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$F_e = kx$$

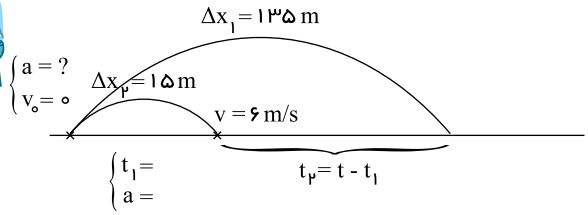
در نهایت از دید شخصی که در داخل آسانسور ایستاده و به جسم آویخته به فنر ساکن نگاه می‌کند، داریم:



$$x = \ell - \ell_۰ = ۳۵ - ۲۶ = ۹cm = ۰/۰۹m$$

$$kx = W' \xrightarrow[|a|=۱\frac{m}{s^۲}]{k=۲۰۰\frac{N}{m}} (۲۰۰)(۰/۰۹) = m(۱۰ - ۱) \Rightarrow m = ۲kg$$

۱۶۳ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر مسیر حرکت متحرک را به‌صورت زیر در نظر بگیریم، یک بار با نوشتن معادلهٔ مستقل از شتاب در مرحلهٔ اول، زمان مربوط به این مرحله و نیز با نوشتن معادلهٔ سرعت - جابه‌جایی (یا معادلهٔ مستقل از زمان) مقدار شتاب را محاسبه می‌کنیم. یعنی:



$$\Delta x_۱ = \frac{v + v_۰}{۲} \times t_۱ \Rightarrow ۱۵ = \frac{۶ + ۰}{۲} \times t_۱ \Rightarrow t_۱ = ۵s$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_۰}{t} = \frac{۶ - ۰}{۵} \Rightarrow a = ۱/۲\frac{m}{s^۲}$$

حال برای پیدا کردن کل زمان حرکت در پیمودن ۱۳۵ متر داریم:

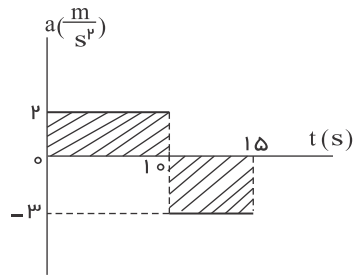
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t \xrightarrow{v_۰=۰} ۱۳۵ = (\frac{۱}{۲})(۱/۲)t^۲ \Rightarrow t = ۱۵s$$

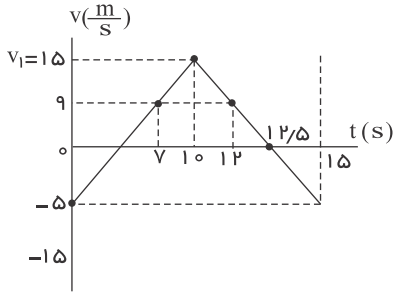
اما برای پیمودن زمان مربوط به مرحلهٔ دوم (در سؤال گفته‌شده چند ثانیهٔ دیگر) داریم:

$$t_۲ = t - t_۱ = ۱۵ - ۵ \Rightarrow t_۲ = ۱۰s$$

۱۶۴ ۱ ۲ **۳** ۴

در ابتدا از روی نمودار $a-t$ داده شده نمودار $v-t$ را رسم کرده، سپس با تعیین جابه‌جایی (سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان)، سرعت متوسط را می‌یابیم. قبل از هر چیزی داریم:





$$V=at+v_{\circ} \xrightarrow{\text{در سه ثانیهٔ اول}} ۱=۲\times ۳+v_{\circ}\rightarrow v_{\circ}=-۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_{۱}=۲۰=v_{۱}-v_{\circ}=v_{۱}-(-۵)\rightarrow v_{۱}=۱۵\frac{m}{s}$$

$$\Delta V_{۲}=-۳۰=v_{۲}-v_{۱}=v_{۲}-(۱۵)\rightarrow v_{۲}=-۱۵\frac{m}{s}$$

$$t_{۱}=۷s \text{ در } : v=at+v_{\circ}\rightarrow v=۲\times ۷-۵\rightarrow v=۹\frac{m}{s}$$

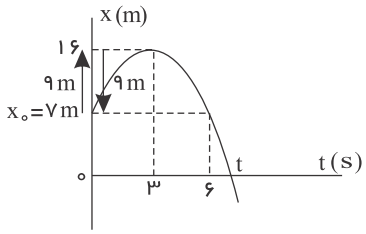
$$t_{۲}=۱۲s \text{ در } : v'=a't'+v'_{\circ}\rightarrow v'=-۳\times ۲+۱۵\rightarrow v'=۹\frac{m}{s}$$

$$\begin{cases}\Delta x_{۱}=S_{\text{ذوزنقه}}=\frac{۱۵+۹}{۲}\times ۳=۳۶m\\ \Delta x_{۲}=S'_{\text{ذوزنقه}}=\frac{۱۵+۹}{۲}\times ۲=۲۴m\end{cases}\rightarrow \Delta y_{\text{کل}}=۳۶+۲۴=۶۰m$$

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۶۰}{۱۲-۷}\rightarrow v_{av}=۱۲\frac{m}{s}$$

۱۶۵ ۱ ۲ **۳** ۴

چون حرکت با شتاب ثابت است، نمودار $x-t$ به صورت قسمتی از یک سهمی است و با توجه به وجود تقارن نسبت به راس سهمی داریم:



$$S_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\rightarrow ۳=\frac{\ell}{۶}\rightarrow \ell=۱۸m$$

یعنی در ۳ ثانیه اول ۹ متر در جهت محور رفته و در ۳ ثانیه بعد ۹ متر را برگشته است.

حال در ۳ ثانیه اول، از راس سهمی که $v=۰$ است، برمی‌گردیم: (در این ۳ ثانیه ۹ متر برمی‌گردیم.)

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t\rightarrow -۹=\frac{۱}{۲}\times a\times (۳)^{۲}\rightarrow a=-۲\frac{m}{s^{۲}}$$

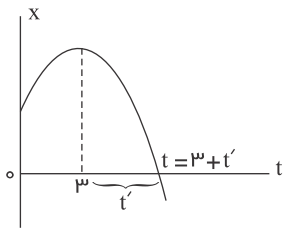
و برای تعیین زمان حرکت از $x=۱۶$ تا $x=۰$ (از لحظهٔ مربوط به راس سهمی تا لحظهٔ $x=۰$) داریم: (در راس سهمی $v=۰$ است)

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}a't'^{۲}\rightarrow -۱۶=\frac{۱}{۲}(-۲)t'^{۲}\rightarrow t'=۴s$$

پس در نهایت:

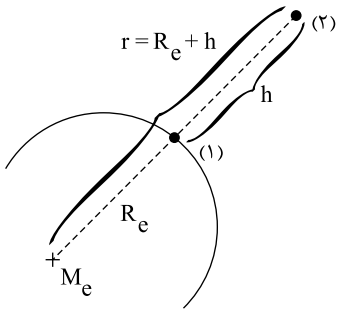
$$t=۳+t'=۳+۴\rightarrow t=۷s$$

یعنی در مدت ۷ ثانیهٔ اول $x > 0$ یعنی بردار مکان در جهت محور x است.



۱۶۶ ۱ ۲ ۳ **۴**

وقتی شتاب گرانش ۹۹ درصد کاهش یافته، شتاب گرانش در آن نقطه معادل یک درصد شتاب گرانش در سطح زمین است. از طرفی می‌دانیم که شتاب گرانش با مربع فاصله از مرکز زمین نسبت عکس دارد؛ بنابراین داریم:



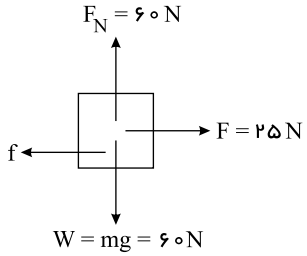
$$\frac{g_۲}{g_۱} = (\frac{r_۱}{r_۲})^۲ \xrightarrow[r_۱ = Re, r_۲ = Re + h]{g_۲ = ۰/۰۱ g_۱} \frac{۱}{۱۰۰} = (\frac{R_e}{R_e + h})^۲ \to \frac{۱}{۱۰} = \frac{R_e}{R_e + h} \to h = ۹R_e$$

۱۶۷ **۱** ۲ ۳ ۴

قبل از هر چیز می‌دانیم، در اینجا نیرویی که سطح افقی به جسم وارد می‌کند به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$R = \sqrt{F_N^۲ + f^۲}$$

بنابراین نیروهای وارد بر جسم را رسم کرده و نیروی اصطکاک و نیروی عمودی سطح را می‌یابیم:



چون جسم ساکن است، باید اول بررسی کنیم که قادر به حرکت دادن جسم هستیم یا خیر. یعنی:

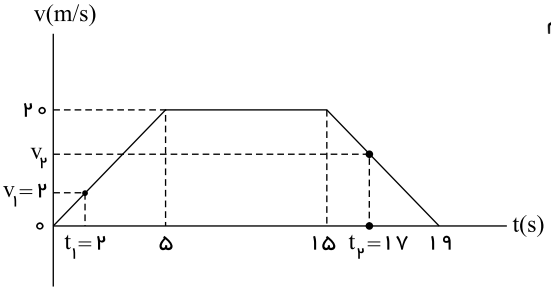
$$f_{s,max} = \mu_s F_N = ۰/۷۵ \times ۶۰ \to f_{s,max} = ۴۵N$$

یعنی در اینجا حداقل $۴۵N$ نیرو لازم داریم تا جسم ساکن را به حرکت وادایم و چون $F = ۲۵N < ۴۵N$ است، قادر به حرکت دادن جسم نیستیم و جسم ساکن می‌ماند، پس $f_s = F = ۲۵N$ است. در نهایت داریم:

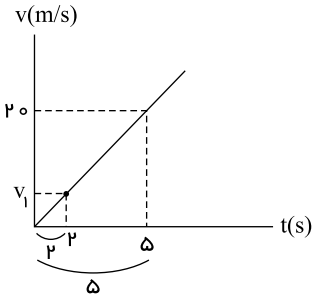
$$R = \sqrt{F_N^۲ + f_s^۲} = \sqrt{(۶۰)^۲ + (۲۵)^۲} = \sqrt{(۵ \times ۱۲)^۲ + (۵ \times ۵)^۲} = ۵ \times ۱۳ \to R = ۶۵N$$

۱۶۸ ۱ ۲ **۳** ۴

یکی از مناسب‌ترین روش‌ها برای حل این‌گونه سؤالات که حرکت متحرک در چند مرحلهٔ متوالی بررسی می‌شود، رسم نمودار سرعت - زمان آن است. بنابراین داریم: (در پنج ثانیهٔ اول با شتاب ثابت، حرکت تندشونده دارد، سپس به مدت ۱۰ ثانیه یعنی تا لحظهٔ $t = ۱۵s$ حرکت یکنواخت دارد و در نهایت در چهار ثانیهٔ پایانی یعنی از $t = ۱۵s$ تا $t = ۱۹s$ حرکت کندشونده دارد و متوقف می‌شود.)

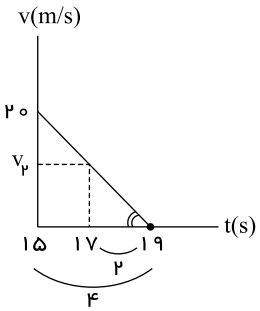


حال در پنج ثانیهٔ اول با استفاده از تشابه دو مثلث مربوط به دو ثانیهٔ اول و ۵ ثانیهٔ اول مقدار $v_۱$ را به دست می‌آوریم:



$$\text{شیب خط} = \frac{v_۱}{۲} = \frac{۲۰}{۵} \Rightarrow v_۱ = ۸\frac{m}{s}$$

و در ۴ ثانیهٔ آخر نیز به همین ترتیب:



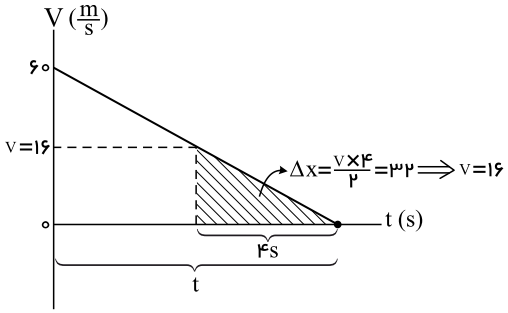
$$|\text{شیب خط}| = \frac{v_۲}{۲} = \frac{۲۰}{۴} \Rightarrow v_۲ = ۱۰\frac{m}{s}$$

و در نهایت با استفاده از تعریف شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۰ - ۸}{۱۷ - ۲} \Rightarrow a_{av} = \frac{۲}{۱۵}\frac{m}{s^۲}$$

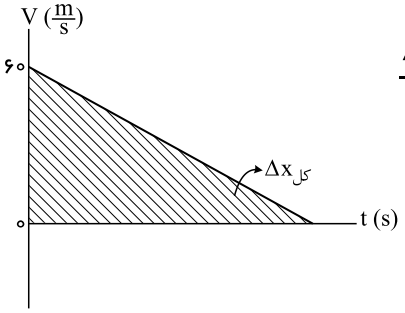
۱۶۹ ۱ ۲ ۳ ۴

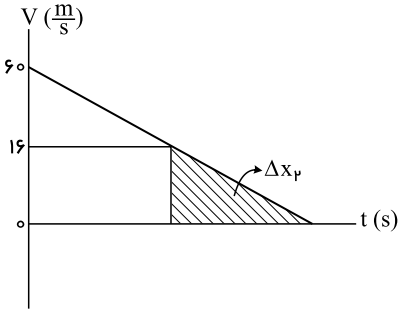
با رسم نمودار سرعت - زمان داریم:



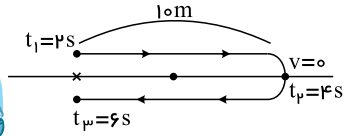
حال با توجه به اینکه نسبت مساحت‌های مثلث‌های متشابه با مجذور نسبت تشابه آنها برابر است، داریم:

$$\frac{\Delta x_{\text{کل}}}{\Delta x_{۲}} = (\frac{۶۰}{۱۶})^{۲} \Rightarrow \frac{\Delta x_{\text{کل}}}{۳۲} = (\frac{۶۰}{۱۶})^{۲} \Rightarrow \Delta x_{\text{کل}} = ۴۵۰m$$





۱۷۰ ۱ ۲ ۳ ۴ چون متحرک در حرکت با شتاب ثابت در امتداد خط راست، در لحظه‌های t_1 و t_3 در یک مکان قرار دارد، الزاماً در لحظهٔ $t_2 = \frac{t_3 + t_1}{2}$، t_2 متوقف شده و برگشته است. پس نمودار مسیر حرکت آن به‌صورت زیر است.

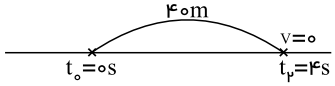


بین دو لحظهٔ $t_1 = ۲s$ و $t_2 = ۴s$ داریم:

$$\begin{cases} v = ۰ \\ \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow ۱۰ = -\frac{۱}{۲}(a)(۲)^{۲} \Rightarrow a = -۵\frac{m}{s} \end{cases}$$

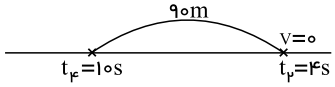
حال در ۴ ثانیهٔ اول داریم:

$$\begin{cases} v = ۰ \\ \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow \Delta x = -\frac{۱}{۲}(-۵)(۴)^{۲} \Rightarrow \Delta x = ۴۰m \end{cases}$$

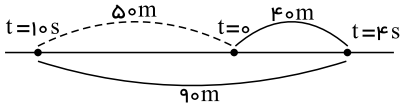


و بین دو لحظه $t_2 = ۴s$ و $t_4 = ۱۰s$ داریم:

$$\begin{cases} v = ۰ \\ \Delta x = -\frac{۱}{۲}at^{۲} \Rightarrow \Delta x' = -\frac{۱}{۲}(-۵)(۶)^{۲} \Rightarrow \Delta x' = ۹۰m \end{cases}$$



و در آخر داریم:

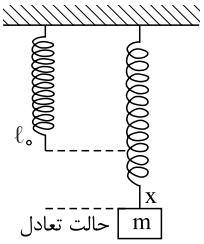


$$|\Delta x_{\text{کل}}| = |\Delta x' - \Delta x| = ۹۰ - ۴۰ = ۵۰m$$

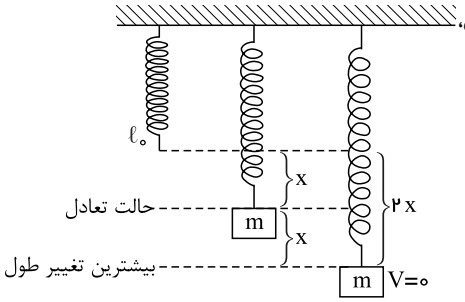
$$|v_{av}| = |\frac{\Delta x}{\Delta t}| = \frac{۵۰}{۱۰} \Rightarrow |v_{av}| = ۵\frac{m}{s}$$

۱۷۱ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا تغییر طول فنر تا حالت تعادل را محاسبه می‌کنیم:

$$mg = kx \Rightarrow ۱ \times ۱۰ = ۴۰۰x \Rightarrow x = \frac{۱}{۴۰}m = \frac{۱۰}{۴}cm$$



اگر جسم را به فنر آویخته به سقف که در حالت عادی است، متصل کرده و رها کنیم، حداکثر تغییر طول فنر نسبت به حالت عادی، دو برابر x می‌شود (x تغییر طول در حالت تعادل نسبت به حالت عادی است.)

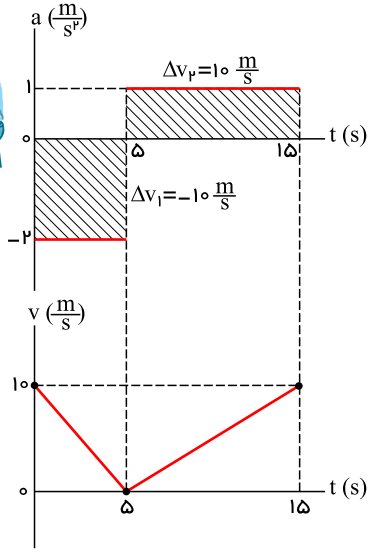


پس در نهایت داریم:

$$l_{کل} = l_۰ + ۲x = ۲۰ + ۲ \times \frac{۱۰}{۴} \Rightarrow l_{کل} = ۲۵cm$$

در این حالت جسم متوقف شده و دوباره به طرف بالا کشیده می‌شود.

۱۷۲ ۱ ۲ ۳ ۴ اگر نمودار سرعت ـ زمان متحرک را رسم کنیم، داریم:



با توجه به نمودار سرعت ـ زمان، متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس جهت بردار سرعت آن تغییر نمی کند. (رد عبارت الف)

و از آنجا که متحرک در امتداد خط راست (محور x) حرکت می‌کند و تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت و جابه‌جایی طی‌شده، هم‌اندازه هستند (درستی عبارت «ب»)

و با توجه به شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۰ - ۱۰}{۱۵} \Rightarrow a_{av} = ۰$$

درستی عبارت «پ»

از طرفی متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، پس سرعت متوسطش صفر نمی‌شود. (رد عبارت «ت»)

درنتیجه عبارت‌های «ب» و «پ» درست هستند.

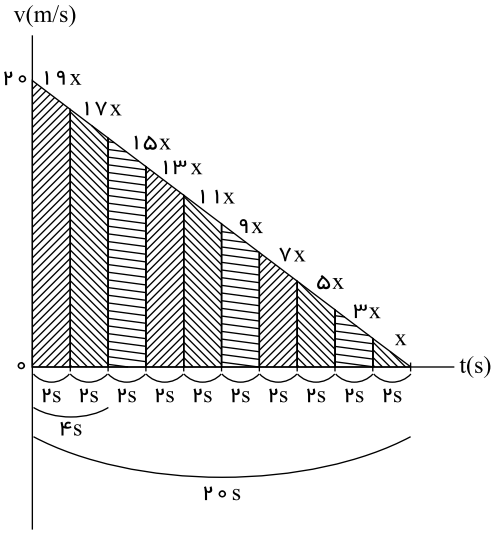
۱۷۳ ۱ ۲ ۳ ۴ در ابتدا تغییر تکانهٔ جسم را محاسبه می‌کنیم:

$$\Delta p = p_۲ - p_۱ \xrightarrow{p_۲ = ۲p_۱} \Delta p = ۲p_۱ - p_۱ \rightarrow \Delta p = p_۱$$

از طرفی با توجه به رابطهٔ بین قانون دوم نیوتون و تغییر تکانه داریم:

$$\Delta p = F_{net} \cdot \Delta t \xrightarrow{\Delta p = p_۱} p_۱ = F_{net} \cdot \Delta t \xrightarrow{p_۱ = mv_۱} mv_۱ = F_{net} \cdot \Delta t \xrightarrow[F_{net}=۴N]{m=۲۰kg, v_۱ = ۵\frac{m}{s}} ۲۰ \times ۵ = ۴\Delta t \rightarrow \Delta t = ۲۵s$$

۱۷۴ ۱ ۲ ۳ ۴



قبل از حل سؤال، باید دو نکته را یادآوری کنیم:

۱) اگر متحرکی از حال سکون و شتاب ثابت، در امتداد محور x شروع به حرکت کند، نسبت جابه‌جایی‌هایش در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، همانند نسبت اعداد فرد متوالی است. یعنی نسبت x به $3x$ به $5x$ به $7x$ و ...

۲) سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان، برابر جابه‌جایی متحرک است.

حال با توجه به دو نکتهٔ یادشده، با تقسیم زمان حرکت به بازه‌های ۲ ثانیه‌ای، به حل سؤال می‌پردازیم، به‌گونه‌ای که اگر جابه‌جایی متحرک در دو ثانیهٔ آخر را x بنامیم. (سطح زیر نمودار، در دو ثانیهٔ آخر x باشد) در چهار ثانیهٔ اول $36x$ یعنی مجموع $(19x + 17x)$ است.

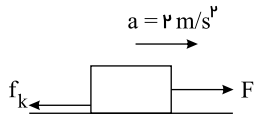
پس داریم:

یعنی کل زمان حرکت ۲۰ ثانیه بوده، حال با توجه به شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان که برابر شتاب متحرک است، داریم:

$$a = \text{شیب خط} = -\frac{20}{20} \Rightarrow |a| = 1\frac{m}{s^2}$$

۱۷۵ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا با توجه به قانون دوم نیوتون، رابطهٔ بین نیروی محرک F و نیروی اصطکاک f_k را می‌یابیم.



$$F_{Net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \xrightarrow[a=2\frac{m}{s^2}]{m=150kg} F - f_k = 150 \times 2 \Rightarrow F - f_k = 300N \quad (1)$$

از طرفی می‌دانیم که نیروی سطح افقی به جسم به‌صورت زیر محاسبه می‌شود

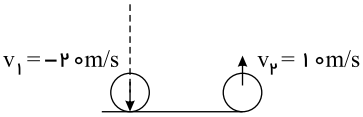
$$R = \sqrt{F_N^2 + f_k^2} \xrightarrow[R=1625N]{F_N=mg=1500N} 1625 = \sqrt{(1500)^2 + f_k^2} \Rightarrow (1625)^2 = (1500)^2 + f_k^2 \Rightarrow f_k^2 = (1625)^2 - (1500)^2$$
$$\Rightarrow f_k^2 = (1625 - 1500)(1625 + 1500) = 125 \times 3125 \Rightarrow f_k = 125 \times 25 \times 125 \Rightarrow f_k^2 = 125 \times 5 \Rightarrow f_k = 625N$$

حال با توجه به معادلهٔ (۱) داریم:

$$F - f_k = 300N \xrightarrow{f_k=625N} F - 625 = 300 \Rightarrow F = 925N$$

۱۷۶ ۱ ۲ ۳ ۴

برای تعیین بزرگی نیروی متوسط وارد بر گلوله، باید بزرگی شتاب متوسط آن را بیابیم، به همین دلیل باید بزرگی تغییر سرعت گلوله را محاسبه کنیم. در اینجا اگر جهت رو به پایین را منفی در نظر بگیریم، داریم:



$$|v_1| = \sqrt{2gh} \xrightarrow[g=10\frac{m}{s^2}]{h=20m} |v_1| = \sqrt{2 \times 10 \times 20} \Rightarrow |v_1| = 20\frac{m}{s}$$
$$\Delta v = v_2 - v_1 = 10 - (-20) \Rightarrow \Delta v = 30\frac{m}{s}$$

و برای تعیین بزرگی شتاب متوسط داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=0/2s]{\Delta v=30\frac{m}{s}} a_{av} = \frac{30}{0/2} \Rightarrow a_{av} = 150\frac{m}{s^2}$$

و در نهایت برای تعیین بزرگی نیروی متوسط داریم:

$$F_{av} = ma_{av} = 0/2 \times 150 \Rightarrow F_{av} = 30N$$

۱۷۷ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا شتاب حرکت و بعد از آن جابه‌جایی را در ۲ ثانیهٔ اول می‌یابیم.

$$f_k = \mu_k F_N = \mu_k mg = ۰/۴ \times ۵۰۰ = ۲۰۰N$$

با استفاده از قانون دوم نیوتون داریم:

$$F_{Net} = ma \Rightarrow F - f_k = ma \Rightarrow ۲۲۰ - ۲۰۰ = ۵۰a \Rightarrow a = ۰/۴\frac{m}{s^۲}$$

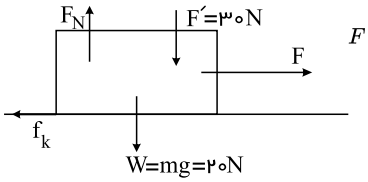
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t \xrightarrow[t=۲s]{v_۰=۰} \Delta x = (\frac{۱}{۲})(۰/۴)(۲)^۲ \Rightarrow \Delta x = ۰/۸m$$

و برای تعیین کار نیروی F داریم:

$$W_F = F \cdot d \cdot \cos\theta = ۲۲۰ \times ۰/۸ \times \cos ۰^\circ \Rightarrow W_F = ۱۷۶J$$

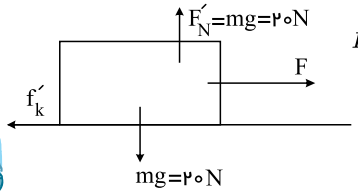
۱۷۸ ۱ ۲ ۳ ۴

در حالتی که جسم با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:



$$F = f_k = \mu_k F_N \Rightarrow F = \mu_k(F' + mg) = \frac{۱}{۴}(۵۰) \Rightarrow F = ۱۲/۵N$$

در حالتی که نیروی F' نباشد، داریم:

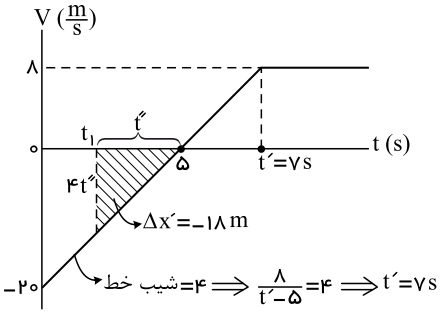


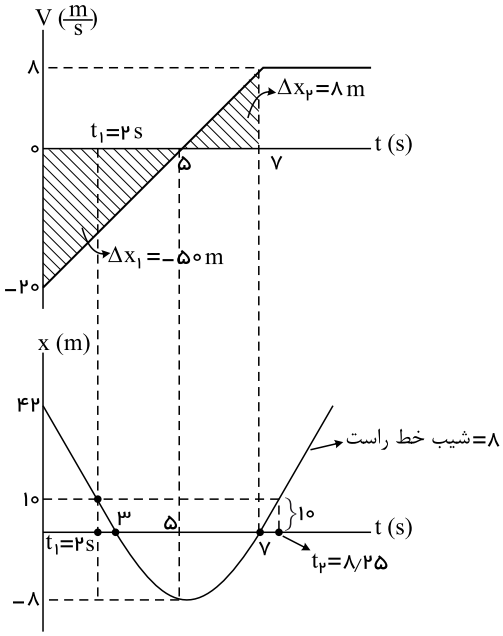
$$F_{net} = ma \Rightarrow F - f'_k = ma \Rightarrow F - \mu_k F'_N = ma \Rightarrow ۱۲/۵ - \frac{۱}{۴} \times ۲۰ = ۲a \Rightarrow a = ۳/۷۵\frac{m}{s}$$

۱۷۹ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به مکان اولیه و سطح محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان، جابه‌جایی و لحظه و مکان توقف را می‌یابیم. سپس نمودار مکان - زمان را رسم کرده و مدت زمانی که فاصلهٔ متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی $۱۰m$ است را محاسبه می‌کنیم.

$$\text{قسمت هاشورخورده} : \Delta x' = -۱۸m \Rightarrow -\frac{t'' \times ۴t''}{۲} = -۱۸ \Rightarrow t'' = ۳s \xrightarrow{t''=۵-t_۱} t_۱ = ۲s$$



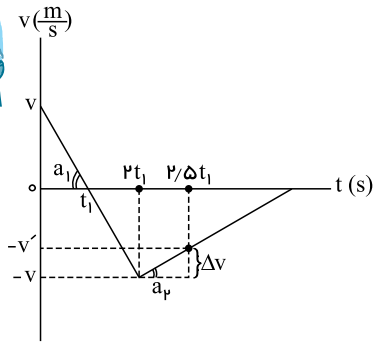


$$\text{خط راست با شیب } ۸ \Rightarrow ۸ = \frac{۱۰}{\Delta t'} \Rightarrow \Delta t' = ۱/۲۵$$

مدت زمانی که فاصلهٔ متحرک از مبدأ کمتر یا مساوی ۱۰ متر بوده:

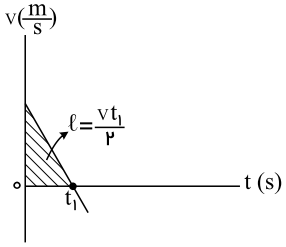
$$\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۸/۲۵ - ۲ \Rightarrow \Delta t = ۶/۲۵s$$

۱۸۰ ۱ ۲ **۳** ۴ **با توجه به اینکه بزرگی شتاب در مرحلهٔ اول، دو برابر شتاب در مرحلهٔ دوم است، (قدرمطلق شیب خط در مرحلهٔ اول دو برابر شیب خط در مرحلهٔ دوم است) داریم:**

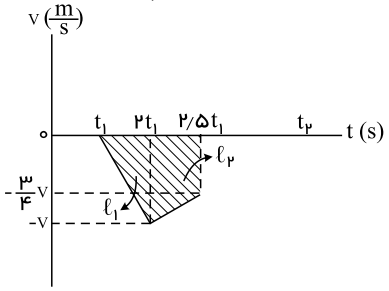


$$|a_۱| = ۲|a_۲| \Rightarrow |\frac{v}{t_۱}| = ۲(\frac{\Delta v}{۰/۵t_۱}) \Rightarrow |\Delta v| = \frac{۱}{۴}v \Rightarrow v - v' = \frac{۱}{۴}v \Rightarrow |v'| = \frac{۳}{۴}v$$

حال سطح محصور بین نمودار و محور زمان را در بازه‌های داده‌شده می‌یابیم و تندی متوسط هر مرحله را محاسبه می‌کنیم



$$S_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{\frac{vt_۱}{۲}}{t_۱} = \frac{۱}{۲}v$$



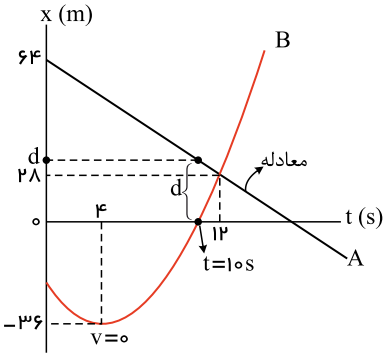
$$\ell_۲ = \frac{v + \frac{۳}{۴}}{۲} \times \frac{۱}{۲}t_۱ \Rightarrow \ell_۲ = \frac{۷}{۱۶}t_۱ v$$

$$S'_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{(\frac{۱}{۲}t_۱ + \frac{۷}{۱۶}t_۱)v}{۱/۵t_۱} \Rightarrow S'_{av} = \frac{۵}{۸}v$$

و در آخر داریم:

$$\frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{\frac{۱}{۲}v}{\frac{۵}{۸}v} \Rightarrow \frac{S_{av}}{S'_{av}} = \frac{۴}{۵}$$

۱۸۱ ۱ ۲ ۳ **۴** برای متحرک A که با سرعت ثابت حرکت می‌کند، داریم:



$$v_A = \text{شیب خط} = -\frac{۳۶}{۱۲} = -۳\frac{m}{s}$$

پس در لحظهٔ $t = ۱۲s$ داریم:

$$v_B = \frac{۱۶}{۳}|v_A| = \frac{۱۶}{۳} \times ۳ = ۱۶\frac{m}{s}$$

برای متحرک B که با شتاب ثابت حرکت می‌کند داریم: (بین $t = ۴s$ و $t = ۱۲s$)

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۶ - ۰}{۱۲ - ۴} \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

ثانیهٔ اول ۴ : $v = at + v_۰ \Rightarrow ۰ = ۲ \times ۴ + v_۰ \Rightarrow v_۰ = -۸\frac{m}{s}$ ، $\Delta x = \frac{v + v_۰}{۲}\Delta t = \frac{۰ - ۸}{۲} \times ۴ = -۱۶$

$\Rightarrow \Delta x = x - x_۰ \Rightarrow -۱۶ = -۳۶ - x_۰ \Rightarrow x_۰ = -۲۰$

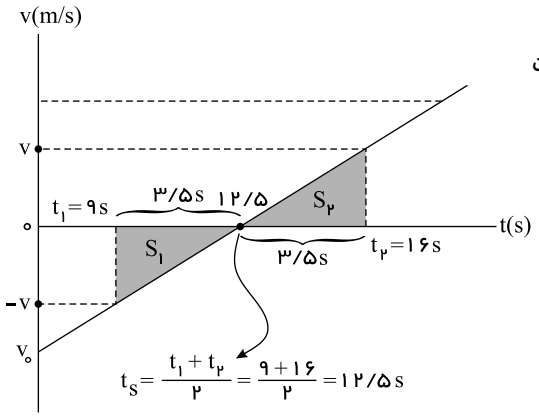
لحظهٔ تغییر جهت بردار مکان $x = ۰ \Rightarrow \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ = ۰ \Rightarrow t^۲ - ۸t - ۲۰ = ۰ \Rightarrow t = ۱۰s$

$x_A = v_A t + x_{۰A} \Rightarrow d = -۳ \times ۱۰ + ۶۴ \Rightarrow d = ۳۴m$

۱۸۲ ۱ **۲** ۳ ۴

از آنجایی که در حرکت در امتداد محور x با شتاب ثابت ، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی داده‌شده صفر است، الزاماً متحرک در وسط این بازهٔ زمانی متوقف شده و تغییر جهت داده است، پس تا قبل از توقف حرکت کندشونده و بعد از آن حرکت تندشونده دارد. بنابراین $v_۰ < ۰$ است و نمودار سرعت - زمان آن به‌صورت زیر خواهد بود.

(تذکر: اگر در حرکت با شتاب ثابت در امتداد خط راست، متحرک متوقف شده و تغییر جهت دهد، الزاماً سرعت اولیهٔ ($v_۰$) و شتاب حرکت (a) دارای علامت‌های قرینه‌اند)



حال با توجه به معلوم بودن شتاب حرکت، تندی متحرک در لحظه‌های $t_۱$ و $t_۲$ را محاسبه کرده و بعد از آن سطح محصور بین نمودار و محور زمان را به تعیین می‌کنیم تا مسافت طی‌شده در این مدت را به دست آورده و در نهایت تندی متوسط را محاسبه می‌کنیم.

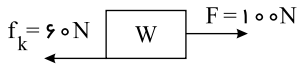
$$|v| = at \xrightarrow[t=۳/۵s]{a=۴\frac{m}{s^۲}} |v| = ۴ \times ۳/۵ \rightarrow |v| = ۱۴\frac{m}{s}$$

$$S_۱ = S_۲ = \frac{۳/۵ \times ۱۴}{۲} = ۲۴/۵m \xrightarrow{\ell = S_۱ + S_۲} \ell = ۲۴/۵ + ۲۴/۵ = ۴۹m$$

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\rightarrow s_{av}=\frac{۴۹}{۷}\rightarrow s_{av}=۷\frac{m}{s}$$

۱۸۳ ۱ ۲ ۳ ۴

با توجه به رابطهٔ بین تکانه و قانون دوم نیوتون داریم:



$$\vec{F_{net}}=m\vec{a}=\frac{m\Delta\vec{v}}{\Delta t}=\frac{\Delta\vec{P}}{\Delta t}\Rightarrow\Delta\vec{P}=\vec{F_{net}}\cdot\Delta t\xrightarrow{F_{net}=F-f_k}\Delta P=(F-f_k)\Delta t\xrightarrow[f_k=۶۰N]{F=۱۰۰N,\Delta t=۱s}\Delta P=(۱۰۰-۶۰)\times ۱\Rightarrow\Delta P=۴۰kg\frac{m}{s}$$

۱۸۴ ۱ ۲ ۳ ۴

در ابتدا شتاب حرکت را محاسبه می‌کنیم:

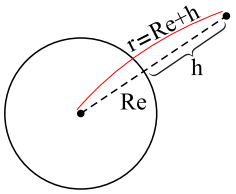
$$(۵۴\frac{km}{h}=۱۵\frac{m}{s})\qquad v^۲-v_۰^۲=۲a(\Delta x)\Rightarrow ۰-(۱۵)^۲=۲(a)(۲۲/۵)\Rightarrow a=-۵\frac{m}{s}$$

حال در وضعیت ترمز که تنها نیروی موثر، نیروی اصطکاک است، داریم:

$$F_{net}=ma\Rightarrow -f_k=ma\Rightarrow-\mu_kF_N=ma\xrightarrow{F_N=mg=۱۰m}-\mu_k\times ۱۰m=m(-۵)\Rightarrow\mu_k=۰/۵$$

۱۸۵ ۱ ۲ ۳ ۴

شتاب گرانش با مربع فاصله از مرکز زمین رابطهٔ عکس دارد.



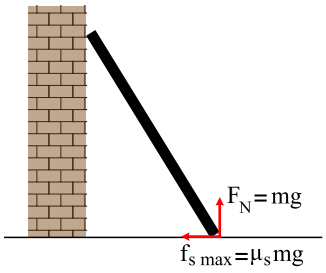
$$\frac{g'}{g}=(\frac{Re}{r})^۲=(\frac{Re}{Re+h})^۲$$

$$\Rightarrow\frac{g'}{۹/۸}=(\frac{۶۴۰۰}{۶۴۰۰+۱۶۰۰})^۲$$

$$g'=۹/۸\times(۰/۸)^۲\Rightarrow g'=۶/۲۷۲\frac{m}{s^۲}$$

۱۸۶ ۱ ۲ ۳ ۴

بیشترین نیرویی که این نردبان به سطح افقی وارد می‌کند، در آستانهٔ لغزیدن است. با توجه به شکل داریم:



$$R_{max}=\sqrt{F_N+f_{smax}^۲}=\sqrt{mg^۲+(\mu_smg)^۲}=mg\sqrt{۱+\mu_s^۲}$$

$$R_{max}=۲۵\times ۱۰\sqrt{۱+(۰/۴)^۲}\Rightarrow R_{max}=۲۵۰\sqrt{\frac{۱۱۶}{۱۰۰}}=۲۵\sqrt{۴\times ۲۹}\Rightarrow R_{max}=۵۰\sqrt{۲۹}N$$

پاسخ‌نامه کلیدی

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴
۳۱	۱	۲	۳	۴
۳۲	۱	۲	۳	۴
۳۳	۱	۲	۳	۴
۳۴	۱	۲	۳	۴
۳۵	۱	۲	۳	۴
۳۶	۱	۲	۳	۴
۳۷	۱	۲	۳	۴
۳۸	۱	۲	۳	۴
۳۹	۱	۲	۳	۴
۴۰	۱	۲	۳	۴
۴۱	۱	۲	۳	۴
۴۲	۱	۲	۳	۴
۴۳	۱	۲	۳	۴
۴۴	۱	۲	۳	۴
۴۵	۱	۲	۳	۴
۴۶	۱	۲	۳	۴
۴۷	۱	۲	۳	۴
۴۸	۱	۲	۳	۴
۴۹	۱	۲	۳	۴
۵۰	۱	۲	۳	۴
۵۱	۱	۲	۳	۴
۵۲	۱	۲	۳	۴
۵۳	۱	۲	۳	۴
۵۴	۱	۲	۳	۴
۵۵	۱	۲	۳	۴
۵۶	۱	۲	۳	۴
۵۷	۱	۲	۳	۴
۵۸	۱	۲	۳	۴
۵۹	۱	۲	۳	۴
۶۰	۱	۲	۳	۴
۶۱	۱	۲	۳	۴
۶۲	۱	۲	۳	۴
۶۳	۱	۲	۳	۴
۶۴	۱	۲	۳	۴
۶۵	۱	۲	۳	۴
۶۶	۱	۲	۳	۴
۶۷	۱	۲	۳	۴
۶۸	۱	۲	۳	۴
۶۹	۱	۲	۳	۴
۷۰	۱	۲	۳	۴
۷۱	۱	۲	۳	۴
۷۲	۱	۲	۳	۴
۷۳	۱	۲	۳	۴
۷۴	۱	۲	۳	۴
۷۵	۱	۲	۳	۴
۷۶	۱	۲	۳	۴
۷۷	۱	۲	۳	۴
۷۸	۱	۲	۳	۴
۷۹	۱	۲	۳	۴
۸۰	۱	۲	۳	۴
۸۱	۱	۲	۳	۴
۸۲	۱	۲	۳	۴
۸۳	۱	۲	۳	۴
۸۴	۱	۲	۳	۴
۸۵	۱	۲	۳	۴
۸۶	۱	۲	۳	۴
۸۷	۱	۲	۳	۴
۸۸	۱	۲	۳	۴
۸۹	۱	۲	۳	۴
۹۰	۱	۲	۳	۴
۹۱	۱	۲	۳	۴
۹۲	۱	۲	۳	۴
۹۳	۱	۲	۳	۴
۹۴	۱	۲	۳	۴
۹۵	۱	۲	۳	۴
۹۶	۱	۲	۳	۴
۹۷	۱	۲	۳	۴
۹۸	۱	۲	۳	۴
۹۹	۱	۲	۳	۴
۱۰۰	۱	۲	۳	۴
۱۰۱	۱	۲	۳	۴
۱۰۲	۱	۲	۳	۴
۱۰۳	۱	۲	۳	۴
۱۰۴	۱	۲	۳	۴
۱۰۵	۱	۲	۳	۴
۱۰۶	۱	۲	۳	۴
۱۰۷	۱	۲	۳	۴
۱۰۸	۱	۲	۳	۴
۱۰۹	۱	۲	۳	۴
۱۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۱۹	۱	۲	۳	۴
۱۲۰	۱	۲	۳	۴
۱۲۱	۱	۲	۳	۴
۱۲۲	۱	۲	۳	۴
۱۲۳	۱	۲	۳	۴
۱۲۴	۱	۲	۳	۴
۱۲۵	۱	۲	۳	۴
۱۲۶	۱	۲	۳	۴
۱۲۷	۱	۲	۳	۴
۱۲۸	۱	۲	۳	۴
۱۲۹	۱	۲	۳	۴
۱۳۰	۱	۲	۳	۴
۱۳۱	۱	۲	۳	۴
۱۳۲	۱	۲	۳	۴
۱۳۳	۱	۲	۳	۴
۱۳۴	۱	۲	۳	۴
۱۳۵	۱	۲	۳	۴
۱۳۶	۱	۲	۳	۴
۱۳۷	۱	۲	۳	۴
۱۳۸	۱	۲	۳	۴
۱۳۹	۱	۲	۳	۴
۱۴۰	۱	۲	۳	۴
۱۴۱	۱	۲	۳	۴
۱۴۲	۱	۲	۳	۴
۱۴۳	۱	۲	۳	۴
۱۴۴	۱	۲	۳	۴
۱۴۵	۱	۲	۳	۴
۱۴۶	۱	۲	۳	۴
۱۴۷	۱	۲	۳	۴
۱۴۸	۱	۲	۳	۴
۱۴۹	۱	۲	۳	۴
۱۵۰	۱	۲	۳	۴
۱۵۱	۱	۲	۳	۴
۱۵۲	۱	۲	۳	۴
۱۵۳	۱	۲	۳	۴
۱۵۴	۱	۲	۳	۴
۱۵۵	۱	۲	۳	۴
۱۵۶	۱	۲	۳	۴
۱۵۷	۱	۲	۳	۴
۱۵۸	۱	۲	۳	۴
۱۵۹	۱	۲	۳	۴
۱۶۰	۱	۲	۳	۴
۱۶۱	۱	۲	۳	۴
۱۶۲	۱	۲	۳	۴
۱۶۳	۱	۲	۳	۴
۱۶۴	۱	۲	۳	۴

۱۶۵	۱ ۲ **۳** ۴	۱۷۱	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۷۷ ۱ **۲** ۳ ۴	۱۸۳ ۱ **۲** ۳ ۴
۱۶۶	۱ ۲ ۳ **۴**	۱۷۲	۱ **۲** ۳ ۴	۱۷۸ ۱ ۲ **۳** ۴	۱۸۴ ۱ **۲** ۳ ۴
۱۶۷	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۷۳	۱ **۲** ۳ ۴	۱۷۹ ۱ ۲ ۳ **۴**	۱۸۵ ۱ ۲ ۳ **۴**
۱۶۸	۱ ۲ **۳** ۴	۱۷۴	۱ **۲** ۳ ۴	۱۸۰ ۱ ۲ **۳** ۴	۱۸۶ ۱ ۲ ۳ **۴**
۱۶۹	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۷۵	۱ ۲ ۳ **۴**	۱۸۱ ۱ ۲ ۳ **۴**	
۱۷۰	**۱** ۲ ۳ ۴	۱۷۶	۱ ۲ ۳ **۴**	۱۸۲ ۱ **۲** ۳ ۴	