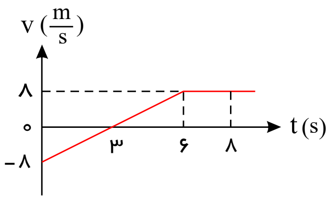
نام و نام خانوادگی: سهیل حاج کرم

نام آزمون: ۱۵۰ تست سراسری و قلم چی حرکت شناسی

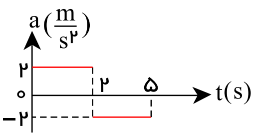
آموزشگاه پرسا

۱) نمودار سرعت - زمان جسمی که در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط جسم درمدت ۸ ثانیه‌ی نشان داده شده چند متر بر ثانیه است؟



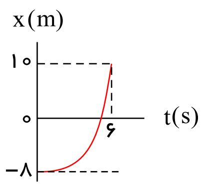

۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

۲) نمودار شتاب - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل است. اگر سرعت متوسط متحرک در این مدت $۶/۴ m/s$ باشد، سرعت اولیهٔ آن چند متر بر ثانیه است؟



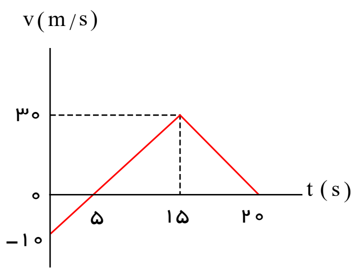

۱) ۴
۲) ۵
۳) ۶
۴) ۸

۳) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور $x$ حرکت می‌کند مطابق شکل است. سرعت متحرک در لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان عبور کرده است، چند $\frac{m}{s}$ است؟




۱) ۰
۲) ۲
۳) ۴
۴) ۸

۴) نمودار سرعت - زمان متحرکی در مسیر مستقیم مطابق شکل مقابل است. سرعت متوسط آن در مدت ۲۰ ثانیه چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۰/۵
۲) ۲/۵
۳) ۱۰
۴) ۱۵

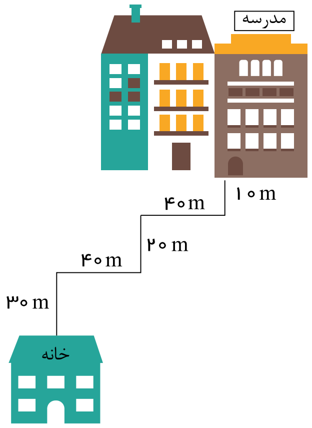
۵) در یک مسیر مستقیم اتومبیلی با سرعت ثابت $۲۰ \frac{m}{s}$ در حرکت است. از ۳۶ متر جلوتر اتومبیل دیگری با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ از حال سکون در همان جهت به راه می‌افتد. در این حرکت اتومبیل‌ها دو بار از هم سبقت می‌گیرند. فاصلهٔ زمانی این دو سبقت چند ثانیه است؟

۱) ۲
۲) ۱۰
۳) ۱۶
۴) ۱۸

۶) قطار $A$ به طول ۲۰۰ متر با سرعت ثابت $۴۰ \frac{m}{s}$ در حال حرکت است. قطار $B$ به طول ۲۲۵ متر که روی ریل مجاور توقف کرده است، به محض اینکه قطار $A$ کاملاً از آن عبور کرد، با شتاب ثابت $۲ \frac{m}{s^2}$ در همان جهت حرکت قطار $A$ شروع به حرکت می‌کند و سرعت خود را به $۵۰ \frac{m}{s}$ می‌رساند و با همان سرعت حرکت خود را ادامه می‌دهد. قطار $B$ چند ثانیه پس از شروع حرکت، از قطار $A$ سبقت گرفته و از کنار آن کاملاً عبور می‌کند؟

۱) ۵۷/۵
۲) ۸۲/۵
۳) ۸۰
۴) ۱۰۵

۷) دانش‌آموزی برای رفتن به مدرسه هر روز مسیر زیر را در مدت ۷ دقیقه طی می‌کند. اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط حرکت او به‌ترتیب از راست به چپ برحسب متر بر ثانیه کدام است؟




۱) $\frac{21}{5}$ ، ۳

۲) $\frac{5}{21}$ ، $\frac{1}{3}$

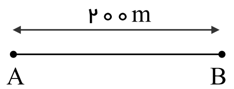
۳) ۳ ، $\frac{21}{5}$

۴) $\frac{1}{3}$ ، $\frac{5}{21}$

۸) دونده‌ای $\frac{1}{4}$ مسیر مستقیمی را با سرعت ثابت $v$ و بقیهٔ مسیر را با سرعت ثابت $2v$ بدون تغییر جهت دویده است. اندازهٔ سرعت متوسط او در کل مسیر حرکت چند برابر $v$ است؟

۱) ۳٫۲ ۲) ۱٫۶ ۳) ۰٫۸ ۴) ۶٫۱

۹) دو متحرک $A$ و $B$ در فاصلهٔ مستقیم ۲۰۰ متری از هم قرار دارند. متحرک $B$ از حال سکون با شتاب ثابت $3\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت به سمت متحرک $A$ می‌کند و همزمان با این شروع حرکت، متحرک $A$ با سرعت ثابت از نقطهٔ $A$ به سمت متحرک $B$ در حال حرکت است. اگر تندی دو متحرک در لحظه‌ای که به یکدیگر می‌رسند برابر بوده و اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $A$ دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $B$ باشد، بزرگی سرعت متحرک $A$ چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۱۰ ۲) ۱۵ ۳) ۲۰ ۴) ۲۵

۱۰) متحرکی در مسیری مستقیم با تندی ثابت $72\frac{km}{h}$ در حال حرکت است. فرض کنید بعد از طی مسافت $1/2km$، تغییر جهت داده و مقداری از مسیر را با همان تندی قبل برمی‌گردد. اگر بزرگی سرعت متوسط این متحرک در کل حرکت $8\frac{m}{s}$ باشد، طول مسیری که متحرک برگشته است تقریباً چند متر است؟

۱) ۱۲۰ ۲) ۵۱۵ ۳) ۷۰۰ ۴) ۳۱۷

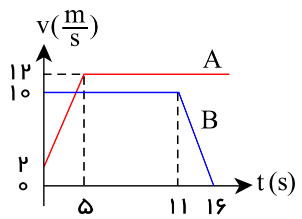
۱۱) متحرکی در یک مسیر مستقیم با شتاب ثابت $a = 4\frac{m}{s^2}$ و سرعت اولیهٔ $v_0 = 6\frac{m}{s}$ حرکت می‌کند. سرعت متوسط متحرک در دو ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۸ ۲) ۱۰ ۳) ۱۲ ۴) ۱۴

۱۲) معادلهٔ سرعت متحرکی در $SI$ به‌صورت $v = 2t + 4$ است. مسافتی که متحرک در ثانیه‌ی چهارم حرکت طی می‌کند چند متر است؟

۱) ۱۰ ۲) ۱۱ ۳) ۱۲ ۴) ۱۳

۱۳) نمودار سرعت - زمان دو متحرک $A$ و $B$ که روی محور $x$ حرکت می‌کنند، مطابق شکل مقابل است. اگر در لحظهٔ $t = 0$، هر دو در مکان $x = 0$ قرار داشته باشند، چند ثانیه پس از آن، دو متحرک به‌هم می‌رسند؟



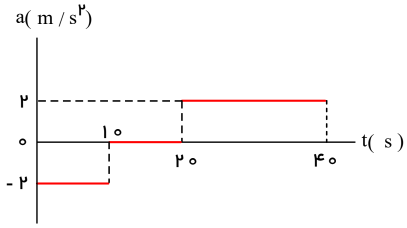

۱) ۷٫۵ ۲) ۸

۳) ۱۲٫۵ ۴) ۱۲

۱۴) متحرکی با شتاب ثابت و سرعت اولیهٔ $v_0$ در ۲ ثانیهٔ اول حرکت خود، ۱۳ متر و در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت خود، ۲۵ متر را طی می‌کند. شتاب حرکت در $SI$ کدام است؟

۱) ۱٫۵ ۲) ۲٫۵ ۳) ۳ ۴) ۵

**۱۵** نمودار شتاب – زمان متحرکی که از حال سکون روی محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی $t_1 = ۲۰s$ تا $t_2 = ۳۵s$، کدام مورد درست است؟




(۱) حرکت تندشونده است.

(۲) حرکت کندشونده است.

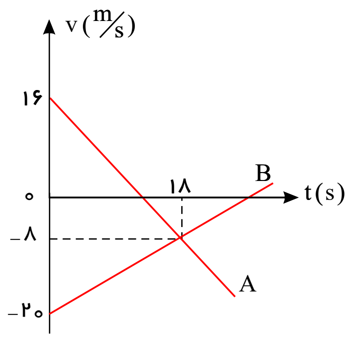
(۳) جهت حرکت یک بار تغییر می‌کند.

(۴) متحرک در جهت محور $x$ حرکت می‌کند.

**۱۶** معادلهٔ سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $v = -۲t + ۴$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم چند متر است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۱۵ (۳) ۱۸ (۴) ۲۴

**۱۷** نمودار سرعت – زمان دو متحرک $B, A$ که روی محور $x$ حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در مدتی که متحرک $A$ در جهت محور $x$ حرکت کرده است، بزرگی جابه‌جایی متحرک $B$، چند متر است؟



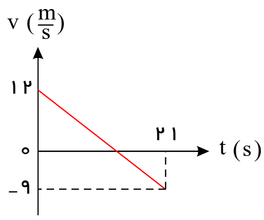

(۱) ۱۸۶

(۲) ۱۹۲

(۳) ۲۰۰

(۴) ۲۲۸

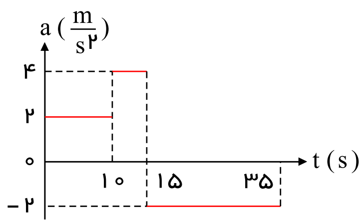
**۱۸** نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل روبه‌رو است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در فاصله‌ی زمانی $t = ۶s$ تا $t = ۱۲s$ چند متر است؟




(۱) ۱۲ (۲) ۱۸

(۳) ۲۲٫۵ (۴) ۳۲٫۵

**۱۹** نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی محور $x$ در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ می‌گذرد، مطابق شکل زیر است. اگر $v_0 = -۱۰m/s$ باشد، بیشترین فاصله متحرک از مبدأ در بازه زمانی $t = ۰$ تا $t = ۳۵s$، چند متر است؟




(۱) ۲۱۰

(۲) ۲۲۵

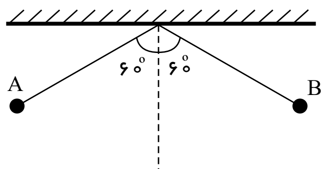
(۳) ۳۲۵

(۴) ۳۵۰

**۲۰** رباتی روی یک خط راست با تندی متوسط $۲۰m/s$ به جلو حرکت می‌کند. پس از $۵۰۰m$ حرکت، ربات روی همان مسیر $۱۵s$ با تندی متوسط $۱۲m/s$ باز می‌گردد. اندازهٔ سرعت متوسط ربات در ۴۰ ثانیهٔ آغاز حرکت چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۴٫۵ (۲) ۱۰٫۵ (۳) ۸ (۴) ۱۷

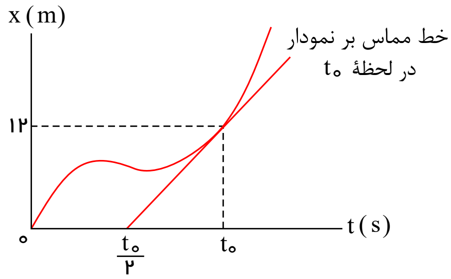
**۲۱** مطابق شکل زیر آونگی از نقطهٔ $A$ رها می‌شود و پس از مدت ۲ ثانیه برای اولین بار به نقطهٔ $B$ در طرف مقابل می‌رسد. اگر اندازهٔ سرعت متوسط گلولهٔ آونگ $۱٫۵\frac{m}{s}$ باشد، تندی متوسط گلوله چند متر بر ثانیه است؟




(۱) $\sqrt{۳}\pi$ (۲) $\frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi$

(۳) $\frac{\pi}{۳}$ (۴) $\pi$

**۲۲** در نمودار مکان - زمان شکل زیر، اگر تندی لحظه‌ای متحرک در لحظهٔ $t_\circ$، $۲m/s$ بزرگ‌تر از بزرگی سرعت متوسط متحرک در $t_\circ$ ثانیهٔ اول حرکت باشد، $t_\circ$ برحسب ثانیه کدام است؟



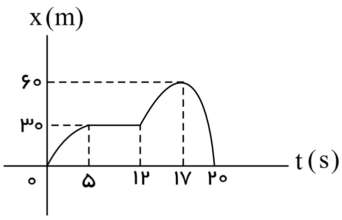

۱) ۱۲

۲) ۴

۳) ۸

۴) ۶

**۲۳** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در ۲۰ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟




۱) صفر

۲) ۲

۳) ۶

۴) ۴

**۲۴** متحرکی بر روی محور $x$ها در حال حرکت است. اگر بردار سرعت متوسط متحرک در $SI$ بین لحظات $t_1 = ۲s$ تا $t_۲ = ۴s$ برابر $-۶\vec{i}$ و در بازهٔ زمانی $t_۲ = ۴s$ تا $t_۳ = ۸s$ برابر با $۱۸\vec{i}$ باشد، بردار سرعت متوسط این متحرک بین لحظات $t_1 = ۲s$ تا $t_۳ = ۸s$ در $SI$ کدام است؟

۱) $۱۰\vec{i}$

۲) $۱۴\vec{i}$

۳) $۱۲\vec{i}$

۴) $-۱۰\vec{i}$

**۲۵** معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور $x$ها حرکت می‌کند در $SI$ به‌صورت $x = t^۳ - ۲۰t + ۸$ است. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در کدام یک از بازه‌های زمانی زیر بیشتر است؟

۱) $t_1 = ۰$ تا $t_۲ = ۱s$

۲) $t_1 = ۰$ تا $t_۲ = ۴s$

۳) $t_1 = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$

۴) $t_1 = ۳s$ تا $t_۲ = ۴s$

**۲۶** متحرکی در لحظهٔ $t_1$ از مکان $x_1 = +۵m$ در جهت منفی محور $x$ها شروع به حرکت می‌کند و در لحظهٔ $t_۲$ در مکان $x_۲ = -۱۰m$ قرار دارد. اگر در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_۲$ مسافت طی‌شده توسط متحرک، ۲٫۴ برابر بزرگی جابه‌جایی آن باشد، حداکثر فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت چند متر است؟ (جهت حرکت متحرک تنها یک‌بار تغییر کرده است.)

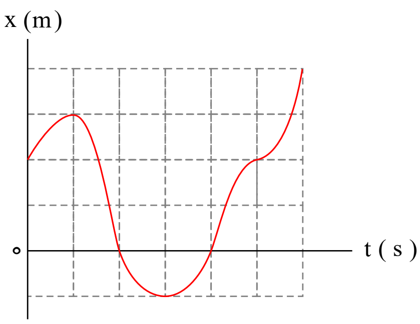
۱) ۲۰٫۵

۲) ۱۹

۳) ۲۵٫۵

۴) ۱۸

**۲۷** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی مسیری مستقیم حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. تندی متوسط متحرک در شش ثانیهٔ اول حرکت چند برابر بزرگی سرعت متوسط متحرک در سه ثانیهٔ دوم حرکت است؟ (هریک از اضلاع مربع‌های کوچک یک واحد $SI$ است.)



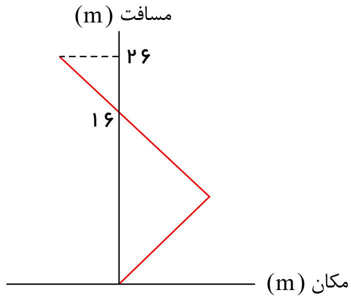

۱) $\frac{۳}{۵}$

۲) ۱

۳) $\frac{۵}{۴}$

۴) $\frac{۱}{۳}$

۲۸) معادلهٔ حرکت متحرکی که روی محور $x$ حرکت می‌کند در $SI$ به‌صورت $x = mt^{۲} + nt$ است. اگر نمودار مسافت طی‌شده توسط متحرک برحسب مکان در ۵ ثانیهٔ اول حرکت آن مطابق شکل زیر باشد، $m$ در $SI$ کدام است؟




۱) $-۱$
۲) $-۲$
۳) ۱
۴) $-۴$

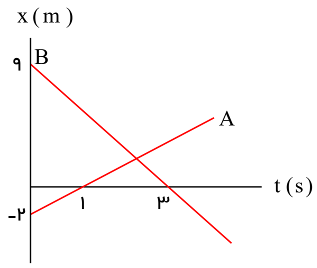
۲۹) متحرکی که با سرعت ثابت در مسیری مستقیم حرکت می‌کند در لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ در مکان $x_۱ = ۵m$ و در لحظهٔ $t_۲ = ۸s$ در مکان $x_۲ = -۱۴m$ است. اندازهٔ جابه‌جایی این متحرک در ۵ ثانیهٔ هفتم حرکت چند متر است؟

۱) ۵ ۲) ۹ ۳) ۱۴ ۴) ۱۹

۳۰) از ارتفاع ۱۶ متری سطح زمین یک توپ را رها می‌کنیم. اگر حداکثر ارتفاع توپ از سطح زمین بعد از هر برخورد ۵۰ درصد نسبت به حالت قبل کاهش یابد. مسافت طی شده توسط توپ از لحظهٔ پرتاب تا لحظه‌ای که برای آخرین بار بزرگی جابه‌جایی توپ از نقطهٔ پرتاب برابر با ۱۴ متر می‌شود، چند متر است؟

۱) ۴۸ ۲) ۴۲ ۳) ۴۴ ۴) ۳۲

۳۱) نمودار مکان – زمان دو متحرک که بر روی یک خط راست در حال حرکت هستند. مطابق شکل مقابل است. در چه لحظه‌ای دو متحرک از کنار یکدیگر عبور می‌کنند؟

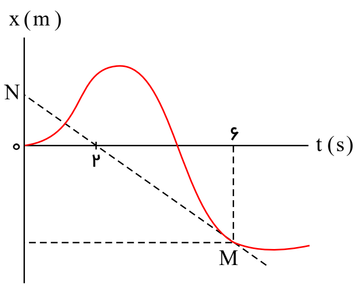



۱) $t = ۱s$
۲) $t = ۱/۲s$
۳) $t = ۴/۴s$
۴) $t = ۲/۲s$

۳۲) متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطهٔ مشخص را بدون تغییر جهت طی می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در نیمهٔ اول مسیر برابر با $۱۰\,m/s$، تندی متوسط متحرک در $\frac{۱}{۳}$ از زمان باقی‌ماندهٔ حرکت برابر با $۴\,m/s$ و تندی متوسط متحرک در بقیهٔ مسیر برابر با $۳m/s$ باشد، تندی متوسط متحرک در کل مسیر حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵ ۲) ۸ ۳) ۷/۵ ۴) ۶

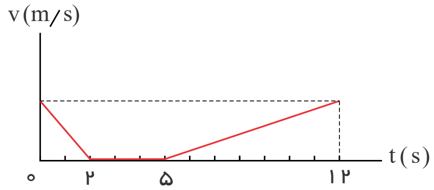
۳۳) در شکل مقابل پاره‌خط $MN$ در نقطهٔ $M$ بر نمودار مکان – زمان متحرک مماس شده است. اگر اندازهٔ سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با $۸m/s$ باشد، بزرگی شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر مجذور ثانیه است؟




۱) ۴
۲) ۲
۳) ۶
۴) ۱۳

۱۵۰ تست سراسری و قلم‌چی حرکت‌شناسی

**۳۴)** متحرکی در راستای خط راست در حال حرکت است و نمودار سرعت – زمان آن به‌صورت زیر است. اگر بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت تا لحظهٔ $t = ۱۲s$ برابر با $۶۳m$ باشد، مسافت طی‌شده توسط آن در مرحلهٔ تندشونده چند متر خواهد بود؟

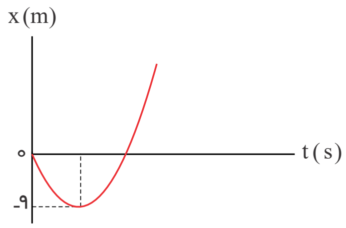



۱) ۴۹
۲) ۵۳
۳) ۱۷
۴) ۳۶

**۳۵)** متحرکی با شتاب ثابت روی خط راست در مدت $۴s$ و بدون تغییر جهت، مسافت $۲۸m$ را طی می‌کند. اگر سرعت جسم در پایان این مدت $۱۱\, m/s$ باشد، شتاب حرکت جسم چند متر بر مجذور ثانیه است؟

۱) $\frac{۱}{۴}$ ۲) ۲ ۳) $\frac{۱}{۲}$ ۴) ۴

**۳۶)** نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت جسم در مکان $x = ۲۷m$ برابر با $۱۲\, m/s$ باشد، سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟

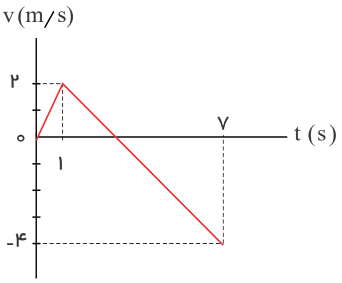



۱) ۳
۲) $-۳$
۳) $-۶$
۴) ۶

**۳۷)** معادلهٔ مکان – زمان جسمی که در مسیری مستقیم حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $x = -t^{۲} + ۴t - ۴$ است. مسافت طی‌شده توسط این جسم در بازهٔ زمانی صفر تا $۴s$ برابر با چند متر است؟

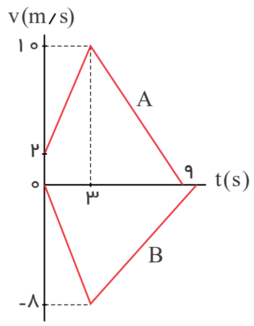
۱) صفر ۲) ۴ ۳) ۱۲ ۴) ۸

**۳۸)** نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۷s$ چند ثانیه حرکت متحرک کندشونده است؟




۱) ۲
۲) ۳
۳) ۴
۴) ۵

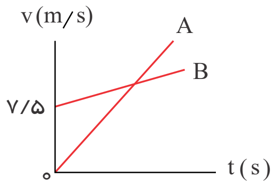
**۳۹)** در شکل زیر، نمودار سرعت – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که از مبدأ مکان روی محور $x$ و در دو سوی مخالف حرکت نموده‌اند رسم شده است. اگر جابه‌جایی دو متحرک یکسان باشد، چند ثانیه پس از توقف متحرک $A$، متحرک $B$ متوقف می‌شود؟




۱) ۱۲ ۲) ۳
۳) ۷ ۴) ۶

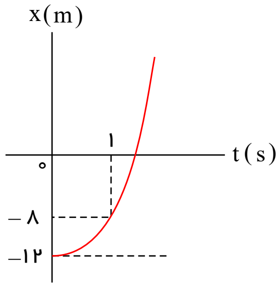
۱۵۰ تست سراسری و قلم‌چی حرکت شناسی

**۴۰** نمودار سرعت – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مبدأ زمان روی مسیری مستقیم از یک نقطه عبور می‌کنند، مطابق شکل زیر است. اگر $a_A = ۳m/s^۲$ و $a_B = ۱/۵m/s^۲$ باشد، به‌ترتیب از راست به چپ، چند ثانیه پس از شروع حرکت سرعت دو متحرک برابر می‌شود و چند ثانیه پس از شروع حرکت دو متحرک به‌هم می‌رسند؟




۱) ۷/۵، ۱۵ ۲) ۵، ۱۰
۳) ۵، ۱۵ ۴) ۷/۵، ۱۰

**۴۱** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. تندی این متحرک در لحظهٔ عبور از مبدأ مکان چند برابر تندی آن در لحظهٔ $t = ۱s$ است؟




۱) ۳
۲) $\sqrt{۳}$
۳) ۱/۵
۴) ۱

**۴۲** در مبدأ زمان، متحرکی با سرعت اولیهٔ $v_۰$ و شتاب ثابت به صورت تندشونده از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر پس از $T$ ثانیه سرعت متحرک برابر با $v$ باشد، سرعت این متحرک در لحظهٔ $۲T$ کدام است؟ $(v_۰ > ۰)$

۱) $v$ ۲) بین $v$ و $۲v$ ۳) $۲v$ ۴) بین $۲v$ و $۳v$

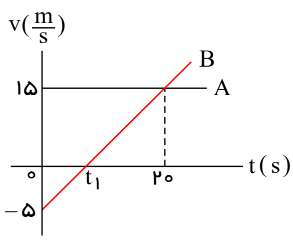
**۴۳** قطاری با سرعت $v$ در مسیر مستقیم در حال حرکت است. ناگهان واگنی از آن جدا شده و سرعت آن به صورت یکنواخت کاهش می‌یابد تا این که پس از طی مسافت $۶۰m$ متوقف می‌شود. اگر سرعت قطار ثابت مانده باشد، مسافتی که بقیهٔ قطار از لحظهٔ جدایی واگن تا توقف آن طی می‌کند، چند متر است؟

۱) ۲۰ ۲) ۱۲۰ ۳) ۸۰ ۴) ۲۰۰

**۴۴** معادلهٔ سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ حرکت می‌کند در $SI$ به صورت $v = -۳t + ۴$ است. اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟

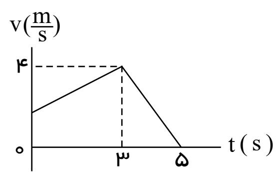
۱) ۲۲ ۲) ۱۵ ۳) ۱۲ ۴) ۱۸

**۴۵** نمودار سرعت – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مبدأ زمان هر دو از یک نقطه در مسیری مستقیم عبور کرده‌اند، به صورت زیر است. تا لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، چند ثانیه جهت حرکت دو متحرک یکسان است؟



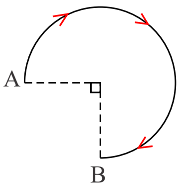

۱) ۵
۲) ۴۰
۳) ۳۵
۴) ۲۰

**۴۶** متحرکی در امتداد محور $x$ ها در حال حرکت است و نمودار سرعت – زمان آن مطابق شکل زیر است. اگر اندازهٔ شتاب متوسط متحرک در ۵ ثانیهٔ اول حرکت، برابر با $۰/۴m/s^۲$ باشد، سرعت متوسط متحرک در ۴ ثانیهٔ اول حرکت چند $m/s$ است؟



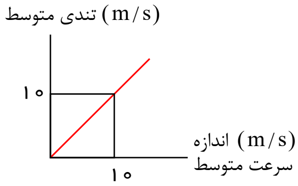

۱) ۲ ۲) ۱
۳) ۴ ۴) ۳

**۴۷** در شکل زیر، تندی متوسط متحرکی که مسیر بین دو نقطهٔ $A$ و $B$ را که قسمتی از یک دایره است در ۲$s$ طی می‌کند، برابر با ۱۰ $m/s$ است. بزرگی سرعت متوسط متحرک طی این مسیر چند متر بر ثانیه است؟ $(\pi = ۳)$




۱) $\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۳}$　　۲) $\frac{۱۰\sqrt{۲}}{۵}$　　۳) $\frac{۲۰\sqrt{۲}}{۹}$　　۴) $\frac{۲۰\sqrt{۲}}{۵}$

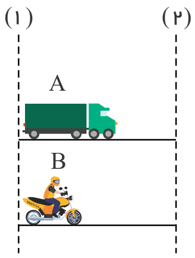
**۴۸** نمودار تندی متوسط برحسب اندازهٔ سرعت متوسط متحرک به‌صورت شکل زیر است. کدام یک از عبارات زیر در مورد این متحرک الزاماً صحیح است؟




۱) حرکت متحرک یکنواخت است.　　۲) شتاب حرکت ثابت است.

۳) متحرک تغییر جهت داده است.　　۴) جهت بردار سرعت آن ثابت است.

**۴۹** در شکل زیر تندی متحرک $A$، ۲۰$m/s$ و تندی متحرک $B$، ۳۰$m/s$ است. متحرک $A$ در لحظهٔ $t = ۲s$ و متحرک $B$ در لحظهٔ $t = ۳s$، از خط‌چین (۱) در مسیری مستقیم به‌طرف خط‌چین (۲) عبور می‌کنند. فاصلهٔ دو خط‌چین (۱) و (۲) چند متر باشد تا دو متحرک باهم از خط‌چین (۲) عبور کنند؟




۱) ۵۰　　۲) ۶۰

۳) ۷۰　　۴) ۴۰

**۵۰** متحرکی که در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند، مسافت $d$ را طی می‌کند. اگر این متحرک $\frac{۱}{۹}$ ابتدایی مسیر را در مدت $t_۱$ و بقیهٔ مسیر را در مدت $t_۲$ طی کند، حاصل $\frac{t_۲}{t_۱}$ کدام است؟

۱) ۲　　۲) ۱　　۳) $\frac{۱}{۳}$　　۴) ۳

**۵۱** متحرکی در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت شروع به حرکت می‌کند. اگر سرعت متحرک در فاصلهٔ ۱۶ متری از مبدأ حرکت برابر با ۵$m/s$ باشد، سرعت آن در فاصلهٔ ۲۰ متری مبدأ حرکت چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۵　　۲) ۸　　۳) $۰/۴\sqrt{۵}$　　۴) $۲/۵\sqrt{۵}$

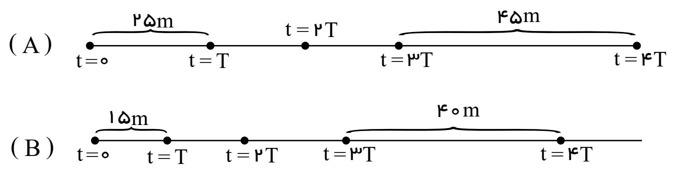
**۵۲** اتومبیلی با سرعت ۱۰۸$km/h$ در مسیری مستقیم در حرکت است. ناگهان با شتاب ۲$m/s^۲$ ترمز می‌کند تا متوقف شود. مسافتی که اتومبیل در دو ثانیهٔ آخر حرکت طی می‌کند چند متر است؟

۱) ۲۲۵　　۲) ۶۴　　۳) ۵۶　　۴) ۴

**۵۳** معادلهٔ مکان – زمان جسمی که روی خط راست حرکت می‌کند، در $SI$ به صورت $x = -۴t^۲ + ۲t + ۱$ است. در چند متری مبدأ مکان، تندی متحرک به ۱۴$m/s$ در جهت منفی محور می‌رسد؟

۱) ۱۱　　۲) ۱۲　　۳) ۸　　۴) ۶

**۵۴** هر یک از شکل‌های زیر مکان دو متحرک $A$ و $B$ را که با شتاب ثابت حرکت می‌کنند، در لحظه‌های $t = 0$ , $t = T$ , $\cdots$ , $t = 4T$ نشان می‌دهد. در این صورت نسبت شتاب متحرک $A$ به شتاب متحرک $B$ کدام است؟




۱) $\frac{۱۴}{۱۱}$

۲) ۸

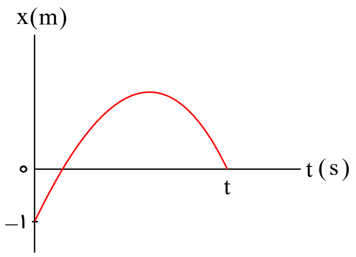
۳) ۱۸

۴) $\frac{۴}{۵}$

**۵۵** دو متحرک $A$ و $B$ با سرعت‌های $۴۰\ m/s$ و $۵۰\ m/s$ در یک جهت در حال حرکت هستند. اگر هر دو متحرک در لحظه‌ای که مکان آن‌ها یکسان است، با شتاب ثابت ترمز کنند، پس از ۶ ثانیه سرعت آن‌ها با یکدیگر برابر می‌شود. در این لحظه فاصلهٔ دو متحرک از هم چند متر است؟

۱) ۳۵ ۲) ۱۵ ۳) ۳۰ ۴) ۲۵

**۵۶** مطابق شکل زیر، نمودار مکان - زمان متحرکی که در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، به‌صورت یک سهمی داده شده است. اگر مسافت پیموده شده توسط متحرک در $t$ ثانیهٔ اول، ۵ برابر اندازهٔ جابه‌جایی‌اش در این مدت باشد، متحرک در چند متری مبدأ حرکتش، تغییر جهت می‌دهد؟



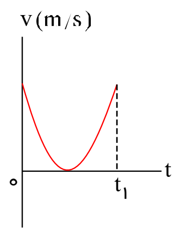

۱) ۱

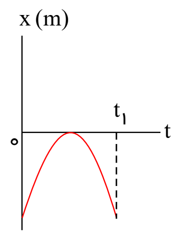
۲) ۲

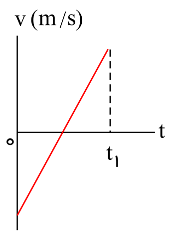
۳) ۳

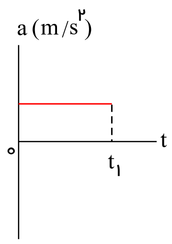
۴) ۴

**۵۷** متحرکی بر روی محور $x$ ها در حال حرکت است. در کدام یک از نمودارهای زیر الزاماً مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی متحرک در $t_1$ ثانیهٔ اول حرکت برابر است؟

۱) 


۲) 

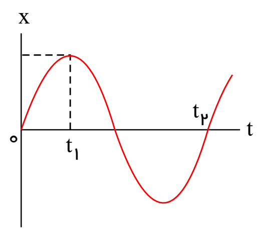

۳) 


۴) 


**۵۸** متحرکی فاصلهٔ $A$ تا $B$ را با سرعت متوسط به بزرگی $۴۰\ m/s$ بدون تغییر جهت طی می‌کند. این متحرک پس از رسیدن به نقطهٔ $B$ در مدت زمانی به اندازهٔ نیمی از زمان رفت، مسیر را با سرعت متوسط به بزرگی $۲۰\ m/s$ بدون تغییر جهت باز می‌گردد. نسبت تندی متوسط در کل مدت زمان حرکت به بزرگی سرعت متوسط در کل مدت زمان حرکت کدام است؟

۱) ۱ ۲) ۲ ۳) $\frac{۳}{۲}$ ۴) $\frac{۵}{۳}$

**۵۹** نمودار مکان - زمان حرکت متحرکی مطابق شکل مقابل است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد حرکت این متحرک در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_2$ صحیح است؟




۱) تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر است.

۲) بردار سرعت متوسط این متحرک در جهت محور $x$ ها است.

۳) بردار شتاب متوسط این متحرک در جهت محور $x$ ها است.

۴) در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود شتاب آن برابر با صفر است.

۶۰) دو متحرک $A$ و $B$ روی محور $x$ها با سرعت‌های ثابت در حال حرکت هستند و هم‌زمان با هم در لحظهٔ $t = ۰$ از مبدأ حرکت خود عبور می کنند. متحرک $A$ در ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = -۲۰m$ تا مبدأ مکان جابه‌جا می‌شود و متحرک $B$ در ۴ ثانیهٔ دوم حرکت از مکان $x_۱ = ۶۰m$ تا $x_۲ = ۲۰m$ جابه‌جا می‌شود. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه این دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟

۱) ۱۶ ۲) $\frac{۱۶}{۳}$ ۳) $\frac{۱۴}{۳}$ ۴) ۱۴

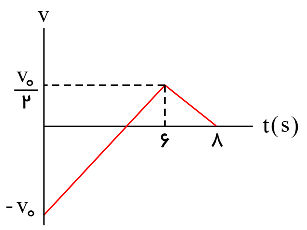
۶۱) خودرویی با سرعت $۹۰km/h$ در مسیری مستقیم در حال حرکت است. راننده ناگهان اتومبیلی را در فاصلهٔ ۱۲۰ متری خود می‌بیند که با سرعت ثابت $۱۸km/h$ هم‌جهت با آن در حال حرکت است. اگر بزرگی شتاب ترمز $۴m/s^۲$ باشد، حداکثر زمان عکس العمل راننده چند ثانیه باشد تا به اتومبیل مقابل برخورد نکند؟ (اتومبیل دوم با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد.)

۱) ۳٫۵ ۲) ۲ ۳) ۱٫۵ ۴) ۲٫۵

۶۲) معادلهٔ سرعت – مکان متحرکی که با شتاب ثابت در مبدأ زمان از مکان $x = ۱۶m$ عبور می‌کند، به صورت $v = ۲\sqrt{x}$ است. متحرک در لحظهٔ $t = ۲s$ در چه مکانی بر حسب متر قرار دارد؟

۱) ۲۴ ۲) ۴۰ ۳) ۳۶ ۴) ۴

۶۳) نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی که حرکت آن تندشونده است، چند برابر مسافت پیموده شده توسط متحرک در مدتی است که حرکت کندشونده است؟

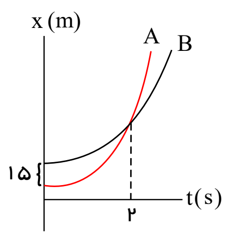



۱) ۲ ۲) $\frac{۲}{۳}$ ۳) $\frac{۱}{۵}$ ۴) $\frac{۳}{۸}$

۶۴) متحرکی با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است. اگر تندی متحرک در مبدأ زمان با تندی آن در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر باشد، نوع حرکت متحرک در ۲ ثانیهٔ اول حرکت چگونه است؟

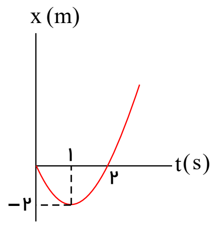
۱) پیوسته تندشونده ۲) پیوسته کندشونده ۳) ابتدا تندشونده سپس کندشونده ۴) ابتدا کندشونده سپس تندشونده

۶۵) نمودار مکان – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که با شتاب ثابت، هم‌زمان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کنند مطابق شکل زیر است. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه، اختلاف اندازهٔ سرعت دو متحرک $۱۲m/s$ می‌شود؟




۱) ۲٫۵
۲) ۰٫۸
۳) ۲
۴) ۱٫۶

۶۶) نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، به شکل مقابل است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۳s$ چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۱۶ ۲) ۱۲ ۳) ۸ ۴) ۴

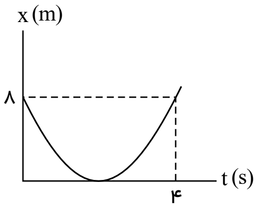
۶۷) اگر در حرکت متحرکی در امتداد محور $x$ و در یک جهت، سرعت متوسط در دو ثانیهٔ اول حرکت $۵m/s$ و در سه ثانیهٔ بعد $۱۰m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در کل این مسیر چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲٫۵ ۲) ۷٫۵ ۳) ۸ ۴) ۹

۶۸) متحرکی که با شتاب ثابت در مسیر مستقیم حرکت می‌کند، در لحظهٔ $t = ۲s$ از مکان $-۱۸m$ و ۴ ثانیه بعد با سرعت $۱۶m/s$ از مکان $+۲۲m$ عبور می‌کند، سرعت اولیهٔ این متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۲
۲) $-۲$
۳) ۴
۴) $-۴$

۶۹) نمودار مکان - زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است، اندازهٔ سرعت جسم در لحظهٔ $t = ۴s$ چند متر بر ثانیه است؟




۱) ۸
۲) ۶
۳) ۴
۴) ۲

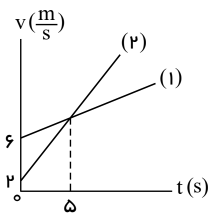
۷۰) در مبدأ زمان، متحرک $A$ با سرعت ثابت $۲۰m/s$ و متحرک $B$ با سرعت اولیهٔ $-۲۰m/s$ و شتاب ثابت $۵m/s^۲$ از مبدأ مکان روی محور $x$ عبور می‌کنند. بیشترین فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر قبل از آن که به هم برسند، چند متر خواهد بود؟

۱) ۱۶۰
۲) ۱۲۰
۳) ۸۰
۴) ۴۰

۷۱) در یک مسابقهٔ دو و میدانی دو نفره روی مسیری مستقیم $۱۰۰m$، دوندهٔ $A$ با اختلاف ۲۰ متر برنده می‌شود. با فرض این که در کل مسیر مسابقه تندی دو دوندهٔ $A$ و $B$ ثابت باشد، در لحظهٔ اعلام شروع مسابقه دوندهٔ $A$ چند متر عقب‌تر از خط شروع مسابقه قرار گیرد تا هر دو دونده همزمان به خط پایان برسند؟

۱) ۱۶
۲) ۲۰
۳) ۲۲
۴) ۲۵

۷۲) نمودار سرعت - زمان دو متحرک (۱) و (۲) که هم‌زمان از یک نقطه در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است، فاصلهٔ دو متحرک در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است چند متر است؟




۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱۰

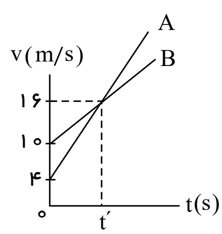
۷۳) معادلهٔ مکان - زمان متحرکی در $SI$ به صورت $x = t^۲ - ۸t + ۱۵$ است. در بازهٔ زمانی که بردار مکان متحرک در خلاف جهت محور $x$ بوده تندی متوسط متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) صفر
۲) ۱
۳) ۲
۴) ۴

۷۴) متحرکی با شتاب ثابت و از حال سکون بر روی خط راست شروع به حرکت می‌کند و مسافت ۳۶ متر را در مدت زمان ۳ ثانیه طی می‌کند. سرعت این متحرک در هر ثانیه چند $m/s$ افزایش می‌یابد؟

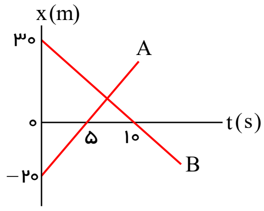
۱) ۴
۲) ۶
۳) ۸
۴) ۱

۷۵) دو متحرک $A$ و $B$ از یک نقطهٔ همزمان روی محور $x$ حرکت کرده و نمودار سرعت - زمان آن‌ها مطابق شکل زیر است. اگر این دو متحرک، پس از ۶ ثانیه به هم برسند، شتاب متحرک $B$، چند متر بر مجذور ثانیه است؟




۱) ۴
۲) ۲
۳) ۱
۴) $\frac{۳}{۲}$

**۷۶** نمودار مکان - زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که متحرک $B$ از مبدأ مکان عبور می‌کند، فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر چند متر است؟

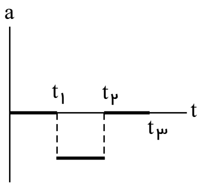


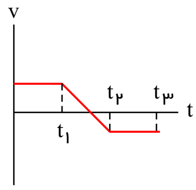

(۱) ۱۵ (۲) ۲۵ (۳) ۲۰ (۴) ۳۵

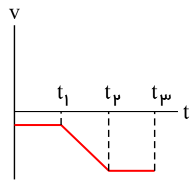
**۷۷** متحرکی روی خط راست با شتاب ثابت در حرکت است. در یک لحظه سرعت متحرک $+12m/s$ بوده و پس از ۸ ثانیه سرعت آن به $-20m/s$ می‌رسد. مسافتی که متحرک در این مدت می‌پیماید چند متر است؟

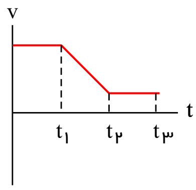
(۱) ۱۳۶ (۲) ۵۰ (۳) ۶۸ (۴) ۳۲

**۷۸** نمودار شتاب - زمان متحرکی که در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام یک از گزینه‌های زیر نمودار سرعت - زمان مربوط به آن است؟




(۱)


(۲)


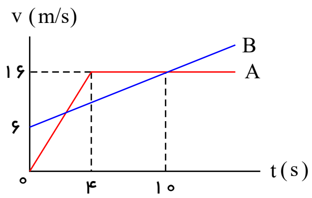
(۳)


(۴) هر سه گزینه می‌تواند درست باشد.

**۷۹** دو متحرک $A$ و $B$ در مبدأ زمان با شتاب ثابت و یکسان $-10m/s^2$ یکی با تندی $v_A$ در جهت مثبت محور $x$ و دیگری تندی $v_B=2v_A$ در جهت منفی محور $x$ از یک مکان مشخص ($x_{0A}=x_{0B}>0$) عبور می‌کنند. اگر این دو متحرک به‌ترتیب در لحظات $t_A$ و $t_B=\frac{t_A}{2}$ از مبدأ مکان ($x=0$) بگذرند، نسبت تندی متحرک $A$ در لحظهٔ $t_A$ به تندی متحرک $B$ در لحظهٔ $t_B$ کدام است؟

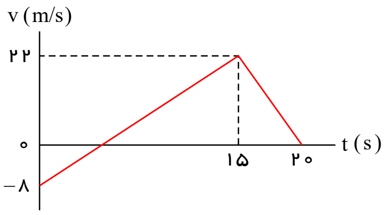
(۱) $\frac{13}{14}$ (۲) ۲ (۳) $\frac{11}{14}$ (۴) $\frac{2}{3}$

**۸۰** نمودار سرعت - زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در لحظهٔ $t=0$ به‌ترتیب از مکان‌های $x_{0A}=20m$ و $x_{0B}=13{,}5m$ عبور کرده‌اند، مطابق شکل زیر است. دو متحرک چند ثانیه پس از شروع حرکت به‌هم خواهند رسید؟



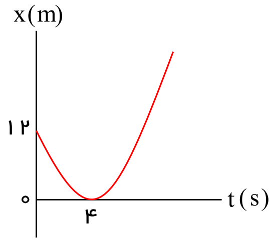

(۱) ۱۰ (۲) ۱۷ (۳) ۱۲ (۴) ۱۳

**۸۱** نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر مسیری مستقیم حرکت می‌کند، به‌صورت شکل زیر است، مسافت پیموده شده توسط این متحرک در بازهٔ زمانی $0s$ تا $20s$، چند متر است؟




(۱) ۱۶۰ (۲) ۱۷۶ (۳) ۱۸۰ (۴) ۱۹۲

**۸۲** مطابق شکل زیر، نمودار مکان – زمان متحرکی به‌صورت سهمی است. سرعت متحرک در لحظهٔ $t = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟



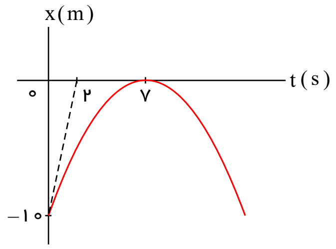

۱) ۳

۲) ۴

۳) ۶

۴) ۱۲

**۸۳** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 7s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟




۱) $1$

۲) $-1$

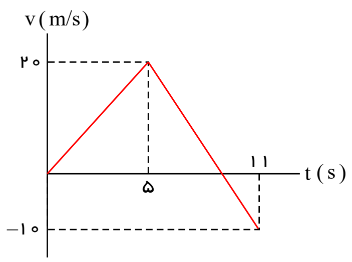
۳) $\frac{5}{7}$

۴) $-\frac{5}{7}$

**۸۴** در مبدأ زمان متحرکی با تندی $10m/s$ درجهت مثبت محور $x$ها و از مکان $x = 40m$ عبور می‌کند. اگر شتاب حرکت متحرک ثابت و برابر با $-10m/s^2$ باشد، تندی متوسط متحرک از مبدأ زمان تا لحظهٔ عبور آن از مبدأ مکان چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۲٫۵ ۲) ۱۰ ۳) ۲۵ ۴) ۲۰

**۸۵** نمودار سرعت – زمان متحرکی که در لحظهٔ $t = 0$ از مکان $x = -10m$ روی محور $x$ عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. در بازهٔ زمانی مشخص شده، به‌ترتیب از راست به چپ بیش‌ترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان برابر با چند متر است و در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه رخ می‌دهد؟




۱) ۱۱, ۹۰

۲) ۹, ۹۰

۳) ۱۱, ۸۰

۴) ۹, ۸۰

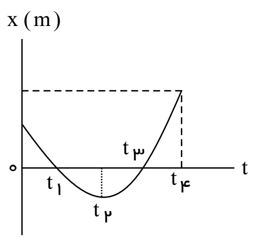
**۸۶** دو متحرک $A$ و $B$ به‌ترتیب با تندی‌های ثابت $v_A = 12m/s$ و $v_B = 10m/s$ در یک راستا به طرف هم در حال حرکت هستند. درلحظه‌ای که فاصلهٔ آن‌ها از یکدیگر برابربا $84m$ است، متحرک $A$ با شتاب $3m/s^2$ حرکت خود را کُند می‌کند تا بایستد. کمینهٔ اندازهٔ شتاب کندشوندهٔ متحرک $B$ از این لحظه به بعد چند متر بر مجذور ثانیه باشد تا دو متحرک به یکدیگر برخورد نکنند؟

۱) $\frac{5}{6}$ ۲) $3$ ۳) $\frac{6}{5}$ ۴) $\frac{1}{3}$

**۸۷** اگر معادلهٔ حرکت متحرکی در $SI$ به‌صورت $x = 2t^3 + 6t - 2$ باشد، متحرک در مدت دو ثانیه بعد از شروع حرکت چند متر جابه‌جا شده است؟

۱) ۳۰ ۲) ۲۸ ۳) ۲۶ ۴) ۲۴

**۸۸** نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام گزینه در مورد متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $t_4$ نادرست است؟




۱) متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.

۲) در مبدأ زمان، جهت حرکت متحرک در جهت محور $x$ است.

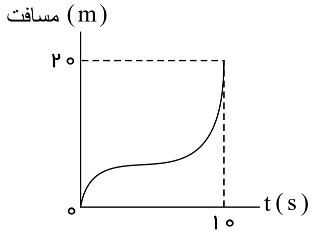
۳) جهت بردار مکان متحرک، دو بار تغییر می‌کند.

۴) سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی، مثبت است.

**(۸۹)** متحرکی در لحظه‌های $t_1 = 0$، $t_2 = 10s$ و $t_3 = 15s$ به‌ترتیب در مکان‌های $\vec{d}_1 = -20\vec{i}$، $\vec{d}_2 = 50\vec{i}$ و $\vec{d}_3$ قرار دارد. اگر بردار سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_3$ به‌صورت $\vec{v}_{av} = 4\vec{i}$ باشد $\vec{d}_3$ کدام است؟ (تمام کمیت‌ها در $SI$ هستند.)

(۱) $40\vec{i}$ (۲) $30\vec{i}$ (۳) $10\vec{i}$ (۴) $-10\vec{i}$

**(۹۰)** نمودار مسافت طی شده برحسب زمان متحرکی که در مبدأ زمان در خلاف جهت محور $x$ در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر جهت حرکت متحرک در لحظه‌ای که در فاصلهٔ ۴ متری مبدأ حرکت است عوض شود، بردار سرعت متوسط آن در ۱۰ ثانیهٔ اول حرکت در $SI$ کدام است؟



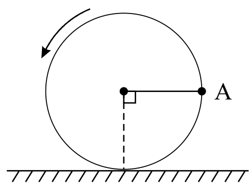

(۱) $-2\vec{i}$

(۲) $2\vec{i}$

(۳) $1/2\vec{i}$

(۴) $-1/2\vec{i}$

**(۹۱)** مطابق شکل زیر، حلقه‌ای دایره‌ای به شعاع $20cm$ روی سطحی افقی قرار دارد. اگر بزرگی جابه‌جایی مرکز حلقه هنگامی که بر روی سطح افقی می‌غلتد برابر با $210cm$ باشد، اندازهٔ جابه‌جایی نقطهٔ $A$ از حالت مشخص شده روی دایره، چند سانتی‌متر خواهد بود؟ $(\pi = 3)$



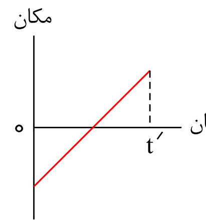

(۱) ۴۰ (۲) $10\sqrt{533}$

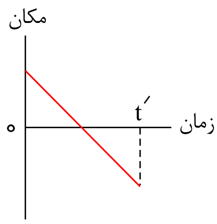
(۳) $10\sqrt{445}$ (۴) صفر

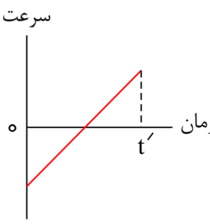
**(۹۲)** متحرکی نیمی از مسیر مستقیم بین دو نقطه را با سرعت متوسط $10\frac{m}{s}$ و نیمهٔ دیگر مسیر را طی دو بازهٔ زمانی مساوی با سرعت‌های $v$ و $3v$ در یک جهت طی می‌کند. اگر سرعت متوسط متحرک در کل مسیر $16\frac{m}{s}$ باشد، اندازهٔ $v$ چند متر بر ثانیه است؟

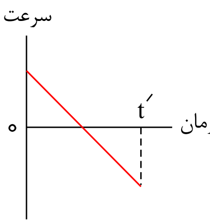
(۱) ۱۰ (۲) ۲۰ (۳) ۳۰ (۴) ۶۰

**(۹۳)** متحرکی بر روی مسیر مستقیمی در حال حرکت است. اگر در بازهٔ زمانی صفر تا $t'$، جابه‌جایی این متحرک، هم‌اندازه و هم‌علامت با مسافت طی شده باشد، کدام نمودار می‌تواند به این متحرک باشد؟

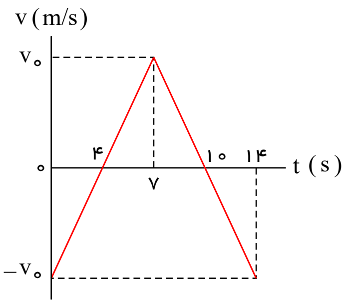
(۱)



(۲)



(۳)



(۴)



**(۹۴)** شکل زیر نمودار سرعت – زمان متحرکی را نشان می‌دهد که روی محور $x$ها در حرکت است. در کدام بازهٔ زمانی شتاب متوسط متحرک مثبت و حرکت در جهت منفی محور $x$ها است؟




(۱) صفر تا $4s$

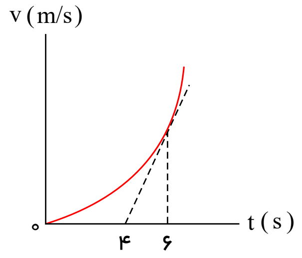
(۲) صفر تا $7s$

(۳) $7s$ تا $10s$

(۴) $10s$ تا $14s$

۱۵۰ تست سراسری و قلم‌چی حرکت شناسی

۹۵ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خطی راست در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اندازهٔ شتاب متحرک در لحظهٔ $t = 6s$ چند برابر اندازهٔ شتاب متوسط آن در ۶ ثانیهٔ ابتدایی حرکت است؟




(۱) $\frac{1}{3}$
(۲) $\frac{2}{3}$
(۳) ۳
(۴) $\frac{3}{2}$

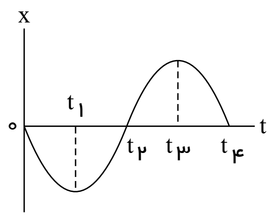
۹۶ متحرکی از فاصلهٔ ۴ متری مبدأ مکان روی محور $x$ شروع به حرکت می‌کند. اگر این متحرک ۲ بار از مبدأ مکان بگذرد، بیشینه و کمینهٔ دفعاتی که این متحرک می‌تواند تغییر جهت بدهد به‌ترتیب از راست به چپ در کدام گزینه آمده است؟

(۱) ۲، صفر
(۲) ۲، ۱
(۳) بی‌شمار، صفر
(۴) بی‌شمار، ۱

۹۷ اگر $\vec{a}$، $\vec{v}$ و $\vec{d}$ به ترتیب بردارهای شتاب، سرعت و مکان متحرک در لحظهٔ $t$ باشد، در کدام‌یک از گزینه‌های زیر متحرک الزاماً در حال نزدیک شدن به مبدأ مکان در این لحظه است؟ (مقادیر در $SI$ هستند.)

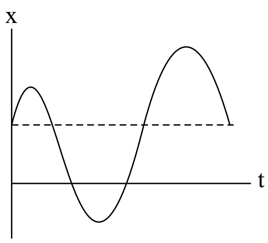
(۱) $\vec{a} = 2\vec{i}\ ,\ \vec{v} = -\vec{i}$
(۲) $\vec{d} = -2\vec{i}\ ,\ \vec{a} = 4\vec{i}$
(۳) $\vec{d} = -5\vec{i}\ ,\ \vec{v} = +\vec{i}$
(۴) $\vec{d} = -4\vec{i}\ ,\ \vec{v} = -2\vec{i}$

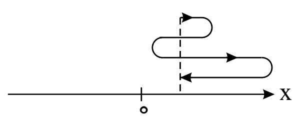
۹۸ شکل زیر، نمودار $x - t$ یک متحرک را که در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، نشان می‌دهد. در کدام بازهٔ زمانی زیر، شتاب متوسط متحرک خلاف جهت محور $x$ و سرعت متوسط آن در جهت محور $x$ است؟

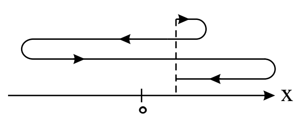


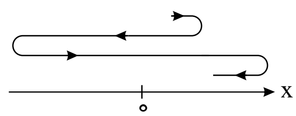

(۱) صفر تا $t_1$
(۲) $t_1$ تا $t_2$
(۳) $t_2$ تا $t_3$
(۴) $t_3$ تا $t_4$

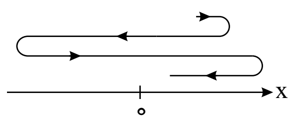
۹۹ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام‌یک از شکل‌های زیر مسیر حرکت این متحرک را بر روی محور $x$ به درستی نشان می‌دهد؟



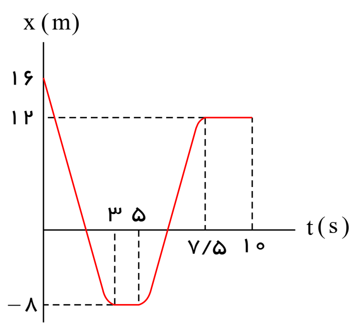

(۱)



(۲)



(۳)



(۴)



۱۰۰ نمودار مکان – زمان متحرکی که بر روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط این متحرک در بازهٔ زمانی‌ای که بردار مکان آن در خلاف جهت محور $x$ است، چند متر بر ثانیه است؟




(۱) صفر
(۲) ۲
(۳) ۴
(۴) ۵

۱۰۱ متحرکی بر روی محور $x$ در حال حرکت است و مسیری را در مدت زمان $T$ می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در مدت زمان $\frac{T}{3}$ ابتدای حرکت برابر با $12 m/s$ و سرعت متوسط آن در ادامهٔ مسیر $-18 m/s$ باشد، سرعت متوسط متحرک در کل مسیر چند متر بر ثانیه است؟

(۱) $-6$
(۲) $4$
(۳) $-4$
(۴) $-8$

۱۵۰ تست سراسری و قلم‌چی حرکت‌شناسی

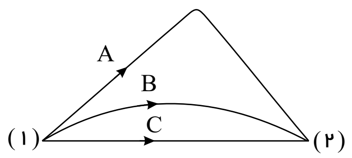
**۱۰۲** متحرکی بر روی محور $x$ها در حال حرکت است. اگر در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_2$ بردار شتاب متوسط با بردار سرعت متحرک در لحظهٔ $t_2$ هم‌جهت باشد، کدام‌یک از گزینه‌های زیر همواره صحیح است؟

۱) تندی متحرک در لحظهٔ $t_1$ بزرگ‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ $t_2$ است.
۲) تندی متحرک در لحظهٔ $t_2$ بزرگ‌تر از تندی متحرک در لحظهٔ $t_1$ است.
۳) بردارهای سرعت در لحظه‌های $t_1$ و $t_2$ خلاف جهت یکدیگرند.
۴) نمی‌توان اظهارنظر قطعی کرد.

**۱۰۳** دو متحرک $A$ و $B$ روی خطی راست با سرعت ثابت حرکت می‌کنند و مکان آن‌ها در لحظهٔ $t = ۰$ به‌ترتیب برابر با $x_{\circ A} = ۷۰۰m$ و $x_{\circ B} = -۲۰۰m$ است. اگر سرعت متحرک $A$ برابر با $-۲۵\frac{m}{s}$ و سرعت متحرک $B$ برابر با $+۵۰\frac{m}{s}$ باشد، این دو متحرک در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه به هم می‌رسند؟

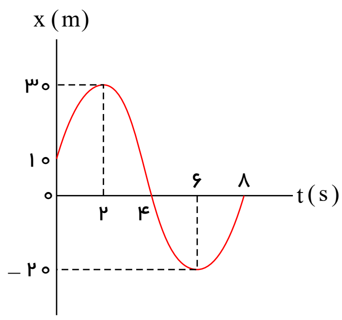
۱) ۳۶
۲) ۱۲
۳) ۹
۴) دو متحرک هرگز به هم نمی‌رسند.

**۱۰۴** مطابق شکل زیر، سه متحرک با تندی‌های مساوی و ثابت، سه مسیر نشان داده‌شده را طی می‌کنند و از مکان (۱) به مکان (۲) می‌روند. در مورد بزرگی سرعت متوسط این سه متحرک کدام مورد درست بیان شده است؟




۱) $(v_{av})_A = (v_{av})_B = (v_{av})_C$
۲) $(v_{av})_A$ بیشتر از $(v_{av})_B$ و $(v_{av})_C$ است.
۳) $(v_{av})_B$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_C$ است.
۴) $(v_{av})_C$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

**۱۰۵** نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. نسبت تندی متوسط متحرک به اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$ کدام است؟

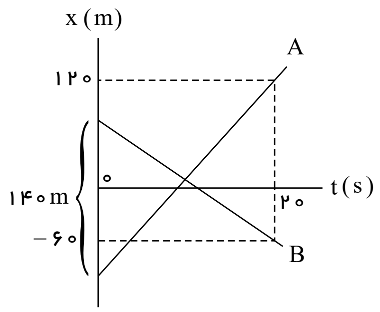



۱) ۱
۲) $\frac{۷}{۵}$
۳) $\frac{۷}{۳}$
۴) $\frac{۳}{۷}$

**۱۰۶** معادلهٔ حرکت جسمی که روی محور $x$ حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $x = -۴t + ۲۰$ است. کدام گزینه در مورد این متحرک صحیح است؟

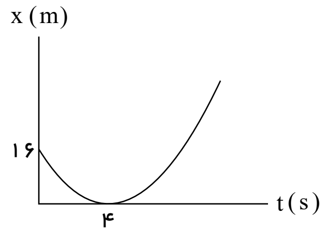
۱) همواره به مبدأ مکان نزدیک می‌شود.
۲) ابتدا در جهت محور $x$ و سپس در خلاف جهت آن حرکت می‌کند.
۳) مسافت طی شده از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t = ۱۰s$ برابر ۲۰ متر است.
۴) سرعت متوسط در ثانیهٔ پنجم حرکت برابر با $-۴m/s$ است.

**۱۰۷** نمودار مکان - زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مسیری مستقیم حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. مجموع تندی دو متحرک ................ متر بر ثانیه است و تندی متحرک $A$ ................ از تندی متحرک $B$ است.



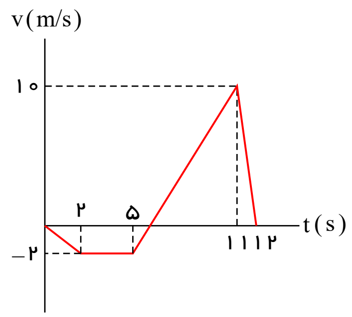

۱) ۴، کم‌تر
۲) ۱۶، بیش‌تر
۳) ۴، بیش‌تر
۴) ۱۶، کم‌تر

۱۰۸) نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک در مدت ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، چند متر بر ثانیه است؟



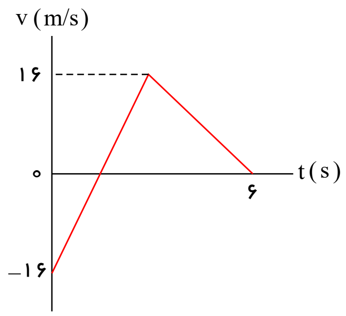

۱) ۴
۲) $\frac{۲۰}{۳}$
۳) $\frac{۴۰}{۳}$
۴) ۴۰

۱۰۹) نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر متحرک در مبدأ زمان از مکان $x = -۸m$ عبور کند، بیشترین فاصلهٔ متحرک از مبدأ در بازهٔ زمانی مشخص شده، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه خواهد بود؟



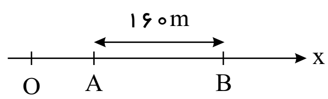

۱) ۵
۲) ۶
۳) ۱۱
۴) ۱۲

۱۱۰) نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $۴\frac{m}{s}$ باشد، مسافت طی شده توسط متحرک در این بازهٔ زمانی چند متر است؟



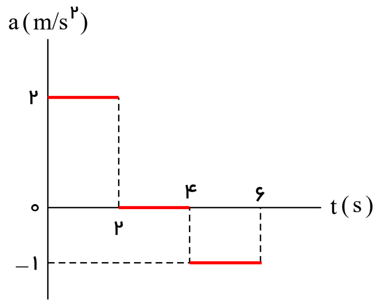

۱) ۲۴
۲) ۴۸
۳) ۳۲
۴) ۴۴

۱۱۱) مطابق شکل زیر، متحرکی با شتاب ثابت $۲\frac{m}{s^۲}$ از نقطهٔ $O$ و از حال سکون روی محور $x$ها شروع به حرکت می‌کند. اگر متحرک فاصلهٔ ۱۶۰ متری بین دو نقطهٔ $A$ و $B$ را در مدت $۸s$ طی کند، فاصلهٔ بین نقطهٔ $O$ و نقطهٔ $A$ را در چند ثانیه طی خواهد کرد؟




۱) ۳۶
۲) ۱۸
۳) ۱۲
۴) ۶

۱۱۲) نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر این متحرک در لحظهٔ $t = ۰$ با بزرگی سرعت اولیهٔ $۱\frac{m}{s}$ در خلاف جهت محور $x$ از مبدأ مکان عبور کرده باشد، در ۶ ثانیهٔ اول حرکت، چند ثانیه حرکت آن تندشونده بوده است؟




۱) صفر
۲) ۰٫۵
۳) ۱٫۵
۴) ۲

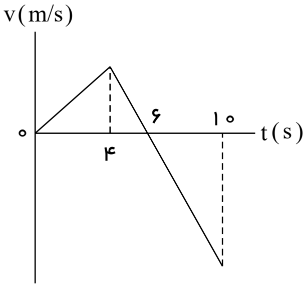
۱۱۳) متحرکی فاصلهٔ مستقیم بین دو نقطه را با شتاب ثابت و بدون تغییر جهت می‌پیماید. اگر سرعت متوسط متحرک در $\frac{۵}{۶}$ ابتدایی مسیر $۱۰\frac{m}{s}$ و سرعت متوسط باقی‌ماندهٔ مسیر $۴\frac{m}{s}$ باشد، بزرگی سرعت اولیهٔ متحرک چند متر بر ثانیه است؟

۱) ۱۴
۲) ۷
۳) ۱۰
۴) ۱۲٫۵

۱۱۴) معادلهٔ حرکت جسمی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، در $SI$ به صورت $x = t^{۲} - ۴t + ۴$ می‌باشد. تندی متوسط متحرک در ۳ ثانیهٔ اول حرکت چند متر بر ثانیه است؟

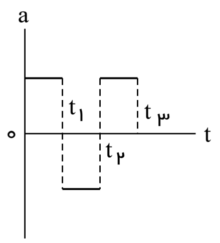
۱) $\frac{۳}{۵}$  ۲) ۲  ۳) $\frac{۱}{۲}$  ۴) $\frac{۵}{۳}$

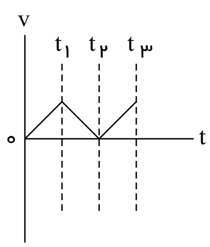
۱۱۵) نمودار سرعت – زمان متحرکی که بر خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر مسافت طی شده در مدت ۱۰ ثانیه برابر ۱۴۰ متر باشد، سرعت متوسط متحرک در این مدت چند متر بر ثانیه است؟

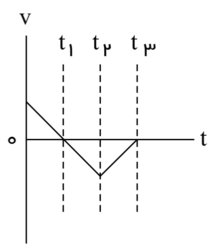


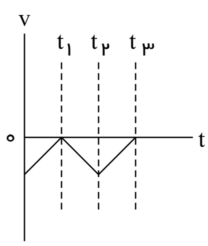

۱) ۱۴
۲) ۱۴−
۳) ۲
۴) ۲−

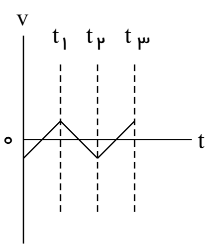
۱۱۶) نمودار شتاب – زمان متحرکی که در امتداد محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. کدام نمودار <u>نمی‌تواند</u> نمودار سرعت – زمان متناظر با این حرکت باشد؟



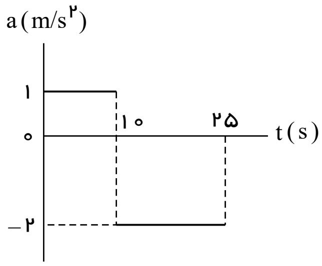

۱)



۲)



۳)


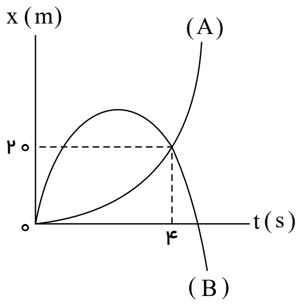

۴)



۱۱۷) نمودار شتاب – زمان متحرکی که در مبدأ مکان و از حال سکون شروع به حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی صفر تا $۲۰s$ چند متر بر ثانیه است؟



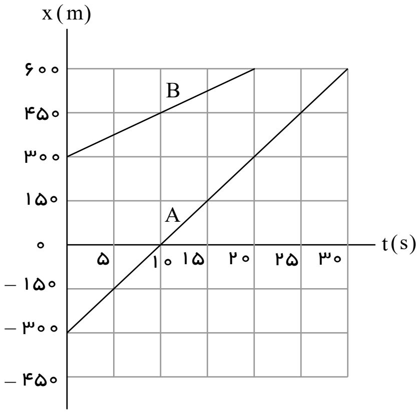

۱) ۲٫۵
۲) ۲٫۵−
۳) ۵
۴) ۵−

۱۱۸) در شکل زیر نمودار مکان – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که در مسیری مستقیم به‌طور هم‌زمان از مبدأ مکان با شتاب ثابت عبور می‌کنند، نشان داده شده است. اگر در لحظه‌ای که دو متحرک از کنار هم می‌گذرند، اندازهٔ سرعتشان برابر باشد، در لحظهٔ $t = ۲۰s$ فاصلهٔ دو متحرک از هم چند کیلومتر است؟ (خط مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک $A$ در مبدأ زمان افقی است.)



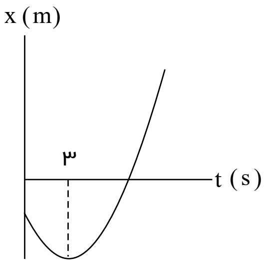

۱) ۱۶۰۰
۲) ۱٫۶
۳) ۶۰۰
۴) ۰٫۶

**۱۱۹** شکل مقابل نمودار مکان – زمان دو خودرو را که روی خط راست حرکت می‌کنند، نشان می‌دهد. در چه لحظه‌ای بر حسب ثانیه فاصلهٔ دو خودرو از یکدیگر ۹۰۰ متر می‌شود؟




(۱) ۱۰۰
(۲) ۱۵۰
(۳) ۲۰۰
(۴) ۳۰۰

**۱۲۰** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی محور $x$ ها با شتاب ثابت در حال حرکت است، مطابق سهمی شکل مقابل است. اگر تندی متحرک در لحظهٔ $t = ۸s$، برابر با $۲۰\frac{m}{s}$ باشد، جهت حرکت متحرک در چند متری مبدأ حرکت تغییر می‌کند؟




(۱) ۶
(۲) ۱۲
(۳) ۱۸
(۴) ۲۷

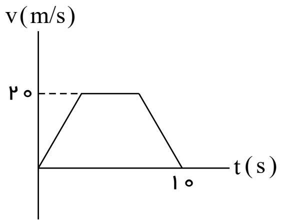
**۱۲۱** اگر معادلهٔ حرکت متحرکی در $SI$ به‌صورت $x = -۲t^۲ + ۴t + ۵$ باشد، در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۰s$، چند ثانیه حرکت متحرک تندشونده است؟

(۱) ۴ (۲) ۹ (۳) ۶ (۴) ۱

**۱۲۲** متحرکی با شتاب ثابت بر روی محور $x$ حرکت می‌کند. تندی این متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۶s$ به‌ترتیب برابر $۸\frac{m}{s}$ و $۲\frac{m}{s}$ است. اگر در لحظهٔ $t_۲ = ۶s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، چند متر است؟

(۱) ۱۷ (۲) ۱۵ (۳) ۲۵ (۴) ۱۰

**۱۲۳** نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل مقابل است. اگر سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۱۰s$، برابر با $۱۵\frac{m}{s}$ باشد، جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی که حرکت آن یکنواخت است، چند متر است؟

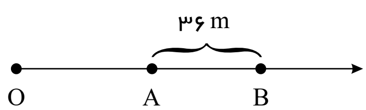



(۱) ۵۰
(۲) ۱۲۵
(۳) ۷۵
(۴) ۱۰۰

**۱۲۴** متحرکی با شتاب ثابت روی محور $x$ در حال حرکت است و در مبدأ زمان، در جهت مثبت محور $x$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. اگر تندی متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت $\frac{۱۰}{۳}\frac{m}{s}$ و بردار سرعت متوسط آن در این مدت $۲\vec{i}(\frac{m}{s})$ باشد، سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ در $SI$ کدام است؟

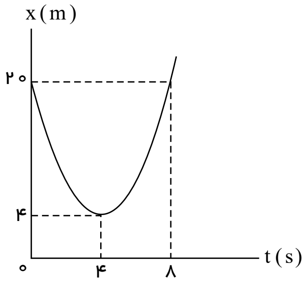
(۱) $-۴$ (۲) ۸ (۳) $-۸$ (۴) ۶

**۱۲۵** متحرکی از حال سکون با شتاب ثابت و از نقطهٔ $O$ شروع به حرکت می‌کند و با تندی $۱۲\frac{m}{s}$ از نقطهٔ $B$ عبور می‌کند. اگر متحرک فاصلهٔ $A$ تا $B$ را در مدت زمان ۴ ثانیه طی کند، فاصلهٔ $OA$ چند متر است؟



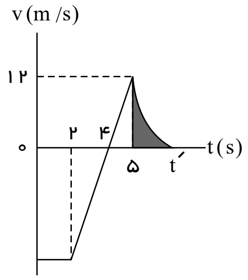

(۱) ۸
(۲) ۲۴
(۳) ۱۲
(۴) ۴۸

**۱۲۶** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خطی راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t=۲s$ و $t=۶s$ چند متر بر مجذور ثانیه است؟




(۱) ۱۶
(۲) ۸
(۳) ۴
(۴) ۲

**۱۲۷** نمودار سرعت – زمان متحرکی که در مسیری مستقیم در حال حرکت است، مطابق شکل زیر است. اگر مساحت قسمت هاشورخورده برابر با ۱۵ واحد $SI$ باشد و متحرک در شروع حرکت از مکان $x_{۰}=-۵m$ عبور کند، مکان متحرک در لحظهٔ $t'$ برابر با چند متر است؟

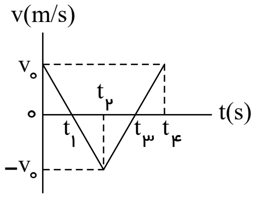



(۱) $-۴۶$
(۲) $-۵۱$
(۳) $-۵۶$
(۴) $-۶۱$

**۱۲۸** متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم در حال حرکت است، طی مدت یک دقیقه سرعت خود را از $-۳۶\frac{km}{h}$ به $۷۲\frac{km}{h}$ می‌رساند. مسافت طی شده توسط متحرک طی این مدت برابر با چند متر است؟

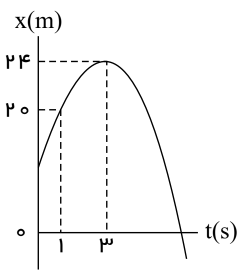
(۱) ۳۰۰
(۲) ۵۰۰
(۳) ۱۰۸۰
(۴) ۱۴۴۰

**۱۲۹** نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ها در حال حرکت است، مطابق شکل زیر می‌باشد. در کدام‌یک از بازه‌های زمانی زیر، بردارهای سرعت متوسط و شتاب متوسط خلاف جهت محور $x$ها هستند؟




(۱) ۰ تا $t_{۱}$
(۲) $t_{۱}$ تا $t_{۴}$
(۳) ۰ تا $t_{۳}$
(۴) $t_{۳}$ تا $t_{۴}$

**۱۳۰** نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_{۱}=۱s$ تا $t_{۲}=۵s$ به‌ترتیب از راست به چپ، چند متر بر ثانیه است؟

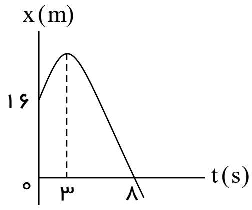



(۱) صفر، صفر
(۲) ۲، صفر
(۳) ۲، ۲
(۴) صفر، ۲

**۱۳۱** متحرکی در مسیری مستقیم و از حال سکون با شتاب ثابت $۵\frac{m}{s^{۲}}$ به مدت ۳ ثانیه حرکت می‌کند. پس از آن ۲ ثانیه با سرعت ثابت به حرکت خود ادامه می‌دهد. ناگهان مانعی را می‌بیند و با شتاب ثابت ترمز گرفته و متوقف می‌شود. اگر اندازهٔ شتاب متحرک در حین ترمز $۳\frac{m}{s^{۲}}$ باشد، سرعت متوسط متحرک، از لحظهٔ آغاز حرکت تا نیمهٔ مسیر چند $\frac{m}{s}$ است؟

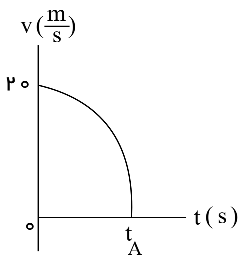
(۱) ۱۰
(۲) ۹
(۳) ۱۰٫۵
(۴) ۱۸

۱۳۲ نمودار مکان – زمان متحرکی که با شتاب ثابت در مسیری مستقیم حرکت می کند، مطابق شکل زیر است. در لحظه‌ای که بردار مکان متحرک تغییر جهت می‌دهد، تندی متحرک چند متر بر ثانیه است؟




(۱) ۶
(۲) ۲
(۳) صفر
(۴) ۱۰

۱۳۳ نمودار سرعت – زمان حرکت متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. بزرگی سرعت متوسط متحرک از لحظهٔ $t = ۰$ تا $t_A$ برحسب متر بر ثانیه مطابق با کدام گزینه می‌تواند باشد؟




(۱) ۱۲
(۲) ۱۰
(۳) ۲۰
(۴) ۸

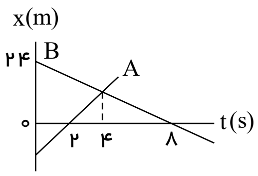
۱۳۴ خودرویی پشت چراغ قرمز ایستاده است. با سبز شدن چراغ، خودرو با شتاب ثابت $۱\frac{m}{s^۲}$ در مسیری مستقیم شروع به حرکت می‌کند. ۴ ثانیه بعد، کامیونی با سرعت ثابت $۹\frac{m}{s}$ از همان محلی که خودرو شروع به حرکت کرده بود و در همان مسیر، عبور می‌کند. چند ثانیه پس از لحظه‌ای که خودرو شروع به حرکت کرده است، از کامیون سبقت می‌گیرد؟

(۱) ۸
(۲) ۶
(۳) ۲
(۴) ۱۲

۱۳۵ خودرویی در مسیری مستقیم با تندی ثابت $۱۵\frac{m}{s}$ در حرکت است که ناگهان مانع ساکنی را در جلوی خود می‌بیند و با شتاب ثابتی به بزرگی $۲/۵\frac{m}{s^۲}$ ترمز می‌کند، اگر در لحظه‌ای که راننده ترمز می‌گیرد، مانع در فاصلهٔ ۴۰ متری از خودرو باشد، کدام یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

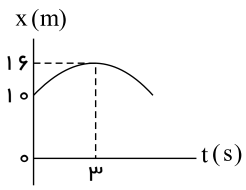
(۱) خودرو در فاصلهٔ ۵ متری از مانع متوقف می‌شود.
(۲) خودرو با تندی $۵\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.
(۳) خودرو در فاصلهٔ ۳ متری از مانع متوقف می‌شود.
(۴) خودرو با تندی $۵\sqrt{۱۷}\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

۱۳۶ نمودار مکان – زمان دو متحرک که روی خطی راست حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. فاصلهٔ دو متحرک از یکدیگر در مبدأ زمان چند متر است؟



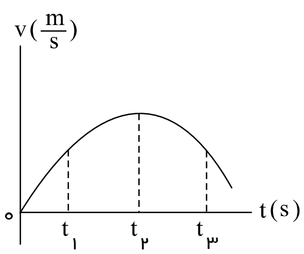

(۱) ۴۲
(۲) ۳۶
(۳) ۴۸
(۴) ۳۲

۱۳۷ نمودار مکان – زمان متحرکی که روی خط راست حرکت می‌کند، به صورت سهمی شکل زیر است. اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ چند متر بر ثانیه است؟



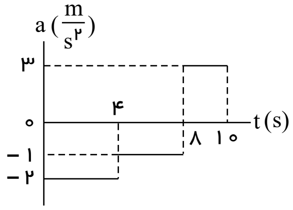

(۱) ۱۶
(۲) ۴
(۳) ۱
(۴) ۲

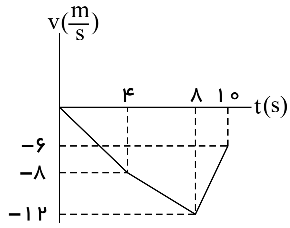
۱۳۸ نمودار سرعت – زمان متحرکی که روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. در کدام لحظه شتاب لحظه‌ای متحرک در جهت محور $x$ بیشینه است؟

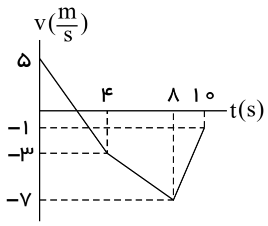


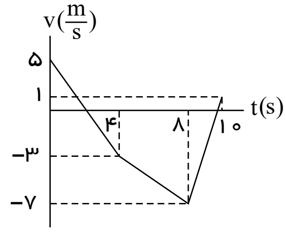

(۱) مبدأ زمان
(۲) $t_۲$
(۳) $t_۱$
(۴) $t_۳$

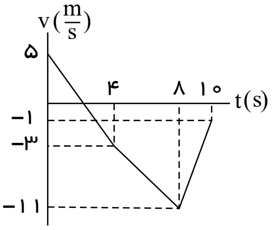
**۱۳۹** نمودار شتاب - زمان متحرکی که روی محور $x$ها حرکت می‌کند، مطابق شکل زیر است. اگر سرعت اولیهٔ متحرک $5\frac{m}{s}$ باشد، نمودار سرعت - زمان آن مطابق کدام گزینه است؟



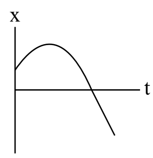

۱) 

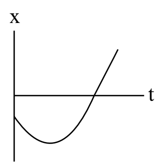

۲) 

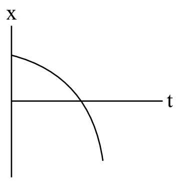

۳) 

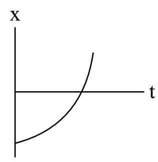

۴) 


**۱۴۰** متحرکی در راستای محور $x$ها با شتاب ثابت حرکت می‌کند. اگر سرعت اولیهٔ متحرک در خلاف جهت محور $x$ها و شتاب آن در جهت محور $x$ها باشد، کدام‌یک از نمودارهای زیر می‌تواند نمودار مکان - زمان این متحرک باشد؟

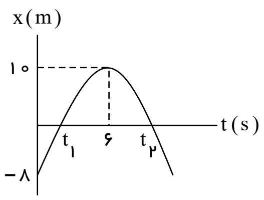
۱) 


۲) 


۳) 


۴) 


**۱۴۱** نمودار مکان - زمان متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، مطابق سهمی شکل زیر است. شتاب متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t_1$ و $t_2$ چند متر بر مجذور ثانیه می‌باشد؟




۱) ۱-
۲) ۲-
۳) ۱
۴) ۲

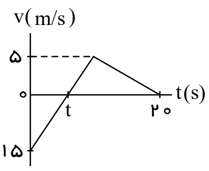
**۱۴۲** در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، امکان ندارد که ابتدا ................ و سپس ................ باشد و همچنین در حرکت با شتاب ثابت، تندی متوسط نسبت به اندازهٔ سرعت متوسط ................ (شتاب $a$ و سرعت $v$ است.)

۱) $av > 0$، $av < 0$، الزاماً بزرگتر است.
۲) $av < 0$، $av > 0$، می‌تواند بزرگتر نباشد.
۳) $av < 0$، $av > 0$، الزاماً بزرگتر است.
۴) $av > 0$، $av < 0$، می‌تواند بزرگتر نباشد.

**۱۴۳** معادلهٔ حرکت متحرکی که بر روی خط راست حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $x = t^2 - 5t + 4$ است. کدام‌یک از گزینه‌های زیر در مورد این حرکت درست نیست؟

۱) در لحظهٔ $2/5s$، جهت حرکت عوض می‌شود.
۲) در بازهٔ زمانی ۰ تا $4s$، حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است.
۳) در بازهٔ زمانی $1s$ تا $4s$، متحرک در خلاف جهت محور $x$ حرکت می‌کند.
۴) در بازهٔ زمانی ۰ تا $2/5s$، جهت بردار مکان متحرک یکبار تغییر می‌کند.

**۱۴۴** نمودار سرعت - زمان متحرکی که بر روی محور $x$ حرکت می‌کند، مطابق شکل است. سرعت متوسط متحرک در مدت زمانی‌که در جهت محور $x$ حرکت می کند، چند متر بر ثانیه است؟

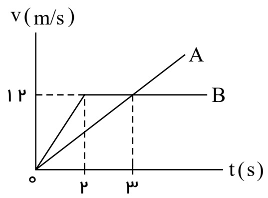



۱) ۲٫۵
۲) ۵
۳) ۷٫۵
۴) ۱۲٫۵

**۱۴۵** معادلهٔ سرعت برحسب مکان متحرکی که با شتاب ثابت بر روی محور $x$ حرکت می‌کند، در $SI$ به‌صورت $v = 2\sqrt{x}$ است. اگر این متحرک در مبدأ زمان در مکان $x = 16m$ باشد، در چه لحظه‌ای برحسب ثانیه از مکان $x = 36m$ عبور می‌کند؟

(۱) ۱ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴) ۱۰

**۱۴۶** نمودار سرعت – زمان دو متحرک $A$ و $B$ که هم‌زمان از مکان‌های $x_{\circ A} = 2/5m$ و $x_{\circ B} = -3m$ شروع به حرکت می‌کنند، مطابق شکل زیر است. چند ثانیه بعد از شروع حرکت، دو متحرک به یکدیگر می‌رسند؟



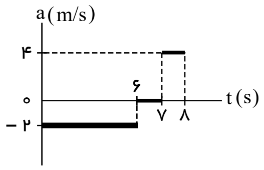

(۱) ۴/۷

(۲) ۲/۵

(۳) ۳/۵

(۴) گزینه‌های ۲ و ۳ هر دو می‌توانند صحیح باشند.

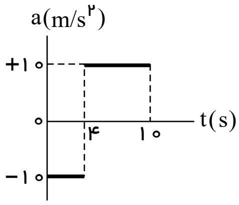
**۱۴۷** نمودار شتاب – زمان متحرکی که روی خط راست در مبدأ زمان با سرعت $5\frac{m}{s}$ از مبدأ مکان عبور می‌کند، مطابق شکل زیر است. تندی متوسط متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t = 8s$ چند متر بر ثانیه است؟




(۱) $\frac{61}{16}$ (۲) $\frac{3}{8}$

(۳) $\frac{97}{16}$ (۴) $\frac{21}{16}$

**۱۴۸** شکل مقابل، نمودار شتاب – زمان متحرکی را که روی محور $x$ در لحظهٔ $t = 0$ از مبدأ مکان با سرعت اولیهٔ $+10\frac{m}{s}$ عبور کرده است، نشان می‌دهد. اندازهٔ سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی که در خلاف جهت محور $x$ حرکت می‌کند، چند متر بر ثانیه است؟




(۱) ۷/۵ (۲) ۱۲

(۳) ۱۵ (۴) ۲۰

**۱۴۹** متحرکی که با شتاب ثابت روی محور $x$ حرکت می‌کند، در مبدأ زمان از مکان $x_1 = 10m$ و در لحظهٔ $t = 12s$ از مکان $x_2 = 70m$ عبور می‌کند. اگر در ۱۲ ثانیهٔ اول حرکت، $4s$ نوع حرکت متحرک تندشونده باشد، تندی متحرک در لحظهٔ $t = 10s$ چند متر بر ثانیه است؟

(۱) ۱۲ (۲) ۵ (۳) ۸ (۴) ۱۰

**۱۵۰** معادلهٔ سرعت – زمان جسمی که با شتاب ثابت روی خط راست در حال حرکت است، در $SI$ به‌صورت $v = -2t + 4$ است. بزرگی جابه‌جایی متحرک در ۲ ثانیهٔ سوم حرکت چند متر است؟

(۱) ۴ (۲) ۸ (۳) ۱۲ (۴) ۲۴

# پاسخنامه تشریحی

**۱** ۱ ۲ ۳ ۴

سطح زیر نمودار، سرعت – زمان برابر جابه‌جایی می‌باشد؛ بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-8\times 3}{2}+(5+2)\times\frac{8}{2}}{8}=\frac{-12+28}{8}=\frac{16}{8}=2\frac{m}{s}$$

**۲** ۱ ۲ ۳ ۴ روش اول: سرعت اولیهٔ متحرک را $v_0$ در نظر می‌گیریم.

$$\Delta x=\frac{1}{2}at^2+v_0t\Rightarrow \Delta x_1=\frac{1}{2}(2)(2)^2+v_0\times 2=4+2v_0$$

سرعت متحرک بعد از دو ثانیه

$$v=at+v_0\Rightarrow v=2\times 2+v_0=4+v_0$$

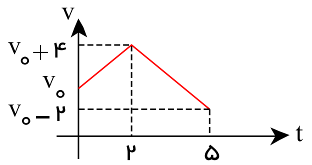
$$\Delta x_2=\frac{1}{2}at^2+v_0t=\frac{1}{2}\times(-2)(3)^2+(4+v_0)\times 3\Rightarrow \Delta x_2=-9+12+3v_0=3+3v_0$$

$$\Delta x_1+\Delta x_2=4+2v_0+3+3v_0=7+5v_0$$

$$V_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow 6/4=\frac{7+5v_0}{5}\Rightarrow 5v_0+7=32\Rightarrow 5v_0=25\Rightarrow v_0=5m/s$$

روش دوم: رسم نمودار $v-t$ از روی نمودار $a-t$:

سطح زیر نمودار $v-t$ معرف جابه‌جایی می‌باشد:




$$V_{av}=\frac{S}{\Delta t}\Rightarrow 6/4=\frac{\frac{(v_0+v_0+4)\times 2}{2}+\frac{(v_0+4+v_0-2)\times 3}{2}}{5}$$

$$\Rightarrow v_0=5m/s$$

**۳** ۱ ۲ ۳ ۴ با توجه به نمودار، شیب خط مماس بر نمودار $x-t$ در لحظهٔ $t=0$ برابر صفر است، پس $v_0=0$ است.

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow 10=\frac{1}{2}a(6)^2+0-8\Rightarrow a=1$$

$$x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\Rightarrow 0=\frac{1}{2}\times t^2-8\Rightarrow t^2=16\Rightarrow t=4$$ لحظه‌ای که متحرک از مبدأ عبور می‌کند.

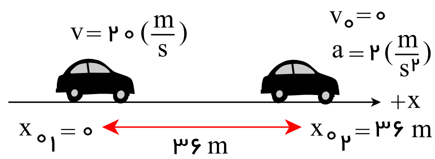
$$v=at+v_0\Rightarrow v=1\times 4+0=4\frac{m}{s}$$

**۴** ۱ ۲ ۳ ۴

می‌دانیم که سطح محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین داریم:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{\frac{-10\times 5}{2}+\frac{15\times 30}{2}}{20}=\frac{-25+225}{20}=\frac{200}{20}\Rightarrow v_{av}=10\frac{m}{s}$$

**۵** ۱ ۲ ۳ ۴




$$x_1=vt+x_{0_1}=20t$$

$$x_2=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_{0_2}=\frac{1}{2}\times 2t^2+0+36=t^2+36$$

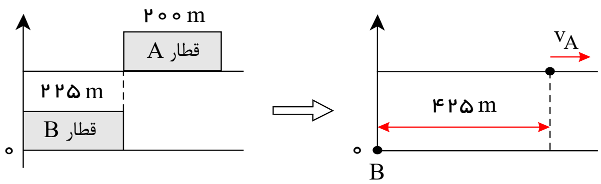
$$x_2=x_1\Rightarrow t^2+36=20t\Rightarrow t^2-20t+36=0$$

$$\Rightarrow (t-2)(t-18)=0$$

$$\Rightarrow t_1=2s\,,\ t_2=18s\Rightarrow \quad \Delta t=16s$$

**۶** ۱ ۲ ۳ ۴ انتهای قطار $B$ در حالت سکون را به‌عنوان مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. چون می‌خواهیم لحظه‌ای را بیابیم که قطار $B$ به‌طور کامل از قطار $A$ سبقت گرفته است، بنابراین معادلهٔ حرکت قطار $B$ را نسبت به نقطهٔ انتهایی آن و معادلهٔ حرکت قطار $A$ را نسبت به نقطهٔ ابتدایی آن می‌نویسیم. در این صورت در لحظه‌ای که قطار $B$ به‌طور کامل از قطار $A$ سبقت می‌گیرد، این دو نقطه برهم منطبق می‌شوند.

$$x_A=40t+425\quad (I)$$

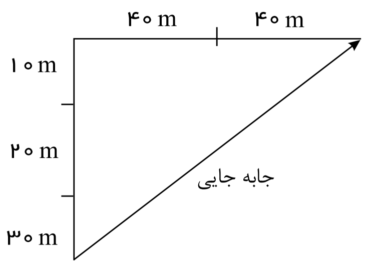


حرکت قطار $B$ از دو قسمت تشکیل شده است، ابتدا با شتاب $۲\frac{m}{s}$ شروع به حرکت می‌کند تا سرعتش به $۵۰\frac{m}{s}$ برسد. قطار $B$ این کار را در مدت $t=\frac{v}{a}=\frac{۵۰}{۲}=۲۵s$ انجام می‌دهد و طی آن مسافت $\Delta x=\frac{v^۲}{۲a}=\frac{۵۰^۲}{۲\times ۲}=۶۲۵m$ را طی می‌کند. سپس با سرعت $۵۰\frac{m}{s}$ به مسیر خود ادامه می‌دهد. دقت کنید طی $۲۵s$ ابتدایی حرکت، قطار $B$ از قطار $A$ سبقت نمی‌گیرد؛ بنابراین:

$$x_B=۵۰(t-۲۵)+۶۲۵\quad (II)$$

$$\xrightarrow{(I),(II)} x_A=x_B\Rightarrow ۴۰t+۴۲۵=۵۰(t-۲۵)+۶۲۵\Rightarrow ۱۰t=۱۰۵۰\Rightarrow t=۱۰۵s$$

۷ ۱ **۲** ۳ ۴ برای پیدا کردن بزرگی جابه‌جایی، طبق رابطهٔ فیثاغورس داریم:




$$\text{اندازهٔ جابه‌جایی}=\sqrt{(۳۰+۲۰+۱۰)^۲+(۴۰+۴۰)^۲}=\sqrt{۳۶۰۰+۶۴۰۰}=\sqrt{۱۰۰۰۰}=۱۰۰\,m$$

$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{اندازهٔ جابه‌جایی}}{\text{زمان}}=\frac{۱۰۰}{۷\times ۶۰}=\frac{۱۰}{۴۲}=\frac{۵}{۲۱}\frac{m}{s}$$

$$\text{تندی متوسط}=\frac{\text{مسافت طی‌شده}}{\text{زمان}}=\frac{۳۰+۲۰+۱۰+۴۰+۴۰}{۷\times ۶۰}=\frac{۱۴۰}{۷\times ۶۰}=\frac{۱}{۳}\frac{m}{s}$$

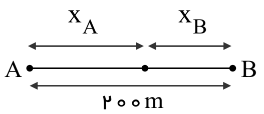
۸ ۱ **۲** ۳ ۴ اگر طول کل مسیر را $x$ و زمان پیمودن آن را $t$ فرض کنیم، داریم:

$$\text{بزرگی سرعت متوسط کل}=\frac{\text{اندازهٔ جابه‌جایی کل}}{\text{مدت زمان کل}}=\frac{\frac{x}{۴}+\frac{۳x}{۴}}{\frac{\frac{x}{۴}}{\frac{v}{۱}}+\frac{\frac{۳x}{۴}}{\frac{۲v}{۱}}}=$$

$$\frac{\frac{x}{۱}}{\frac{x}{۴v}+\frac{۳x}{۸v}}=\frac{\frac{x}{۱}}{\frac{۲x+۳x}{۸v}}=\frac{\frac{x}{۱}}{\frac{۵x}{۸v}}=\frac{x\times ۸v}{۵x}=\frac{۸}{۵}v=۱/۶v$$

۹ ۱ ۲ **۳** ۴

باتوجه به شکل زیر، چون اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $A$ دو برابر اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $B$ می‌باشد، اگر اندازهٔ جابه‌جایی را با $x$ نشان دهیم، داریم:




$$\frac{x_A}{x_B}=۲\Rightarrow x_A=۲x_B$$

$$x_A+x_B=۲۰۰\Rightarrow x_A+\frac{x_A}{۲}=۲۰۰\Rightarrow x_A=\frac{۴۰۰}{۳}m$$

تندی را با نماد $v$، زمان را با $t$ و شتاب متوسط را با $\bar{a}$ نشان می‌دهیم. حال مدت زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر را می‌یابیم:

$$x_A=v_At\Rightarrow \frac{۴۰۰}{۳}=v_At\Rightarrow t=\frac{۴۰۰}{۳v_A}$$

حال باتوجه به زمان رسیدن دو متحرک به یکدیگر و برابر بود تندی آن‌ها در آن لحظه، داریم:

$$\bar{a}_B=\frac{v_B-۰}{t}\xrightarrow[t=\frac{۴۰۰}{۳v_A}]{v_A=v_B}۳=\frac{v_A-۰}{\frac{۴۰۰}{۳v_A}}\Rightarrow\frac{۳v_A^۲}{۴۰۰}=۳$$

$$\Rightarrow v_A^۲=۴۰۰\Rightarrow v_A=۲۰\frac{m}{s}$$

۱۰ ۱ **۲** ۳ ۴

$$۷۲\frac{km}{h}\div ۳/۶=۲۰\frac{m}{s}$$

اگر مسافت برگشتی متحرک را با $\Delta x$ نشان دهیم، داریم:

$$\text{بزرگی جابه‌جای}=۱۲۰۰-\Delta x$$

$$\text{زمان حرکت}=\frac{۱۲۰۰}{۲۰}+\frac{\Delta x}{۲۰}$$

$$\text{سرعت متوسط}=\frac{\text{جابجایی}}{\text{زمان حرکت}}$$

$$\text{زمان حرکت}=\frac{\text{مسافت}}{\text{تندی متوسط}}$$

$$\text{بزرگی سرعت متوسط} = ۸ = \frac{۱۲۰۰ - \Delta x}{\frac{۱۲۰۰}{۲۰} + \frac{\Delta x}{۲۰}} \Rightarrow ۴۸۰ + \frac{۲}{۵}\Delta x = ۱۲۰۰ - \Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x \simeq ۵۱۵m$$

**۱۱** ۴ ۳ **۲** ۱ این سوال را به سه روش حل می‌کنیم. می‌دانیم که در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط معادل میانگین سرعت‌هاست.

روش اول:

$$v = at + v_۰ = ۴t + ۶$$

$$\begin{cases} t = ۰s \rightarrow v_۰ = ۶\frac{m}{s} \\ t = ۲s \rightarrow v_۲ = ۱۴\frac{m}{s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_۰ + v_۲}{۲} = ۱۰\frac{m}{s}$$

روش دوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط بین دو لحظهٔ $t_۱$ و $t_۲$ معادل سرعت در لحظهٔ $t = \frac{t_۱ + t_۲}{۲}$ است.

در اینجا سرعت متوسط در دو ثانیهٔ اول معادل با سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$ است. $(t = \frac{۰ + ۲}{۲} = ۱s)$، بنابراین داریم:

$$v_{av} = v = at + v_۰ \xrightarrow[v_۰=۶]{t=۱s, a=۴\frac{m}{s^۲}} v_{av} = ۴ \times ۱ + ۶ = ۱۰\frac{m}{s^۲}$$

روش سوم: در حرکت با شتاب ثابت، سرعت متوسط در $t'$ ثانیه اول، از رابطهٔ زیر نیز محاسبه می‌شود.

$$v_{av} = \frac{۱}{۲}at' + v_۰ \xrightarrow[a=۴\frac{a=\frac{۴}{۵}\frac{m}{s}, v_۰=۶\frac{m}{s}}{s^۲, v_۰=۶\frac{m}{s}}]{t'=۲\ \text{دو ثانیهٔ اول حرکت}} v_{av} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۲ + ۶ \rightarrow v_{av} = ۱۰\frac{m}{s}$$

**۱۲** ۴ ۳ **۲** ۱

سرعت اولیه و شتاب مثبت هستند و حرکت پیوسته تندشونده است و تغییر جهت وجود ندارد و مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است.

$$v = at = ۴ \Rightarrow \begin{cases} t = ۳s \Rightarrow v_۳ = ۱۰\frac{m}{s} \\ t = ۴s \Rightarrow v_۴ = ۱۲\frac{m}{s} \end{cases}$$

$$\Delta x = \frac{v_۳ + v_۴}{۲}\Delta t = \frac{۱۰ + ۱۲}{۲} \times ۱ = ۱۱m$$

**۱۳** **۴** ۳ ۲ ۱ در ابتدا متحرک $A$ به دلیل سرعت کمتر از متحرک $B$ عقب می‌افتد. جابه‌جایی متحرک‌ها را تا لحظهٔ $t = ۱۱s$ به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} \Delta x_A = \frac{۲ + ۱۲}{۲} \times ۵ + ۱۲ \times (۱۱ - ۵) = ۳۵ + ۷۲ = ۱۰۷m \\ \Delta x_B = ۱۰ \times ۱۱ = ۱۱۰m \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = ۱۱s$ متحرک $A$ هنوز به متحرک $B$ نرسیده است و $۳m$ از آن عقب‌تر است. فرض می‌کنیم در مدت $t_۰$ بعد از لحظهٔ $t = ۱۱s$، متحرک $A$ به $B$ برسد.

$$a_B = \frac{۰ - ۱۰}{۱۶ - ۱۱} = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$\begin{cases} \Delta x_B = \frac{۱}{۲}a_B t_۰^۲ + v_{۰B}t = -t_۰^۲ + ۱۰t_۰ \\ \Delta x_A = v_A t_۰ = ۱۲t_۰ \end{cases}$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B + ۳ \Rightarrow ۱۲t_۰ = (-t_۰^۲ + ۱۰t_۰) + ۳$$

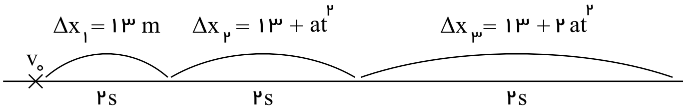
$$\Rightarrow t_۰^۲ + ۲t_۰ - ۳ = ۰ \Rightarrow t_۰ = ۱s$$

بنابراین $A$ در لحظه $t' = t_۰ + ۱۱s$، یعنی در لحظهٔ $t' = ۱۲s$ به $B$ می‌رسد.

**۱۴** ۴ ۳ ۲ **۱**

روش اول:

در حرکت با شتاب ثابت در ابتدا یک خط راست، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های زمانی مساوی و متوالی، تشکیل یک دنباله با قدر نسبت $at^۲$ می‌دهند. به عبارتی داریم:




$$\Delta x_۳ = ۱۳ + ۲at^۲ \xrightarrow[t=۲s]{\Delta x_۳=۲۵m} ۲۵ = ۱۳ + ۸a \rightarrow a = ۱/۵\frac{m}{s^۲}$$

روش دوم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} + v_{\circ}t$$

$$t = ۲s \Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ اول}) = ۲a + ۲v_{\circ} = ۱۳ \Rightarrow a + v_{\circ} = ۶/۵ (I)$$

$$\begin{cases} t = ۴s \Rightarrow \Delta x_{۴} = ۸a + ۴v_{\circ} \\ t = ۶s \Rightarrow \Delta x_{۶} = ۱۸a + ۶v_{\circ} \end{cases}$$

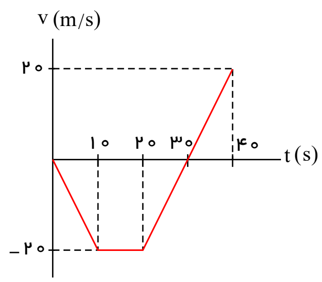
$$\Rightarrow \Delta x(\text{دو ثانیهٔ سوم}) = \Delta x_{۶} - \Delta x_{۴} = ۱۰a + ۲v_{\circ} = ۲۵ \Rightarrow ۵a + v_{\circ} = ۱۲/۵ (II)$$

$$I, II \Rightarrow ۴a = ۱۲/۵ - ۶/۵ \Rightarrow a = ۱/۵ \ \frac{m}{s^{۲}}$$

**۱۵** ۱ ۲ **۳** ۴

$$\begin{cases} \Delta v(\text{۱۰ ثانیهٔ اول}) = -۲ \times ۱۰ = -۲۰ \ \frac{m}{s} \\ \Delta v(\text{۱۰ ثانیهٔ دوم}) = ۰ \\ \Delta v(\text{۲۰ ثانیهٔ آخر}) = ۲ \times (۴۰ - ۲۰) = +۴۰ \ \frac{m}{s} \end{cases}$$

در بازهٔ زمانی $۲۰s$ تا ۳۵ ثانیه حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است و متحرک یک بار تغییر جهت می‌دهد.




**۱۶** **۱** ۲ ۳ ۴ دو ثانیه سوم یعنی از ۴ تا ۶ ثانیه، پس در این دو لحظه، سرعت متحرک را یافته و سپس با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب، جابه‌جایی‌اش را محاسبه می‌کنیم.

$$t_{۱} = ۴s \Rightarrow v_{۱} = -۲ \times ۴ + ۴ = -۴\frac{m}{s}$$

$$t_{۲} = ۶s \Rightarrow v_{۲} = -۲ \times ۶ + ۴ = -۸\frac{m}{s}$$

$$\Delta x = v_{av}\Delta t \Rightarrow \Delta x = (\frac{-۴ + (-۸)}{۲}) \times ۲ = -۱۲m \Rightarrow |\Delta x| = ۱۲m$$

**۱۷** ۱ **۲** ۳ ۴ ابتدا ($t$) لحظه‌ای را که تا آن لحظه متحرک در جهت محور $x$ حرکت کرده است را به‌دست می‌آوریم:

$$a_{A} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - ۱۶}{۱۸} = \frac{-۲۴}{۱۸} = -\frac{۴}{۳}\frac{m}{s^{۲}}$$

$$v_{A} = a_{A}t + v_{\circ A} \xrightarrow{v_{t} = ۰} ۰ = -\frac{۴}{۳}t + ۱۶ \rightarrow t = ۱۲s$$

اکنون جابه‌جایی متحرک $B$ را در مدت $۱۲s$ به‌دست می‌آوریم:

$$a_{B} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۸ - (-۲۰)}{۱۸} = \frac{۱۲}{۱۸} = \frac{۲}{۳}\frac{m}{s^{۲}}$$

$$\Delta x_{B} = \frac{۱}{۲}a_{B}t^{۲} + v_{\circ B}t \xrightarrow{t' = ۱۲s} \Delta x_{B} = (\frac{۱}{۲} \times \frac{۲}{۳} \times ۱۲^{۲}) + (-۲۰ \times ۱۲) = ۴۸ - ۲۴۰ = -۱۹۲m$$

$$|\Delta x_{B}| = ۱۹۲m$$

**۱۸** ۱ **۲** ۳ ۴

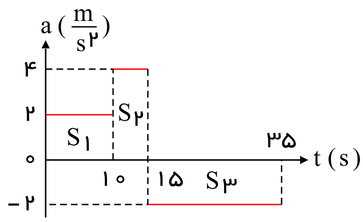
با توجه به اینکه نمودار v-t یک خط با شیب ثابت است، حرکت شتابدار با شتاب ثابت است. پس شیب خط برابر شتاب حرکت متحرک است. بنابراین با پیدا کردن شتاب، معادلهٔ سرعت را نوشته و داریم:

$$a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_{۲} - v_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}} = \frac{-۹ - ۱۲}{۲۱ - ۰} = -۱\frac{m}{s^{۲}}$$

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow[v_{\circ} = ۱۲]{a = -۱} v = -t + ۱۲$$

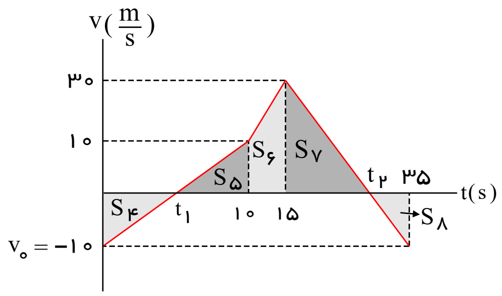
$$\begin{cases} t_{۱} = ۶ \rightarrow v_{۱} = -(۶) + ۱۲ = ۶\frac{m}{s} \\ t_{۲} = ۱۲ \rightarrow v_{۲} = -۱۲ + ۱۲ = ۰ \end{cases} \Rightarrow \Delta x = \frac{v_{۱} + v_{۲}}{۲}\Delta t = \frac{۶ + ۰}{۲} \times (۱۲ - ۶) = ۱۸m$$

**۱۹** ۱ ۲ **۳** ۴ با رسم نمودار سرعت - زمان از روی نمودار شتاب - زمان و بررسی سطح زیر نمودار سرعت - زمان می‌توانیم بیشترین فاصله از مبدأ را تعیین کنیم. سطح زیر نمودار شتاب - زمان برابر تغییرات سرعت می‌باشد.




$$S_1 = v_{10} - v_0 \Rightarrow ۲۰ = v_{10} - (-۱۰) \Rightarrow v_{10} = ۱۰\frac{m}{s}$$
$$S_2 = v_{15} - v_{10} \Rightarrow ۲۰ = v_{15} - ۱۰ \Rightarrow v_{15} = ۳۰\frac{m}{s}$$
$$S_3 = v_{35} - v_{15} \Rightarrow -۴۰ = v_{35} - ۳۰ \Rightarrow v_{35} = -۱۰\frac{m}{s}$$

$$\frac{۳۰}{t_2 - ۱۵} = \frac{۱۰}{۳۵ - t_2} \Rightarrow t_2 = ۳۰s$$




در لحظهٔ $t_2 = ۳۰s$ متحرک در بیشترین فاصله از مکان اولیه‌اش (مبداء) قرار دارد.

$$d_{max} = -\cancel{S_4} + \cancel{S_5} + S_6 + S_7 = \frac{۱۰ + ۳۰}{۲} \times (۱۵ - ۱۰) + \frac{۳۰ \times (۳۰ - ۱۵)}{۲} = ۳۲۵m$$

**۲۰** ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا مدت زمان حرکت به سوی جلو را حساب می‌کنیم.

$$s_1 = \frac{l_1}{\Delta t_1} \Rightarrow \Delta t_1 = \frac{l_1}{s_1} = \frac{۵۰۰m}{۲۰\, m/s} = ۲۵\, s$$

باتوجه به این که ربات $۱۵s$ در این مسیر بازگشته است، ۴۰ ثانیه آغاز حرکت همان کل زمان حرکت می‌شود.

حالا مسافتی را که ربات در این مسیر مستقیم بازگشته است را به دست می‌آوریم:

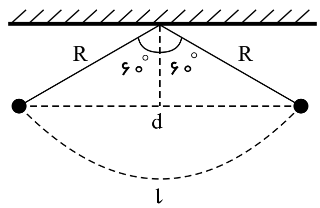
$$s_2 = \frac{l_2}{\Delta t_2} \Rightarrow l_2 = s_2 \Delta t_2 = ۱۲m/s \times ۱۵s = ۱۸۰\, m$$

بنابراین ربات در مسیر مستقیم و در مدت $۴۰s$ مسافت $۵۰۰m$ را رفته است و مسافت $۱۸۰m$ را بازگشته است و داریم:

$$\text{اندازهٔ جابه‌جایی} = d = l_1 - l_2 = ۵۰۰m - ۱۸۰m = ۳۲۰m$$

$$\Rightarrow \text{اندازهٔ سرعت متوسط} = v_{av} = \frac{d}{\Delta t} = \frac{۳۲۰m}{۴۰\, s} = ۸m/s$$

**۲۱** ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به شکل روبه‌رو مسافت طی شده و اندازهٔ جابه‌جایی گلوله را برحسب طول نخ $(R)$ به‌دست می‌آوریم.




$$\begin{cases} l = (\frac{۱۲۰^\circ}{۳۶۰^\circ}) \times \text{محیط دایره مسیر حرکت} = \frac{۱}{۳} \times ۲\pi R = \frac{۲\pi}{۳}R \\ \sin ۶۰^\circ = \frac{(\frac{d}{۲})}{R} = \frac{d}{۲R} \Rightarrow d = ۲R\sin ۶۰^\circ = ۲R\frac{\sqrt{۳}}{۲} = \sqrt{۳}R \end{cases}$$

می‌دانیم نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط برابر نسبت مسافت به اندازهٔ جابه‌جایی است.

$$\frac{s_{av}}{v_{av}} = \frac{(\frac{l}{\Delta t})}{(\frac{d}{\Delta t})} = \frac{l}{d} = \frac{(\frac{۲\pi}{۳}R)}{\sqrt{۳}R} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \Rightarrow s_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}}v_{av}$$

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{۲\pi}{۳\sqrt{۳}} \times ۱/۵\frac{m}{s} = \frac{\pi}{\sqrt{۳}}\frac{m}{s} = \frac{\sqrt{۳}}{۳}\pi\frac{m}{s}$$

توجه: در این سؤال زمان حرکت گلوله و طول نخ در پاسخ بی‌اثر هستند. البته در راه‌حل دیگری می‌توان با استفاده از زمان حرکت گلوله، ابتدا جابه‌جایی، سپس طول نخ و درنهایت مسافت و تندی متوسط را محاسبه کرد.

**۲۲** ۱ ۲ ۳ **۴** تندی متحرک در لحظهٔ $t_0$ برابر اندازهٔ شیب خط مماس بر منحنی $x - t$ در لحظهٔ $t_0$ است و داریم:

$$t_\circ \text{ تندی در لحظهٔ } = \left|\text{شیب خط مماس}\right| = \left|\frac{۱۲-\circ}{t_\circ - \frac{t_\circ}{۲}}\right| = \frac{۱۲}{(\frac{t_\circ}{۲})} = \frac{۲۴}{t_\circ}$$

همچنین بزرگی سرعت متوسط متحرک در $t_\circ$ ثانیهٔ اول حرکت (از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_\circ$) را به‌صورت زیر به‌دست می‌آوریم:

$$t_\circ \text{ بزرگی سرعت متوسط در } \text{ ثانیهٔ اول} = \left|\frac{x(t_\circ)-x(\circ)}{t_\circ - \circ}\right| = \left|\frac{۱۲-\circ}{t_\circ}\right| = \frac{۱۲}{t_\circ}$$

با توجه به فرض سؤال که تندی در لحظهٔ $t_\circ$، $۲\frac{m}{s}$ از بزرگی سرعت متوسط در $t_\circ$ ثانیهٔ اول بزرگ‌تر است نتیجه می‌گیریم:

$$\frac{۲۴}{t_\circ} = \frac{۱۲}{t_\circ} + ۲ \Rightarrow \frac{۱۲}{t_\circ} = ۲ \Rightarrow t_\circ = ۶s$$

پس پاسخ گزینهٔ ۴ است.

۲۳ — ۴ ۳ ۲ ۱ — متحرک در بازهٔ صفر تا $۱۷\,s$ در سوی مثبت محور $x$ حرکت می‌کند و از مکان صفر به مکان $+۶\circ m$ می‌رود. در لحظهٔ $۱۷s$ تغییر جهت می‌دهد و سپس در بازهٔ $۱۷s$ تا $۲\circ s$ در سوی منفی محور $x$ حرکت می‌کند و از مکان $+۶\circ m$ به مکان صفر باز می‌گردد. بنابراین متحرک در مجموع مسافت $۱۲\circ m$ را در مدت $۲\circ s$ پیموده است.

$$\Rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۲\circ m}{۶\circ s} = ۶\frac{m}{s}$$

توجه: در این حرکت کل جابه‌جایی صفر و در نتیجه سرعت متوسط متحرک صفر است.

۲۴ — ۴ ۳ ۲ ۱ — راه‌حل اول:

$$\begin{cases} ۲s < t < ۴s\ ,\ \vec{v}_{av} = (-۶m/s)\vec{i} \Rightarrow \dfrac{\vec{d}(۴s)-\vec{d}(۲s)}{۴s-۲s} = (-۶m/s)\vec{i} \\ ۴s < t < ۸s\ ,\ \vec{v}_{av} = (۱۸m/s)\vec{i} \Rightarrow \dfrac{\vec{d}(۸s)-\vec{d}(۴s)}{۸s-۴s} = (۱۸m/s)\vec{i} \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{d}(۴s)-\vec{d}(۲s) = (-۱۲m)\vec{i} \\ \vec{d}(۸s)-\vec{d}(۴s) = (+۷۲m)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{d}(۸s)-\vec{d}(۲s) = (+۶\circ m)\vec{i}$$

$$\begin{cases} t_۱ = ۲s \\ t_۲ = ۸s \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\vec{d}(۸s)-\vec{d}(۲s)}{۸s-۲s} = \frac{(+۶\circ m)\vec{i}}{۶s} = (+۱\circ m/s)\vec{i}$$

راه‌حل دوم:

متحرک در بازهٔ $۲s < t < ۴s$ (مدت ۲ ثانیه) سرعت متوسط $-۶\vec{i}$ متر بر ثانیه و در بازهٔ $۴s < t < ۸s$ (مدت ۴ ثانیه) سرعت متوسط $+۱۸\vec{i}$ متر بر ثانیه داشته است.

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{d}_۱ + \Delta\vec{d}_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{\vec{v}_۱\Delta t_۱ + \vec{v}_۲\Delta t_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{(-۶\vec{i})\times ۲ + (+۱۸\vec{i})\times ۴}{۲+۴} = \frac{+۶\circ\vec{i}}{۶} = +۱\circ\vec{i}$$

پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

۲۵ — ۴ ۳ ۲ ۱ — مکان متحرک در لحظه‌های صفر، $۱s$، $۳s$ و $۴s$ را به‌دست می‌آوریم.

$$\begin{cases} t = \circ \Rightarrow x_\circ = \circ^۳ - ۲\circ\times\circ + ۸ = ۸m \\ t = ۱s \Rightarrow x_۱ = ۱^۳ - ۲\circ\times ۱ + ۸ = -۱۱m \\ t = ۳s \Rightarrow x_۳ = ۳^۳ - ۲\circ\times ۳ + ۸ = -۲۵m \\ t = ۴s \Rightarrow x_۴ = ۴^۳ - ۲\circ\times ۴ + ۸ = -۸m \end{cases}$$

حال اندازهٔ سرعت متوسط را در بازه‌های زمانی مورد نظر حساب می‌کنیم:

$$\circ\,s < t < ۱\,s \Rightarrow |v_{av۱}| = \left|\frac{x_۱ - x_\circ}{۱-\circ}\right| = \left|\frac{(-۱۱)-(+۸)}{۱}\right| = ۱۹m/s$$

$$\circ\,s < t < ۴s \Rightarrow |v_{av۲}| = \left|\frac{x_۴ - x_\circ}{۴-\circ}\right| = \left|\frac{(-۸)-(+۸)}{۴}\right| = ۴m/s$$

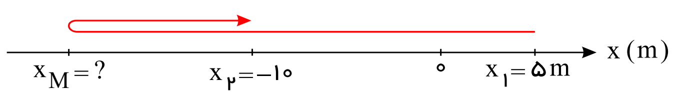
$$۱s < t < ۴s \Rightarrow |v_{av۳}| = \left|\frac{x_۴ - x_۱}{۴-۱}\right| = \left|\frac{(-۸)-(-۱۱)}{۳}\right| = ۱m/s$$

$$۳s < t < ۴s \Rightarrow |v_{av۴}| = \left|\frac{x_۴ - x_۳}{۴-۳}\right| = \left|\frac{(-۸)-(-۲۵)}{۱}\right| = ۱۷m/s$$

پس پاسخ گزینهٔ ۱ است.

۲۶ — ۴ ۳ ۲ ۱

متحرک روی محور $x$ به‌صورت شکل زیر حرکت کرده است.




مسافتی را که متحرک در سوی منفی محور $x$ حرکت کرده است $L_۱$ و مسافتی را که متحرک در سوی مثبت محور $x$ حرکت کرده است $L_۲$ فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = |\Delta x| = |x_۲ - x_۱| = |(-۱۰m) - (+۵m)| = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴ (\text{بزرگی جابه‌جایی}) \Rightarrow \text{مسافت طی‌شده} = ۲/۴ \times ۱۵m = ۳۶m \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{بزرگی جابه‌جایی} = L_۱ - L_۲ \Rightarrow L_۱ - L_۲ = ۱۵m \\ \text{مسافت طی‌شده} = L_۱ + L_۲ \Rightarrow L_۱ + L_۲ = ۳۶m \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} L_۱ = ۲۵/۵m \\ L_۲ = ۱۰/۵m \end{cases}$$

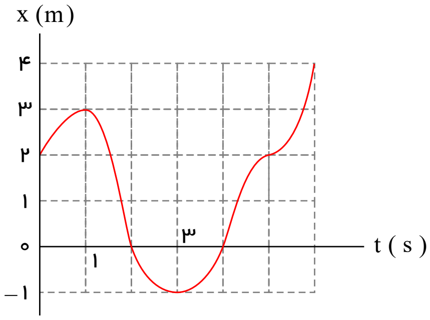
با توجه به شکل بیشترین فاصلهٔ متحرک از نقطهٔ شروع حرکت همان $L_۱$ است.

پس پاسخ گزینهٔ ۳ است.

**۲۷** ۴ ۳ ۲ ۱

باتوجه به نمودار $x - t$ در شکل روبه‌رو متحرک در مدت ۶ ثانیه، دو بار و در لحظه‌های $۱s$ و $۳s$ تغییر جهت داده است.

برای محاسبهٔ مسافت و تندی متوسط، حرکت را در بازه‌های زمانی $(۰\,s , ۱\,s)$ و $(۱\,s , ۳s)$ و $(۳s , ۶s)$ بررسی می‌کنیم.




$$\begin{cases} ۰\,s < t < ۱\,s \Rightarrow \Delta x_۱ = ۳m - ۲m = +۱m \\ ۱\,s < t < ۳s \Rightarrow \Delta x_۲ = (-۱m) - ۳m = -۴m \\ ۳s < t < ۶s \Rightarrow \Delta x_۳ = (+۴m) - (-۱m) = +۵m \end{cases}$$

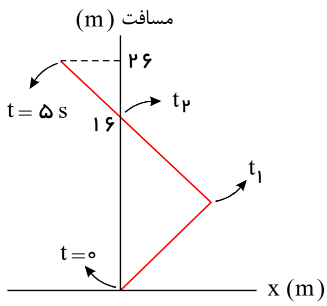
در ۶ ثانیهٔ اول $\Rightarrow l = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| + |\Delta x_۳| = ۱۰\,m \Rightarrow S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۱۰m}{۶s} = \frac{۵}{۳} m/s$

در ۳ ثانیهٔ دوم $\Rightarrow \Delta x = \Delta x_۳ = +۵m \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{+۵m}{۳s} = +\frac{۵}{۳}\ m/s$

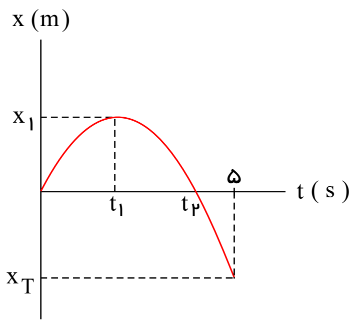
$$\Rightarrow \frac{\text{تندی متوسط در ۶ ثانیهٔ اول}}{\text{بزرگی سرعت متوسط در ۳ ثانیهٔ دوم}} = \frac{s_{av}}{|v_{av}|} = ۱$$

**۲۸** ۴ ۳ ۲ ۱ مکان اولیهٔ جسم صفر است و متحرک در شروع حرکت در جهت مثبت جابه‌جا می‌شود و در لحظات اولیه مسافت با اندازهٔ جابه‌جایی برابر است. سپس جهت حرکت تغییر می‌کند و در حالی‌که مسافت طی‌شده در حال افزایش است جابه‌جایی کاهش می‌یابد.

در لحظه‌ای که مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر ۱۶ متر می‌شود، جابه‌جایی متحرک صفرشده و متحرک به مکان اولیه‌اش (مکان صفر) می‌رسد. در ادامه متحرک به حرکت در جهت منفی ادامه می‌دهد و در لحظهٔ $t = ۵s$، مسافت پیموده‌شده توسط متحرک برابر $۲۶m$ می‌شود.




باتوجه به توضیح داده شده و رابطهٔ مکان – زمان حرکت $(x = mt^۲ + nt)$ که درجهٔ ۲ است، نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی شکل روبه‌رو رسم می‌شود. باتوجه به این‌که متحرک از لحظهٔ صفر تا لحظه‌ای که به مبداء بازمی‌گردد $(t_۲)$، به‌صورت رفت و برگشت مسافت ۱۶ متر را پیموده است، متحرک پیش و پس از تغییر جهت هر کدام مسافت ۸ متر را پیموده است و مکان متحرک در لحظهٔ تغییر جهت $(t_۱)$، برابر $x_۱ = +۸m$ است. همچنین متحرک پس از عبور از مبداء در لحظهٔ $t_۲$، مسافت $۱۰m$ دیگر را باید بپیماید تا کل مسافت پیموده‌شده توسط آن $۱۶m$ شود و در نتیجه مکان آن در لحظهٔ $t = ۵s$ برابر $x_T = -۱۰m$ می‌شود.



$$x = mt^2 + nt \xrightarrow{t=5s\ ,\ x_T=-10m} -10 = m\times 5^2 + n\times 5 \Rightarrow n = -5m - 2$$

با روش مربع کامل‌سازی، بیشینهٔ مکان را به‌دست می‌آوریم و آن را برابر $x_1 = +8m$ قرار می‌دهیم:

$$x = mt^2 + nt = m(t^2 + \frac{n}{m}t + (\frac{n}{2m})^2 - (\frac{n}{2m})^2) = m(t + \frac{n}{2m})^2 - \frac{n^2}{4m}$$

$$\Rightarrow x_{\max} = -\frac{n^2}{4m} = x_1 = 8 \Rightarrow n^2 = -32m \Rightarrow (-5m-2)^2 = -32m$$

$$\Rightarrow 25m^2 + 52m + 4 = 0 \Rightarrow m = \frac{-26 \pm \sqrt{576}}{25} = \frac{-26 \pm 24}{25}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} m = -\frac{2}{25} \Rightarrow n = -\frac{8}{5} \Rightarrow \text{باتوجه به منحنی } m \text{ و } n \text{ نمی‌توانند هردو منفی باشند} \\ m = -2 \Rightarrow n = 8 \end{cases}$$

بنابراین $m = -2$ و پاسخ گزینهٔ ۲ است.

**۲۹** ۱ ۲ ۳ **۴** در حرکت با سرعت ثابت، جابه‌جایی متناسب با زمان است.

$$x = v\Delta t + x_0 \Rightarrow \Delta x = v\Delta t \Rightarrow \frac{\Delta x_1}{\Delta x_2} = \frac{\Delta t_1}{\Delta t_2}$$

با توجه به این که اندازهٔ جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t_1 = 3s$ تا $t_2 = 8s$ برابر با $|\Delta x| = |-14 - 5| = 19m$ است، بنابراین در هر بازهٔ زمانی ۵ ثانیه‌ای دیگر نیز اندازهٔ جابه‌جایی آن برابر با $19m$ خواهد بود.

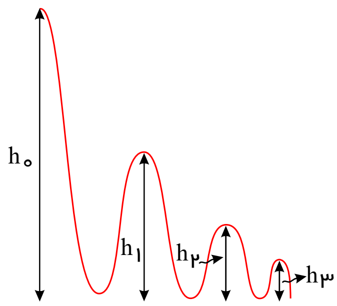
**۳۰** ۱ **۲** ۳ ۴ آخرین باری که جابه‌جایی توپ نسبت به نقطهٔ پرتاب ۱۴ متر می‌شود را به دست می‌آوریم.

$$h_1 = 0/5\, h_0$$

$$h_2 = 0/5\, h_1 = (0/5)^2 h_0$$

$$\vdots$$

$$h_n = (0/5)^n h_0$$




$$h_n = (0/5)^n h_0 \Rightarrow d = d_0 - h_n = h_0(1 - (\frac{1}{2})^n) \Rightarrow \frac{1}{2^n} = \frac{1}{8} \Rightarrow n = 3$$

$$\ell = 16 + 2\times(0/5)^1 \times 16 + 2\times(0/5)^2\times 16 + (0/5)^3 \times 16$$

$$\Rightarrow \ell = 16 + 16 + 8 + 2 = 42m$$

**۳۱** ۱ ۲ ۳ **۴** نمودار مکان – زمان دو متحرک به صورت خط راست است، بنابراین سرعت ثابت است و داریم:

$$x = vt + x_0$$

$$x_B = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}t + x_0 \Rightarrow x_B = \frac{0 - 9}{3 - 0}t + 9 \Rightarrow x_B = -3t + 9$$

$$x_A = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}t + x_0 \Rightarrow x_A = \frac{0 - (-2)}{1 - 0}t - 2 \Rightarrow x_A = 2t - 2$$

$$\Rightarrow x_A = x_B \Rightarrow -3t + 9 = 2t - 2 \Rightarrow 11 = 5t \Rightarrow t = \frac{11}{5} = 2/2\, s$$

**۳۲** **۱** ۲ ۳ ۴

$$d_1 = \frac{d}{2}\ ,\ d_2 + d_3 = \frac{d}{2}$$

$$\xrightarrow[t_2=\frac{1}{3}(t_2+t_3)\Rightarrow t_2-\frac{1}{3}t_2=\frac{1}{3}t_3 \Rightarrow \frac{2}{3}t_2=\frac{t_3}{3} \Rightarrow \frac{t_2}{t_3}=\frac{1}{2}]{d_2=(v_{av})_2 t_2\ ,\ d_3=(v_{av})_3 t_3} ((v_{av})_2 + 2(v_{av})_3)t_2 = \frac{d}{2}$$

$$\Rightarrow t_2 = \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3}\ ,\ t_3 = \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}$$

$$v_{av} = \frac{d_1 + d_2 + d_3}{t_1 + t_2 + t_3} = \frac{d}{\frac{d}{2(v_{av})_1} + \frac{d}{2(v_{av})_2 + 4(v_{av})_3} + \frac{d}{(v_{av})_2 + 2(v_{av})_3}}$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{2(v_{av})_1}+\frac{1}{2(v_{av})_2+4(v_{av})_3}+\frac{1}{(v_{av})_2+2(v_{av})_3}}$$

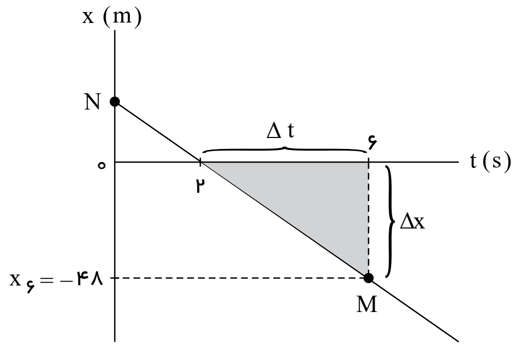
$$\xrightarrow{(v_{av})_1=10m/s\,,\,(v_{av})_2=4m/s\,,\,(v_{av})_3=3m/s} v_{av}=\frac{1}{\frac{1}{20}+\frac{1}{20}+\frac{1}{10}}=\frac{20}{4}=5\,m/s$$

۳۳ (۱) **(۲)** (۳) (۴) سرعت متوسط متحرک از ابتدای حرکت تا لحظهٔ $t=6s$ برابر با $-8m/s$ است. زیرا شیب خط قاطع بر نمودار در این بازه منفی است:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow -8=\frac{\Delta x}{6}\Rightarrow \Delta x=-48m\Rightarrow x_6-x_0=-48m\xrightarrow{x_0=0} x_6=-48m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t=6s$ برابر با شیب خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t=6s$ یعنی همان پاره‌خط $MN$ است. برای محاسبهٔ شیب این خط از مثلث سایه خورده در شکل زیر استفاده می‌کنیم:

$$v_{t=6s}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{-48}{6-2}=-12m/s$$




هم‌چنین چون شیب خط مماس بر نمودار در مبدأ زمان برابر با صفر است سرعت اولیهٔ متحرک صفر است. بنابراین شتاب متوسط متحرک در ۶ ثانیهٔ اول حرکت برابر است با:

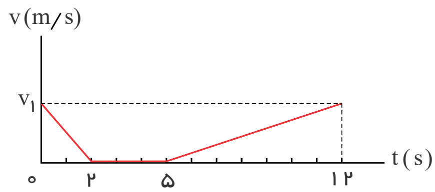
$$\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-12-0}{6}=-2m/s^2\ \Rightarrow\ |a|=2\,m/s$$

۳۴ **(۱)** (۲) (۳) (۴) باتوجه به نمودار زیر، چون سرعت متحرک همواره نامنفی بوده، بیشترین فاصلهٔ آن از مبدأ حرکت برابر با جابه‌جایی آن است. جابه‌جایی نیز برابر با مساحت زیر منحنی سرعت – زمان است. پس:

$$d_{\max}=\Delta x_{(0\text{ تا }12s)}=\Delta x_{(0\text{ تا }2s)}+\Delta x_{(2s\text{ تا }5s)}+\Delta x_{(5s\text{ تا }12s)}$$

$$\Rightarrow 63=\left(\frac{1}{2}\times v_1\times 2\right)+0+\left(\frac{1}{2}\times v_1\times 7\right)$$

$$\Rightarrow v_1=\frac{63}{4/5}=14m/s$$




حال می‌توان مسافت طی‌شده در مرحلهٔ تندشونده (یعنی از لحظهٔ $5s$ تا $12s$) را با محاسبهٔ مساحت زیر نمودار به‌دست آورد:

$$d_{(5s\text{ تا }12s)}=\frac{1}{2}\times 14\times 7=49m$$

۳۵ (۱) **(۲)** (۳) (۴) چون شتاب حرکت جسم ثابت است، ابتدا با استفاده از رابطهٔ $\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t$، سرعت اولیهٔ متحرک را به‌دست می‌آوریم. دقت کنید چون متحرک تغییر جهت نمی‌دهد، مسافت طی‌شده برابر با جابه‌جایی است.

$$\Delta x=\frac{v+v_0}{2}\Delta t\xrightarrow[\Delta t=4s]{\Delta x=28m\,,\,v=11m/s} 28=\frac{11+v_0}{2}\times 4\Rightarrow v_0=3\,m/s$$

اکنون، با استفاده از معادلهٔ سرعت می‌توان شتاب متحرک را به‌دست آورد.

$$v=at+v_0\xrightarrow[v_0=3\,m/s]{v=11\,m/s\,,\,t=4s} 11=a\times 4+3\Rightarrow 8=4a\ \Rightarrow\ a=2\,m/s^2$$

۳۶ (۱) (۲) **(۳)** (۴) طبق نمودار زمانی که متحرک در مکان $x=-9m$ قرار دارد، سرعت آن برابر با صفر است. با توجه به معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v_2^2-v_1^2=2a\Delta x_1\xrightarrow[\Delta x_1=27-(-9)=36m]{v_1=0\,,\,v_2=+12\,m/s} 144-0=2a\times 36\Rightarrow a=2\,m/s^2$$

حال با استفادهٔ دوباره از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی، داریم:

$$v_1^2-v_0^2=2a\Delta x_2\xrightarrow[\Delta x_2=-9-0=-9\,m]{v_1=0\,,\,v_0=?\,,\,a=+2\,m/s^2} 0-v_0^2=2\times 2\times(-9)\Rightarrow v_0=-6\,m/s$$

۳۷ (۱) (۲) (۳) **(۴)** برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده باید تعیین کنیم که آیا در بازهٔ زمانی مشخص شده، جسم تغییر جهت می‌دهد و یا خیر. برای این کار، معادلهٔ سرعت – زمان را به‌دست آورده و آن را تعیین علامت می‌کنیم. در لحظه‌ای که سرعت جسم صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود، متحرک تغییر جهت می‌دهد.

$$\left.\begin{array}{l}x=-t^2+4t-4\\ x=\frac{1}{2}at^2+v_0t+x_0\end{array}\right\}\Rightarrow a=-2\,m/s^2\,,\ v_0=4m/s\,,\ x_0=-4m$$

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = -۲t + ۴ = \circ \Rightarrow t = ۲s$$

| t (s) | | ۲ | |
|---|---|---|---|
| v | + | ∘ | − |

بنابراین در لحظهٔ $t = ۲s$ جسم تغییر جهت می‌دهد. برای محاسبهٔ مسافت طی‌شده داریم:

$$t_\circ = \circ \Rightarrow x_\circ = -۴m$$

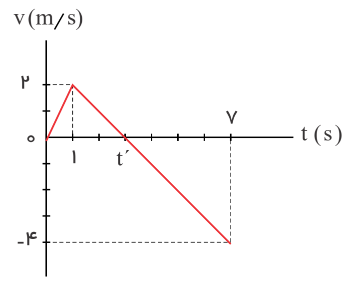
$$t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۱ = -۲^۲ + ۴ \times ۲ - ۴ \Rightarrow x_۱ = \circ$$

$$t_۲ = ۴s \Rightarrow x_۲ = -۴^۲ + ۴ \times ۴ - ۴ \Rightarrow x_۲ = -۴m$$

$$d = |x_۱ - x_\circ| + |x_۲ - x_۱| = |\circ - (-۴)| + |-۴ - \circ| = ۸m$$

**۳۸** ۴ ۳ ۲ ۱

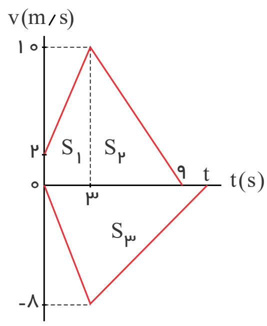
زمانی که تندی متحرک در حال کاهش است، حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین مطابق نمودار از لحظهٔ $t = ۱s$ تا $t'$، حرکت متحرک کندشونده است. برای محاسبهٔ  با استفاده از تشابه مثلث‌ها داریم:




$$\frac{۲}{t' - ۱} = \frac{۴}{۷ - t'} \Rightarrow t' = ۳s$$

در بازهٔ $t = ۱s$ تا $t' = ۳s$ یعنی به مدت $۲s$ حرکت متحرک کندشونده است.

**۳۹** ۴ ۳ ۲ ۱ می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار $v - t$ و محور $t$ برابر جابه‌جایی متحرک است. بنابراین کافی است مساحت سطح محصور بین هر کدام از نمودارها را حساب نموده و مساوی هم قرار دهیم. دقت کنید، چون تا لحظهٔ توقف، علامت سرعت متحرک‌ها تغییر نکرده است $(v_A > \circ)$ و $(v_B < \circ)$، متحرک‌ها تغییر جهت نداده‌اند، لذا جابه‌جایی و مسافت طی‌شدهٔ آن‌ها با هم برابر است.




$$\Delta x_A = S_۱ + S_۲ = \left(\frac{۲ + ۱۰}{۲} \times ۳\right) + \left(\frac{۶ \times ۱۰}{۲}\right)$$

$$\Rightarrow \Delta x_A = ۱۸ + ۳۰ = ۴۸m$$

$$\Delta x_B = |S_۳| = \left|\frac{-۸ \times t}{۲}\right| \Rightarrow \Delta x_B = ۴t$$

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow ۴۸ = ۴t \Rightarrow t = ۱۲s$$

با توجه به شکل، متحرک $A$ در لحظهٔ $t = ۹s$ و متحرک $B$ در لحظهٔ $t = ۱۲s$ متوقف می‌شود. بنابراین متحرک $B$ به مدت $\Delta t = ۱۲ - ۹ = ۳s$ بعد از متحرک $A$ متوقف می‌گردد.

**۴۰** ۴ ۳ ۲ ۱ چون نمودار سرعت – زمان هر دو متحرک به‌صورت خط راستی با شیب غیرصفر است، بنابراین شتاب حرکت متحرک‌های $A$ و $B$ ثابت است و بنابراین معادلهٔ سرعت – زمان آن‌ها به‌صورت زیر است:

$$v_A = a_A t + v_{\circ_A} = ۳t + \circ \Rightarrow v_A = ۳t$$

$$v_B = a_B t + v_{\circ_B} = ۱/۵t + ۷/۵ \Rightarrow v_B = ۱/۵t + ۷/۵$$

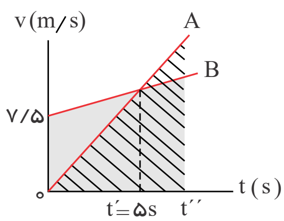
در لحظه‌ای که سرعت دو متحرک برابر می‌شود، داریم:

$$v_A = v_B \Rightarrow ۳t' = ۱/۵t' + ۷/۵ \Rightarrow t' = ۵s$$

برای به‌دست آوردن لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند، چون مساحت زیر نمودار سرعت – زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است و این دو متحرک بدون تغییر جهت حرکت می‌کنند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{t'' \times ۳t''}{۲} = \frac{۷/۵ + (۱/۵t'' + ۷/۵)}{۲}t''$$

$$\Rightarrow t'' = ۱۰s$$




به‌عنوان تمرین، با استفاده از معادلهٔ مکان – زمان دو متحرک $A$ و $B$، لحظه‌ای که دو متحرک به‌هم می‌رسند را محاسبه کنید.

**۴۱** ۴ ۳ ۲ ۱ نمودار مکان – زمان به صورت سهمی است، بنابراین اندازهٔ شتاب حرکت در مسیر حرکت ثابت است. از طرف دیگر خط مماس بر نمودار در لحظهٔ $t = \circ$ افقی

است، بنابراین متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \Rightarrow \frac{v_2^2 - v_0^2}{v_1^2 - v_0^2} = \frac{\Delta x_2}{\Delta x_1} \Rightarrow \frac{v_2^2 - 0}{v_1^2 - 0} = \frac{0-(-12)}{-8-(-12)} \Rightarrow \frac{v_2}{v_1} = \sqrt{3}$$

**۴۲** (۱) **(۲)** (۳) (۴) حرکت با شتاب ثابت و به صورت تندشونده است، پس $v_0$ و $a$ هم‌علامت هستند. داریم:

$$v = at + v_0 \Rightarrow \frac{v'}{v} = \frac{a(2T)+v_0}{a(T)+v_0} \Rightarrow \frac{v'}{v} = 1 + \frac{aT}{aT+v_0} < 2$$

$$\Rightarrow 1 < \frac{v'}{v} < 2 \Rightarrow v < v' < 2v$$

**۴۳** (۱) **(۲)** (۳) (۴) مسافتی که بقیهٔ قطار بعد از جدا شدن واگن با سرعت ثابت طی می‌کند برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t$$

$v$ سرعت قطار است که برابر سرعت اولیهٔ واگن موقع جدا شدن است و $\Delta t$ زمان توقف واگن است. با توجه به آنکه سرعت نهایی واگن صفر است، داریم:

$$\Delta x' = \left(\frac{v_1+v_2}{2}\right)\Delta t \Rightarrow 60 = \frac{0+v}{2}\Delta t \Rightarrow v\Delta t = 120m$$

پس مسافتی که قطار در این مدت طی کرده است برابر است با:

$$\Delta x = v\Delta t = 120m$$

**۴۴** **(۱)** (۲) (۳) (۴) راه‌حل اول: دو ثانیهٔ سوم یعنی بازهٔ زمانی $4s$ تا $6s$. داریم:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = -3(4)+4 = -8\,m/s$$

$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = -3(6)+4 = -14\,m/s$$

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{v_1+v_2}{2}\Delta t \Rightarrow \Delta x = \frac{-8+(-14)}{2}\times(6-4) \Rightarrow |\Delta x| = 22m$$

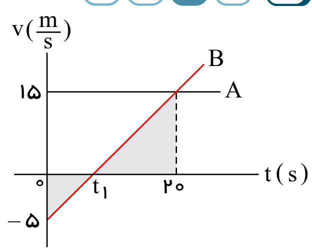
راه‌حل دوم: با استفاده از رابطهٔ جابه‌جایی در $T$ ثانیهٔ $n$ ام در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x = (n-0.5)aT^2 + v_0T \Rightarrow \Delta x = (3-0.5)\,a(2)^2 + v_0(2)$$

$$\Rightarrow \Delta x = 2.5(-3)(2)^2 + 4(2) \Rightarrow |\Delta x| = |-30+8| = 22m$$

**۴۵** (۱) (۲) **(۳)** (۴) در شکل زیر با استفاده از نسبت اضلاع در دو مثلث هاشورخورده، لحظهٔ $t_1$ را می‌یابیم: (سرعت هر دو متحرک از لحظهٔ $t_1$ به بعد هم‌جهت و مثبت می‌شود.)

$$\frac{15}{5} = \frac{20-t_1}{t_1} \Rightarrow t_1 = 5s$$




حال می‌توان ابتدا شتاب متحرک $B$ را یافت، سپس معادلهٔ مکان – زمان دو متحرک را تشکیل داد. در بازهٔ $5s$ تا $20s$ داریم:

$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{15-0}{20-5} = 1\,m/s^2$$

پس:

$$\begin{cases} x_B = \frac{1}{2}a_Bt^2 + v_{0B}t + x_{0B} \Rightarrow \Delta x_B = \frac{1}{2}t^2 + (-5)\,t \\ x_A = v_At + x_{0A} \Rightarrow \Delta x_A = 15t \end{cases}$$

چون هر دو متحرک در مبدأ زمان از یک نقطه عبور کرده‌اند، زمانی که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، داریم:

$$\Delta x_A = \Delta x_B \Rightarrow \frac{1}{2}t^2 - 5t = 15t \Rightarrow 20t = \frac{1}{2}t^2 \Rightarrow t = 40s$$

در نتیجه بازهٔ زمانی خواسته شده برابر است با:

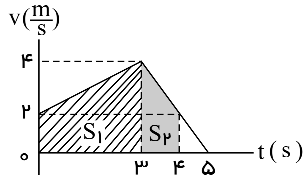
$$40 - 5 = 35s$$

**۴۶** (۱) (۲) (۳) **(۴)** با توجه به این‌که در ۵ ثانیهٔ اول، سرعت ثانویه از سرعت اولیه کم‌تر است، پس شتاب متوسط در ۵ ثانیهٔ اول منفی است. یعنی:

$$a_{av} = \frac{v_2-v_1}{\Delta t} \Rightarrow \frac{-4}{10} = \frac{0-v_1}{5} \Rightarrow v_1 = 2\,m/s$$

حال باید سرعت را در لحظهٔ $t = 4s$ بیابیم، با توجه به این‌که در بازهٔ $t = 3s$ تا $t = 5s$ حرکت با شتاب ثابت $-2\,m/s^2$ است. ($a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-4}{5-3} = -2\,m/s^2$) داریم:

$$(t_۱=۳s\,,\ t_۲=۵s)\ v=at+v_۰ \xrightarrow[a=-۲\,m/s^۲\ ,\ t=۱s]{v_۰=۴\,m/s} v=(-۲\times ۱)+۴=۲\,m/s$$




مساحت زیر نمودار $(v-t)$ در بازهٔ $(۰\,,۴s)$ جابه‌جایی متحرک را در این بازه به ما می‌دهد.

$$S_۱=\frac{(۴+۲)\times ۳}{۲}=۹m\ ,\ S_۲=\frac{(۲+۴)\times ۱}{۲}=۳m \Rightarrow v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\xrightarrow{\Delta x=S_۱+S_۲} v_{av}=\frac{۱۲}{۴}=۳\,m/s$$

(۴۷) ۱ ۲ **۳** ۴ ابتدا با توجه به رابطهٔ تندی متوسط، شعاع مسیر دایره‌ای را حساب می‌کنیم. دقت کنید مسافت طی شده از $A$ تا $B$ برابر با $\frac{۳}{۴}$ محیط دایره است.

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}\Rightarrow ۱۰=\frac{\frac{۳}{۴}(۲\pi R)}{۲}\xrightarrow{\pi=۳} R=\frac{۴۰}{۹}m$$

طبق تعریف، بردار جابه‌جایی برداری است که نقطهٔ ابتدایی مسیر را به نقطهٔ انتهایی آن متصل می‌کند، بنابراین:

$$d=\overline{AB}=\sqrt{R^۲+R^۲}=R\sqrt{۲}\Rightarrow d=\frac{۴۰\sqrt{۲}}{۹}m$$

درنهایت سرعت متوسط متحرک طی جابه‌جایی از نقطهٔ $A$ تا نقطهٔ $B$ برابر است با:

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{\frac{۴۰\sqrt{۲}}{۹}}{۲}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲۰\sqrt{۲}}{۹}m/s$$

(۴۸) ۱ ۲ ۳ **۴** چون نمودار خطی است با توجه به اعداد داده شده روی نمودار می‌توان نتیجه گرفت که همواره تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط با یکدیگر برابرند. یعنی:

$$s_{av}=v_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{d}{\Delta t}\Rightarrow \ell=d$$

بنابراین همواره اندازهٔ جابه‌جایی متحرک و مسافت طی‌شده توسط آن برابر است و تنها در حالتی این اتفاق رخ می‌دهد که جهت حرکت متحرک که همان جهت بردار سرعت است، ثابت باشد و تغییر نکند.

(۴۹) ۱ **۲** ۳ ۴ اگر دو متحرک باهم به خط‌چین $B$ برسند. جابه‌جایی‌ها برابر خواهند بود. فقط دقت کنید که اگر مدت زمان حرکت متحرک $A$، $t$ ثانیه باشد، مدت زمان حرکت متحرک $B$، $(t-۱)$ ثانیه خواهد بود، پس:

$$\Delta x_A=\Delta x_B\Rightarrow v_A t=v_B(t-۱)\Rightarrow ۲۰t=۳۰(t-۱)\Rightarrow ۱۰t=۳۰\Rightarrow t=۳s$$

پس مدت زمان حرکت متحرک $A$، $۳s$ و مدت زمان حرکت متحرک $B$، $(۳-۱=۲s)$ است. حال می‌توان فاصلهٔ دو خط‌چین (۱) و (۲) را به یکی از دو روش زیر حساب کرد:

$$\Delta x_A=v_A t=۲۰\times ۳=۶۰m$$

یا

$$\Delta x_B=v_B(t-۱)=۳۰\times ۲=۶۰m$$

(۵۰) **۱** ۲ ۳ ۴ متحرک $\frac{۱}{۹}$ ابتدایی مسیر را در مدت $t_۱$ و بقیهٔ آن را در مدت $t_۲$ طی کرده است. بنابراین کل مسیر را در مدت $(t_۱+t_۲)$ طی کرده است. در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم داریم:

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t$$

$$\xrightarrow{v_۰=۰}\frac{\Delta x'}{\Delta x}=(\frac{t'}{t})^۲\Rightarrow \frac{\frac{۱}{۹}d}{d}=(\frac{t_۱}{t_۱+t_۲})^۲\Rightarrow \frac{۱}{۹}=(\frac{t_۱}{t_۱+t_۲})^۲\Rightarrow \frac{۱}{۳}=\frac{t_۱}{t_۱+t_۲}\Rightarrow \frac{t_۲}{t_۱}=۲$$

(۵۱) ۱ ۲ ۳ **۴** با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، داریم:

$$v^۲=v_۰^۲+۲a\Delta x\xrightarrow{v_۰=۰}(\frac{v_۲}{v_۱})^۲=\frac{\Delta x_۲}{\Delta x_۱}\xrightarrow[\Delta x_۱=۱۶m\ ,\ \Delta x_۲=۲۰m]{v_۱=۵m/s}(\frac{v_۲}{۵})^۲=\frac{۲۰}{۱۶}\Rightarrow v_۲=۲/۵\sqrt{۵}m/s$$

(۵۲) ۱ ۲ ۳ **۴** روش اول:

$$v_۰=۱۰۸km/h=۳۰m/s$$

$$v=at+v_۰\Rightarrow -۲t+۳۰=۰\Rightarrow t=۱۵s$$

$$\Delta x=\frac{۱}{۲}at^۲+v_۰t\Rightarrow\begin{cases}\Delta x_{۱۵}=\frac{۱}{۲}(-۲)\times(۱۵)^۲+۳۰\times ۱۵=۲۲۵m\\ \Delta x_{۱۳}=\frac{۱}{۲}(-۲)\times(۱۳)^۲+۳۰\times ۱۳=۲۲۱m\end{cases}$$

$$\Rightarrow \ \Delta x = \Delta x_{15} - \Delta x_{13} = 225 - 221 = 4m$$

روش دوم: می‌توان حرکت را برعکس کرد یعنی جسم از حال سکون با شتاب مثبت $2m/s^2$ شروع به حرکت می‌کند و مسافت طی‌شده در ۲ ثانیهٔ اول حرکت را می‌خواهیم:

$$\Delta x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t = \frac{1}{2} \times 2 \times 2^2 + 0 = 4m$$

**۵۳** (۴) (۳) (۲) **(۱)** راه اول: با توجه به این‌که شتاب حرکت منفی و سرعت اولیهٔ متحرک برابر با $2\,m/s$ است، بنابراین در لحظه‌ای که تندی $14\,m/s$ است، سرعت برابر با $-14\,m/s$ است:

$$x = -4t^2 + 2t + 1 \xrightarrow{x=\frac{1}{2}at^2+v_0 t+x_0} \begin{cases} \frac{1}{2}a = -4 \Rightarrow a = -8\,m/s^2 \\ v_0 = 2\,m/s \end{cases}$$

$$v = at + v_0 \xrightarrow[a=-8\,m/s^2]{v_0=2\,m/s\ ,\ v=-14\,m/s} -14 = -8t + 2 \Rightarrow t = 2s$$

$$\Rightarrow x = -4 \times 2^2 + 2 \times 2 + 1 = -11\,m$$

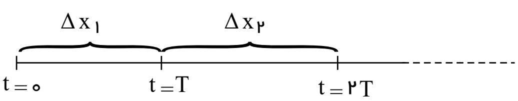
راه دوم:

با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی داریم:

$$v^2 - v_0^2 = 2a\Delta x \xrightarrow[v_0=2\,m/s]{|v|=14m/s\ ,\ a=-8\,m/s^2} (14)^2 - 2^2 = 2 \times (-8)\Delta x$$

$$\Rightarrow \Delta x = -\frac{14^2 - 2^2}{16} = -12m \xrightarrow[\Delta x = x - x_0]{x_0=1m} -12 = x - 1 \Rightarrow x = -11m$$

**۵۴** **(۴)** (۳) (۲) (۱)




با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط متحرک داریم:

$$\frac{v_0 + \overbrace{v_0 + aT}^{v_1}}{2} = \frac{\Delta x_1}{T} \Rightarrow \Delta x_1 = v_0 T + \frac{aT^2}{2}$$

$$\frac{\overbrace{v_0 + aT}^{v_1} + \overbrace{v_0 + 2aT}^{v_2}}{2} = \frac{\Delta x_2}{T} \Rightarrow \Delta x_2 = v_0 T + \frac{aT^2}{2} + aT^2 = \Delta x_1 + aT^2$$

$$\Rightarrow \Delta x_n = \Delta x_1 + (n-1)aT^2$$

متحرک $A$: $\Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_A T^2 \xrightarrow[\Delta x_1=25m]{\Delta x_4=45m} 3a_A T^2 = 20\,m \quad (1)$

متحرک $B$: $\Delta x_4 = \Delta x_1 + 3a_B T^2 \xrightarrow[\Delta x_4=40m]{\Delta x_1=15m} 3a_B T^2 = 25m \quad (2)$

$$(1),\ (2) \ \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

روش دوم:

بین لحظه‌های $t = 0$ و $t = T$: $\Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + v_{0A}T \quad (1)$

$$\Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + v_{0B}T \quad (2)$$

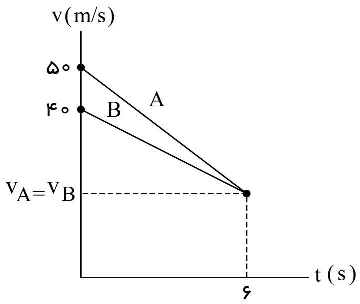
بین لحظه‌های $t = 3T$ و $t = 4T$:

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + v_A T \\ v_A = a_A(3T) + v_0 \end{array}\right\} \Delta x_A = \frac{1}{2}a_A T^2 + 3a_A T^2 + v_{0A}T \quad (3)$$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + v_B T \\ v_B = a_B(3T) + v_0 \end{array}\right\} \Delta x_B = \frac{1}{2}a_B T^2 + 3a_B T^2 + v_{0B}T \quad (4)$$

$$\left.\begin{array}{l} (3) - (1) = 3a_A T^2 = 20 \\ (4) - (2) = 3a_B T^2 = 25 \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{a_A}{a_B} = \frac{20}{25} = \frac{4}{5}$$

**۵۵** (۴) **(۳)** (۲) (۱) ابتدا معادلات مکان – زمان دو متحرک را از رابطهٔ مستقل از شتاب می‌نویسیم.




$$x=(\frac{v+v_\circ}{۲})t$$

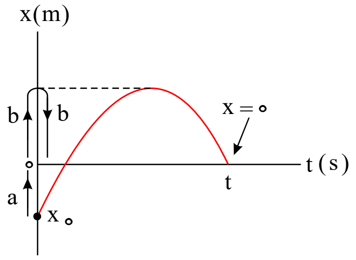
$$A\begin{cases}v_۱=۴۰\,m/s\\ v_۲=v\\ \Delta t=۶s\end{cases}\Rightarrow \Delta x_A=(\frac{v+۴۰}{۲})\times ۶$$

$$B\begin{cases}v_۱=۵۰\,m/s\\ v_۲=v\\ \Delta t=۶s\end{cases}\Rightarrow \Delta x_B=(\frac{v+۵۰}{۲})\times ۶$$

$$\Delta x=\Delta x_B-\Delta x_A=(\frac{v+۵۰}{۲}\times ۶)-(\frac{v+۴۰}{۲}\times ۶)$$

$$=۶\times(\cancel{\frac{v}{۲}}+۲۵-\cancel{\frac{v}{۲}}-۲۰)=۶\times ۵=۳۰m$$

**۵۶** (۱) (۲) **(۳)** (۴)




چون نمودار داده شده به‌صورت یک سهمی است. می‌توان آن را به‌صورت زیر بررسی کرد.

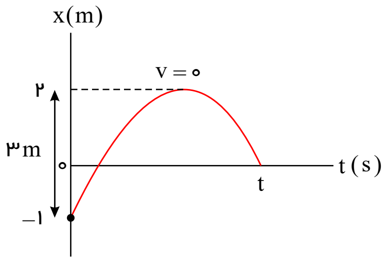
$$\text{مسافت پیموده شده}=a+b+b=a+۲b$$

$$\text{جابه‌جایی}=a$$

بنابراین داریم:

$$a+۲b=۵a\Rightarrow ۲b=۴a\Rightarrow b=۲a\xrightarrow{a=۱m}b=۲m$$

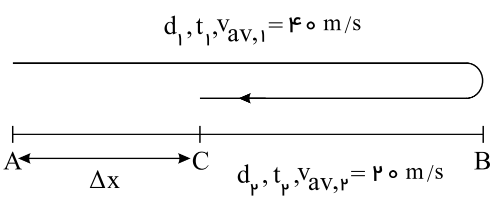
بنابراین نمودارمکان- زمان این متحرک به‌صورت روبه‌رو است:




پس در لحظهٔ توقف و تغییر جهت ( لحظهٔ مربوط به رأس نمودار)، متحرک در ۲ متری مبدأ مکان و در ۳ متری مبدأ حرکتش است.

**۵۷** **(۱)** (۲) (۳) (۴) در حرکت بر روی خط راست زمانی مسافت طی‌شده با بزرگی جابه‌جایی برابر است که جهت حرکت متحرک (علامت سرعت) تغییر نکند. در گزینه های «۲» و «۳» جهت حرکت متحرک تغییر می‌کند و در مورد گزینه «۴» نیز برای تشخیص این که متحرک تغییر جهت می‌دهد یا نه نیاز به داشتن سرعت اولیه و اندازهٔ شتاب و همچنین زمان $t_۱$ داریم. بنابراین چون این موارد را نداریم نمی‌توان در مورد تغییر جهت متحرک اظهارنظر قطعی کرد. در گزینهٔ «۱» متحرک پیوسته در جهت مثبت محور $x$ ها در حال حرکت است بنابراین جهت حرکت آن تغییر نمی‌کند و لذا بزرگی جابه‌جایی و مسافت طی شده با یکدیگر برابر هستند.

**۵۸** (۱) (۲) (۳) **(۴)**




$$t_۲=\frac{۱}{۲}t_۱\xrightarrow{t_۱=\frac{d_۱}{۴۰}}t_۲=\frac{d_۱}{۸۰},d_۱=۴۰t_۱$$

$$d_۲=v_{av,۲}\times t_۲=۲۰\times\frac{d_۱}{۸۰}=\frac{d_۱}{۴}$$

$$|\Delta x|=d_۱-\frac{d_۱}{۴}=\frac{۳d_۱}{۴}$$

$$\ell=d_۱+d_۲=d_۱+\frac{d_۱}{۴}=\frac{۵d_۱}{۴}$$

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=\frac{\frac{\ell}{t_۱+t_۲}}{\frac{|\Delta x|}{t_۱+t_۲}}=\frac{\ell}{|\Delta x|}\xrightarrow[|\Delta x|=\frac{۳d_۱}{۴}]{\ell=\frac{۵d_۱}{۴}}\frac{s_{av}}{|v_{av}|}=\frac{۵}{۳}$$

**۵۹** ۴ **۳** ۲ ۱ بررسی گزینه‌ها:

گزینهٔ «۱»: در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ جهت حرکت متحرک تغییر کرده است بنابراین مسافت طی شده با اندازهٔ جابه‌جایی برابر نمی‌باشد، لذا تندی متوسط متحرک با اندازهٔ سرعت متوسط آن برابر نمی‌باشد.

گزینه‌های «۲» و «۳»: با توجه به این که جابه‌جایی متحرک در خلاف جهت محور $x$ ها است ( $x_{t=t_۲}<x_{t=t_۱}$) ، بنابراین بردار سرعت متوسط متحرک در خلاف جهت محور $x$ها است و از طرفی در لحظهٔ $t_۱$ شیب‌خط مماس بر نمودار برابر با صفر است بنابراین مطابق رابطهٔ شتاب متوسط $\bar{a}_{av}=\frac{\bar{v}_۲-\bar{v}_۱}{t_۲-t_۱}$ ، بردار شتاب متوسط بین دو لحظه $t_۱$ تا $t_۲$ هم‌جهت با بردار سرعت در لحظهٔ $t_۲$ است، بنابراین بردار شتاب متوسط در این بازهٔ زمانی در جهت محور $x$ها است.

گزینهٔ «۴»:در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ در لحظه‌ای که متحرک متوقف می‌شود سرعت آن صفر است، اما حرکت آن شتاب‌دار است. زیرا اگر شتاب‌دار نباشد، متحرک در حالت سکون باقی می‌ماند.

**۶۰** ۴ **۳** ۲ ۱

معادلات حرکت هر دو متحرک را می‌نویسیم:

متحرک $A$: $t=۱s$ تا $t=۲s$ ثانیه دوم

$$(v_{av})_A=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{۰-(-۲۰)}{۲-۱}=\frac{۲۰}{۱}=۲۰m/s,\ x=(v_{av})_A t+x_۰$$

با جایگذاری یکی از مکان‌ها و زمان‌های داده‌شده، مکان متحرک $A$ در لحظهٔ $t_۰=۰$ به‌دست می‌آید.

$$\left.\begin{matrix}x=۰\\t=۲s\end{matrix}\right\}۰=۲۰\times۲+x_۰\Rightarrow x_۰=-۴۰m$$

بنابراین برای متحرک $A$ معادلهٔ حرکت به صورت $x_A=۲۰t-۴۰$ خواهد بود.

متحرک $B$:

$$\text{ثانیهٔ دوم ۴}: t=۴s \text{ تا } t=۸s\Rightarrow (v_{av})_B=\frac{۲۰-۶۰}{۸-۴}=\frac{-۴۰}{۴}=-۱۰m/s$$

$$\left.\begin{matrix}t=۴s\\x=۶۰m\end{matrix}\right\}\Rightarrow ۶۰=-۱۰\times۴+x_۰\Rightarrow x_۰=۱۰۰m$$

بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک $B$ به صورت $x_B=-۱۰t+۱۰۰$ خواهد بود.

وقتی که این دو متحرک در یک مکان باشند باید $x_A=x_B$ شود، بنابراین داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow -۱۰t+۱۰۰=۲۰t-۴۰\Rightarrow ۱۴۰=۳۰t\Rightarrow t=\frac{۱۴}{۳}s$$

**۶۱** ۴ ۳ ۲ **۱** ابتدا سرعت‌های دو خودرو را برحسب $m/s$ بدست می‌آوریم، داریم:

$$v_{۰A}=۹۰km/h=\frac{۹۰}{۳/۶}m/s=۲۵m/s$$
$$v_B=۱۸km/h=\frac{۱۸}{۳/۶}m/s=۵m/s$$

در لحظه‌ای که ماشین $A$ شروع به ترمز گرفتن می‌کند ماشین $B$ را در مکان $x_{۰B}=۰$ و ماشین $A$ را در مکان $x_{۰A}$ فرض می‌کنیم.

$$x_A=\frac{۱}{۲}a_At^۲+v_۰t+x_{۰A}\xrightarrow[a_A=-۴m/s^۲]{v_{۰A}=۲۵m/s}x_A=-۲t^۲+۲۵t+x_{۰A}$$

$$x_B=v_Bt+x_{۰B}\xrightarrow[v_B=۵m/s]{x_{۰B}=۰}x_B=۵t$$

در لحظه‌ای که دو متحرک در آستانهٔ برخورد به‌هم هستند، $x_A=x_B$ است.

$$x_A=x_B\Rightarrow -۲t^۲+۲۵t+x_{۰A}=۵t\Rightarrow -۲t^۲+۲۰t+x_{۰A}=۰$$

برای اینکه دو اتومبیل به یکدیگر برخورد نکنند، می‌بایست این معادله جواب نداشته باشد یا حداکثر یک جواب داشته باشد.

$$\Delta\le۰\Rightarrow ۴۰۰+۸x_{۰A}\le۰\Rightarrow x_{۰A}\le-۵۰m$$

بنابراین در لحظه‌ای که فاصلهٔ دو اتومبیل از یکدیگر ۵۰ متر می‌شود راننده باید ترمز بگیرد. چون قبل از گرفتن ترمز، هر دو اتومبیل با سرعت ثابت در حال حرکت هستند. لحظه‌ای که فاصلهٔ دو اتومبیل $۵۰m$ می‌شود را به‌دست می‌آوریم:

$$\left\{\begin{matrix}x_A=v_At+x_{۰A}\\x_B=v_Bt+x_{۰B}\end{matrix}\right.\xrightarrow[v_A=۲۵m/s,v_B=۵m/s]{x_{۰A}=-۱۲۰m,x_{۰B}=۰}\left\{\begin{matrix}x_A=۲۵t-۱۲۰\\x_B=۵t\end{matrix}\right.$$

$$\xrightarrow{x_A-x_B=-۵۰m}-۵۰=۲۰t-۱۲۰\Rightarrow t=\frac{۷۰}{۲۰}=۳/۵s$$

راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی فاصلهٔ دو خودرو را در لحظه‌ای که راننده ترمز می‌گیرد را به‌دست می‌آوریم. حداقل فاصلهٔ دو خودرو در لحظهٔ ترمز گرفتن را به شرط عدم برخورد محاسبه

می‌کنیم. حداقل فاصله مربوط به حالتی است که در لحظه رسیدن خودرو عقبی به خودرو جلویی سرعت دو خودرو با یکدیگر برابر باشد، با استفاده از رابطهٔ مستقل از زمان داریم:

$$v^2_{\text{نسبی}} - v^2_{\circ\,\text{نسبی}} = 2a_{\text{نسبی}}\Delta x$$

$$\xrightarrow[v_{\circ\,\text{نسبی}}=25-5=20\,m/s]{v_{\text{نسبی}}=0,\ a_{\text{نسبی}}=-4-0=-4\,m/s^2} \Delta x = \frac{0-20^2}{2(-4)} = \frac{-400}{-8} = 50m \Rightarrow t = \frac{120-50}{20} = 3/5s$$

۶۲ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا معادله سرعت – مکان داده‌شده در صورت سؤال را به فرم $v^2 - v_\circ^2 = 2a(x - x_\circ)$ می‌نویسیم:

$$v^2 = 4(x - 16 + 16) \Rightarrow v^2 - 64 = 4\Delta x$$

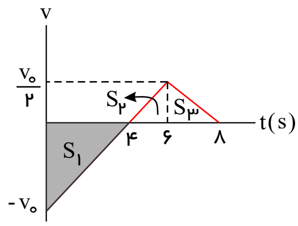
$$\xrightarrow{v^2-v_\circ^2=2a\Delta x} \begin{cases} a = 2m/s^2 \\ v_\circ = 8m/s \end{cases}$$

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[v_\circ=8\,m/s,\,x_\circ=16m]{a=2m/s^2} x = t^2 + 8t + 16 \xrightarrow{t=2s} x = 4 + 16 + 16 = 36m$$

دقت شود چون $v = 2\sqrt{x}$ است پس همواره $x > 0$ و $v > 0$ می‌باشد. پس $v_\circ$ نیز مثبت می‌باشد.

۶۳ ۴ ۳ ۲ ۱ ابتدا لحظه‌ای که نمودار سرعت – زمان محور زمان را قطع می‌کند، به‌دست می‌آوریم:

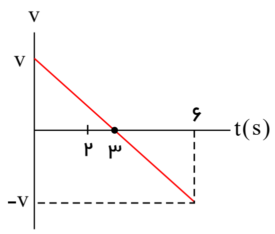
$$\frac{\frac{v_\circ}{2}}{v_\circ} = \frac{6-t'}{t'} \Rightarrow 12-2t' = t' \Rightarrow t' = 4s$$



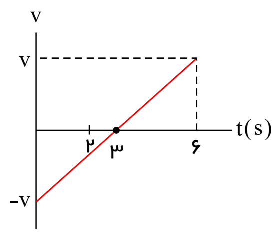

در بازهٔ زمانی $t = 0$ تا $t = 4s$ و بازهٔ زمانی $t = 6s$ تا $t = 8s$ نوع حرکت متحرک کندشونده است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است، بنابراین مسافت پیموده شده توسط متحرک در این مدت برابر است با:

$$\left.\begin{aligned} \ell_1 &= S_1 + S_3 = \frac{v_\circ \times 4}{2} + \frac{\frac{v_\circ}{2}\times 2}{2} = \frac{5}{2}v_\circ \\ \ell_2 &= S_2 = \frac{\frac{v_\circ}{2}\times(6-4)}{2} = \frac{v_\circ}{2} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\ell_2}{\ell_1} = \frac{\frac{v_\circ}{2}}{\frac{5}{2}v_\circ} = \frac{1}{5}$$

۶۴ ۴ ۳ ۲ ۱ در حرکت با شتاب ثابت در لحظاتی تندی متحرک یکسان می‌شود که متحرک از یک مکان عبور کند، اگر متحرک در لحظات $t_1$ و $t_2$ از یک نقطه عبور کند در این صورت در لحظهٔ $t_s = \frac{t_1 + t_2}{2}$، تندی متحرک صفر می‌شود و جهت حرکت تغییر می‌کند. بنابراین در لحظهٔ $t_s = \frac{0+6}{2} = 3s$ تندی متحرک صفر و جهت حرکت متحرک عوض می‌شود، بنابراین از مبدأ زمان تا لحظهٔ $t = 3s$ نوع حرکت کندشونده و پس از لحظهٔ $t = 3s$ نوع حرکت تندشونده خواهد بود.




یا




۶۵ ۴ ۳ ۲ ۱

$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[v_{\circ B}=0]{v_{\circ A}=0} \begin{cases} x_A = \frac{1}{2}a_A t^2 + x_{\circ A} \\ x_B = \frac{1}{2}a_B t^2 + x_{\circ B} \end{cases}$$

$$\xrightarrow[x_A=x_B]{t=2s} \frac{1}{2}a_A \times 2^2 + x_{\circ A} = \frac{1}{2}a_B \times 2^2 + x_{\circ B}$$

$$\xrightarrow{x_{\circ B}-x_{\circ A}=15m} 2(a_A - a_B) = 15$$

$$\Rightarrow a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲} m/s^۲ \xrightarrow{v = at + v_{\circ}, v_{\circ A} = v_{\circ B} = \circ} \begin{cases} v_A = a_A t \\ v_B = a_B t \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_A - v_B = (a_A - a_B)t \xrightarrow[v_A - v_B = ۱۲ m/s]{a_A - a_B = \frac{۱۵}{۲} m/s^۲} ۱۲ = \frac{۱۵}{۲} t$$

$$\Rightarrow t = \frac{۲۴}{۱۵} = \frac{۸}{۵} = ۱/۶ s$$

(۶۶) (۴) **(۳)** (۲) (۱)

$$x = \frac{۱}{۲} at^۲ + v_{\circ} t + x_{\circ}$$

مکان متحرک را در لحظه‌های $t = \circ$، $t = ۱s$ و $t = ۲s$ در معادلهٔ مکان – زمان جایگذاری می‌کنیم تا $v_{\circ}$ و $a$ را بدست آوریم:

$$t = \circ \Rightarrow x_{\circ} = \circ$$

$$\left. \begin{array}{l} t = ۱s \Rightarrow \frac{۱}{۲} a + v_{\circ} = -۲ \\ t = ۲s \Rightarrow ۲a + ۲v_{\circ} = \circ \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{cases} a = ۴ m/s^۲ \\ v_{\circ} = -۴ m/s \end{cases}$$

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow{t = ۳s} v = ۴ \times ۳ - ۴ = ۸ m/s$$

(۶۷) (۴) **(۳)** (۲) (۱) برای پیدا کردن $v_{aV}$ داریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x_۱ + \Delta x_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲} = \frac{v_{av۱} \Delta t_۱ + v_{av۲} \Delta t_۲}{\Delta t_۱ + \Delta t_۲}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۵ \times ۲ + ۱\circ \times ۳}{۲ + ۳} \Rightarrow v_{av} = ۸ m/s$$

(۶۸) (۴) (۳) **(۲)** (۱) در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم، داریم:

$$v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} \Rightarrow \frac{۲۲ - (-۱۸)}{۴} = \frac{v_۱ + ۱۶}{۲} \Rightarrow v_۱ = ۴ m/s$$

حال با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

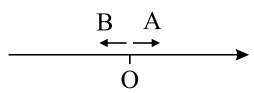
$$v - v_{\circ} = at \Rightarrow \frac{v_۲ - v_۱}{v_۲ - v_{\circ}} = \frac{t_۲ - t_۱}{t_۲ - t_{\circ}} \Rightarrow \frac{۱۶ - ۴}{۱۶ - v_{\circ}} = \frac{۴}{۶} \Rightarrow v_{\circ} = -۲ m/s$$

(۶۹) (۴) (۳) (۲) **(۱)** نمودار مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت در مسیر مستقیم به صورت یک سهمی است. با توجه به تقارن سهمی و نمودار مکان – زمان، اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۴s$ با اندازهٔ سرعت اولیهٔ متحرک برابر است و در لحظهٔ $t = ۲s$ چون خط مماس بر نمودار مکان – زمان افقی است. پس سرعت متحرک در این لحظه برابر با صفر است. برای بازهٔ زمانی صفر تا $۲s$ داریم:

$$v_{av} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow \frac{x - x_{\circ}}{t} = \frac{v + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow \frac{\circ - ۸}{۲} = \frac{\circ + v_{\circ}}{۲} \Rightarrow v_{\circ} = -۸ m/s \Rightarrow v_۴ = |v_{\circ}| = ۸ m/s$$

(۷۰) (۴) (۳) (۲) **(۱)**

معادلهٔ حرکت هر متحرک را می‌نویسیم:




$$x_A = v_A t + x_{\circ A} \Rightarrow x_A = ۲\circ t$$

$$x_B = \frac{۱}{۲} a_B t^۲ + v_{\circ B} t + x_{\circ B} \Rightarrow x_B = \frac{۵}{۲} t^۲ - ۲\circ t$$

فاصلهٔ دو متحرک درهر لحظه برابر است با:

$$\Delta x = x_A - x_B \Rightarrow \Delta x = ۲\circ t - (\frac{۵}{۲} t^۲ - ۲\circ t) \Rightarrow \Delta x = -\frac{۵}{۲} t^۲ + ۴\circ t$$

عبارت فوق به صورت یک تابع درجه دوم است که برای محاسبهٔ بیشینهٔ آن داریم:

$$t = -\frac{b}{۲a} = \frac{-۴\circ}{۲ \times \frac{-۵}{۲}} \Rightarrow t = ۸s$$

$$\Delta x_{max} = -\frac{۵}{۲}(۸)^۲ + ۴\circ \times ۸ \Rightarrow \Delta x_{max} = ۱۶\circ m$$

(۷۱) **(۴)** (۳) (۲) (۱) براساس نتیجهٔ مسابقهٔ اول می‌توان نسبت تندی دو متحرک را محاسبه نمود:

$$\begin{array}{l} \Delta x_A = v_A t \Rightarrow ۱\circ\circ = v_A t \\ \Delta x_B = v_B t \Rightarrow ۸\circ = v_B t \end{array} \Rightarrow \frac{۱\circ\circ}{۸\circ} = \frac{v_A}{v_B} \quad (۱)$$

در حالت دوم طول مسیر دوندهٔ $A$ برابر با $۱۰۰ + x$ متر و طول مسیر دوندهٔ $B$ برابر با $۱۰۰m$ است، بنابراین داریم:

$$\begin{aligned}\Delta x_A &= v_A t \Rightarrow ۱۰۰ + x = v_A t\\ \Delta x_B &= v_B t \Rightarrow ۱۰۰ = v_B t\end{aligned} \Rightarrow \frac{۱۰۰ + x}{۱۰۰} = \frac{v_A}{v_B} \qquad (۲)$$

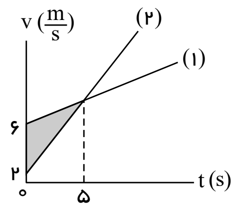
از (۱) و (۲) نتیجه می‌شود:

$$\frac{۱۰۰}{۸۰} = \frac{۱۰۰ + x}{۱۰۰} \Rightarrow ۱۰۰۰ = ۸۰۰ + ۸x \Rightarrow ۲۰۰ = ۸x \Rightarrow x = ۲۵m$$

دوندهٔ $A$ اگر ۲۵ عقب‌تر از خط شروع باشد، هر دو با هم به خط پایان می‌رسند.

**۷۲** ۱ ۲ ۳ **۴**

مطابق با نمودار، در لحظهٔ $t = ۵s$، سرعت دو متحرک یکسان است. از آن‌جایی که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با مقدار جابه‌جایی متحرک (۱) برابر با مساحت ذوزنقه بزرگ و جابه‌جایی متحرک (۲) برابر با مساحت ذوزنقه کوچک است در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با اختلاف جابه‌جایی دو متحرک است:




$$S_{\text{هاشورزده}} = \Delta x_۱ - \Delta x_۲$$

چون دو متحرک از یک نقطه شروع به حرکت می‌کنند، داریم:

$$\xrightarrow{x_{\circ ۱} = x_{\circ ۲}} S_{\text{هاشورزده}} = x_۱ - x_۲$$

در نتیجه مساحت بخش هاشورزده برابر با فاصلهٔ دو متحرک، در لحظه‌ای که سرعت آن‌ها یکسان است، می‌باشد.

$$S_{\text{هاشورزده}} = \frac{(۶ - ۲) \times ۵}{۲} = ۱۰m$$

**۷۳** ۱ **۲** ۳ ۴ در بازهٔ زمانی که بردار مکان خلاف محور $x$ است، $x < ۰$ است.

$$t^۲ - ۸t + ۱۵ < ۰ \Rightarrow (t - ۳)(t - ۵) < ۰$$

| t (s) | | ۳ | | ۵ | |
|---|---|---|---|---|---|
| x | + | | − | | + |

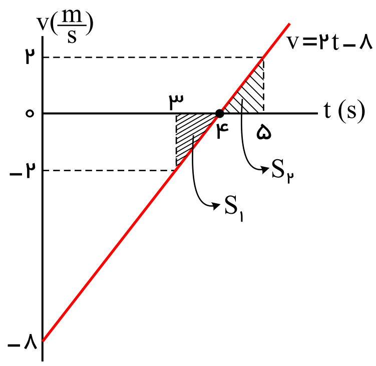
$$\left.\begin{aligned} x &= \tfrac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ\\ x &= t^۲ - ۸t + ۱۵\end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{۱}{۲}a = ۱ \Rightarrow a = ۲m/s^۲ \ , \ v_\circ = -۸m/s$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت - زمان در حرکت با شتاب ثابت، نمودار سرعت - زمان را رسم می‌کنیم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = ۲t - ۸$$

| $t(s)$ | ۰ | ۴ |
|---|---|---|
| $v(m/s)$ | $-۸$ | ۰ |

$$s_{av} = \frac{|S_۱| + |S_۲|}{۵ - ۳} = \frac{۱ + ۱}{۲} = ۱m/s$$

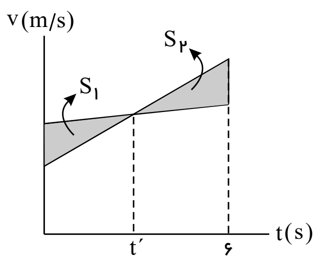



**۷۴** ۱ ۲ **۳** ۴ با استفاده از رابطهٔ مکان - زمان در حرکت شتاب ثابت داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \xrightarrow[v_\circ = ۰ \ , \ t = ۳s]{\Delta x = ۳۶m} ۳۶ = \frac{۱}{۲}a \times ۹ \Rightarrow a = ۸m/s^۲$$

بنابراین سرعت متحرک در هر ثانیه $۸m/s$ افزایش می‌یابد.

**۷۵** ۱ **۲** ۳ ۴ مطابق شکل در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند $S_۱ = S_۲$ است. بنابراین:




$$t' = \frac{۶}{۲} = ۳s$$

شتاب متحرک $B$ برابر است با:

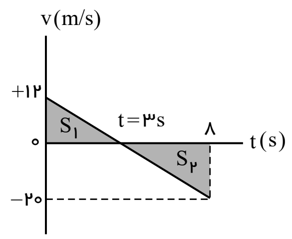
$$a_B = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{۱۶ - ۱۰}{۳} = ۲m/s^۲$$

**۷۶** ۱ ۲ **۳** ۴ مطابق با نمودار، متحرک $A$ در لحظهٔ $t = ۵s$ از مبدأ مکان عبور می‌کند. معادلهٔ مکان - زمان متحرک $A$ را نوشته و مکان متحرک $A$ را در لحظهٔ $t = ۱۰s$ که متحرک $B$ از مبدأ مکان عبور می‌کند، محاسبه می‌کنیم:

$$v_A = (v_{av})_A = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰ - (-۲۰)}{۵ - ۰} \Rightarrow (v_{av})_A = ۴m/s$$

$$x_A = v_A t + x_۰ \Rightarrow x_A = ۴t - ۲۰ \xrightarrow{t=۱۰s} x_A = ۴ \times ۱۰ - ۲۰ \Rightarrow x_A = ۲۰m$$

**۷۷** ۱ ۲ **۳** ۴ سرعت متحرک از $+۱۲m/s$ به $-۲۰m/s$ رسیده پس قطعاً تغییر جهت داریم. برای به‌دست آوردن مسافت نیاز به محاسبهٔ لحظهٔ تغییر جهت داریم. از نمودار سرعت - زمان استفاده می‌کنیم:




$$\rightarrow v = at + v_۰ \Rightarrow v = -۴t + ۱۲ \quad a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{-۲۰ - ۱۲}{۸} = -۴m/s^۲$$

$$\xrightarrow{\text{در لحظهٔ تغییر جهت } v=۰} ۰ = -۴t + ۱۲ \Rightarrow t = ۳s$$

با توجه به این که مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. داریم:

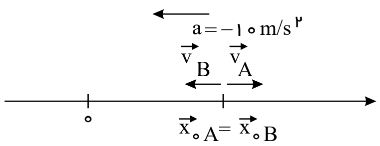
$$S_۱ = \frac{۱۲ \times ۳}{۲} = ۱۸m \; , \; |s_۲| = \frac{(۸ - ۳) \times ۲۰}{۲} = ۵۰m$$

بنابراین مسافت طی شده برابر است با:

$$d = S_۱ + S_۲ = ۱۸ + ۵۰ = ۶۸m$$

**۷۸** ۱ ۲ ۳ **۴** با توجه به نمودار شتاب - زمان، در لحظات صفر تا $t_۱$ و $t_۲$ تا $t_۳$ شتاب حرکت صفر است بنابراین شیب نمودار سرعت - زمان باید صفر باشد. در بازهٔ زمانی $t_۱$ تا $t_۲$ شتاب حرکت منفی است، در نتیجه شیب نمودار سرعت - زمان باید منفی باشد. هر سه گزینه این شرایط را برآورده می‌کنند.

**۷۹** **۱** ۲ ۳ ۴




طبق معادلهٔ مکان - زمان در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰ t + x_۰ = x$$

$$\xrightarrow[v_۰=v_A \; , \; t=t_A \; , \; x_۰=x_{۰A}]{x=۰ \; , \; a=-۱۰m/s^۲} -۵t_A^۲ + v_A t_A = -x_{۰A} \quad (۱)$$

$$\xrightarrow[v_۰=-۲v_A \; , \; t_B=\frac{t_A}{۲} \; , \; x_{۰B}=x_{۰A}]{x=۰ \; , \; a=-۱۰m/s^۲} -\frac{۵}{۴}t_A^۲ - ۲v_A \times \frac{t_A}{۲} = -x_{۰A} \quad (۲)$$

$$\xrightarrow{(۱) \; , \; (۲)} -۵t_A^۲ + v_A t_A = -\frac{۵}{۴}t_A^۲ - v_A t_A \Rightarrow \frac{۱۵}{۴}t_A^۲ - ۲c_A t_A = ۰$$

$$\Rightarrow t_A = \frac{۸}{۱۵}v_A \begin{cases} \xrightarrow{v=at+v_۰} v'_A = -۱۰t_A + v_A = \frac{-۱۶}{۳}v_A + v_A = \frac{-۱۳}{۳}v_A \\ \xrightarrow{v=at+v_۰} v'_B = -۱۰t_B - ۲v_A = \frac{-۸}{۳}v_A - ۲v_A = \frac{-۱۴}{۳}v_A \end{cases} \Rightarrow \frac{v'_A}{v'_B} = \frac{۱۳}{۱۴}$$

**۸۰** ۱ **۲** ۳ ۴ مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. دو متحرک تا قبل از لحظهٔ $t = ۴s$ به یکدیگر نخواهند رسید. (چرا؟) حال اگر فرض کنیم دو متحرک در لحظهٔ $t'$ به‌هم می‌رسند، برای متحرک $A$ داریم:

$$\Delta x_A = \frac{t' + (t' - ۴)}{۲} \times ۱۶ \Rightarrow x_A - ۲۰ = ۱۶t' - ۳۲ \Rightarrow x_A = ۱۶t' - ۱۲$$

برای متحرک $B$ داریم:

$$v_B = \frac{16-6}{10-0}t + 6 \Rightarrow v_B = t + 6 \rightarrow \Delta x_B = \frac{6+(t'+6)}{2}t' \Rightarrow x_B - 13.5 = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' \Rightarrow x_B = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' + 13.5$$

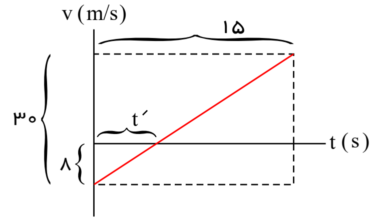
در لحظه‌ای که دو متحرک به یکدیگر می‌رسند، $x_A = x_B$ خواهد بود، داریم:

$$x_A = x_B \Rightarrow 16t' - 12 = \frac{1}{2}t'^2 + 6t' + 13.5 \Rightarrow t'^2 - 20t' + 51 = 0 \Rightarrow \begin{cases} t' = 17s & \text{ق.ق} \checkmark \\ t' = 3s & \text{غ.ق.ق} \times \end{cases}$$

۸۱) ۱ ۲ ۳ **۴** در ابتدا لحظهٔ تلاقی نمودار با محور زمان ($t'$) که همان لحظهٔ تغییر جهت نیز هست را می‌یابیم.

توجه: برای یافتن $t'$ چندین روش وجود دارد. مثلاً می‌توان از قضیهٔ تالس هم کمک گرفت (یا از شیب خط استفاده کرد.)

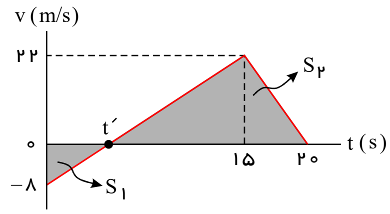
$$\frac{t'}{15} = \frac{8}{30} \rightarrow \boxed{t' = 4s}$$




قدرمطلق سطح زیر نمودار $v-t$، برابر مسافت پیموده شده است.

$$\frac{t'}{8} = \frac{15-t'}{22} \Rightarrow t' = 4s$$

$$\left.\begin{array}{l} |S_1| = \frac{8\times 4}{2} = 16 \\ S_2 = \frac{22\times(20-4)}{2} = 176 \end{array}\right\} \xrightarrow{\text{مسافت کل}} 16 + 176 = 192m$$




۸۲) ۱ ۲ **۳** ۴

معادلهٔ مستقل از شتاب : $\Delta x = \frac{v + v_0}{2}\Delta t \Rightarrow 0 - 12 = \frac{0 + v_0}{2} \times 4 \Rightarrow v_0 = -6m/s$

با توجه به شکل سهمی و اینکه رأس سهمی در ۴ $= t$ است، سرعت در $t = 8s$، هم‌اندازهٔ سرعت در لحظهٔ صفر است، پس: $v = +6m/s$

۸۳) ۱ ۲ ۳ **۴** شتاب متوسط برابراست با $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$، سرعت در لحظات $t = 0$ و $t = 7s$ برابر شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ است، پس:

$$\begin{cases} v_{0s} = \text{شیب خط مماس} = \frac{10}{2} = 5m/s \\ v_{7s} = \text{شیب خط مماس} = 0m/s \end{cases} \Rightarrow \underset{\text{۰ تا ۷s}}{\bar{a}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{0-5}{7-0} = -\frac{5}{7}m/s^2$$

۸۴) **۱** ۲ ۳ ۴ تندی متوسط برابراست با $\bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}}$ پس باید به دنبال مسافت باشیم.

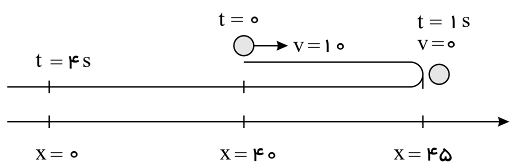
ابتدا مکان و لحظهٔ تغییر جهت متحرک را پیدا می‌کنیم:

$$\text{شرط تغییر جهت} \rightarrow v = 0 \rightarrow \begin{cases} v = at + v_0 \\ 0 = -10t + 10 \rightarrow t = 1s \end{cases} \Rightarrow x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 = \frac{1}{2}(-10)(1)^2 + 10 \times 1 + 40 = 45m$$

یعنی متحرک پس از $1s$ از شروع حرکت به $x = 45m$ می‌رسد و سپس دور می‌زند چون تندی متوسط تا نقطهٔ رسیدن به مبدأمکان خواسته‌شده، زمان رسیدن به مبدأ مکان $(x = 0)$ را پیدا می‌کنیم:

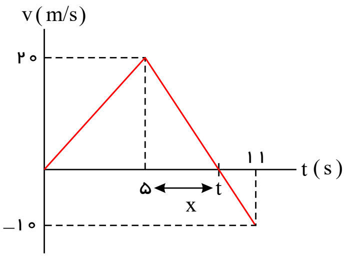
$$x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0 \rightarrow 0 = \frac{1}{2}(-10)t^2 + 10t + 40 \rightarrow \begin{array}{l} t = -2s \times \\ t = 4s \checkmark \end{array}$$

با توجه به شکل حرکت داریم:



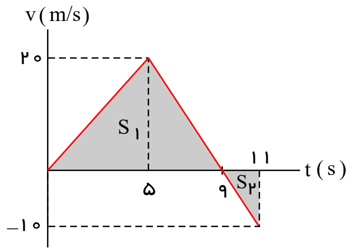

$$\text{مسافت} = (45 - 40) + (45 - 0) = 50m \rightarrow \text{تندی متوسط}\ \bar{s} = \frac{\text{مسافت}}{\text{زمان}} = \frac{50}{4} = 12.5m/s$$

۸۵) ۱ ۲ ۳ **۴** جهت سرعت، جهت حرکت را نشان می‌دهد. پس متحرک از لحظهٔ شروع تا t در جهت مثبت و پس از آن در جهت منفی حرکت کرده است. با توجه به اینکه جابجایی = مساحت زیر نمودار است، پس از یافتن $t$، جابه‌جایی متحرک را پیدا می‌کنیم.




شیب خط ثابت $\Rightarrow \frac{-۳۰}{۶} = \frac{-۲۰}{x}$

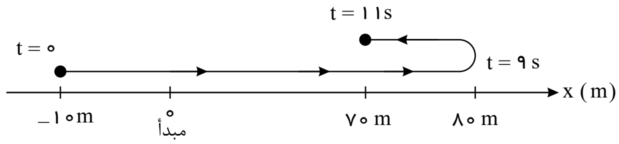
$x = ۴ \to t = ۹s$



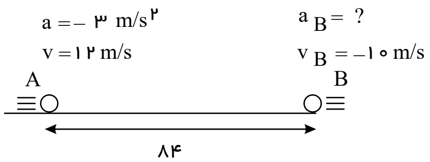

$$S_۱ = \frac{۹ \times ۲۰}{۲} = ۹۰m \Rightarrow \Delta x = ۹۰m$$

$$S_۲ = \frac{۲ \times (-۱۰)}{۲} = -۱۰(m) \Rightarrow \Delta x = -۱۰m$$

با توجه به مکان اولیه متحرک $(x_۰ = -۱۰m)$ شکل حرکت به‌صورت زیر رسم می‌شود و حداکثر فاصله از مبدأ مکان برابر با ۸۰ متر و آن هم در $t = ۹s$ است.



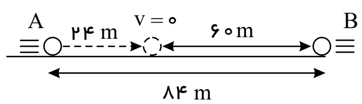

**۸۶** ۴ ۳ ۲ **۱** یک تصویر زیبا از هنر نمایی رانندگان رسم کنیم:




ابتدا مسافتی که $A$ طی می‌کند تا متوقف شود را حساب می‌کنیم:

$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \to ۰ - ۱۴۴ = ۲ \times (-۳)\Delta x \Rightarrow \Delta x = ۲۴(m)$$

متحرک $B$ باید حداکثر در مسافت ۶۰ متر $(۸۴ - ۲۴ = ۶۰)$ خود را متوقف کند پس داریم:




$$v^۲ - v_۰^۲ = ۲a\Delta x \xrightarrow{\Delta x = -۶۰m} ۰ - ۱۰۰ = ۲ \times a \times (-۶۰) \to a = \frac{۵}{۶} m/s^۲$$

**۸۷** ۴ ۳ **۲** ۱ روش اول: برای یافتن جابه‌جایی در دو ثانیهٔ اول با داشتن معادلهٔ حرکت کافی است با جایگزینی $t = ۰$ و $t = ۲s$، $x_۰$ و $x_۲$ را به‌دست آوریم و از رابطهٔ $\Delta x = x_۲ - x_۰$، جابه‌جایی را حساب کنیم، بنابراین داریم:

$$x = ۲t^۳ + ۶t - ۲ \to \begin{cases} t = ۰ \Rightarrow x_۰ = -۲m \\ t = ۲s \to x_۲ = ۲ \times (۲)^۳ + ۶ \times (۲) - ۲ = ۲۶m \end{cases}$$

$$\Delta x = x_۲ - x_۰ = ۲۶ - (-۲) = ۲۸m$$

روش دوم: در تابع $x = ۲t^۳ + ۶t - ۲$، مقدار ثابت تابع یعنی $-۲$ همان $x_۰$ است و جابه‌جایی در $t$ ثانیهٔ اول از رابطهٔ $\Delta x = ۲t^۳ + ۶t$ قابل محاسبه خواهد بود.

$$\Delta x = ۲t^۳ + ۶t \xrightarrow{t=۲s} \Delta x = ۲ \times (۲)^۳ + ۶ \times (۲) = ۲۸m$$

دقت کنید اگر صرفاً مقدار تابع را به‌ازای $t = ۲s$ به‌دست آورده باشید درواقع شما مکان متحرک در $t = ۲s$ یعنی $x = ۲۶m$ را حساب کردید نه جابه‌جایی را. در این صورت به گزینهٔ اشتباه «۳» می‌رسید.

**۸۸** ۴ ۳ **۲** ۱ گزینهٔ «۱» صحیح است و متحرک در لحظهٔ $t_۲$ تغییر جهت می‌دهد. چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان که همان سرعت لحظه‌ای است، در این لحظه صفر است و شیب خط مماس بر نمودار در دو طرف این لحظه تغییر علامت می‌دهد.

گزینهٔ «۲» نادرست است چون شیب مماس بر نمودار مکان – زمان متحرک در لحظهٔ صفر منفی است؛ یعنی در مبدأ زمان سرعت متحرک منفی است و متحرک در خلاف جهت محور $x$ها در حال حرکت است.

گزینهٔ «۳» صحیح است چون هنگام عبور متحرک از مبدأ مکان، جهت بردار مکان تغییر می‌کند و متحرک در لحظات $t_1$ و $t_3$ از مبدأ مکان عبور می‌کند.

گزینهٔ «۴» صحیح است چون جابه‌جایی جسم از لحظهٔ صفر تا $t_4$ مثبت است، پس سرعت متوسط متحرک در این بازهٔ زمانی مثبت است.

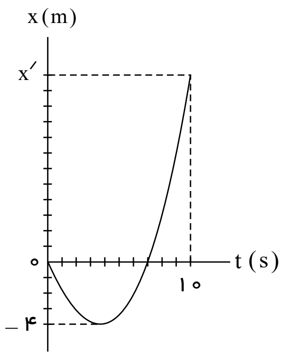
$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow{\Delta x = x_4 - x_0 > 0} v_{av} > 0$$

**۸۹** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta \vec{x}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_3 - \vec{d}_1}{15 - 0} = \frac{\vec{d}_3 - (-20\vec{i})}{15} = 4\vec{i}(\frac{m}{s}) \Rightarrow \vec{d}_3 + 20\vec{i} = 60\vec{i} \Rightarrow \vec{d}_3 = 40\vec{i}(m)$$

نکته: در جابه‌جایی نقطهٔ ابتدا و انتهای حرکت مهم است و برای $\Delta t$ باید کل زمان حرکت را در نظر گرفت.

**۹۰** ۴ **۳** ۲ ۱ اگر فرض کنیم متحرک در مبدأ زمان در مبدأ مکان قرار دارد. نمودار مکان برحسب زمان مطابق شکل زیر می‌شود.




ابتدا مکان انتهایی متحرک در لحظهٔ $t = 10s$ را به‌دست می‌آوریم:

$$l = 20m \Rightarrow x' + 2 \times 4 = 20 \Rightarrow x' = 12m$$

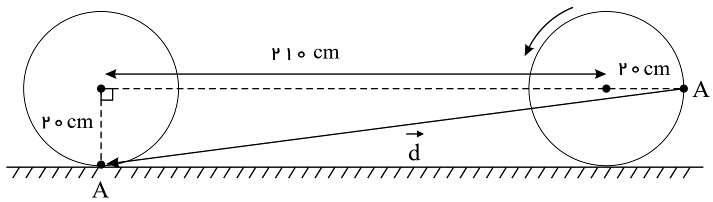
با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط داریم:

$$\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{12 - 0}{10}\vec{i} = 1/2\vec{i}(\frac{m}{s})$$

**۹۱** ۴ ۳ **۲** ۱ مرکز حلقه به‌صورت افقی جابه‌جا می‌شود و جابه‌جایی آن برابر با مقدار مسافت طی‌شده بر روی محیط دایره است. بنابراین ابتدا تعداد دورهای چرخش حلقه را می‌یابیم:

$$n = \frac{210}{2\pi r} = \frac{210}{2 \times 3 \times 20} \to n = \frac{7}{4} = 1 + \frac{3}{4} \text{ دور}$$

بنابراین برای آنکه مرکز حلقه، $210cm$ جابه‌جا شود، باید حلقه یک دور کامل به اضافهٔ $\frac{3}{4}$ دور بچرخد. مطابق شکل زیر، اندازهٔ بردار جابه‌جایی نقطهٔ $A$ برابر است با:




$$d = \sqrt{(r + x)^2 + r^2} = \sqrt{(20 + 210)^2 + 20^2} = 10\sqrt{533}cm$$

**۹۲** ۴ ۳ **۲** ۱ اگر طول مسیر را $2l$ فرض کنیم، در نیمهٔ ابتدایی مسیر داریم:

$$l = v_1 t_1 \Rightarrow l = 10t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{l}{10}$$

فرض می‌کنیم متحرک نیمهٔ دوم مسیر را در زمان $2t_2$ طی کند، بنابراین داریم:

$$l = vt_2 + 3vt_2 = 4vt_2 \Rightarrow t_2 = \frac{l}{4v}$$

حال با استفاده از تعریف سرعت متوسط، داریم:

$$v_{av} = \frac{2l}{t_1 + 2t_2} = \frac{2l}{\frac{l}{10} + 2(\frac{l}{4v})} \Rightarrow 16 = \frac{2}{\frac{1}{10} + \frac{1}{2v}} \Rightarrow v = 20\frac{m}{s}$$

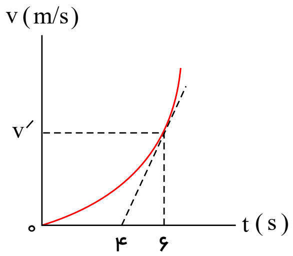
**۹۳** ۴ ۳ ۲ **۱** مسافت طی شده همواره مثبت است. همچنین هنگامی اندازهٔ بردار جابه‌جایی با مسافت طی شده برابر است که متحرک روی مسیری مستقیم حرکت کند و تغییر جهت ندهد. از طرفی چون جابه‌جایی و مسافت هم‌علامت هستند، بنابراین نمودار گزینهٔ «۱» می‌تواند مربوط به این حرکت باشد.

دقت کنید در نمودار گزینه‌های «۳» و «۴»، متحرک تغییر جهت می‌دهد و در نمودار گزینهٔ «۲»، جابه‌جایی منفی است.

**۹۴** ۴ ۳ ۲ **۱** باید دقت کرد که علامت شتاب متوسط با علامت $\Delta\vec{v}$(تغییر بردار سرعت) یکسان است و علامت سرعت جهت حرکت را مشخص می‌کند. در بازه‌های زمانی صفر تا $4s$ و $10s$ تا $14s$ چون سرعت منفی است. جهت حرکت در جهت منفی محور $x$ها است.

$\Delta v$ در بازهٔ زمانی صفر تا $4s$ مثبت $(\Delta v = 0 - (-v_0) = v_0)$ اما در بازهٔ زمانی $10s$ تا $14s$ منفی $(\Delta v = -v_0 - 0 = -v_0)$ است، بنابراین گزینهٔ «۱» صحیح است.

۹۵ ۴ ۳ ۲ ۱




شیب خط مماس بر نمودار سرعت – زمان در هر لحظه برابر با شتاب متحرک در آن لحظه است. بنابراین اگر فرض کنیم سرعت متحرک در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر با $v'$ باشد، شتاب در لحظهٔ $t = ۶s$ برابر است با:

$a =$ شیب خط مماس در لحظهٔ $۶s$

$$\Rightarrow a = \frac{v' - ۰}{۶ - ۴} \Rightarrow a = \frac{v'}{۲}$$

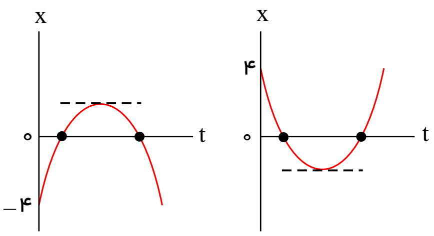
از طرفی با توجه به تعریف شتاب متوسط، در بازهٔ زمانی صفر تا $۶s$ داریم:

$$a_{av} = \frac{v_۲ - v_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{v' - ۰}{۶ - ۰} \Rightarrow a_{av} = \frac{v'}{۶}$$

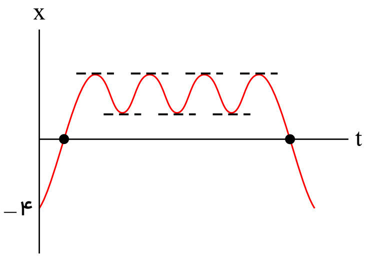
در نتیجه:

$$\frac{a}{a_{av}} = \frac{\frac{v'}{۲}}{\frac{v'}{۶}} = ۳$$

۹۶ ۴ ۳ ۲ ۱ چون متحرک ۲ بار از مبدأ گذشته الزاماً حداقل یکبار تغییر جهت داده است:




اما دقت داشته باشید که در بین این ۲ بار که از مبدأ می‌گذرد می‌تواند بی‌نهایت بار تغییر جهت بدهد. برای مثال به نمودار مکان – زمان زیر دقت کنید.




۹۷ ۴ ۳ ۲ ۱ شرط نزدیک شدن متحرک به مبدأ مکان این است که بردار سرعت $(\bar{v})$ و مکان $(\bar{d})$ خلاف جهت باشند (به عبارتی $dv < ۰$ باشد) که این شرط فقط در گزینهٔ ۳ مشاهده می‌شود.

توضیح بیشتر:

اگر متحرک جلوی مبدأ باشد $d > ۰$ باید به سمت عقب حرکت کند $v < ۰$ پس $d, v$ خلاف جهت

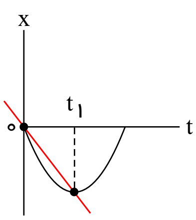
اگر متحرک عقب مبدأ باشد $d < ۰$ باید به سمت جلو حرکت کند $v > ۰$ پس $d, v$ خلاف جهت

۹۸ ۴ ۳ ۲ ۱ شتاب متوسط برابر است با $\bar{a} = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ که برای یافتن $\Delta v = v_{\text{آخر}} - v_{\text{اول}}$ باید شیب خط مماس بر نمودار $x - t$ را در اول و آخر بازه حساب کرد.

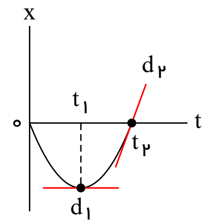
برای سرعت متوسط $\bar{v} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ در نمودار $x - t$ می‌توان شیب خط واصل را حساب کرد.

برای بررسی گزینه‌ها اول شرط مثبت بودن سرعت متوسط را بررسی می‌کنیم.

گزینهٔ (۱) ۰ تا $t_۱$ شیب خط واصل منفی است پس $\bar{v} < ۰$ (✗)



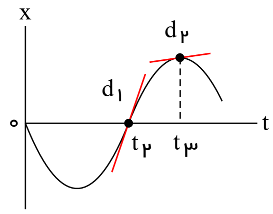
گزینهٔ (۲) $t_1$ تا $t_2$ شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > 0$ (✓) برای شتاب متوسط باید علامت $\Delta v$ را پیدا کنیم (یعنی $v_{t_2} - v_{t_1}$):




$$\Delta v = \text{شیب } d_2 - \text{شیب } d_1$$

$$\Delta v = (+) - (0) = + \to \Delta v > 0 \ (\times)$$

گزینهٔ (۳) $t_2$ تا $t_3$ شیب خط واصل مثبت است پس $\bar{v} > 0$ (✓) برای $\bar{a}$ و $\Delta v$ هم داریم:



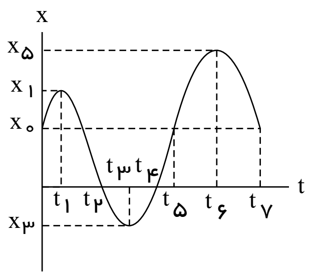

$$\Delta v = \text{شیب } d_2 - \text{شیب } d_1$$

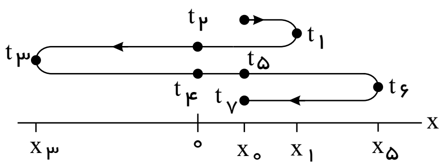
$$\Delta v = (0) - (+) = - \to \Delta v < 0 \ (\checkmark)$$

**۹۹** ۴ ۳ **۲** ۱ می‌توان با ردّ گزینه به جواب رسید. اولاً مکان اول آخر متحرک یکسان است (ردّ گزینه‌های ۳ و ۴)

و چون متحرک دو بار از مبدأ مکان عبور کرده گزینهٔ ۲ درست است.

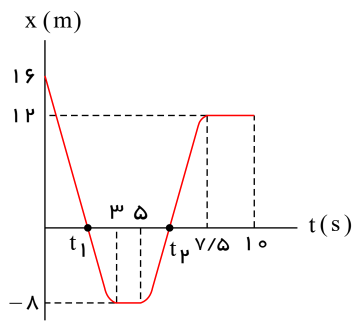
اما برای توضیح بیشتر با نام‌گذاری زمان‌ها شکل حرکت را رسم می‌کنیم.




**۱۰۰** ۴ **۳** ۲ ۱

بردار مکان در بازه‌ای که نمودار زیر محور زمان قرار دارد منفی است. بنابراین ابتدا باید زمان‌های $t_1$ و $t_2$ را به روش درون‌یابی ریاضی محاسبه کنیم




$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ ۰ تا 3s}} \text{شیب}_{0 \text{ تا } 3s} = \text{شیب}_{0 \text{ تا } t_1} \to \frac{-8-(16)}{3-0} = \frac{0-16}{t_1 - 0} \to t_1 = 2s$$

$$\xrightarrow[\text{شیب خط ثابت است}]{\text{در بازهٔ 5s تا 7/5s}} \text{شیب}_{5s \text{ تا } 7/5s} = \text{شیب}_{5s \text{ تا } t'} \to \frac{12-(-8)}{7/5-5} = \frac{0-(-8)}{t_2 - 5} \to t_2 = 6s$$

حالا تندی متوسط در بازهٔ $t_1$ تا $t_2$ را بدست می‌آوریم:

$$\bar{s} = \frac{\ell}{\Delta t} \xrightarrow{\ell = |\Delta x_{2s \text{ تا } 3s}| + |\Delta x_{5s \text{ تا } 6s}|} \bar{s} = \frac{8+8}{4} = 4 m/s$$

یادآوری: مسافت را باید با محاسبهٔ مجموع اندازه (قدرمطلق) جابجایی در جهت‌های مختلف بدست آورد.

**۱۰۱** **۴** ۳ ۲ ۱ وقتی حرکت از چند مرحله تشکیل شده باشد می‌توان نوشت:

$$\bar{v} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2 + \cdots}{\Delta t_1 + \Delta t_2 + \cdots}$$ (نسبت مجموع جابجایی‌ها به مجموع زمان‌ها)

جابجایی در هر مرحله هم‌چون سرعت ثابت است $\Delta x = vt$ است. پس:

$$\bar{v} = \frac{12 \times \frac{T}{3} + (-18)\frac{2T}{3}}{T} = -\frac{8T}{T} = -8 m/s$$

**۱۰۲** **۴** ۳ ۲ ۱ می‌دانیم علامت شتاب متوسط $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$ هم‌جهت با بردار $\Delta \vec{v}$ است. پس طبق گفتهٔ سوال:

علامت $\vec{v}_{t_2} - \vec{v}_{t_1} = \vec{v}_{t_2}$ علامت $\to$ علامت $\Delta \vec{v} = \vec{v}_{t_2}$ علامت

شرط لازم جهت ایجاد این تساوی این است که: اگر $\vec{v}_{t_1}$ و $\vec{v}_{t_2}$ هم‌جهت (هم‌علامت) باشند باید $|\vec{v}_{t_1}| > |\vec{v}_{t_2}|$ باشد اما اگر $\vec{v}_{t_1}$ و $\vec{v}_{t_2}$ خلاف جهت (مختلف‌العلامت) باشند در هر صورت تساوی برقرار است. بنابراین نمی‌توان از بین گزینه‌ها گزینه‌ای که همواره درست باشد را انتخاب کرد.

**۱۰۳** ۱ **۲** ۳ ۴ روش اول: شرط به‌هم رسیدن دو متحرک $A$ و $B$ این است که مکان آنها در یک زمان با هم مساوی شود. پس کافیست معادلهٔ مکان دو متحرک را نوشته و مساوی هم قرار دهیم. (می‌دانیم: $x = vt + x_0$ معادلهٔ مکان با سرعت ثابت)

$$x_A = x_B$$

$$\xrightarrow[x_B=۵۰+(-۲۰۰)]{x_A=-۲۵t+۷۰۰} -۲۵t + ۷۰۰ = +۵۰t - ۲۰۰ \to ۹۰۰ = ۷۵t \to t = ۱۲(s)$$

روش دوم: به کمک حرکت نسبی می‌توان نوشت: $\Delta x_{\text{نسبی}} = v_{\text{نسبی}} \times t$

$$\left.\begin{array}{l} \Delta x_{\text{نسبی}} = \text{تغییر فاصلهٔ متحرک‌ها} = ۷۰۰ - (-۲۰۰) - ۰ = ۹۰۰ \\ v_{\text{نسبی}} = \text{تفریق برداری سرعت‌ها} = ۵۰ - (-۲۵) = ۷۵ \end{array}\right\} \Rightarrow ۹۰۰ = ۷۵ \times t \to t = ۱۲s$$

**۱۰۴** ۱ ۲ ۳ **۴** سرعت متوسط از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ به‌دست می‌آید که $\Delta x$ برای هر سه متحرک یکسان است ولی $\Delta t$ برای متحرک $C$ کمترین است زیرا کمترین مسافت را با تندی ثابت و یکسان می‌پیماید. (دقت کنید کمترین فاصلهٔ دو نقطه خط راستی است که این دو نقطه را به هم وصل می‌کند.)

بنابراین $(v_{av})_C$ بیشتر از $(v_{av})_A$ و $(v_{av})_B$ است.

**۱۰۵** ۱ ۲ **۳** ۴ تندی متوسط از رابطهٔ $s_{av} = \frac{l}{\Delta t}$ و سرعت از رابطهٔ $v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}$ محاسبه می‌شود. بنابراین نسبت تندی متوسط به اندازهٔ سرعت متوسط از رابطهٔ زیر محاسبه می‌شود.

$$\frac{s_{av}}{|v_{av}|} = \frac{\frac{l}{\Delta t}}{\frac{|\Delta x|}{\Delta t}} = \frac{l}{|\Delta x|} = \frac{|۳۰-۱۰| + |-۲۰-۳۰|}{|-۲۰-۱۰|} = \frac{۷۰}{۳۰} = \frac{۷}{۳}$$

**۱۰۶** ۱ ۲ ۳ **۴** چون معادلهٔ مکان متحرک تابع درجهٔ اولی از زمان است، حرکت آن با سرعت ثابت روی خطی راست است. بنابراین سرعت متوسط و لحظه‌ای در تمام بازه‌های زمانی، یکسان و برابر با $-۴\frac{m}{s}$ است که نشان می‌دهد متحرک همواره در خلاف جهت محور $x$ها حرکت می‌کند. مسافت طی شده در مدت ۱۰ ثانیه نیز برابر است با:

$$d = |x_{۱۰}| = |-۲۰ - ۲۰| = ۴۰m$$

همچنین چون $x_0$ مثبت است، متحرک ابتدا به مبدأ مکان نزدیک و سپس از آن دور می‌شود.

**۱۰۷** ۱ **۲** ۳ ۴ با توجه به نمودار و استفاده از معادلهٔ حرکت با سرعت ثابت، می‌توان نوشت:

$$x = vt + x_0$$

$$\left.\begin{array}{l} ۱۲۰ = v_A \times ۲۰ + x_{0A} \\ -۶۰ = -|v_B| \times ۲۰ + x_{0B} \end{array}\right\} \Rightarrow ۱۸۰ = (v_A + |v_B|) \times ۲۰ + (x_{0A} - x_{0B})$$

$$\xrightarrow{x_{0A}-x_{0B}=-۱۴۰m} ۱۸۰ = (v_A + |v_B|) \times ۲۰ - ۱۴۰ \Rightarrow v_A + |v_B| = ۱۶\frac{m}{s}$$

با توجه به شیب نمودارها بدیهی است که تندی متحرک $A$ بیشتر از $B$ است.

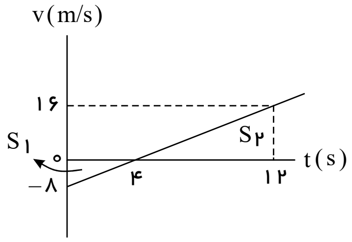
**۱۰۸** ۱ **۲** ۳ ۴ چون نمودار مکان – زمان حرکت با شتاب ثابت در مسیری مستقیم، در لحظهٔ $t = ۴s$ مماس بر محور زمان است، بنابراین معادلهٔ حرکت متحرک به‌صورت $x = A(t-۴)^۲$ خواهد بود. بنابراین برای محاسبهٔ $A$ داریم:

$$x = A(t-۴)^۲ \xrightarrow[x=۱۶m]{t=۰} ۱۶ = A(۰-۴)^۲ \Rightarrow A = ۱$$

$$\Rightarrow x = (t-۴)^۲ \Rightarrow x = t^۲ - ۸t + ۱۶ \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} v_0 = -۸\frac{m}{s} \\ a = ۲\frac{m}{s^۲} \end{array}\right.$$

بنابراین معادلهٔ سرعت و نمودار سرعت – زمان آن مطابق شکل زیر است:

$$v = at + v_0 \Rightarrow v = ۲t - ۸$$




مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

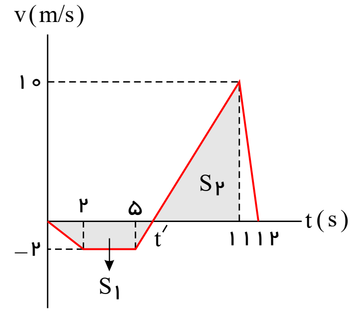
$$l = S_۱ + S_۲ = \frac{۴ \times ۸}{۲} + \frac{۸ \times ۱۶}{۲} = ۱۶ + ۶۴ \Rightarrow l = ۸۰m$$

تندی متوسط متحرک برابر است با:

$$s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{۸۰}{۱۲}=\frac{۲۰}{۳}\frac{m}{s}$$

**۱۰۹** ۴ ۳ **۲** ۱ چون در لحظهٔ $t'$ سرعت متحرک صفر می‌شود و علامت آن عوض می‌شود پس در این لحظه متحرک تغییر جهت می‌دهد. ابتدا با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظه‌ای که سرعت صفر می‌شود ($t'$) را می‌یابیم.

$$\frac{۲}{t'-۵}=\frac{۱۰}{۱۱-t'}\Rightarrow t'=۶s$$




با توجه به اینکه مساحت بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است، جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $۶s$ و $۶s$ تا $۱۲s$ را می‌یابیم. داریم:

$$S_۱=\frac{۶+۳}{۲}\times ۲\Rightarrow S_۱=۹m\Rightarrow \Delta x_۱=-۹m$$

$$S_۲=\frac{۶\times ۱۰}{۲}\Rightarrow S_۲=۳۰m\Rightarrow \Delta x_۲=۳۰m$$

متحرک در لحظهٔ $t=۰$ در مکان $x_۰=-۸m$ قرار دارد.

مکان متحرک در لحظهٔ $t'=۶s$ برابر است با:

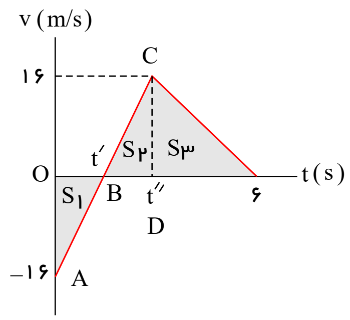
$$\Delta x_۱=x_۱-x_۰\Rightarrow -۹=x_۱-(-۸)\Rightarrow x_۱=-۱۷m$$

مکان متحرک در لحظهٔ $t=۱۲s$ برابر است با:

$$\Delta x_۲=x_۲-x_۱\Rightarrow ۳۰=x_۲-(-۱۷)\Rightarrow x_۲=۱۳m$$

پس در بازهٔ زمانی مشخص شده، در لحظهٔ $t'=۶s$ متحرک در بیشترین فاصله از مبدأ مکان قرار دارد. ($|x_۱|=۱۷m$)

**۱۱۰** ۴ ۳ **۲** ۱ چون ارتفاع دو مثلث $OAB$ و $BCD$ با یکدیگر برابر است $S_۱=S_۲$، لذا جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی صفر است.




جابه‌جایی کل متحرک برابر است با:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow ۴=\frac{\frac{(۶-t'')\times ۱۶}{۲}}{۶}\Rightarrow t''=۳s\Rightarrow t'=۱{,}۵s$$

بنابراین مسافت طی شده توسط متحرک برابر است با:

$$l=|S_۱|+|S_۲|+|S_۳|=\left|\frac{۱{,}۵\times(-۱۶)}{۲}\right|+\left|\frac{۱{,}۵\times ۱۶}{۲}\right|+\left|\frac{۳\times ۱۶}{۲}\right|\Rightarrow l=۱۲+۱۲+۲۴=۴۸m$$

**۱۱۱** **۴** ۳ ۲ ۱ ابتدا به کمک معادلهٔ مکان - زمان در حرکت ثابت، سرعت را در نقطهٔ $A$ محاسبه می‌کنیم، داریم:

$$\Delta x_{AB}=\frac{۱}{۲}at^۲+v_At\Rightarrow ۱۶۰=\frac{۱}{۲}\times ۲\times ۸^۲+v_A\times ۸\Rightarrow v_A=۱۲\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از معادلهٔ سرعت، داریم:

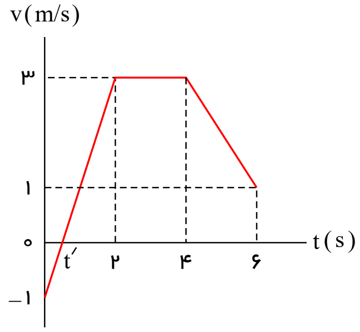
$$v_A=at'+v_۰\Rightarrow ۱۲=۲\times t'+۰\Rightarrow t'=۶s$$

**۱۱۲** ۴ **۳** ۲ ۱ با توجه به سرعت اولیه و نمودار شتاب - زمان، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:

$$0 \le t \le 2s : v_1 = a_1 t_2 + v_0 = 2 \times 2 + (-1) \Rightarrow v_1 = 3\frac{m}{s}$$

$$2 \le t \le 4s : a_2 = 0 \Rightarrow v_2 = v_1 = 3\frac{m}{s}$$

$$4 \le t \le 6s : v_3 = a_3 t_3 + v_2 = (-1) \times 2 + 3 \Rightarrow v_3 = 1\frac{m}{s}$$



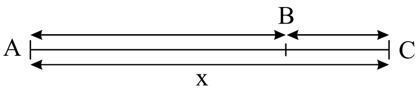

حال به کمک تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ $t'$ را می‌یابیم:

$$\frac{1}{t'} = \frac{3}{2-t'} \Rightarrow t' = 0/5s$$

زمانی حرکت متحرک تندشونده است که تندی آن در حال افزایش باشد و تندی متحرک زمانی در حال افزایش است که نمودار سرعت - زمان آن از محور زمان در حال دور شدن باشد. بنابراین طبق نمودار در بازهٔ زمانی $0/5s$ تا $2s$ یعنی به مدت $1/5s$ حرکت متحرک به‌صورت تندشونده است.

**۱۱۳** ۴ ۳ ۲ **۱** مطابق شکل حرکت متحرک را بین سه نقطهٔ $A$، $B$ و $C$ در نظر می‌گیریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = 10\frac{m}{s} \\ \Delta t_1 \\ \Delta x_1 = \frac{5}{6}x \end{cases} \qquad \begin{cases} (v_{av})_{BC} = 4\frac{m}{s} \\ \Delta t_2 \\ \Delta x_2 = \frac{1}{6}x \end{cases}$$




سرعت متوسط در کل مسیر حرکت $(v_{av})_{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{\Delta x}{\frac{\Delta x_1}{(v_{av})_{AB}} + \frac{\Delta x_2}{(v_{av})_{BC}}} = \frac{x}{\frac{\frac{5}{6}x}{10} + \frac{\frac{1}{6}x}{4}} = \frac{1}{\frac{1}{12} + \frac{1}{24}} = 8\frac{m}{s}$

به کمک رابطهٔ $v_{av} = \frac{v_1 + v_2}{2}$ برای قسمت‌های مختلف حرکت داریم:

$$\begin{cases} (v_{av})_{AB} = \frac{v_A + v_B}{2} = 10 \Rightarrow v_A + v_B = 20\frac{m}{s} & (1) \\ (v_{av})_{BC} = \frac{v_B + v_C}{2} = 4 \Rightarrow v_B + v_C = 8\frac{m}{s} & (2) \\ (v_{av})_{AC} = \frac{v_A + v_C}{2} = 8 \Rightarrow v_A + v_C = 16\frac{m}{s} & (3) \end{cases}$$

به کمک این سه معادله داریم:

تفاضل معادله‌های (۲) و (۱) : $(v_A + v_B) - (v_B + v_C) = 20 - 8 \Rightarrow v_A - v_C = 12 \qquad (4)$

جمع‌بندی معادله‌های (۳) و (۴) : $(v_A + v_C) + (v_A - v_C) = 16 + 12 \Rightarrow 2v_A = 28 \Rightarrow v_A = 14\frac{m}{s}$

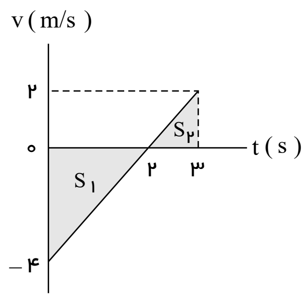
**۱۱۴** **۴** ۳ ۲ ۱

با مقایسهٔ معادلهٔ حرکت با رابطهٔ $x = \frac{1}{2}at^2 + v_0 t + x_0$ می‌توانیم شتاب و سرعت اولیهٔ متحرک را بیابیم. داریم:

$$x = t^2 - 4t + 4 \Rightarrow \begin{cases} \frac{1}{2}a = 1 \Rightarrow a = 2\frac{m}{s^2} \\ v_0 = -4\frac{m}{s} \end{cases}$$

آنگاه معادلهٔ سرعت – زمان را می‌نویسیم و نمودار آن را رسم می‌کنیم. داریم:

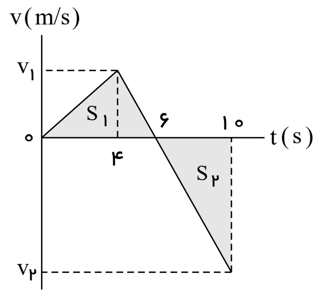
$$v = at + v_0 \Rightarrow v = 2t - 4$$



برای محاسبهٔ تندی متوسط، داریم:

$$s_{av}=\frac{\ell}{\Delta t}=\frac{|S_1|+|S_2|}{\Delta t}=\frac{\frac{1}{2}\times 2\times 4+\frac{1}{2}\times 1\times 2}{3}=\frac{5}{3}\frac{m}{s}$$

**۱۱۵** (۱) (۲) (۳) **(۴)**




می‌دانیم که در نمودار سرعت – زمان، مساحت زیر نمودار برابر با جابه‌جایی است. داریم:

$$\Delta x_1=S_1=\frac{6\times v_1}{2}=3v_1$$

$$\Delta x_2=-S_2=-\frac{(10-6)\times|v_2|}{2}=-2|v_2|$$

از طرفی اگر قدر مطلق جابه‌جایی‌ها را جمع کنیم، مسافت طی شده به دست می‌آید.

$$\ell=S_1+S_2=3v_1+2|v_2|=140 \qquad (1)$$

با توجه به تشابه مثلث می توانیم رابطهٔ دیگری بین $v_1$ و $v_2$ به دست آوریم:

$$\frac{v_1}{6-4}=\frac{|v_2|}{10-6}\Rightarrow\frac{v_1}{2}=\frac{|v_2|}{4}\Rightarrow|v_2|=2v_1 \qquad (2)$$

به کمک روابط (۱) و (۲) داریم:

$$v_1=20\frac{m}{s}\Rightarrow S_1=3v_1=3\times 20=60m$$

$$|v_2|=40\frac{m}{s}\Rightarrow S_2=2|v_2|=2\times 40=80m$$

بنابراین:

$$v_{av}=\frac{S_1-S_2}{\Delta t}=\frac{60-80}{10}=-2\frac{m}{s}$$

**۱۱۶** (۱) **(۲)** (۳) (۴) از آن جایی که در بازه‌های زمانی صفر تا $t_1$ و $t_2$ تا $t_3$ شتاب مثبت است. شیب خط متناظر با این بازه‌های زمانی در نمودار سرعت – زمان باید مثبت باشد و در بازهٔ زمانی $t_1$ تا $t_2$ چون شتاب منفی است، شیب خط متناظر در نمودار سرعت – زمان باید منفی باشد. از این رو نمودار سرعت – زمان گزینهٔ (۲) مطابق با این حرکت نیست زیرا در قسمت اول فاقد این ویژگی‌ها است.

**۱۱۷** **(۱)** (۲) (۳) (۴) ابتدا جابه‌جایی متحرک را در مدت $20s$ محاسبه می کنیم. در ۱۰ ثانیهٔ ابتدایی حرکت، داریم:

$$\Delta x_1=\frac{1}{2}a_1t_1^2+v_0t_1=\frac{1}{2}\times 1\times 10^2+0\times 10\Rightarrow\Delta x_1=50m$$

سرعت متحرک در لحظهٔ $t_1=10s$ برابر است با:

$$v_1=a_1t_1+v_0=1\times 10+0\Rightarrow v_1=10\frac{m}{s}$$

جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $10s$ تا $20s$ برابر است با:

$$\Delta x_2=\frac{1}{2}a_2t_2^2+v_1t_2=\frac{1}{2}\times(-2)\times 10^2+10\times 10\Rightarrow\Delta x_2=0$$

بنابراین:

$$v_{av}=\frac{\Delta x_1+\Delta x_2}{t_2}=\frac{50+0}{20}\Rightarrow v_{av}=2.5\frac{m}{s}$$

**۱۱۸** (۱) **(۲)** (۳) (۴)

برای متحرک $A$ که از حال سکون شروع به حرکت کرده است، در ۴ ثانیهٔ ابتدایی حرکت می توان نوشت:

$$\frac{\Delta x_A}{t}=\frac{v_A+v_{0A}}{2}\Rightarrow\frac{20-0}{4}=\frac{v_A+0}{2}\Rightarrow v_A=10\frac{m}{s}$$

چون در لحظه‌ای که دو متحرک به هم می‌رسند، (لحظهٔ $t=4s$) اندازهٔ سرعت آن‌ها یکسان است، داریم:

$$v_B=-10\frac{m}{s}$$

بنابراین:

$$\frac{\Delta x_B}{t}=\frac{v_B+v_{0B}}{2}\Rightarrow\frac{20-0}{4}=\frac{-10+v_{0B}}{2}\Rightarrow v_{0B}=20\frac{m}{s}$$

حال شتاب حرکت هر متحرک را می‌یابیم. داریم:

$$a_A=\frac{\Delta v_A}{t}=\frac{10-0}{4}\Rightarrow a_A=2/5\frac{m}{s^2}$$
$$a_B=\frac{\Delta v_B}{t}=\frac{-10-20}{4}\Rightarrow a_B=-7/5\frac{m}{s^2}$$

سپس معادلهٔ حرکت هر متحرک را نوشته و مکان آن‌ها را در لحظهٔ $t=20s$ محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$x_A=\frac{1}{2}a_At^2+v_{\circ A}t+x_{\circ A}\Rightarrow x_A=\frac{1}{2}\times 2/5t^2+0+0\xrightarrow{t=20s}x_A=500m$$

$$x_B=\frac{1}{2}a_Bt^2+v_{\circ B}t+x_{\circ B}\Rightarrow x_B=\frac{1}{2}\times(-7/5)t^2+20t+0\xrightarrow{t=20s}x_B=-1100m$$

بنابراین:

$$|\Delta x_{AB}|=|x_A-x_B|=|500-(-1100)|\Rightarrow|\Delta x_{AB}|=1600m=1/6km$$

**۱۱۹** ۴ ۳ ۲ **۱**

گزینهٔ «۱»

از روی نمودار، سرعت خودروهای $A$ و $B$ را به دست می‌آوریم:

$$v=\frac{\Delta x}{\Delta t}$$
$$\begin{cases}\Delta x_B=450-300=150m\\ \Delta t_B=10-0=10s\end{cases}\Rightarrow v_B=\frac{150}{10}=15\frac{m}{s}$$
$$\begin{cases}\Delta x_A=-150-(-300)=150m\\ \Delta t_A=5s\end{cases}\Rightarrow v_A=\frac{150}{5}=30\frac{m}{s}$$

اکنون معادلهٔ مکان – زمان دو خودرو را می‌نویسیم:

$$x=vt+x_\circ$$
$$\begin{cases}v_B=15\frac{m}{s}\\ x_{\circ B}=300m\end{cases}\Rightarrow x_B=15t+300\quad(1)$$
$$\begin{cases}v_A=30\frac{m}{s}\\ x_{\circ A}=-300m\end{cases}\Rightarrow x_A=30t-300\quad(2)$$

در $t=0s$ فاصلهٔ دو متحرک ۶۰۰ متر است و متحرک $B$ جلوتر از متحرک $A$ است. با توجه به این که $v_A>v_B$ است، ابتدا فاصلهٔ دو متحرک $A$ و $B$ کاهش می‌یابد تا زمانی که دو متحرک به هم برسند و سپس متحرک $A$ از متحرک $B$ سبقت می‌گیرد و فاصلهٔ دو متحرک پس از این لحظه پیوسته افزایش می‌یابد. بنابراین در لحظه‌ای که فاصلهٔ دو متحرک ۹۰۰ متر است، متحرک $A$ جلوتر از متحرک $B$ است.

$$\Delta x=x_A-x_B=900m\Rightarrow(30t-300)-(15t+300)=900\Rightarrow t=\frac{1500}{15}=100s$$

راه دوم: با استفاده از سرعت نسبی می‌توان مسئله را در مدت زمان کوتاه‌تری حل نمود. در ابتدا متحرک $B$، ۶۰۰ متر جلوتر از متحرک $A$ است. با توجه به این که تندی متحرک $B$ کم‌تر از متحرک $A$ است. برای آن که فاصلهٔ دو متحرک به ۹۰۰ متر برسد بایستی متحرک $A$ از $B$ سبقت بگیرد، به عبارت دیگر، در لحظه‌ای که دو متحرک در فاصلهٔ ۹۰۰ متری یکدیگر قرار می‌گیرند، متحرک $B$، ۹۰۰ متر عقب‌تر از متحرک $A$ قرار دارد.

$$\Delta x_{\text{نسبی}}=v_{\text{نسبی}}\Delta t+x_{\circ\,\text{نسبی}}\Rightarrow-900=(15-30)t+600\Rightarrow t=\frac{1500}{15}=100s$$

**۱۲۰** ۴ **۳** ۲ ۱ شیب خط مماس بر نمودار مکان – زمان در لحظهٔ $t=3s$ برابر با صفر است. بنابراین سرعت متحرک در لحظهٔ $t=3s$ برابر با صفر است.

$$a=\frac{\Delta v}{\Delta t}\xrightarrow[\Delta t=8-3=5s]{v_{(t=3s)}=0,v_{(t=8s)}=20\frac{m}{s}}a=\frac{20}{5}=4\frac{m}{s^2}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ سرعت در حرکت با شتاب ثابت، سرعت اولیهٔ متحرک را به دست می آوریم:

$$v=at+v_\circ\xrightarrow[t=3s,a=4\frac{m}{s^2}]{v_{(t=3s)}=0}v_\circ=-12\frac{m}{s}$$

اکنون با توجه به رابطهٔ مکان – زمان در حرکت با شتاب ثابت، جابه‌جایی متحرک را در سه ثانیهٔ اول حرکت به دست می‌آوریم:

$$\Delta x=x-x_\circ=\frac{1}{2}at^2+v_\circ t\xrightarrow{t=3s}\Delta x=\frac{1}{2}\times4\times3^2-12\times3\Rightarrow\Delta x=18-36=-18m$$

بنابراین، هنگامی که جهت حرکت متحرک در لحظهٔ $t=3s$ عوض می‌شود، متحرک در ۱۸ متری مبدأ حرکت قرار دارد.

راه دوم: می‌توانیم حرکت متحرک را برعکس فرض کنیم یعنی فرض کنیم متحرک از حال سکون با شتاب $4\frac{m}{s^2}$ شروع به حرکت می‌کند. اکنون جابه‌جایی متحرک پس از ۳ ثانیه برابر با فاصلهٔ متحرک از مبدأ حرکت در لحظهٔ تغییر جهت است:

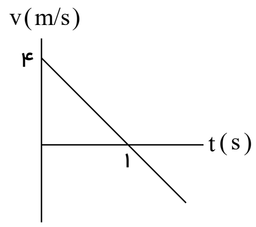
$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^{۲} = \frac{۱}{۲} \times ۴ \times ۳^{۲} = ۱۸m$$

(۱۲۱) (۴) (۳) **(۲)** (۱) در حرکت با شتاب ثابت اگر بردارهای سرعت اولیه و بردار شتاب با یکدیگر هم‌جهت باشد، نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است و اگر بردارهای سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت هم باشند، نوع حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به معادلهٔ مکان – زمان حرکت متحرک شتاب ثابت است. اکنون معادلهٔ سرعت – زمان متحرک را به دست می آوریم:

$$x = -۲t^{۲} + ۴t + ۵ \xrightarrow{x=\frac{۱}{۲}at^{۲}+v_{\circ}t+x_{\circ}} \begin{cases} \frac{۱}{۲}a = -۲ \Rightarrow a = -۴\frac{m}{s^{۲}} \\ v_{\circ} = ۴\frac{m}{s} \\ x_{\circ} = ۵m \end{cases}$$

$$v = at + v_{\circ} \xrightarrow[v_{\circ}=۴\frac{m}{s}]{a=-۴\frac{m}{s^{۲}}} v = -۴t + ۴ \xrightarrow{v=\circ} t_{\text{تغییر جهت}} = \frac{۴}{۴} = ۱s$$

با توجه به نمودار سرعت – زمان، تنها در بازهٔ زمانی صفر تا $۱s$ حرکت متحرک کندشونده است. بنابراین در ده ثانیهٔ اول حرکت، حرکت متحرک ۹ ثانیه به صورت تندشونده است.




(۱۲۲) (۴) (۳) **(۲)** (۱) در حرکت با شتاب ثابت، نوع حرکت یا پیوسته تندشونده است یا ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. با توجه به تندی این متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۶s$، درمی‌یابیم این حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. اگر فرض کنید متحرک ابتدا در جهت مثبت محور $x$ در حال حرکت باشد، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، $۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، $-۲\frac{m}{s}$ است. با توجه به رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$v_{av} = \frac{v_{(t=۱s)} + v_{(t=۶s)}}{۲} = \frac{۸ + (-۲)}{۲} = ۳\frac{m}{s}$$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow \Delta x = ۳ \times (۶ - ۱) = ۳ \times ۵ = ۱۵m$$

اگر فرض کنید متحرک در ابتدا در جهت منفی محور $x$ در حال حرکت است، سرعت در لحظهٔ $t = ۱s$، برابر $-۸\frac{m}{s}$ و در لحظهٔ $t = ۶s$، برابر $۲\frac{m}{s}$ است. با این فرض سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی $t = ۱s$ تا $t = ۶s$، $-۳\frac{m}{s}$ می‌شود و جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی $-۱۵m$ می‌شود که در این صورت نیز اندازهٔ جابه‌جایی متحرک $۱۵m$ است.

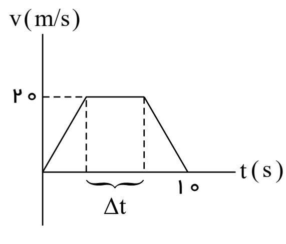
(۱۲۳) **(۴)** (۳) (۲) (۱) مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک است. با توجه به نمودار، مدت زمانی که حرکت متحرک یکنواخت است را به دست می‌آوریم:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t},\ \Delta x = S = v_{av}\Delta t = ۱۵ \times ۱\circ = ۱۵\circ m$$

$$S = \frac{(۱\circ + \Delta t) \times ۲\circ}{۲} \Rightarrow (۱\circ + \Delta t)۱\circ = ۱۵\circ \Rightarrow \Delta t = ۵s$$

اکنون با توجه به رابطهٔ جابه‌جایی در حرکت یکنواخت داریم:

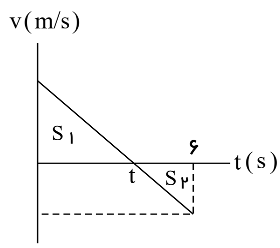
$$\Delta x' = v\Delta t = ۲\circ \times ۵ = ۱\circ\circ m$$




(۱۲۴) (۴) (۳) (۲) **(۱)** از آن‌جا که تندی متوسط و بزرگی سرعت متوسط با یکدیگر برابر نیستند، بنابراین با توجه به این که حرکت متحرک با شتاب ثابت است، نوع حرکت آن ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است. از طرفی چون در مبدأ زمان متحرک در جهت مثبت محور $x$ در حال حرکت است، بنابراین نمودار سرعت – زمان متحرک مطابق شکل روبه‌رو است.

$$S_۱ + S_۲ = \frac{۱\circ}{۳} \times ۶ \Rightarrow S_۱ + S_۲ = ۲\circ m$$

$$S_۱ - S_۲ = ۲ \times ۶ \Rightarrow S_۱ - S_۲ = ۱۲m \Rightarrow ۲S_۱ = ۳۲ \Rightarrow S_۱ = ۱۶m \Rightarrow S_۲ = ۴m$$



$$\left.\begin{array}{l} |\Delta x_{(\circ-t)}| = \frac{۱}{۲}|a|t^{۲} \\ \\ |\Delta x_{(t-۶s)}| = \frac{۱}{۲}|a|(۶-t)^{۲}\end{array}\right\} \xrightarrow[|\Delta x_{t-۶s}|=S_۲=۴m]{|\Delta x_{\circ-t}|=S_۱=۱۶m}$$

$$\frac{|\Delta x_{\circ-t}|}{|\Delta x_{t-۶s}|} = \frac{t^۲}{(۶-t)^۲} \Rightarrow \frac{t}{۶-t} = \sqrt{\frac{۱۶}{۴}} \Rightarrow ۳t = ۱۲ \Rightarrow t = ۴s$$

$$\Rightarrow S_۱ = \frac{۱}{۲}|a|t^۲ \Rightarrow ۱۶ = \frac{۱}{۲}|a| \times ۴^۲ \Rightarrow |a| = ۲\frac{m}{s^۲} \Rightarrow a = -۲\frac{m}{s^۲}$$

$$v_{t=۶s} = a(۶-۴) \Rightarrow v_{t=۶s} = -۲ \times ۲ = -۴\frac{m}{s}$$

**۱۲۵** ۱ ۲ **۳** ۴

راه حل اول: با توجه به رابطهٔ $v = at + v_\circ$، سرعت متحرک را در نقاط $A$ و $B$ به دست می‌آوریم:

$$v_A = at$$

$$v_B = a(t+۴) \xrightarrow{v_B=۱۲\frac{m}{s}} ۱۲ = at + ۴a \Rightarrow at = ۱۲ - ۴a$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{۲} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[v_B=۱۲\frac{m}{s},\Delta t=۴s]{v_A=at, at=۱۲-۴a, \Delta x_{AB}=۳۶m}$$

$$\frac{۱۲ - ۴a + ۱۲}{۲} = \frac{۳۶}{۴} \Rightarrow ۲۴ - ۴a = ۱۸ \Rightarrow a = \frac{۳}{۲}\frac{m}{s^۲} \xrightarrow[v_B=۱۲\frac{m}{s}]{v_B=at_B} ۱۲ = \frac{۳}{۲}t_B$$

$$\Rightarrow t_B = ۸s \Rightarrow \overline{OA} = \overline{OB} - \overline{AB} \xrightarrow[\overline{AB}=۳۶m]{\overline{OB}=\frac{۱}{۲}at_B^۲} \overline{OA} = \frac{۱}{۲} \times \frac{۳}{۲} \times ۸^۲ - ۳۶ = ۱۲m$$

راه حل دوم: با استفاده از رابطهٔ سرعت متوسط در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_A + v_B}{۲} = \frac{\Delta x_{AB}}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t=۴s]{v_B=۱۲\frac{m}{s},\Delta x_{AB}=۳۶m} v_A = ۶\frac{m}{s}$$

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_A - \circ}{t_A - \circ} = \frac{v_B - v_A}{t_B - t_A} \xrightarrow{t_B - t_A = ۴s} t_A = ۴s$$

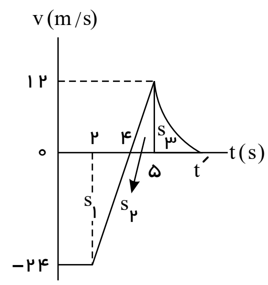
$$\overline{OA} = \frac{\circ + v_A}{۲} \times t_A = \frac{\circ + ۶}{۲} \times ۴ = ۱۲m$$

**۱۲۶** ۱ ۲ ۳ **۴** چون نمودار مکان – زمان حرکت در مسیر مستقیم به‌صورت سهمی است، بنابراین شتاب حرکت ثابت است و در نتیجه شتاب متوسط در هر بازهٔ زمانی دلخواه با شتاب لحظه‌ای برابر است. در بازهٔ زمانی $۴s$ تا $۸s$ داریم:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow ۲\circ - ۴ = \frac{۱}{۲}a \times ۴^۲ + \circ \times ۴ \Rightarrow a = ۲\frac{m}{s^۲}$$

**۱۲۷** ۱ ۲ **۳** ۴

مساحت بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان در هر بازهٔ زمانی، تغییر مکان متحرک را طی آن بازه نشان می‌دهد. ابتدا به کمک تشابه مثلث‌ها، سرعت متحرک را در لحظهٔ $t = ۲s$ (یا $t = \circ$) می‌یابیم:




$$\frac{v_۵}{|v_۲|} = \frac{۵-۴}{۴-۲}$$

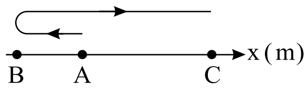
$$\Rightarrow \frac{۱۲}{|v_۲|} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow |v_۲| = ۲۴\frac{m}{s} \Rightarrow v_\circ = v_۲ = -۲۴\frac{m}{s}$$

برای محاسبهٔ مکان متحرک در لحظهٔ $t'$ داریم:

$$x(t') - x(\circ) = -S_۱ + S_۲ + S_۳ \Rightarrow x(t') - (-۵) = \left[-\frac{۴+۲}{۲} \times ۲۴\right] + \left[\frac{(۵-۴) \times ۱۲}{۲}\right] + ۱۵$$

$$\Rightarrow x(t') = -۵۶m$$

**۱۲۸** ۱ **۲** ۳ ۴




چون علامت سرعت متحرک عوض شده است، بنابراین حرکت متحرک ابتدا کندشونده و سپس تندشونده بوده است و در نتیجه متحرک تغییر جهت داده است. در نتیجه مسافت طی شده توسط آن از جابه‌جایی متحرک بیشتر است.

$$v_A = -۳۶\frac{km}{h} = -۱۰\frac{m}{s}$$
$$v_B = ۰$$
$$v_C = ۷۲\frac{km}{h} = ۲۰\frac{m}{s}$$

شتاب حرکت متحرک برابر است با:

$$v_C = at + v_A \Rightarrow ۲۰ = a \times ۶۰ + (-۱۰) \Rightarrow a = ۰/۵\frac{m}{s^۲}$$

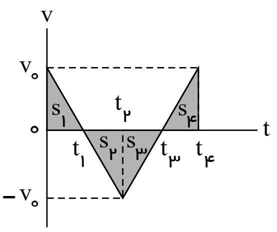
حال مسافت‌های $AB$ و $BC$ را محاسبه می‌کنیم:

$$v_B^۲ = v_A^۲ + ۲a\Delta x_{AB} \Rightarrow ۰ = (-۱۰)^۲ + ۲ \times ۰/۵ \times \Delta x_{AB} \Rightarrow \Delta x_{AB} = -۱۰۰m \Rightarrow |\Delta x_{AB}| = ۱۰۰m$$
$$v_C^۲ = v_B^۲ + ۲a\Delta x_{BC} \Rightarrow ۲۰^۲ = ۰ + ۲ \times ۰/۵ \times \Delta x_{BC} \Rightarrow \Delta x_{BC} = ۴۰۰m$$

بنابراین:

$$\ell = |\Delta x_{AB}| + \Delta x_{BC} = ۱۰۰ + ۴۰۰ = ۵۰۰m$$

**۱۲۹** ۱ ۲ **۳** ۴ شیب خطی که دو نقطه را در نمودار سرعت - زمان به‌هم متصل می‌کند برابر با شتاب متوسط بین آن دو نقطه است. از طرفی مساحت محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی است. با توجه به رابطهٔ $\vec{v}_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\vec{i}$ سرعت متوسط و جابه‌جایی با یکدیگر هم‌جهت هستند.




اکنون به بررسی تک‌تک گزینه‌ها می‌پردازیم:

گزینهٔ «۱»: ( ۰ تا $t_۱$): در این بازه شتاب متوسط منفی و جابه‌جایی مثبت است.

$$\Delta x = S_۱ > ۰ \Rightarrow v_{av} > ۰$$
$$\Delta v < ۰ \Rightarrow a_{av} < ۰$$

گزینهٔ «۲»: ( $t_۱$ تا $t_۴$): در این بازه جابه‌جایی منفی و شتاب متوسط مثبت است.

$$\Delta x = -S_۲ - S_۳ + S_۴ \xrightarrow{S_۳=S_۴} \Delta x = -S_۲ < ۰ \Rightarrow v_{av} < ۰, \Delta v > ۰ \Rightarrow a_{av} > ۰$$

گزینهٔ «۳»: ( ۰ تا $t_۳$): در این بازه جابه‌جایی منفی و شتاب متوسط نیز منفی است.

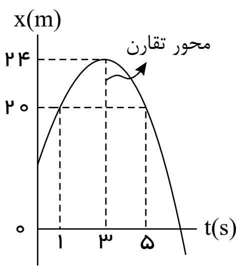
$$\Delta x = S_۱ - S_۲ - S_۳ \xrightarrow{S_۱=S_۲} \Delta x = -S_۳ < ۰ \Rightarrow v_{av} < ۰$$
$$\Delta v < ۰ \Rightarrow a_{av} < ۰$$

گزینهٔ «۴»: ( $t_۳$ تا $t_۴$): در این بازه جابه‌جایی مثبت و شتاب متوسط نیز مثبت است.

$$\Delta x = S_۴ > ۰ \Rightarrow v_{av} > ۰, \Delta v > ۰ \Rightarrow a_{av} > ۰$$

**۱۳۰** ۱ ۲ ۳ **۴** نمودار مکان - زمان متحرک به‌صورت سهمی است و با توجه به این‌که سهمی نسبت به خط عمودی که از رأس آن می‌گذرد، متقارن است، مکان متحرک در $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۵s$ یکسان می‌باشد. بنابراین جابه‌جایی متحرک در این بازهٔ زمانی برابر صفر است. با توجه به نمودار و رابطهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط می‌توان نوشت:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۲۰ - ۲۰}{۵ - ۱} = ۰\frac{m}{s}$$
$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{|۲۴ - ۲۰| + |۲۰ - ۲۴|}{۵ - ۱} = \frac{۸}{۴} = ۲\frac{m}{s}$$

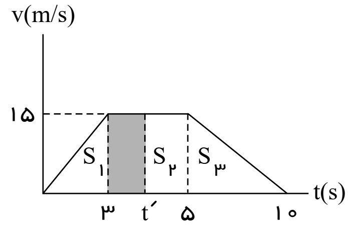



توجه: مکان متحرک در لحظه‌های $t_۱ = ۱s$ و $t_۲ = ۵s$ که فاصلهٔ زمانی یکسانی از رأس سهمی $(t = ۳s)$ دارند، یکسان است.

**۱۳۱** **۱** ۲ ۳ ۴ هرگاه متحرک در طی مسیر، نوع حرکت خود را تغییر دهد، بهترین روش برای حل مسأله استفاده از نمودار سرعت - زمان است. متحرک از حال سکون با شتاب $۵\frac{m}{s^۲}$ حرکت خود را آغاز کرده، پس از ۳ ثانیه سرعت آن به $۱۵\frac{m}{s}$ می‌رسد.

$(v = at + v_\circ = ۵ \times ۳ + \circ = ۱۵\frac{m}{s})$ از زمان $t = ۳s$ تا $t = ۵s$ به مدت $۲s$ با همین سرعت $۱۵\frac{m}{s}$ به حرکت خود ادامه داده است. سپس با شتاب ثابت $-۳\frac{m}{s^۲}$ ترمز گرفته و پس از ۵ ثانیه متوقف شده است. $(v = a't + v'_\circ \xrightarrow[v'_\circ = ۱۵\frac{m}{s}]{v=\circ, a'=-۳\frac{m}{s^۲}} t = ۵s)$ جابه‌جایی متحرک در کل این مدت برابر است با: (کافی است مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان را بیابید.)

$$\Delta x_{\circ-۱\circ s} = S_۱ + S_۲ + S_۳ = \frac{۱۵ \times ۳}{۲} + ۱۵ \times ۲ + \frac{۱۵ \times ۵}{۲} = ۲۲/۵ + ۳\circ + ۳۷/۵ = ۹\circ m$$




حال باید زمانی که متحرک $۴۵m$ طی کرده است را بیابیم با توجه به این‌که $S_۱ = ۲۲/۵m$ و $S_۲ = ۳\circ m$ است پس در لحظه‌ای بین $t = ۳s$ و $t = ۵s$ متحرک $۴۵m$ طی کرده است یعنی باید قسمت هاشورخورده $۲۲/۵m$ شود پس:

$$۲۲/۵ = ۱۵(t' - ۳) \Rightarrow t' = ۴/۵s \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۴۵}{۴/۵} = ۱\circ\frac{m}{s}$$

**۱۳۲** ① ② ③ **④** مطابق با نمودار، متحرک در لحظهٔ $t = ۳s$ تغییر جهت می‌دهد و بنابراین داریم:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow \circ = a \times ۳ + v_\circ \Rightarrow v_\circ + ۳a = \circ \quad (۱)$$

جابه‌جایی متحرک در ۸ ثانیهٔ ابتدایی حرکت برابر با $-۱۶m$ است.

بنابراین:

$$\Delta x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t \Rightarrow -۱۶ = \frac{۱}{۲} \times a \times ۸^۲ + v_\circ \times ۸ \Rightarrow v_\circ + ۴a = -۲ \quad (۲)$$

با حل هم‌زمان معادله‌های (۱) و (۲) داریم:

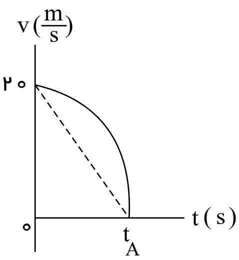
$$a = -۲\frac{m}{s^۲}\ ,\ v_\circ = ۶\frac{m}{s}$$

در لحظهٔ $t = ۸s$، جهت بردار مکان متحرک تغییر می‌کند، بنابراین تندی متحرک در این لحظه برابر است با:

$$v = at + v_\circ \Rightarrow v = -۲ \times ۸ + ۶ \Rightarrow v = -۱\circ\frac{m}{s} \Rightarrow s = ۱\circ\frac{m}{s}$$

**۱۳۳** **①** ② ③ ④ اگر سرعت متحرک با شتاب ثابت به صفر می‌رسید، نمودار سرعت – زمان آن به‌صورت خط راست (مطابق با نقطه‌چین) می‌بود و در آن صورت سرعت متوسط برابر بود با:

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\frac{۱}{۲}(۲\circ \times t_A)}{t_A} \Rightarrow v_{av} = ۱\circ\frac{m}{s}$$




چون سطح زیر نمودار $v - t$ و محور زمان در این سؤال از سطح مشخص شده بزرگ‌تر است. بنابراین جابه‌جایی متحرک نسبت به حالت فرضی قبلی بیشتر است و در نتیجه بزرگی سرعت متوسط متحرک از $۱\circ\frac{m}{s}$ بیشتر و از $۲\circ\frac{m}{s}$ کمتر خواهد بود.

**۱۳۴** ① ② ③ **④** خودرو را متحرک (۱) و کامیون را متحرک (۲) و محل شروع حرکت (چراغ) را مبدأ مختصات در نظر می‌گیریم. معادله‌های حرکت خودرو و کامیون برابر است با:

$$x_۱ = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_\circ t + x_\circ \Rightarrow x_۱ = \frac{۱}{۲}t^۲$$

$$x_۲ = v(t - ۴) \Rightarrow x_۲ = ۹(t - ۴)$$

در لحظه‌ای که خودرو از کامیون سبقت می‌گیرد. مکان آن‌ها برابر است، بنابراین:

$$x_۱ = x_۲ \Rightarrow \frac{۱}{۲}t^۲ = ۹(t - ۴) \Rightarrow t^۲ - ۱۸t + ۷۲ = \circ \Rightarrow \begin{cases} t = ۶s \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

در لحظهٔ $t = ۶s$، کامیون به خودرو می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد و در لحظهٔ $t = ۱۲s$، خودرو به کامیون می‌رسد و از آن سبقت می‌گیرد.

**۱۳۵** ① **②** ③ ④ با استفاده از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت می‌توانیم جابه‌جایی خودرو از لحظهٔ ترمز تا لحظهٔ توقف $(v = \circ)$ را به دست آوریم.

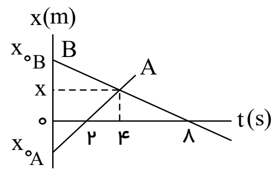
$$v^۲ = v_\circ^۲ + ۲a\Delta x \xrightarrow{a=-۲/۵\frac{m}{s^۲}} \circ = ۱۵^۲ + ۲(-۲/۵)\Delta x \Rightarrow \Delta x = \frac{۱۵ \times ۱۵}{۵} = ۴۵m$$

چون از لحظهٔ ترمز گرفتن فاصلهٔ مانع تا خودرو $۴\circ m$ است، پس اتومبیل قبل از توقف، به مانع برخورد می‌کند. اگر دوباره از معادلهٔ سرعت – جابه‌جایی در حرکت با شتاب ثابت استفاده کنیم، سرعت خودرو را پس از $۴\circ m$ یعنی در لحظهٔ برخورد با مانع به دست می‌آوریم:

$$v^{۲} = ۱۵^{۲} + ۲(-۲/۵) \times ۴۰ \Rightarrow v^{۲} = ۲۲۵ - ۲۰۰ = ۲۵ \Rightarrow |v| = ۵\frac{m}{s}$$

پس خودرو با تندی $۵\frac{m}{s}$ به مانع برخورد می‌کند.

**۱۳۶** ۴ ۳ **۲** ۱ مکان در لحظهٔ به هم رسیدن دو متحرک را با $x$ مشخص می‌کنیم:




$$v_A = \frac{x-۰}{۴-۲} = \frac{x}{۲}, v_B = \frac{۰-x}{۸-۴} = -\frac{x}{۴} \Rightarrow v_A = -۲v_B$$

مکان اولیهٔ متحرک $A$ را با $x_{\circ A}$ نشان می‌دهیم، داریم:

$$v_A = \frac{۰-(x_{\circ A})}{۲-۰} = -\frac{x_{\circ A}}{۲}$$
$$v_B = \frac{۰-۲۴}{۸-۰} = -۳\frac{m}{s} \xrightarrow{v_A=-۲v_B} \frac{-x_{\circ A}}{۲} = -۲\times(-۳) \Rightarrow x_{\circ A} = -۱۲m$$

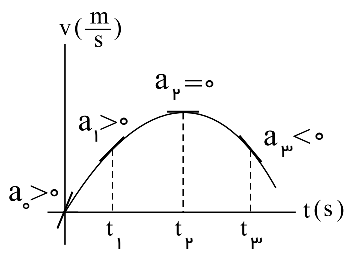
بنابراین فاصلهٔ اولیهٔ دو متحرک برابر است با:

$$x_{\circ B} - x_{\circ A} = ۲۴ - (-۱۲) = ۳۶m$$

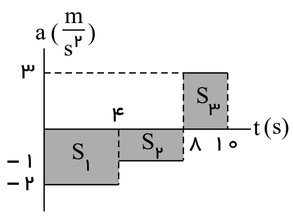
**۱۳۷** ۴ ۳ **۲** ۱ چون سهمی نسبت به خطی که از رأس آن می‌گذرد متقارن است، لذا اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۶s$ با اندازهٔ سرعت متحرک در لحظهٔ $t=۰$ برابر است. بنابراین با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب می‌توان نوشت:

$$\frac{v_{(t=۳s)}+v_{\circ}}{۲} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \rightarrow \frac{۰+v_{\circ}}{۲} = \frac{۱۶-۱۰}{۳-۰} \Rightarrow v_{\circ} = ۴\frac{m}{s}$$

**۱۳۸** ۴ ۳ ۲ **۱** همان‌طور که می‌دانیم شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان متحرک در هر لحظه برابر با شتاب لحظه‌ای متحرک در آن لحظه است. در لحظهٔ $t_۲$ شیب خط مماس صفر و شتاب صفر است. در لحظهٔ $t_۳$ شیب خط مماس بر نمودار منفی است و جهت بردار شتاب خلاف جهت محور $x$ است. در لحظات $t_۱$ و مبدأ زمان، شیب خط مماس بر نمودار مثبت است و بردار شتاب در جهت محور $x$ است و اندازهٔ شیب در مبدأ زمان نسبت به لحظهٔ $t_۱$ بیشتر است.

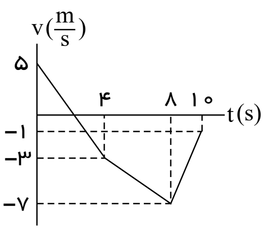



**۱۳۹** ۴ ۳ **۲** ۱ مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان برابر با تغییرات سرعت است. با استفاده از تغییرات سرعت، سرعت متحرک را در لحظات $t=۴s$، $t=۸s$ و $t=۱۰s$ به دست می‌آوریم:




$$v_{(t=۴s)} = -S_۱ + v_{(t=۰)} \Rightarrow v_{(t=۴s)} = -۸+۵ = -۳\frac{m}{s}$$
$$v_{(t=۸s)} = -S_۲ + v_{(t=۴s)} \Rightarrow v_{(t=۸s)} = -۴-۳ = -۷\frac{m}{s}$$
$$v_{(t=۱۰s)} = S_۳ + v_{(t=۸s)} \Rightarrow v_{(t=۱۰s)} = ۶-۷ = -۱\frac{m}{s}$$

بنابراین نمودار سرعت - زمان آن مطابق شکل زیر می‌شود:




**۱۴۰** ۴ ۳ **۲** ۱ سرعت اولیهٔ منفی است، پس شیب خط مماس بر نمودار مکان - زمان در لحظهٔ $t=۰$ باید منفی باشد. (نادرستی گزینه‌های «۱» و «۴») از طرفی شتاب حرکت متحرک مثبت است و در نتیجه شکل سهمی باید رو به بالا و با تقعر مثبت باشد، در نتیجه گزینهٔ «۲» صحیح است.

**۱۴۱** ۴ ۳ ۲ **۱** با توجه به این‌که نمودار مکان – زمان متحرک به‌صورت سهمی است، شتاب آن ثابت می‌باشد و شتاب متوسط آن در هر بازهٔ زمانی دلخواه همان شتاب ثابت حرکت است. بنابراین برای بازهٔ زمانی صفر تا ۶ ثانیه می‌توان نوشت:

$$\frac{v+v_\circ}{۲}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow\frac{\circ+v_\circ}{۲}=\frac{۱\circ-(-۸)}{۶}\Rightarrow v_\circ=۶\frac{m}{s}$$

و در آخر با استفاده از تعریف شتاب داریم:

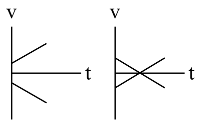
$$a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v_۲-v_۱}{t_۲-t_۱}=\frac{\circ-۶}{۶-\circ}=-۱\frac{m}{s^۲}$$

**۱۴۲** **۴** ۳ ۲ ۱

در حرکت با شتاب ثابت، دو حالت زیر می تواند رخ دهد.

۱) همواره تندشونده

۲) ابتدا کندشونده و سپس تندشونده



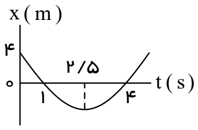

در نتیجه امکان ندارد در حرکت با شتاب ثابت، ابتدا حرکت تندشونده و سپس کندشونده باشد، زیرا در این‌صورت شتاب حرکت ثابت نیست.

ضمناً در حرکت با شتاب ثابت ممکن است تغییر مسیر حرکت رخ ندهد که در این حالت مسافت و جابه‌جایی با هم برابر می‌باشند و در نتیجه تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط برابر خواهند بود.

**۱۴۳** ۴ **۳** ۲ ۱ برای پاسخ به این سؤال، نمودار مکان – زمان این متحرک را رسم کرده و گزینه‌ها را بررسی می‌کنیم. چون معادلهٔ حرکت درجهٔ دوم است، پس نمودار سهمی و حرکت با شتاب ثابت است.

$$x=t^۲-۵t+۴=\circ\Rightarrow t_۱=۱s\,,\,t_۲=۴s$$

ضمناً با توجه به تقارن سهمی، رأس سهمی در لحظهٔ $\frac{۱+۴}{۲}=۲{,}۵s$ است.




با توجه به نمودار مکان – زمان، عبارت گزینهٔ «۳» نادرست است. چون در بازهٔ زمانی $۱s$ تا $۴s$، متحرک ابتدا در خلاف جهت محور $x$ و سپس در جهت محور $x$ حرکت می‌کند.

**۱۴۴** ۴ ۳ ۲ **۱** در مدت زمانی که متحرک در جهت محور $x$ حرکت می‌کند، سرعت آن مثبت است. بنابراین با استفاده از مساحت محصور بین نمودار سرعت – زمان و محور زمان که بیانگر جابه‌جایی متحرک است، می توان نوشت:

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}=\frac{s}{\Delta t}=\frac{\frac{(۲\circ-t)\times ۵}{۲}}{(۲\circ-t)}\Rightarrow v_{av}=۲{,}۵\frac{m}{s}$$

**۱۴۵** ۴ ۳ **۲** ۱ چون متحرک در لحظهٔ $t=\circ$ در مکان $x_\circ=۱۶m$ و در لحظهٔ $t$ در مکان $x=۳۶m$ قرار دارد، با استفاده از معادلهٔ $v=۲\sqrt{x}$، می‌توان نوشت:

$$v=۲\sqrt{x}\xrightarrow{x_\circ=۱۶m}v_\circ=۲\sqrt{۱۶}\Rightarrow v_\circ=۲\times۴=۸m/s$$
$$v=۲\sqrt{x}\xrightarrow{x_\circ=۳۶m}v=۲\sqrt{۳۶}\Rightarrow v=۲\times۶=۱۲m/s$$

حال با استفاده از معادلهٔ مستقل از شتاب، $t$ را می‌یابیم:

$$\Delta x=\frac{v+v_\circ}{۲}\Delta t\Rightarrow ۳۶-۱۶=\frac{۱۲+۸}{۲}(t-\circ)\Rightarrow t=۲s$$

**۱۴۶** **۴** ۳ ۲ ۱ دو متحرک زمانی به‌هم می‌رسند که مکان آن‌ها یکسان شود. اگر $\Delta x$ جابه‌جایی باشد، داریم:

$$x_A=x_B\Rightarrow x_{\circ A}+\Delta x_A=x_{\circ B}+\Delta x_B$$

در ابتدا فرض می‌کنیم دو متحرک تا $t=۲s$ به‌هم برسند:

(می‌دانیم مساحت محصور بین نمودار $v-t$ و محور زمان برابر جابه‌جایی است.)

$$\begin{cases}\Delta x_B=\frac{۶t\times t}{۲}=۳t^۲\\ \Delta x_A=\frac{۴t\times t}{۲}=۲t^۲\end{cases}\Rightarrow \Delta x_A+x_{\circ A}=\Delta x_B+x_{\circ B}\Rightarrow ۲t^۲+۲{,}۵=۳t^۲-۳\Rightarrow t=\sqrt{۵{,}۵}s$$

پس قبل از $t=۲s$ به‌هم نمی‌رسند.

حال فرض می‌کنیم دو متحرک بعد از $t=۲s$ به‌هم برسند:

$$\begin{cases}\Delta x_B=\frac{۱۲\times۲}{۲}+(t-۲)\times۱۲=۱۲t-۱۲\\ \Delta x_A=\frac{۴t\times t}{۲}=۲t^۲\end{cases}$$

$$\Rightarrow x_A=x_B\Rightarrow ۲t^۲+۲{,}۵=(۱۲t-۱۲)-۳\Rightarrow ۲t^۲-۱۲t+۱۷{,}۵=\circ\Rightarrow t=\frac{+۱۲\pm\sqrt{(-۱۲)^۲-۴\times۱۷{,}۵\times۲}}{۲\times۲}\Rightarrow t=\frac{۱۲\pm۲}{۴}=۲{,}۵s\ ,\ ۳{,}۵s$$

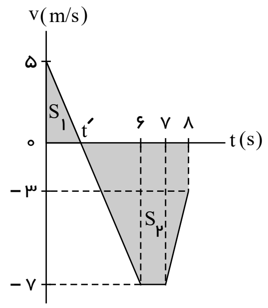
می‌توانستیم با بررسی گزینه‌های و محاسبهٔ جابه‌جایی متحرک تا آن لحظات و جایگذاری در رابطهٔ $\Delta x_A + x_{\circ A} = \Delta x_B + x_{\circ B}$، باز هم به پاسخ صحیح برسیم.

**۱۴۷** ۴ ۳ ۲ **۱** برای محاسبهٔ تندی متوسط، ابتدا نمودار سرعت - زمان را رسم نموده و سپس به کمک آن، مسافت پیموده شده را محاسبه می‌کنیم. داریم:

$$\circ \le ۶s \Rightarrow v_۶ = a_۱ t_۱ + v_\circ = -۲ \times ۶ + ۵ \Rightarrow v_۶ = -۷\frac{m}{s}$$

$$۶s \le t < ۷s \Rightarrow a_۲ = \circ \Rightarrow v_۷ = v_۶ = -۷\frac{m}{s}$$

$$۷s \le t < ۸s \Rightarrow v_۸ = a_۳ t_۳ + v_۷ = ۴ \times ۱ - ۷ \Rightarrow v_۸ = -۳\frac{m}{s}$$




در لحظهٔ $t'$ علامت سرعت عوض می‌شود، در نتیجه متحرک تغییر جهت می‌دهد. با استفاده از تشابه مثلث‌ها، لحظهٔ $t'$ را می‌یابیم. داریم:

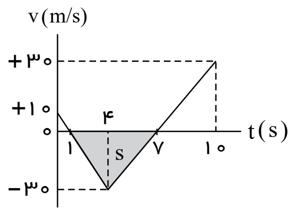
$$\frac{۵}{t'} = \frac{۷}{۶ - t'} \Rightarrow t' = ۲/۵s$$

مسافت طی‌شده توسط متحرک برابر با مجموع اندازهٔ جابه‌جایی‌های متحرک در بازه‌های صفر تا $۲/۵s$ و $۲/۵s$ تا $۸s$ است. داریم:

$$\ell = |\Delta x_۱| + |\Delta x_۲| = \frac{۵ \times ۲/۵}{۲} + [\frac{(۴/۵ + ۱) \times ۷}{۲} + \frac{(۷ + ۳) \times ۱}{۲}] \Rightarrow \ell = ۶/۲۵ + ۱۹/۲۵ + ۵ = ۳۰/۵m$$

$$s_{av} = \frac{\ell}{\Delta t} = \frac{۳۰/۵}{۸} = \frac{۶۱}{۱۶}\frac{m}{s}$$

**۱۴۸** ۴ **۳** ۲ ۱ ابتدا از روی نمودار شتاب - زمان داده شده، نمودار سرعت - زمان متحرک را رسم می‌کنیم:




مساحت محصور بین نمودار شتاب - زمان و محور زمان در این بازهٔ زمانی برابر با تغییرات سرعت متحرک است.

$$t_۱ = ۴s \text{ در بازهٔ زمانی صفر تا } : \Delta v = -۱۰ \times ۴ = -۴۰\frac{m}{s}$$

$$t_۱ = ۴s \text{ سرعت در لحظهٔ } : v_۱ = v_\circ + \Delta v \xrightarrow[\Delta v = -۴۰\frac{m}{s}]{v_\circ = ۱۰\frac{m}{s}} v_۱ = ۱۰ - ۴۰ = -۳۰\frac{m}{s}$$

$$t_۲ = ۱۰s \text{ تا} t_۱ = ۴s \text{ در بازهٔ زمانی } :: \Delta v' = ۱۰ \times (۱۰ - ۴) = ۶۰\frac{m}{s}$$

$$t_۲ = ۱۰s \text{ سرعت در لحظهٔ } : v_۲ = v_۱ + \Delta v' \xrightarrow{v_۱ = -۳۰\frac{m}{s}, \Delta v' = ۶۰\frac{m}{s}} v_۲ = -۳۰ + ۶۰ = ۳۰\frac{m}{s}$$

سپس به کمک تشابه مثلث، نقاط برخورد نمودار سرعت - زمان متحرک با محور زمان را پیدا می‌کنیم. دربازهٔ زمانی $t' = ۱s$ تا $t'' = ۷s$، نمودار زمانی متحرک در خلاف جهت محور $x$ حرکت می‌کند.

می‌دانیم مساحت سطح محصور بین نمودار سرعت - زمان و محور زمان برابر با جابه‌جایی متحرک در آن بازهٔ زمانی است. بنابراین ابتدا جابه‌جایی متحرک در بازهٔ زمانی $t' = ۱s$ تا $t'' = ۷s$ را به‌دست می‌آوریم و سپس از طریق رابطهٔ زیر، سرعت متوسط متحرک را در این بازهٔ زمانی پیدا می‌کنیم:

$$|v_{av}| = \frac{|\Delta x|}{\Delta t} = \frac{\frac{(۷ - ۱) \times ۳۰}{۲}}{۶} = ۱۵\frac{m}{s}$$

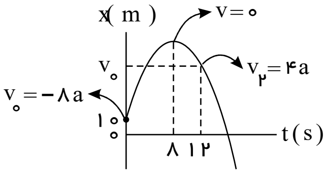
**۱۴۹** ۴ ۳ **۲** ۱ در حرکت با شتاب ثابت یا نوع حرکت متحرک پیوسته تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب با یکدیگر هم‌جهت هستند و یا متحرک از حال سکون شروع به حرکت کرده است. یا نوع حرکت ابتدا کندشونده و سپس تندشونده است که در این صورت بردار سرعت اولیه و شتاب خلاف جهت همدیگر هستند. از آن‌جا که در ۱۲ ثانیهٔ ابتدای حرکت، ۴ ثانیه نوع حرکت متحرک تندشونده است، بنابراین ۸ ثانیهٔ ابتدای حرکت نوع حرکت متحرک کندشونده است و در لحظهٔ $t = ۸s$ جهت حرکت متحرک عوض می‌شود.

بنابراین نمودار مکان - زمان متحرک مطابق شکل زیر است.

بنابراین سرعت متحرک در لحظه‌های $t = \circ$ و $t = ۱۲s$ برابر است با:

$$v = at + v_\circ \xrightarrow{t = ۸s} v = \circ \Rightarrow v_\circ = -۸a$$

$$v = at + v_\circ \xrightarrow[t=12s]{v_\circ = -8a} v_{(t=12s)} = 12a - 8a = 4a$$




اکنون با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 12s\,,\, v_1 = v_\circ = -8a\,,\, v_2 = v_{t=12s} = 4a]{\Delta x = 70 - 10 = 60m} \frac{-8a + 4a}{2} = \frac{60}{12} \Rightarrow a = \frac{-5}{2}\frac{m}{s^2}$$

$$v = at + v_\circ \xrightarrow{t = 10s\,,\, v_\circ = -8a} v = 10a - 8a = 2a \xrightarrow{a = -\frac{5}{2}\frac{m}{s^2}} v = -5\frac{m}{s} \Rightarrow |v| = 5\frac{m}{s}$$

۱۵۰ ۴ **۳** ۲ ۱ ۲ ثانیهٔ سوم حرکت یعنی بازهٔ زمانی $t_1 = 4s$ تا $t_2 = 6s$.

ابتدا با استفاده از معادلهٔ سرعت – زمان، سرعت متحرک را در لحظات $t_1 = 4s$ و $t_2 = 6s$ به‌دست می‌آوریم:

$$t_1 = 4s \Rightarrow v_1 = -2 \times 4 + 4 = -4\frac{m}{s}$$
$$t_2 = 6s \Rightarrow v_2 = -2 \times 4 + 4 = -8\frac{m}{s}$$

اکنون با استفاده از رابطهٔ مستقل از شتاب در حرکت با شتاب ثابت، داریم:

$$\frac{v_1 + v_2}{2} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \xrightarrow[\Delta t = 2s]{v_1 = -4\frac{m}{s}\,,\, v_2 = -8\frac{m}{s}} \Delta x = -12m \Rightarrow |\Delta x| = 12m$$

# پاسخ‌نامه کلیدی

| | |
|---|---|
| ۱ | ۱ |
| ۲ | ۲ |
| ۳ | ۳ |
| ۴ | ۳ |
| ۵ | ۳ |
| ۶ | ۴ |
| ۷ | ۲ |
| ۸ | ۲ |
| ۹ | ۳ |
| ۱۰ | ۲ |
| ۱۱ | ۲ |
| ۱۲ | ۲ |
| ۱۳ | ۴ |
| ۱۴ | ۱ |
| ۱۵ | ۳ |
| ۱۶ | ۱ |
| ۱۷ | ۲ |
| ۱۸ | ۲ |
| ۱۹ | ۳ |
| ۲۰ | ۳ |
| ۲۱ | ۲ |
| ۲۲ | ۴ |
| ۲۳ | ۳ |
| ۲۴ | ۱ |
| ۲۵ | ۱ |
| ۲۶ | ۳ |
| ۲۷ | ۲ |
| ۲۸ | ۲ |
| ۲۹ | ۴ |
| ۳۰ | ۲ |
| ۳۱ | ۴ |
| ۳۲ | ۱ |
| ۳۳ | ۲ |
| ۳۴ | ۱ |
| ۳۵ | ۲ |
| ۳۶ | ۳ |
| ۳۷ | ۴ |
| ۳۸ | ۱ |
| ۳۹ | ۲ |
| ۴۰ | ۲ |
| ۴۱ | ۲ |
| ۴۲ | ۲ |
| ۴۳ | ۲ |
| ۴۴ | ۱ |
| ۴۵ | ۳ |
| ۴۶ | ۴ |
| ۴۷ | ۳ |
| ۴۸ | ۴ |
| ۴۹ | ۲ |
| ۵۰ | ۱ |
| ۵۱ | ۴ |
| ۵۲ | ۴ |
| ۵۳ | ۱ |
| ۵۴ | ۴ |
| ۵۵ | ۳ |
| ۵۶ | ۳ |
| ۵۷ | ۱ |
| ۵۸ | ۴ |
| ۵۹ | ۳ |
| ۶۰ | ۳ |
| ۶۱ | ۱ |
| ۶۲ | ۳ |
| ۶۳ | ۳ |
| ۶۴ | ۲ |
| ۶۵ | ۴ |
| ۶۶ | ۳ |
| ۶۷ | ۳ |
| ۶۸ | ۲ |
| ۶۹ | ۱ |
| ۷۰ | ۱ |
| ۷۱ | ۴ |
| ۷۲ | ۴ |
| ۷۳ | ۲ |
| ۷۴ | ۳ |
| ۷۵ | ۲ |
| ۷۶ | ۳ |
| ۷۷ | ۳ |
| ۷۸ | ۴ |
| ۷۹ | ۱ |
| ۸۰ | ۲ |
| ۸۱ | ۴ |
| ۸۲ | ۳ |
| ۸۳ | ۴ |
| ۸۴ | ۱ |
| ۸۵ | ۴ |
| ۸۶ | ۱ |
| ۸۷ | ۲ |
| ۸۸ | ۲ |
| ۸۹ | ۱ |
| ۹۰ | ۳ |
| ۹۱ | ۲ |
| ۹۲ | ۲ |
| ۹۳ | ۱ |
| ۹۴ | ۱ |
| ۹۵ | ۳ |
| ۹۶ | ۴ |
| ۹۷ | ۳ |
| ۹۸ | ۳ |
| ۹۹ | ۲ |
| ۱۰۰ | ۳ |
| ۱۰۱ | ۴ |
| ۱۰۲ | ۴ |
| ۱۰۳ | ۲ |
| ۱۰۴ | ۴ |
| ۱۰۵ | ۳ |
| ۱۰۶ | ۴ |
| ۱۰۷ | ۲ |
| ۱۰۸ | ۲ |
| ۱۰۹ | ۲ |
| ۱۱۰ | ۲ |
| ۱۱۱ | ۴ |
| ۱۱۲ | ۳ |
| ۱۱۳ | ۱ |
| ۱۱۴ | ۴ |
| ۱۱۵ | ۴ |
| ۱۱۶ | ۲ |
| ۱۱۷ | ۱ |
| ۱۱۸ | ۲ |
| ۱۱۹ | ۱ |
| ۱۲۰ | ۳ |
| ۱۲۱ | ۲ |
| ۱۲۲ | ۲ |
| ۱۲۳ | ۴ |
| ۱۲۴ | ۱ |
| ۱۲۵ | ۳ |
| ۱۲۶ | ۴ |
| ۱۲۷ | ۳ |
| ۱۲۸ | ۲ |
| ۱۲۹ | ۳ |
| ۱۳۰ | ۴ |
| ۱۳۱ | ۱ |
| ۱۳۲ | ۴ |
| ۱۳۳ | ۱ |
| ۱۳۴ | ۴ |
| ۱۳۵ | ۲ |
| ۱۳۶ | ۲ |
| ۱۳۷ | ۲ |
| ۱۳۸ | ۱ |
| ۱۳۹ | ۲ |
| ۱۴۰ | ۲ |
| ۱۴۱ | ۱ |
| ۱۴۲ | ۴ |
| ۱۴۳ | ۳ |
| ۱۴۴ | ۱ |
| ۱۴۵ | ۲ |
| ۱۴۶ | ۴ |
| ۱۴۷ | ۱ |
| ۱۴۸ | ۳ |
| ۱۴۹ | ۲ |
| ۱۵۰ | ۳ |