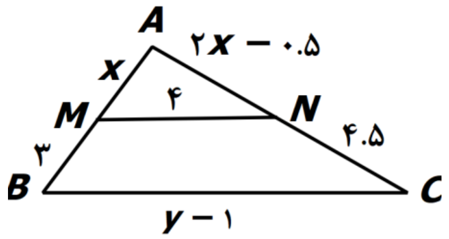
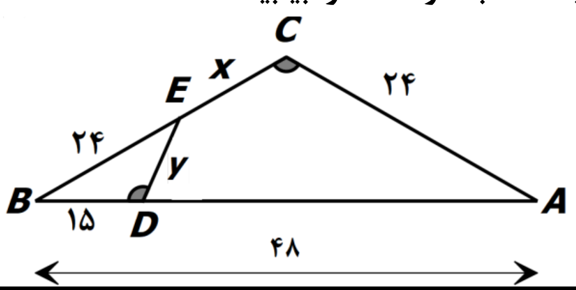
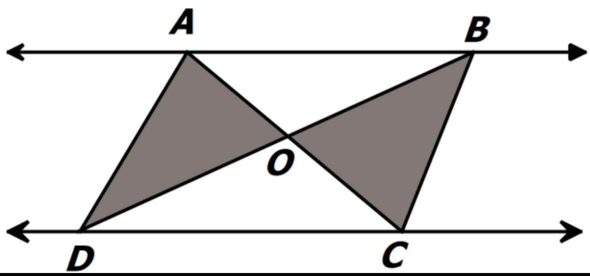
سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۴** تعداد سوال: **۳۱**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

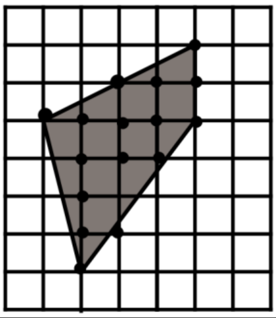
پیامبر اعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

۱	مفاهیم زیر را تعریف کنید. الف) استدلال استنتاجی ب) مربع پ) دو خط متنافر ت) سطح مقطع ث)نقاط مرزی و درونی
۲	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید. الف) در هر مثلث، اندازه بزرگ ترین زاویه، از چهار برابر اندازه کوچک ترین زاویه، کوچک تر است. ب) اگر نسبت مساحت ها در یک پنج ضلعی $\frac{۱۶}{۲۵}$ باشد در این صورت نسبت محیط های آن $\frac{۴}{۵}$ است. پ) یک میانه در هر مثلث، آن را به دو مثلث با مساحت های برابر تقسیم می کند. ت) هر چهار ضلعی که قطر های آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است. ث) هر زاویهٔ خارجی مثلث از هر زاویهٔ داخلی غیرمجاورش بزرگ تر است. ج) در یک مثلث، دو ضلع با هم برابرند؛ اگر و تنها اگر ارتفا عهای نظیر آنها با هم برابر باشند. چ) هر دو مثلث که مساحت های برابر داشته باشند، هم نهشت اند.
۳	جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید. الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد از دو سر آن پاره خط .... ب) طول پاره خطی که واسطه ی هندسی بین دو پاره خط به طول ۴ و ۹ سانتی متر برابر.......است. پ) در هر n ضلعی هر پاره خط که دو انتها آن دو راس غیر مجاور باشد را ....می نامند. ت) اگر در مثلثی اندازه میانه وارد بر یک ضلع، نصف اندازه آن ضلع باشد، آن مثلث ....است. ث) دو صفحه بر هم عمودند هر گاه .... ر) هر چهار ضلعی که قطرهایش باهم برابر و منصف هم باشد، .... است. ج) خط راستی که اشتراک دو صفحه متقاطع باشد را .... می نامیم. چ) مجموعه همه ی نقاطی از صفحه که از خط d به فاصله ۲ سانتی متر قرار دارند، .... ح) دو صفحه در فضا نسبت به هم.........یا............ هستند. خ) در برخی گزاره ها به جای اینکه درباره چیزی خبری قطعی داده شود، خبری که اعلام با یک شرط بیان می شود، چنین گزاره هایی .... می گویند. ل) به مثالی که نشان می دهد یک حکم کلی نادرست است .... گفته می شود. ن) اگر درستی یا نادرستی یک حکم کلی را نتوانیم اثبات کنیم و برای رد آن .... نیز نتوانیم بیابیم، می توان درباره درستی یا نادرستی آن حکم کلی نتیجه ای گرفت.
۴	۱) دو ضلع یک زاویه را در نظر بگیرید. الف) نقطه ای بیابید که فاصله آن از هر ضلع زاویه موردنظر ۲ واحد باشد. ب) با استفاده از نقطه ای که در قسمت (الف) یافته اید، نیمساز زاویه را رسم کنید. ۲) وضعیت عمودمنصف وتر AB و مرکز دایره نسبت به هم چگونه اند؟ چرا؟

۵	ثابت کنید در هر مثلث عمود منصف اضلاع همرسند.
۶	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ مقدار x و y را به دست آورید. 
۷	هرگاه اندازه های دو ضلع از مثلثی با اندازه های دو ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند و زاویهٔ بین آنها، هم اندازه باشند، دو مثلث متشابه اند.
۸	در شکل زیر $\hat{C} = B\hat{D}E$ مقادیر x و y را بیابید. نسبت تشابه دو مثلث را بیابید. 
۹	عکس قضیه تالس را بیان و اثبات کنید.
۱۰	قضیه: ثابت کنید هر چهار ضلعی که قطرهای آن منصف یکدیگر باشند، متواز ی الاضلاع است..
۱۱	در متوازی الاضلاع ABCD ، M و N به ترتیب وسط های اضلاع AD وBC می باشند. چرا خط های MN وDN موازی اند؟ به کمک آن ثابت کنید $AP = PQ = QC$.
۱۲	در شکل زیر خطوط AB و DC با هم موازیند. ثابت کنید مساحت دو مثلث OAD و OBC با هم برابرند. 
۱۳	الف) اگر دو قطر یک چهار ضلعی هم اندازه باشند، آیا می توان نتیجه گرفت آن چهار ضلعی مستطیل است؟ ب) عکس قضیه فیثاغورس را بیان کنید. پ) فاصله ی نقطه همرسی میانه ها تا وسط هر ضلع و هم چنین تا هر راس چقدر است؟ ت) چه رابطه ای بین تعداد پاره خط و مجموع تعداد قطرها و ضلع ها در n ضلعی وجود دارد؟ ث) قضیه اساسی تشابه را فقط بیان کنید. ج) عکس قضیه زیر را بنویسید و سپس آن را به صورت یک قضیه دوشرطی بنویسید. اگر یک چهارضلعی لوزی باشد، قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند. چ) اگر $\frac{۲}{۹} = \frac{z}{۷} = \frac{y}{۵} = \frac{x}{۳}$ ، آنگاه $x + y + z$ حاصل را بیابید.

خ) دو مثلث در چه صورتی متشابه اند؟ ۱) .... ۲) ....

۱۴ مساحت چند ضلعی زیر را بیابید.

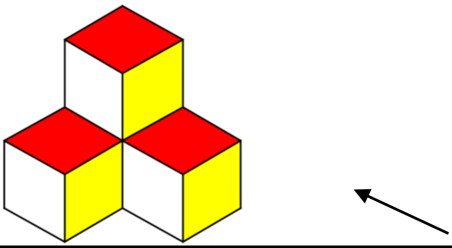


۱۵ قضیه: اگر در مثلثی دو ضلع نابرابر باشند، زاویه روبه رو به ضلع بزرگ تر، بزرگ تر است از زاویه روبه رو به ضلع کوچک تر.

۱۶ الف) دو استوانه را روی هم قرار داده ایم. اگر صفحه ای به شکل عمودی با هر دو این استوانه ها برخورد کند، سطح مقطع حاصل به چه شکل خواهد بود؟

ب) دو صفحه در فضا نسبت به هم چگونه اند؟

۱۷ در شکل زیر نمای بالا، روبه رو را رسم کنید.



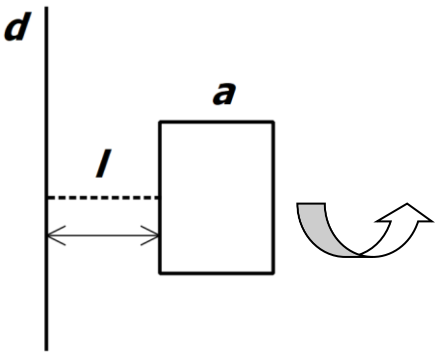
۱۸ الف) اگر صفحه ای به شکل عمودی مخروط ناقص را قطع کند، سطح مقطع حاصل چیست؟

ب) سطح مقطع یک مخروط قائم در برخورد با صفحه ی مایل به چه شکلی است؟

پ)دایره ای به شعاع r را حول یکی از قطرهای آن دوران داده ایم. شکل حاصل چیست؟

ت) دوران یک ذوزنقه قائم الزاویه حول ضلع عمود بر قاعده ها چه شکلی خواهد بود؟

۱۹ الف) مربعی به ضلع a را حول محور d دوران داده ایم. شکل حاصل را توصیف کنید.

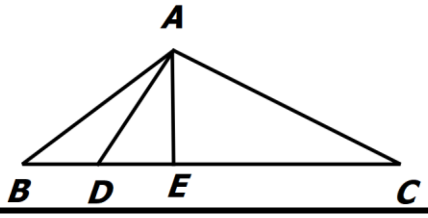


ب) سطح مقطع حاصل از برخورد یک صفحه با یک کره در چه صورتی این سطح مقطع بیشترین مساحت را خواهد داشت؟

۲۰ نقیض گزاره " یک چهارضلعی وجود دارد که مجموع زوایای داخلی آن ۳۶۰ درجه نیست." را بنویسید.

۲۱ با استدلال استنتاجی ثابت کنید سه ارتفاع هر مثلث همرس اند.

۲۲ متوازی الاضلاعی رسم کنید که طول قطرهای آن ۴ و ۷ باشد.

۲۳	اگر در مثلثی دو زاویه نابرابر باشند، ضلع مقابل به زاویه بزرگ تر، بزرگ تر است از ضلع روبه رو به زاویه کوچک تر.
۲۴	ث) مساحت مثلث ACE سه برابر مساحت مثلث ADE و دو برابر مساحت مثلث ABD است. نسبت های $\frac{DE}{BD}$ و $\frac{BC}{DE}$ را به دست آورید. 
۲۵	با رسم سه میانه مثلث نشان دهید، سه میانه مثلث آن را به شش مثلث هم مساحت تقسیم می کنند.
۲۶	صفحه P و نقطه O روی آن را در نظر بگیرید. خط d را طوری رسم می کنیم که از نقطه O بگذرد. کدام گزینه در مورد وضعیت خط d و صفحه P صحیح است؟ الف) خط d بر صفحه P واقع است. ب) خط d و صفحه P متقاطع اند. پ) خط d وصفحه P موازی اند.
۲۷	اگر دو صفحه متمایز P', P در نقطه A مشترک باشند، آن دو صفحه نسبت به هم چه وضعی دارند؟ الف) P', P متقاطع اند. ب) P', P موازی اند. پ) P', P منطبق اند.
۲۸	دو صفحه متمایز P', P و خط d را که در هر دو صفحه فوق قرار دارد، در نظر بگیرید دو صفحه P', P نسبت به هم چه وضعی دارند؟ الف) منطبق اند ب) متقاطع اند پ) موازی اند
۲۹	دو خط d, d' با هم موازی اند. اگر صفحه P و خط d با هم موازی باشند، کدام گزینه درست است؟ الف) خط d' و صفحه P موازی اند. پ) خط d' بر صفحه P عمود است. ب) خط d' و صفحه P متقاطع اند. ت) الف و پ صحیح است.
۳۰	خط d صفحه P را قطع نمی کند. گزینه صحیح کدام است؟ الف) خط d بر صفحه P عمود است. ب) خط d بر صفحه P واقع است. پ) خط d وصفحه P موازی اند. ت) ب و پ صحیح است.
۳۱	عبارت های زیر را کامل کنید. الف) اگر دو صفحه متمایز P', P در نقطه A مشترک باشند نسبت به هم .... یا .... هستند. ب) خط d و صفحه P موازی هستند هرگاه .... ج) از نقطه O خارج صفحه P .... خط موازی با صفحه P می توان رسم کرد. د) از نقطه O خارج خط d ....صفحه موازی با صفحه P می توان رسم کرد.

سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۳** تعداد سوال: **۲۰**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

پیامبر اعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

۱ مفاهیم زیر را به صورت دقیق تعریف کنید.

الف) گزاره ب) لوزی پ) استدلال استقرایی ت) دو صفحه موازی ث) عمود بودن خط بر صفحه

۲ درستی یا نادرستی هرکدام عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) عکس یک قضیه ممکن است درست یا نادرست باشد.

ب) در دو مثلث متشابه اگر نسبت ارتفاع ها $\frac{۹}{۴۹}$ باشد، نسبت میانه ها $\frac{۳}{۷}$ است.

پ) در هر ذوزنقهٔ متساو ی الساقین، قطرها اندازه های مساوی دارند و بر عکس.

ت) هر چهارضلعی که دو ضلع مقابل آن هم اندازه و موازی باشند، متواز ی الاضلاع است.

ث) اگر در متوازی الاضلاع یک زاویه قائمه باشد، مربع است.

ج) هر دو ضلع چندضلعی را که در یک انتها مشترک اند، دو ضلع مجاور و نقطه مشترک آن دو را رأس می نامند.

۳ جاهای خالی را با اعداد و عبارات مناسب پر کنید.

الف)اگر نقطه ای به فاصله ی یکسان از دو ضلع یک زاویه باشد آن گاه ....قرار دارد.

ب) در هر مثلث نسبت اندازه های هر دو ضلع با عکس نسبت ....وارد بر آن ها برابر است.

پ) در هر مثلث قائم الزاویه ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه .... وتر است.

ت) در هر لوزی قطرها روی .... زاویه قرار دارند.

ث) در هر چهارضلعی که قطرها بر هم عمود باشند، مساحت برابر است با ....

چ) متوازی الاضلاعی که قطرهای آن بر هم عمود باشند، .... است.

ح) اگر دو صفحه در یک خط راست مشترک باشند، نسبت به هم .... هستند.

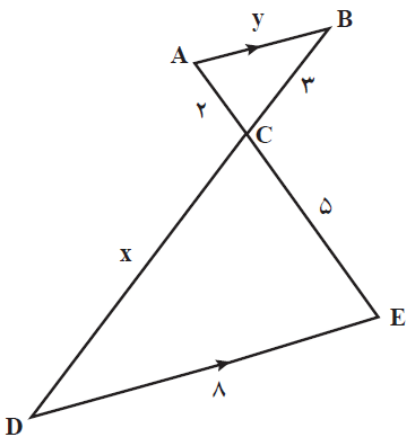
خ) در چهارضلعی هر دو ضلع .... را دو ضلع مقابل می نامند.

۴ کوتاه پاسخ دهید.

الف) نقیض گزاره " هر لوزی یک مربع است." را بیان کنید.

ب) در کدام n ضلعی تعداد قطرها و ضلع ها برابر است؟

پ) در دو مثلث متشابه مقابل مقدار x و y را بیابید.

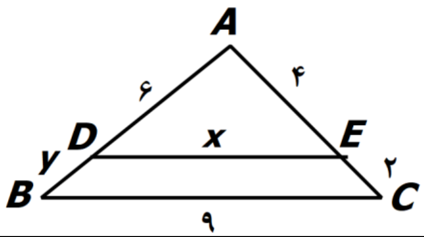


ت) نسبت مساحت های دو مثلث متشابه، $\frac{۴}{۹}$ است. اگر محیط یکی از آن ها ۱۲ واحد باشد، محیط مثلث دیگر چند واحد است؟

۵ مراحل رسم خط عمود بر یک خط از نقطه ای روی آن را توضیح دهید.

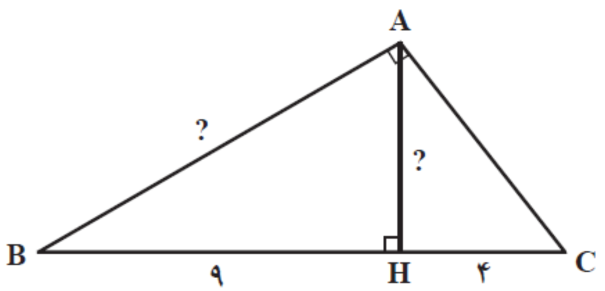
۶ به کمک برهان خلف نشان دهید از یک نقطه غیر واقع بر یک خط نمی توان بیش از یک خط عمود رسم کرد.

۷ در شکل زیر $DE \parallel BC$ مقادیر x و y را بیابید.



۸ به کمک روابط طولی در مثلث قائم الزاویه با توجه به مفروضات داده شده، مقادیر مجهول را بیابید.

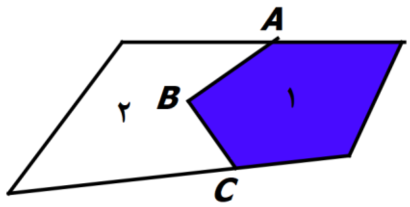
$BH = ۹, CH = ۴, AH = ? \ , AB = ? \ \ , AC = ?$



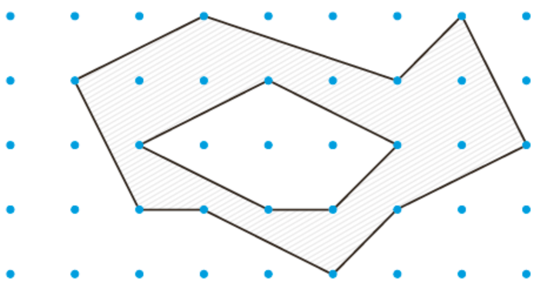
۹ قضیه: ثابت کنید در هر متوازی الاضلاع، هر دو زاویه مجاور مکمل اند.

۱۰ قضیه: ثابت کنید در هر ذوزنقه متساوی الساقین زاویه های مجاور به یک قاعده برابر هستند.

۱۱ الف) دو کشاورز می خواهند مرز مشترک ABC بین دو زمین خود را به یک پاره خط مستقیم تبدیل کنند به طوری که مساحت های زمین های آن تغییر نکند. چگونه شما می توانید این کار را برای آن ها انجام دهید؟

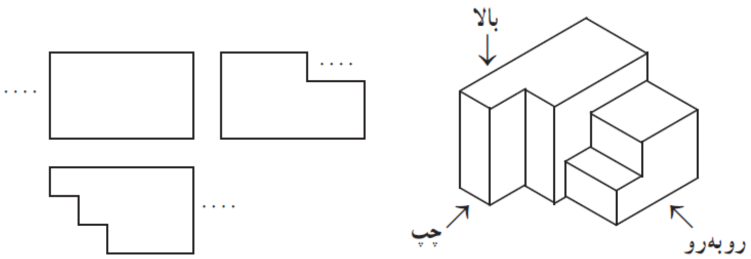
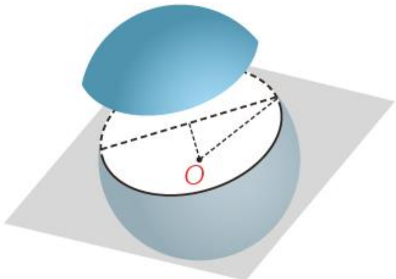
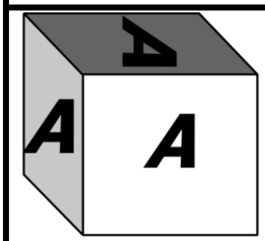


۱۲ با استفاده از قضیه پیک مساحت قسمت سایه زده شده را بیابید. (نوشتن فرمول الزامی است.)



۱۳ هرگاه اندازه های سه ضلع از مثلثی با اندازه های سه ضلع از مثلث دیگر متناسب باشند، دو مثلث متشابه اند.

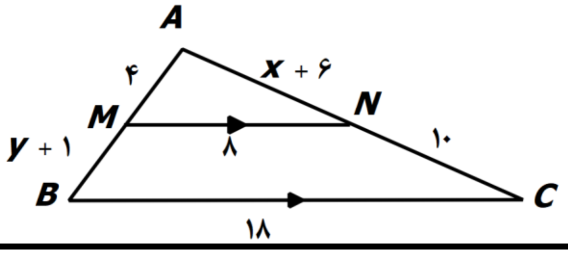
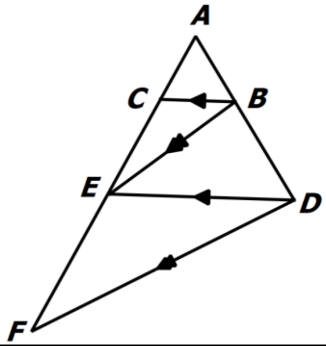
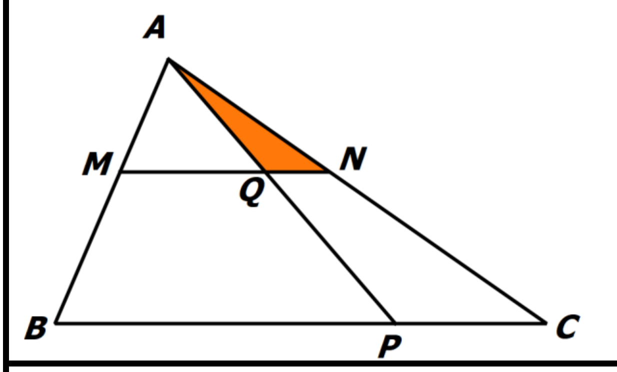
۱۴ سه نمای بالا روبه رو و چپ شکل زیر رسم شده است. مشخص کنید هر تصویر مربوط به کدام نما است؟

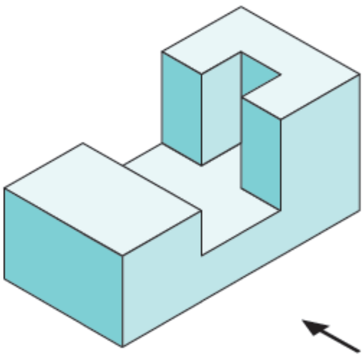
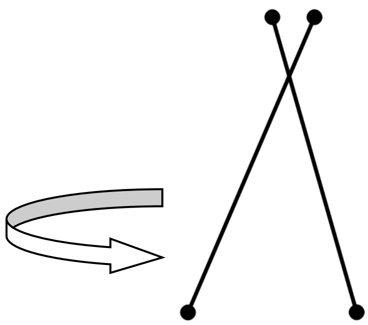
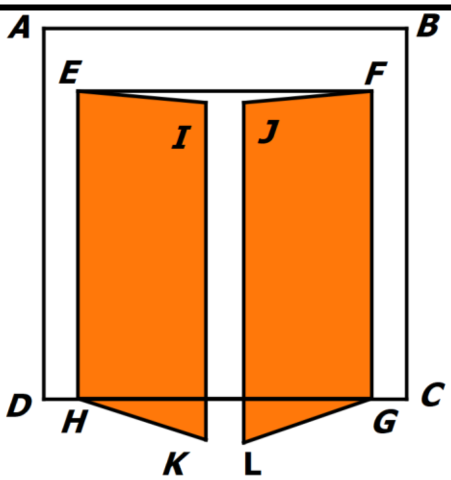
 	
الف) دو کره به شعاع های r و r' همدیگر را قطع کرده اند. نقاط مشترک واقع بر روی هر دو کره روی چه شکلی قرار دارند؟ اگر همه این نقاط را به مرکز یکی از دو کره وصل کنیم، چه شکلی به دست می آید؟ ب) صفحه P کره ای به مرکز O و شعاع ۵ سانتی متری را قطع کرده است. اگر فاصله ی نقطه O از صفحه ۳ سانتی متر باشد، مساحت این سطح مقطع چقدر است؟  	۱۵
در مورد خط و صفحه در فضا درستی یا نادرستی جملات را مشخص نمایید . الف) از سه نقطه که روی یک خط راست نباشند، یک و تنها یک صفحه می گذرد. ب) اگر خطی با یکی از خطوط صفحه ای موازی باشد، با آن صفحه موازی است. ج) از دو خط متقاطع دو صفحه می گذرد . د) در فضا دو خط عمود بر یک خط حتما موازی اند .	۱۶
الف) روی تمام وجه های مکعب ها حرف A نوشته شده است. ۱۰ تا از این مکعب ها را به شکل ستونی روی می چینیم. چند حرف A دیده می شود؟  ب) لااقل چند نقطه وجود دارد که در یک صفحه نیستند؟ پ) اگر ربع یک دایره را حول شعاع مشخص شده دوران دهیم، شکل حاصل چه خواهد بود؟	۱۷
نشان دهید در کایت یک قطر عمودمنصف قطر دیگر است.	۱۸
نشان دهید در هر مثلث متساوی الساقین ABC مجموع فواصل هر نقطه روی قاعده BC از دو سر ساق برابر ارتفاع مثلث است.	۱۹
اگر در یک مثلث متساوی الاضلاع فاصله های نقطه M درون مثلث از سه ضلع، برابر ۳ و ۳ و ۴ باشند. اندازه ضلع مثلث و مساحت مثلث را محاسبه کنید.	۲۰

سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۵** تعداد سوال: **۳۰**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

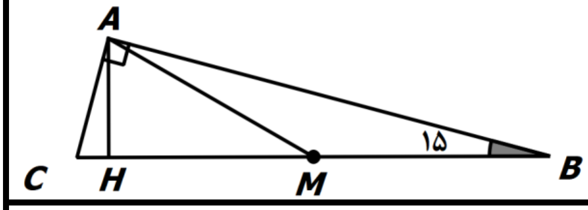
پیامبر اعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

۱	**مفاهیم زیر را تعریف کنید.** **الف) نقاط شبکه ای ب) مستطیل پ) n ضلعی ت) برهان خلف ث) ذوزنقه ج) قضیه د) عکس قضیه**
۲	**درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید.** **الف) اگر وسط های سه ضلع هر مثلث را به هم متصل کنیم، چهار مثلث هم نهشت و در نتیجه با مساحتهای برابر پدید می آید.** **ب) در هر مثلث، هر ارتفاع از هرکدام از سه ضلع مثلث کوچک تر است.** **پ) اگر خطی بر دو خط متقاطع از صفحه ای، در محل تقاطع عمود باشد، بر آن صفحه عمود است.** **ت) هر چهار ضلعی که قطر های آن عمود منصف یکدیگر باشند، لوزی است.** **ث) در هر مثلث قائم الزاویه، ارتفاع وارد بر وتر، آن را به دو مثلث قائم الزاویه تفکیک می کند که هر دو با هم و با مثلث اصلی متشابه اند.** **ج) اگر دو ارتفاع از یک مثلث با هم برابر باشند، آنگاه اضلاع نظیر به آن ارتفاع ها نیز با هم برابرند.** **ح) در تفکر تجسمی از عبارات و جملات و شیو ه های زبانی برای تفکر استفاده می شود.**
۳	**جاهای خالی را با کلمات و عبارات مناسب پر کنید.** **الف) اگر نقطه ای روی عمود منصف یک پاره خط قرار داشته باشد از دو سر آن پاره خط ....** **ب) هرگاه با درنظر گرفتن خط شامل هر ضلع آن، بقیهٔ نقاط چندضلعی در یک طرف آن خط واقع شوند، چندضلعی .... است.** **پ) در دو مثلث متشابه نسبت بین دو ارتفاع متناظر $\frac{1}{4}$ برابراست. اگر مساحت مثلث کوچک تر ۵ باشد، مساحت مثلث بزرگ تر .... است.** **ت) در هر متوازی الاضلاع قطرها ....** **ث) طول های اضلاع یک مثلث ۱۰ و ۱۱ و ۱۵ سانتی متر است و طول بلندترین ضلع مثلثی متشابه آن، ۱۰ سانتی متر است. نسبت تشابه .... و محیط مثلث دوم .... است.** **ج) خط و صفحه .... نقطهٔ اشتراک داشته باشند خط بر صفحه واقع است.** **چ) دو پاره خط برهم عمودند و یکی را حول دیگری دوران داده ایم. .... ساخته می شود.** **ح) اگر یک مستطیل را حول طول یا عرض آن دوران دهیم، .... ساخته می شود.** **خ) از یک نقطه ی غیرواقع بر یک صفحه، .... خط موازی با آن صفحه می توان رسم کرد.** **ل) اگر دو قطر یک متوازی الاضلاع برابر باشند، .... است.**
۴	**توضیح دهید که چگونه می توان مثلثی به طول اضلاع ۴ و ۵ و ۶ واحد رسم کرد.**
۵	**الف) نقیض گزاره ی زیر را بنویسید. «مثلثی با دو زاویه قائمه وجود ندارد»** **ب) برای گزاره ی زیر یک مثال نقض بزنید.**

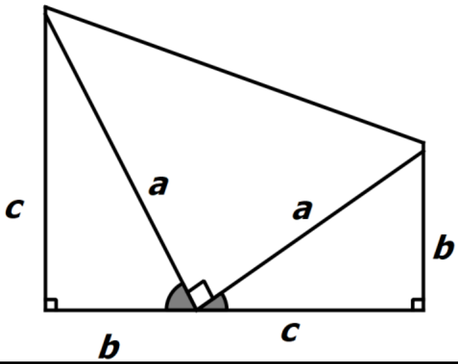
	به ازای هر عدد طبیعی n ، مقدار عبارت $n^{2}+n+41$ عددی اول است.
۶	در شکل مقابل $MN \parallel BC$ مقادیر x و y را به دست آورید. 
۷	با توجه به شکل زیر ثابت کنید AE واسطه هندسی بین AC و AF است. 
۸	هرگاه دو مثلث، متشابه باشند، آنگاه نسبت اندازه های میانه ها، نسبت تشابه است.
۹	قضیه: در هر مثلث قائم الزاویه اندازهٔ میانهٔ وارد بر وتر نصف اندازهٔ وتر است.
۱۰	قضیه: ثابت کنید اگر در یک چهار ضلعی، ضلع های مقابل دو به دو هم اندازه باشند، چهار ضلعی متوازی الضلاع است.
۱۱	الف) ثابت کنید اگر وسط های ضلع های هر چهار ضلعی را به طور متوالی به هم وصل کنیم، یک متوازی الاضلاع پدید می آید. ب) این چهار ضلعی باید چه ویژگی ای داشته باشد تا این متوازی الاضلاع مستطیل یا لوزی شود؟ پ) چه رابطه ای بین محیط متوازی الاضلاع پدید آمده با اندازه های قطر های چهار ضلعی اولیه وجود دارد؟
۱۲	در مثلث ABC ، خط MN موازی ضلع BC است و $\frac{AM}{MB}=\frac{1}{2}$. هم چنین $\frac{PC}{PB}=\frac{1}{3}$ است. S_{AQN} و S_{MQPB} چه کسری از مساحت مثلث ABC است؟ 
۱۳	از تقاطع نیمسازهای داخلی متوازی الاضلاع ABCD، چهارضلعی MNPQ پدید آمده است. ثابت کنید این چهارضلعی مستطیل است .
۱۴	مساحت یک چند ضلعی شبکه ای ۹ است.اگر تعداد نقاط مرزی آن ۳ برابر تعداد نقاط درونی اش

باشد،تعداد نقاط مرزی و درونی آن را بیابید.	
به سوالات زیر کوتاه پاسخ دهید. الف) در فضا از یک خط چند صفحه می گذرد؟ ب) اگر خطی بر یکی از دو صفحه موازی عمود باشد، نسبت به دیگری چه وضعیتی دارد؟ پ) از هر نقطه غیر واقع بر یک صفحه، چند خط می توان به آن صفحه عمود کرد؟ ت) دو خط موازی را در نظر بگیرید. اگر یکی از خطوط را حول دیگری دوران دهیم چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟	۱۵
الف) دو صفحه متقاطع P و *Q* بر صفحه *R* عمودند. فصل مشترک این دو صفحه نسبت به صفحه *R* چه وضعیتی دارد؟ ب) دو صفحه در فضا نسبت به هم چگونه اند؟	۱۶
در شکل زیر نمای بالا، روبه رو و سمت چپ را رسم کنید. 	۱۷
ثابت کنید در هر مثلث، مجموع اندازه های هر دو ضلع ازاندازه ضلع سوم بزرگتراست.	۱۸
الف) دو پاره خط متقاطع را مطابق شکل درنظر بگیرید. اگر یکی از پاره خط ها را حول دیگری دوران دهیم، چه جسم هندسی ای ساخته می شود؟  ب) اندازه ضلع یک لوزی ۱۰ و اختلاف طول قطرهای آن ۴ است مساحت لوزی را به دست آورید ؟	۱۹
در شکل زیر موارد خواسته شده را بیابید. الف) وضعیت خط JL و صفحه ی EIKH چگونه است؟ ب) وضعیت خطوط *EI* و FG پ) وضعیت خطوط FG وEF  	۲۰

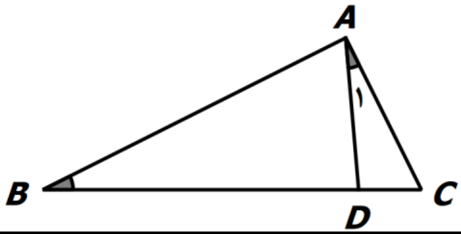
۲۱ در مثلث قائم الزاویهABC ، اندازه زاویه B برابر ۱۵ درجه است. با رسم میانه و ارتفاع وارد بر وتر نشان دهید اندازه ارتفاع وارد بر وتر $\frac{۱}{۴}$ اندازه وتر است.



۲۲ مساحت ذوزنقه مقابل را به دو طریق به دست آورید. از مساوی قرار دادن آنها چه نتیجه ای به دست می آید؟



۲۳ در شکل روبه رو $\hat{A}_{۱} = \hat{B}$ و $AC = ۴$ و $BD = ۶$ ، طول BC را به دست آورید.

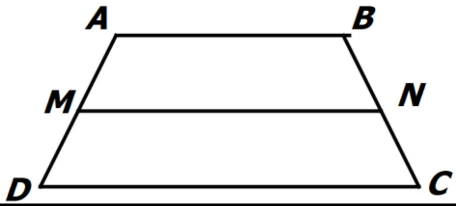


۲۴ ثابت کنید در هر مثلث قائم الزاویه ارتفاع وارد بر وتر واسطه هندسی بین دو قطعات ایجاد شده روی وتر است.

۲۵ با برهان خلف ثابت کنید خطی که یکی از دو خط موازی را قطع کند، دیگری را نیز قطع می کند.

۲۶ در ذوزنقه زیر ، ثابت کنید: (قضیه تالس در ذوزنقه)

$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$



۲۷ عکس قضیه فیثاغورس را بیان و ثابت کنید.

۲۸ اگر در یک چهارضلعی هر دو زاویهٔ مقابل هم اندازه باشند، چهارضلعی متواز ی الاضلاع است.

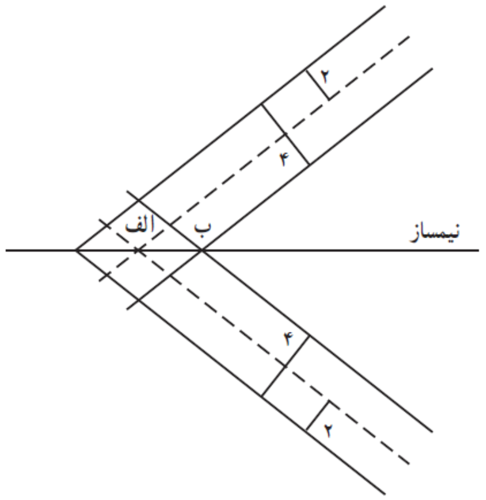
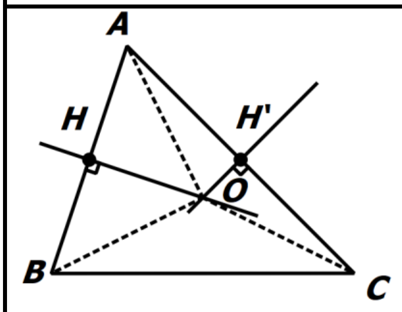
۲۹ هر چهارضلعی که هر دو زاویهٔ مجاور آن مکمل باشند، متواز ی الاضلاع است.

۳۰ ثابت کنید اگر نقطه ای از دوسر یک پاره خط به یک فاصله باشد روی عمود منصف قرار دارد.

باسمه تعالی

پاسخ سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۶** تعداد سوال: **۳۱**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

پیامبر اعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	**الف) استدلالی است که براساس نتیجه گیری منطقی بر پایه واقعیت هایی است که درستی آنها را پذیرفته ایم.** **ب) مربع چهارضلعی ای است که هر چهار ضلع آن هم اندازه و حداقل یک زاویهٔ آن قائمه باشد.** **پ) اگر هیچ صفحه ای وجود نداشته باشد که شامل هر دوی آنها باشد، آن دو خط را متنافر می نامیم.** **ت) شکلی که از برخورد یک صفحه با یک جسم هندسی حاصل می شود، سطح مقطع آن نامیده می شود.** **ث) نقاط شبکه ای روی رأس ها و ضلع های چندضلعی را نقاط مرزی و نقاط شبکه ای درون چند ضلعی ها را نقاط درونی شبکه ای برای چند ضلعی شبکه ای می نامند.**
۲	**الف) نادرست ب) درست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج) درست چ) نادرست**
۳	**الف) به یک فاصله است. ب) ۶ پ) قطر ت) قائم الزاویه ث) هر کدام شامل خطی باشد که بر دیگری عمود باشد. ر) مستطیل ج) فصل مشترک چ) دو خط موازی با خط d ج) موازی- متقاطع خ) شرطی ل) مثال نقض ن) مثال نقض**
۴	**۱** **الف) خطوطی به موازات دو ضلع زاویه به فاصله ۲ سانتی متر از آن ها رسم می کنیم. محل تقاطع آن ها جواب مساله است.** **ب) خطی از دو نقطه به دست آمده در قسمت (الف) می گذرد. زاویه را نصف می کند.**  **۲) AB وتر دایره است. پس A و B روی محیط دایره هستند. پس فاصله ی آن ها تا مرکز دایره یعنی OA و OB یکسان است. طبق عکس خاصیت عمودمنصف چون O از دو سر پاره خط به یک فاصله است، پس O روی عمودمنصف AB است.**
۵	**مثلث دلخواه ABC را در نظر می گیریم. چون پاره خط های AB و AC متقاطع اند. عمودمنصف های آن ها نیز در نقطه ای مانند O متقاطع اند.** **۱) نقطه ی O روی عمود منصف پاره خط AC است پس $OA = OC$** **۲) نقطه ی O روی عمود منصف پاره خط AB است پس $OA = OB$** **از (۱) و (۲) نتیجه می گیریم: $OC = OB$ پس نقطه O روی عمودمنصف BC است. پس نقطه ی O محل برخورد عمودمنصف اضلاع مثلث است.** 

۶

$$\frac{AM}{MB}=\frac{AN}{NC}\rightarrow \frac{x}{۳}=\frac{۲x-۰/۵}{۴/۵}\rightarrow ۶x-۱/۵=۴/۵x\rightarrow ۱/۵x=۱/۵\rightarrow x=۱$$

$$\frac{AM}{AB}=\frac{MN}{BC}\rightarrow \frac{۱}{۴}=\frac{۴}{y-۱}\rightarrow y-۱=۱۶\rightarrow y-۱۷$$

۷

$$\hat{A}=\hat{A}' \quad ,\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}\rightarrow \Delta\ ABC\sim\Delta\ A'B'C'$$

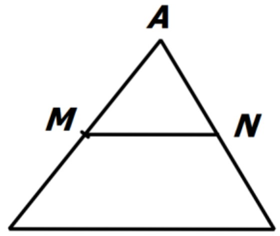
روی ضلع های AB وAC پاره خط AM و AN را به ترتیب هم اندازه $A'B'$ و $A'C'$ جدا می کنیم.

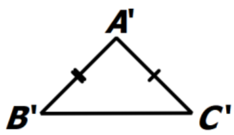
$$\begin{cases} AM=A'B' \\ \hat{A}=\hat{A}' \\ AN=A'C' \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta AMN\sim\Delta A'B'C'\rightarrow MN=B'C'$$

$$\frac{A'B'}{AB}=\frac{A'C'}{AC}\xrightarrow[AN=A'C']{A'B'=AM}\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC} \quad \text{ع تالس} \quad MN \parallel BC$$

ق اساسی تشابه $\Delta AMN\sim\Delta ABC\ ,\Delta\ AMN\sim\Delta A'B'C'$

$$\Delta ABC\sim\Delta A'B'C'$$





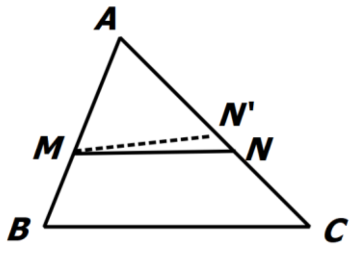
۸

$$\begin{cases} \hat{C}=\hat{D} \\ \hat{B}=\hat{B} \end{cases} \longrightarrow \Delta BDE\sim\Delta BDE$$

$$\frac{BE}{BA}=\frac{DE}{CA}=\frac{BD}{BC}\rightarrow\frac{۲۴}{۴۸}=\frac{y}{۲۴}=\frac{۱۵}{۲۴+x}=\frac{۱}{۲}\rightarrow\begin{cases} y=\frac{۲۴}{۲}=۱۲ \\ ۲۴+x=۳۰\rightarrow x=۶ \end{cases}$$

۹

عکس قضیهٔ تالس: اگر خطی دو ضلع مثلثی را قطع کند و روی آنها، چهار پاره خط با اندازه های متناظرا متناسب جدا کند، آن گاه با ضلع سوم مثلث موازی است.



اثبات با برهان خلف است. در شکل می دانیم: $\frac{AM}{AB}=\frac{AN}{AC}$،

فرض کنیم حکم نادرست باشد، یعنی: $MN \nparallel BC$

پس از نقطه M پاره خط MN' را موازی BC رسم می کنیم.

حال با توجه به قضیه تالس داریم: $MN' \parallel BC\rightarrow\frac{AN'}{AC}=\frac{AM}{AB}$ از مقایسه این تناسب، با فرض

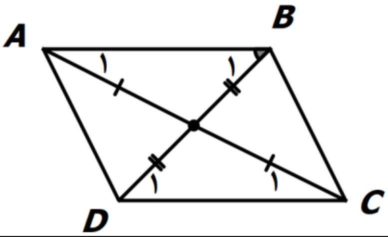
مسئله نتیجه می شود: $\frac{AN'}{AC}=\frac{AN}{AC}$ در نتیجه $AN'=AN$ بنابراین N و N' بر هم منطبق هستند و MN همان MN' است که موازی BC است.

۱۰

فرض می کنیم در یک چهارضلعی دو قطر منصف یکدیگرند. نقطه تقاطع دو قطر را O می نامیم.

$$\begin{cases} BO=OD \\ OC=OA \\ \hat{O}_{۱}=\hat{O}_{۲} \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta OAB \sim \Delta ODC \rightarrow \hat{B}_{۱}=\hat{D}_{۱} \Rightarrow AB \parallel DC$$

با استدلال مشابه دو مثلث OBC و OAD هم نهشت اند، پس $\hat{A}_{۱}=\hat{C}_{۱}$ در نتیجه $AD \parallel BC$ پس $ABCD$ متوازی الاضلاع است.



۱۱

الف) برای اثبات اینکه $MB \parallel DN$ کافی است نشان دهیم چهارضلعی $MBND$ متوازی الاضلاع است.

$$\begin{cases} \hat{A}=\hat{C} \\ AB=DC \\ AM=CN \end{cases} \quad \text{ض ز ض} \quad \Delta AMB \sim \Delta DNC \rightarrow MB=DN$$

از طرفی $BM=BN$ پس بنابرقضیه ای چهارضلعی $MBND$ متوازی الاضلاع است، پس $MB \parallel DN$ است.

$$\left.\begin{array}{l} \Delta ADC \longrightarrow ۱=\frac{AM}{MB}=\frac{AP}{PQ} \Rightarrow \frac{AP}{PQ}=۱ \rightarrow AP=PQ \\ \Delta ADC \longrightarrow ۱=\frac{CN}{NB}=\frac{CQ}{QP} \Rightarrow \frac{CQ}{QP}=۱ \rightarrow CQ=PQ \end{array}\right\} \rightarrow AP=PQ=QC$$

۱۲

دو مثلث ADC و BDC هر دو قاعده مشترک و ارتفاع یکسان دارند. پس هم مساحت هستند.

$$S_{ADC}=S_{BDC} \rightarrow S_{ADC}-S_{ODC}=S_{BDC}-S_{ODC} \rightarrow S_{OAD}=S_{OBC}$$

۱۳

الف) خیر، مثال نقض: ممکن است ذوزنقه متساوی الساقین باشد.

ب) اگر a ، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند و $a^{۲}=b^{۲}+c^{۲}$ باشد آن گاه مثلث قائم الزاویه است.

پ) فاصله نقطه همرسی تا وسط هر ضلع $\frac{۱}{۳}$ اندازه میانه و فاصله اش تا هر راس $\frac{۲}{۳}$ اندازه میانه نظیر آن راس است.

ت) تعداد اضلاع + تعداد پاره خط ها = تعداد قطرها

ث) اگر خط راستی موازی یکی از اضلاع مثلثی، دو ضلع دیگر را در دو نقطه قطع کند، مثلثی با آنها تشکیل می دهد که با مثلث اصلی متشابه است.

ج) عکس قضیه: اگر یک چهارضلعی قطرهایش عمودمنصف یکدیگر باشند آنگاه لوزی است.
قضیه دوشرطی: یک چهارضلعی لوزی است اگر و تنها اگر قطرهایش عمودمنصف یکدیگرند.

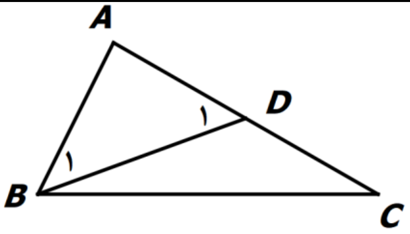
ج) $\frac{x+y+z}{۳+۵+۷}=\frac{۲}{۹}\to x+y+z=\frac{۱۵\times ۲}{۹}=\frac{۱۰}{۳}$

خ) اگر زوایای آنها هم اندازه و اندازه های اضلاع آنها متناسب باشند.

۱۴

$b=۷\ \ ,\ \ i=۱۰\ \ ,\ S=\frac{b}{۲}+i-۱\to S=\frac{۷}{۲}+۱۰-۱=۱۲\,/\,۵$

۱۵



فرض کنید $AB < AC$ باشد، می خواهیم ثابت کنیم $\hat{C} < \hat{B}$
طبق فرض AC از AB بزرگتر است، پس روی ضلع AC از طرف راس A
به اندازه AB جدا می کنیم. از D به B وصل می کنیم، مثلث ABD
متساوی الساقین است:

$$\Delta ADC:\ AB=AD\to \hat{D}_۱=\hat{B}_۱ \qquad (۱)$$

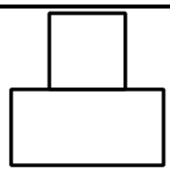
زاویه $\hat{B}_۱$ جزیی از زاویه $\hat{B}$ است پس: $\hat{B}_۱ > \hat{B} \qquad (۲)$

زاویه $D_۱$ یک زاویه خارجی مثلث BDC است و از هر زاویه داخلی غیرمجاور بزرگتر است:

$$\hat{D}_۱ > \hat{C} \quad (۳)$$

$$\xrightarrow{(۱),(۲),(۳)}\hat{B} > \hat{B}_۱=\hat{D}_۱ > \hat{C}\to \hat{B} > \hat{C}$$

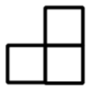
۱۶

الف) 

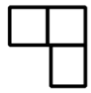
ب) موازی یا متقاطع اند

۱۷

رو به رو



بالا

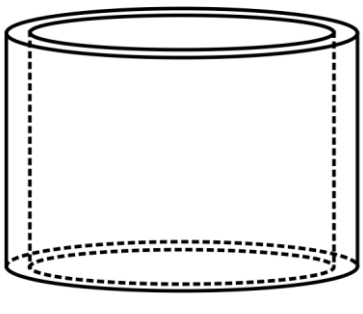


۱۸

الف) دایره ب) بیضی پ) کره ت) مخروط ناقص

۱۹

الف) استوانه ای به شعاع l+a که حفره ای استوانه ای به شعاع l



ب) دایره، در صورتی که صفحه قاطع از مرکز دایره بگذرد.

۲۰

هر چهارضلعی مجموع زاویه های داخلی اش ۳۶۰ درجه است.

۲۱

مطابق شکل از سه راس مثلث ABC خطوط موازی با سه ضلع رسم می کنیم تا مثلث $A'B'C'$ بدست

آید. چهارضلعی های $AB'CB$ و $C'ACB$ متوازی الاضلاع هستند، زیرا اضلاع روبه رو دو به دو موازی اند.

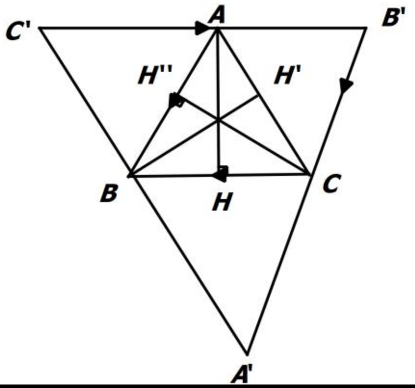
$$AB' = BC = C'A \to AB' = AC' \quad (۱)$$

پس A وسط $C'B'$ است.

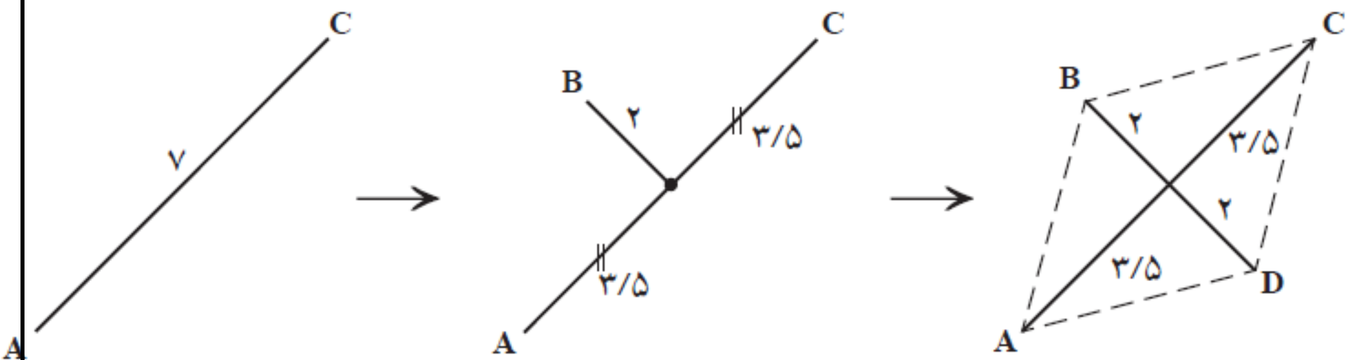
از طرفی $C'B'$ موازی BC است و AH عمود بر BC است پس بر $C'B'$ نیز عمود است.

$$\left.\begin{array}{l} AH \perp BC \\ BC \parallel B'C' \end{array}\right\} \Rightarrow AH \perp B'C' \quad (۲)$$

از (۱) و (۲) خواهیم داشت AH عمودمنصف $B'C'$ است. با استدلال مشابه CH' و BH' به ترتیب عمودمنصف های $A'B'$ و $C'A'$ هستند. از طرفی عمودمنصف ها همرس اند، پس ارتفاع های مثلث ABC همرس اند.



۲۲ ابتدا پارخط AC به طول ۷ سانتی متر را رسم می کنیم. سپس از وسط AC و در راستایی غیر از راستای ACو به اندازه ۲ سانتی متر پاره خطی رسم می کنیم تا نقطه B به دست آید. پاره خط رسم شده را از سمت دیگر به اندازه ۲ سانتی متر امتداد می دهیم تا نقطه D به دست آید و شکل کامل شود.



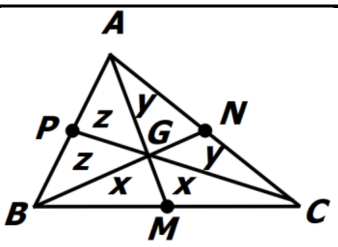
۲۳ فرض: $\hat{A} > \hat{B}$ حکم: $BC > AC$

برهان خلف: فرض می کنیم حکم غلط باشد، یعنی $BC \not> AC$ پس $BC \leq AC$

دو حالت زیر را در نظر می گیریم:

حالت اول : $BC < AC$ طبق قضیه ای چون BC از AC کمتر است. پس زاویه روبه روی آن یعنی A کمتر ازB است. که با فرض $\hat{A} > \hat{B}$ در تناقض است.

حالت دوم: $BC = AC$ در این صورت مثلث ABC متساوی الساقین است، پس $\hat{B} = \hat{A}$ که با

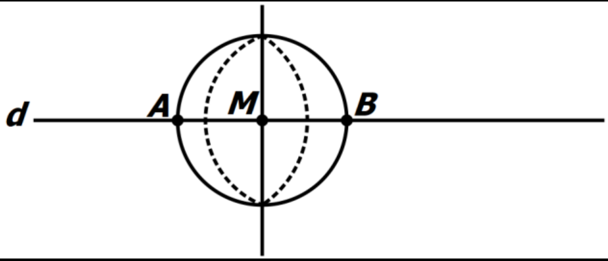
	فرض $\hat{A} > \hat{B}$ در تناقض است. پس در هر دو حالت به تناقض رسیدیم، پس فرض خلف باطل و حکم ثابت می شود.
۲۴	از آنجایی که ارتفاع مثلث ها یکسان است، پس نسبت مساحت های آن ها برابر نسبت قاعده های آن هاست. $S_{ACE} = ۳S_{ADE} = ۲S_{ABD} \rightarrow EC = ۳DE = ۲BD$ $BD = x \Rightarrow EC = ۲x \ , \ DE = \frac{۲}{۳}x$ $\frac{BC}{DE} = \frac{x + \frac{۲}{۳}x + ۲x}{\frac{۲}{۳}x} = \frac{\frac{۱۱}{۳}x}{\frac{۲}{۳}x} = \frac{۲}{۳} \quad , \frac{DE}{BD} = \frac{\frac{۲}{۳}x}{x} = \frac{۲}{۳}$
۲۵	G روی میانه AM است پس بنابر نکته ای دو مثلث BGM و GMC هم مساحت اند.  $S_{GBM} = S_{GMC} = x$ با استدلال مشابه برای بقیه نیز برقرار است. AM میانه است : $z + z + x = y + y + x \rightarrow ۲z = ۲y \rightarrow z = y$ BN میانه است: $z + z + y = x + x + y \rightarrow ۲x = ۲z \rightarrow z = x$ پس خواهیم داشت: $z = x = y$
۲۶	گزینه پ درست است.
۲۷	گزینه الف درست است.
۲۸	گزینه ب درست است.
۲۹	گزینه الف درست است.
۳۰	گزینه ت درست است.
۳۱	الف) متقاطع اند – منطبق اند. ب) متقاطع اند. پ) بیشمار ت) یک

باسمه تعالی

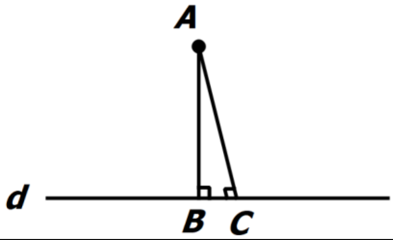
پاسخ سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۴** تعداد سوال: **۲۰**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

پیامبر اعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	**الف) گزاره یک جملهٔ خبری است که دقیقا درست یا نادرست باشد، اگرچه درست یا نادرست بودن آن بر ما معلوم نباشد.** **ب) لوزی چهارضلعی است که، هر چهار ضلع آن هم اندازه باشند.** **پ) نوعی از استدلال، که از مشاهدات و بررسی موضوعی در چند حالت، نتیجه ای کلی در آن موضوع گرفته می شود یا به اصطلاح از جزء به کل می رسیم.** **ت) اگر دو صفحه با هم نقطه اشتراکی نداشته باشند، نسبت به هم موازی هستند.** **ث) خط l بر صفحه P عمود است، هرگاه بر تمام خط های صفحهٔ P که از نقطه A می گذرند، عمود باشد.**
۲	**الف) درست ب) درست پ) درست ت) نادرست ث) درست**
۳	**الف) روی نیمساز ب) ارتفاع پ) نصف وتر ت) نیمساز ث) نصف حاصل ضرب قطرها** **چ) لوزی ح) متقاطع خ) غیرمجاور**
۴	**الف) وجود دارد یک لوزی که مربع نیست.** ب) $\frac{\cancel{n}(n-۳)}{۲}=\cancel{n}\rightarrow\frac{n-۳}{۲}=۱\rightarrow n-۳=۲\rightarrow n=۵$ پ) $\begin{cases}\hat{B}=\hat{D}\\ \hat{C}_۱=\hat{C}_۲\end{cases}\longrightarrow\frac{۲}{۵}=\frac{۳}{x}=\frac{y}{۸}\rightarrow\begin{cases}x=\frac{۱۵}{۲}\\ y=\frac{۱۶}{۵}\end{cases}$ ت) $\frac{S}{S'}=k^۲=\frac{۴}{۹}\rightarrow k=\frac{۲}{۳}=\frac{P}{P'}\rightarrow\begin{cases}P=۱۲\rightarrow\frac{۱۲}{P'}=\frac{۲}{۳}\rightarrow P'=۱۸\\ P'=۱۲\rightarrow\frac{P}{۱۲}=\frac{۲}{۳}\rightarrow P=۸\end{cases}$
۵	**خط d نقطه M را روی آن، مانند شکل مقابل درنظر بگیرید. می خواهیم خطی بکشیم که از M بگذرد و بر dعمود باشد. به کمک پرگار به مرکز M و شعاع دلخواه دایره ای رسم می کنیم محل تقاطع آن را با خط d را A وB می نامیم. عمودمنصف پاره خط AB را رسم کنید. عمودمنصف پاره خط AB خطی است که بر خط d عمود است و از نقطه M می گذرد.**



۶ با برهان غیرمستقیم فرض می کنیم حکم غلط باشد؛ یعنی فرض می کنیم ازنقطه A دو عمود بر خط d رسم کرده ایم که مانند شکل، خط d را در نقاطB و C قطع کرده اند. در این صورت مجموع زوایای داخلی مثلثABC بزرگ تر ازخواهد ۱۸۰ درجه خواهد شد و این غیرممکن است. پس امکان رسم دو عمود از یک نقطه غیر واقع بر یک خط وجود ندارد؛ یعنی حکم نمی تواند غلط باشد.



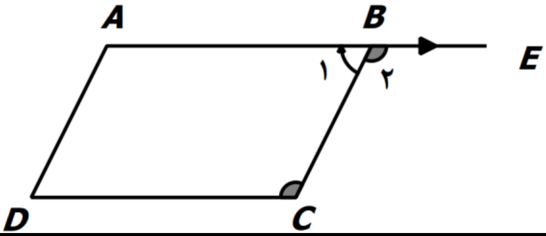
۷

$$\begin{cases} \frac{AD}{DB}=\frac{AE}{EC} \to \frac{۶}{y}=\frac{۴}{۲} \to ۴y=۱۲ \to y=۳ \\ \frac{AD}{AB}=\frac{DE}{BC} \to \frac{۶}{۹}=\frac{x}{۹} \to x=۶ \end{cases}$$

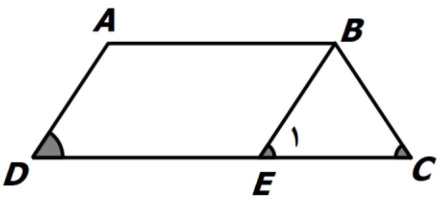
۸

$$\begin{cases} AH^{۲}=BH \times HC \to AH^{۲}=۹ \times ۴=۳۶ \to AH=۶ \\ AB^{۲}=BH \times BC \to AB^{۲}=۹ \times ۱۳ \to AB=۳\sqrt{۱۳} \\ AC^{۲}=HC \times BC \to AC^{۲}=۴ \times ۱۳ \to AC=۲\sqrt{۱۳} \end{cases}$$

۹ چهارضلعیABCD متوازی الاضلاع است. دو خط AE وDC موازی اند، بنا بر قضیه خطوط موازی و مورب $\hat{B}_۲=\hat{C}$، از طرفی دو زاویه $\hat{B}_۱$ و $\hat{B}_۲$ مکمل هستند، پس دو زاویه $\hat{B}_۱$ و $\hat{C}$ نیز مکمل هستند.



۱۰ ذوزنقه متساوی الساقین ABCD را که در آن $AD=BC$ است
را در نظر می گیریم. از راس B خطی موازی ساق AD رسم می کنیم
تا قاعده DC را در E قطع کند. در این صورت
چهارضلعی ABED متوازی الاضلاع است.

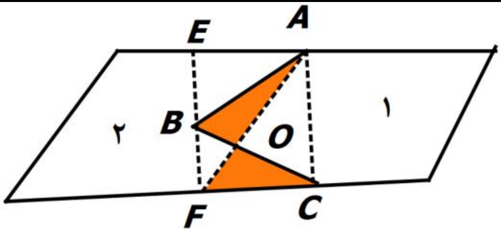


بنا بر قضیه ی خطوط موازی و مورب $(۱) \quad \hat{E}_۱=\hat{D}$. از طرفی در متوازی الاضلاع ، ضلع های روبه رو برابر هستند،

یعنی $AD = BE$ و طبق فرض هم $AD = BC$ است، پس خواهیم داشت: $BE = BC$ درنتیجه مثلث BEC یک مثلث متساوی الساقین است پس $\hat{E}_۱ = \hat{C}$ (۲) از (۱) و (۲) خواهیم داشت:

$$\hat{D} = \hat{C}$$

۱۱



ازA به C متصل، و ازB موازی خط AC رسم کنید
تا دو مرز دیگر را درE وF قطع کند. این مرز مشترک جدید
می تواند مرزAF باشد. البته مرزEC هم می تواند باشد.
بنا بر قضیه ی پروانه مثلث های OAB و OFC
هم مساحت هستند. این دو مثلث را اگر بین دو مزرعه جابه جا کنیم مرز بین آن ها یک خط مستقیم خواهد شد به طوری که مساحت زمین ها هم تغییر نکند.

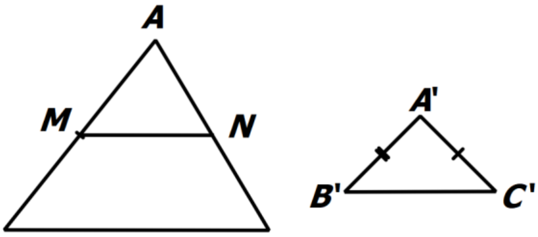
۱۲

مساحت چند ضلعی داخلی را از مساحت چند ضلعی بیرونی کم می کنیم.

$$\begin{cases} S_۲ = \dfrac{b}{۲} + i - ۱ = \dfrac{۹}{۲} + ۱۳ - ۱ = ۱۶/۵ \\ S_۱ = \dfrac{b}{۲} + i - ۱ = \dfrac{۵}{۲} + ۳ - ۱ = ۴/۵ \end{cases} \Rightarrow S_T = S_۲ - S_۱ = ۱۶/۵ - ۴/۵ = ۱۲$$

۱۳

$$\frac{A'B'}{AB} = \frac{A'C'}{AC} = \frac{B'C'}{BC} \to \Delta\ ABC \sim \Delta\ A'B'C'$$



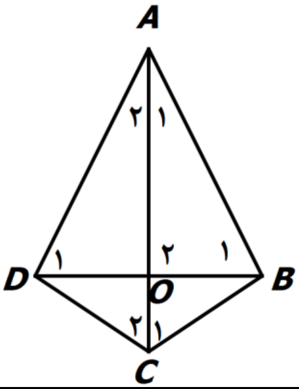
روی ضلع های AB وAC پاره خط AM و AN را به ترتیب هم اندازه $A'B'$ و$A'C'$ جدا می کنیم.
در فرض به جای $A'B'$ و $A'C'$ مساوی های آن ها را قرار می دهیم :

(۱) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC}$ بنا بر عکس تالس $MN \parallel BC$ از قضیه اساسی تشابه، نتیجه ای می گیریم که : $\Delta AMN \sim \Delta ABC$

تعمیم قضیه تالس را در مثلثABC می نویسیم: (۲) $\dfrac{AM}{AB} = \dfrac{AN}{AC} = \dfrac{MN}{BC}$ از (۱) و (۲)

نتیجه می گیریم که $MN = B'C'$: دو مثلث $AMN, A'B'C'$ به حالت تساوی سه ضلع (ض ض ض) هم نهشت هستند.

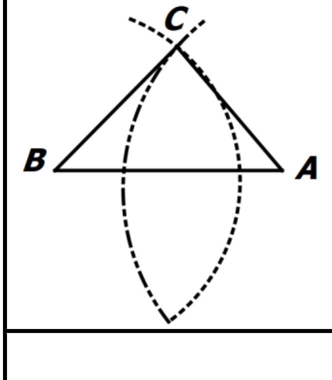
$$\begin{cases} \Delta AMN \sim \Delta ABC \\ \Delta AMN \cong \Delta A'B'C' \end{cases} \to \Delta ABC \sim \Delta A'B'C'$$

بالا رو به رو چپ 	۱۴
الف) دایره – مخروط ب) $r^{۲} = ۵^{۲} - ۳^{۲} = ۲۵ - ۹ = ۱۶ \rightarrow r = ۴ \Rightarrow S = \pi r^{۲} \rightarrow S = ۱۶\pi$	۱۵
الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) نادرست	۱۶
الف) $۴ \times ۱۰ + ۱ = ۴۱$ ب) ۴ ت) نیمکره	۱۷
$\begin{cases} AB = AD \\ BC = DC \\ AC = AC \end{cases} \longrightarrow \Delta ABC \sim \Delta ADC \rightarrow \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \, , \hat{C}_۱ = \hat{C}_۲ \, , OB = OD$ پس AC نیمساز زاویه های A و C است. $\hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ \, , \hat{O}_۱ + \hat{O}_۲ = ۱۸۰^\circ \rightarrow \hat{O}_۱ = \hat{O}_۲ = ۹۰^\circ$ پس AC عمودمنصف BD است. 	۱۸
$S_{ABC} = \frac{۱}{۲} AC \times BF \, , S_{AMB} = \frac{۱}{۲} AB \times BF = \frac{۱}{۲} AC \times MG = \frac{۱}{۲} AC \times MG$ $S_{AMC} = \frac{۱}{۲} AC \times MH$ $S_{ABC} = S_{AMB} + S_{AMC} \rightarrow \frac{۱}{۲} AC \times BF = \frac{۱}{۲} AC \times BF + \frac{۱}{۲} AC \times MH \rightarrow BF = MG + MH$	۱۹
$AH = ۳ + ۳ + ۴ = ۱۰ \, , AH = \frac{\sqrt{۳}}{۲} a \rightarrow \frac{\sqrt{۳}}{۲} a = ۱۰ \rightarrow a = \frac{۲۰}{\sqrt{۳}}$ $S = \frac{\sqrt{۳}}{۴} a^{۲} \rightarrow S = \frac{\sqrt{۳}}{۴} (\frac{۲۰}{\sqrt{۳}})^{۲} = \frac{۱۰۰}{۳} \sqrt{۳}$	۲۰

باسمه تعالی

پاسخ سوالات **شبه نهایی** درس: **هندسه ۱**	پایه: **دهم** دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: **۸** تعداد سوال: **۳۰**
رشته: **ریاضی و فیزیک**	**اداره تکنولوژی و بررسی محتوا – گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان**	
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت **خرداد** ماه سال **۱۴۰۳**		

پیامبراعظم(ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.

ردیف	راهنمای تصحیح
۱	**الف) نقطه ها روی خط های افقی و عمودی واقع اند؛ به طوری که فاصله هر دو نقطه متوالی روی یک خط افقی (عمودی) برابر واحد است** **ب) مستطیل چهارضلع یای است که، همهٔ زاویه های آن قائمه باشند.** **پ) شکلی است شامل n پاره خط متوالی که:** **هر پاره خط، دقیقاً دو پاره خط دیگر را در نقاط انتهایی خودش قطع کند.** **هر دو پاره خط که در یک انتها مشترک اند، روی یک خط نباشند.** **ت) نوعی از استدلال که در مسائل ریاضی و هندسی کاربرد دارد، برهان غیرمستقیم یا برهان خلف است. بدین صورت که به جای اینکه به طور مستقیم از فرض شروع کنیم و به درستی حکم برسیم، فرض می کنیم حکم غلط باشد به یک تناقض یا به یک گزاره غلط یا غیرممکن می رسیم. در این حالت نتیجه می گیریم که فرض غلط بودن حکم نادرست بوده و حکم نمی تواند غلط باشد.** **ث) ذوزنقه چهارضلعی ای است که فقط دو ضلع آن موازی باشند.** **ج) برخی نتایج مهم و پرکاربرد که با استدلال استنتاجی به دست می آید، قضیه نامیده می شود.** **د) اگر در یک قضیه، جای فرض و حکم را عوض کنیم به آنچه حاصل می شود عکس قضیه گفته می شود.**
۲	**الف) درست ب) نادرست پ) درست ت) نادرست ث) درست ج) درست چ) نادرست**
۳	**الف) به یک فاصله است. ب) محدب پ) ۸۰ ت) یکدیگر را نصف می کنند.** **ث) ۲۴ ج) بی شمار چ) دایره توپر ح) استوانه خ) یک ل) مستطیل**
۴	**ابتدا پاره خط AB را به اندازه ۶ سانتی متر به کمک خط کش رسم می کنیم. به مرکز A و B به ترتیب به شعاع های ۴ و ۵ کمان می زنیم ، محل برخورد آن ها را C می نامیم. از C به A و B وصل می کنیم.** 
۵	**الف) مثلثی با دو زاویه قائمه وجود دارد.** **ب)** $۴۱ \times ۴۳ = (۱ + ۱ + ۴۱)۴۱ = ۴۱ + ۴۱ + ۴۱^۲ \leftarrow ۴۱ = ۱$ **مثال نقض**

۶

$$\begin{cases} \dfrac{AM}{AB} = \dfrac{MN}{BC} \to \dfrac{۴}{y+۵} = \dfrac{۸}{۱۸} \to y+۵ = ۹ \to y = ۴ \\ \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AD} \to \dfrac{۴}{۵} = \dfrac{x+۶}{۱۰} \to x+۶ = ۸ \to x = ۲ \end{cases}$$

۷

در مثلث ADE چون طبق قضیه تالس داریم: (۱) $\dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AB}{AD}$

در مثلث ADF چون طبق قضیه تالس داریم: (۲) $\dfrac{AE}{AF} = \dfrac{AB}{AD}$

$$\xrightarrow{(۱),(۲)} \dfrac{AC}{AE} = \dfrac{AE}{AF} \to AE^۲ = AC \times AF$$

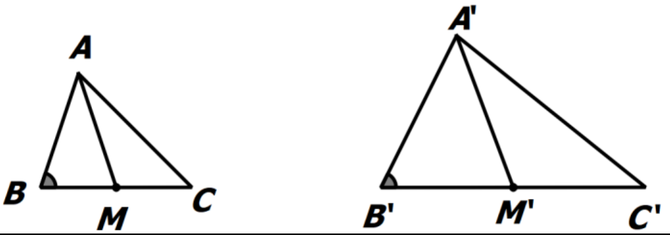
۸

$$\Delta ABC \sim \Delta A'B'C', \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{A'C'}{AC} = \dfrac{B'C'}{BC} \Rightarrow \dfrac{A'M'}{AM} = k$$

چون دو مثلث ABC و $A'B'C'$ متشابه هستند، پس $\hat{B} = \hat{B}'$

$$\dfrac{B'M'}{BM} = \dfrac{\frac{۱}{۲}B'C'}{\frac{۱}{۲}BC} = \dfrac{B'C'}{BC} = k \to \dfrac{A'B'}{AB} = \dfrac{B'M'}{BM}$$

بنا بر قضیه ۲ تشابه دو مثلث ABM و $A'B'M'$ متشابه هستند، پس $\dfrac{A'M'}{AM} = k$

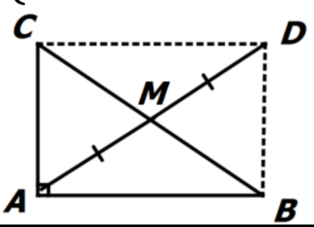


۹

مثلث قائم الزاویه ABC را که در راس A قائمه است در نظر می گیریم و AM میانه وارد بر وتر است. روی نیم خط AM نقطه D را چنان در نظر می گیریم که $AM = MD$.

در چهار ضلعی ABCD قطرهایش منصف یکدیگرند، پس متوازی الاضلاع است. متوازی الاضلاعی که یک زاویه قائمه داشته باشد، مستطیل است. در مستطیل قطرها با هم برابرند، پس:

$$\begin{cases} BC = AD \\ AD = ۲AM \end{cases} \Rightarrow ۲AM = BC \to BC = \dfrac{AM}{۲}$$



۱۰

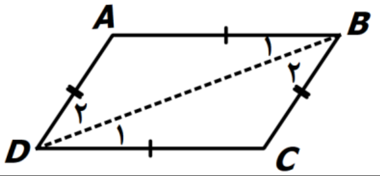
در چهارضلعی ABCD قطر BD را رسم می کنیم.

$$\begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \\ BD = BD \end{cases} \quad \text{ض ض ض} \quad \Delta\ ABD \sim \Delta\ BDC$$

در نتیجه $\hat{B}_۱ = \hat{D}_۱$، بنا بر عکس قضیه خطوط موازی و مورب خواهیم داشت: $AB \parallel DC$

در نتیجه $\hat{B}_۲ = \hat{D}_۲$ ، بنا بر عکس قضیه خطوط موازی و مورب خواهیم داشت: $AD \parallel BC$

پس چهارضلعی **ABCD** متوازی الاضلاع است.



۱۱

می دانیم پاره خطی در مثلث که وسط دو ضلع را به هم وصل می کند، موازی و مساوی نصف ضلع سوم است. در مثلث **ADB** داریم: $AM = MB$ و $AN = NB$.

$$\frac{AM}{MD} = \frac{AN}{NB} = ۱ \quad \text{عکس تالس} \quad MN \parallel BD$$

$$\frac{AM}{AD} = \frac{MN}{DB} = \frac{۱}{۲} \Rightarrow MN = \frac{۱}{۲}BD$$

پس : $MN \underline{\underline{\parallel}} \frac{BD}{۲}$.

با استدلال مشابه خواهیم داشت: $NP \underline{\underline{\parallel}} \frac{AC}{۲}$, $QP \underline{\underline{\parallel}} \frac{BD}{۲}$, $MQ \underline{\underline{\parallel}} \frac{AC}{۲}$

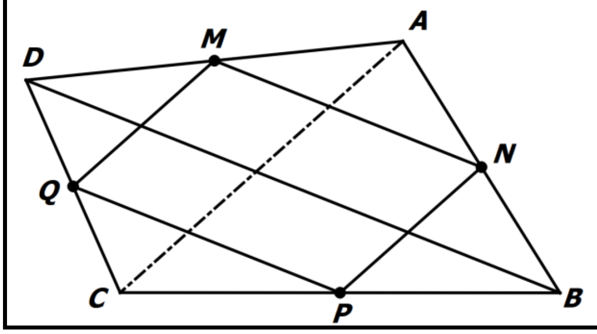
پس MNوPQ با هم موازی و MQ و NP با هم موازی اند، پس چهارضلعی MNPQ متوازی الاضلاع است.

$$P_{PQMN} = MN + NP + PQ + MQ = \frac{BD}{۲} + \frac{AC}{۲} + \frac{BD}{۲} + \frac{AC}{۲} = BD + AC$$

محیط متوازی الاضلاع برابر است با مجموع قطرهای چهارضلعی اولیه.

برای اینکه چهارضلعی حاصل مستطیل باشد این است که قطرهای چهارضلعی اولیه بر هم عمود باشند.

برای اینکه چهارضلعی حاصل لوزی باشد این است که قطرهای چهارضلعی اولیه با هم مساوی باشند.



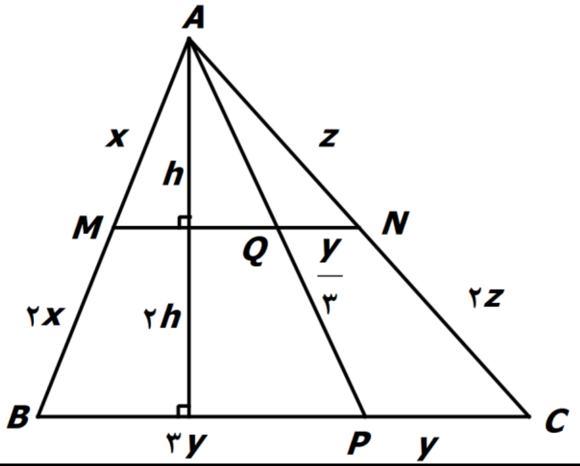
۱۲

$$QN \parallel PC \Rightarrow \frac{QN}{PC} = \frac{z}{۳z} \to \frac{QN}{y} = \frac{۱}{۳} \to QN = \frac{y}{۳}$$

$$\frac{S_{AQN}}{S_{ABC}} = \frac{\frac{۱}{۲} h \times \frac{y}{۳}}{\frac{۱}{۲} \times ۳h \times ۴y} = \frac{۱}{۳۶}$$

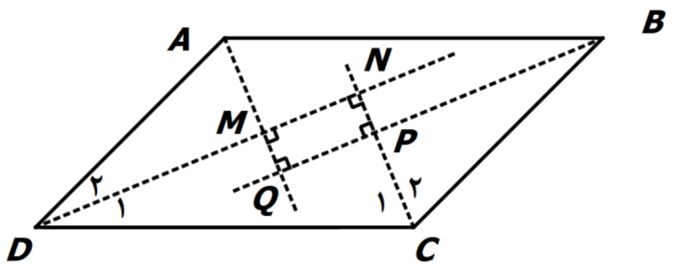
$$MQ \parallel BP \Rightarrow \frac{AM}{AB} = \frac{MQ}{BP} \Rightarrow \frac{MQ}{۳y} = \frac{x}{۳x} \to \frac{MQ}{۳y} = \frac{۱}{۳} \to MQ = y$$

$$\frac{S_{MQPB}}{S_{ABC}} = \frac{\cancel{\frac{۱}{۲}} \times ۲\cancel{h} \times \cancel{(y+۳y)}}{\cancel{\frac{۱}{۲}} \times ۳\cancel{h} \times \cancel{۴y}} = \frac{۲}{۳}$$



۱۳

می دانیم در هر متوازی الاضلاع زاویه های مجاور مکمل اند. پس :



$$\hat{D} + \hat{C} = ۱۸۰ \Rightarrow \hat{D}_۱ + \hat{D}_۲ + \hat{C}_۱ + \hat{C}_۲ = ۱۸۰ \to ۲\hat{D}_۱ + ۲\hat{C}_۱ = ۱۸۰$$

$$\to \hat{D}_۱ + \hat{C}_۱ = ۹۰$$

در مثلث DNC زاویه $\hat{N} = ۹۰^\circ$ است. با استدلال مشابه تمام زاویه های چهارضلعی MNPQ همگی ۹۰ درجه هستند. پس این چهارضلعی قطعا مستطیل است.

$$\hat{A} + \hat{D} = ۱۸۰ \to ۲\hat{D}_۱ + ۲\hat{A}_۱ = ۱۸۰$$

$$\to \hat{D}_۱ + \hat{A}_۱ = ۹۰ \Rightarrow \Delta\, ADM \to \hat{M} = ۹۰^\circ$$

۱۴

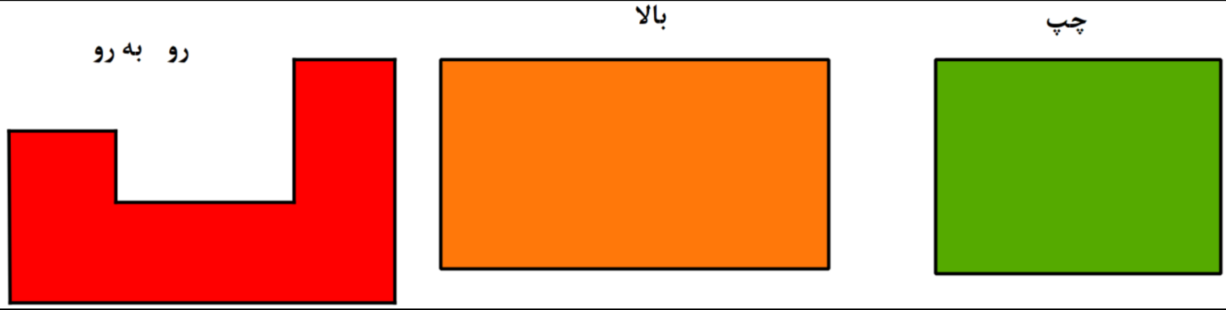
$$b = ۳i \ , \ S = \frac{b}{۲} + i - ۱ \rightarrow ۹ = \frac{۳i}{۲} + i - ۱ \rightarrow ۱۰ = \frac{۵i}{۲} \rightarrow$$

$$۵i = ۲۰ \rightarrow i = \frac{۲۰}{۵} = ۴ \ \ , \ b = ۳i = ۳ \times ۴ = ۱۲$$

۱۵ الف) بی شمار ب) عمود است. پ) یک ت) استوانه نامحدود

۱۶ الف)عمود ب) یا موازی اند یا متقاطع اند.

۱۷

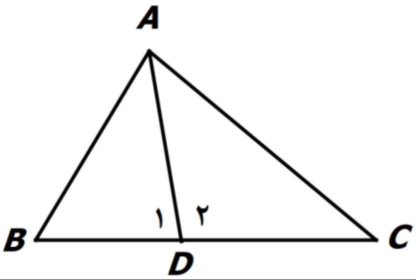


۱۸ مثلث ABC را در نظر می گیریم فرض می کنیم AD نیمساز زاویه A باشد. زاویه یک زاویه خارجی برای مثلث ADB است پس از هر زاویه داخلی بزرگتر است پس : $\hat{D}_۲ > \hat{A}_۱$ از طرفی چون $\hat{A}_۱ = \hat{A}_۲$

پس $\begin{cases} \hat{D}_۲ > \hat{A}_۱ \\ \hat{A}_۱ = \hat{A}_۲ \end{cases} \rightarrow \hat{D}_۲ > \hat{A}_۲$ طبق قضیه، ضلع روبه رو به زاویه بزرگتر، بزرگتر از ضلع روبه رو به زاویه کوچکتر یعنی : $AC > DC$

با استدلال مشابه خواهیم داشت: $AB > BD$ درنتیجه خواهیم داشت:

$$\begin{cases} AC > DC \\ AB > BD \end{cases} \xrightarrow{+} AC + AB > \underbrace{BD + DC}_{BC} \rightarrow AC + AB > BC$$

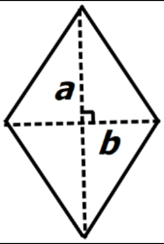


۱۹ الف) جسم حاصل دو مخروط است که از راس به هم چسبیده اند.

$$۲a - ۲b = ۴ \rightarrow a - b = ۲ \ , \ a^۲ + b^۲ = ۱۰^۲ = ۱۰۰$$

ب) $\begin{cases} a - b = ۲ \xrightarrow{۲} a^۲ + b^۲ - ۲ab = ۴ \xrightarrow{(۱)} ۱۰۰ - ۴ = ۲ab \rightarrow ab = ۴۸ \\ a^۲ + b^۲ = ۱۰۰ \ (۱) \end{cases}$

$$ab = ۴۸, a - b = ۲ \rightarrow \begin{cases} a = ۸ \\ b = ۶ \end{cases} \rightarrow s = \frac{۱}{۲} \times ۲a \times ۲b = ۲ab = ۲ \times ۸ \times ۶ = ۹۶$$



۲۰ الف)موازی ب) متنافر پ)متقاطع

۲۱

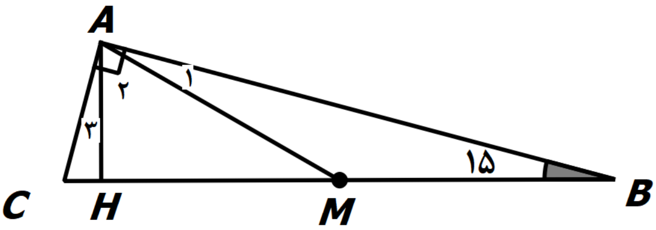
می دانیم در مثلث قائم الزاویه میانه وارد بر وتر نصف وتر است یعنی: $AM = \frac{۱}{۲}BC$.

$$AM = BM \Rightarrow \hat{A}_{۱} = ۱۵$$

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A} = ۹۰ \\ B = ۱۵\end{array}\right\} \Rightarrow C = ۷۵ \Rightarrow \left.\hat{A}_{۳} = ۱۵\right\} \to \hat{A}_{۲} = ۶۰ \to \hat{M}_{۱} = ۳۰$$

می دانیم ضلع مقابل به زاویه ۳۰ درجه نصف وتر است یعنی: $AH = \frac{۱}{۲}AM$.

$$\left.\begin{array}{l}AH = \frac{۱}{۲}AM \\ AM = \frac{۱}{۲}BC\end{array}\right\} \to AH = \frac{۱}{۲}(\frac{۱}{۲}BC) = \frac{۱}{۴}BC$$

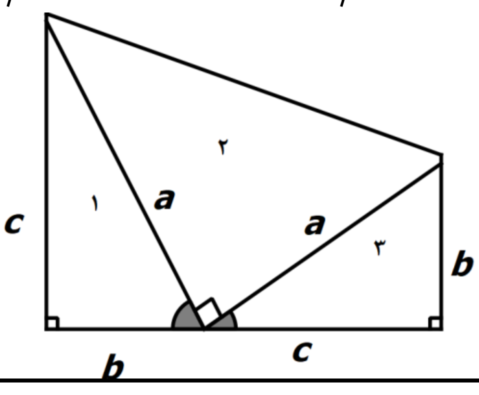


۲۲

$$\begin{cases} S = S_{۱} + S_{۲} + S_{۳} = \frac{۱}{۲}bc + \frac{۱}{۲}a^{۲} + \frac{۱}{۲}bc = \frac{۱}{۲}(a^{۲} + ۲bc) \\ S = \frac{۱}{۲}(b+c)(b+c) = \frac{۱}{۲}(b^{۲} + c^{۲} + ۲bc) \end{cases}$$

$$\cancel{\frac{۱}{۲}}(a^{۲} + \cancel{۲bc}) = \cancel{\frac{۱}{۲}}(b^{۲} + c^{۲} + \cancel{۲bc}) \to a^{۲} = b^{۲} + c^{۲}$$

قضیه فیثاغورس اثبات می شود.

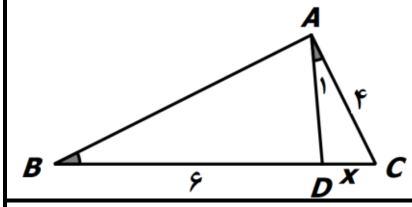


۲۳

$$\left.\begin{array}{l}\hat{A}_{۱} = \hat{B}\\ \hat{C} = \hat{C}\end{array}\right\} \to \Delta\ ACD \sim \Delta\, ABC$$

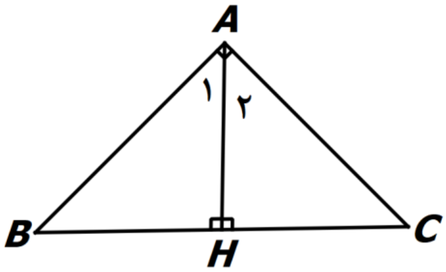
$$\frac{DC}{AC} = \frac{AC}{BC} \to \frac{x}{۴} = \frac{۴}{x+۶} \to x(x+۶) = ۱۶ \to x^{۲} + ۶x - ۱۶ = ۰$$

$$\to (x+۸)(x-۲) = ۰ \to \begin{cases} x = -۸ & \times \\ x = ۲ \end{cases} \to BC = ۶ + ۲ = ۸$$



۲۴

ابتدا به حالت تساوی ۲ زاویه نشان می دهیم که دو مثلث **ACH** و **ABH** متشابه هستند و سپس نسبت اضلاع متناظر آن ها را می نویسیم:

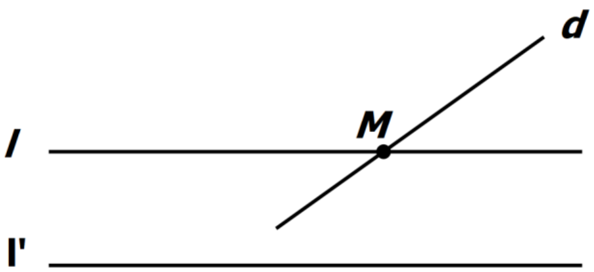


$$\left.\begin{array}{l}\hat{B} = \hat{A}_{۲}\\ \hat{C} = \hat{A}_{۱}\end{array}\right\} \to \Delta\, ACH \sim \Delta\, ABH$$

$$\frac{HC}{AH} = \frac{AH}{BH} \to AH^{۲} = BH \times HC$$

۲۵

فرض کنیم خط d و دو خط موازی ℓ و ℓ' را داریم. به طوری که خط d خط ℓ را قطع کرده است.می خواهیم ثابت کنیم که خط d خط ℓ' را نیز قطع می کند.



با برهان خلف فرض می کنیم خط d خط ℓ' را نیز قطع نکند. محل تقاطع خطوط d و ℓ را M می نامیم.
می بینیم که از نقطه M دو خط d و ℓ عبور کرده اند که ℓ' را قطع نکرده اند. یعنی هر دو خط d و ℓ به موزات ℓ' از نقطه M رسم شده اند که این تناقض می باشد. پس فرض خلف باطل و حکم ثابت است.

۲۶

یکی از قطرهای ذوزنقه ABCD مثلا قطر AC را رسم می کنیم و نقطه برخورد آن با پاره خط MN را P می نامیم. در مثلث ADC چون طبق $MP \parallel DC$ قضیه تالس داریم:

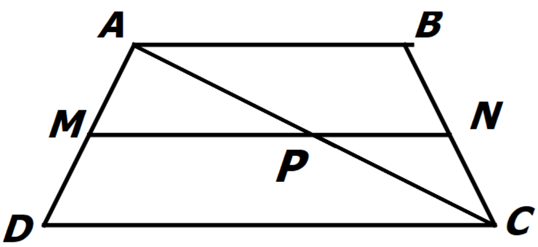
$$\frac{AM}{MD} = \frac{AP}{PC} \qquad (۱)$$

در مثلث ABC چون $PN \parallel AB$ طبق قضیه تالس داریم:

$$\frac{BN}{NC} = \frac{AP}{PC} \qquad (۲)$$

از (۱) و (۲) خواهیم داشت:

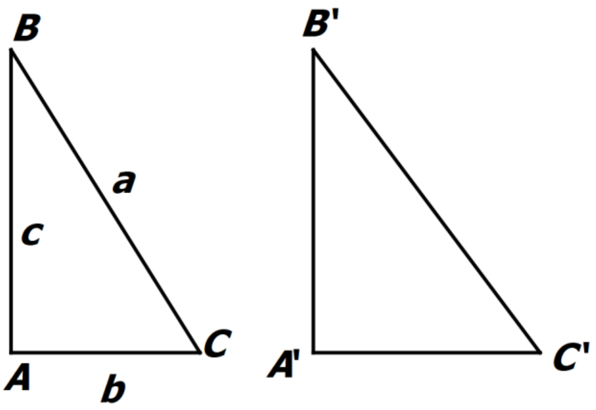
$$\frac{AM}{MD} = \frac{BN}{NC}$$



۲۷ اگر a ، b و c طول اضلاع یک مثلث باشند و $a^۲ = b^۲ + c^۲$ باشد آن گاه مثلث قائم الزاویه است.

اثبات:

دو پاره خط $A'B'$ و $A'C'$ را که بر هم عمود هستند و $A'B' = AB$ و $A'C' = AC$ هستند را رسم می کنیم. B' و C' را به هم وصل می کنیم تا مثلث قائم الزاویه $A'B'C'$ حاصل شود.



طبق رابطه فیثاغورس در مثلث $A'B'C'$ داریم:

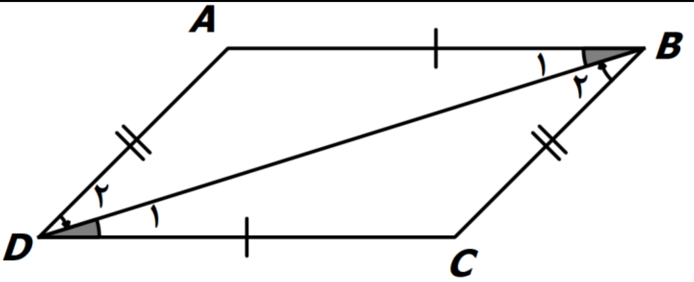
$$(B'C')^۲ = (A'B')^۲ + (A'C')^۲ = (AB)^۲ + (AC)^۲ = c^۲ + b^۲$$

اما طبق صورت مساله داریم $a^۲ = b^۲ + c^۲$ بنابراین:

$$(B'C')^۲ = a^۲ \Rightarrow B'C' = a \Rightarrow B'C' = BC$$

پس دو مثلث ABC و $A'B'C'$ به حالت تساوی سه ضلع هم نهشت هستند. بنابراین مثلث ABC نیز قائم الزاویه است.

۲۸ در چهارضلعی ABCD قطر BD را رسم می کنیم.



$$\begin{cases} AB = DC \\ AD = BC \\ BD = BD \end{cases} \rightarrow \Delta ABD \sim \Delta CDB \Rightarrow \begin{cases} \hat{B}_۱ = \hat{D}_۱ \\ \hat{B}_۲ = \hat{D}_۲ \end{cases}$$

دو زاویه $\hat{B}_۱ = \hat{D}_۱$ با هم برابرند: پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AB \parallel DC$

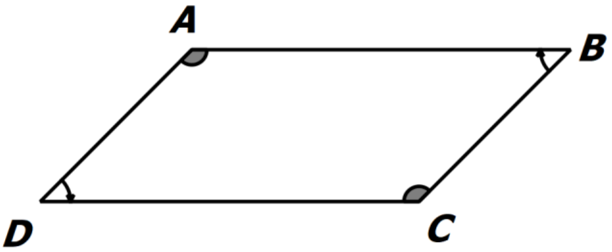
دو زاویه $\hat{B}_۲ = \hat{D}_۲$ با هم برابرند: پس طبق عکس قضیه خطوط موازی و مورب $AD \parallel BC$

پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.

۲۹

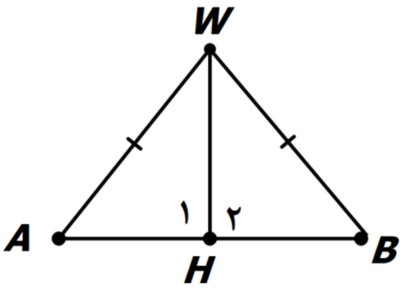
در چهارضلعی ABCD ، دو زاویه B و C با هم مکمل اند. بنا بر قضیه خطوط موازی و مورب ضلع AB موازی ضلع DC است. به همین ترتیب دو زاویه B و A نیز مکمل اند. در نتیجه ضلع AD موازی ضلع BC است.

پس چهارضلعی ABCD متوازی الاضلاع است.



۳۰

پاره خط AB و نقطه W را به گونه ای از A و B به یک فاصله باشد ($WA = WB$) می خواهیم نشان دهیم که W روی عمودمنصف AB قرار دارد.



از W به A و B و به وسط پاره خط AB وصل می کنیم. دو مثلث WAH و WHB با هم به حالت سه ضلع هم نهشت هستند.

$$\begin{cases} WA = WB \\ WH = WH \\ AH = HB \end{cases}$$

پس دو زاویه $\hat{H}_۲$, $\hat{H}_۱$ با هم برابر هستند و از طرفی مجموع آن ها ۱۸۰ درجه است پس هر دو با هم برابر و مساوی ۹۰ درجه هستند. پس WH عمود منصف پاره خط AB است.