فصل 1: حرکت در راستای خط راست

شناخت حرکت | معادلهٔ سرعت–زمان و مسائل مربوط به آن

۱ معادلهٔ سرعت زمان متحرکی که در امتداد محور x حرکت می‌کند در SI به‌صورت $v = -۲t + ۶$ است. متوسط- منتا

الف سرعت متحرک در $t = ۴s$ چند m/s است؟ متوسط- منتا

ب در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t = ۵s$ سرعت متوسط و تندی متوسط متحرک را در SI بنویسید. متوسط- منتا

پ اگر $x_{\circ} = -۵m$ باشد، نمودار مکان - زمان این متحرک را رسم کنید. متوسط- منتا

ت در بازهٔ زمانی $t = \circ s$ تا $t = ۶s$ آیا بردار مکان متحرک با بردار سرعت متحرک جسم هم‌سو می‌شود؟ با بردار شتاب چطور؟ متوسط- منتا

مسافت و جابه‌جایی

۲ تعریف کنید:

الف) بردار جابه‌جایی ب) بردار مکان آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

تندی و سرعت متوسط

۳ جسمی به جرم ۴۰ کیلوگرم روی سطح افقی قرار دارد. اگر نیروی افقی $F = ۳۰۰N$ بر جسم اثر کند، جسم در آستانهٔ حرکت قرار می‌گیرد. واکنش زمین در برابر حرکت جسم چند نیوتون است؟ آسان- منتا

مسافت و جابه‌جایی

۴ جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند بردار ..... جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

۵ گزاره زیر را کامل کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند. بردار ..... جسم در آن لحظه نامیده می‌شود.

آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

۶ متحرکی روی خط راست، فاصلهٔ بین مکان آغازین $(+۵m)\vec{i}$ و مکان پایانی $(-۵m)\vec{i}$ را طی می‌کند. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

الف بردار جابه‌جایی این متحرک را به‌دست آورید. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

ب در چه صورت اندازهٔ سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط حرکت برابر است؟ متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

شتاب متوسط و لحظه‌ای

۷ الف) دو تفاوت بین تندی متوسط و سرعت متوسط بیان کنید.

ب) شتاب لحظه‌ای را با توجه به نمودار سرعت - زمان تعریف کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

معادلهٔ مکان-زمان و مسائل مربوط به آن

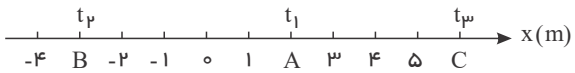
۸ معادلهٔ حرکت جسمی در SI به‌صورت $x = t^۳ - ۳t^۲ + ۴$ است. آسان- تمرین های کتاب

الف) مکان متحرک را در $t = ۰\ s$ و $t = ۲\ s$ به دست آورید.

ب) سرعت متوسط جسم را در بازهٔ زمانی صفر تا ۲ ثانیه پیدا کنید.

مسافت و جابه‌جایی

۹ متحرکی مطابق شکل در لحظهٔ $t_۱$ در نقطهٔ A، در لحظهٔ $t_۲$ در نقطهٔ B و در لحظهٔ $t_۳$ در نقطهٔ C قرار دارد. آسان- تمرین های کتاب



الف) بردارهای مکان متحرک را در هر یک از این لحظه‌ها روی محور x رسم کنید و برحسب بردار یکه بنویسید.

ب) بردار جابه‌جایی متحرک را در هر یک از بازه‌های زمانی $t_۱$ تا $t_۲$، $t_۲$ تا $t_۳$ و $t_۳$ تا $t_۱$ به دست آورید.

تندی و سرعت متوسط

۱۰ با توجه به داده‌های نقشهٔ شکل مقابل:

آسان- تمرین های کتاب

الف) تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط خودرو را پیدا کنید.

ب) مفهوم فیزیکی این دو کمیت چه تفاوتی با یکدیگر دارد؟

پ) در چه صورت، تندی متوسط و اندازهٔ سرعت متوسط می‌توانند تقریباً با یکدیگر برابر باشند؟

معادلهٔ مکان-زمان و مسائل مربوط به آن

۱۱ رابطهٔ مکان و زمان حرکتی به‌صورت زیر است:

متوسط- منتا $\frac{x}{D}+\frac{t}{T}=۱$

الف) مفهوم D و T در این حرکت چیست؟

ب) نمودار مکان - زمان این حرکت را رسم کنید.

پ) سرعت متوسط حرکت از لحظه صفر تا لحظه‌ای که متحرک از مبدأ مکان می‌گذرد را به‌دست آورید.

مسافت و جابه‌جایی

۱۲ به سؤالات زیر پاسخ دهید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف بردار مکان را تعریف کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب در چه صورت، اندازهٔ سرعت متوسط متحرک با تندی متوسط آن برابر می‌شود؟ آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

۱۳ در جمله‌های زیر، جاهای خالی را با کلمه‌های مناسب تکمیل کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف حرکت متحرکی رو به شرق و کندشونده است. جهت بردار شتاب این متحرک رو به ..... است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب تغییرات سرعت متحرک در بازهٔ زمانی تغییرات را ..... می‌گویند. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ در حرکت بر روی ..... و بدونِ تغییر جهت، مسافت با جابه‌جایی برابر است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

تندی و سرعت متوسط

۱۴ معادلهٔ مکان زمان متحرکی در SI به‌صورت $x = ۲t^۲ - ۳t - ۸$ است. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

الف اندازهٔ سرعت متوسط آن در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۰s$ تا $t_۲ = ۲s$ چند متر بر ثانیه است؟ متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

۱۵ در هر یک از گزاره‌های زیر، واژهٔ مناسب را انتخاب کنید و در پاسخ‌نامه بنویسید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف اگر سرعت متحرک در جهت محور x، به‌تدریج (افزایش - کاهش) یابد، شتاب آن در خلاف جهت محور x است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب بردار سرعت متوسط متحرک در حرکت روی محور x، (خلاف جهت - هم‌جهت) با بردار جابه‌جایی است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ در حرکت روی محور x، وقتی متحرک به مکان آغازین حرکتش بازمی‌گردد (مسافت طی‌شده - سرعت متوسط) متحرک صفر است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

مسافت و جابه‌جایی

۱۶ در جمله‌های زیر، جاهای خالی را با کلمات مناسب پرکنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف شتاب متوسط، کمیتی برداری و هم‌جهت با بردار ..... می‌باشد. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب در حرکت بر روی خط راست و بدون تغییر جهت، مسافت با ..... هم‌اندازه است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت ..... است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

شتاب متوسط و لحظه‌ای

۱۷ درستی یا نادرستی گزاره‌های زیر را با واژه‌های «درست» و «نادرست» مشخّص کنید. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

الف اگر جهت حرکت متحرک تغییر کند، حرکت متحرک شتاب‌دار است. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

تندی و سرعت متوسط

۱۸ جدول زیر را کامل کنید. فرض کنید هر چهار متحرک در مدت زمان $۴٫۰\ s$ فاصلهٔ بین مکان آغازین و مکان پایانی را طی می‌کنند. آسان- تمرین های کتاب

	مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
متحرک A	$(-۲٫۰\ m)\vec{i}$	$(۶٫۴m)\vec{i}$			
متحرک B		$(-۲٫۵m)\vec{i}$	$(-۵٫۶m)\vec{i}$		
متحرک C	$(۲٫۰m)\vec{i}$	$(۸٫۶m)\vec{i}$			
متحرک D	$(-۱٫۴m)\vec{i}$			$(۲٫۴\frac{m}{s})\vec{i}$	

۱۹ در چه صورت اندازهٔ سرعت متوسط یک متحرک با تندی متوسط آن برابر است؟ برای پاسخ خود می‌توانید به شکل‌های زیر نیز توجه کنید.

آسان- تمرین های کتاب

معادلهٔ سرعت-زمان و مسائل مربوط به آن

۲۰ سرعت جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر به‌دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است) سخت- منتا

$$v = -۲t^۳ + ۳t^۲ - t + ۴$$

الف) شتاب متوسط جسم در پنج ثانیهٔ اول حرکت چقدر است؟

ب) در ثانیهٔ چندم حرکت اندازهٔ شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است؟

۲۱ رابطهٔ سرعت و زمان متحرکی برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر است: متوسط- منتا

$$v = -۵t^۲ + ۱۶t - ۹$$

الف) در چه لحظه‌ای متحرک با بیشترین تندی در سوی مثبت محور مکان حرکت می‌کند؟

ب) بیشترین تندی متحرک را در مدت زمانی که در سوی مثبت محور مکان حرکت می‌کند، به‌دست آورید.

۲۲ رابطهٔ سرعت جسمی که روی محور x حرکت می‌کند با زمان برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر است: متوسط- منتا

$$v = ۳t^۲ - ۱۴t + ۱۵$$

الف) در چه لحظاتی جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

ب) جسم چه مدّت در سوی منفی محور x حرکت می‌کند؟

۲۳ رابطهٔ سرعت - زمان متحرکی (که در آن v برحسب متر بر ثانیه و t برحسب ثانیه است) به‌صورت زیر است: متوسط- منتا

$$v = ۳ - \frac{۱۰t}{t^۲ + ۱}$$

فاصلهٔ زمانی بین دو بار توقف متحرک را به‌دست آورید.

شتاب متوسط و لحظه‌ای

۲۴ سرعت متحرکی که روی محور x حرکت می‌کند، در مدت ۱۰ ثانیه از ۱۶ متر بر ثانیه در سوی مثبت محور به ۹ متر بر ثانیه در سوی منفی محور می‌رسد. متوسط- منتا

الف) شتاب متوسط متحرک را حساب کنید.

ب) اگر شتاب متوسط متحرک در نیمهٔ دوم مدت زمان این حرکت چهار برابر شتاب متوسط متحرک در نیمه اول مدت زمان حرکت باشد، سرعت متحرک در وسط زمان حرکت چقدر و به کدام سو است؟

معادلهٔ مکان-زمان و مسائل مربوط به آن

۲۵ مکان جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر به‌دست می‌آید: (حرکت جسم در لحظه صفر آغاز شده است.) سخت- منتا

$$x = ۱٫۵t^۳ - t + ۲٫۵$$

الف) سرعت متوسط جسم در دو ثانیهٔ اول حرکت چقدر است؟

ب) سرعت متوسط جسم از لحظهٔ $t = ۲s$ تا چه لحظه‌ای برابر ۷۷ متر بر ثانیه است؟

۲۶ رابطهٔ مکان و زمان متحرکی برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر است: سخت- منتا

$x = ۴t^۲ - ۱۲t + ۱۳$

در محدودهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ الف) جابه‌جایی ب) مسافت پیموده‌شدهٔ متحرک را به‌دست آورید؟

۲۷ رابطهٔ مکان جسمی که روی محور x حرکت می‌کند با زمان برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر است: سخت- منتا

$x = -۹t^۲ + ۳۶t + ۲۸$

الف) در چه بازهٔ زمانی جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند؟

ب) در چه بازهٔ زمانی جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند؟

پ) در چه لحظه‌ای جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

ت) در چه مکانی جهت حرکت جسم تغییر می‌کند؟

۲۸ رابطهٔ مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظهٔ صفر آغاز شده در SI به‌صورت زیر است: سخت- منتا

$$x = ۲\sqrt{t} - ۱۵$$

در چه لحظه‌ای برای دومین بار فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می‌شود؟

۲۹ رابطهٔ مکان - زمان متحرکی که حرکتش در لحظهٔ صفر آغاز شده به‌صورت زیر است که در آن x برحسب متر و t برحسب ثانیه است. متوسط- منتا

$$x = ۰/۸t - \frac{۹}{t+۲}$$

الف) مکان اولیه متحرک را به‌دست آورید.

ب) جابه‌جایی متحرک در دو ثانیه دوم حرکت چقدر است؟

پ) در چه لحظه یا لحظاتی متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند؟

تندی و سرعت متوسط

۳۰ یک خودرو از مسیر جنوبی یک میدان بزرگ به شعاع ۴۸ متر وارد میدان می‌شود و پس از چرخش در مسیر دایره‌ای میدان، از مسیر غربی آن خارج می‌شود. اگر تندی متوسط خودرو در حرکت در مسیر میدان ۲۷ کیلومتر باشد، اندازهٔ سرعت متوسط خودرو در این حرکت چند کیلومتر بر ساعت است؟ $(\pi = ۳)$ سخت- منتا

مسافت و جابه‌جایی

۳۱ یک متحرک روی یک مسیر مستقیم از نقطهٔ A به نقطهٔ B می‌رود. اگر مسافت پیموده‌شده توسط متحرک و اندازهٔ جابه‌جایی آن به‌ترتیب برابر ۱۸۰ و ۱۰۰ متر باشد و متحرک تنها یک بار تغییر جهت داده باشد، فاصلهٔ نقطهٔ تغییر جهت تا نقطهٔ وسط A و B چقدر است؟ سخت- منتا

تندی و سرعت متوسط

۳۲ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را با علامت‌های (د) یا (ن) مشخّص کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف سرعت متوسط، یک کمیت برداری است که همواره هم‌جهت با بردار جابه‌جایی می‌باشد. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان، برابر شتاب متوسط متحرک است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ حرکت متحرکی رو به شمال و کندشونده است. جهت بردار شتاب این متحرک رو به جنوب است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

حرکت با سرعت ثابت | معادلهٔ حرکت

۳۳ در جمله‌های زیر، عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب کرده و در پاسخ‌نامه بنویسید. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

الف عقربهٔ تندی‌سنج خودروها، تندی (متوسط - لحظه‌ای) را نشان می‌دهند. متوسط- سوالات امتحانی داخل کشور

شناخت حرکت | شتاب متوسط و لحظه‌ای

۳۴ درستی و نادرستی جمله‌های زیر را با علامت‌های (د) یا (ن) مشخص کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف شتاب متوسط، یک کمیت برداری و همواره هم‌جهت با بردار تغییر سرعت است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب در حرکت تندشونده، جهت بردارهای سرعت و شتاب مخالف یکدیگر است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

مسافت و جابه‌جایی

۳۵ عبارت درست را از داخل پرانتز انتخاب و به پاسخ‌نامه منتقل کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف تندی متوسط، یک کمیت (برداری - نرده‌ای) است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب برداری که مبدأ محور را به مکان جسم وصل می‌کند، بردار (مکان - جابه‌جایی) است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ بردار شتاب متوسط، همواره هم‌جهت با بردار (تغییر سرعت - سرعت) است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

۳۶ متحرکی در مدت زمان $۸s$ از مکان $\vec{d_1} = (-۴m)\vec{i}$ به مکان $\vec{d_2} = (۴m)\vec{i}$ می‌رسد. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

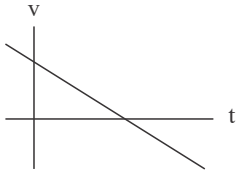
الف جهت حرکت این متحرک را تعیین کنید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب بزرگی سرعت متوسط متحرک در مدت زمان $۸s$ چند متر بر ثانیه است؟ آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پ مسافت طی شدهٔ متحرک چند متر است؟ آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

نمودار v-t | استفاده از سرعت در لحظات مختلف و تحلیل نمودار

۳۷ نمودار سرعت - زمان حرکتی به شکل زیر و خط راست است. اگر سرعت حرکت در لحظهٔ صفر برابر v_0 باشد و جهت حرکت در لحظهٔ T تغییر کرده باشد، رابطهٔ سرعت - زمان حرکت را بنویسید. آسان- منتا



شناخت حرکت | معادلهٔ سرعت-زمان و مسائل مربوط به آن

۳۸ سرعت جسمی برحسب زمان برحسب یکاهای SI به‌صورت زیر به‌دست می‌آید. (حرکت جسم در لحظهٔ صفر آغاز شده است) متوسط- منتا

$$v = ۰/۵t^۳ - ۲/۵t^۲ + ۱$$

نسبت تغییر سرعت جسم در ثانیهٔ پنجم حرکت به تغییر سرعت جسم در ثانیهٔ اول حرکت چقدر است؟

۳۹ رابطهٔ سرعت - زمان حرکتی که در لحظهٔ صفر آغاز شده در SI به‌صورت زیر است: متوسط- منتا

$$v = \sqrt{t^۲ - ۷t + ۴} + ۲t$$

الف) سرعت اولیهٔ حرکت را به‌دست آورید.

ب) در چه لحظه یا لحظه‌هایی سرعت حرکت ۱۶ متر بر ثانیه می‌شود؟

تندی و سرعت متوسط

۴۰ جسمی روی محور x حرکت می‌کند. در لحظهٔ $t_۱ = ۳s$ جسم در مکان $+۱۵m$ قرار دارد و تندی آن ۱۲ متر بر ثانیه در سوی منفی محور است و در لحظهٔ $t_۲ = ۸s$ جسم به مکان $+۵m$ رسیده و تندی آن ۸ متر بر ثانیه در سوی مثبت محور می‌شود. آسان- منتا

الف) بردار مکان اولیه و نهایی را بنویسید و بردار سرعت متوسط را حساب کنید.

ب) بردار سرعت اولیه و نهایی را بنویسید و بردار شتاب متوسط را حساب کنید.

شتاب متوسط و لحظه‌ای

۴۱ نشان دهید در حرکت بر خط راست، در هر بازهٔ زمانی دلخواه بردار شتاب متوسط هم‌راستا با مسیر حرکت است. آسان- منتا

۴۲ الف) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار نباشد، کدام‌یک از موارد (تندی - جهت حرکت - سرعت) ممکن است تغییر کند؟

ب) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار باشد، کدام‌یک از موارد (تندی - جهت حرکت - سرعت) ممکن است تغییر نکند؟ آسان- منتا

تندی و سرعت متوسط

۴۳ جسمی که روی محور x حرکت می کند، در لحظه‌های $t_1 = 2s$ و $t_2 = 10s$، به‌ترتیب در مکان‌های $x_1 = -16m$ و $x_2 = +50m$ قرار دارد. اگر سرعت متوسط جسم از لحظه $t_1 = 2s$ تا لحظه $t_M = 5s$، دو برابر سرعت متوسط آن از لحظه $t_M = 5s$ تا لحظه $t_2 = 10s$ باشد، مکان جسم را در لحظه $t_M = 5s$ را بیابید. متوسط- منتا

۴۴ در حرکت یک جسم بر خط راست، بردار مکان جسم در لحظهٔ $t_1 = 8s$ برابر $\vec{d}_1 = (+12m)\vec{i}$ و سرعت متوسط جسم از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_1 = 8s$ برابر $\vec{v}_{1_{av}} = (-2/5m/s)\vec{i}$ است. اگر بردار مکان جسم در لحظهٔ $t_2 = 20s$ برابر $\vec{d}_2 = (-8m)\vec{i}$ باشد، سرعت متوسط جسم از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_2 = 20s$ را به‌دست آورید. متوسط- منتا

۴۵ طول عقربهٔ دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت بزرگ برابر ۱/۵ متر است. موارد زیر را حساب کنید. متوسط- منتا

الف) اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت نیم دقیقه

ب) اندازهٔ سرعت متوسط نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار در مدت ۱۵ دقیقه

۴۶ طول عقربه‌های ساعت‌شمار، دقیقه‌شمار و ثانیه‌شمار یک ساعت دیواری به‌ترتیب ۹، ۱۵ و ۱۵ سانتی‌متر است. تندی متوسط نوک هریک از این عقربه‌ها را در مدت زمان یک دور چرخش برحسب یکای SI حساب کنید. $(\pi \approx ۳)$

آسان- منتا

مسافت و جابه‌جایی

۴۷ ذرّه‌ای روی محیط یک مربع به ضلع ۶۰ سانتی‌متر در یک سو حرکت می‌کند. این ذرّه حرکت خود را از یکی از گوشه‌های مربع آغاز کرده است. اندازهٔ جابه‌جایی ذرّه را پس از پیمودن مسافت الف) ۱۰۵، ب) ۱۴۸ سانتی‌متر حساب کنید.

متوسط- منتا

۴۸ ذرّه‌ای روی محیط یک دایره به شعاع ۳۰ سانتی‌متر در یک‌سو حرکت می‌کند.

الف) اگر ذرّه روی محیط دایره ۱۲۰ درجه بچرخد، مسافت پیموده‌شده توسط آن چند سانتی‌متر است؟

ب) اگر ذرّه مسافت ۱۰۵ سانتی‌متر را بپیماید، چند درجه و چند رادیان روی محیط دایره چرخیده است؟

آسان- منتا

۴۹ در هریک از جمله‌های زیر، عبارت مناسب را از داخل پرانتز انتخاب کنید و در پاسخ‌نامه بنویسید. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

الف در حرکت بر خط راست (با تغییر - بدون تغییر) جهت، اندازهٔ بردار جابه‌جایی برابر مسافت پیموده شده است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

ب در حرکت بر خط راست، بردار شتاب متوسط با بردار تغییر (مکان - سرعت) هم‌جهت است. آسان- سوالات امتحانی داخل کشور

پاسخ‌نامه تشریحی

۱

الف

$t = ۴s \rightarrow v = -۲ \times ۴ + ۶ \rightarrow \boxed{v = -۲m/s}$

ب برای یافتن سرعت متوسط، چند راه وجود دارد که به تعدادی از آنها اشاره می‌کنیم:

روش اول: چون معادلهٔ سرعت - زمان درجهٔ اول است، حرکت شتاب‌دار با شتاب ثابت است. بنابراین از معادلات این نوع حرکت استفاده می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_۱ = ۱s \rightarrow v_۱ = -۲ \times ۱ + ۶ \rightarrow \boxed{v_۱ = ۴m/s} \\ t_۲ = ۵s \rightarrow v_۲ = -۲ \times ۵ + ۶ \rightarrow \boxed{v_۲ = -۴m/s} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{v_۱ + v_۲}{۲} = \frac{۴ + (-۴)}{۲} = ۰$$

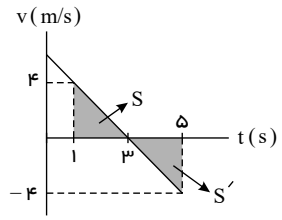
روش دوم:

$$\begin{cases} x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \xrightarrow{\text{در حالت کلی}} \Delta x = \frac{۱}{۲}a\Delta t^۲ + v_۱\Delta t \\ v = -۲t + ۶ \xrightarrow{v=at+v_۰} \begin{cases} a = -۲m/s^۲ \\ v_۰ = ۶m/s \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \Delta x = \frac{۱}{۲}(-۲)(۴)^۲ + ۴ \times ۴ = -۱۶ + ۱۶ = ۰ \\ \Delta t = ۵ - ۱ = ۴s \\ v_{t=۱s} = v_۱ = -۲ \times ۱ + ۶ = ۴m/s \end{cases} \end{cases} \Rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰}{۵ - ۱} = ۰$$

روش سوم: استفاده از رسم نمودار

$v = -۲t + ۶ \Rightarrow (t = ۱s, v = ۴m/s), (t = ۵s, v = -۴m/s)$

$S = S' = \frac{۱}{۲}(۴)(۲) = ۴m \rightarrow \Delta x = S - S' = ۰$



$\rightarrow v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{۰}{۵ - ۱} = ۰$

برای یافتن تندی متوسط:

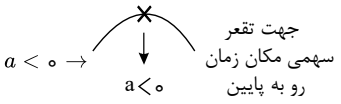
مسافت طی شده $= S + S' = ۴m + ۴m = ۸m \rightarrow s_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{۸m}{۴s} = ۲m/s$

پ با داشتن a و $v_۰$ و $x_۰$ ابتدا معادلهٔ مکان - زمان را می‌نویسیم:

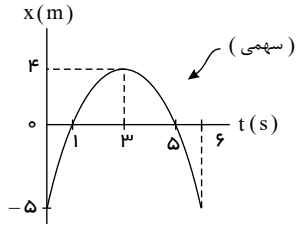
$x = \frac{۱}{۲}at^۲ + v_۰t + x_۰ \rightarrow x = \frac{۱}{۲}(-۲)t^۲ + ۶t - ۵ \Rightarrow x = -t^۲ + ۶t - ۵$

$x = ۰ \rightarrow -(t^۲ - ۶t + ۵) = -(t - ۱)(t - ۵) = ۰ \Rightarrow t = ۱s \ , \ t = ۵s$

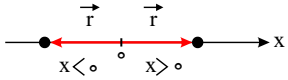
$t = ۰ \rightarrow x = -۵m$



$t = ۳s \rightarrow x = ۴m$



ت بردار مکان متحرک: $\vec{r} = x\vec{i}$ می‌باشد. جهت بردار $\vec{r}$ به علامت x وابسته است.



حال بررسی می‌کنیم در هر بازهٔ زمانی چه رُخ داده است. در کل، زمان حرکت در بازهٔ $t = ۰$ تا $t = ۶s$ ، علامت شتاب منفی است. علامت سرعت همبستگی به علامت شیب خط مماس بر نمودار دارد:

در بازهٔ زمانی $5s$ تا $6s$ و $\begin{cases} x<0 \\ a<0 \\ v<0 \end{cases}$ در بازهٔ زمانی $3s$ تا $5s$ و $\begin{cases} x>0 \\ v<0 \\ a<0 \end{cases}$ در بازهٔ زمانی $1s$ تا $3s$ و $\begin{cases} x>0 \\ a<0 \\ v>0 \end{cases}$ در بازهٔ زمانی صفر تا $1s$ $\begin{cases} x<0 \\ a<0 \\ v>0 \end{cases}$

بنابراین، بردار مکان و بردار سرعت در بازه‌های $1s$ تا $3s$ و ۵ تا ۶ ثانیه و a و x در بازه‌های زمانی صفر تا $1s$ و $5s$ تا $6s$ هم‌سو هستند.

۲ الف) پاره‌خط جهت‌داری که مکان آغازین حرکت را به مکان پایانی حرکت وصل می‌کند.

ب) برداری است که مبدأ مکان را در هر لحظه به مکان ذرّه در آن لحظه متصل می‌کند.

۳ برای محاسبهٔ نیروی سطح تکیه‌گاه داریم (چون جسم در آستانه حرکت است، $F=300N$ است):

$$R=\sqrt{F_N^2+f_s^2}$$

$$f_s=300N\,,\ F_N=mg \Rightarrow R=\sqrt{(400)^2+(300)^2}=500N$$

۴

الف مکان

۵

الف مکان

۶

الف

$$\vec{d}=\vec{d}_2-\vec{d}_1$$
$$\vec{d}=(-5m)\vec{i}-(+5m)\vec{i}$$
$$\vec{d}=(-10m)\vec{i}$$

ب متحرک روی خط راست و در یک جهت حرکت کند. به عبارتی، مسافت طی شده و جابه‌جایی‌اش هم‌اندازه باشند.

۷ الف) تندی متوسط، کمیتی نرده‌ای و سرعت متوسط، کمیتی برداری است.

تندی متوسط، یعنی مسافت به زمان و سرعت متوسط، یعنی جابه‌جایی به زمان

ب) برابر است با شیب خط مماس بر نمودار سرعت - زمان در هر لحظه

۸ الف)

$$x=t^3-3t^2+4$$

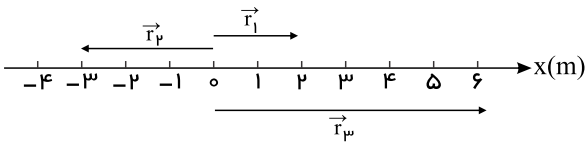
$$\begin{cases} t=0\,s \Rightarrow x(0\,s)=4\,m \\ t=2\,s \Rightarrow x(2s)=2^3-3\times 2^2+4=0\,m \end{cases}$$

ب)

$$v_{av}=\frac{x(2s)-x(0\,s)}{2s-0\,s}=\frac{(0m)-(4m)}{2\,s}=-2\frac{m}{s}$$

۹

الف) بردار مکان در لحظه‌های t_1، t_2 و t_3 را به‌ترتیب $\vec{r}_1$، $\vec{r}_2$ و $\vec{r}_3$ می‌نامیم.



$$\vec{r}_1=(+2m)\vec{i}\ ,\ \vec{r}_2=(-3m)\vec{i}\ ,\ \vec{r}_3=(+6m)\vec{i}$$

ب)

$$t_1<t<t_2 \Rightarrow \overrightarrow{d_{12}}=\vec{r}_2-\vec{r}_1=(-3m)\vec{i}-(+2m)\vec{i}=(-5m)\vec{i}$$

$$t_2<t<t_3 \Rightarrow \overrightarrow{d_{23}}=\vec{r}_3-\vec{r}_2=(+6m)\vec{i}-(-3m)\vec{i}=(+9m)\vec{i}$$

$$t_1<t<t_3 \Rightarrow \overrightarrow{d_{13}}=\vec{r}_3-\vec{r}_1=(+6m)\vec{i}-(+2m)\vec{i}=(+4m)\vec{i}$$

۱۰ الف) مدت زمان حرکت خودرو یک ساعت و بیست دقیقه (۸۰ دقیقه) است.

$$\Delta t=80\ \min=\frac{80}{60}\,h=\frac{4}{3}h \qquad s_{av}=\frac{l}{\Delta t}=\frac{88\,km}{(\frac{4}{3}h)}=66\frac{km}{h}$$

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{60\,km}{(\frac{4}{3}h)}=45\,\frac{km}{h}$$

ب) تندی متوسط، یک کمیت نرده‌ای (عددی) است و تنها مقدار دارد؛ اما سرعت متوسط، یک کمیت برداری و دارای مقدار و جهت (راستا و سو) است که ما تنها مقدار آن را حساب کرده‌ایم.

جهت سرعت متوسط همان جهت جابه‌جایی است که تقریباً به سوی شمال است.

پ) اگر مسیر حرکت خودرو مستقیم باشد و خودرو تغییر جهت ندهد، اندازهٔ جابه‌جایی با مسافت برابر می‌شود؛ در نتیجه، اندازهٔ سرعت متوسط و تندی متوسط برابر می‌شوند.

۱۱ الف) اگر در رابطهٔ مکان - زمان، $x=D$ قرار داده شود، $t=0$ به‌دست می‌آید. پس D مکان متحرک در لحظه صفر است.

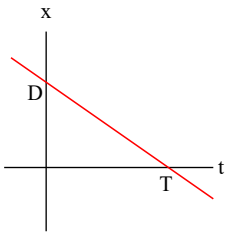
همچنین اگر در رابطهٔ مکان - زمان، $t = T$ قرار داده شود، $x = ۰$ به‌دست می‌آید. پس T لحظه‌ای است که متحرک از مبدأ مکان عبور می‌کند.

ب) رابطهٔ مکان - زمان درجه یک است. در نتیجه، نمودار مکان - زمان این حرکت یک خط راست است.

$$\frac{x}{D} + \frac{t}{T} = ۱ \Rightarrow x + \frac{D}{T}t = D \Rightarrow x = -\frac{D}{T}t + D$$

شیب این خط $-\frac{D}{T}$ و عرض از مبدأ آن D است.

پس نمودار مکان - زمان به‌صورت شکل روبه‌رو می‌شود.



پ) نمودار مکان - زمان حرکت خط راست است و شیب آن ثابت است. در نتیجه، سرعت متوسط متحرک در هر بازهٔ زمانی دلخواه ثابت و برابر شیب این خط است. بنابراین، سرعت متوسط متحرک در بازهٔ زمانی مورد نظر برابر $-\frac{D}{T}$ است.

۱۲

الف برداری که مبدأ محور را به مکان جسم در هر لحظه وصل می‌کند.

ب متحرک روی خط راست و بدون تغییر جهت حرکت کند. به عبارتی، مسافت طی شده و جابه‌جایی‌اش هم‌اندازه باشند.

۱۳

الف غرب

ب شتاب متوسط

پ خط راست

۱۴

الف

$x = ۲t^۲ - ۳t - ۸ , x_۱ = -۸m , x_۲ = -۶m$

$$v_{av} = \frac{\Delta x}{\Delta t} \Rightarrow v_{av} = \frac{-۶ - (-۸)}{۲ - ۰} = ۱m/s$$

۱۵

الف کاهش

ب هم‌جهت

پ سرعت متوسط

۱۶

الف تغییر سرعت

ب جابه‌جایی

پ مماس

۱۷

الف درست

۱۸

	مکان آغازین	مکان پایانی	بردار جابه‌جایی	سرعت متوسط	جهت حرکت
متحرک A	$(-۲٫۰\ m)\vec{i}$	$(۶٫۴m)\vec{i}$	$(۸٫۴m)\vec{i}$	$(۲٫۱\frac{m}{s})\vec{i}$	مثبت
متحرک B	$(۳٫۱m)\vec{i}$	$(-۲٫۵m)\vec{i}$	$(-۵٫۶m)\vec{i}$	$(-۱٫۴\frac{m}{s})\vec{i}$	منفی
متحرک C	$(۲٫۰m)\vec{i}$	$(۸٫۶m)\vec{i}$	$(۶٫۶m)\vec{i}$	$(۱٫۶۵\frac{m}{s})\vec{i}$	مثبت
متحرک D	$(-۱٫۴m)\vec{i}$	$(۸٫۲m)\vec{i}$	$(۹٫۶m)\vec{i}$	$(۲٫۴\frac{m}{s})\vec{i}$	مثبت

۱۹ اگر یک متحرک روی خط راست و در یک جهت حرکت کند (تغییر جهت نداشته باشد)، اندازهٔ جابه‌جایی متحرک با مسافت پیموده‌شده توسط آن برابر است؛ در نتیجه، اندازهٔ سرعت متوسط با تندی متوسط برابر می‌شود.

۲۰ الف)

$v = -۲t^۳ + ۳t^۲ - t + ۴$

$$\Rightarrow \begin{cases} t=0s \Rightarrow v(0s)=-2\times 0+3\times 0-0+4=+4m/s \\ t=5s \Rightarrow v(5s)=-2\times 5^3+3\times 5^2-5+4=-176m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{v(5s)-v(0s)}{5s-0s}=\frac{(-176m/s)-(+4m/s)}{5s}=\frac{-180m/s}{5s}=-36m/s^2$$

ب) اندازهٔ شتاب متوسط در ثانیهٔ mام حرکت (از $t_1=(n-1)s$ تا $t_2=(n)s$) را به‌دست می‌آوریم:

$$\Delta v=v_2-v_1=(-2n^3+3n^2-n+4)-(-2(n-1)^3+3(n-1)^2-(n-1)+4)$$

$$\Rightarrow \Delta v=-2(n^3-(n-1)^3)+3(n^2-(n-1)^2)-(n-(n-1))$$

$$\Rightarrow \Delta v=-2(3n^2-3n+1)+3(2n-1)-(1)=-6n^2+12n-6=-6(n-1)^2$$

$$\Rightarrow a_{av}=\frac{\Delta v}{\Delta t}=\frac{-6(n-1)^2}{1}=-6(n-1)^2 \Rightarrow |a_{av}|=6(n-1)^2=24$$

$$\Rightarrow (n-1)^2=4 \Rightarrow n-1=2 \Rightarrow n=3s$$

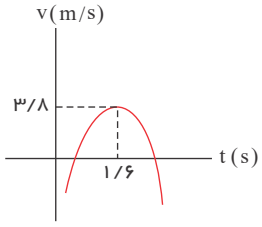
در ثانیهٔ سوم حرکت اندازه شتاب متوسط جسم برابر ۲۴ متر بر مربع ثانیه است.

۲۱ رابطهٔ سرعت - زمان را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$v=-5t^2+16t-9=-5t^2+16t-\frac{64}{5}+\frac{19}{5}$$

$$=-5(t^2+\frac{16}{5}t-\frac{64}{25})+\frac{19}{5}=-5(t-\frac{8}{5})^2+\frac{19}{5}=-5(t-1/6)^2+3/8$$

باتوجه به رابطهٔ به‌دست آمده، نمودار سرعت - زمان متحرک را که یک سهمی است، به شکل روبه‌رو رسم می‌کنیم. در نمودار سرعت - زمان رسم شده مشاهده می‌شود که سرعت در لحظهٔ ۱٫۶ ثانیه بیشترین اندازه را در سوی مثبت محور مکان دارد و بیشترین اندازهٔ سرعت در سوی مثبت محور مکان برابر ۳٫۸ متر بر ثانیه است.



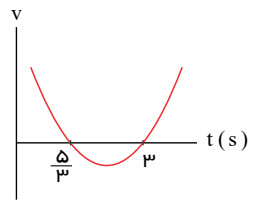
۲۲ الف) برای پیدا کردن لحظهٔ تغییر جهت حرکت جسم، ابتدا باید لحظه‌ای را به‌دست آوریم که در آن سرعت جسم صفر شده است.

$$v=3t^2-14t+15 \xrightarrow{v=0} 3t^2-14t+15=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{-(-14)\pm\sqrt{(-14)^2-4\times 3\times 15}}{2\times 3}=\frac{14\pm\sqrt{16}}{6}=\frac{14\pm 4}{6}\Rightarrow \begin{cases} t=3s \\ t=\frac{5}{3}s \end{cases}$$

سپس باید بررسی کنیم که در این لحظه‌ها علامت سرعت تغییر کرده است یا نه و برای این کار، نمودار سرعت - زمان جسم را رسم می‌کنیم.

با توجّه به لحظه‌های به‌دست آمده (محل تقاطع منحنی با محور زمان) و درجهٔ دو (سهمی) بودن منحنی سرعت - زمان، نمودار سرعت - زمان به شکل روبه‌رو رسم می‌شود:



با توجّه به نمودار سرعت - زمان، در لحظه‌های $t_1=\frac{5}{3}s$ و $t_1=3s$ علامت سرعت و در نتیجه، جهت حرکت جسم تغییر کرده است.

ب) در نمودار سرعت - زمان رسم شده مشاهده می‌شود که سرعت جسم در بازهٔ زمانی $t_1=\frac{5}{3}s$ تا $t_2=3s$ منفی است. پس در این بازهٔ زمانی، جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند.

$$\Rightarrow \text{مدت زمان حرکت در سوی منفی } \Delta t=t_2-t_1=3s-\frac{5}{3}s=\frac{4}{3}s$$

۲۳ در رابطهٔ سرعت - زمان $v=0$ را جایگزین می‌کنیم.

$$v=3-\frac{10t}{t^2+1}\xrightarrow{v=0}3-\frac{10t}{t^2+1}=0\Rightarrow 3=\frac{10t}{t^2+1}$$

$$\Rightarrow 3t^2+3=10t\Rightarrow 3t^2-10t+3=0$$

$$\Rightarrow t=\frac{-(-10)\pm\sqrt{(-10)^2-4\times 3\times 3}}{2\times 3}=\frac{10\pm\sqrt{64}}{6}=\frac{10\pm 8}{6}\Rightarrow \begin{cases} t=3s \\ t=\frac{1}{3}s \end{cases}$$

بنابراین در لحظه‌های $t_1=\frac{1}{3}s$ و $t_2=3s$ سرعت متحرک صفر و متحرک متوقف می‌شود و داریم:

فاصلهٔ زمانی بین دو بار توقف $\Delta t = t_۲ - t_۱ = ۳s - \frac{۱}{۳}s = \frac{۸}{۳}s$

۲۴ الف)

$$\begin{cases} v_۱ = (+۱۶m/s) \\ v_۲ = (-۹m/s) \end{cases} \Rightarrow a_{av} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_۲ - v_۱}{\Delta t}$$

$$= \frac{(-۹m/s) - (+۱۶m/s)}{۱۰s} = \frac{(-۲۵m/s)}{۱۰s} = -۲/۵m/s^۲$$

ب) سرعت متحرک در وسط زمان حرکت را v_x درنظر می‌گیریم.

$$(a_{av})_۲ = ۴(a_{av})_۱ \Rightarrow \frac{v_۲ - v_x}{\Delta t} = ۴\frac{v_x - v_۱}{\Delta t}$$

$$\Rightarrow v_۲ - v_x = ۴(v_x - v_۱) \Rightarrow v_۲ + ۴v_۱ = ۵v_x$$

$$\Rightarrow v_x = \frac{v_۲ + ۴v_۱}{۵} = \frac{(-۹m/s) + ۴(+۱۶m/s)}{۵} = \frac{+۵۵m/s}{۵} = +۱۱m/s$$

سرعت متحرک در وسط زمان حرکت ۱۱ متر بر ثانیه در سوی مثبت محور است.

۲۵ الف)

$$\begin{cases} t_۱ = ۰s \Rightarrow x_۱ = ۲/۵m \\ t_۲ = ۲s \Rightarrow x_۲ = ۱/۵ \times ۲^۳ - ۲ + ۲/۵ = ۱۲/۵m \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{۱۲/۵ - ۲/۵}{۲ - ۰} = \frac{۱۰}{۲} = ۵m/s$$

ب) لحظهٔ مورد نظر را T فرض می‌کنیم.

$$\begin{cases} t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۲ = ۱/۵ \times ۲^۳ - ۲ + ۲/۵ \\ t_۲ = T \Rightarrow x_۲ = ۱/۵T^۲ - T + ۲/۵ \end{cases}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{x_۲ - x_۱}{t_۲ - t_۱} = \frac{(۱/۵T^۲ - T + ۲/۵) - (۱/۵ \times ۲^۳ - ۲ + ۲/۵)}{T - ۲}$$

$$\Rightarrow v_{av} = \frac{۱/۵(T^۳ - ۲^۳) - (T - ۲)}{T - ۲} = \frac{۱/۵(T - ۲)(T^۲ + ۲T + ۴) - (T - ۲)}{T - ۲}$$

$$= ۱/۵(T^۲ + ۲T + ۴) - ۱ = ۱/۵T^۲ + ۳T + ۵$$

$$\xrightarrow{v_{av} = ۷۷} ۱/۵T^۲ + ۳T + ۵ = ۷۷ \Rightarrow ۱/۵T^۲ + ۳T - ۷۲ = ۰$$

$$\Rightarrow T^۲ + ۲T - ۴۸ = ۰ \Rightarrow (T + ۸)(T - ۶) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} T = -۸s & \text{قابل قبول نیست.} \\ T = ۶s \end{cases}$$

۲۶ الف)

$$\begin{cases} t_۱ = ۱s \Rightarrow x_۱ = ۴ \times ۱^۲ - ۱۲ \times ۱ + ۱۳ = ۵m \\ t_۲ = ۴s \Rightarrow x_۲ = ۴ \times ۴^۲ - ۱۲ \times ۴ + ۱۳ = ۲۹m \end{cases}$$

$$\Rightarrow \Delta x = x_۲ - x_۱ = ۲۹m - ۵m = ۲۴m$$

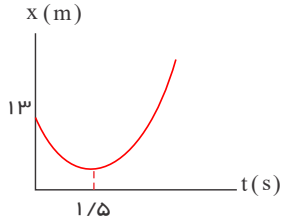
ب) بررسی می‌کنیم که متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ تغییر جهت داشته است یا خیر.

رابطهٔ مکان - زمان را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$$x = ۴t^۲ - ۱۲t + ۱۳ = (۴t^۲ - ۱۲t + ۹) + ۴ = (۲t - ۳)^۲ + ۴$$

با توجّه به رابطهٔ مکان - زمان، نمودار مکان - زمان متحرک به شکل fi است. مشاهده می‌شود که متحرک در لحظهٔ $t_M = ۱/۵s$ تغییر جهت می‌دهد. پس برای محاسبهٔ مسافت پیموده‌شده در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ باید ابتدا مکان متحرک در لحظهٔ $t_M = ۱/۵s$ را به‌دست آوریم.

$$t_M = ۱/۵s \Rightarrow x_M = ۴ \times ۱/۵^۲ - ۱۲ \times ۱/۵ + ۱۳ = ۴m$$



این متحرک در بازهٔ زمانی $t_۱ = ۱s$ تا $t_۲ = ۴s$ ابتدا از مکان $x_۱ = ۵m$ در یک سو به مکان $x_M = ۴m$ رفته و مسافت $|x_M = x_۱| = ۱m$ متر را می‌پیماید، سپس از مکان $x_M = ۴m$ در یک سو به مکان $x_۲ = ۲۹m$ رفته و مسافت $|x_۲ - x_M| = ۲۵m$ متر را می‌پیماید. بنابراین، متحرک در این بازهٔ زمانی در مجموع مسافت $۲۵m + ۱m = ۲۶m$ را پیموده است.

۲۷ رابطهٔ مکان - زمان را به‌صورت زیر تغییر می‌دهیم:

$x = -۹t^۲ + ۳۶t + ۲۸ = -۹t^۲ + ۳۶t - ۳۶ + ۶۴$

$= -۹(t^۲ - ۴t + ۴) + ۶۴ = -۹(t-۲)^۲ + ۶۴$

با توجّه به رابطهٔ مکان - زمان، در لحظهٔ $t = ۲s$ مکان به بیشترین مقدار خود یعنی $x_{max} = ۶۴m$ می‌رسد. بنابراین:

الف) در محدودهٔ زمانی $t < ۲s$، x برحسب t صعودی است و افزایش می‌یابد و جسم در سوی مثبت محور x حرکت می‌کند.

ب) در محدودهٔ زمانی $t > ۲s$، x برحسب t نزولی است و کاهش می‌یابد و جسم در سوی منفی محور x حرکت می‌کند.

پ و ت) در لحظه $t = ۲s$ و در مکان $x = ۶۴m$ جهت حرکت جسم تغییر می‌کند.

۲۸ در لحظه‌هایی که $x = +۱۰m$ و $x = -۱۰m$ است، فاصلهٔ متحرک از مبدأ مکان برابر ۱۰ متر می‌شود.

$x = +۱۰m \Rightarrow ۲\sqrt{t} - ۱۵ = +۱۰ \Rightarrow ۲\sqrt{t} = ۲۵ \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{۲۵}{۲} \Rightarrow t = \frac{۶۲۵}{۴}s$

$x = -۱۰m \Rightarrow ۲\sqrt{t} - ۱۵ = -۱۰ \Rightarrow ۲\sqrt{t} = ۵ \Rightarrow \sqrt{t} = \frac{۵}{۲} \Rightarrow t = \frac{۲۵}{۴}s$

متحرک در لحظهٔ $t = \frac{۲۵}{۴}s$ برای اولین‌بار و در لحظهٔ $t = \frac{۶۲۵}{۴}s$ برای دومین‌بار در فاصلهٔ ۱۰ متری مبدأ مکان قرار می‌گیرد.

۲۹ الف) در رابطهٔ مکان - زمان $t = ۰s$ را جایگزین می‌کنیم.

$x = ۰/۸t - \frac{۹}{t+۲} \xrightarrow{t=۰s} x(۰s) = ۰/۸ \times ۰ - \frac{۹}{۰+۲} \Rightarrow x(۰s) = -۴/۵m$

ب) دو ثانیه دوم حرکت از لحظهٔ $t_۱ = ۲s$ تا لحظهٔ $t_۲ = ۴s$ است.

$$\begin{cases} t_۱ = ۲s \Rightarrow x_۱ = ۰/۸ \times ۲ - \frac{۹}{۲+۲} = ۱/۶ - ۲/۲۵ = -۰/۶۵m \\ t_۲ = ۴s \Rightarrow x_۲ = ۰/۸ \times ۴ - \frac{۹}{۴+۲} = ۳/۲ - ۱/۵ = +۱/۷m \end{cases}$$

$\Rightarrow \Delta x = x_۲ - x_۱ = (+۱/۷m) - (-۰/۶۵m) = +۲/۳۵m$

پ) لحظه‌ای را که در آن $x = ۰m$ شده است به‌دست می‌آوریم.

$x = ۰/۸t - \frac{۹}{t+۲} \xrightarrow{x=۰m} ۰/۸t - \frac{۹}{t+۲} = ۰ \Rightarrow ۰/۸t = \frac{۹}{t+۲} \Rightarrow ۰/۸t^۲ + ۱/۶t = ۹$

$\xrightarrow{\times ۵} ۴t^۲ + ۸t = ۴۵ \xrightarrow{+۴} ۴t^۲ + ۸t + ۴ = ۴۹ \Rightarrow ۴(t+۱)^۲ = ۴۹ \Rightarrow ۲(t+۱) = \pm ۷$

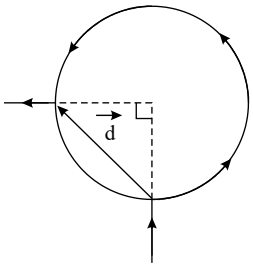
$\Rightarrow t + ۱ = \pm ۳/۵ \Rightarrow t = \pm ۳/۵ - ۱ \Rightarrow \begin{cases} t = +۳/۵ - ۱ = ۲/۵s \\ t = -۳/۵ - ۱ = -۴/۵s \end{cases}$

با توجّه به اینکه حرکت در لحظهٔ صفر آغاز شده است، تنها پاسخ $t = ۲/۵s$ قابل قبول است.

توجه: در رابطهٔ مکان - زمان به‌ازای هر مقدار x، ممکن است چند مقدار برای t به‌دست بیاید و یا اینکه مقداری برای t به‌دست نیاید. به بیان دیگر، متحرک ممکن است از یک مکان مشخّص چند بار عبور کرده باشد و یا اینکه از یک مکان مشخّص عبور نکند.

۳۰

مطابق شکل روبه‌رو، خودرو سه چهارم محیط میدان را پیموده است.



$$\begin{cases} \text{مسافت پیموده‌شده } l = \frac{۳}{۴}(۲\pi R) = \frac{۳}{۲}\pi R \\ \text{اندازهٔ جابه‌جایی } d = \sqrt{R^۲ + R^۲} = \sqrt{۲}R \end{cases}$$

راه‌حل اول:

$S_{av} = ۲۷km/h = ۲۷ \times (\frac{۱}{۳/۶}m/s) = \frac{۱۵}{۲}m/s$

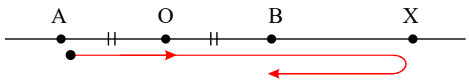
$S_{av} = \frac{l}{\Delta t} = \frac{\frac{۳}{۲}\pi R}{\Delta t} \Rightarrow ۷/۵m/s = \frac{\frac{۳}{۲} \times ۳ \times ۴۸m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{۱۴۴}{۵}s$

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}R}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}\times ۴۸m}{\frac{۱۴۴}{۵}s}=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}m/s=\frac{۵\sqrt{۲}}{۳}(۳٫۶km/h)=۶\sqrt{۲}km/h$$

راه‌حل دوم: نسبت اندازهٔ سرعت متوسط به تندی متوسط برابر نسبت اندازه جابه‌جایی به مسافت است.

$$\frac{v_{av}}{S_{av}}=\frac{d}{l}=\frac{\sqrt{۲}R}{\frac{۳}{۲}\pi R}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳\pi}\Rightarrow v_{av}=\frac{۲\sqrt{۲}}{۳\pi}\times ۲۷km/h=۶\sqrt{۲}km/h$$

۳۱ مانند شکل زیر فرض می‌کنیم متحرک در نقطهٔ X تغییر جهت داده است و نقطهٔ وسط A و B را O می‌نامیم.



راه‌حل اول:

$$\begin{cases}\text{مسافت پیموده‌شده } l=AX+BX=۱۸۰m\\ \text{اندازهٔ جابه‌جایی } d=AB=AX-BX=۱۰۰m\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}AX=۱۴۰m\\BX=۴۰m\end{cases}$$

$$\Rightarrow OX=OB+BX=\frac{AB}{۲}+BX=\frac{۱۰۰}{۲}+۴۰=۹۰m$$

راه‌حل دوم:

$$\left.\begin{aligned}AX&=AO+OX=\frac{AB}{۲}+OX\\BX&=OX-OB=OX-\frac{AB}{۲}\end{aligned}\right\}\Rightarrow AX+BX=۲OX$$

$$\Rightarrow OX=\frac{AX+BX}{۲}=\frac{\text{مسافت پیموده‌شده}}{۲}=۹۰m$$

توجه: راه‌حل دوم نشان می‌دهد که پاسخ این سؤال به اندازهٔ جابه‌جایی بستگی ندارد و نصف مسافت پیموده شده است.

۳۲

الف د

ب (ن)

پ (د)

۳۳

الف لحظه‌ای

۳۴

الف درست

ب نادرست

۳۵

الف نرده‌ای

ب مکان

پ تغییر سرعت

۳۶

الف در جهت مثبت محور x

ب

$$v_{av}=\frac{\Delta x}{\Delta t}\Rightarrow v_{av}=\frac{۴-(-۴)}{۸}\Rightarrow v_{av}=۱\frac{m}{s}$$

پ

اگر مسافت طی شده توسط متحرک را با ℓ نمایش دهیم:

$$\ell\geq ۸m$$

۳۷ با توجه به خط راست بودن نمودار سرعت - زمان، رابطهٔ سرعت - زمان درجهٔ یک است.

رابطهٔ سرعت - زمان را به‌صورت $v=mt+b$ در نظر می‌گیریم و داریم:

$$v=mt+b\Rightarrow\begin{cases}t=۰,v=v_{۰}\Rightarrow v_{۰}=m\times ۰+b\Rightarrow b=v_{۰}\\ t=T,v=۰\Rightarrow ۰=m\times T+b\Rightarrow m=\frac{-b}{T}\Rightarrow m=-\frac{v_{۰}}{T}\end{cases}$$

$$\Rightarrow v = -\frac{v_{\circ}}{T}t + v_{\circ}$$

۳۸ ثانیهٔ اول حرکت از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $1s$ و ثانیهٔ پنجم حرکت از لحظهٔ $4s$ تا لحظهٔ $5s$ است. بنابراین، سرعت متحرک را در لحظه‌های صفر، $1s$، $4s$ و $5s$ به‌دست می‌آوریم.

$$v = ۰/۵t^{۳} - ۲/۵t^{۲} + ۱ \Rightarrow \begin{cases} t = ۰s \Rightarrow v(۰s) = ۰/۵ \times ۰ - ۲/۵ \times ۰ + ۱ = +۱m/s \\ t = ۱s \Rightarrow v(۱s) = ۰/۵ \times ۱^{۳} - ۲/۵ \times ۱^{۲} + ۱ = -۱m/s \\ t = ۴s \Rightarrow v(۴s) = ۰/۵ \times ۴^{۳} - ۲/۵ \times ۴^{۲} + ۱ = -۷m/s \\ t = ۵s \Rightarrow v(۵s) = ۰/۵ \times ۵^{۳} - ۲/۵ \times ۵^{۲} + ۱ = +۱m/s \end{cases}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{تغییر سرعت در ثانیهٔ پنجم}}{\text{تغییر سرعت در ثانیهٔ اول}} = \frac{v(۵s) - v(۴s)}{v(۱s) - v(۰s)} = \frac{(+۱m/s) - (-۷m/s)}{(-۱m/s) - (+۱m/s)} = \frac{+۸m/s}{-۲m/s} = -۴$$

۳۹ الف) در رابطهٔ سرعت - زمان $t = ۰s$ را جایگزین می‌کنیم.

$$v = \sqrt{t^{۲} - ۷t + ۴} + ۲t \xrightarrow{t=۰s} v(۰s) = \sqrt{۰ - ۷ \times ۰ + ۴} + ۲ \times ۰ = ۲m/s$$

ب) در رابطهٔ سرعت - زمان $v = ۱۶m/s$ را جایگزین می‌کنیم.

$$v = \sqrt{t^{۲} - ۷t + ۴} + ۲t \xrightarrow{v=۱۶m/s} ۱۶ = \sqrt{t^{۲} - ۷t + ۴} + ۲t$$

$$\Rightarrow ۱۶ - ۲t = \sqrt{t^{۲} - ۷t + ۴} \xrightarrow{\text{توان ۲}} ۲۵۶ - ۶۴t + ۴t^{۲} = t^{۲} - ۷t + ۴$$

$$\Rightarrow ۳t^{۲} - ۵۷t + ۲۵۲ = ۰ \Rightarrow t^{۲} - ۱۹t + ۸۴ = ۰$$

$$\Rightarrow (t - ۷)(t - ۱۲) = ۰ \Rightarrow \begin{cases} t = ۷s \\ t = ۱۲s \end{cases}$$

باتوجه به رابطهٔ $۱۶ - ۲t = \sqrt{t^{۲} - ۷t + ۴}$ جواب $t = ۱۲s$ قابل قبول نیست؛ زیرا $۱۶ - ۲t$ برابر جذر یک عدد و مقداری مثبت است و در این معادله باید $t < ۸s$ باشد. (جواب غیرقابل قبول هنگام به توان دو رساندن دو طرف معادله در معادله وارد شده است)

بنابراین در لحظهٔ $t = ۷s$ سرعت حرکت برابر ۱۶ متر بر ثانیه می‌شود.

۴۰ الف)

$$\begin{cases} \vec{d}_{۱} = (+۱۵m)\vec{i} \\ \vec{d}_{۲} = (+۵m)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{v}_{av} = \frac{\Delta\vec{d}}{\Delta t} = \frac{\vec{d}_{۲} - \vec{d}_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}}$$

$$= \frac{(+۵m)\vec{i} - (+۱۵m)\vec{i}}{۸s - ۳s} = \frac{(-۱۰m)\vec{i}}{۵s} = (-۲m/s)\vec{i}$$

ب)

$$\begin{cases} \vec{v}_{۱} = (-۱۲m/s)\vec{i} \\ \vec{v}_{۲} = (+۸m/s)\vec{i} \end{cases} \Rightarrow \vec{a}_{av} = \frac{\Delta\vec{v}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{۲} - \vec{v}_{۱}}{t_{۲} - t_{۱}}$$

$$= \frac{(+۸m/s)\vec{i} - (-۱۲m/s)\vec{i}}{۸s - ۳s} = \frac{(+۲۰m/s)\vec{i}}{۵s} = (+۴m/s^{۲})\vec{i}$$

۴۱ می‌دانیم بردار سرعت در هر نقطه از مسیر، بر مسیر حرکت مماس است. پس در یک بازهٔ زمانی دلخواه، $\vec{v}_{۱}$ (سرعت اولیه) و $\vec{v}_{۲}$ (سرعت نهایی) هم‌راستا با مسیر حرکت هستند. از طرفی، هرگاه دو بردار هم‌راستا باشند، جمع و تفاضل آنها هم‌راستا با آنها است. در نتیجه، $\Delta\vec{v}$ (تغییر سرعت) نیز هم‌راستا با $\vec{v}_{۱}$ و $\vec{v}_{۲}$ و مسیر حرکت است. همچنین با توجّه به تعریف شتاب متوسط می‌دانیم $\vec{a}_{av}$ (بردار شتاب متوسط) همواره هم‌جهت (هم‌راستا و هم‌سو) با $\Delta\vec{v}$ (بردار تغییر سرعت) است. بنابراین، بردار شتاب متوسط هم‌راستا با مسیر حرکت است.

۴۲ الف) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار نباشد، سرعت جسم تغییر نمی‌کند و ثابت است. در نتیجه، اندازهٔ سرعت یا تندی و همچنین جهت سرعت یا جهت حرکت نیز ثابت هستند. بنابراین در حرکت جسمی که شتاب ندارد، تندی، جهت حرکت و سرعت همگی ثابت هستند و هیچ کدام تغییر نمی‌کنند.

ب) اگر حرکت جسمی شتاب‌دار باشد، سرعت جسم تغییر می‌کند. تغییر سرعت جسم می‌تواند به‌دلیل تغییر در اندازهٔ بردار سرعت (تغییر تندی) یا تغییر در جهت بردار سرعت (جهت حرکت) باشد. بنابراین، سرعت تغییر می‌کند، اما تندی یا جهت حرکت (یکی از آن‌ها) ممکن است تغییر نکرده باشد.

۴۳

$$(v_{av})_{t_{۱} - t_{M}} = ۲(v_{av})_{t_{M} - t_{۲}} \Rightarrow \frac{x_{M} - x_{۱}}{t_{M} - t_{۱}} = ۲\frac{x_{۲} - x_{M}}{t_{۲} - t_{M}}$$

$$\Rightarrow \frac{x_{M} - (-۱۶)}{۵ - ۲} = ۲\frac{(+۵۰) - x_{M}}{۱۰ - ۵} \Rightarrow \frac{x_{M} + ۱۶}{۳} = ۲\frac{۵۰ - x_{M}}{۵}$$

$$\Rightarrow ۵x_{M} + ۸۰ = ۳۰۰ - ۶x_{M} \Rightarrow ۱۱x_{M} = ۲۲۰ \Rightarrow x_{M} = +۲۰m$$

۴۴ ابتدا بردار مکان اولیهٔ جسم را به‌دست می‌آوریم:

$$\vec{v}_{۱av} = \frac{\vec{d}_{۱} - \vec{d}_{\circ}}{t_{۱} - t_{\circ}} \Rightarrow -۲/۵\vec{i} = \frac{+۱۲\vec{i} - \vec{d}_{\circ}}{۸ - ۰} \Rightarrow -۲۰\vec{i} = +۱۲\vec{i} - \vec{d}_{\circ} \Rightarrow \vec{d}_{\circ} = (+۳۲m)\vec{i}$$

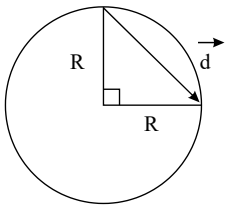
حالا سرعت متوسط جسم از لحظهٔ صفر تا لحظهٔ $t_{۲} = ۲۰s$ را حساب می‌کنیم.

$$\vec{v}_{۲av} = \frac{\vec{d}_{۲} - \vec{d}_{\circ}}{t_{۲} - t_{\circ}} = \frac{(-۸\vec{i}) - (+۳۲\vec{i})}{۲۰ - ۰} = (-۲m/s)\vec{i}$$

۴۵ الف) عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت نیم‌دقیقه، نیم دور می‌چرخد و نوک آن به اندازهٔ قطر دایره مسیر حرکت آن جابه‌جا می‌شود.

$$v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{۲R}{\Delta t}=\frac{۲\times ۱/۵m}{۳۰s}=\frac{۱}{۱۰}m/s$$

ب) عقربهٔ دقیقه‌شمار در مدت ۱۵ دقیقه، یک چهارم دور می‌چرخد و نوک آن مطابق شکل زیر جابه‌جا می‌شود:



$$d=\sqrt{R^۲+R^۲}=\sqrt{۲}R$$

$$\Rightarrow v_{av}=\frac{d}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}R}{\Delta t}=\frac{\sqrt{۲}\times ۱/۵m}{۱۵\times ۶۰s}=\frac{\sqrt{۲}}{۶۰۰}m/s$$

۴۶ عقربهٔ ساعت‌شمار در مدت ۱۲ ساعت، یک دور کامل می‌چرخد.

تندی متوسط نوک عقربهٔ ساعت‌شمار $S_h=\frac{l_h}{\Delta t_h}=\frac{۲\pi R_h}{\Delta t_h}=\frac{۲\times \pi\times ۰/۰۹m}{۱۲\times ۳۶۰۰s}$

$$=\frac{۵\pi}{۱۲}\times ۱۰^{-۵}m\approx\frac{۵}{۴}\times ۱۰^{-۵}m$$

عقربهٔ دقیقه‌شمار در مدت ۱ ساعت، یک دور کامل می‌چرخد.

تندی متوسط نوک عقربهٔ دقیقه‌شمار $S_m=\frac{l_m}{\Delta t_m}=\frac{۲\pi R_m}{\Delta t_m}=\frac{۲\times \pi\times ۰/۱۵m}{۳۶۰۰s}$

$$=\frac{۵\pi}{۶}\times ۱۰^{-۴}m\approx\frac{۵}{۲}\times ۱۰^{-۴}m$$

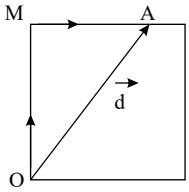
عقربهٔ ثانیه‌شمار در مدت ۱ دقیقه، یک دور کامل می‌چرخد.

تندی متوسط نوک عقربهٔ ثانیه‌شمار $S_s=\frac{l_s}{\Delta t_s}=\frac{۲\pi R_s}{\Delta t_s}=\frac{۲\times \pi\times ۰/۱۵m}{۶۰s}$

$$=\frac{\pi}{۲}\times ۱۰^{-۲}m\approx\frac{۳}{۲}\times ۱۰^{-۲}m$$

۴۷ در شکل‌های زیر، فرض کرده‌ایم ذرّه از نقطهٔ O شروع به حرکت کرده است. همچنین ضلع مربع a فرض شده است.

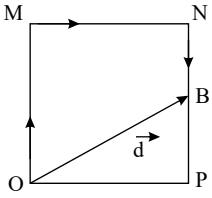
الف) ذرّه، یک ضلع را به‌طور کامل می‌پیماید و در مسیر ضلع دوم به نقطهٔ A می‌رسد.



$$d_۱=\sqrt{OM^۲+MA^۲}=\sqrt{a^۲+(l-a)^۲}=\sqrt{۶۰^۲+(۱۰۵-۶۰)^۲}$$

$$\Rightarrow d_۱=\sqrt{۶۰^۲+۴۵^۲}=۱۵\sqrt{۴^۲+۳^۲}=۱۵\times ۵=۷۵cm$$

ب) ذرّه، دو ضلع را به‌طور کامل می‌پیماید و در مسیر ضلع سوم به نقطهٔ B می‌رسد.



$$d_۲=\sqrt{OP^۲+PB^۲}=\sqrt{a^۲+(۳a-l)^۲}=\sqrt{۶۰^۲+(۳\times ۶۰-۱۴۸)^۲}$$

$$\Rightarrow d_۲=\sqrt{۶۰^۲+۳۲^۲}=۴\sqrt{۱۵^۲+۸^۲}=۴\times ۱۷=۶۸cm$$

۴۸ الف) مسافت برابر طول کمان ۱۲۰ درجه از یک دایره و برابر یک سوم محیط دایره است.

$$l=\frac{۱}{۳}\times \text{محیط دایره}=\frac{۱}{۳}\times ۲\pi r=\frac{۱}{۳}\times ۲\pi\times ۳۰cm=۲۰\pi cm\approx ۶۰cm$$

ب) ابتدا نسبت مسافت پیموده‌شده به محیط دایره را به‌دست می‌آوریم.

$$\frac{l}{۲\pi r}=\frac{۱۰۵}{۲\pi\times ۳۰cm}=\frac{۷}{۴\pi}\simeq\frac{۷}{۱۲}\Rightarrow\begin{cases}\text{چرخش برحسب رادیان}=\frac{۷}{۴\pi}(۲\pi^{rad})=۳/۵^{rad}\\ \text{چرخش برحسب درجه}\approx\frac{۷}{۱۲}(۳۶۰^\circ)=۲۱۰^\circ\end{cases}$$

۴۹

الف بدون تغییر

ب سرعت