

دهم ریاضی و تجربی	سازمان آموزش و پرورش استان همدان مدیریت آموزش و پرورش شهرستان ملایر معاونت آموزش متوسطه	سوالات ریاضی ۱
<p>درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $A \subseteq B$ و B یک مجموعه منتهای باشد آنگاه A نیز منتهای است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست</p> <p>ب) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست</p> <p>پ) اگر شما مجموعه اول و کتابهای درسی مجموعه دوم باشد رابطه شما و کتابهای درس هایتان یک تابع است. <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست</p> <p>ت) تعداد راههای ممکن برای پاسخگویی به ۴ تست دو گزینه ای بطوریکه به توان سوالی را بدون پاسخ گذاشت برابر است با 9^2 <input type="radio"/> درست <input type="radio"/> نادرست</p>		۱
	<p>جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.</p> <p>۱) اگر $A = [0, 3]$ و $B = (-\infty, 2]$ باشند؛ آنگاه مجموعه $B' - A$ برابر با است.</p> <p>۲) حاصل عبارت $2 \cos 180^\circ - \cos 75^\circ \cos 30^\circ - \sin 15^\circ \sin 60^\circ$ برابر با است.</p>	۲
	<p>الف) دو مجموعه نامنتهای مثال بزنید که اشتراک آنها منتهای باشد</p> <p>ب) دو مجموعه نامنتهای مثال بزنید که اشتراک آنها نامنتهای باشد.</p> <p>پ) مجموعه های نامنتهای مانند A, B مثال بزنید که $A \subseteq B$ باشد و $B - A$ تک عضوی باشد.</p>	۳
	<p>اگر $B = \{-2, -1, 3\}$, $A = \{-1, 1, 2\}$, $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$، مجموعه $B' - A'$ را با اعضایش بنویسید.</p>	۴
	<p>در دنباله زیر جمله عمومی را نوشته و جمله بیستم را بدست آورید.</p> <p>... و ۳۵ و ۲۲ و ۱۲ و ۵</p>	۵
	<p>در یک دنباله حسابی جمله پنجم، برابر ۱۳۳ و جمله چهاردهم برابر ۴۰ است. قدر نسبت و جمله اول دنباله را بیابید.</p>	۶
	<p>بین دو عدد ۱ و ۶۴ پنج واسطه هندسی درج کرده ایم. جاصل ضرب واسطه ها کدام است؟</p>	۷
	<p>اگر $2X - 2$, $5X$, $6X + 5$ سه جمله متوالی از دنباله حسابی باشد، مقدار X را بدست آورید و جمله عمومی دنباله را بنویسید.</p>	۸
	<p>یک هواپیما در ارتفاع ۱۵۰۰ متری از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق ۲۰ درجه باشد، هواپیما تقریباً چه مسافتی را طی میکند که روی زمین بنشیند؟ $(\sin 20^\circ \cong 0.3)$</p>	۹
	<p>حاصل عبارت $3 \sin 30^\circ + 4\sqrt{2} \cos 45^\circ - \sqrt{3} \tan 60^\circ$ را بدست آورید.</p>	۱۰
	<p>اگر α زاویه ای در ربع سوم باشد و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ سایر نسبت ها را بدست آورید.</p>	۱۱
	<p>درستی اتحادهای زیر را بررسی کنید.</p> $\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$ $1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$	۱۲
	<p>اگر $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-7} = 2$ حاصل $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-7} = 2$ را بدست آورید.</p>	۱۳

۱۴	عبارت $\sqrt[4]{9} \sqrt[5]{3^4} \sqrt[6]{3}$ را به صورت عبارت توان دار با توان کسری بنویسید.
۱۵	عبارت $5x^2 - 13x - 6$ را تجزیه کنید.
۱۶	عبارت $\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \frac{5x}{x-1}$ را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.
۱۷	معادلات درجه دوم زیر را به روش گفته شده حل کنید. الف) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (روش تجزیه) ب) $x(x-1) + 3x - 2 = 0$ (روش فرمول کلی)
۱۸	طول مستطیلی ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۴۵ سانتیمتر مربع باشد محیط آن را بدست آورید.
۱۹	معادله سهمی را بدست آورید که راس آن (۲،۱) باشد و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند.
۲۰	نامعادله مقابل را حل کنید. $\frac{4-2x}{2x^2-x+3} \leq 0$
۲۱	اگر $f = \{(a, a^2+4), (2a, a+1), (2, 2a+2), (a, 2a+2)\}$ تابع باشد، مقدار $f(2a-2)$ را بدست آورید.
۲۲	برای تابع خطی داریم $f(2) = 5, f(x+2) = 2 + f(x)$ الف) ضابطه $f(x)$ را بدست آورید. ب) مقدار $f(5)$ را بدست آورید.
۲۳	اگر f همانی و g ثابت باشد به طوری که $f(3) + 2g(4) = 17$ مقدار $f(2) - g(-1)$ را بیابید.
۲۴	در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم حضور دارند. به چند طریق تیم های اول تا سوم مشخص می شوند؟
۲۵	به چند طریق یک مدیر میتواند از بین ۹ متقاضی الف) ۳ نفر استخدام کند؟ ب) یک منشی، یک مدیر و یک حسابدار استخدام کند؟
۲۶	از میان ۳ دکتر و ۵ مهندس و ۴ وکیل قرار است کمیته ای تشکیل شود. به چند روش میتوان این کار را انجام داد اگر: الف) کمیته ۳ نفره و شامل دکتر، مهندس و وکیل باشد. ب) کمیته ۴ نفره و حداکثر دارای ۱ مهندس باشد.
۲۷	معادله $P(n, 2) = C(4, 2)$ را حل کنید.
۲۸	یک آزمون دارای ۸ سوال چهار گزینه ای و ۲ سوال به صورت بلی یا خیر است. الف) یک دانش آموز به چند طریق میتواند به همه سوالات پاسخ دهد. ب) اگر بتواند به هر کدام از ده سوال پاسخ ندهد چند حالت ممکن برای پاسخ دادن این فرد به آزمون داریم.

درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید.

الف) اگر $A \subseteq B$ و B یک مجموعه متناهی باشد آنگاه A نیز متناهی است. درست نادرست

ب) $\frac{1}{\cos^2 \alpha} = 1 + \tan^2 \alpha$ است. درست نادرست

پ) اگر شما مجموعه اول و کتابهای درسی مجموعه دوم باشد رابطه شما و کتابهای درس هایتان یک تابع است.

درست نادرست

ت) تعداد راههای ممکن برای پاسخگویی به ۴ تست دو گزینه ای بطوریکه به توان سوالی را بدون پاسخ گذاشت برابر است با 9^2

درست نادرست

هر سوال ۳ حالت پاسخگویی دارد پس

$$3^4 = 81 = 9^2$$

جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید.

۱) اگر $A = [0, 3)$ و $B = (-\infty, 2]$ باشند؛ آنگاه مجموعه $B - A$ برابر با $[-3, +\infty)$ است.

۲) حاصل عبارت $2 \cos 180^\circ - \cos 75^\circ \cos 30^\circ - \sin 15^\circ \sin 60^\circ$ برابر با 2 است.

$$2(-1) - \left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) \cos 15^\circ - \left(\frac{1}{2}\right) \sin 15^\circ$$

$$= 2$$

$$\cos 75^\circ = \cos(90^\circ - 15^\circ) = \sin 15^\circ$$

متمم هستند



الف) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها متناهی باشد مجموعه اعداد زوج و مجموعه اعداد فرد

ب) دو مجموعه نامتناهی مثال بزنید که اشتراک آنها نامتناهی باشد اعداد طبیعی و اعداد صحیح

پ) مجموعه های نامتناهی مانند A, B مثال بزنید که $A \subseteq B$ باشد و $B - A$ تک عضوی باشد.

$$B = \mathbb{W} \\ A = \mathbb{N} \Rightarrow B - A = \mathbb{W} - \mathbb{N} = \{0\}$$

اگر $B = \{-2, -1, 3\}$, $A = \{-1, 1, 2\}$, $U = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$ ، مجموعه $B' - A'$ را با اعضایش بنویسید.

$$B' = \{-3, 0, 1, 2\}$$

$$A' = \{-3, -2, 0, 3\}$$

$$B' - A' = \{1, 2\}$$

$$a+b+c \leftarrow \textcircled{5}, 12, 22, 35, \dots$$

$$2a+b \leftarrow \textcircled{7}, 10, 13$$

$$2a \leftarrow \textcircled{3}, 3 \rightarrow \text{ب، ب}$$

$$2a = 3 \Rightarrow a = \frac{3}{2}$$

$$3\left(\frac{3}{2}\right) + b = 7 \Rightarrow b = 7 - \frac{9}{2} = \frac{5}{2}$$

$$\frac{3}{2} + \frac{5}{2} + c = 5 \Rightarrow c = 1$$

$$\Rightarrow \boxed{c=1}$$

$$t_n = \frac{3}{2}n^2 + \frac{5}{2}n + 1$$

$$t_{10} = \frac{3}{2}(10)^2 + \frac{5}{2}(10) + 1 = 900 + 50 + 1 = 951$$

در دنباله زیر جمله عمومی را نوشته و جمله بیستم را بدست آورید.

$$t_n = an^2 + bn + c \quad \text{دنباله درجه دوم است}$$

در یک دنباله حسابی جمله پنجم، برابر ۱۳۳ و جمله چهاردهم برابر ۴۰ است. قدر نسبت و جمله اول دنباله را بیابید.

$$t_5 = 133 \quad t_{14} = 40$$

$$d = \frac{t_{14} - t_5}{14 - 5} = \frac{40 - 133}{9} = -\frac{93}{9} = -\frac{31}{3} \Rightarrow d = -\frac{31}{3}$$

$$t_1 + (5-1)d = 133$$

$$t_1 + 4\left(-\frac{31}{3}\right) = 133$$

$$t_1 = 133 + \frac{124}{3} \Rightarrow t_1 = \frac{523}{3}$$

بین دو عدد ۱ و ۶۴ پنج واسطه هندسی درج کرده ایم. حاصل ضرب واسطه ها کدام است؟

$$a = 1$$

$$b = 64$$

$$m = 5$$

$$r^{m+1} = \frac{b}{a} \Rightarrow r^6 = \frac{64}{1} = 64 \Rightarrow r = \pm 2$$

$$r = 2 \Rightarrow 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64 \Rightarrow 32 \times 64$$

$$r = -2 \Rightarrow 1, -2, 4, -8, 16, -32, 64 \Rightarrow -32 \times 64$$

اگر $2-3x$, $5x$, $5+6x$ سه جمله متوالی از دنباله حسابی باشد، مقدار x را بدست آورید و جمله عمومی دنباله را بنویسید.

$$2(5x) = (4x+5) + (3x-2)$$

$$10x = 9x + 3 \Rightarrow \boxed{x = 3}$$

$$x = 3 \Rightarrow 7, 15, 23$$

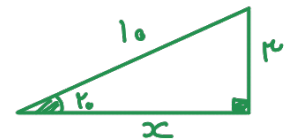
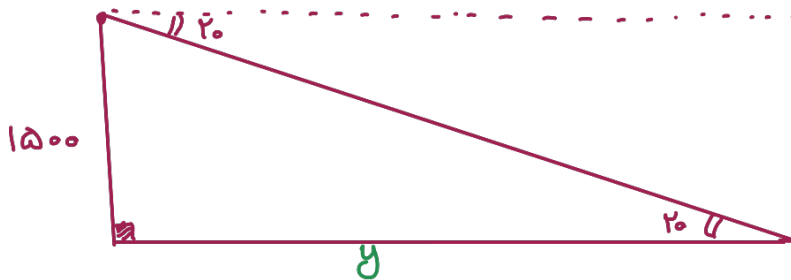
$$t_1 = 7, d = 8$$

$$t_n = t_1 + (n-1)d = 7 + (n-1)8$$

$$t_n = 7 + 8n - 8 \Rightarrow \boxed{t_n = 8n - 1}$$

یک هواپیما در ارتفاع ۱۵۰۰ متری از سطح زمین در حال فرود آمدن است. اگر زاویه هواپیما با افق 20° درجه باشد، هواپیما تقریباً چه مسافتی

را طی میکند که روی زمین بنشینند؟ $(\sin 20^\circ \cong 0.3)$



$$x^2 + 9 = 100 \Rightarrow x^2 = 91$$

$$x = \sqrt{91} \approx 9.54$$

$$\tan 20^\circ = \frac{32}{9.54} \approx 0.33$$

$$\tan 20^\circ = \frac{1500}{y}$$

$$\Rightarrow \frac{32}{100} = \frac{1500}{y} \Rightarrow y = \frac{100 \times 1500}{32} = 4687.5 \text{ m}$$

حاصل عبارت $3 \sin 30^\circ + 4\sqrt{2} \cos 45^\circ - \sqrt{3} \tan 60^\circ$ را بدست آورید.

$$3 \left(\frac{1}{2} \right) + 4\sqrt{2} \left(\frac{\sqrt{2}}{2} \right) - \sqrt{3} (\sqrt{3})$$
$$= \frac{3}{2} + 4 - 3 = \frac{5}{2}$$

اگر α زاویه ای در ربع سوم باشد و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ سایر نسبت ها را بدست آورید.

$$\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1 \Rightarrow \left(-\frac{4}{5} \right)^2 + \cos^2 \alpha = 1$$

$$\cos^2 \alpha = 1 - \frac{16}{25} = \frac{9}{25} \xrightarrow[\cos \alpha < 0]{\text{ربع } \alpha} \cos \alpha = -\frac{3}{5}$$

$$\tan \alpha = \frac{\frac{-4}{5}}{\frac{-3}{5}} = \frac{4}{3}$$

$$\cot \alpha = \frac{1}{\frac{4}{3}} = \frac{3}{4}$$

$$\frac{1}{\cos x} - \tan x = \frac{\cos x}{1 + \sin x}$$

حی

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{\cos x} - \frac{\sin x}{\cos x} \\ &= \frac{1 - \sin x}{\cos x} \times \frac{1 + \sin x}{1 + \sin x} \\ &= \frac{1 - \sin^2 x}{\cos x(1 + \sin x)} \\ &= \frac{\cos^2 x}{\cancel{\cos x}(1 + \sin x)} \\ &= \frac{\cos x}{1 + \sin x} \\ &= \text{راست} \end{aligned}$$

$$1 - \frac{\cos^2 x}{1 + \sin x} = \sin x$$

حی

$$\begin{aligned} &= \frac{1 + \sin x - \cos^2 x}{1 + \sin x} \\ &= \frac{\sin x + (1 - \cos^2 x)}{1 + \sin x} \\ &= \frac{\sin x + \sin^2 x}{1 + \sin x} \\ &= \frac{\sin x(1 + \sin x)}{1 + \sin x} \\ &= \sin x \end{aligned}$$

اگر $\sqrt{x+3} - \sqrt{x-7} = 2$ حاصل $\sqrt{x+3} + \sqrt{x-7}$ را بدست آورید. ۱۳

$$\begin{aligned} AB &= (\sqrt{x+3} + \sqrt{x-7})(\sqrt{x+3} - \sqrt{x-7}) \\ &= x+3 - (x-7) = x+3-x+7 = 10 \end{aligned}$$

$$A \times B = A(2) = 2A$$

$$2A = 10 \Rightarrow A = 5$$

عبارت $\sqrt[4]{9} \sqrt[5]{3^4} \sqrt[6]{3}$ را به صورت عبارت توان دار با توان کسری بنویسید.

$$\begin{aligned} \text{عبارت} &= \sqrt[4]{9} \sqrt[5]{3^4} \sqrt[6]{3} = \sqrt[4]{3^2} \sqrt[5]{3^4} \sqrt[6]{3} = \sqrt[4]{3^2 \times 3^8 \times 3^2} = \sqrt[4]{3^{10} \times 3^4 \times 3^2} \\ &= \sqrt[4]{3^{14}} = \sqrt[4]{3^{14}} = 3^{\frac{14}{4}} = 3^{\frac{7}{2}} \end{aligned}$$

عبارت $5X^2 - 13X - 6$ را تجزیه کنید.

$$\begin{aligned} A &= 5x^2 - 13x - 6 \\ 5A &= (5x)^2 - 13(5x) - 30 \\ 5A &= (5x - 15)(5x + 2) \\ \cancel{5}A &= \cancel{5}(x - 3)(5x + 2) \\ A &= (x - 3)(5x + 2) \end{aligned}$$

عبارت $\frac{1}{\sqrt{x+1}} + \frac{2}{\sqrt{x-1}} - \frac{5x}{x-1}$ را به ساده ترین شکل ممکن بنویسید.

$$\frac{1}{\sqrt{x+1}} \times \frac{\sqrt{x-1}}{\sqrt{x-1}} = \frac{\sqrt{x-1}}{x-1}$$

$$\frac{2}{\sqrt{x-1}} \times \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{x+1}} = \frac{2\sqrt{x+1}}{x-1}$$

$$\text{عبارت} = \frac{\sqrt{x-1} + 2\sqrt{x+1} - 5x}{x-1} = \frac{3\sqrt{x+1} - 5x}{x-1}$$

معادلات درجه دوم زیر را به روش گفته شده حل کنید.

الف) $x^2 - 3x + 2 = 0$ (روش تجزیه) ب) $x(x-1) + 3x - 2 = 0$ (روش فرمول کلی)

$$x^2 - x + 3x - 2 = 0$$

$$x^2 + 2x - 2 = 0$$

$$a=1 \quad b=2 \quad c=-2$$

$$\Delta = 2^2 - 4(1)(-2) \\ = 4 + 8 = 12 > 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{12}}{2}$$

$$x^2 - 3x + 2 = 0$$

$$\Rightarrow (x-1)(x-2) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-1=0 \Rightarrow x=1 \\ x-2=0 \Rightarrow x=2 \end{cases}$$

طول مستطیلی ۳ واحد بیشتر از عرض آن است. اگر مساحت مستطیل ۴۵ سانتیمتر مربع باشد محیط آن را بدست آورید.



$$y = x + 3$$

$$xy = 45 \Rightarrow x(x + 3) = 45$$

$$\Rightarrow x^2 + 3x - 45 = 0$$

$$\Delta = 3^2 - 4(1)(-45) = 9 + 180 = 189 > 0$$

$$\begin{cases} x = \frac{-3 + \sqrt{189}}{2} \\ x = \frac{-3 - \sqrt{189}}{2} \text{ غرض} \end{cases}$$

$$x + x + y + y = 2x + 2y = 2x + 2(x + 3) = 4x + 6$$

$$= 4\left(\frac{-3 + \sqrt{189}}{2}\right) + 6 = -4 + 2\sqrt{189} + 6 = 2\sqrt{189}$$

معادله سهمی را بدست آورید که رأس آن (۲، ۱) باشد و محور طول ها را در نقطه ای به طول ۱ قطع کند.

$$ص \text{ رأس} = (h, k) = (2, 1) \Rightarrow y = a(x - 2)^2 + 1$$

$$y(1) = 0 \Rightarrow a(1 - 2)^2 + 1 = 0 \Rightarrow \boxed{a = -1}$$

$$y = -(x - 2)^2 + 1$$

$$\frac{4-2x}{2x^2-x+3} \leq 0$$

$$4-2x=0 \Rightarrow x=2$$

$$2x^2-x+3=0$$

$$\Delta = 1-24 = -23 < 0$$

x	$-\infty$	2	$+\infty$
صورت	+	0	-
مخرج	+	+	+
کل	+	0	-

$$\text{جواب} = [2, +\infty)$$

۲۱ اگر $f = \{(a, a^2+4), (2a, a+1), (2, 3a+2), (a, 3a+2)\}$ تابع باشد،

مقدار $f(2a-2)$ را بدست آورید.

$$a^2+4=3a+2 \Rightarrow a^2-3a+2=0 \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ a=2 \end{cases}$$

$$a=1 \Rightarrow (2, 2), (2, 5) \in f \quad \times$$

$$a=2 \Rightarrow f = \{(2, 2), (4, 3)\}$$

$$f(2a-2) = f(2-2) = f(0) = 1$$

برای تابع خطی داریم $f(2) = 5, f(x+2) = 2 + f(x)$
الف) ضابطه $f(x)$ را بدست آورید. ب) مقدار $f(5)$ را بدست آورید.

الف) $f(x) = ax + b$

$$f(2) = 5 \Rightarrow \boxed{2a + b = 5}$$

$$f(x+2) = 2 + f(x) \Rightarrow a(x+2) + b = 2 + ax + b$$

$$\Rightarrow \cancel{ax} + 2a + \cancel{b} = \cancel{ax} + \cancel{b} + 2 \Rightarrow 2a = 2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

$$2(1) + b = 5 \Rightarrow \boxed{b = 3}$$

$$f(x) = x + 3$$

ب) $f(5) = 5 + 3 = 8$

اگر f همانی و g ثابت باشد به طوری که $f(2) + 2g(4) = 17$ مقدار $f(2) - 4g(-1)$ را بیابید.

$$f(x) = x$$

$$g(x) = a$$

$$f(2) + 2g(4) = 17 \Rightarrow 2 + 2a = 17 \Rightarrow 2a = 15 \Rightarrow \boxed{a = 7.5}$$

$$\Rightarrow g(x) = 7.5$$

$$f(2) - 4g(-1) = 2 - 4(7.5) = 2 - 30 = -28$$

در یک لیگ فوتبال ۱۸ تیم حضور دارند. به چند طریق تیم های اول تا سوم مشخص می شوند؟

$$P(18, 3) = \frac{18!}{(18-3)!} = \frac{18 \times 17 \times 16 \times \cancel{15!}}{\cancel{15!}} = 18 \times 17 \times 16$$

به چند طریق یک مدیر میتواند از بین ۹ متقاضی

(الف) ۳ نفر استخدام کند؟

(ب) یک منشی، یک مدیر و یک حسابدار استخدام کند؟

$$\text{الف) } \binom{9}{3} = \frac{\overset{3}{9} \times \overset{4}{8} \times 7}{\cancel{6}} = 84$$

$$\text{ب) } P(9, 3) = \frac{9!}{6!} = 504$$

از میان ۳ دکتر و ۵ مهندس و ۴ وکیل قرار است کمیته ای تشکیل شود. به چند روش میتوان این کار را انجام داد اگر:

الف) کمیته ۳ نفره و شامل دکتر، مهندس و وکیل باشد. $\binom{3}{1} \binom{5}{1} \binom{4}{1} = 3 \times 5 \times 4 = 60$

ب) کمیته ۴ نفره و حداکثر دارای ۱ مهندس باشد.

کمیته مهندس ۱ و غیر مهندس ۳

$$\binom{5}{1} \binom{7}{3} + \binom{7}{4} = 5 \times 35 + 35 = 210$$

معادله $P(n, 2) = C(4, 2)$ را حل کنید.

$$\frac{n!}{(n-2)!} = 4$$

$$\frac{n(n-1) \cdot \cancel{(n-2)!}}{\cancel{(n-2)!}} = 4$$

$$n(n-1) = 4 \Rightarrow n^2 - n - 4 = 0$$
$$(n-3)(n+2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 3 \checkmark \\ n = -2 \text{ غلط} \end{cases}$$

یک آزمون دارای ۸ سوال چهار گزینه ای و ۲ سوال به صورت بلی یا خیر است.

الف) یک دانش آموز به چند طریق میتواند به همه سوالات پاسخ دهد.

ب) اگر بتواند به هر کدام از ده سوال پاسخ ندهد چند حالت ممکن برای پاسخ دادن این فرد به آزمون داریم.

الف) $4^1 \times 2^2 = 2^2 \times 2^2 = 2^4$

ب) $5^1 \times 3^2$