

۱ می‌خواهیم از بین ۵ دانش‌آموز پایه‌ی یازدهم و ۶ دانش‌آموز پایه‌ی دوازدهم افرادی را انتخاب کنیم و یک تیم ۶ نفره‌ی والیبال تشکیل دهیم. مشخص کنید به چند طریق می‌توانیم این تیم را تشکیل بدهیم؛ هرگاه بخواهیم:

الف) به تعداد مساوی دانش‌آموز پایه‌ی یازدهم و دوازدهم در تیم حضور داشته باشند.

ب) کاپیتان تیم فرد مشخصی از پایه‌ی دوازدهم باشد.

پ) حداقل ۴ نفر از اعضای تیم، دانش‌آموز پایه‌ی دوازدهم باشند.

ت) فقط ۲ نفر از اعضای تیم از پایه‌ی یازدهم باشند.

۲ به چند طریق می‌توان ۶ نفر را به ۳ تیم دوتایی پینگ پنگ تقسیم کرد؟

۳ چند ترتیب مختلف با حروف عبارت «توانایی» می‌توان ساخت؟

۴ درستی تساوی روبه‌رو را نشان دهید.

$$p(n, n - 1) = p(n, n)$$

۵ از بین ۱۵ دانش‌آموز به چند راه ممکن می‌توان ۳ نفر را برای فعالیت‌های فوق برنامه مدرسه انتخاب کرد؟

۶ عبارت مقابل را ساده کنید.

$$\frac{(n + 1)!}{(n - 1)!}$$

۷ حسین ۶ کتاب مختلف دارد، به چند طریق می‌تواند ۴ کتاب از آن‌ها را در یک قفسه کنار هم بچیند؟

۸ شماره‌ی پلاک ماشینی ۵۵پ۳۳۸ می‌باشد. اگر حرف (پ) جابجا نشود چند پلاک ماشینی با این ۵ رقم می‌توان نوشت؟

۹ به چند طریق می‌توان از بین ۹ فیلم مطرح در جشنواره ۳ فیلم را به عنوان فیلم اول و دوم و سوم انتخاب نمود؟

۱۰ با حروف کلمه‌ی «خرداد» چند ترتیب مختلف می‌توان ساخت؟

۱۱ با حروف عبارت «امام رضا» چند ترتیب مختلف می‌توان ساخت؟

۱۲ از بین ۱۲ نفر داوطلب عضویت در هیأت رئیسه‌ی یک موسسه، به چند طریق می‌توان ۳ نفر را به عنوان یک نفر رئیس، یک نفر معاون و یک نفر خزانه‌دار انتخاب کرد؟

۱۳ مقدار زیر را محاسبه کنید.

$$C(5, 2)$$

۱۴ از بین ۲۰ نفر به چند طریق می‌توان ۲ نماینده انتخاب کرد به طوری که ترتیب قرار گرفتن مهم نباشد؟

۱۵ اگر بخواهیم کلمه‌ی «امید»، همه‌جا به همین شکل بیاید، آن وقت چند ترتیب مختلف با حرف‌های این عبارت می‌توانیم بسازیم؟

۱۶ چند ترتیب مختلف با حرف‌های این عبارت می‌توانیم بسازیم؟

۱۷ یکی از راه‌هایی که معماها و بازی‌های مختلف کلامی ساخته می‌شوند، به هم ریختن حروف کلمات و ساختن کلمات جدید (بامعنی یا بی‌معنی) است، به چند راه مختلف می‌توان از تغییر ترتیب حرف‌های کلمه زیر، ترکیب‌های جدید ساخت؟
سوسنگرد

۱۸ اگر ترتیب مهم نباشد (مثلاً (A, B) با (B, A) یکی باشد)، چند راه ممکن برای انتخاب دو نماینده وجود دارد؟

۱۹ عنوان مجله‌ای که با هدف آموزش شهروندان برای استفاده صحیح از نان، به تازگی اجازه‌ی انتشار گرفته است، نان و نان است. این عنوان غیرمعمول است. زیرا اگر آن را از سمت چپ هم بخوانید، باز همان نان و نان می‌شود. یعنی با برعکس کردن ترتیب حرف‌های نان و نان، ترتیب عنوان تغییر نمی‌کند.
با استفاده از فرمول «جایگشت‌های متمایز»، تعداد ترتیب‌های مختلف حرف‌های این عنوان را پیدا کنید.

۲۰ الف) فهرستی از تمام راه‌هایی که می‌توان حروف کلمه‌ی بابا را مرتب کرد، بنویسید.
ب) نشان دهید چگونه این تعداد، بدون تهیه‌ی فهرست به دست می‌آید؟

۲۱ درستی تساوی مقابل را نشان دهید.
$$P(n, 5) = 18P((n - 2), 4)$$

۲۲ درستی تساوی مقابل را نشان دهید.
$$P((n + 2), 4) = P(n, 3)$$

۲۳ حاصل عبارت مقابل را به دست آورید.
$$P(4, 4)$$

«مرکز گفتگوی تمدن‌ها» در سال ۱۳۸۰، مسابقه‌ای با چهار جایزه‌ی ۵۰۰۰۰ تومانی، ۳۰۰۰۰ تومانی، ۲۰۰۰۰ تومانی و ۱۰۰۰۰ تومانی برای بهترین نقاشی دانش‌آموزان ۱۴ تا ۱۷ سال و با موضوع «نقش دانش‌آموزان در گفتگوی تمدن‌ها» ترتیب داده است. شرط مسابقه این است که کسی نمی‌تواند بیش از یک جایزه را ببرد.
اگر ۱۰۰۳ دانش‌آموز ۱۴ تا ۱۷ سال، نقاشی‌های خود را برای این مسابقه فرستاده باشند، به سه سؤال بعدی پاسخ دهید:

۲۴ به چند راه ممکن، دو جایزه‌ی اول و دوم، کسب خواهند شد؟

۲۵ به چند راه ممکن، سه جایزه‌ی اول، دوم و سوم، کسب خواهند شد؟

۲۶ به چند راه ممکن، هر چهار جایزه، کسب خواهند شد؟

۲۷ اگر $A = \{a, b, c, d, e\}$ ، مطلوب است تعیین تعداد زیر مجموعه‌های A که شامل حرف a بوده و شامل حرف b نباشد.

۲۸ چند کلمه‌ی سه حرفی می‌توان نوشت؟

۲۹ چند عدد دو رقمی می‌توان نوشت؟

۳۰ با ارقام ۰، ۲، ۷ و ۶ چند کد چهار رقمی تلفن شهرستان می‌توان ساخت؟

الف) $\binom{5}{3} \times \binom{6}{3} = 10 \times 20 = 200$

ب) $\binom{10}{5} = \frac{10!}{5! \times 5!} = \frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times \cancel{5!}}{\cancel{5!} \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1} = 252$

پ) $\binom{5}{2} \times \binom{6}{4} + \binom{5}{1} \times \binom{6}{5} + \binom{5}{0} \times \binom{6}{6} = (10 \times 15) + (5 \times 6) + (1 \times 1)$
 $= 150 + 30 + 1 = 181$

ت) $\binom{5}{2} \times \binom{6}{4} = 10 \times 15 = 150$

چون به ۳ تیم یکسان می‌خواهیم تقسیم‌بندی کنیم بنابراین:

تعداد حالت‌ها $= \frac{\binom{6}{2} \binom{4}{2} \binom{2}{2}}{3!} = 15$

صفحه ۱۱۸ کتاب

$\frac{7!}{2! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2!} = 1260$

$p(n, n-1) = \frac{n!}{(n-n+1)!} = \frac{n!}{1!} = n!$

$p(n, n) = \frac{n!}{(n-n)!} = \frac{n!}{0!} = n!$

$\Rightarrow p(n, n-1) = p(n, n)$

$c(15, 3) = \frac{15!}{13! \times 3!} = \frac{15 \times 14 \times 13 \times 12!}{13! \times 3 \times 2 \times 1} = 455$

$\frac{(n+1)n(n-1)(n-2)\dots \times 1}{(n-1)(n-2)\dots \times 1} = n(n+1)$

$P(6, 4) = \frac{6!}{2!} = 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 360$

$\frac{5!}{2!2!} = 30$

$$p(9, 3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9!}{6!} = 9 \times 8 \times 7 = 504$$

$$\left(\frac{0}{25}\right) \left(\frac{0}{25}\right) \quad \left(\frac{0}{25}\right) \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\frac{5!}{2!} \left(\frac{0}{25}\right) = \frac{5 \times 4 \times 3 \times 2!}{2!} = 6 \cdot \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$\frac{7!}{3!2!} = 42 \cdot \left(\frac{0}{5}\right)$$

$$p(12, 3) = \frac{12!}{9!} = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9!}{9!} = 1320$$

$$\left(\frac{0}{5}\right) \left(\frac{0}{5}\right)$$

$$C(5, 2) = \frac{5!}{2! \times 3!} = \frac{5 \times 4 \times 3!}{2 \times 3!} = 10$$

$$\left(\frac{0}{5}\right) \left(\frac{0}{25}\right) \left(\frac{0}{25}\right)$$

$$C(20, 2) = \frac{20!}{2! \times 18!} = \frac{20 \times 19 \times 18!}{2 \times 18!} = 190$$

امید را یک حرف در نظر می‌گیریم و با ۱۶ حرف دیگر مجموعاً ۱۷ حرف می‌شود پس داریم:

$$\frac{17!}{3! \times 2! \times 4! \times 2!} = 617512896 \times 10^3$$

$$\frac{20!}{3! \times 3! \times 5! \times 2! \times 2!} = 1407929403 \times 10^5$$

$$\frac{7!}{2!} = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$$

۶ راه

$$\frac{7!}{4! \times 2!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 2} = 105$$

الف) بابا- باب- اباب

ابب- ببا- اببا

$$\frac{4!}{2! \times 2!} = \frac{4 \times 3 \times 2!}{2! \times 2} = 6$$

$$P(n, 5) = \frac{n!}{(n-5)!} = n(n-1)(n-2)(n-3)(n-4)$$

$$18P((n-2), 4) = 18 \times \frac{(n-2)!}{(n-6)!} = 18(n-2)(n-3)(n-4)(n-5) \neq$$

$$P(n+2, 4) = \frac{(n+2)!}{(n+2-4)!} = \frac{(n+2)!}{(n-2)!} = (n+2)(n+1)n(n-1)$$

درست نمی باشد \Rightarrow

$$P(n, 3) = \frac{n!}{(n-3)!} = \frac{n(n-1)(n-2)(n-3)!}{(n-3)!} = n(n-1)(n-2)$$

$$P(4, 4) = \frac{4!}{(4-4)!} = \frac{4!}{0!} = 24$$

$$1003 \times 1002 = 1005006$$

$$1003 \times 1002 \times 1001 = 1006011006$$

$$1003 \times 1002 \times 1001 \times 1000 = 1006011006000$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه های یک عضوی خواسته شده} = \binom{1}{1} = 1$$

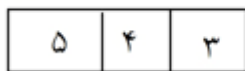
$$\text{تعداد زیر مجموعه های دو عضوی خواسته شده} = \binom{1}{1} \times \binom{3}{1} = 3$$

$$\text{تعداد زیر مجموعه های سه عضوی خواسته شده} = \binom{1}{1} \times \binom{3}{2} = 3$$

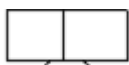
\rightarrow جواب = ۸

$$\text{تعداد زیر مجموعه های چهار عضوی خواسته شده} = \binom{1}{1} \times \binom{3}{3} = 1$$

تعداد حالات



$$\text{جواب} = 5 \times 4 \times 3 = 60$$



$$\text{جواب} : 2 \times 1 = 2$$

حالت ۳ حالت ۲

کد شهرستان به صورت

۰			
---	--	--	--

 است، یعنی باید ۳ جای خالی را با ۴ عدد پر کرد. جواب برابر

$48 = 4 \times 4 \times 3$ است. دقت کنید که دومین رقم از سمت چپ نمی تواند ۰ باشد.

پاسخنامه کلیدی

