

۱ جملات دنباله‌ای به صورت $1, \frac{1}{3}, \dots$ می‌باشد. رابطه بازگشتی این دنباله را بنویسید.

۲ ضابطه دنباله‌های زیر را بنویسید. (الف) $2, 1, 2, 5, 10, \dots$

(ب) $1, -\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, -\frac{1}{6}, \dots$

(ج) $2, \frac{1}{2}, \frac{4}{3}, \frac{3}{4}, \frac{6}{5}, \frac{5}{6}, \dots$

۳ ضابطه دنباله‌های زیر را بنویسید. (الف) $-1, 2, 7, 14, 23, \dots$

(ب) $-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \dots$

(ج) $2, 8, 26, 80, \dots$

۴ رابطه بازگشتی و ضابطه دنباله مقابل را بنویسید. $-1, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, -\frac{1}{16}, -\frac{1}{25}, \dots$

۵ جمله‌های دوم تا پنجم دنباله بازگشتی $\begin{cases} a_1 = 2 \\ a_{n+1} = a_n + n \end{cases}$ را مشخص کنید.

۶ درستی یا نادرستی جمله‌های زیر را مشخص کنید.

(الف) حاصل $\frac{8!}{4!}$ برابر $2!$ است.

(ب) احتمال رو شدن عدد ۷ در پرتاب یک تاس برابر صفر است.

(پ) در دنباله $a_{n+1} = a_n + 3$ ، اگر جمله پنجم ۱۷ باشد، جمله ششم آن ۲۳ است.

(ت) نمایش $\sqrt[3]{-7}$ را به صورت $(-7)^{\frac{1}{3}}$ می‌توان نوشت.

۷ با توجه به دنباله‌های $c_n = \frac{n}{2}$ ، $a_n = \frac{2n-1}{n-2}$ و $b_n = n^2$ حاصل عبارت $a_3 + b_5 + c_4$ را به دست آورید.

۸ با توجه به دنباله‌های $a_n = 2^{2n+1}$ و $b_n = \frac{15}{n+1}$ و $c_n = \left(\frac{1}{2}\right)^{n-2}$ حاصل عبارت $a_1 - b_4 + c_2$ را به دست آورید.

۹ جمله پنجم از دنباله بازگشتی زیر را بنویسید.

$$a_{n+2} = a_n + a_{n+1} + a_{n+2} \quad a_1 = a_2 = a_3 = 2$$

۱۰ برای جملات دنباله روبه‌رو:

۳, ۸, ۱۳, ۱۸, ۲۳, ...

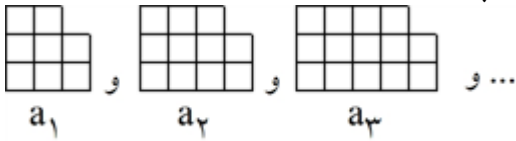
الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه تابعی دنباله را به دست آورید.

۱۱ جمله عمومی یک دنباله خطی $a_n = (2n + 1)^2 + an^2 + n + b$ است. اگر $a_7 = 37$ باشد: الف) a, b را حساب کنید. ب) کدام جمله برابر ۱۰۷ است؟

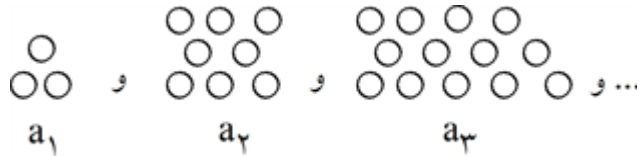
۱۲ در دنباله بازگشتی $b_n = 2b_{n-1} + b_{n-2} (n \geq 3)$ اگر $b_1 = b_2 = 2$ باشند، دو جمله بعدی را بنویسید.

۱۳ در دنباله بازگشتی $b_n = (-1)^n + b_{n-1} (n \geq 2)$ اگر $b_1 = 5$ باشد، سه جمله بعدی را حساب کنید.

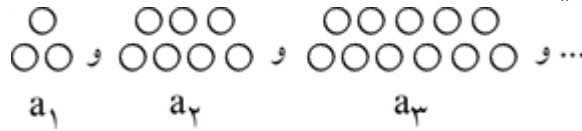
۱۴ در الگوی خطی زیر مقدار جمله یازدهم را حساب کنید. (الگو برای مربع‌های کوچک است).



۱۵ در الگوی خطی زیر مقدار جمله دهم را حساب کنید.



۱۶ جمله عمومی الگوی خطی زیر را بنویسید.



۱۷ مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

۱۸ با توجه به دنباله‌های $a_n = \frac{n^2}{(-1)^n}$ و $b_n = n + 4$ و $c_n = \frac{n}{2}$ حاصل عبارت $a_1 + b_8 - c_2$ را به دست آورید.

۱۹ پنج جمله اول دنباله $a_{n+1} = -a_n + (-1)^n$ را با فرض $a_1 = 3$ بنویسید.

۲۰ با توجه به جملات دنباله مقابل به سوالات زیر پاسخ دهید. الف) رابطه بازگشتی دنباله را بنویسید. ب) ضابطه دنباله را به دست آورید.

۹, ۳, ۱, $\frac{1}{3}, \dots$

مطابق گزارش سازمان محیط زیست، به دلیل ورود پَس‌ماندهای صنعتی کارخانه‌ها به یک دریاچه، ۲۵۰ تن فاضلاب صنعتی به این دریاچه وارد شده است. محیط زیست دریاچه سالیانه ۱۰٪ فاضلاب صنعتی را به صورت طبیعی خنثی و بی‌اثر می‌کند. سازمان محیط زیست با وضع قوانین جدید میزان ورودی فاضلاب صنعتی به دریاچه را به ۱۵ تن در سال کاهش داده است. اگر $P_1 = 250$ میزان آلودگی فعلی دریاچه باشد، با نوشتن یک رابطه‌ی بازگشتی، میزان مواد آلوده‌ی صنعتی را بعد از دو سال و پنج سال محاسبه کنید.

جملات دنباله‌ی بازگشتی $a_1 = 1$ ، $a_{n+1} = a_n + (n + 1)$ رأس کدامیک از الگوهای زیر را مشخص می‌کنند؟



محاسبه‌ی جذر اعداد در تمدن بابل - با نوشتن جملات دنباله‌ی بازگشتی زیر می‌توانیم به طرز شگفت‌انگیزی به جذر عدد

$$k \text{ یعنی } \sqrt{k} \text{ نزدیک شویم. } a_1 = k \quad a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{k}{a_n} \right)$$

این روش منسوب به تمدن بابل (واقع در شرق ایران و در بین‌النهرین) است. به کمک دنباله‌ی بازگشتی بالا، اگر a_3 را تقریبی برای \sqrt{k} در نظر بگیریم، حاصل اعداد زیر را مشخص کنید.

$$\sqrt{2} \text{ (الف) } \quad \sqrt{3} \text{ (ب) } \quad \sqrt{5} \text{ (ج)}$$

آیا این روش مزیتی بر استفاده از ماشین حساب دارد؟ چرا؟

نمودارهای دنباله‌های زیر را برای $n \leq 5$ رسم کنید.

$$a_n = -\frac{1}{2}n + 3 \text{ (الف) } \quad a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n \text{ (ب)}$$

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2 \text{ (ج)}$$

$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{n} & \text{فرد } n \end{cases} \text{ (د)}$$

جدول زیر را کامل کنید.

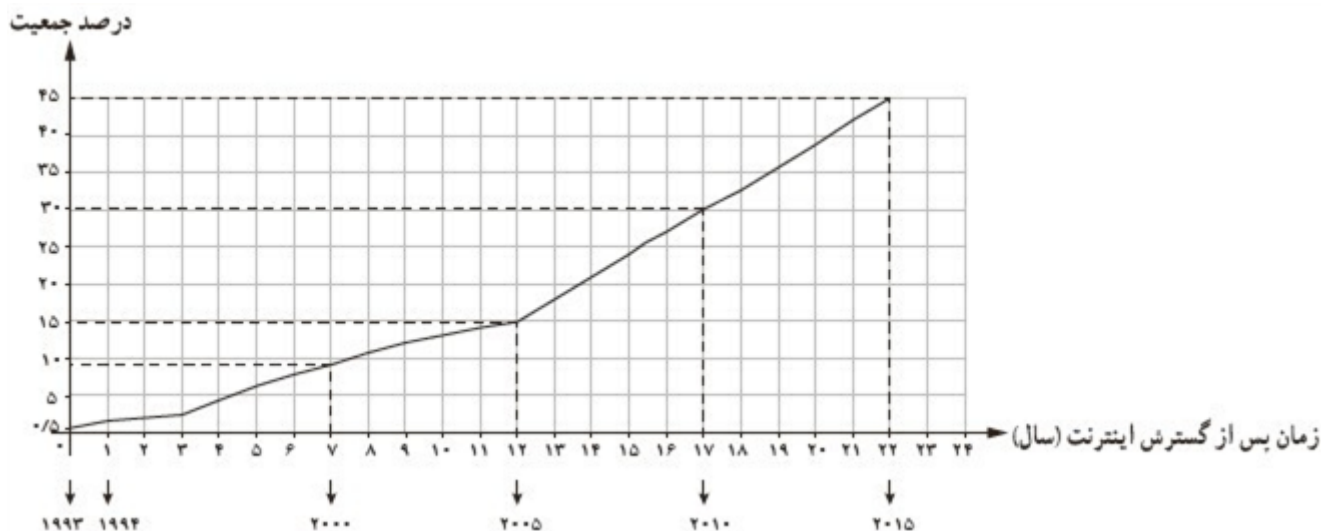
جملات دنباله	رابطه بازگشتی	ضابطه دنباله	دنباله دو ضابطه‌ای
۵, ۸, ۱۱, ۱۴, ۱۷, ...			
۴, ۱, ۴, ۱, ۴, ۱, ...			
$1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{4}, 5, \frac{1}{6}, \dots$			
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$			

اگر جملات یک دنباله از قانون تابع خطی $y = 4x - 1$ پیروی کنند، با توجه به دامنه‌ی دنباله:

(الف) نمودار تابع را رسم کنید و نمودار دنباله را روی نمودار تابع مشخص کنید.

(ب) نمایش تابعی دنباله و نیز رابطه‌ی بازگشتی دنباله را بنویسید. شیب خط چه ارتباطی با رابطه‌ی بازگشتی دنباله دارد؟

نمودار زیر درصد جمعیتی از سراسر جهان را نشان می‌دهد که از ۱۹۹۳ که سال گسترش اینترنت در دنیاست، از اینترنت استفاده کرده‌اند:



الف) اگر $f(n)$ درصد استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان، n سال پس از گسترش اینترنت باشد، به کمک نمودار داده شده مقادیر $f(1)$ و $f(7)$ را مشخص کنید و معنای آن‌را توضیح دهید.
 ب) با توجه به مدل خطی استفاده‌کنندگان از اینترنت از سال ۲۰۰۵ تا ۲۰۱۵، با به دست آوردن ضابطه‌ی تابع خطی، در سال ۲۰۲۰ درصد استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان چه‌قدر خواهد بود؟

برای محاسبه‌ی قبض آب (آب‌بها) هر واحد مسکونی در شهر تهران ابتدا میانگین مصرف هر واحد مسکونی محاسبه می‌شود و بر اساس آن «طبقه‌ی مصرفی» واحد مسکونی با توجه به «جدول ۱» تعیین می‌گردد. آن‌گاه به کمک رابطه‌ی زیر، آب‌بها محاسبه می‌شود:

هزینه‌ی هر متر مکعب با توجه به طبقه‌ی مصرف \times میانگین مصرف = آب‌بها

جدول ۱. محاسبه‌ی آب‌بها بر اساس طبقات مصرف در استان تهران

طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)	طبقات مصرف (متر مکعب)	هزینه (ریال)
$0 \leq x < 5$	۱/۴۱۹	$25 \leq x < 30$	۸/۴۹۶
$5 \leq x < 10$	۲/۱۲۳	$30 \leq x < 35$	۱۱/۵۸۰
$10 \leq x < 15$	۲/۸۲۷	$35 \leq x < 40$	۱۵/۴۴۴
$15 \leq x < 20$	۳/۷۰۳	$40 \leq x < 50$	۳۳/۴۶۲
$20 \leq x < 25$	۵/۴۰۰	$x \geq 50$	۶۶/۹۲۴

الف) نمودار «طبقه مصرف - آب‌بها» جدول بالا را رسم کنید و ضابطه و دامنه و برد تابع را به دست آورید.
 ب) اگر میانگین مصرف یک واحد مسکونی در تهران در یک ماه $49m^3 / 20$ باشد، سطح زیر منحنی نمودار چه تابعی، آب‌بها را مشخص می‌کند؟

مجموع سی جمله اول اعداد فرد را به دست آورید.

با توجه به دنباله روبه‌رو به سؤالات پاسخ دهید.

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \frac{1}{27}, \dots$$

الف) نوع دنباله را مشخص کنید و نسبت مشترک آن را به دست آورید.

ب) جمله عمومی دنباله را بنویسید.

پ) ضابطه بازگشتی دنباله را بنویسید.

$$a_1 = 9, a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n$$

۱

الف) $a_n = (n - 2)^2 + 1$ (مشابه مثال کتاب درسی)

۲

ب) $a_n = -\frac{(-1)^n}{n}$ یا $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{n}$ (مشابه مثال کتاب درسی)

ج) $a_n = 1 - \frac{(-1)^n}{n}$ (به هریک از جملات دنباله قسمت ب، ۱ واحد اضافه شده).

$$a_n = \begin{cases} \frac{n+1}{n} & ; \text{ فرد } n \\ \frac{n-1}{n} & ; \text{ زوج } n \end{cases}$$

می‌توان ضابطه دنباله قسمت ج را به صورت دوضابطه‌ای هم نوشت:

الف) $a_n = n^2 - 2$ (جملات دنباله مربعی هستند که از هر کدام ۲ تا کم شده).

۳

ب) $a_n = \frac{(-1)^n}{n+1}$ (هرگاه جملات یک در میان مثبت و منفی باشند در ضابطه دنباله، جمله $(-1)^k$ وجود دارد که k تابعی از n است).

ج) $a_n = 3^n - 1$ (از جملات دنباله هندسی با جمله اول ۳ و قدر نسبت ۳، ۱ واحد کم شده).

یادآوری: دنباله $1, 4, 9, 16, 25, \dots$ را به نام دنباله مربعی می‌شناسیم و ضابطه آن $a_n = n^2$ است.

۴

$$-1, -\frac{1}{4}, -\frac{1}{9}, -\frac{1}{16}, -\frac{1}{25}, \dots$$

پس ضابطه دنباله فوق به صورت $a_n = -\frac{1}{n^2}$ است.

توجه: برای به دست آوردن رابطه بازگشتی دنباله‌هایی که ارتباط بین دو جمله متوالی واضح نیست، چنانچه ضابطه دنباله را داشته باشیم، روش زیر را به کار می‌گیریم:

$$a_{n+1} - a_n = \left(-\frac{1}{(n+1)^2} \right) - \left(-\frac{1}{n^2} \right) = \frac{1}{n^2} - \frac{1}{(n+1)^2} = \frac{n^2 + 2n + 1 - n^2}{n^2(n+1)^2} = \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}$$

$$\Rightarrow a_{n+1} = a_n + \frac{2n+1}{n^2(n+1)^2}, a_1 = -1$$

نکته: رابطه بازگشتی دنباله فوق را می‌توان به صورت $a_{n+1} = \frac{-1}{\left(\left| \sqrt{\frac{-1}{a_n}} \right| + 1 \right)^2}, a_1 = -1$ هم می‌توان نوشت.

$$a_1 = 2$$

$$a_2 = a_1 + 1 = 2 + 1 = 3$$

$$a_3 = a_2 + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$a_4 = a_3 + 3 = 5 + 3 = 8$$

$$a_5 = a_4 + 4 = 8 + 4 = 12 \text{ (ص ۵۶)}$$

۵

ت) درست

پ) نادرست

ب) درست

الف) نادرست

۶

(ص ۵ و ۱۹ و ۵۴ و ۹۳)

$$a_3 = 5, b_5 = 25, c_4 = 2 \Rightarrow 5 + 25 + 2 = 32$$

۷

$$a_1 = 2^3 = 8, b_4 = \frac{15}{5} = 3, c_2 = \left(\frac{1}{2}\right)^1 = 1$$

$$a_1 - b_4 + c_2 = 8 - 3 + 1 = 6 \text{ (ص ۵۵)}$$

$$a_4 = a_1 + a_2 + a_3 = 6 \Rightarrow a_5 = a_2 + a_3 + a_4 = 2 + 2 + 6 = 10 \text{ (ص ۵۸)}$$

الف) $a_{n+1} = a_n + 5, a_1 = 3$

ب) $a_n = 3 + (n-1) \times 5 \Rightarrow a_n = 5n - 2 \text{ (ص ۵۵)}$

الف) چون دنباله خطی است باید n^2 حذف شود در نتیجه باید ضریب n^2 صفر شود.

$$a_n = 4n^2 + 4n + 1 + an^2 + n + b = (4+a)n^2 + 5n + b + 1 \Rightarrow 4 + a = 0$$

$$\Rightarrow a = -4 \Rightarrow a_n = 5n + b + 1$$

$$a_7 = 5(7) + b + 1 = 37 \Rightarrow 36 + b = 37 \Rightarrow b = 1$$

ب) جمله عمومی دنباله به صورت $a_n = 5n + 2$ است که برابر ۱۰۷ قرار می‌دهیم.

$$a_n = 107 \Rightarrow 5n + 2 = 107 \Rightarrow 5n = 105 \Rightarrow n = 21$$

بنابراین جمله بیست و یکم برابر ۱۰۷ است.

$$\xrightarrow{n=2} b_2 = 2b_1 + b_1 = 2(2) + 2 = 6$$

$$\xrightarrow{n=4} b_4 = 2b_3 + b_3 = 2(6) + 2 = 14$$

$$\xrightarrow{n=2} b_2 = (-1)^2 + b_1 = 1 + 5 = 6$$

$$\xrightarrow{n=3} b_3 = (-1)^3 + b_2 = -1 + 6 = 5$$

$$\xrightarrow{n=4} b_4 = (-1)^4 + b_3 = 1 + 5 = 6$$

۱۴) با توجه به خطی بودن الگو، جمله عمومی آن به صورت $a_n = an + b$ است.

$$\begin{cases} a_1 = 8 \Rightarrow a + b = 8 \\ a_2 = 11 \Rightarrow 2a + b = 11 \end{cases} \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a=3} 3 + b = 8 \Rightarrow b = 5 \Rightarrow a_n = 3n + 5$$

$$\xrightarrow{n=11} a_{11} = 3(11) + 5 = 38$$

برای یافتن جمله یازدهم باید به جای n عدد یازده قرار دهیم.

۱۵) با توجه به خطی بودن الگو، جمله عمومی آن به صورت $a_n = an + b$ است.

$$\begin{cases} a_1 = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ a_2 = 8 \Rightarrow 2a + b = 8 \end{cases} \Rightarrow a = 5 \xrightarrow{a=5} 5 + b = 3 \Rightarrow b = -2 \Rightarrow a_n = 5n - 2$$

$$\xrightarrow{n=10} a_{10} = 5(10) - 2 = 48$$

برای یافتن جمله دهم باید به جای n عدد ده قرار دهیم.

۱۶) با توجه به خطی بودن الگو، جمله عمومی آن به صورت $a_n = an + b$ است.

$$\begin{cases} a_1 = 3 \Rightarrow a + b = 3 \\ a_2 = 7 \Rightarrow 2a + b = 7 \end{cases} \Rightarrow a = 4 \xrightarrow{a=4} 4 + b = 3 \Rightarrow b = -1 \Rightarrow a_n = 4n - 1$$

$$d = 2, a_1 = 1 \Rightarrow S_r = \frac{30}{r} [2 \times 1 + 29 \times 2] = 900$$

روش اول:

$$a_1 = 1, a_r = 59 \Rightarrow S_r = \frac{30}{r} [1 + 59] = 900$$

روش دوم:

$$a_1 = -1, b_n = 12, c_r = 1 \Rightarrow -1 + 12 - 1 = 10 \text{ (ص ۵۸)}$$

$$3, -4, 5, -6, 7 \text{ (ص ۵۴)}$$

$$\text{الف) } a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n, a_1 = 9$$

$$\text{ب) } a_n = 3^{2-n} \text{ (ص ۵۶)}$$

هر سال ۱۵ تن ورودی فاضلاب صنعتی داریم که به مقدار اولیه ($P_1 = 250$) اضافه می‌شود و از آنجا که ۱۰٪ آن توسط محیط زیست دریاچه خنثی می‌شود، پس ۹۰٪ آن باقی می‌ماند، لذا رابطه بازگشتی به شکل زیر است:

$$p_{n+1} = (P_n + 15) \times \frac{90}{100}, P_1 = 250$$

$$n = 1 \Rightarrow P_2 = (P_1 + 15) \times \frac{9}{10} = 265 \times \frac{9}{10} = 238/5$$

میزان آلودگی بعد از یک سال:

$$n = 2 \Rightarrow P_3 = (P_2 + 15) \times \frac{9}{10} = (238/5 + 15) \times \frac{9}{10} = 228/15$$

میزان آلودگی بعد از دو سال:

$$n = 3 \Rightarrow P_4 = (P_3 + 15) \times \frac{9}{10} = (228/15 + 15) \times \frac{9}{10} = 218/835$$

میزان آلودگی بعد از سه سال:

میزان آلودگی بعد از چهار سال:

$$n = 4 \Rightarrow P_5 = (P_4 + 15) \times \frac{9}{10} = (218/835 + 15) \times \frac{9}{10} = 210/4515$$

میزان آلودگی بعد از پنج سال:

$$n = 5 \Rightarrow P_6 = (P_5 + 15) \times \frac{9}{10} = (210/4515 + 15) \times \frac{9}{10} = 202/90635$$

$$a_{n+1} = a_n + (n + 1), a_1 = 1$$

$$n = 1 \Rightarrow a_2 = a_1 + (1 + 1) = 1 + 2 = 3$$

$$n = 2 \Rightarrow a_3 = a_2 + (2 + 1) = 3 + 3 = 6$$

جملات دنباله: ۱, ۳, ۶, ...

این دنباله با جملات الگوی (الف) مطابقت دارد.

الف) $k = 2$

$$a_{n+1} = \frac{1}{2} \left(a_n + \frac{2}{a_n} \right), a_1 = 2$$

$$a_2 = \frac{1}{2} \left(a_1 + \frac{2}{a_1} \right) = \frac{1}{2} \left(2 + \frac{2}{2} \right) = \frac{3}{2}$$

$$a_3 = \frac{1}{2} \left(a_2 + \frac{2}{a_2} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{2}{\frac{3}{2}} \right) = \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2} + \frac{4}{3} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{17}{6} = \frac{17}{12} \approx 1/416$$

ب) $k = 3$

$$a_{n+1} = \frac{1}{3} \left(a_n + \frac{3}{a_n} \right), a_1 = 3$$

$$a_2 = \frac{1}{3} \left(a_1 + \frac{3}{a_1} \right) = \frac{1}{3} \left(3 + \frac{3}{3} \right) = \frac{1}{3} (3 + 1) = 2$$

$$a_3 = \frac{1}{3} \left(a_2 + \frac{3}{a_2} \right) = \frac{1}{3} \left(2 + \frac{3}{2} \right) = \frac{1}{3} \times \frac{7}{2} = \frac{7}{6} \approx 1/75$$

ج) $k = 5$

$$a_{n+1} = \frac{1}{5} \left(a_n + \frac{5}{a_n} \right), a_1 = 5$$

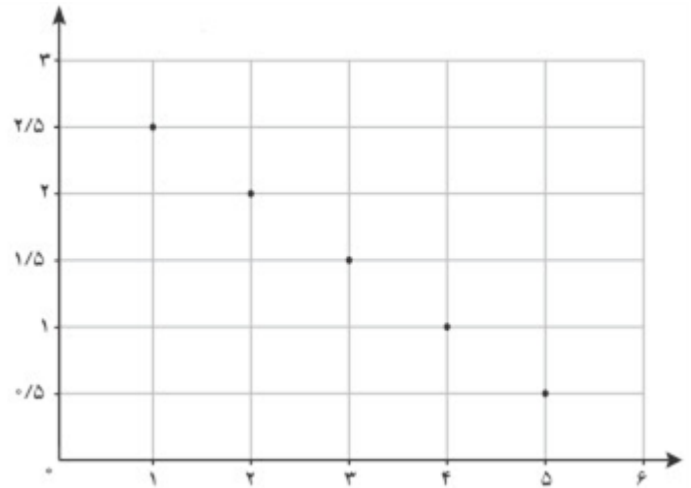
$$a_2 = \frac{1}{5} \left(a_1 + \frac{5}{a_1} \right) = \frac{1}{5} \left(5 + \frac{5}{5} \right) = \frac{1}{5} (6) = 3$$

$$a_3 = \frac{1}{5} \left(a_2 + \frac{5}{a_2} \right) = \frac{1}{5} \left(3 + \frac{5}{3} \right) = \frac{1}{5} \times \frac{14}{3} = \frac{14}{15} \approx 2/33$$

ماشین حساب، جذر (ریشه دوم) یک عدد را فقط به صورت اعشاری نشان می‌دهد و گرد می‌کند. مزیت این روش این است که جذر یک عدد را به صورت عددی گویا نشان می‌دهد.

$$a_n = -\frac{1}{2}n + 3$$

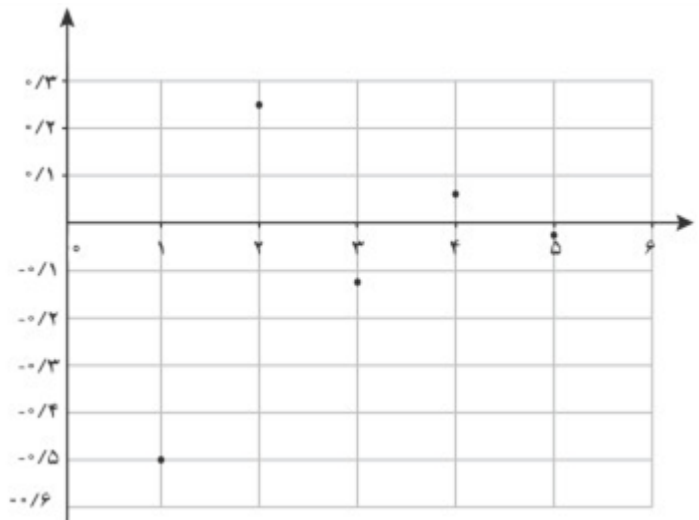
n	١	٢	٣	٤	٥
a_n	$2/5$	٢	$1/5$	١	$1/2$



ب.

$$a_n = \left(-\frac{1}{2}\right)^n$$

n	١	٢	٣	٤	٥
a_n	$-\frac{1}{2}$	$\frac{1}{4}$	$-\frac{1}{8}$	$\frac{1}{16}$	$-\frac{1}{32}$



ج.

$$a_{n+1} = \frac{1}{a_n} \quad a_1 = 2$$

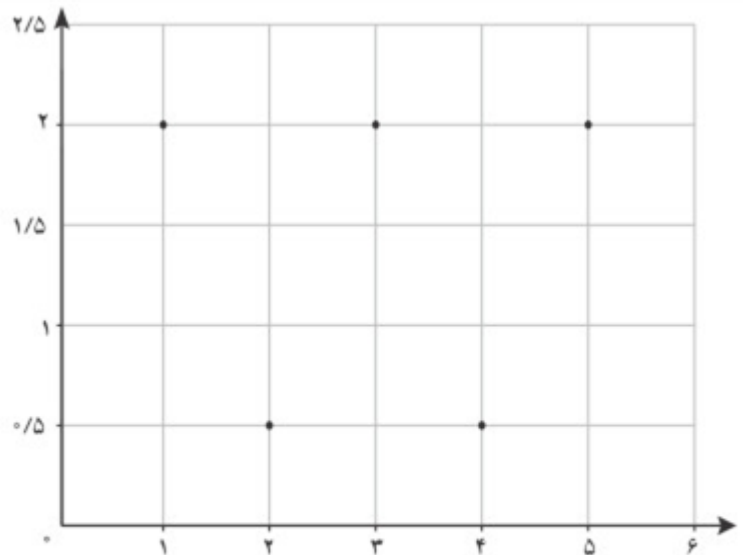
$$a_1 = 2 \quad (1, 2)$$

$$a_2 = \frac{1}{a_1} = \frac{1}{2} \quad (2, \frac{1}{2})$$

$$a_3 = \frac{1}{a_2} = \frac{1}{1/2} = 2 \quad (3, 2)$$

$$a_4 = \frac{1}{a_3} = \frac{1}{2} \quad (4, \frac{1}{2})$$

$$a_5 = \frac{1}{a_4} = \frac{1}{1/2} = 2 \quad (5, 2)$$



$$a_n = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{n} & \text{فرد } n \end{cases}$$

$$a_1 = \frac{1}{1} = 1 \quad (1, 1)$$



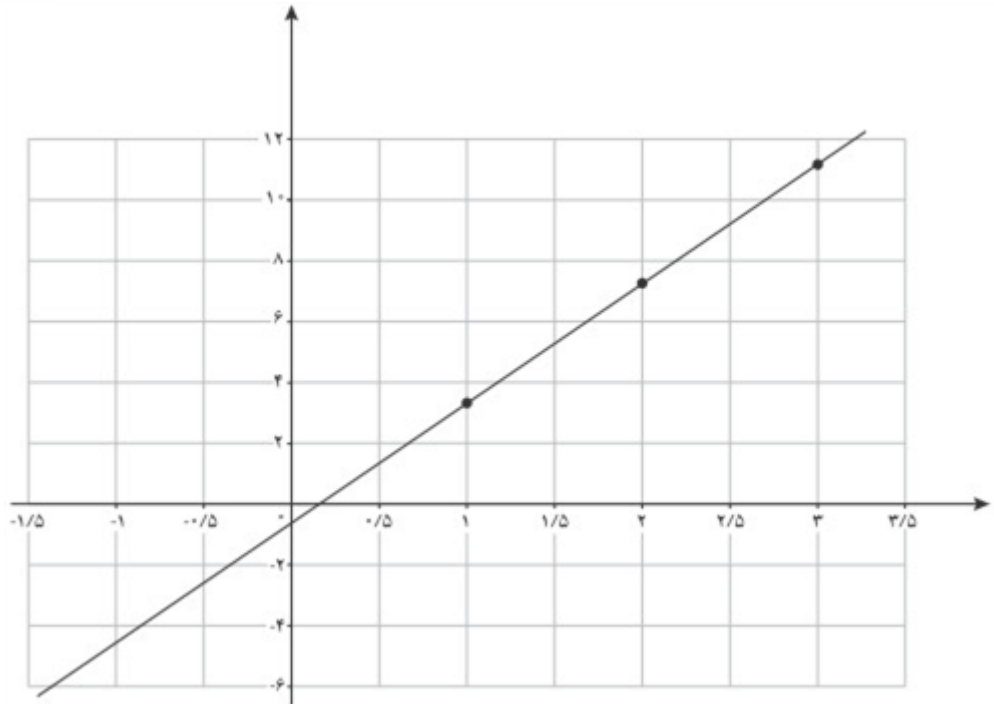
جملات دنباله	رابطه بازگشتی	ضابطه دنباله	دنباله دو ضابطه‌ای
$5, 8, 11, 14, 17, \dots$	$a_{n+1} = a_n + 3$ $a_1 = 5$	$a_n = 3n + 2$	
$4, 1, 4, 1, 4, 1, \dots$	$a_{n+1} = \frac{4}{a_n}$ $a_1 = 4$		$a_n = \begin{cases} 4 & \text{فرد } n \\ 1 & \text{زوج } n \end{cases}$
$1, \frac{1}{2}, 2, \frac{1}{3}, 5, \frac{1}{6}, \dots$			$a_n = \begin{cases} n & \text{فرد } n \\ \frac{1}{n} & \text{زوج } n \end{cases}$
$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \dots$		$a_n = \frac{n}{n+1}$	

۲۵

توجه: رابطه بازگشتی ردیف ۲ را می‌توان به صورت $a_{n+1} = a_n + 3(-1)^n$ هم نوشت.

	$y = 4x - 1$	
x	۱	۲
y	۳	۷

$a_n = 4n - 1$				
n	۱	۲	۳	۴
a_n	۳	۷	۱۱	۱۵



(ب) جملات دنباله : ۳, ۷, ۱۱, ۱۵, ...

۱ نمایش تابعی دنباله : $a_n = 4n - 1$

رابطه بازگشتی : $a_{n+1} = a_n + 4, a_1 = 3$

شیب خط همان اختلاف مشترک بین دو جمله متوالی در این رابطه بازگشتی است (یعنی ۴).

نکته: به طور کلی در دنباله حسابی: $a_{n+1} = a_n + m$ (شیب خط m)

(الف) ۲۷ $f(1) = 0.5, f(7) = 9$

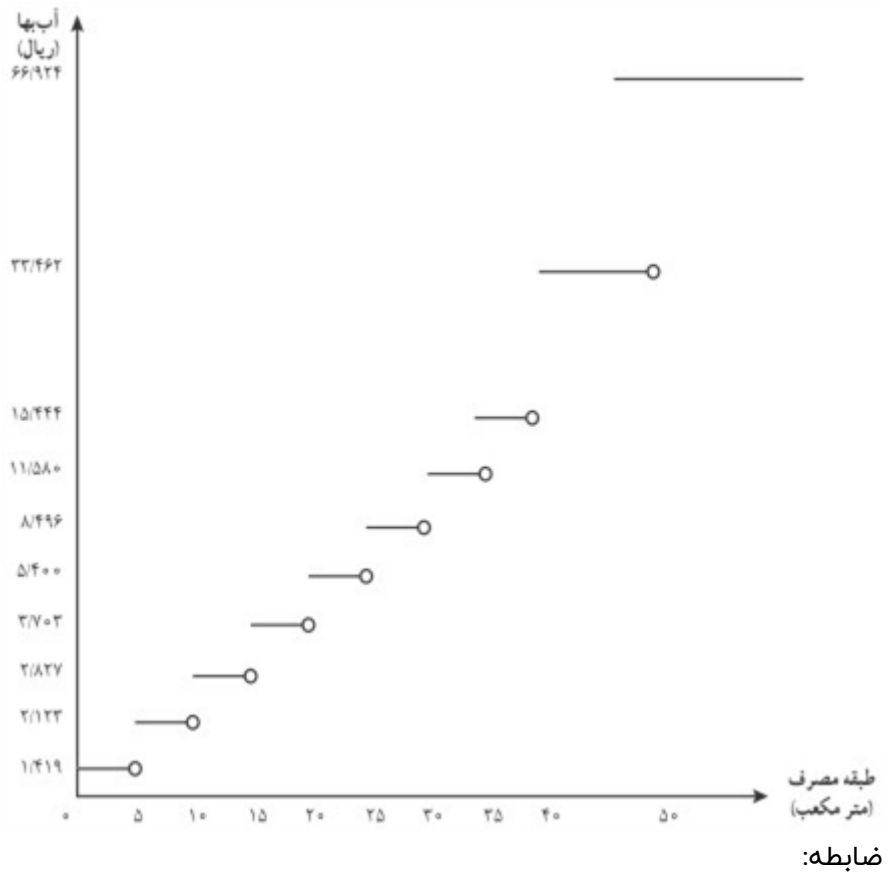
درصد جمعیت استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان، یک سال پس از گسترش اینترنت برابر ۰/۵ و هفت سال پس از گسترش اینترنت برابر ۹ می‌باشد.

(ب) $m = \frac{45 - 15}{22 - 12} = \frac{30}{10} = 3$ شیب خط $\Rightarrow (12, 15), (22, 45)$

ضابطه تابع خطی $y = 3x - 21 \Rightarrow y - 15 = 3(x - 12)$

با توجه به نمودار داده شده، عدد مربوط به سال ۲۰۲۰ روی محور طول‌ها عدد ۲۷ است. پس:

درصد استفاده‌کنندگان از اینترنت در جهان در سال ۲۰۲۰ $y = 3 \times 27 - 21 = 81 - 21 = 60$



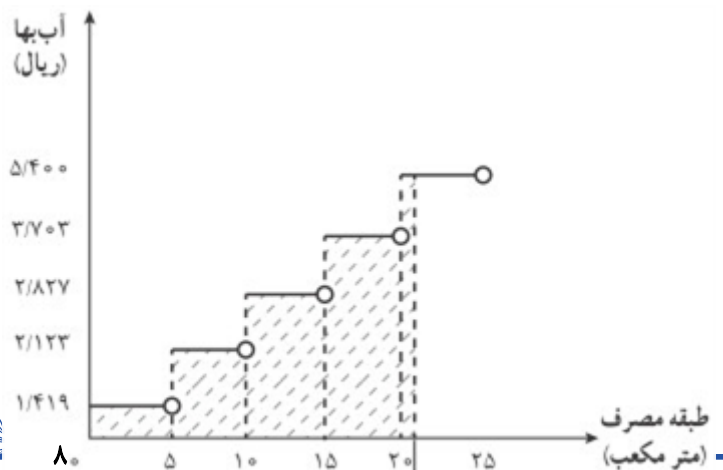
ضابطه:

$$f(x) = \begin{cases} 1/419 & 0 \leq x < 5 \\ 2/123 & 5 \leq x < 10 \\ 2/827 & 10 \leq x < 15 \\ 3/703 & 15 \leq x < 20 \\ 5/400 & 20 \leq x < 25 \\ 8/496 & 25 \leq x < 30 \\ 11/580 & 30 \leq x < 35 \\ 15/444 & 35 \leq x < 40 \\ 33/462 & 40 \leq x < 50 \\ 66/924 & 50 \leq x \end{cases}$$

دامنه: $x \geq 0$

برد: $\{1/419, 2/123, 2/827, 3/703, 5/400, 8/496, 11/580, 15/444, 33/462, 66/924\}$

(ب)



$$d = 2 \left(\frac{0}{25} \right), a_1 = 1 \left(\frac{0}{25} \right) \Rightarrow S_r = \frac{30}{2} [2 \times 1 + 29 \times 2] \left(\frac{0}{75} \right) = 90 \left(\frac{0}{25} \right)$$

الف) دنباله هندسی $(0/5)$ $r = \frac{1}{3} (0/5)$

ب) $a_n = \left\{ 5 \left(\frac{1}{3} \right)^{n-1} + \left(\frac{5}{3} \right) 123 + 5 \times 2/127 + 5 \times 3/7.3 + 0/49 \times 5/400 \right\} = 53/0.6$

پ) $a_{n+1} = \frac{1}{3} a_n, a_1 = 1 (0/5)$

$$f(x) = \begin{cases} 1/49 & 0 \leq x < 5 \\ 2/123 & 5 \leq x < 10 \\ 2/127 & 10 \leq x < 15 \\ 3/7.3 & 15 \leq x < 20 \\ 5/400 & 20 \leq x < 20/49 \end{cases}$$

29

30

