

۱ یک نمونه واقعی بیان کنید که از الگوی تابع نمایی پیروی کند.

۲ پدر احسان قصد دارد مبلغ ۵۰ میلیون تومان برای راهاندازی یک شرکت تولیدی دانشبنیان سپرده‌گذاری کند. اگر بانک سالانه ۱۰ درصد به سپرده‌ها سود پرداخت کند، پدر احسان بعد از ۲ سال چه مبلغی دریافت می‌کند؟

۳ نمودار تابع $y = 4^x$ را رسم کنید.

۴ فردی ده میلیون تومان پول خود را در یک شرکت تولید کالای ایرانی سرمایه‌گذاری می‌کند. اگر در پایان هر سال به پاس اعتمادش ۲۰ درصد سود علی‌الحساب از طرف شرکت به او پرداخت شود، آنگاه پس از دو سال مبلغ سرمایه‌گذاری او چه مقدار خواهد شد؟

۵ نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 3^x$ را رسم کنید.

۶ جمعیت کشوری در سال ۲۰۲۳ میلادی، حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور به صورت نمایی و با نرخ دو درصد در حال کاهش باشد، جمعیت این کشور در سال ۲۰۲۴ میلادی چند نفر خواهد بود؟

۷ جمعیت کشوری در پایان سال ۲۰۲۲ میلادی حدود ۴۰ میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن کشور در پایان سال ۲۰۲۴ چند نفر خواهد بود؟

۸ الف) به کمک جدول، تابع $y = 2^x$ را رسم کنید.

ب) مقدار تقریبی $2^{\frac{3}{2}}$ را از روی نمودار الف به دست آورید.

۹ طی چند سال اخیر، جمعیت گونه‌ای از پرندگان هر سال نسبت به سال قبل ۲۰ درصد کاهش می‌یابد. اگر جمعیت آن‌ها در حال حاضر، ۱۰۰۰۰ (ده هزار) باشد، پس از گذشت دو سال، جمعیت آن‌ها چه تعداد خواهد بود؟

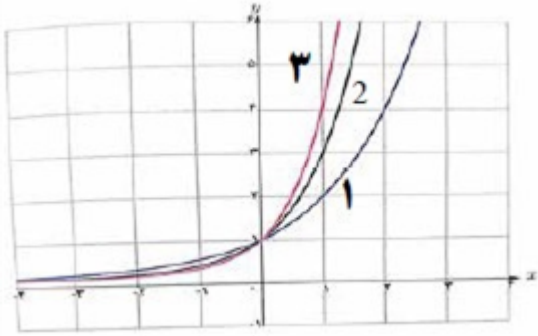
۱۰ جمعیت شهری در سال ۱۴۰۰ شمسی، حدود دو میلیون نفر برآورده شده است. اگر رشد جمعیت این شهر به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۱۰ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت این شهر در سال ۱۴۰۱ چند نفر خواهد بود؟

۱۱ جمعیت کشوری در سال ۲۰۲۰ میلادی حدود ده میلیون نفر برآورده شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۱ میلادی چند نفر خواهد بود؟

۱۲ پدر سارا قصد دارد مبلغ ۲۰ میلیون تومان را برای هزینه دانشگاه دخترش در بانکی سپرده‌گذاری کند. این بانک سالانه ۲۰٪ سود به سپرده‌ها پرداخت می‌کند. پدر سارا بعد از ۲ سال چه مبلغی را می‌تواند دریافت کند؟

۱۳ جمعیت شهری در سال ۲۰۲۰ میلادی حدود ۱۰۰۰۰۰ نفر برآورده شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۱ میلادی چند نفر خواهد بود؟

نمودارهای توابع $f(x) = 3^x$ ، $f(x) = 2^x$ و $f(x) = 4^x$ در شکل مقابل رسم شده‌اند. ضابطه هر نمودار را مشخص کنید.



۱۵ جمعیت کشوری در سال ۲۰۱۷ میلادی حدود چهار میلیون نفر برآورده شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۱۸ میلادی چند نفر خواهد بود؟

۱۶ جمعیت کشوری، در سال ۱۳۹۶ حدود بیست میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این کشور با نرخ یک درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟

۱۷ نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = (2)^x$ را رسم کنید.

۱۸ جمعیت شهری، در سال ۲۰۱۸ میلادی حدود یک میلیون نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این شهر با نرخ ۱۰ درصد در حال افزایش باشد، جمعیت آن در سال ۲۰۲۰ میلادی چند نفر خواهد بود؟

۱۹ جزیره‌ای پر از موش شده بود. مسئولان تصمیم گرفتند به کمک گربه‌ها با موش‌ها مقابله کنند. در آن سال، جمعیت موش‌ها ۲۳۵۷۶ بود که پس از مبارزه با آن‌ها، این تعداد با نرخ $2/5$ درصد در سال رو به کاهش گذاشت. در همان سال، جمعیت گربه‌ها ۱۵۷۸۶ بود که با نرخ $1/8$ درصد در سال رو به افزایش گذاشت.
 الف) در یک جدول، جمعیت موش‌ها را در ۱۰ سال متوالی به دست آورید.
 ب) همین کار را برای جمعیت گربه‌ها طی ۱۰ سال متوالی انجام دهید.
 پ) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت گربه‌ها بیش‌تر از موش‌ها می‌شود؟
 ت) آیا می‌توانید حدس بزنید که در چه زمانی جمعیت موش‌ها و گربه‌ها با یکدیگر برابر می‌شود؟
 ث) اگر همین روند ادامه پیدا کند، برای جمعیت گربه‌ها و موش‌ها چه اتفاقی می‌افتد؟

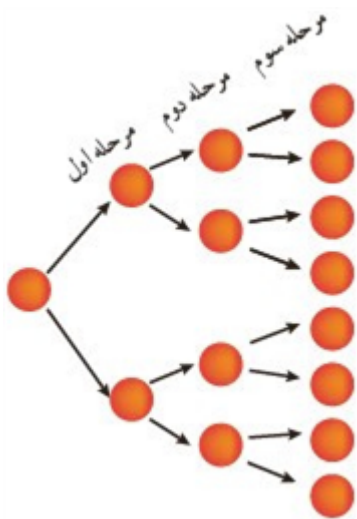
۲۰ جمعیت شهری یک میلیون نفر است. اگر رشد جمعیت به صورت نمایی و با ضریب ثابت ۶ درصد در سال باشد، جمعیت این شهر پس از ده سال چند نفر خواهد شد؟

۲۱ اگر یکی از سهام‌داران شرکت تولیدکننده‌ی محصولات فرهنگی در سال ۱۳۹۷ مبلغ چهار میلیون تومان در این شرکت سرمایه‌گذاری کند، پس از ده سال چه مبلغی به سرمایه‌ی این سهام‌دار اضافه خواهد شد؟

۲۲ نمودار توابع $y = 3^x$ و $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ را در یک دستگاه رسم کنید و سپس، آن‌ها را با یکدیگر مقایسه کنید.

۲۳ نمودار توابع $y = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ و $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ و $y = \left(\frac{1}{4}\right)^x$ را در یک دستگاه (صفحه‌ی مختصات) رسم کنید و تفاوت‌ها و شباهت‌های آن‌ها را برشمرید.

در پژوهش‌شده‌ی رویان وابسته به جهاد دانشگاهی، سلول‌های بنیادی جنین انسان تولید می‌شود. این سلول‌ها قابلیت تکثیر نامحدودی دارند و می‌توانند تمام انواع سلول‌های بدن نظیر عصب و ماهیچه‌ی قلب را به وجود آورند. در شکل، روند تکثیر سلول بنیادی جنین در سه مرحله نشان داده شده است. اگر روند تکثیر سلول بنیادی جنین مانند شکل روبه‌رو ادامه پیدا کند: الف) پس از چند مرحله، تعداد سلول‌های تکثیر شده ۲۰۴۸ سلول خواهد شد؟ ب) در مرحله‌ی هشتم، چه تعداد سلول تکثیر شده است؟ پ) آیا می‌توانید الگویی برای تکثیر سلول‌ها مشخص کنید؟



۲۵ جمعیت یک روستا، در سال ۱۳۹۶ حدود دو هزار نفر برآورد شده است. اگر رشد جمعیت این روستا با نرخ یک درصد در حال کاهش باشد، جمعیت آن در سال ۱۳۹۸ چند نفر خواهد بود؟

۲۶ نمودار مختصاتی تابع نمایی $y = 3^x$ را رسم کنید.

۲۷ مقدار صحیح r را در هر یک از تساویهای زیر تعیین کنید ($x \neq 0, 1, -1$).
 $(2^{r+3})^2 = 2^{r+17}$

۲۸ مقدار صحیح r را در هر یک از تساویهای زیر تعیین کنید ($x \neq 0, 1, -1$).
 $(x^r)^2 = x^6$

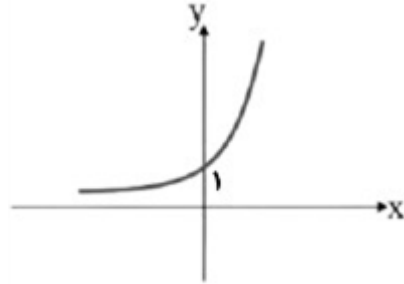
۲۹ مقدار صحیح r را در تساوی مقابل تعیین کنید. ($x \neq 0, 1, -1$)
 $x^2 \cdot x^r = x^5$

۳۰ مقدار صحیح r را در تساوی مقابل تعیین کنید. ($x \neq 0, 1, -1$)
 $2^{2r+1} = 32$

۱ به عنوان نمونه:

در تصفیه آب، داخل فیلترها، لایه تمیزکننده‌ای وجود دارد که حدود یک چهارم از ناخالصی‌ها را حذف می‌کند، بنابراین سه چهارم ناخالصی‌ها باقی می‌ماند. اکنون اگر در هر مرحله یک فیلتر اضافه کنیم ناخالصی‌های باقی‌مانده در هر مرحله از الگوی تابع نمایی $y = \left(\frac{3}{4}\right)^x$ پیروی می‌کند.

$$f(t) = C(1+r)^t \Rightarrow f(t) = 5000000(1+0/1)^t = 5000000(1/1)^t = 5000000, \dots$$

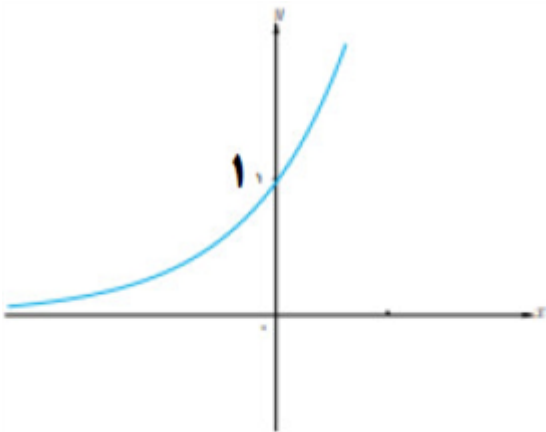


$$y = 4^x$$

(محور y ها را در نقطه $(0, 1)$ قطع کند و محور x ها را قطع نکند.)

$$f(t) = 10,000,000 \times \left(1 + \frac{20}{100}\right)^t = 10,000,000 \times (1/2)^t = 10,000,000 \times (1/44) \quad (10^3 \text{ ص})$$

$$= 14,400,000$$

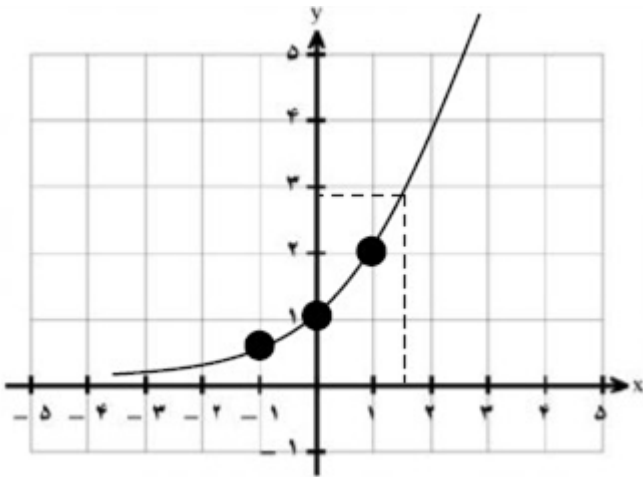


$$f(t) = c(1-r)^t = 20000000(1-0/02)^t \Rightarrow 20000000(0/98) = 19600000 \quad (10^4 \text{ ص})$$

$$f(t) = c(1-r)^t \Rightarrow 40000000(1-0/01)^t = 40000000 \times 0/99^t = 39204000$$

x	-1	0	1
y	$\frac{1}{2}$	1	2

الف) ۸



ب) عددی بین ۲ و ۳ یا عددی نزدیک به ۳ (اگر روی نمودار مشخص کرد نمره کامل داده شود)

$$y = 10000 \times (1 - 0/2)^7 = 10000 \times (0/64) = 6400$$

$$y = 2000000 \times (1 + 0/10)^1 = y = 2000000 \times (1/1) = 2200000 \text{ (ص } 104)$$

$$y = 10000000(1 + 0/5) = 10100000$$

$$y = 20000000(1 + 0/2)^7 \Rightarrow y = 20000000(1/44) \Rightarrow y = 2880000 \text{ (ص } 103)$$

$$y = 100000(1 - 0/5) \Rightarrow y = 99000 \text{ (ص } 103)$$

۹

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

شماره ۱: $f(x) = 2^x$ ۱۴

شماره ۲: $f(x) = 3^x$

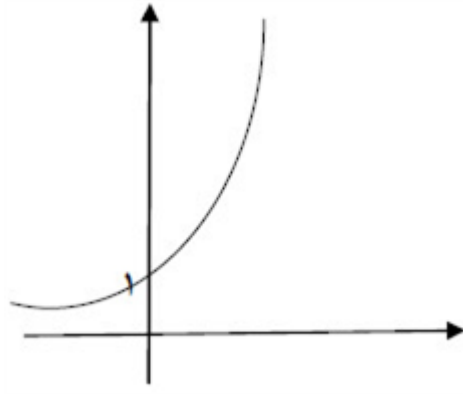
شماره ۳: $f(x) = 4^x$ (ص ۱۰۲)

$$y = 40000000(1 - 0/5) = 39600000 \text{ (ص } 104)$$

$$y = 20 \times 10^6 (1 + 0/5)^2 = 20/4.2 \times 10^6 \text{ (ص } 104)$$

۱۵

۱۶



١٧ (ص ٩٩)

$$y = 1000000(1 + 0/1)^2 = 1000000(1/21) = 1210000$$

١٨



$$f(x) = 23576(1 - 0.25)^t = 23576(0.75)^t \text{ موش}$$

$$g(x) = 15786(1 + 0.18)^t = 15786(1.18)^t \text{ گربه}$$

(الف)

$$f(1) = 23576 \times (0.75)^1 \cong 22987$$

$$f(2) = 23576 \times (0.75)^2 \cong 22412$$

$$f(3) = 23576 \times (0.75)^3 \cong 21852$$

$$f(4) = 23576 \times (0.75)^4 \cong 21306$$

$$f(5) = 23576 \times (0.75)^5 \cong 20773$$

$$f(6) = 23576 \times (0.75)^6 \cong 20254$$

$$f(7) = 23576 \times (0.75)^7 \cong 19748$$

$$f(8) = 23576 \times (0.75)^8 \cong 19254$$

$$f(9) = 23576 \times (0.75)^9 \cong 18773$$

$$f(10) = 23576 \times (0.75)^{10} \cong 18304$$

(ب)

$$g(1) = 15786 \times (1.18)^1 \cong 16070$$

$$g(2) = 15786 \times (1.18)^2 \cong 16359$$

$$g(3) = 15786 \times (1.18)^3 \cong 16653$$

$$g(4) = 15786 \times (1.18)^4 = 16953$$

$$g(5) = 15786 \times (1.18)^5 = 17258$$

$$g(6) = 15786 \times (1.18)^6 = 17569$$

$$g(7) = 15786 \times (1.18)^7 = 17885$$

$$g(8) = 15786 \times (1.18)^8 = 18207$$

$$g(9) = 15786 \times (1.18)^9 = 18535$$

$$g(10) = 15786 \times (1.18)^{10} = 18869$$

پ) $f(10) < g(10)$ ← در سال دهم

ت) در یکی از روزهای سال نهم (بین ۹ سال و ۱۰ سال) جمعیت موش‌ها و گربه‌ها برابر می‌شوند.

ث) جمعیت گربه‌ها زیاد و زیادتر و موش‌ها کم و کمتر می‌شوند و رو به نابودی می‌روند.

جمعیت گربه‌ها پس از	
یک سال	۱۶۰۷۰
دو سال	۱۶۳۵۹
سه سال	۱۶۶۵۳
چهار سال	۱۶۹۵۳
پنج سال	۱۷۲۵۸
شش سال	۱۷۵۶۹
هفت سال	۱۷۸۸۵
هشت سال	۱۸۲۰۷

نه سال	۱۸۵۳۵
ده سال	۱۸۸۱۶۹
جمعیت موش ها پس از	
یک سال	۲۲۹۸۷
تومان	۲۲۴۱۲

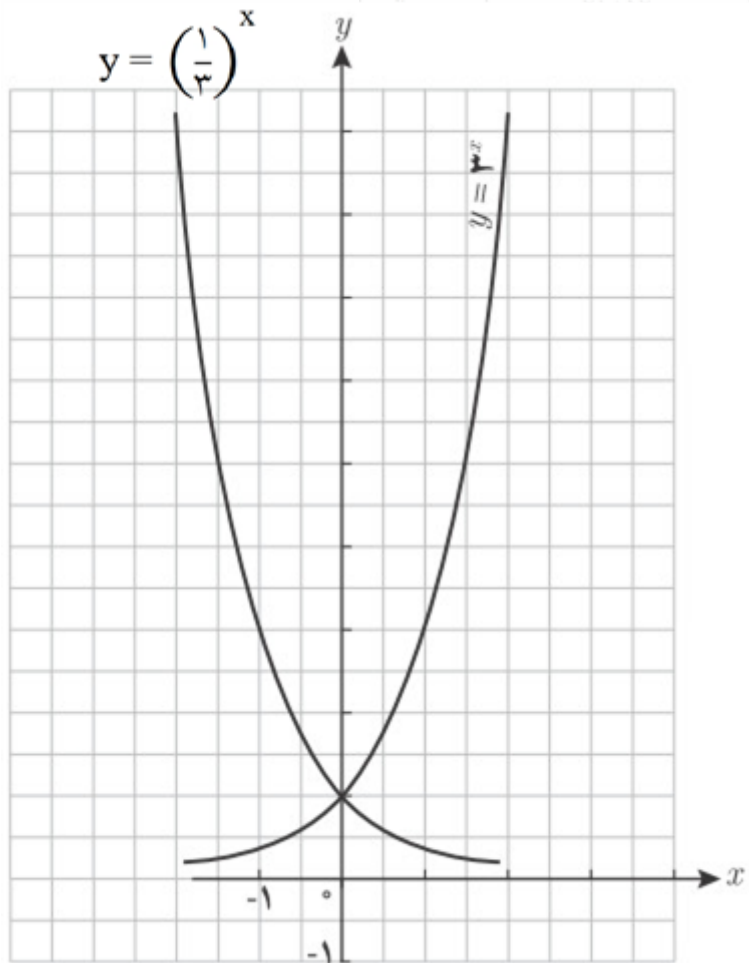
۲۰

۲۱

نفر $17,908,476 = 1,000,000 \times (1 + 0/06)^{10}$ جمعیت شهر پس از ۱۰ سال

یک سال $148,288,852 = 40,000,000 \times (1 + 0/14)^{10}$ میزان سرمایه پس از ۱۰ سال

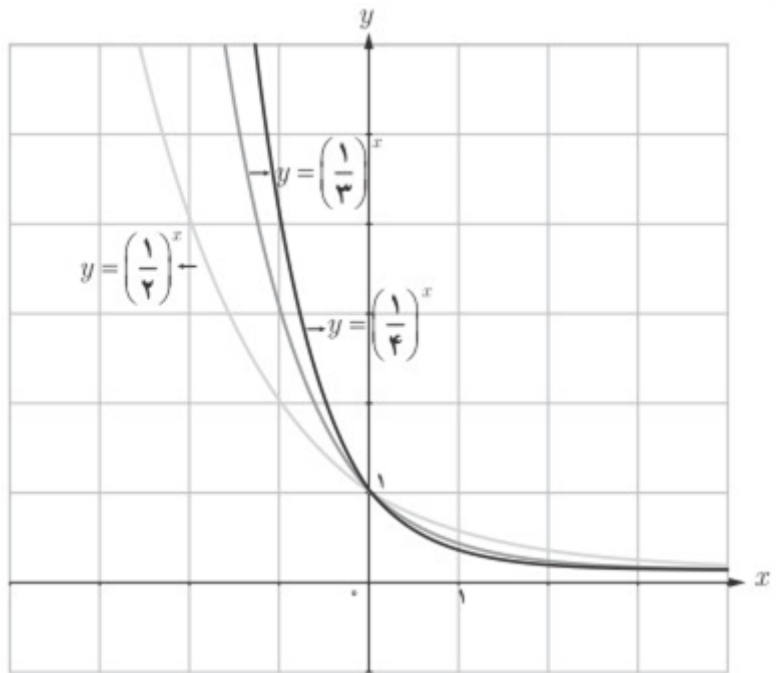
تومان $108,288,852 = 148,288,852 - 40,000,000$ میزان افزایش سرمایه پس از ۱۰ سال



۲۲

شبهت: هر دو نمودار محور لها را در نقطه‌ی $(0, 1)$ قطع می‌کنند. هر دو با محور x ها برخورد نمی‌کنند. دامنه‌ی هر دو تابع برابر R و برد هر دو برابر $(0, +\infty)$ است.

تفاوت: در $y = 3^x$ با افزایش x ها، مقدار لها افزایش می‌یابد (تابع صعودی است) اما در $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$ با افزایش مقدار x ها، مقدار لها کاهش می‌یابد (تابع نزولی است).



۲۳

شباهت: هر سه محور y ها را در نقطه‌ی $(0, 1)$ قطع می‌کنند. هر سه نزولی هستند. هر سه محور x ها را قطع نمی‌کنند. دامنه‌ی هر سه تابع برابر R و برد هر سه برابر $(0, +\infty)$ است. تفاوت:

$$\begin{cases} x > 0 : \left(\frac{1}{2}\right)^x > \left(\frac{1}{3}\right)^x > \left(\frac{1}{4}\right)^x \\ x < 0 : \left(\frac{1}{2}\right)^x < \left(\frac{1}{3}\right)^x < \left(\frac{1}{4}\right)^x \end{cases}$$

۲, ۴, ۸, ...

۲۴

$$2^n = 2048 \Rightarrow 2^n = 2^{11} \Rightarrow n = 11$$

(الف) (پس از ۱۱ مرحله)

$$2^8 = 256 \text{ (ب)}$$

(پ) در هر مرحله، تعداد سلول‌ها دو برابر تعداد سلول‌های مرحله قبل است. $f(n) = 2^n$.

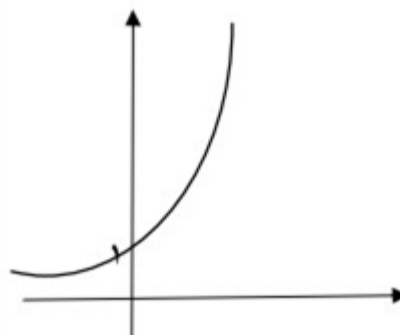
صفحه ۱۰۵۸ کتاب

۲۵

$$f(t) = 2000(1 - 0.01)^t \left(\frac{1}{25}\right) = 1960/2 \left(\frac{0}{25}\right)$$

صفحه ۹۹ کتاب

۲۶



رسم شکل (۱)

$$\Rightarrow 2^{(r+3) \times 3} = 2^{r+17} \Rightarrow 2^{3r+9} = 2^{r+17}$$

$$\Rightarrow 3r + 9 = r + 17 \Rightarrow 3r - r = 17 - 9 \Rightarrow 2r = 8 \Rightarrow r = 4$$

۲۷

$$(x^r)^y = x^{\wedge} \Rightarrow x^{r \times y} = x^{\wedge} \Rightarrow x^{yr} = x^{\wedge} \Rightarrow yr = \wedge \Rightarrow r = \frac{\wedge}{y} \Rightarrow r = \text{v}$$

$$x^y \cdot x^r = x^{y+r}$$

$$x^{y+r} = x^{\delta} \Rightarrow y+r = \delta \Rightarrow r = \delta - y \Rightarrow r = \text{v}$$

$$x^y = x^{\delta} \Rightarrow y^{y+r+1} = y^{\delta} \Rightarrow yr + 1 = \delta \Rightarrow yr = \delta - 1 \Rightarrow yr = \text{v} \Rightarrow r = \frac{\text{v}}{y} = r = \text{v}$$

28

29

30

