

سوال‌ت شبه نهایی درس: آمار و احتمال	پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۵	تعداد سوال: ۱۸
رشته: ریاضی و فیزیک	اداره تکنولوژی و بررسی محتوا - گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان		
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳			

ردیف	پیامبر اعظم (ص): دانش اگر در ثریا هم باشد مردانی در سرزمین پارس بر آن دست خواهند یافت.
۱	<p>درستی یا نادرستی هر عبارت را مشخص کنید.</p> <p>الف) اگر $U \subseteq A$ در این صورت $U = A$</p> <p>ب) اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند، در این صورت $p(A B) = p(A)$</p> <p>پ) مربع هر عدد حقیقی مثبت است.</p> <p>ت) اگر ضریب تغییرات ۲۰ داده برابر ۴ و میانگین آن ها ۲ باشد واریانس داده ها ۸ است.</p> <p>ث) یکی از مزیت های نمونه گیری سامانمند نیاز به فهرست اعضای جامعه ندارد.</p> <p>ث) تعداد زیرمجموعه های محض یک مجموعه ۵ عضوی ۳۲ می باشد.</p>
۲	<p>جاهای خالی را با کلمات مناسب پر کنید.</p> <p>الف) ارزش گزاره $p \Rightarrow p$ همواره است.</p> <p>ب) اگر A_1, A_2 دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند، پیشامد زمانی رخ می دهد که دست کم یکی از دو پیشامد A_1, A_2 رخ دهد.</p> <p>پ) برای متغیرهای پیوسته از نمودار استفاده می شود.</p> <p>ت) نوعی روش نمونه گیری که در آن همه ی واحد های آماری برای انتخاب شدن در نمونه ، احتمال یکسان دارند. نمونه گیری است.</p> <p>ث) اگر یک روش نمونه گیری از نمونه گیری ایده آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می گویند آن روش نمونه گیری است. لذا آمارشناسان تلاش میکنند تا نمونه گیری ها را تا جایی که می توانند کنند.</p> <p>ج) فرایند نتیجه گیری درباره پارامترهای جامعه بر اساس نمونه، است.</p> <p>چ) پارامتر جامعه برابر است با مقدار عددی حاصل از جای گذاری اعداد نمونه تصادفی در آماره نظیر آن پارامتر .</p> <p>ح) حداقل درآمدی است که برای زندگی در یک ماه به ازای هر نفر مورد نیاز است.</p> <p>خ) میانگین جامعه رامیتوان با آماره های مانند و و برآورد کرد.</p> <p>د) $B \cup (A \cap B) = \dots$</p>
۳	<p>مناسب ترین گزینه را انتخاب کنید.</p> <p>الف) درباره ی یک خانواده ی ۳ فرزندی می دانیم که دست کم یکی از فرزندان آن ها پسر است. احتمال آن که دقیقا یک فرزند پسر باشد؟</p> <p>(۱) $\frac{2}{7}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{4}{7}$ (۴) $\frac{1}{7}$</p> <p>ب) داده دورافتاده داشته باشیم روی کدام یک تاثیر کمتری دارد؟</p> <p>(۱) واریانس (۲) انحراف معیار (۳) میانه (۴) میانگین</p>

<p>پ) کدام روش برای گرد آوری داده های "روز تولد دانش آموزان یازدهم ریاضی مدرسه" مناسب است؟</p> <p>(۱) دادگان (۲) مشاهده (۳) مصاحبه (۴) پرسش نامه</p> <p>ت) در داده های آماری مقابل مد چقدر از میانه بیشتر است؟</p> <p>۸ و ۲ و ۱۴ و ۱۳ و ۱۸ و ۱۸ و ۴ و ۳ و ۲۰</p> <p>۳ (۱) ۴ (۲) ۲ (۳) ۵ (۴)</p>	
<p>۴ ارزش گزاره های مرکب زیر را تعیین کنید و سپس نقیض آنها را بنویسید.</p> <p>الف) $A \cap (A \cup B) = B$ اگر $\sigma = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}$</p> <p>ب) اگر ۹ عددی غیراول باشد آن گاه $2^3 + 2^3 = 2^6$ است.</p> <p>پ) هر معادله درجه دو حداقل یک ریشه دارد و ۸ اول نیست.</p> <p>ت) عدد گنگی وجود دارد که مربع آن گویا می باشد.</p> <p>ث) $\forall x \in R : \tan x \times \cot x = 1$</p>	
<p>۵ الف) گر $\sim p \vee q \equiv F$ در این صورت ارزش $\sim p \Rightarrow \sim q$ را با دلیل مشخص کنید. (ر گزاره ی دلخواه است).</p> <p>ب) با استفاده از جدول ارزش ها درستی رابطه ی زیر را نشان دهید.</p> <p>$\sim (p \Rightarrow q) \vee \sim p \equiv \sim (p \wedge q)$</p>	
<p>۶ درستی هر یک از تساوی های زیر را با استفاده از قوانین جبر مجموعه ها اثبات کنید.</p> <p>الف) $(A \cap B) \cup (A - B) = A$</p> <p>ب) $(A - C) \cap (A - B) = A - (B \cup C)$</p> <p>پ) اگر $A \subseteq B$ ثابت کنید $B' \subseteq A'$</p>	
<p>۷ الف) اگر $A = \{x + 3, 5, 6\}$, $B = \{2z - 1, 3, y - 1\}$ و $A \times B = B \times A$ در این صورت بیشترین مقدار $x + y + z$ را بدست آورید.</p> <p>ب) اگر از اعضای مجموعه A یک عضو حذف کنیم از تعداد زیر مجموعه های آن ۶۴ واحد کم میشود. تعداد اعضای A چند تا است؟</p>	
<p>۸ عددی طبیعی را به تصادف از بین ۱ تا ۱۰۰ انتخاب می کنیم. احتمال این که:</p> <p>الف) بر ۳ بخش پذیر باشد ولی بر ۵ بخش پذیر نباشد. ب) بر هیچکدام بخش پذیر نباشد.</p>	
<p>۹ الف) سه دونه A و B و C با هم مسابقه می دهند، اگر احتمال برد A نصف B باشد و احتمال برد B دو برابر C باشد. احتمال آن که B یا C برنده شود چقدر است؟</p> <p>ب) در یک تجربه تصادفی $S = \{x, y, z\}$ فضای نمونه ای است. اگر $p(x), p(y), p(z)$ دنباله حسابی با قدر نسبت $\frac{1}{5}$ تشکیل دهند. احتمال وقوع هر کدام را محاسبه کنید.</p>	
<p>۱۰ ۱) برای استخدام در یک شرکت ۱۰۰ نفر داوطلب شده اند که ۶۰ نفر آن ها مرد هستند. این شرکت ۲۰ درصد از زنان داوطلب و ۳۰ درصد از مردان داوطلب را استخدام خواهد کرد. اگر</p>	

فردی را به تصادف انتخاب کنیم:

الف) احتمال اینکه این فرد در شرکت استخدام شود را بدست آورید.

ب) اگر بدانیم فرد انتخاب شده، استخدام می شود احتمال این که مرد باشد را محاسبه کنید.

۲) امیر و بابک عضو تیم ده نفره والیبال مدرسه اند. در این تیم قد هیچ دو نفری برابر نیست. اگر بدانیم امیر از بابک بلند تر است.

الف) احتمال اینکه امیر بلند قدترین عضو تیم باشد چقدر است؟

ب) احتمال اینکه امیر از نظر بلندی قد، نفر نهم باشد چقدر است؟

۳) دسته ای کارت شامل ۳ کارت دو روسفید و ۷ کارت یک رو سیاه، یک رو سفید است. کارتی را به تصادف از این دسته انتخاب می کنیم و فقط یک روی آن را مشاهده میکنیم و می بینم که سفید است احتمال اینکه رنگ روی دیگر نیز سفید باشد چقدر است؟

۱۱

الف) اگر احتمال بهبود علی و حسین پس از عمل جراحی به ترتیب ۷۰ و ۵۵ درصد است، احتمال آن که ۱) حداقل یکی از آن ها بعد از عمل جراحی بهبود بیابند چقدر است؟ ۲) احتمال آنکه فقط علی بهبود یابد چقدر است؟

ب) اگر A, B دو پیشامد باشند ثابت کنید $P(A'|B) = 1 - P(A|B)$

پ) اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند ثابت کنید A', B' نیز مستقل هستند.

ت) اگر $P(A) = 0/4, P(B') = 0/3, P(A|B) = 0/4$ مطلوب است محاسبه:

$$P(A' \cup B) \quad (1) \quad P(A'|B') \quad (2)$$

ث) اگر A, B دو پیشامد مستقل باشند و $p(A \cap B) = 0/2, p(A' \cap B) = 0/5$ مطلوب است $p(A' \cup B)$

ج) در ظرفی ۵ مهره قرمز ۴ مهره آبی و ۱ مهره سبز داریم اگر ۲ مهره بدون جایگذاری از ظرف بیرون آوریم احتمال آن را حساب کنید:

۱) هر دو مهره هم رنگ باشند ۲) حداقل یکی قرمز باشد

۱۲

الف) اگر فراوانی نسبی یک گروه ۰/۶ باشد و مجموع فراوانی های همه ی گروه ها ۳۰ باشد. فراوانی این گروه چند است؟
ب) جدول زیر را کامل کنید.

انواع اسکناسها	شماره	فراوانی	فراوانی نسبی
۱۰۰۰ تومانی	۱	۶	
۲۰۰۰ تومانی	۲		۱/۱۵
۵۰۰۰ تومانی	۳	۴	
۱۰۰۰۰ تومانی	۴		۱/۳۵
مجموع		۲۰	

پ) نمودار دایره ای را رسم کنید.

۱۳

الف) ضریب تغییرات داده های زیر را بیابید.

۲۰ و ۳۰ و ۲۴ و ۲۶

ب) اگر همه داده ها را ۱۰۰۰ برابر کنیم ضریب تغییرات داده های جدید را بدست آورید.

پ) اگر واریانس داده های $2x - 1, 3a + 1, 4y - 2$ صفر باشد میانگین x, y, a را بدست آورید.

ت) میانگین ۸ داده آماری ۴۰ می باشد اگر به این داده ها دو داده ۱۲ و ۸ را اضافه کنیم میانگین کل این ۱۰ داده چند است؟

۱۴

۱۵ دانش آموز در یک آزمون ریاضی منطقه ای نمرات زیر را کسب کرده اند:

۱۲ و ۱۵ و ۱۸ و ۱۸ و ۱۹ و ۲۰ و ۱۸ و ۱۸ و ۲۰ و ۱۵ و ۱۴ و ۱۷ و ۳ و ۲ و ۱۶

الف) میانگین و میانه و مد را بدست آورید.

ب) کدام معیار نمایانگر بهتری از وضع دانش آموزان این کلاس است؟ چرا؟

پ) اگر جدول زیر وضعیت نمرات یک دانش آموز باشد نمره فیزیک چند باشد تا معدل دانش آموز $12/4$ گردد؟

عنوان درس	فیزیک	شیمی	حسابان	آمار و احتمال
تعداد واحد	۳	۲	۳	۲
نمره	x	۱۵	۱۰	۱۴

۱۵

در داده های ۱۰ و ۱۲ و ۱۲ و ۱۳ و ۱۴ و ۱۵ و ۱۵ و ۱۷ و ۱۸ و ۲۰

الف) چارک اول و دوم و سوم را بیابید.

ب) نمودار جعبه ای مربوط به داده ها را رسم کنید.

۱۶

۱) فرق بین پارامتر و آماره چیست؟

۲) نمونه گیری اریب چیست؟

۳) دلایل اریبی در نمونه گیری های زیر را ذکر کنید .

الف) نمونه گیری راحت: افراد در دسترس را به عنوان نمونه انتخاب می کنیم.

ب) نمونه غیر تصادفی: عامل شانس در انتخاب نمونه نقشی ندارد.

پ) نمونه گیری ایمیلی (رایانامه ای): پرسش نامه ای به ایمیل های انتخاب شده ارسال میشود.

ت) برخی از اعضای انتخاب شده در نمونه حاضر به پاسخگویی نمی باشند.

۴) کدام روش گردآوری داده ها برای موارد زیر مناسب است؟

الف) میزان رضایت مشتریان بانک از نحوه برخورد و رسیدگی به درخواست های آنها

ب) تعداد سرنشینان خودروهای سواری در یکی از محورهای خروجی شهر

۱۷

الف) بازه اطمینان پارامتر جامعه را تعریف کنید.

ب) یک موسسه می خواهد در مورد سن افراد بیکار که در یک شهر زندگی می کنند را بداند.

برای این کار یک نمونه ی ۱۰۰ نفر از افراد بیکار را مشخص می کند و میانگین سن آن ها ۳۰ سال

برآورد کرد. اگر در بررسی های گذشته انحراف معیار سن بیکاران ۵ باشد. بازه ی اطمینان ۹۵

درصد برای میانگین سن بیکاران ارائه دهید.

پ) اگر میزان درآمد یک نمونه ۴ تایی از یک جامعه با انحراف معیار $\sigma = 2$ به صورت تهای $10, 12, 8, 12$ بر حسب میلیون تومان باشند یک برآورد بازه ای برای خط فقر بدست آورید.
ت) انحراف معیار برآورد میانگین درآمد افراد یک جامعه با نمونه ۱۰۰ نفری چند برابر انحراف معیار با نمونه ۴۰۰ نفری است؟

۱۸

۱) نمونه گیری خوشه ای و نمونه گیری طبقه ای را تعریف کنید.

۲) فرض کنید جامعه ای از $N = 100$ عضو تشکیل شده و می خواهیم نمونه ای با اندازه $n = 20$ از آن انتخاب کنید. در هر یک از حالت های زیر احتمال انتخاب هر عضو جامعه به عنوان نمونه چقدر است؟ نام هر روش نمونه گیری را بگویید.

الف) اگر جامعه به دو قسمت ۵۰ تایی تقسیم شود و بخواهیم از هر قسمت نمونه تصادفی ۱۰ تایی انتخاب کنید.

ب) اگر جامعه به تصادف به ۱۰ قسمت مساوی تقسیم شود و دو قسمت را به عنوان نمونه انتخاب کنید.

پ) اگر جامعه به تصادف به ۲۰ قسمت مساوی تقسیم شود، و از قسمت اول یک عضو به تصادف انتخاب شود فرض کنید. عضو انتخابی دومین عضو باشد و از قسمت های بعدی نیز دومین عضو انتخاب شود.

۳) نوع روش نمونه گیری مناسب تر را انتخاب کنید.

الف) شرکت وارد کننده خودروهای سنگین برای بررسی عملکرد سامانه ترمز آنها می خواهد ده درصد از خودروهای را که به مرور زمان وارد کشور می شوند بازرسی کند.

ب) مدیر یک مدرسه ۹۰ نفره که مدرسه از سه پایه ۳۰ نفره تشکیل شده است می خواهد نظر دانش آموزان در مورد برنامه امتحانات دی ماه را بر اساس یک نمونه ۶ تایی بداند.

۴) برای روش های نمونه گیری زیر یک مزیت و یک محدودیت (عیب) بنویسید.

الف) خوشه ای
ب) سیستماتیک

پایه: یازدهم دوره دوم متوسطه	تعداد صفحه: ۶	تعداد سوال: ۱۸
اداره تکنولوژی و بررسی محتوا - گروه آموزشی متوسطه دوم ریاضی استان		رشته: ریاضی و فیزیک
دانش آموزان روزانه سراسر استان چهارمحال و بختیاری در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۳		

۱	الف) درست ب) درست پ) نادرست ت) نادرست ث) نادرست ج) نادرست																																								
۲	الف) درست ب) $A_1 \cup A_2$ پ) مستطیلی (بافت نگاشت) ت) احتمالی ث) اریب - نا اریب ج) آمار استنباطی چ) برآورد ح) خط فقر خ) میانگین نمونه و میانه ومد د) B																																								
۳	الف) گزینه ۲ ب) گزینه ۳ پ) گزینه ۱ ت) گزینه ۴																																								
۴	الف) $F \Leftrightarrow F \equiv T$ نقیض آن: $\sigma = \frac{\sigma_{\bar{x}}}{\sqrt{n}}$ ب) $T \Rightarrow F \equiv F$ نقیض آن: ۹ عددی اول نیست و $2^3 + 2^3 \neq 2^6$: معادله درجه دویی وجود دارد که حداقل یک ریشه ندارد (ریشه ندارد) یا ۸ اول است. ت) درست مانند $\sqrt{2^2} = 2$ نقیض آن: مربع هر عدد گنگ گویاست. ث) نادرست نقیض آن: $\exists x \in \mathbf{R} : \tan x \times \cot x \neq 1$																																								
۵	$\sim p \vee q = F \Rightarrow \begin{cases} \sim p \equiv F \Rightarrow p \equiv T \\ q \equiv F \end{cases} \Rightarrow (r \Rightarrow \sim q) \Leftrightarrow \sim p \equiv \underbrace{(r \Rightarrow T)}_T \Leftrightarrow F \equiv F$																																								
	<table border="1"> <thead> <tr> <th>p</th> <th>q</th> <th>$\sim p$</th> <th>$p \Rightarrow q$</th> <th>$\sim (p \Rightarrow q)$</th> <th>$(p \wedge q)$</th> <th>$\sim (p \Rightarrow q) \vee \sim p$</th> <th>$\sim (p \wedge q)$</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> </tr> <tr> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> <tr> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> <td>ن</td> <td>ن</td> <td>د</td> <td>د</td> </tr> </tbody> </table>	p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$(p \wedge q)$	$\sim (p \Rightarrow q) \vee \sim p$	$\sim (p \wedge q)$	د	د	ن	د	ن	د	ن	ن	د	ن	ن	ن	د	ن	د	د	ن	د	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	د	د	ن	ن	د	د
p	q	$\sim p$	$p \Rightarrow q$	$\sim (p \Rightarrow q)$	$(p \wedge q)$	$\sim (p \Rightarrow q) \vee \sim p$	$\sim (p \wedge q)$																																		
د	د	ن	د	ن	د	ن	ن																																		
د	ن	ن	ن	د	ن	د	د																																		
ن	د	د	د	ن	ن	د	د																																		
ن	ن	د	د	ن	ن	د	د																																		

$(A \cap B) \cup (A - B) = (A \cap B) \cup (A \cap B') = A \cap (B \cup B') = A \cap U = A$ $(A - C) \cap (A - B) = (A \cap C') \cap (A \cap B') = A \cap (B' \cap C') = A \cap (B \cup C)' = A - (B \cup C)$ $x \in B' \Rightarrow x \notin B \Rightarrow x \notin A \Rightarrow x \in A'$	٦
$A \times B = B \times A \Rightarrow A = B = \{x + ٣, ٥, ٦\} = \{٢z - ١, ٣, y - ١\}$ $\Rightarrow \begin{cases} x + ٣ = ٣ \\ ٢z - ١ = ٥ \vee ٦ \\ y - ١ = ٦ \vee ٥ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x = ٠ \\ z = ٣ \vee z = \frac{٧}{٢} \\ y = ٧ \vee ٦ \end{cases} \Rightarrow \text{MAX}(x + y + z) = ١٠$ $٢^n - ٢^{n-1} = ٦٤ \Rightarrow ٢^n - \frac{٢^n}{٢} = ٦٤,$ $٢^n = x \Rightarrow x - \frac{x}{٢} = ٦٤ \Rightarrow \frac{x}{٢} = ٦٤ \Rightarrow x = ١٢٨ \Rightarrow ٢^n = ٢^٧ \Rightarrow n = ٧$	٧
$p(A \cap B') = p(A) - p(A \cap B) = \frac{\left[\frac{١٠٠}{٣} \right]}{١٠٠} - \frac{\left[\frac{١٠٠}{١٥} \right]}{١٠٠} = \frac{٢٧}{١٠٠}$ $p(A' \cap B') = ١ - p(A \cup B) = ١ - \left(\frac{\left[\frac{١٠٠}{٣} \right]}{١٠٠} + \frac{\left[\frac{١٠٠}{٥} \right]}{١٠٠} - \frac{\left[\frac{١٠٠}{١٥} \right]}{١٠٠} \right) = \frac{٤٧}{١٠٠}$	٨
<p style="text-align: right;">(الف)</p> $\begin{cases} p(A) = \frac{1}{٢} p(B) \\ p(B) = ٢p(C) \Rightarrow p(C) = \frac{1}{٢} p(B) \end{cases} \Rightarrow p(A) + p(B) + p(C) = ١ \Rightarrow$ $\frac{1}{٢} p(B) + p(B) + \frac{1}{٢} p(B) = ١ \Rightarrow ٢p(B) = ١ \Rightarrow p(B) = \frac{1}{٢}$ $\Rightarrow p(B \cup C) = p(B) + p(C) = \frac{1}{٢} + \frac{1}{٤} = \frac{٣}{٤}$ <p style="text-align: right;">(ب)</p> $\begin{cases} p(y) + p(x) + p(z) = ١ \\ ٢p(y) = p(x) + p(z) \end{cases} \Rightarrow ٣p(y) = ١ \Rightarrow p(y) = \frac{1}{٣} \Rightarrow \begin{cases} p(x) = \frac{1}{٣} - \frac{1}{٥} = \frac{٢}{١٥} \\ p(z) = \frac{1}{٣} + \frac{1}{٥} = \frac{٨}{١٥} \end{cases}$	٩
	(الف) ١٠

A پیشامد آن که فرد در شرکت انتخاب شود :

B_1 : پیشامد آن که فرد داوطلب در استخدام مرد باشد :

B_2 : پیشامد آن که فرد داوطلب در استخدام زن باشد :

$$P(A) = P(B_1)P(A|B_1) + P(B_2)P(A|B_2) = 0/6 \times 0/3 + 0/4 \times 0/2 = 0/18 + 0/8 = 0/26$$

$$P(B_1|A) = \frac{P(B_1)P(A|B_1)}{P(A)} = \frac{0/6 \times 0/3}{0/26} = 0/5$$

(ب)

A = امیربلندقدترین فرد تیم است B = امیر از بابک بلندتر است

$$P(A) = \frac{1}{10}, P(B) = \frac{1}{2} \Rightarrow P(A \cap B) = P(A) = \frac{1}{10} \Rightarrow P(A|B) = \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = \frac{1/10}{1/2} = \frac{1}{5}$$

C = امیر از نظر بلندی قد نفر نهم باشد یعنی بابک کوتاه قدترین باشد.

$$P(C \cap B) = \frac{8!}{10!} = \frac{1}{90} \Rightarrow P(C|B) = \frac{P(C \cap B)}{P(B)} = \frac{1/90}{1/2} = \frac{1}{45}$$

A = پیشامد رنگ سفید دیده شود

B = پیشامد دو روی کارت انتخابی سفید باشد

$$P(A) = P(B)P(A|B) + P(B')P(A|B') = 0/3 \times 1 + 0/7 \times 0/5 = 0/65$$

$$\Rightarrow P(B|A) = \frac{P(B)P(A|B)}{P(A)} = \frac{0/3 \times 1}{0/65} = \frac{6}{13}$$

$$P(A \cap B) = P(A) \times P(B) \quad P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A) \times P(B) = 0/7 + 0/55 - 0/385 = 0/865$$

$$p(A - B) = p(A) - p(A \cap B) = 7 - 385 = 315$$

(ب)

$$P(A'|B) = \frac{P(A' \cap B)}{P(B)} = \frac{P(B) - P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - \frac{P(A \cap B)}{P(B)} = 1 - P(A|B)$$

$$P(A' \cap B') = P(A \cup B)' = 1 - P(A \cup B) = 1 - P(A) - P(B) + P(A \cap B) =$$

$$1 - P(A) - P(B) + P(A) \times P(B)$$

$$= (1 - P(A)) - P(B)(1 - P(A)) = (1 - P(A))(1 - P(B)) = P(A') \times P(B')$$

(ت-۱)

$$P(A \cap B) = P(B) \times P(A|B) = 7 \times 8 = 56 \Rightarrow P(A' \cap B) = P(B) - P(A \cap B) = 7 - 56 = 49$$

$$P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = 6 + 7 - 49 = 13$$

$$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = 8 + 7 - 56 = 13$$

$$\Rightarrow P(A' \cap B') = 1 - P(A \cup B) = 1 - 13 = 86$$

$$P(A'|B') = \frac{P(A' \cap B')}{P(B')} = \frac{86}{7} = \frac{12}{10}$$

(ث)

$$p(A' \cap B) = P(B) - p(A \cap B) \Rightarrow 0.5 = P(B) - 0.2 \Rightarrow P(B) = 0.7$$

$$p(A \cap B) = p(A) \times p(B) \Rightarrow 0.2 = p(A) \times 0.7 \Rightarrow p(A) = \frac{2}{7}$$

$$\Rightarrow P(A' \cup B) = P(A') + P(B) - P(A' \cap B) = \frac{5}{7} + \frac{7}{10} - \frac{5}{10} = \frac{64}{70} = \frac{32}{35}$$

$$P(B) = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} + \frac{4}{10} \times \frac{4}{10} = \frac{41}{100} \quad (ج-۱)$$

$$P(A') = \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{25}{100} = \frac{1}{4} \Rightarrow P(A) = 1 - \frac{5}{10} \times \frac{5}{10} = \frac{3}{4}$$

(ج-۲) حداقل یکی A

قرمز

الف) با تقسیم فراوانی هر گروه بر تعداد کل (مجموع فراوانی ها) فراوانی نسبی آن گروه به دست می آید.

۱۲

$$0.6 = \frac{f}{30} \Rightarrow f = 0.6 \times 30 = 18$$

ب) واقعیت هایی درباره ی یک شی یا فردند که در محاسبه، برنامه ریزی و پیش بینی به کار می روند داده میگویند.

انواع اسکناسها	شماره	فراوانی	فراوانی نسبی
۱۰۰۰ تومانی	۱	۶	۱۳
۲۰۰۰ تومانی	۲	۳	۱۵
۵۰۰۰ تومانی	۳	۴	۱۲
۱۰۰۰۰ تومانی	۴	۷	۳۵
مجموع		۲۰	۱

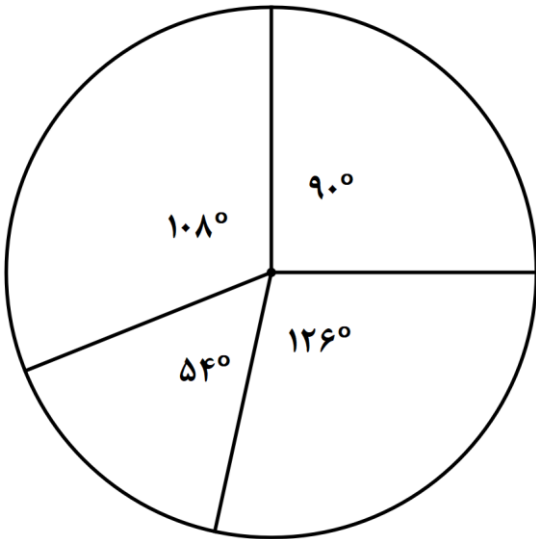
$$\alpha_1 = \frac{f_1}{n} \times 360 = \frac{6}{20} \times 360 = 108$$

$$\alpha_2 = \frac{f_2}{n} \times 360 = \frac{3}{20} \times 360 = 90$$

$$\alpha_3 = \frac{f_3}{n} \times 360 = \frac{4}{20} \times 360 = 54$$

$$\alpha_4 = \frac{f_4}{n} \times 360 = \frac{7}{20} \times 360 = 126$$

(پ)



(الف) ۱۳

$$\bar{x} = \frac{20 + 24 + 26 + 30}{4} = 25$$

$$\Rightarrow \sigma^2 = \frac{(20-25)^2 + (30-25)^2 + (24-25)^2 + (26-25)^2}{4} = \frac{52}{4} = 13$$

$$\Rightarrow \sigma = \sqrt{13} \Rightarrow cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} = \frac{13}{25}$$

ب اگر همه داده ها را در عدد ثابتی ضرب کنیم ضریب تغییرات تغییری نمی کند پس $cv_2 = \frac{13}{25}$

$$\sigma^2 = 0 \Rightarrow 2 = 2x - 1 = 4y - 2 = 3a + 1 \Rightarrow \begin{cases} 2x - 1 = 2 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow x = \frac{3}{2} \\ 4y - 2 = 2 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow \bar{x} = \frac{\frac{3}{2} + 1 + 1}{3} = \frac{17}{18} \\ 3a + 1 = 2 \Rightarrow 3a = 1 \Rightarrow a = \frac{1}{3} \end{cases} \quad (\text{پ})$$

$$\frac{\sum_{i=1}^n x_i}{n} = \bar{x} = 4 \Rightarrow \sum_{i=1}^n x_i = 32 \Rightarrow \bar{x}_1 = \frac{\sum_{i=1}^n x_i + 12 + 8}{10} = \frac{32 + 20}{10} = 34$$

(ت)

۱۴ (الف)

$$\text{mod} = 18$$

$$\bar{x} = \frac{225}{15} = 15$$

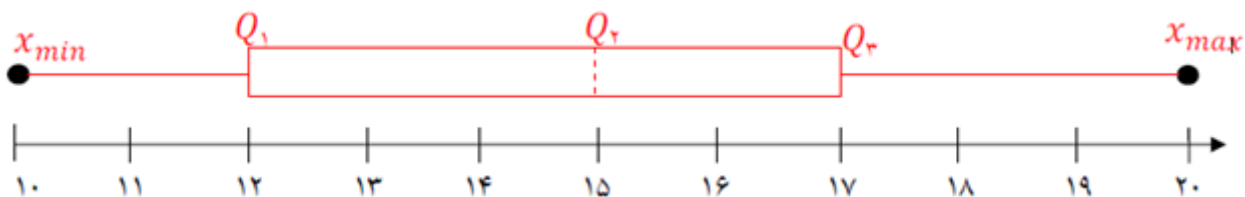
$$M_d = Q_2 = 17$$

ب) میانه، زیرا داده ی دور افتاده ۲ و ۳ وجود دارد که میانگین را تحت تاثیر قرار می دهد در حالی تاثیر در مد و میانه ندارد.

$$\bar{x} = \frac{f_1 X_1 + \dots + f_n X_n}{f_1 + \dots + f_n} \Rightarrow 12 / \varepsilon = \frac{3x + 2(15) + 3(10) + 2(14)}{3 + 2 + 3 + 2}$$

$$\Rightarrow 3x + 30 + 30 + 28 = 12\varepsilon \Rightarrow 3x = 5\varepsilon \Rightarrow x = \frac{5\varepsilon}{3} = 18$$

$$Q_1 = 12, Q_2 = 15, Q_3 = 17, X_{\max} = 20, X_{\min} = 10$$



۱۵

۱۶ پارامتر یک مشخصه عددی است که جنبه خاصی از جامعه را مشخص می کند و مقداری ثابت است. آماره یک مشخصه عددی است که جنبه خاصی از نمونه را مشخص می کند و مقدار آن از یک نمونه به نمونه ی دیگر تفاوت دارد.

۲) اگر یک روش نمونه گیری از نمونه گیری ایده آل فاصله بگیرد و به سمتی خاص انحراف پیدا کند می گویند آن روش نمونه گیری اریب است.

۳ الف) افرادی که نیستند شانس انتخاب ندارند. ب) انتخاب بر اساس سلیقه صورت میگیرد. پ) تمام افراد ممکن است ایمیل نداشته باشند لذا شانس انتخاب ندارند.
 ۳ ت) فقط افرادی که مایل به پاسخگویی هستند انتخاب می شوند.

۱۷ الف) برآورد بازه ای یا بازه اطمینان پارامتر جامعه عبارت است از بازه ای عددی برای پارامتر به همراه یک درصد اطمینان که به ضریب اطمینان شهرت دارد.

(ب)

$n = 100, \bar{x} = 30, \sigma = 5$ خواهیم داشت :

$$\bar{x} - 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \bar{x} + 2 \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow 30 - 2 \frac{5}{\sqrt{100}} \leq \mu \leq 30 + 2 \frac{5}{\sqrt{100}} \Rightarrow 29 \leq \mu \leq 31$$

(پ)

$\Rightarrow 1/5 \leq \mu \leq 12/5 \Rightarrow 4/25 \leq \frac{\mu}{4} \leq 6/25$ است پس داریم: $\frac{\mu}{4}$ یعنی برابر $\frac{\mu}{4}$ خط فقر نصف میانگین جامعه

(ت)

$$\begin{cases} \sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_1} = \frac{\sigma}{\sqrt{100}} = \frac{\sigma}{10} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_1} = 2 \\ \sigma_{\bar{x}_2} = \frac{\sigma}{\sqrt{n}} \Rightarrow \sigma_{\bar{x}_2} = \frac{\sigma}{\sqrt{400}} = \frac{\sigma}{20} \end{cases}$$

۱۸ نمونه گیری خوشه ای : نمونه گیری که در آن، واحدهای نمونه گیری اولیه در جامعه، گروه های خوشه ها باشند. سپس ما واحدهای آماری خوشه های انتخاب شده را به عنوان نمونه در نظر می گیریم.
نمونه گیری طبقه ای : روش نمونه گیری که در آن با طبقه بندی جامعه به زیر جامعه های مجزا یک نمونه تصادفی ساده از هر طبقه انتخاب می شود.

۱۲ الف) طبقه ای

$$\frac{1}{25}$$

۲ پ) سیستماتیک $\frac{1}{5}$

۲ ب) خوشه ای $\frac{1}{5}$

۳ الف) سیستماتیک در فاصله های مشخص خودروها را انتخاب میکنیم. ۳ ب) نمونه گیری طبقه

ای سه پایه رابه عنوان سه طبقه در نظر میگیریم و از هر کدام ۲ نفر تصادفی انتخاب می کنیم.

۴ الف) در روش خوشه ای سریع و کم هزینه بودن مزیت است و شانس انتخاب همه اعضا در آن مساوی نیست و این محدودیت است.

۴ ب) در روش سیستماتیک مساوی بودن شانس انتخاب هر کدام از اعضا و سریع بودن مزیت است

در این روش اگر فهرستی از واحدهای آماری نداشته باشیم قابل انجام نیست و این محدودیت است.