



تاریخ آزمون: ۱۴۰۲/۰۸/۲۴

کد اجرا: نامشخص



زمان برگزاری: ۱۸۴ دقیقه

نام و نام خانوادگی:

نام آزمون: نمونه سوالات نهایی تابع دوازدهم

۱ اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، دامنه تابع $fog(x)$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۲ نشان دهید توابع $f(x) = 3x - 4$ و $g(x) = \frac{x+4}{3}$ وارون یکدیگرند. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۳ ضابطه وارون تابع $f(x) = -\frac{y}{2}x - 3$ را به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۴ دو تابع $f(x) = \sqrt{x-4}$ و $g(x) = \frac{1}{x^2-1}$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع gof را با استفاده از تعریف به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۵ اگر $f(g(x)) = 3x^2 - 6x + 14$ و $f(x) = 3x - 4$ ضابطه تابع $g(x)$ را به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

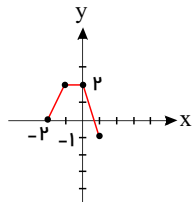
۶ اگر $f(x) = \sqrt{x-1}$ و $g(x) = 2x^2 - 1$ باشد، سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

الف دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

ب ضابطه تابع fog را بنویسید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۷ اگر $\log(x+1) \leq \log(2x-3)$ ، حدود x را به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۸ نمودار تابع $y = f(x)$ به صورت زیر است. نمودار $g(x) = 2f(x-1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸



۹ الف) توابع $f(x) = \frac{x+3}{2x}$ و $g(x) = 3x - 1$ را در نظر بگیرید. دامنه تابع fog را با استفاده از تعریف به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

ب) اگر $f(x) = \frac{1}{8}x - 3$ و $g(x) = x^3$ باشد. مقدار $(5) f^{-1} \circ g^{-1}$ را به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۱۰ در جاهای خالی عبارت مناسب بنویسید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

الف) تابع $h(x) = (2x^2 - 5x + 1)^3$ به صورت ترکیب دو تابع $f(x) = 2x^2 - 5x + 1$ و $g(x) = \dots$ است.

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۱۱ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

الف) برد تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان برد تابع $y = f(x)$ است. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۱۲ درستی یا نادرستی جملات زیر را مشخص کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

الف) دو تابع $f(x) = -\frac{2x+6}{7}$ و $g(x) = \frac{-7}{2}x - 3$ وارون یکدیگرند. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۸

۱۳ درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

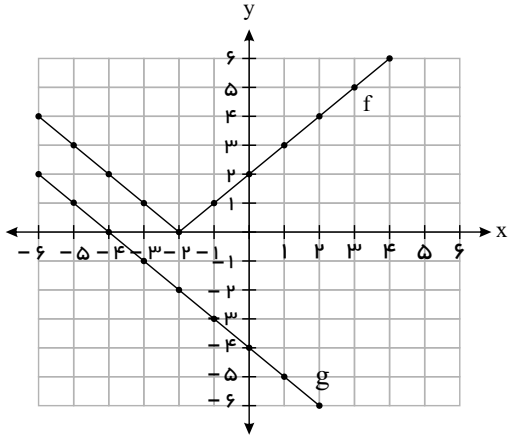
سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

الف) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است. سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۳۹۹

۱۴ با توجه به نمودارهای تابع f و g به سوالات زیر پاسخ دهید: سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور- ۱۴۰۰



سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

الف) مقدار $f \circ g(-1)$ را محاسبه کنید.

سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

ب) اگر $g(3t - 1) = 0$ آنگاه مقدار t را به دست آورید.

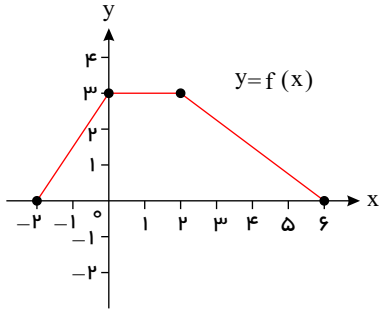
سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

پ) با محدود کردن دامنه f ، بازه‌ای را مشخص کنید که تابع f یک به یک شود.

سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۱۵) نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.

نمودار تابع $y = \frac{1}{3}f(2x)$ را رسم کنید.

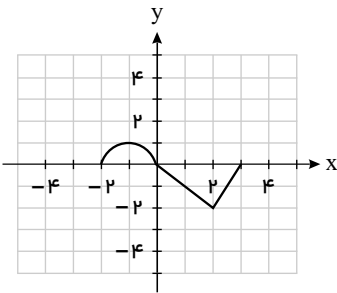


سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۱۶) نمودار تابع $y = f(x)$ در شکل زیر رسم شده است.

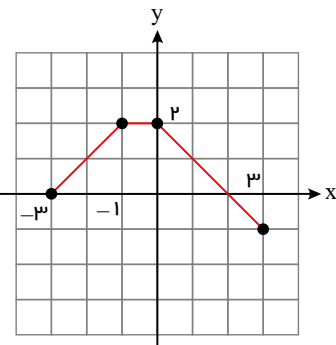
الف) نمودار تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را رسم کنید.

ب) دامنه تابع $y = 3f(\frac{1}{3}x)$ را تعیین کنید.



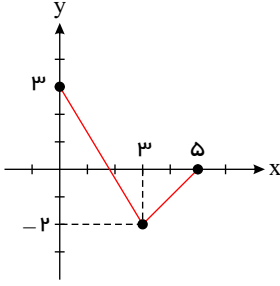
۱۷) نمودار تابع $f(x)$ در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(2x + 1)$ را رسم کرده و دامنه و برد آن را تعیین کنید.

سوال‌ات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

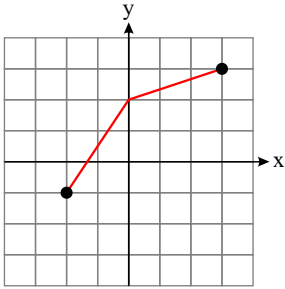


۱۸) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = f(3 - x)$ را رسم کرده و دامنه آن را تعیین کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸



سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸



سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۲۶) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۱۹) با استفاده از نمودار تابع f نمودار تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right) - 2$ را رسم کنید.

۲۰) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) تابع ثابت در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود.

۲۱) در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) تابعی که در یک بازه، هم صعودی و هم نزولی محسوب می شود، تابع نامیده می شود.

۲۲) اگر $f(x) = \sqrt{4 - 2x}$ و $g(x) = x^2 + 2x - 1$ باشد،

الف) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $\frac{f}{g}(0) - g \circ f(2)$ را تعیین کنید.

۲۳) در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

الف) توابع اکیداً یکنوا، همواره هستند.

۲۴) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

الف) دامنه تابع با ضابطه $y = kf(x)$ همان دامنه تابع $y = f(x)$ است.

۲۵) در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

الف) در بازه $(0, 1)$ ، نمودار تابع $y = x^3$ ، نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

۲۶) نمودار تابع با ضابطه $f(x) = x^2 - 2x + 1$ را ابتدا دو واحد به سمت پایین، سپس یک واحد به سمت چپ و در مرحله آخر نسبت به محور x ها قرینه می کنیم. ضابطه نمودار تابع را در هر مرحله بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۲۷) اگر دامنه تابع $y = f(x)$ برابر $[-1, 3]$ و برد آن $[0, 2]$ باشد، دامنه و برد تابع $y = f\left(\frac{x}{2}\right)$ را بیابید.

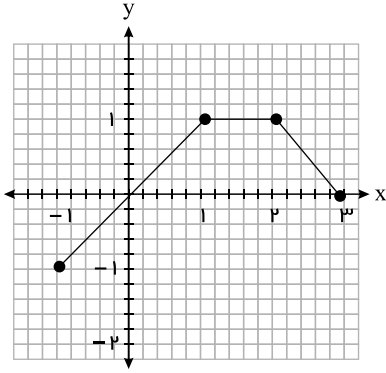
۲۸) اگر $f(x) = 7 - 4x^2$ و $g(x) = \sqrt{x + 3}$ باشد:

الف) دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید.

ب) مقدار $(g \circ f)(1)$ را محاسبه کنید.

۲۹) نمودار تابع $y = \cos\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ را به کمک نمودار $y = \cos x$ در بازه $[0, 2\pi]$ رسم کنید.

۳۰) نمودار تابع $f(x)$ به صورت زیر است. نمودار تابع $g(x) = f(2x - 1)$ را رسم، دامنه و برد آن را تعیین کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

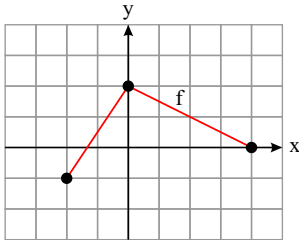


۳۱) نمودار تابع زیر را به کمک نمودار تابع $y = \cos x$ رسم کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

$$y = \cos 2x - 1$$

۳۲) نمودار تابع $f(x) = (x + 1)^3$ را رسم کنید. این تابع در دامنه خود اکیداً صعودی است یا اکیداً نزولی؟ سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

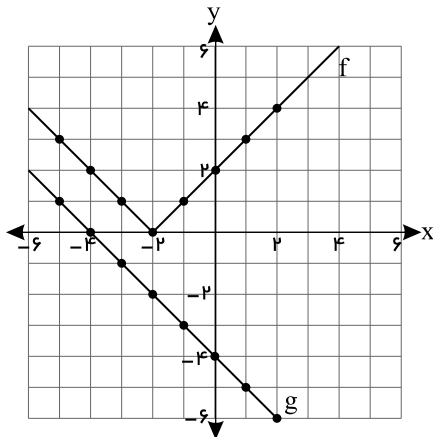
۳۳) نمودار تابع f در شکل زیر رسم شده است. نمودار تابع $g(x) = -f(2x)$ را رسم سپس دامنه و برد تابع g را تعیین کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸



۳۴) در جاهای خالی گزینه مناسب داخل پرانتز را انتخاب کنید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

الف) تابع $y = (x + 1)^3$ در دامنه تعریف خود (صعودی، نزولی) است. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۳۵) با توجه به نمودار توابع f و g ، مقادیر زیر را در صورت وجود به دست آورید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱



الف

$$(g \circ f)(-1)$$

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

ب

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(2)$$

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

الف) اگر $k > 1$ باشد، نمودار $y = f(kx)$ از انبساط افقی نمودار $y = f(x)$ در راستای محور x ها به دست می آید. سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ب) نمودار تابع $f(x) - 3$ را رسم کنید.

۳۶) درست یا نادرست بودن عبارات زیر را تعیین کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ب) نقاطی به فرم $x = k\pi + \frac{\pi}{3}, k \in \mathbb{Z}$ در دامنه تابع تناژانت قرار ندارند.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

۳۷) کوتاه پاسخ دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

الف) درجه تابع $f(x) = x^2(1-x)^5$ را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ب) در فاصله $[0, 1]$ از بین دو تابع $f(x) = x^2$ و $g(x) = x^3$ ، نمودار کدام تابع پایین تر قرار دارد؟

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

پ) نمودار تابع $y = -f(x)$ ، قرینه نمودار تابع $y = f(x)$ نسبت به کدام محور است؟

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۸

ت) تابع $h(x) = |x + 2|$ در چه بازه‌ای اکیداً صعودی است؟

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۳۸) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

الف) اگر تابع f در یک بازه نزولی باشد، آنگاه در این بازه اکیداً نزولی نیز می‌باشد.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۳۹) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

الف) نمودار تابع $y = x^3$ در بازه $[0, 1]$ پایین تر از نمودار تابع $y = x^2$ قرار دارد.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

ب) اگر تابع $f(x)$ در یک فاصله صعودی باشد، آنگاه اکیداً صعودی نیز خواهد بود.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۴۰) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

الف) اگر تابع f در یک بازه نزولی اکید باشد، در این بازه نزولی نیز می‌باشد.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

۴۱) در جاهای خالی کلمه یا عبارت مناسب بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۳۹۹

الف) اگر بازه $[-2, 1]$ دامنه تابع $f(x)$ باشد، دامنه تابع $f(3x + 1)$ برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

۴۲) در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۰

الف) بزرگ‌ترین بازه‌ای که تابع $f(x) = x^3 - 3x$ در آن اکیداً نزولی است، برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

۴۳) در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

الف) اگر $f = \{(2, 3), (3, 5)\}$ باشد، حاصل $f^{-1}(3)$ برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

۴۴) در جاهای خالی عبارات مناسب قرار دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۱

الف) ضابطه تابع وارون $y = x^3$ برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۴۵) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

الف) تابع $y = 2x(1 - 3x^2) + 1$ یک تابع چندجمله‌ای از درجه سوم است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

ب) نمودار تابع $y = x^2$ در بازه $(0, 1)$ پایین تر از، نمودار تابع $y = x^3$ است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

پ) هر تابع یکنوا، یک به یک است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۴۶) در جاهای خالی عبارت ریاضی مناسب قرار دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

الف) اگر $f(x) = 2x^3 - 1$ باشد، حاصل $f^{-1}(15)$ برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۴۷) اگر دامنه تابع $f(x) = x^2 + 4x + 3$ برابر $[-2, +\infty)$ باشد، ضابطه و دامنه تابع وارون را به دست آورید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۴۸) نمودار تابع $f(x) = \sqrt{x}$ را ابتدا سه واحد به سمت راست انتقال می‌دهیم و سپس عرض نقاط را دو برابر می‌کنیم، ضابطه تابع جدید را بنویسید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۴۹) در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

الف) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x - 1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

ب) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

۵۰) درستی یا نادرستی عبارات زیر را مشخص کنید.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

الف) تابع $y = \sqrt{3x^3 - \pi x} + 1$ یک تابع چندجمله‌ای است.

سوالات امتحانی داخل کشور - ۱۴۰۲

ب) تابع $y = \frac{1}{x}$ در دامنه اش یکنواست.

پاسخنامه تشریحی

۱

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow D_f : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$g(x) = 2x^2 - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x | x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x | x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x | x \in \mathbb{R}, 2x^2 \geq 2\} = \{x | x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1\}$$

$$= x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1 = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

۲ می دانیم که $f^{-1} \circ f(x) = x$ و $f \circ f^{-1}(x) = x$ است.

$$f \circ g(x) = f(g(x)) = 2\left(\frac{x+4}{3}\right) - 1 = x + 4 - 1 = x$$

$$g \circ f(x) = g(f(x)) = \frac{3x - 1 + 4}{3} = \frac{3x}{3} = x$$

بنابراین دو تابع $f(x)$ و $g(x)$ وارون یکدیگرند.

۳

$$f(x) = -\frac{y}{2}x - 3 \rightarrow y = -\frac{y}{2}x - 3 \rightarrow \frac{y}{2}x = -y - 3 \rightarrow yx = -2y - 6 \rightarrow x = \frac{-2y - 6}{y} \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{-2x - 6}{y}$$

۴

$$f(x) = \sqrt{x-4} \rightarrow D_f : x-4 \geq 0 \rightarrow x \geq 4$$

$$g(x) = \frac{1}{x^2 - 1} \rightarrow D_g = \mathbb{R} - \{\pm 1\}$$

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f, f(x) \in D_g\} = \{x \geq 4, \sqrt{x-4} \neq \pm 1\} = \{x \geq 4, x \neq 5\} = [4, 5) \cup (5, +\infty)$$

۵

$$f(x) = 3x - 4 \rightarrow f(g(x)) = 3g(x) - 4$$

$$\text{پس: } 3g(x) - 4 = 3x^2 - 6x + 14 \rightarrow 3g(x) = 3x^2 - 6x + 18 \rightarrow g(x) = x^2 - 2x + 6$$

۶

الف

$$f(x) = \sqrt{x-1} \rightarrow D_f : x-1 \geq 0 \rightarrow x \geq 1$$

$$g(x) = 2x^2 - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} : \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R}, 2x^2 - 1 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R}, 2x^2 \geq 2\} = \{x \in \mathbb{R}, x^2 \geq 1\} = \{x \in \mathbb{R}, x \geq 1 \text{ یا } x \leq -1\} = (-\infty, -1] \cup [1, +\infty)$$

ب

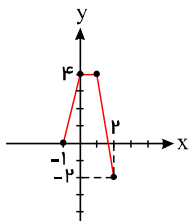
$$f \circ g(x) = f(g(x)) = \sqrt{2x^2 - 1 - 1} = \sqrt{2x^2 - 2}$$

$$\log(x+1) \leq \log(2x-3) \xrightarrow{\text{با توجه به اکیدا صعودی بودن}} x+1 \leq 2x-3 \Rightarrow x \geq 4$$

۷

۸

برای رسم ابتدا منحنی $y = f(x)$ را یک واحد به سمت راست انتقال می دهیم و سپس برد آن را دوبار برابر می کنیم.



$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-2, 4]$$

$$f(x) = \frac{x+3}{2x} \rightarrow D_f = \mathbb{R} - \{0\}$$

$$g(x) = 3x - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g, g(x) \in D_f\} = \{x \in \mathbb{R}, 3x - 1 \neq 0\} = \{x \in \mathbb{R}, x \neq \frac{1}{3}\} = \mathbb{R} - \left\{\frac{1}{3}\right\}$$

$$g^{-1} \circ f^{-1}(5) = g^{-1}(f^{-1}(5)) = g^{-1}(64) = 4$$

$$f^{-1}(5) \rightarrow 5 = \frac{1}{\lambda}x - 3 \rightarrow \frac{1}{\lambda}x = 8 \rightarrow x = 64$$

$$g^{-1}(64) \rightarrow 64 = x^3 \rightarrow x = 4$$

الف

$$g(x) = x^3$$

$$\text{علت: } g \circ f(x) = g(f(x)) = (2x^2 - 5x + 1)^3$$

الف

$$y = -\frac{2x+6}{y} \rightarrow 2x+6 = -y^2 \rightarrow 2x = -y^2 - 6 \rightarrow x = -\frac{y^2}{2} - 3 \rightarrow f^{-1}(x) = -\frac{y^2}{2} - 3$$

الف

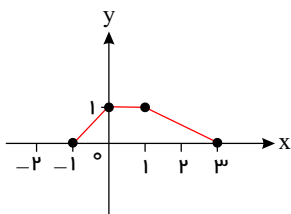
$$f \circ g(-1) = f(g(-1)) = f(-3) = 1$$

ب

$$g(3t-1) = 0 \xrightarrow{g(-1)=0} 3t-1 = -4 \rightarrow 3t = -3 \rightarrow t = -1$$

پ

$$x \leq -2$$



۹

الف

ب

علت:

۱۰

۱۱

الف نادرست

علت: برد تابع $y = kf(x)$ برابر برد تابع $y = f(x)$ است.

۱۲

درست

۱۳

الف درست

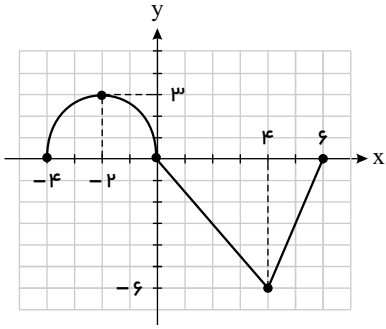
۱۴

۱۵

کافی است که طولها را نصف کرده و سپس عرضها را $\frac{1}{3}$ برابر کنیم.

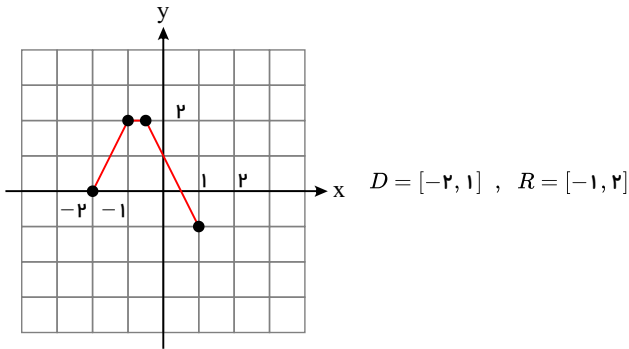
۱۶

الف) کافی است طولها را دو برابر کرده و سپس عرضها را سه برابر کنیم.



(ب) دامنه این تابع $[-4, 6]$ است.

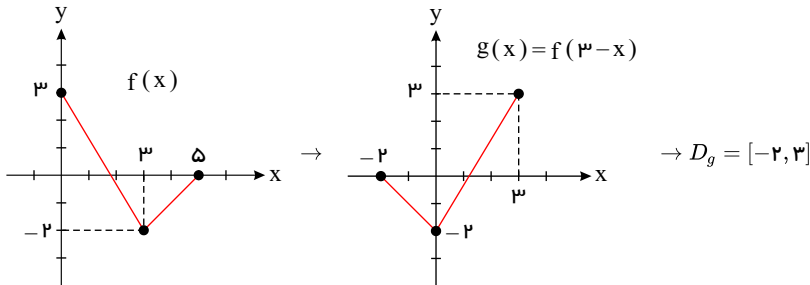
۱۷



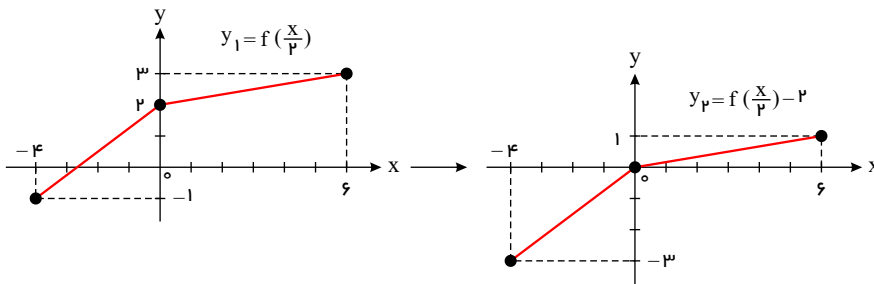
۱۸ برای رسم نمودار $g(x) = f(3-x)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ داریم:

$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x+3} y = f(x+3) \xrightarrow{x \rightarrow -x} g(x) = f(-x+3) = f(3-x)$$

بنابراین باید ابتدا نمودار f را ۳ واحد به چپ منتقل کرده و سپس حاصل را نسبت به محور y ها قرینه کنیم.



۱۹ کافی است که طول نقاط را دو برابر کرده و سپس شکل را دو واحد به پایین منتقل کنیم.



الف

$$f(x) = \sqrt{4-2x} \rightarrow D_f : 4-2x \geq 0 \rightarrow x \leq 2$$

$$g(x) = x^2 + 2x - 1 \rightarrow D_g = \mathbb{R}$$

۲۰

الف درست

۲۱

الف ثابت

۲۲

$$D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \leq 2 \mid \sqrt{4 - 2x} \in \mathbb{R}\} = x \leq 2 \rightarrow x \in (-\infty, 2]$$

ب

$$g \circ f(2) - \frac{f}{g}(0) = g(f(2)) - \frac{f(0)}{g(0)} = g(0) - \frac{f(0)}{g(0)} = -1 - \frac{2}{-1} = -1 + 2 = 1$$

$$f(x) - 2 = (x - 1)^2 - 2$$

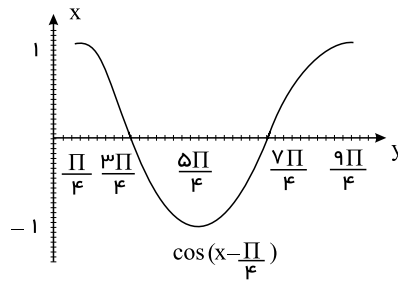
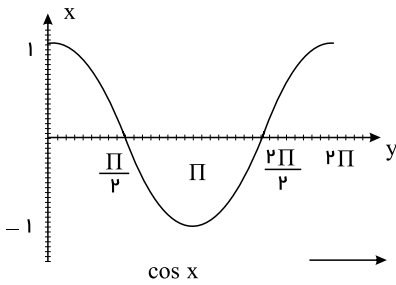
$$f(x + 1) - 2 = x^2 - 2$$

$$-f(x + 1) + 2 = -x^2 + 2$$

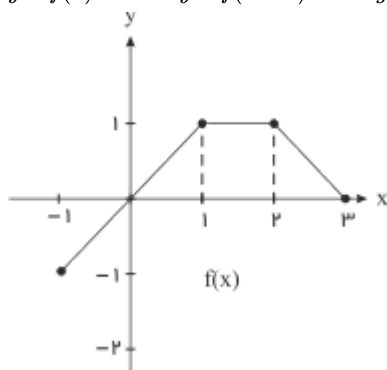
$$D_{f(\frac{x}{2})} \Rightarrow -1 < \frac{x}{2} \leq 3 \rightarrow D_{f(\frac{x}{2})} = [-2, 6]$$

$$D_{f \circ g} = \{x \in D_g \mid g(x) \in D_f\} = \{x \in [-3, +\infty) \mid \sqrt{x + 3} \in \mathbb{R}\} = [-3, +\infty)$$

$$(g \circ f)(1) = g(3) = \sqrt{6}$$



$$y = f(x) \xrightarrow{x \rightarrow x-1} y = f(x-1) \xrightarrow{x \rightarrow 2x} g(x) = f(2x-1)$$



۲۳

الف یک به یک

۲۴

الف درست

۲۵

الف پایین

۲۶ مرحله اول:

مرحله دوم:

مرحله سوم:

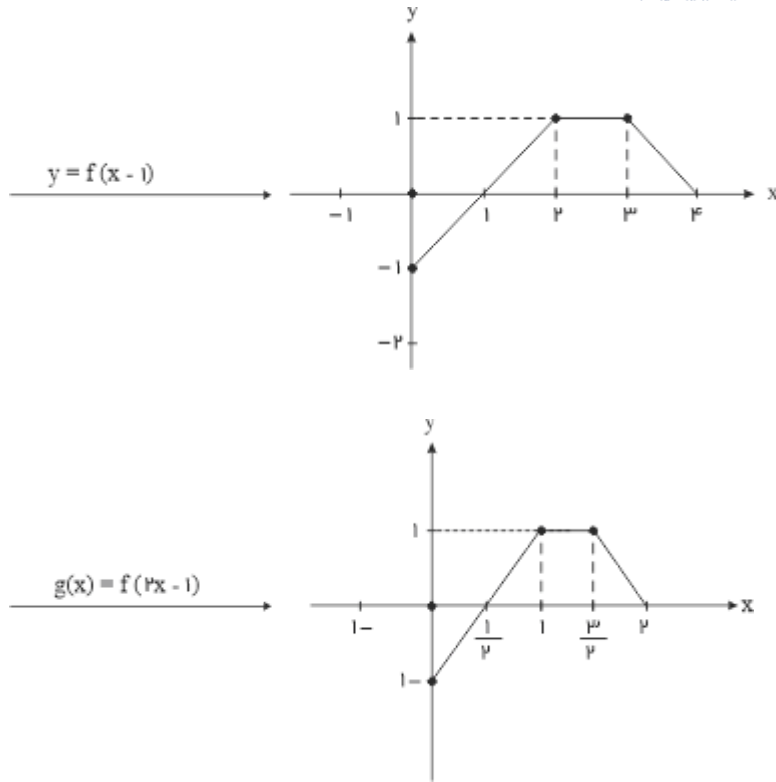
۲۷ برد تغییر نمی کند.

۲۸ الف

ب

۲۹

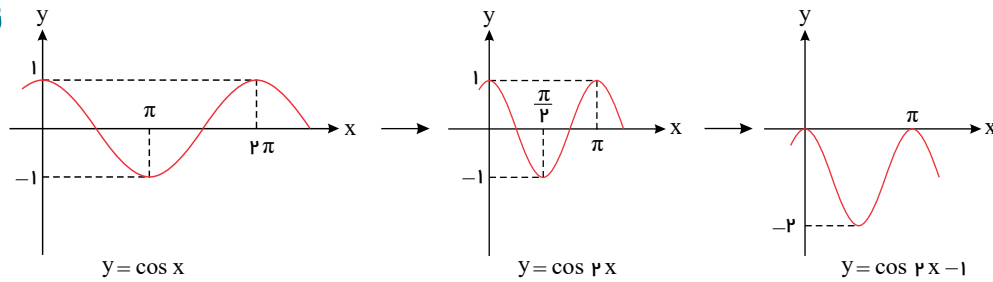
۳۰



با توجه به نمودار داریم:

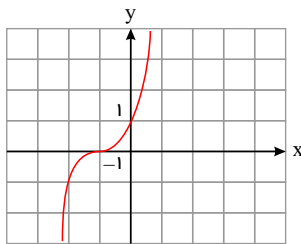
$$D_g = [0, 2], R_g = [-1, 1]$$

۳۱



۳۲

برای رسم نمودار تابع ابتدا نمودار $y = x^3$ را رسم می‌کنیم، سپس آن را یک واحد به بالا انتقال می‌دهیم. تابع اکیداً صعودی است.

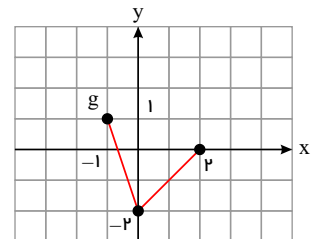


۳۳

برای رسم نمودار $g(x)$ کافی است طول نقاط را نصف کنیم، سپس نسبت به محور x قرینه کنیم.

$$D_g = [-1, 2]$$

$$R_g = [-2, 1]$$



۳۴

الف تابع $y = (x+1)^3$ در دامنهٔ تعریف خود صعودی است.

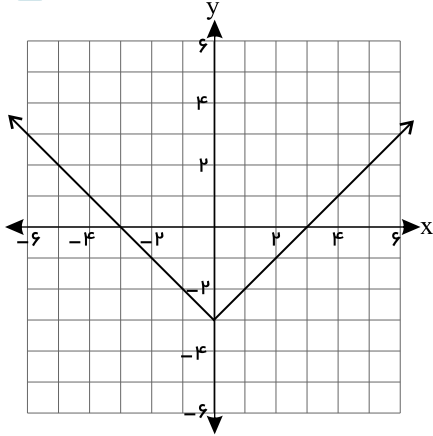
الف

$$(g \circ f)(-1) = g(1) = -5$$

ب

$$(g^{-1} \circ f^{-1})(2) = g^{-1}(0) = -4$$

پ



الف

نادرست - برای رسم نمودار تابع $y = f(kx)$ از روی نمودار تابع $y = f(x)$ اگر $k > 1$ باشد، دامنه تابع $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود. (انقباض افقی در راستای محور x ‌ها)

و اگر $0 < k < 1$ دامنه تابع $\frac{1}{k}$ برابر می‌شود (انبساط افقی در راستای محور x ‌ها).

درست - دامنه تابع کسری برابر {ریشه‌های مخرج} - \mathbb{R} است، پس:

ب

$$y = \tan x = \frac{\sin x}{\cos x} \rightarrow \text{مخرج} = 0 \Rightarrow \cos x = 0 \Rightarrow x = k\pi + \frac{\pi}{2}, k \in \mathbb{Z}$$

$$\Rightarrow D_f = \mathbb{R} - \left\{k\pi + \frac{\pi}{2}\right\}, k \in \mathbb{Z}$$

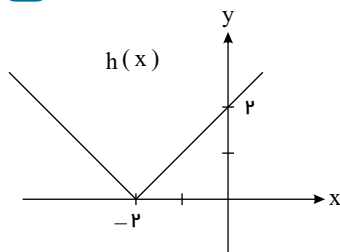
الف

ب

$$g(x) = x^3$$

پ محور طول‌ها

ت

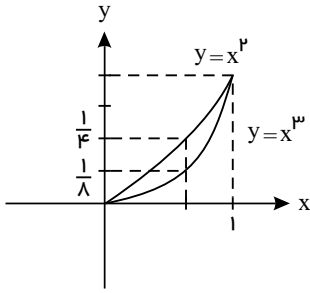


با توجه به شکل $h(x) = |x + 2|$ واضح است که تابع در $[-2, +\infty)$ اکیداً صعودی است.

الف نادرست

الف

درست؛ به نمودار زیر دقت کنید:



ب نادرست؛ برای مثال $f(x) = 5$ در \mathbb{R} صعودی است ولی صعودی اکید نیست.

۴۰

الف درست

۴۱

الف از آنجایی که دامنه $f(x)$ بازه $[-2, 1]$ است پس برای به دست آوردن دامنه $f(3x+1)$ داریم:

$$-2 \leq 3x+1 \leq 1 \xrightarrow{-1} -3 \leq 3x \leq 0 \xrightarrow{\div 3} -1 \leq x \leq 0$$

پس دامنه $f(3x+1)$ برابر بازه $[-1, 0]$ است.

۴۲

الف $f(x) = x^3 - 3x \Rightarrow f'(x) = 3x^2 - 3 \Rightarrow f'(x) \leq 0 \Rightarrow 3x^2 - 3 \leq 0 \Rightarrow 3x^2 \leq 3 \Rightarrow x^2 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x \leq 1$

$[-1, 1]$ یا $(-1, 1)$

۴۳

الف ۲

۴۴

الف $\sqrt[3]{x}$

۴۵

الف درست

ب نادرست

پ نادرست

۴۶

الف ۲

$$f(x) = (x+2)^2 - 1 \rightarrow y+1 = (x+2)^2 \xrightarrow{x \geq -2} \sqrt{y+1} = x+2 \rightarrow f^{-1}(x) = \sqrt{x+1} - 2 \rightarrow D_{f^{-1}} = [-1, +\infty)$$

$$y = 2\sqrt{x-3}$$

۴۷

۴۸

۴۹

الف ۵

ب $(-1, 4)$

۵۰

الف درست

ب نادرست