

۱ جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی $4, 10, 16, 22, \dots$ کدام است؟

- ۱ $4n + 2$ ۲ $6n + 2$ ۳ $4n - 2$ ۴ $6n - 2$

۲ در دنباله $a_1 = a_2 = 1$ و $a_{n+2} = a_{n+1} + a_n$ ، مجموع جملات هشتم و نهم کدام است؟

- ۱ ۳۳ ۲ ۵۵ ۳ ۸۹ ۴ ۱۴۴

۳ در یک جعبه ۶ مهره سبز و ۳ مهره قرمز وجود دارد. به چند طریق می‌توان یک مهره سبز و ۲ مهره قرمز خارج کرد؟

- ۱ ۲۰ ۲ ۱۲ ۳ ۱۸ ۴ ۲۲

۴ اگر $x < 0$ ، آن‌گاه حاصل عبارت $\sqrt[5]{(-x)^5} + \sqrt{x^2} + \sqrt[3]{8x^3}$ کدام است؟

- ۱ x ۲ $-x$ ۳ $2x$ ۴ صفر

۵ در دنباله حسابی $c, \dots, 37, b, a, 64$ ، مقدار c کدام است؟

- ۱ ۲۴ ۲ ۲۶ ۳ ۳۰ ۴ ۲۸

۶ تحلیل داده‌ها و ارائه نتایج در گام از چرخه آمار و پس از گام اتفاق می‌افتد.

- ۱ چهارم - گردآوری و سازماندهی داده‌ها ۲ چهارم - بیان مسئله
۳ پنجم - طرح و برنامه‌ریزی ۴ سوم - بحث و نتیجه‌گیری

۷ تفسیر نتایج بدست آمده، کدام گام در چرخه حل مسائل آماری است؟

- ۱ بیان مسئله ۲ گردآوری داده‌ها ۳ تحلیل داده‌ها ۴ بحث و نتیجه‌گیری

۸ کدام نمودار، محل تراکم و پراکندگی داده‌ها را بهتر نشان می‌دهد؟

- ۱ نمایش‌دهنده‌ی میانگین و انحراف معیار ۲ میله‌ای
۳ دایره‌ای ۴ جعبه‌ای

۹ احتمال آن‌که روز تولد سه نفر، در یک روز هفته باشد، چه قدر است؟

- ۱ $\frac{1}{7}$ ۲ $\frac{1}{7^2}$ ۳ $\frac{1}{7^3}$ ۴ $\frac{1}{7^4}$

۱۰ از بین ۵ دانش‌آموز رشته‌ی انسانی و ۴ دانش‌آموز رشته‌ی تجربی و ۳ دانش‌آموز رشته‌ی ریاضی و ۲ دانش‌آموز رشته‌ی کار و دانش، به چند طریق می‌توان یک دانش‌آموز انتخاب کرد؟

- ۱ ۱۴ ۲ ۲۰ ۳ ۳۶ ۴ ۱۲۰

۱۱

به چند حالت می‌توان از بین ۱۱ نفر، یک تیم ۳ نفره یا ۴ نفره تشکیل داد؟

$$\begin{pmatrix} 11 \\ 4 \end{pmatrix} \quad \text{۱} \quad \begin{pmatrix} 12 \\ 8 \end{pmatrix} \quad \text{۲} \quad \begin{pmatrix} 12 \\ 5 \end{pmatrix} \quad \text{۳} \quad \begin{pmatrix} 12 \\ 9 \end{pmatrix} \quad \text{۴}$$

۱۲

در تابع $f(x) = k \times 11^x$ اگر $f(1) = 55$ باشد، k کدام است؟

$$6 \quad \text{۱} \quad 5 \quad \text{۲} \quad 11 \quad \text{۳} \quad 3 \quad \text{۴}$$

۱۳

در دنباله هندسی $11, 22, 44, \dots$ مجموع پنج جمله اول کدام است؟

$$352 \quad \text{۱} \quad 330 \quad \text{۲} \quad 360 \quad \text{۳} \quad 341 \quad \text{۴}$$

۱۴

در یک دنباله حسابی $a_1 = 10$ و $d = 2$ است. مجموع ده جمله اول کدام است؟

$$190 \quad \text{۱} \quad 180 \quad \text{۲} \quad 150 \quad \text{۳} \quad 240 \quad \text{۴}$$

۱۵

حذف داده‌های دورافتاده، تعیین هدف اصلی بررسی آماری و نحوه تنظیم پرسش‌نامه به‌ترتیب از راست به چپ مربوط به کدام گام‌های چرخه آمار هستند؟

$$1 - 2 - 3 \quad \text{۱} \quad 3 - 1 - 2 \quad \text{۲} \quad 1 - 3 - 2 \quad \text{۳} \quad 2 - 1 - 3 \quad \text{۴}$$

۱۶

فضای نمونه پرتاس ۳ سکه و یک تاس سالم چند عضو دارد؟

$$48 \quad \text{۱} \quad 36 \quad \text{۲} \quad 12 \quad \text{۳} \quad 4 \quad \text{۴}$$

۱۷

دنباله‌ای حسابی را در نظر بگیرید که همه اعضای دنباله اعداد طبیعی هستند. مجموع سه جمله متوالی آن کدام گزینه می‌تواند باشد؟

$$32 \quad \text{۱} \quad 52 \quad \text{۲} \quad 27 \quad \text{۳} \quad 41 \quad \text{۴}$$

۱۸

در یک دنباله حسابی با جمله عمومی a_n ، اگر مجموع چهار جمله اول ۳۶ و مجموع چهار جمله بعدی ۱۲- باشد، حاصل $\frac{a_9}{a_6}$ کدام است؟

$$\frac{3}{2} \quad \text{۱} \quad 3 \quad \text{۲} \quad 7 \quad \text{۳} \quad 9 \quad \text{۴}$$

۱۹

در ظرفی ۱ مهره قرمز، ۲ مهره سفید و ۳ مهره آبی وجود دارد. دو مهره به تصادف و همزمان برمی‌داریم. احتمال غیرهمرنگ بودن دو مهره کدام است؟

$$\frac{11}{15} \quad \text{۱} \quad \frac{2}{3} \quad \text{۲} \quad \frac{4}{5} \quad \text{۳} \quad \frac{3}{5} \quad \text{۴}$$

۲۰

در یک دنباله حسابی با قدر نسبت مثبت، مجموع سه جمله اول ۹ و حاصل ضرب آن‌ها ۴۸- می‌باشد. جمله هفتم دنباله کدام است؟

$$23 \quad \text{۱} \quad 28 \quad \text{۲} \quad 33 \quad \text{۳} \quad 38 \quad \text{۴}$$

۲۱

جمله هفتم یک دنباله حسابی برابر با ۷ و جمله یازدهم آن ۱۷ است. جمله هفدهم این دنباله کدام است؟

۲۶ (۴)

۲۸ (۳)

۳۲ (۲)

۳۰ (۱)

۲۲

مجموع n جمله اول دنباله ای اعداد طبیعی فرد با شروع از ۱ کدام است؟

 $2n^2 - 4$ (۴) $n^2 + n$ (۳) n^2 (۲) $2n - 1$ (۱)

۲۳

در دنباله ای حسابی a_n ، اگر $a_6 = 20$ و $a_8 = 56$ ، مقدار a_{11} کدام است؟

۱۷۳ (۴)

۱۷۴ (۳)

۱۷۵ (۲)

۱۷۶ (۱)

۲۴

در پرتاب دو تاس، پیشامدی که در آن مجموع دو عدد ظاهر شده برابر ۶ گردد، چند عضو دارد؟

۷ (۴)

۶ (۳)

۵ (۲)

۳ (۱)

۲۵

مجموعه ای $A = \{a, b, c, d, e, f, g\}$ ، چند زیرمجموعه ای سه عضوی دارد؟

۴۵ (۴)

۳۵ (۳)

۲۶ (۲)

۲۰ (۱)

۲۶

عدد کدام گزینه، واسطه ای هندسی بین جمله های دهم و شانزدهم دنباله ای حسابی زیر است؟

۴, ۸, ۱۲, ...

 $16\sqrt{10}$ (۴) $8\sqrt{10}$ (۳)

۳۲ (۲)

۱۶ (۱)

۲۷

در یک دنباله ای حسابی مجموع جملات دوم، هشتم و دهم از سه برابر جمله ی ششم ۱۰ واحد بیش تر است. تفاضل جملات نهم و چهارم، کدام عدد است؟

۲۵ (۴)

۲۰ (۳)

۱۵ (۲)

۱۰ (۱)

۲۸

چند جمله از دنباله ای حسابی $a, 84, \dots$ مثبت است؟

۳۸ (۴)

۳۵ (۳)

۳۶ (۲)

۳۷ (۱)

۲۹

در جعبه ای ۴ مهره ی سفید و ۳ مهره ی سیاه و ۲ مهره ی قرمز است. به تصادف ۳ مهره از آن بیرون می آوریم، با کدام احتمال فقط یکی از مهره ها سفید است؟

 $\frac{9}{14}$ (۴) $\frac{10}{21}$ (۳) $\frac{17}{42}$ (۲) $\frac{8}{21}$ (۱)

۳۰

در ظرفی ۴ مهره ی سفید و ۵ مهره ی سیاه موجود است. به تصادف ۳ مهره از ظرف خارج می کنیم. با کدام احتمال مهره های خارج شده هم رنگ اند؟

 $\frac{5}{14}$ (۴) $\frac{2}{9}$ (۳) $\frac{3}{14}$ (۲) $\frac{1}{6}$ (۱)

۱ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_1 = 4, d = 10 - 4 = 6$$

$$\Rightarrow a_n = a_1 + (n - 1)d = 4 + (n - 1)6 = 6n - 2$$

۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. این دنباله فیبوناچی است. جملات این دنباله به صورت زیر است:

$$1, 1, 2, 3, 5, 8, 13, 21, 34$$

$$a_8 + a_9 = 21 + 34 = 55$$

مجموع جملات هشتم و نهم برابر است با:

$$\left(\begin{matrix} 6 \\ 1 \end{matrix} \right) \times \left(\begin{matrix} 3 \\ 2 \end{matrix} \right) = 6 \times 3 = 18$$

تعداد انتخابها

۳ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۴ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt[5]{(-x)^5} = -x, \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}} = \sqrt[3]{(x^{\frac{3}{4}})^{\frac{1}{3}}} = x^{\frac{1}{4}}$$

ریشه‌های فرد:

$$\sqrt{x^2} = |x| \stackrel{x < 0}{=} -x$$

ریشه‌ی زوج:

و در نهایت داریم:

$$\sqrt[5]{(-x)^5} + \sqrt{x^2} + \sqrt[3]{\sqrt[4]{x^3}} = -x - x + x = -x$$

۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$a_1 = 64, a_4 = 37 \Rightarrow d = \frac{64 - 37}{1 - 4} = \frac{27}{-3} = -9$$

$$c = 37 + (-9) = 28$$

۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. تحلیل داده‌ها و ارائه نتایج در گام چهارم از چرخه آماری و پس از گردآوری و سازماندهی داده‌ها اتفاق می‌افتد.

۷ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. (ص ۳۰)

۸ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

در نمودار جعبه‌ای به دلیل نمایش میانه و دامنه‌ی میان چارکی، محل تراکم و پراکندگی داده‌ها بهتر نشان داده می‌شود.

۹ گزینه ۲ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ی موردنظر برابر است با:

$$n(S) = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$$

روز تولد نفر اول یکی از ۷ روز هفته می‌تواند باشد و دو نفر بعدی نیز باید در همان روز متولد شوند، پس:

$$n(A) = 7 \times 1 \times 1 = 7 \Rightarrow P(A) = \frac{7}{7^3} = \frac{1}{7^2}$$

۱۰ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$5 + 4 + 3 + 2 = 14$$

۱۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\binom{11}{3} + \binom{11}{4} = \binom{12}{4} = \binom{12}{8}$$

$$f(1) = 55 \Rightarrow k \times 11 = 55 \Rightarrow k = \frac{55}{11} = 5$$

۱۲ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$S_n = \frac{a_1(1 - r^n)}{1 - r} \Rightarrow S_5 = \frac{11(1 - 2^5)}{1 - 2} = 11 \times 31 = 341$$

۱۳ گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

۱۴ گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{10} = \frac{10}{2}(2(10) + 9 \times 2) = 190$$

۱۵ گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با توجه به گام‌های پنج‌گانه چرخه آمار در حل مسائل، گزینه «۴» صحیح است.

۱۶ گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در پرتاب هر سکه ۲ حالت و در پرتاب تاس ۶ حالت اتفاق می‌افتد، بنابراین:

$$n(S) = 2 \times 2 \times 2 \times 6 = 48$$

۱۷ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

اگر سه جمله دنباله را $b, b+d$ و $b-d$ در نظر بگیریم، داریم:

$$(b-d) + b + (b+d) = 3b$$

پس مجموع سه جمله متوالی دنباله باید حتماً مضرب ۳ باشد. در بین گزینه‌ها تنها گزینه (۳) مضرب ۳ است.

۱۸ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{مجموع چهار جمله اول} = a_1 + a_2 + a_3 + a_4 = a_1 + (a_1 + d) + (a_1 + 2d) + (a_1 + 3d) = 4a_1 + 6d = 36$$

$$\Rightarrow 4a_1 + 6d = 36 \quad (1)$$

$$\text{مجموع چهار جمله بعدی} = a_5 + a_6 + a_7 + a_8$$

$$= (a_1 + 4d) + (a_1 + 5d) + (a_1 + 6d) + (a_1 + 7d) = -12 \Rightarrow 4a_1 + 22d = -12 \quad (2)$$

$$a_1 = 13/5 \text{ و } d = -3 \quad \text{از حل دستگاه شامل معادلات ۱ و ۲ داریم:}$$

$$\frac{a_9}{a_6} = \frac{a_1 + 8d}{a_1 + 5d} = \frac{13/5 + 8(-3)}{13/5 + 5(-3)} = \frac{-10/5}{-1/5} = 10$$

حال:

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای راحتی کار، احتمال متمم یعنی هم‌رنگ بودن دو مهره را حساب کرده و از یک کم می‌کنیم:

$$n(S) = \binom{6}{2} = 15$$

$$n(A') = \underbrace{\binom{2}{2}}_{\text{هر دو آبی}} + \underbrace{\binom{3}{2}}_{\text{هر دو سفید}} = 1 + 3 = 4$$

$$\Rightarrow P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{4}{15} \Rightarrow P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{4}{15} = \frac{11}{15}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. سه جمله اول دنباله را به صورت زیر می‌نویسیم:

$$a - d, a, a + d$$

$$(a - d) + a + (a + d) = 9 \Rightarrow 3a = 9 \Rightarrow a = 3$$

$$3 - d, 3, 3 + d$$

$$(3 - d)(3)(3 + d) = -48 \Rightarrow 9 - d^2 = -16 \Rightarrow d^2 = 25 \xrightarrow{d > 0} d = 5$$

$$-2, 3, 8, \dots$$

$$t_1 = -2, d = 5$$

$$t_n = t_1 + (n - 1)d \Rightarrow t_6 = -2 + 5 \times 6 = 28$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. جمله عمومی دنباله حسابی به صورت $a_n = a_1 + (n - 1)d$ است. پس:

$$\begin{cases} a_6 = 7 \Rightarrow a_1 + 5d = 7 \quad (1) \\ a_{11} = 17 \Rightarrow a_1 + 10d = 17 \quad (2) \end{cases}$$

$$\xrightarrow{(2)-(1)} 5d = 10 \Rightarrow d = \frac{10}{5} = 2/5$$

$$\xrightarrow{(2)} a_1 + 10d = 17 \xrightarrow{d=2/5} a_1 + 4 = 17 \Rightarrow a_1 = -8$$

$$a_{17} = a_1 + 16d = (-8) + (16 \times 2/5) = 32$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

نکته: مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی با جمله اول a_1 و قدر نسبت d به صورت زیر است:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n - 1)d)$$

دنباله اعداد فرد طبیعی با شروع از ۱ به صورت روبه‌رو است: $1, 3, 5, 7, \dots, 2n - 1$ است.

این دنباله، یک دنباله حسابی با جمله اول ۱ و قدر نسبت ۲ است. بنابراین مطابق نکته داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2 \times 1 + (n - 1) \times 2) = \frac{n}{2}(2 + 2n - 2) = \frac{n}{2}(2n) = n^2$$

۲۳

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

نکته: جمله‌ی عمومی دنباله‌ی حسابی با جمله‌ی اول a_1 و قدرنسبت d به صورت $a_n = a_1 + (n-1)d$ است.

$$\begin{cases} a_4 = a_1 + 3d = 20 \\ a_8 = a_1 + 7d = 56 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_1 = -7 \\ d = 9 \end{cases} \quad \text{طبق فرض داریم:}$$

$$a_{11} = a_1 + 10d = -7 + 10(9) = 173 \quad \text{بنابراین:}$$

۲۴

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$A = \{(1, 5), (2, 4), (3, 3), (4, 2), (5, 1)\} \Rightarrow n(A) = 5$$

۲۵

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. انتخاب ۳ عضو از ۷ عضو که ترتیب مهم نیست:

$$\binom{7}{3} = \frac{7!}{(7-3)!3!} = \frac{7 \times 6 \times 5 \times 4!}{4! \times 3 \times 2 \times 1} = 35$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. جمله‌ی اول و قدرنسبت دنباله برابر با ۴ است. جمله‌ی دهم و شانزدهم دنباله را حساب

۲۶

می‌کنیم:

$$\left. \begin{aligned} t_{10} &= t_1 + 9d = 40 \\ t_{16} &= t_1 + 15d = 64 \end{aligned} \right\}$$

$$\text{واسطه‌ی هندسی} = \pm \sqrt{t_{10} t_{16}} = \pm \sqrt{40 \times 64} = \pm 16\sqrt{10}$$

۲۷

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. طبق صورت سؤال داریم:

$$\begin{aligned} t_7 + t_8 + t_{10} &= 3t_9 + 10 \xrightarrow{t_n = t_1 + (n-1)d} t_1 + d + t_1 + 7d + t_1 + 9d \\ &= 3(t_1 + 5d) + 10 \Rightarrow 3t_1 + 17d = 3t_1 + 15d + 10 \Rightarrow 2d = 10 \Rightarrow d = 5 \\ t_9 - t_7 &= t_1 + 8d - (t_1 + 6d) = 2d = 5(2) = 10 \end{aligned}$$

۲۸

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. طبق رابطه‌ی $t_n = t_1 + (n-1)d$ داریم:

$$\begin{aligned} t_7 &= t_1 + (7-1)d = t_1 + 6d \Rightarrow 84 = 89 + 6d \Rightarrow 6d = -5 \Rightarrow d = -\frac{5}{6} \\ t_n > 0 &\Rightarrow t_1 + (n-1)d > 0 \Rightarrow 89 + (n-1) \times \left(-\frac{5}{6}\right) > 0 \Rightarrow 89 + \left(-\frac{5}{6}n\right) + \frac{5}{6} > 0 \\ \Rightarrow \frac{5}{6}n &< \frac{178 + 5}{6} = \frac{183}{6} \Rightarrow 5n < 183 \Rightarrow n < 36.6 \Rightarrow n = 36 \end{aligned}$$

۲۹

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{1} \binom{5}{2}}{\binom{9}{3}} = \frac{10}{21}$$

$$P(A) = \frac{\binom{4}{3} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} = \frac{4 + 10}{84} = \frac{14}{84} = \frac{1}{6}$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است. ۳۰

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴
۱۴	۱	۲	۳	۴
۱۵	۱	۲	۳	۴
۱۶	۱	۲	۳	۴
۱۷	۱	۲	۳	۴
۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴

