

۱ در حالی که ارزش گزاره‌ی  $(q \vee r) \Rightarrow p$  درست باشد، چقدر احتمال دارد که گزاره‌ی  $r$  نادرست باشد؟

- ۱  $\frac{1}{2}$      
  ۲  $\frac{4}{7}$      
  ۳  $\frac{3}{7}$      
  ۴  $\frac{5}{8}$

۲ اگر  $(2/5)^{-4x-2y+1} = \left(\frac{4}{25}\right)^{2/5 - 0.75y}$  و  $\left(\frac{1}{27}\right)^{2x+5} = (81)^{2x+5}$  باشد، حاصل  $xy$  کدام است؟

- ۱ ۸     
  ۲ -۸     
  ۳ ۶     
  ۴ -۶

۳ در دنباله‌ای با جمله‌ی اول ۱۶ و اختلاف مشترک -۴ به ازای چه مقدار  $n$ ، مجموع جملات صفر است؟

- ۱ ۱۲     
  ۲ ۹     
  ۳ ۱۶     
  ۴ ۳۲

۴ در یک دنباله حسابی که دارای ۱۱ جمله است، جمله‌ی ششم برابر ۵ است. مجموع جملات این دنباله کدام است؟

- ۱ ۵۰     
  ۲ ۶۰     
  ۳ ۵۵     
  ۴ ۶۶

۵ بین دو عدد ۴ و ۲۸ تعدادی عدد قرار داده‌ایم به طوری که یک دنباله‌ی حسابی با اختلاف مشترک ۴ تشکیل شود. حال تعدادی از این اعداد را طوری حذف می‌نماییم تا دنباله‌ی حسابی جدید با اختلاف مشترک ۸ به دست آید، تعداد اعداد حذف شده کدام است؟

- ۱ ۲     
  ۲ ۳     
  ۳ ۴     
  ۴ ۵

۶ اگر قیمت کالایی پس از سه سال از ۵۰۰ تومان به ۴۰۰۰ تومان برسد نرخ رشد سالانه قیمت کدام است؟

- ۱ ۱۰۰٪     
  ۲ ۸۰٪     
  ۳ ۹۵٪     
  ۴ ۹۰٪

۷ تابع  $f(x) = 2^{ax+b} + 3$  مفروض است. تابع خطی  $g$ ، منحنی  $y = \text{sign}\left(x + \frac{1}{y}\right)$  را در نقاطی به طول ۰ و -۱ قطع می‌کند. اگر  $f(1)g(2) = 20$  و  $f(-2)g(-1) = -11$  باشد، نمودار  $h(x) = |x - a| - b$  از کدام ناحیه مختصات نمی‌گذرد؟

- ۱ دوم     
  ۲ سوم     
  ۳ سوم و چهارم     
  ۴ چهارم

۸ جمله‌ی هشتم دنباله اعداد با رابطه  $a_1 = 1$  و  $a_n = \begin{cases} 1 & \text{زوج } n \\ \frac{1}{1+a_n} & \text{فرد } n \end{cases}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{1}{2}$      
  ۲ ۱     
  ۳ صفر     
  ۴ ۲

۹ جمله سوم و ششم یک دنباله هندسی به ترتیب  $3^6$  و  $\frac{4}{3}$  است. اگر  $s$  مجموع شش جمله اول این دنباله باشد، مقدار  $s + \frac{2}{3}$  کدام است؟

۷۲۹ (۴)

۵۸۹ (۳)

۴۸۶ (۲)

۲۴۳ (۱)

۱۰ حاصل عبارت  $\frac{\sqrt{2}\sqrt{3} \times \sqrt{(8^2)^{\frac{1}{2}}}}{(\sqrt[4]{27})^{\frac{1}{2}}}$  کدام است؟

$3\sqrt{2}$  (۴)

۲ (۳)

$2\sqrt{3}$  (۲)

۶ (۱)

۱۱ می‌خواهیم از بین ۵ گروه ۲ نفره که در هر گروه دو نفر دوقلو هستند، پنج نفر را به طور تصادفی انتخاب کنیم به طوری که هیچ ۲ نفری دوقلو نباشند. این کار به چند حالت امکان‌پذیر است؟

۳۲ (۴)

۱۶۰ (۳)

۱۲۸ (۲)

۱۱۸ (۱)

۱۲ مجموع  $n$  جمله اول دنباله‌ای حسابی با جمله عمومی  $a_n = 8n - 1$  از رابطه  $S_n = kn^2 + hn$  به دست می‌آید.  $k + h$  کدام است؟

۳ (۴)

۴ (۳)

۷ (۲)

۱ (۱)

۱۳ با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷، ۸، ۹، ۰ چند عدد سه‌رقمی می‌توان ساخت که حتماً شامل رقم ۴ باشد؟

۱۲۸ (۴)

۱۲۷ (۳)

۱۲۶ (۲)

۱۲۵ (۱)

۱۴ مجموع ده جمله اول دنباله حسابی  $1, 2, 3a + 2, \dots, 2a + 1$  و  $a$  برابر ۱۵۵ است. جمله هشتم این دنباله کدام است؟

۲۴ (۴)

۲۳ (۳)

۲۲ (۲)

۲۱ (۱)

۱۵ جعبه‌ای شامل ۶ مهره‌ی سبز و ۴ مهره‌ی زرد است. تاسی را پرتاب می‌کنیم. اگر زوج بیاید ۴ مهره و اگر فرد بیاید ۳ مهره از جعبه خارج می‌کنیم. احتمال آن‌که حداقل ۳ مهره خارج شده از جعبه سبز باشد، کدام است؟

$\frac{8}{21}$  (۴)

$\frac{1}{3}$  (۳)

$\frac{2}{7}$  (۲)

$\frac{13}{42}$  (۱)

۱۶ سه عدد به تصادف از مجموعه‌ی  $\{1, 2, 3, \dots, 11\}$  انتخاب می‌کنیم، با کدام احتمال حاصل‌ضرب این سه عدد بر ۵ بخش‌پذیر است؟

$\frac{28}{55}$  (۴)

$\frac{27}{55}$  (۳)

$\frac{28}{91}$  (۲)

$\frac{27}{91}$  (۱)

۱۷ حاصل  $\frac{1}{6} + \frac{1}{9} + \frac{2}{27} + \dots + \frac{16}{729}$  کدام است؟

$\frac{665}{1458}$  (۴)

$\frac{713}{1458}$  (۳)

$\frac{241}{729}$  (۲)

$\frac{713}{729}$  (۱)

۱۸ اگر متمم مجموعه  $(A - B) \cup (B - A)$  برابر  $A \cap B$  باشد، کدام عبارت درست است؟ (S مجموعه مرجع است.)

$B = \emptyset$  یا  $A = \emptyset$  (۴)

$A \cup B = S$  (۳)

$A \subseteq B'$  (۲)

$A \subseteq B$  (۱)

۱۹ احتمال اینکه عددی سه رقمی از سه عدد متوالی تشکیل شده باشد، کدام است؟

$\frac{13}{225}$  (۴)

$\frac{12}{225}$  (۳)

$\frac{23}{450}$  (۲)

$\frac{7}{150}$  (۱)

۲۰ درون جعبه‌ای ۵ مهره قرمز، ۴ مهره سفید و ۳ مهره آبی قرار دارد. اگر ۲ مهره با هم از ظرف بیرون آوریم، با کدام احتمال این دو مهره هم‌رنگ نیستند؟

$\frac{47}{66}$  (۴)

$\frac{43}{66}$  (۳)

$\frac{17}{33}$  (۲)

$\frac{13}{33}$  (۱)

۲۱ میان دو عدد  $\frac{1}{8}$  و ۶۴، هشت عدد قرار داده‌ایم به طوری که یک دنباله هندسی با ده جمله تشکیل شود. اختلاف مجموع کل جملات این دنباله هندسی، با جمله پنجم آن چه قدر است؟ (دنباله افزایشی است)

$\frac{1007}{16}$  (۴)

$\frac{1023}{16}$  (۳)

$\frac{1007}{8}$  (۲)

$\frac{1023}{8}$  (۱)

۲۲ اگر مجموع ۱۰۱ جملات اول از دو تصاعد حسابی برابر باشد، به طوری که جمله اول یکی ۲ واحد بیش از جمله اول دیگری باشد، تفاوت اختلاف مشترکها کدام است؟

۲۵ (۴)

۵۰ (۳)

۲ (۲)

۲۰ (۱)

۲۳ اگر در یک دنباله هندسی با جملات مثبت جمله هفتم ۸۱ برابر جمله سوم و جمله چهارم برابر ۵۴ باشد، مجموع ۵ جمله اول این دنباله کدام است؟

۲۴۲ (۴)

۱۴۲ (۳)

۱۸۰ (۲)

۸۰ (۱)

۲۴ مجموع همه‌ی اعداد سه‌رقمی بخش‌پذیر بر ۴ کدام است؟

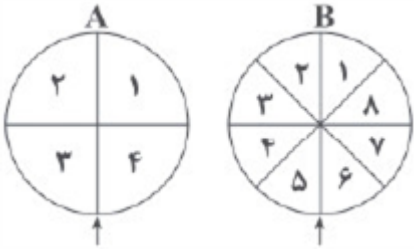
۱۳۳۲۰۰ (۴)

۱۳۲۳۰۰ (۳)

۱۲۳۳۰۰ (۲)

۱۲۲۳۰۰ (۱)

مطابق شکل زیر، دو صفحه‌ی عقربه‌دار A و B را با هم می‌چرخانیم. احتمال آن‌که عقربه‌ی A روی اعداد فرد و عقربه‌ی B روی اعداد اول قرار بگیرد، چند برابر احتمال آن است که هر دو عقربه‌ی A و B روی اعدادی با شماره‌های یکسان قرار بگیرند؟



- ۴ (۴)       $\frac{1}{4}$  (۳)      ۲ (۲)       $\frac{1}{2}$  (۱)

از بین یازده داوطلب کنکور که ۵ نفر رشته‌ی انسانی، ۴ نفر رشته‌ی تجربی و ۲ نفر رشته‌ی ریاضی هستند، می‌خواهیم ۲ نفر را به تصادف انتخاب کنیم، با کدام احتمال این دو نفر، هم‌رشته‌ی نیستند؟

- $\frac{44}{55}$  (۴)       $\frac{38}{55}$  (۳)       $\frac{26}{55}$  (۲)       $\frac{16}{55}$  (۱)

مجموع چند جمله از دنباله‌ی حسابی  $\dots, -\frac{1}{4}, -1, -\frac{3}{4}$  برابر با پانزده است؟

- ۱۲ (۴)      ۱۱ (۳)      ۱۰ (۲)      ۸ (۱)

هر عضو از  $\{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  را دقیقاً در یک خانه از یک جدول  $2 \times 3$  می‌نویسیم. به چند طریق می‌توانیم این کار را انجام بدهیم اگر بخواهیم در هر سطر و هر ستون حاصل‌جمع عددها مضرب ۳ باشد؟

- ۳۶ (۱)      ۴۲ (۲)      ۴۵ (۳)      ۴۸ (۴)      عددی دیگر (۵)

با ارقام ۰، ۱، ۲، ۳ و ۴ چند عدد سه رقمی بخش‌پذیر بر ۳ می‌توان نوشت؟ (بدون تکرار ارقام)

- ۲۰ (۱)      ۲۸ (۲)      ۳۶ (۳)      ۴۸ (۴)

با ارقام ۱، ۲، ۳، ۴، ۵، ۶، ۷ چند عدد ۵ رقمی فرد بدون تکرار ارقام و بزرگ‌تر از ۵۰۰۰۰ می‌توان نوشت؟

- ۲۴۰ (۱)      ۳۶۰ (۲)      ۶۰۰ (۳)      ۷۲۰ (۴)

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱

p	q	r	$q \vee r$	$p \Rightarrow (q \vee r)$
د	د	د	د	د
د	د	ن	د	د
د	ن	د	د	د
د	ن	ن	ن	ن
ن	د	د	د	د
ن	د	ن	د	د
ن	ن	د	د	د
ن	ن	ن	ن	د

مطابق جدول ارزش گزاره‌ها، در ۳ حالت از ۷ حالت درست  $p \Rightarrow (p \vee r)$ ، ارزش  $r$  نادرست است. پس:

$$\begin{cases} n(S) = 7 \\ n(A) = 3 \end{cases} \Rightarrow P(A) = \frac{3}{7}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۲

$$\begin{aligned} \left(\frac{4}{25}\right)^{2/5 - 1/5y} &= (2/5)^{-4x-2y+1} \\ \Rightarrow \left(\left(\frac{2}{5}\right)^2\right)^{\frac{2}{5} - \frac{1}{5}y} &= \left(\frac{5}{2}\right)^{-4x-2y+1} \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2 - \frac{1}{5}y} = \left(\left(\frac{2}{5}\right)^{-1}\right)^{-4x-2y+1} \\ \Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2 - \frac{1}{5}y} &= \left(\frac{2}{5}\right)^{4x+2y-1} \Rightarrow 2 - \frac{1}{5}y = 4x + 2y - 1 \\ \times 5 &\Rightarrow 10 - y = 20x + 10y - 5 \Rightarrow 20x + 11y = 15 \end{aligned}$$

از معادله‌ی دیگر داریم:

$$\begin{aligned} (A) \quad 3^{2x+5} &= \left(\frac{1}{27}\right)^{2x+\frac{y}{3}} \Rightarrow (3^4)^{2x+5} = (3^{-3})^{2x+\frac{y}{3}} \\ 3^{8x+20} &= 3^{-6x-\frac{y}{3}} \Rightarrow 8x + 20 = -6x - \frac{y}{3} \Rightarrow 14x + \frac{y}{3} = -20 \end{aligned}$$

حال دستگاه زیر را حل می‌کنیم:

$$14x + \frac{y}{3} = -20 \xrightarrow{\times 3} 42x + y = -60 \xrightarrow{\times (-7)} -294x - 7y = 420$$

$$\begin{cases} -294x - 7y = 420 \\ 42x + y = 12 \end{cases} \quad \text{لا}$$

$$-252x = 408 \Rightarrow x = -\frac{17}{6}$$

$$42x + y = 12 \xrightarrow{x=-\frac{17}{6}} 42 \times \left(-\frac{17}{6}\right) + y = 12 \Rightarrow -119 + y = 12 \Rightarrow y = 131$$

$$xy = -\frac{17}{6} \times 131 = -\frac{2227}{6}$$

پس برای محاسبه  $xy$  خواهیم داشت:

۳

$$a_1 = 16, d = -4$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. مجموع جملات دنباله حسابی برابر است با:

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_n = \frac{n}{2}(2 \times 16 + (n-1)(-4))$$

$$S_n = \frac{n}{2}(32 + 4 - 4n) = \frac{n}{2}(36 - 4n) = n(18 - 2n)$$

کافیست مجموع جملات را برابر صفر قرار داده و مقدار  $n$  را به دست آوریم:

$$S_n = n(18 - 2n) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 0 \\ 18 - 2n = 0 \Rightarrow 18 = 2n \Rightarrow n = 9 \end{cases}$$

$n = 0$  غیرقابل قبول است. چرا که دنباله را به ازای مقادیر طبیعی بررسی می‌کنیم و  $0 \notin N$  پس تنها جواب قابل قبول  $n = 9$  است.

۴

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_7 = a_1 + 6d = 5$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d) \Rightarrow S_{11} = \frac{11}{2}(2a_1 + 10d) = \frac{11}{2} \times 2(a_1 + 5d) = 11 \times 5 = 55$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow a_n = a_1 + (n-1)d$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$4 + (n-1) \times 4 = 28 \Rightarrow 4 + 4n - 4 = 28 \Rightarrow n = 7$$

$$4, 8, 12, 16, 20, 24, 28$$

پس ۲۸، هفتمین جمله از این دنباله در حالت اولیه است. پس:

حال، برای آنکه اختلاف مشترک این دنباله به ۸ تبدیل شود، باید داشته باشیم:

$$4 + (n-1) \times 8 = 28 \Rightarrow n-1 = 3 \Rightarrow n = 4 \Rightarrow 4, 12, 20, 28$$

پس تعداد جملات از ۷ به ۴ رسید یعنی ۳ جمله حذف می‌شود تا اختلاف مشترک از ۴ به ۸ برسد.

۶

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$f(t) = c(1+r)^t \Rightarrow 4000 = 500(1+r)^7 \Rightarrow (1+r)^7 = 8 \Rightarrow 1+r = 2 \Rightarrow r = 1$$

$$\text{نرخ رشد سالانه} = 1 \times 100 = 100\%$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ابتدا تلاقی تابع خطی  $g$  و با منحنی  $y = \text{sign}\left(x + \frac{1}{r}\right)$  را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} \text{sign}\left(x + \frac{1}{r}\right) \xrightarrow{x=0} \text{sign}\left(\frac{1}{r}\right) = 1 \Rightarrow \text{تلاقی: } (0, 1) \\ \text{sign}\left(x + \frac{1}{r}\right) \xrightarrow{x=-1} \text{sign}\left(-\frac{1}{r}\right) = -1 \Rightarrow \text{تلاقی: } (-1, -1) \end{cases}$$

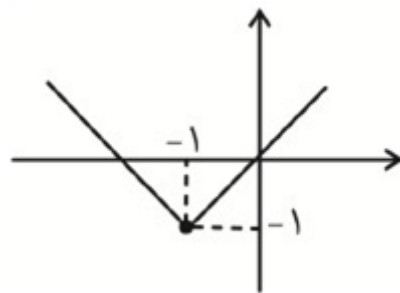
پس این دو نقطه، بر تابع خطی  $g$  واقع‌اند و کافی است معادله خط گذرنده از نقاط  $(0, 1)$  و  $(-1, -1)$  را بنویسیم:

$$\begin{cases} m = \frac{1 - (-1)}{0 - (-1)} = 2 \Rightarrow g(x) = 2x + 1 \\ h = 1 \end{cases}$$

حالا داریم:

$$\begin{cases} f(1)g(2) = 20 \Rightarrow (2^{a+b} + 3)(5) = 20 \Rightarrow 2^{a+b} + 3 = 4 \Rightarrow 2^{a+b} = 1 \Rightarrow a + b = 0 \\ f(-2)g(-1) = -11 \Rightarrow (2^{-2a+b} + 3)(-1) = -11 \Rightarrow 2^{-2a+b} + 3 = 11 \Rightarrow 2^{-2a+b} = 8 \\ \Rightarrow -2a + b = 3 \end{cases}$$

با حل دستگاه  $\begin{cases} a + b = 0 \\ -2a + b = 3 \end{cases}$  به  $\begin{cases} a = -1 \\ b = 1 \end{cases}$  و  $h(x) = |x + 1| - 1$  می‌رسیم که با توجه به نمودار آن، از ناحیه چهارم مختصات نمی‌گذرد.



$$\begin{cases} n = 1 \Rightarrow a_1 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \\ n = 2 \Rightarrow a_2 = 1 \\ n = 3 \Rightarrow a_3 = \frac{1}{1+1} = \frac{1}{2} \\ n = 4 \Rightarrow a_4 = 1 \end{cases}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

بنابراین جمله‌های زوج، برابر  $\frac{1}{2}$  و جمله‌های فرد برابر ۱ هستند؛ لذا:

$$a_{\infty} = \frac{1}{2}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_4}{a_3} = r \Rightarrow \frac{\frac{1}{2}}{1} = r \Rightarrow \frac{1}{2} = r \Rightarrow \frac{1}{27} = r^3 \Rightarrow r = \frac{1}{3} \Rightarrow a_1 = \frac{a_3}{q^2} = \frac{\frac{1}{2}}{\frac{1}{9}} = 9 \times \frac{1}{2}$$

$$S_7 = \frac{a_1(1 - r^7)}{1 - r} = \frac{9 \times \frac{1}{2} \left(1 - \left(\frac{1}{3}\right)^7\right)}{1 - \frac{1}{3}} = \left(9 \times \frac{1}{2} - \frac{9 \times \frac{1}{2}}{3^7}\right) \frac{3}{2} = \left(9 \times \frac{1}{2} - \frac{1}{2}\right) \frac{3}{2} = 27 \times 18 - \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow S_7 + \frac{1}{2} = 27 \times 18 = 486$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با ساده کردن رادیکال‌ها داریم: ۱۰

$$\frac{\sqrt{2}\sqrt{3}\times\sqrt{(8^2)^{\frac{1}{3}}}}{(\sqrt[3]{27})^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{\sqrt{2^2}\times 3}\times\sqrt{(2^6)^{\frac{1}{3}}}}{(\sqrt[3]{2^6})^{\frac{1}{3}}} = \frac{\sqrt{2^2\times 3}\times\sqrt[3]{2^2}}{(3^{\frac{2}{3}})^{\frac{1}{3}}}$$

$$= \frac{(2^2\times 3)^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} = \frac{2^{\frac{1}{2}}\times 3^{\frac{1}{2}}\times 2^{\frac{1}{3}}}{3^{\frac{1}{3}}} = 2$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون می‌خواهیم در ۵ نفر انتخاب شده هیچ دوقلوئی نباشد، پس از هر گروه باید ۱ نفر را ۱۱

انتخاب کنیم که این عمل به  $\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}\times\binom{2}{1}$  حالت مختلف می‌تواند انجام شود، حالا طلق اصل ضرب داریم:

$$1\times 2\times 2\times 2\times 2 = 32$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از جمله عمومی، جمله اول و اختلاف مشترک را محاسبه می‌کنیم: ۱۲

$$a_n = 8n - 1 \Rightarrow a_1 = 8 \times (1) - 1 = 7$$

$$a_2 = 8 \times (2) - 1 = 15$$

$$d = a_2 - a_1 = 8$$

نکته ۱: در جمله عمومی دنباله حسابی، ضریب n برابر اختلاف مشترک است.

نکته ۲: رابطه مجموع n جمله اول یک دنباله حسابی به صورت  $S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$  است.

با استفاده از نکته ۲ و با توجه به صورت سؤال داریم:

$$S_n = \frac{n}{2}(2 \times 7 + (n-1) \times 8) = \frac{n}{2}(6 + 8n) \Rightarrow S_n = 3n + 4n^2 = hn + kn^2$$

$$\Rightarrow k = 4, h = 3 \Rightarrow h + k = 7$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. از روش متمم استفاده می‌کنیم: ۱۳

$$\text{تعداد کل اعداد سه رقمی ساخته شده} = \boxed{7} \times \boxed{7} \times \boxed{7} = 343$$

$$\text{تعداد کل اعداد سه رقمی فاقد عدد 4} = \boxed{6} \times \boxed{6} \times \boxed{6} = 216$$

$$\text{تعداد کل اعداد سه رقمی شامل رقم 4} = 343 - 216 = 127$$



$$a, 2a + 1, 3a + 2, \dots$$

$$a_1 = a, d = 2a + 1 - a = a + 1, S_{10} = 155, n = 10$$

$$S_n = \frac{n}{2}(2a_1 + (n-1)d)$$

$$\xrightarrow[n=10]{S_{10}=155} 155 = \frac{10}{2}(2(a) + (10-1)(a+1))$$

$$\Rightarrow 155 = 5(2a + 9a + 9) \xrightarrow[\text{تقسیم}]{\text{طرفین بر 5}} 31 = 11a + 9$$

$$\Rightarrow 31 - 9 = 11a \Rightarrow 22 = 11a \Rightarrow a = \frac{22}{11} = 2 \Rightarrow a = a_1 = 2$$

$$d = a + 1 \xrightarrow{a=2} d = 2 + 1 = 3$$

$$a_8 = a_1 + 7d = 2 + 7(3) = 2 + 21 = 23$$

$$C(6, 3) = \frac{6!}{3!3!} = 20, C(4, 1) = 4$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ۱۵

$$C(6, 4) = \frac{6!}{2!4!} = 15$$

$$C(10, 4) = \frac{10!}{6!4!} = 210 = n(s_1), C(10, 3) = \frac{10!}{7!3!} = 120 = n(s_2)$$

P = (احتمال خارج شدن حداقل سه مهره سبز)

$$\frac{1}{2} \text{ (مهره سبز باشد)} + \frac{1}{2} \text{ (3 مهره سبز و 1 مهره زرد باشد)}$$

↓ احتمال زوج آمدن تاس      ↓ احتمال فرد آمدن تاس

$$= \frac{1}{2} \times \frac{20}{120} + \frac{1}{2} \left( \frac{20 \times 4}{210} + \frac{15}{210} \right) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{6} + \frac{1}{2} \left( \frac{8}{21} + \frac{1}{14} \right) = \frac{1}{12} + \frac{19}{84} = \frac{7 + 19}{84} = \frac{26}{84} = \frac{13}{42}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. تعداد اعضای فضای نمونه‌ای انتخاب ۳ عدد از بین ۱۱ عدد است: ۱۶

$$n(S) = \binom{11}{3} = \frac{11!}{3!8!} = \frac{11 \times 10 \times 9 \times 8!}{3 \times 2 \times 1 \times 8!} = 165$$

از پیشامد متمم استفاده می‌کنیم:

A

(۵ یا ۱۰ یا هر دو وجود داشته باشد.)

در بین سه عدد انتخابی ۵ و ۱۰ وجود نداشته باشد =  $A'$  (عدد انتخابی از بین ۹ رقم غیر ۵ و ۱۰ باشد.)

$$n(A') = \binom{9}{3} = \frac{9!}{3!6!} = \frac{9 \times 8 \times 7 \times 6!}{3 \times 2 \times 1 \times 6!} = 84$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{84}{165} = \frac{28}{55}$$

$$P(A) = 1 - p(A') = 1 - \frac{28}{55} = \frac{27}{55}$$

مجموع ۶ جمله دنباله هندسی با جمله اول  $\frac{1}{6}$  و قدر نسبت  $\frac{2}{3}$  و  $\frac{1}{9} = \frac{2}{3}$  و  $n = 6$  برابر است با:

$$S_n = \frac{a(1 - q^n)}{1 - q}$$

$$\frac{1}{6} \times \frac{1 - \frac{64}{729}}{1 - \frac{2}{3}} = \frac{1}{6} \times \frac{\frac{665}{729}}{\frac{1}{3}} = \frac{665}{2 \times 729} = \frac{665}{1458}$$

$$S - A = A'$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. متمم مجموعه‌ی دلخواه A برابر است با:

اکنون متمم مجموعه‌ی  $(A - B) \cup (B - A)$  برابر است با:

$$S - ((A - B) \cup (B - A)) = S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B$$

$$S - ((A \cup B) - (A \cap B)) = A \cap B \Rightarrow S = A \cup B \quad \text{طبق فرض سوال:}$$

روش دوم: از روی نمودار ون

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۱۹

اعداد متوالی  $(0, 1, 2), (1, 2, 3), \dots, (7, 8, 9)$  که با ۷ دسته  $3! = 6$  و یک دسته  $2 \times 2 = 4$  عدد ۳ رقمی می‌توان ساخت.

$$\frac{7 \times 3! + 4}{9 \times 10 \times 10} = \frac{46}{900} = \frac{23}{450}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. می‌توانیم از پیشامد مکمل استفاده کنیم: ۲۰

۲ مهره هم‌رنگ نباشند  $A =$

هر دو آبی یا هر دو سفید یا هر دو قرمز  $A' =$  ۲ مهره هم‌رنگ باشند

تعداد اعضای فضای نمونه‌ای:

$$n(S) = \binom{12}{2} = \frac{12!}{2!10!} = \frac{12 \times 11 \times 10!}{2 \times 10!} = 66$$

$$P(A') = \frac{n(A')}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} + \binom{4}{2} + \binom{3}{2}}{\binom{12}{2}} = \frac{10 + 6 + 3}{66} = \frac{19}{66}$$

$$P(A) = 1 - P(A') = 1 - \frac{19}{66} = \frac{47}{66}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نسبت مشترک دنباله هندسی از رابطه  $r^{n+1} = \frac{b}{a}$  به دست می‌آید که در آن  $a$  جمله اول و  $b$  جمله آخر و  $n$  تعداد جملات نوشته شده بین  $a$  و  $b$  است:

$$r^{n+1} = \frac{64}{1} \Rightarrow r^n = \frac{2^6}{\left(\frac{1}{2}\right)^n} \Rightarrow r^n = 2^9 \Rightarrow r = 2$$

$$s_{10} = a \times \frac{1 - r^n}{1 - r}$$

$$a_{10} = a \times r^{n-1}$$

$$\begin{cases} s_{10} = \frac{1}{2} \times \frac{1 - 2^{10}}{1 - 2} = \frac{1023}{1} \\ a_{10} = \frac{1}{2} \times 2^9 = 2 \end{cases} \Rightarrow s_{10} - a_{10} = \frac{1023}{1} - 2 = \frac{1007}{1}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{n}{r} ({}^2a_1 + (n-1)d) = \frac{n}{r} ({}^2b_1 + (n-1)d') \Rightarrow {}^2a_1 - {}^2b_1 = (n-1)(d' - d) \xrightarrow[n=101]{a_1 = b_1 + 2}$$

$$4 = 100(d' - d) \Rightarrow d' - d = 25$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\frac{a_4}{a_2} = \frac{a_1 r^3}{a_1 r^1} = 81 \Rightarrow r^2 = 81 \xrightarrow{r>0} r = 9$$

$$a_4 = a_1 r^3 = 54 \Rightarrow a_1 (9^3) = 54 \Rightarrow a_1 = 2$$

$$S_n = \frac{a_1 (r^n - 1)}{r - 1}$$

$$S_5 = \frac{2(9^5 - 1)}{9 - 1} = 242$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. اعداد خواسته شده عبارتند از:

$$100, 104, 108, \dots, 996$$

یک دنباله حسابی با  $a_1 = 100$ ،  $d = 4$  و  $a_n = 996$  داریم که ابتدا باید تعداد جملات را حساب کنیم:

$$a_n = a_1 + (n-1)d \Rightarrow 996 = 100 + (n-1) \times 4$$

$$\Rightarrow 996 - 100 = 4(n-1) \Rightarrow 896 = 4(n-1)$$

$$\div 4 \rightarrow 224 = n - 1 \Rightarrow n = 225$$

حال با استفاده از فرمول  $S_n = \frac{n}{2}(a_1 + a_n)$ ، مجموع جملات را حساب می‌کنیم:

$$S_{225} = \frac{225}{2}(100 + 996) = \frac{225}{2}(1096) = 225 \times 548 = 123300$$

$$n(S) = 4 \times 8 = 32$$

C پیشامد آن است که صفحه‌ی A روی عدد فرد و صفحه‌ی B روی عدد اول قرار گیرد.

$$C = \{(1, 2), (1, 3), (1, 5), (1, 7), (3, 2), (3, 3), (3, 5), (3, 7)\}$$

$$P(C) = \frac{n(C)}{n(S)} = \frac{8}{32} = \frac{1}{4}$$

D پیشامد آن است که صفحات A و B روی اعداد یکسان قرار بگیرند:

$$D = \{(1, 1), (2, 2), (3, 3), (4, 4)\}$$

$$P(D) = \frac{n(D)}{n(S)} = \frac{4}{32} = \frac{1}{8}$$

$$\frac{P(C)}{P(D)} = \frac{\frac{1}{4}}{\frac{1}{8}} = \frac{8}{4} = 2$$

حال نسبت  $P(C)$  به  $P(D)$  را حساب می‌کنیم:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$: n(S) = \binom{11}{2} = \frac{11!}{(11-2)!2!} = \frac{11 \times 10 \times 9!}{9! \times 2 \times 1} = 55$$

$$n(A) = \binom{5}{1} \binom{4}{1} + \binom{5}{1} \binom{2}{1} + \binom{4}{1} \binom{2}{1} = (5 \times 4) + (5 \times 2) + (4 \times 2) = 20 + 10 + 8 = 38$$

↑ انسانی
↑ انسانی
↑ تجربی

↓ ریاضی
↓ ریاضی
↓ ریاضی

$$\Rightarrow P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{38}{55}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$-\frac{3}{2}, -1, -\frac{1}{2}, \dots \Rightarrow a_1 = -\frac{3}{2}, d = -1 - \left(-\frac{3}{2}\right) = -1 + \frac{3}{2} = \frac{1}{2}$$

$$S_n = \frac{n[2a_1 + (n-1)d]}{2} = \frac{n\left[2\left(-\frac{3}{2}\right) + (n-1)\left(\frac{1}{2}\right)\right]}{2}$$

$$= \frac{n\left(-3 + \frac{n-1}{2}\right)}{2} = \frac{n\left(\frac{-6+n-1}{2}\right)}{2} = \frac{n(n-7)}{4} \xrightarrow{S_n=15} \frac{n(n-7)}{4} = 15$$

$$\Rightarrow n^2 - 7n - 60 = 0 \Rightarrow (n-12)(n+5) = 0 \Rightarrow \begin{cases} n = 12 \text{ ق.ق.} \\ n = -5 \text{ ق.غ.} \end{cases}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در هریک از سطرها باید یک عدد مضرب ۳ داشته باشیم: یک عدد با باقیمانده ۱ و یک عدد با باقیمانده ۲ در تقسیم بر ۳. ابتدا سطر بالا را می‌سازیم. این کار به  $3! \times 2 \times 2 \times 2$  حالت امکان‌پذیر است (دو عدد مضرب ۳ داریم، دو عدد داریم که باقیمانده‌شان بر ۳ برابر ۱ است و دو عدد هم داریم که باقیمانده‌شان بر ۳ برابر ۲ است. پس به ۸ حالت می‌توانیم عددها را انتخاب کنیم و می‌توانیم هر دسته‌ی سه‌تایی از عددها را به  $6 = 3! = 2!$  حالت مختلف بچینیم). در سطر دوم، باید زیر عدد مضرب ۳، عدد دیگری نوشته شود که مضرب ۳ است. زیر عددی که باقیمانده‌اش بر ۳ برابر ۲ است باید عددی بنویسیم که باقیمانده‌اش بر ۳ برابر ۱ است و به همین شکل، زیر عددی که باقیمانده‌اش بر ۳ برابر ۱ است باید عددی بنویسیم که باقیمانده‌اش بر ۳ برابر ۲ است. پس بعد از چیدن سطر اول، سطر دوم به یک حالت چیده می‌شود. پس تعداد کل حالت‌ها برابر است با  $48 = 3! \times 2 \times 2 \times 2$ .

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای اینکه عددی بر ۳ بخش‌پذیر باشد باید مجموع ارقام آن نیز بر ۳ بخش‌پذیر باشد پس ۴ ترکیب ارقام موجود است.

(۱)  $(0, 1, 2)$  که این ترکیب ۴ عدد سه رقمی دارد.

(۲)  $(0, 2, 4)$  که این ترکیب ۴ عدد سه رقمی دارد.

(۳)  $(1, 2, 3)$  که این ترکیب ۶ عدد سه رقمی دارد.

(۴)  $(2, 3, 4)$  که این ترکیب ۶ عدد سه رقمی دارد.

پس در مجموع ۲۰ عدد موجود است.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۵ □ □ □ ۱, ۳, ۷

$$1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

(۱) اگر رقم اول ۵ باشد:

۶ □ □ □ ۱, ۳, ۵, ۷

$$1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 4 = 240$$

(۲) اگر رقم اول ۶ باشد:

۷ □ □ □ ۱, ۳, ۵

$$1 \times 5 \times 4 \times 3 \times 3 = 180$$

(۳) اگر رقم اول ۷ باشد:

$$180 + 240 + 180 = 600$$

۱	۱	۲	۳	۴	
۲	۱	۲	۳	۴	
۳	۱	۲	۳	۴	
۴	۱	۲	۳	۴	
۵	۱	۲	۳	۴	
۶	۱	۲	۳	۴	
۷	۱	۲	۳	۴	
۸	۱	۲	۳	۴	
۹	۱	۲	۳	۴	
۱۰	۱	۲	۳	۴	
۱۱	۱	۲	۳	۴	
۱۲	۱	۲	۳	۴	
۱۳	۱	۲	۳	۴	
۱۴	۱	۲	۳	۴	
۱۵	۱	۲	۳	۴	
۱۶	۱	۲	۳	۴	
۱۷	۱	۲	۳	۴	
۱۸	۱	۲	۳	۴	
۱۹	۱	۲	۳	۴	
۲۰	۱	۲	۳	۴	
۲۱	۱	۲	۳	۴	
۲۲	۱	۲	۳	۴	
۲۳	۱	۲	۳	۴	
۲۴	۱	۲	۳	۴	
۲۵	۱	۲	۳	۴	
۲۶	۱	۲	۳	۴	
۲۷	۱	۲	۳	۴	
۲۸	۱	۲	۳	۴	۵
۲۹	۱	۲	۳	۴	
۳۰	۱	۲	۳	۴	

