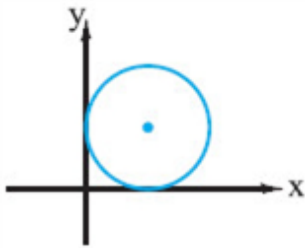


۱ نقطه $A = \begin{bmatrix} -7 \\ 5 \end{bmatrix}$ را با چه برداری انتقال دهیم تا بر نقطه $B = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix}$ منطبق شود؟

- ۱ $\begin{bmatrix} 4 \\ 0 \end{bmatrix}$
 ۲ $\begin{bmatrix} -4 \\ 10 \end{bmatrix}$
 ۳ $\begin{bmatrix} -10 \\ 0 \end{bmatrix}$
 ۴ $\begin{bmatrix} 4 \\ -10 \end{bmatrix}$

۲ مطابق شکل مقابل در ناحیه اول، دایره‌ای را طوری رسم کرده‌ایم که با محورهای مختصات در یک نقطه اشتراک دارد. کدام گزینه می‌تواند مختصات مرکز دایره باشد؟



- ۱ $\begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix}$
 ۲ $\begin{bmatrix} 5 \\ 5 \end{bmatrix}$
 ۳ $\begin{bmatrix} 3 \\ 4 \end{bmatrix}$
 ۴ $\begin{bmatrix} 4 \\ 3 \end{bmatrix}$

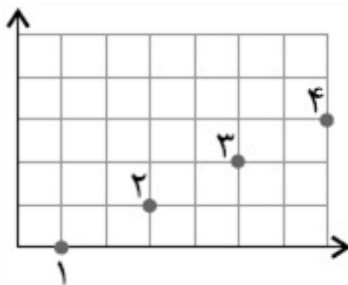
۳ نقطه‌ی $A = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ را ۳ بار با بردار انتقال \vec{a} انتقال داده‌ایم و به نقطه‌ی $B = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix}$ رسیده‌ایم. مختصات بردار \vec{a} کدام است؟

- ۱ $\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$
 ۲ $\begin{bmatrix} -1 \\ 1 \end{bmatrix}$
 ۳ $\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$
 ۴ $\begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix}$

۴ $A = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}$ مفروض‌اند. اگر دو بردار \vec{AB} و \vec{BC} دو بردار مساوی باشند، مختصات نقطه‌ی C کدام است؟

- ۱ $\begin{bmatrix} 7 \\ 6 \end{bmatrix}$
 ۲ $\begin{bmatrix} -7 \\ -6 \end{bmatrix}$
 ۳ $\begin{bmatrix} -7 \\ 6 \end{bmatrix}$
 ۴ $\begin{bmatrix} 7 \\ -6 \end{bmatrix}$

۵ در شکل مقابل مختصات n امین نقطه کدام است؟



- ۱ $\begin{bmatrix} 2n+1 \\ n \end{bmatrix}$
 ۲ $\begin{bmatrix} 2n-1 \\ n \end{bmatrix}$
 ۳ $\begin{bmatrix} 2n+1 \\ n-1 \end{bmatrix}$
 ۴ $\begin{bmatrix} 2n-1 \\ n-1 \end{bmatrix}$

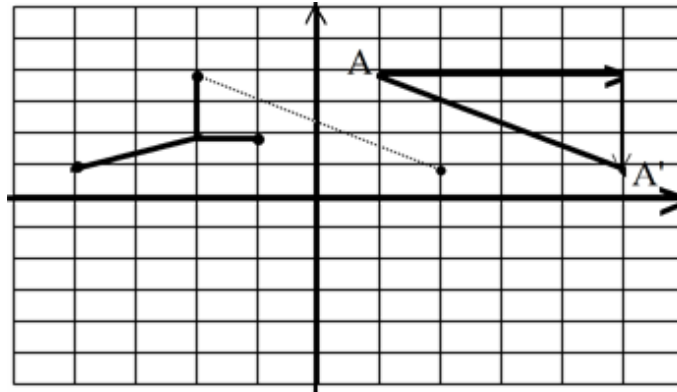
۶ اگر \vec{a} یک بردار باشد و $-1 < n < 0$ ، کدام گزینه صحیح است؟

- ۱ بردارهای \vec{a} و $n\vec{a}$ هم‌جهت‌اند و طول $n\vec{a}$ از طول \vec{a} بیش‌تر است.
- ۲ بردارهای \vec{a} و $n\vec{a}$ هم‌جهت‌اند و طول $n\vec{a}$ از طول \vec{a} کم‌تر است.
- ۳ بردارهای \vec{a} و $n\vec{a}$ در خلاف جهت یکدیگرند و طول $n\vec{a}$ از طول \vec{a} بیش‌تر است.
- ۴ بردارهای \vec{a} و $n\vec{a}$ در خلاف جهت یکدیگرند و طول $n\vec{a}$ از طول \vec{a} کم‌تر است.

۷ بردار $\vec{P} = \begin{bmatrix} 2a-3 \\ a+4b \end{bmatrix}$ موازی با محور عرض‌ها و مساوی با بردار $\begin{bmatrix} a-\frac{3}{2} \\ -8/5 \end{bmatrix}$ است. مقدار $a-b$ کدام است؟

- ۱ ۴ ۲ $4/5$ ۳ -4 ۴ $-4/5$

۸ شکل مقابل را با بردار انتقال $\vec{AA'}$ منتقل کنید و مختصات بردار را بنویسید.



۹ حاصل جمع‌های زیر را حساب کنید.

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix}$$

۱۰ مختصات مسجد جامع یزد چیست؟

۱۱ آب‌انبار ۶ بادگیر در کدام منطقه است؟

۱۲ مختصات چه بنایی $\begin{bmatrix} 6 \\ 4 \end{bmatrix}$ است؟

۱۳ حاصل جمع‌های زیر را به‌دست آورید.

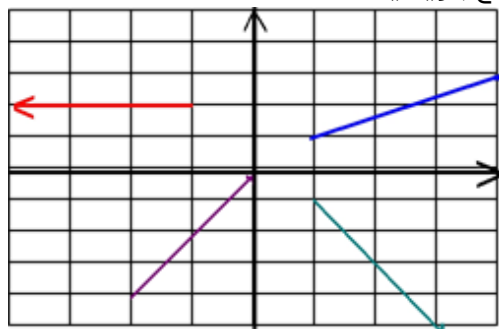
$$\begin{bmatrix} -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -4 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ 9 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -6 \end{bmatrix}$$

مختصات هر یک از بردارهای مقابل را پیدا کنید و متناظر با هر بردار، یک جمع بنویسید.



$$\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

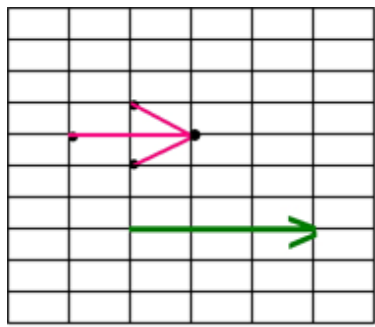
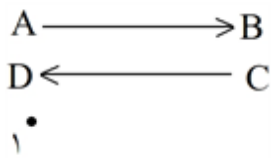
$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

۱۵ تساوی‌های زیر را کامل کنید.

$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \quad \\ \quad \end{bmatrix}$$

۱۶

در شکل مقابل، ابتدا نقطه‌ی ۱ را با بردار \vec{AB} و سپس، نقطه‌ی به‌دست آمده را با بردار \vec{CD} انتقال دهید. چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

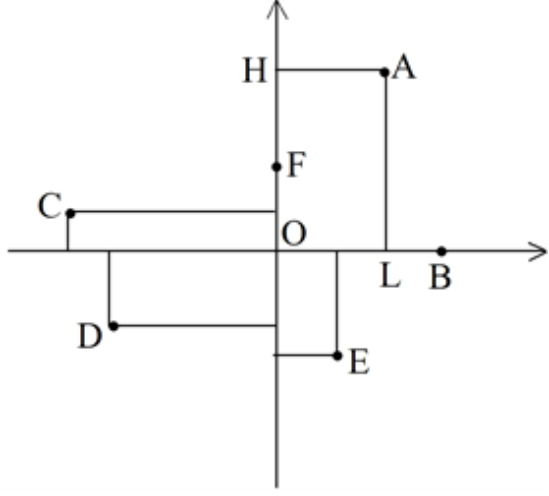


۱۷

شکل مقابل را با بردار انتقال مربوط انتقال دهید.

۱۸

با توجه به شکل، جدول زیر را کامل کنید.



F	E	D	C	B	
					طول x
					عرض y
					مختصات [x, y]

اگر دو بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} 4x-9 \\ x+1 \end{bmatrix}$ و $\vec{b} = \begin{bmatrix} x-1 \\ -3 \end{bmatrix}$ هم اندازه، موازی و مختلف‌الجهت باشند، مختصات بردار b برابر است با:

$$\begin{bmatrix} -1 \\ +3 \end{bmatrix} \quad \text{۴}$$

$$\begin{bmatrix} +2 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{۳}$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{۲}$$

$$\begin{bmatrix} +1 \\ -3 \end{bmatrix} \quad \text{۱}$$

نقاط $A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$ و $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$ را روی صفحه محورهای مختصات نشان دهید.

۱) بردارهای \vec{OA} و \vec{OB} را رسم کنید. (0 مبدأ مختصات است)

۲) بردار حاصل جمع بردارهای \vec{OA} و \vec{OB} را رسم کرده و مختصات بردار حاصل جمع را تعیین کنید.

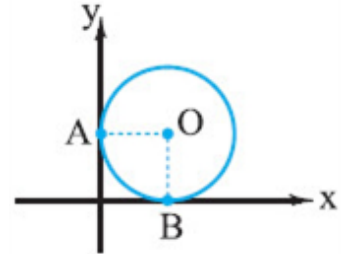
$$2x = -3 \begin{bmatrix} 4 \\ 8 \end{bmatrix}$$

۳) معادله مختصاتی مقابل را حل کنید.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.

$$\begin{bmatrix} -7 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} } = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} } = \begin{bmatrix} -3 \\ -5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 7 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 4 \\ -10 \end{bmatrix}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. نقطه‌ی اشتراک دایره به محور عمودی را A و با محور افقی را B می‌نامیم. $OA = OB$ است، چون شعاع دایره هستند. پس نقطه‌ی O که مرکز دایره است روی نیمساز ربع اول قرار دارد که طول و عرض آن با هم برابر است. تنها گزینه‌ی ۲ طول و عرضش با هم برابر است.

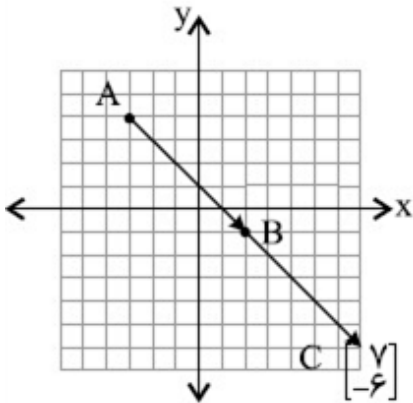


گزینه ۳ پاسخ صحیح است. فرض می‌کنیم بردار $\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix}$ باشد، آن‌گاه با ۳ بار انتقال بردار \vec{a} داریم $3\vec{a} = \begin{bmatrix} 3x \\ 3y \end{bmatrix}$ مختصات بردار \vec{AB} با مختصات بردار $3\vec{a}$ برابر است.

$$\vec{AB} = \begin{bmatrix} 4 \\ -2 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} \Rightarrow \vec{AB} = \begin{bmatrix} 3x \\ 3y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3x \\ 3y \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{cases} 3 = 3x \Rightarrow x = 1 \\ -3 = 3y \Rightarrow y = -1 \end{cases}$$

$$\vec{a} = \begin{bmatrix} x \\ y \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است.



$$\begin{matrix} A & AB & B \\ \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$\begin{matrix} B & BC & C \\ \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix} & + \begin{bmatrix} 5 \\ -5 \end{bmatrix} & = \begin{bmatrix} 7 \\ -6 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} 7 \\ -6 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \end{bmatrix}, A = \begin{bmatrix} -3 \\ 4 \end{bmatrix}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مختصات این نقاط عبارت است از $\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 5 \\ 2 \end{bmatrix}$ ، $\begin{bmatrix} 7 \\ 3 \end{bmatrix}$ و ... بنابراین در مورد شکل n ام مختصات به صورت زیر است:

$$\begin{bmatrix} 2n-1 \\ n-1 \end{bmatrix} \text{ شماره نقطه موردنظر است}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عددهای بین صفر و -۱ منفی هستند، پس $n\vec{a}$ و \vec{a} در خلاف جهت یکدیگرند، همچنین چون n بین صفر و -۱ قرار دارد، طول $n\vec{a}$ از \vec{a} کمتر است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

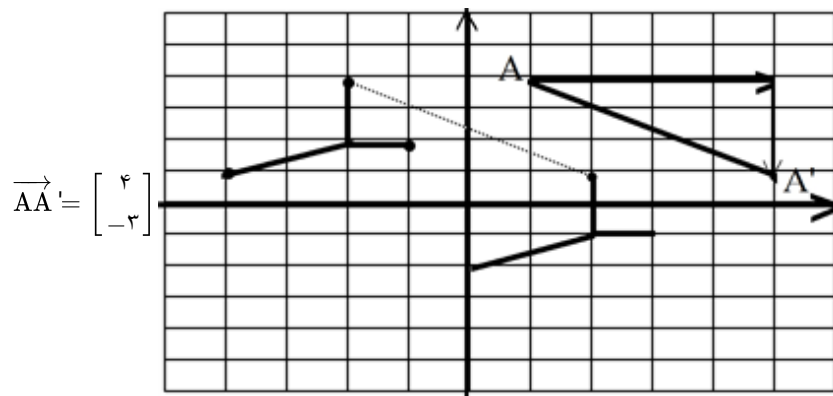
نکته: طول بردارهای موازی با محور عرض‌ها صفر است.

با توجه به نکته‌ی بالا و مساوی بودن دو بردار داریم:

$$a - \frac{3}{5} = 2a - 3 = 0 \Rightarrow a = 1/5$$

$$a + 4b = -8/5 \xrightarrow{a=1/5} 1/5 + 4b = -8/5 \Rightarrow 4b = -10 \Rightarrow b = -\frac{5}{4} = -2/5$$

$$\Rightarrow a - b = 1/5 - (-2/5) = 3/5$$



$$\begin{bmatrix} -5 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 5 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 6 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -1 \\ +1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +2 \\ -1 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

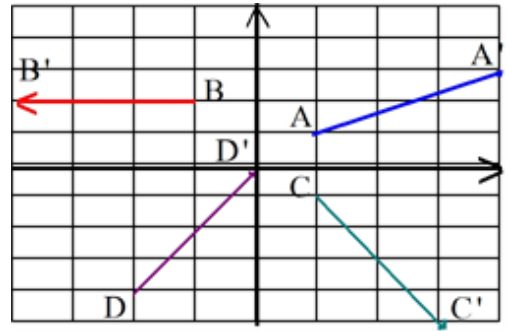
$$\begin{bmatrix} 5/5 \\ 8/5 \end{bmatrix}$$

$$\text{آب انبار شش بادگیر} = \begin{bmatrix} 7/5 \\ 4/5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 5 \\ -8 \\ -1 \\ 5 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 3 \\ 8 \\ 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 8 \\ 0 \\ 1 \\ 7 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} -6 \\ 9 \\ 3 \\ -2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 9 \\ -6 \\ -4 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \\ -1 \\ -5 \end{bmatrix}$$

مسجد مدد اسماعیل



۱۴

$$AA' = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix}$$

$$A + AA' = A'$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$BB' = \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$B + BB' = B'$$

$$\begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -2 \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$CC' = \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix}$$

$$C + CC' = C'$$

$$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ -4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$DD' = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix}$$

$$D + DD' = D'$$

$$\begin{bmatrix} -2 \\ -4 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 4 \\ -1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -6 \\ 6 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ 5 \end{bmatrix}$$

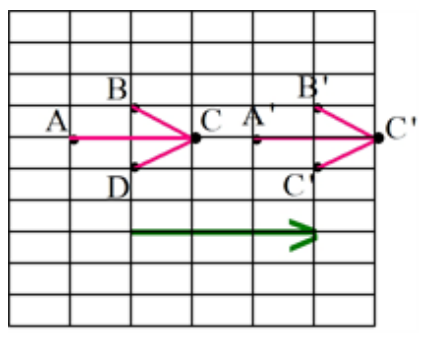
$$\begin{bmatrix} -2 \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -2 \\ -5 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 3 \\ -8 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -3 \\ 7 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$$

۱۵

نتیجه می‌گیریم هر نقطه‌ای با بردار معکوس به نقطه اول خود برمی‌گردد.

۱۶



۱۷

F	E	D	C	B	
۰	۱	-۳	-۴	۳	طول x
۲	-۳	-۲	۱	۰	عرض y
$\begin{bmatrix} 0 \\ 2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -2 \\ -2 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} -4 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 3 \\ 0 \end{bmatrix}$	مختصات [x, y]

۱۸

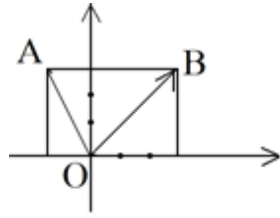
$$4x - 9 = -x + 1$$

$$5x = 10 \Rightarrow b = \begin{bmatrix} x-1 \\ -3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \end{bmatrix}$$

$$x = 2$$

گزینه‌ی ۱ پاسخ صحیح است.

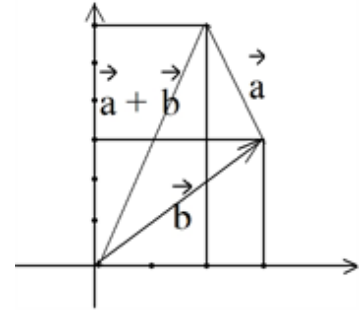
۱۹



$$A = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \end{bmatrix}$$

$$B = \begin{bmatrix} 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

(1) ۲۰



(۲)

$$yx = -۲ \begin{bmatrix} ۴ \\ ۸ \end{bmatrix} \Rightarrow yx = \begin{bmatrix} -۸ \\ -۱۶ \end{bmatrix} \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -۸ \\ -۱۶ \end{bmatrix} \div ۲ \Rightarrow x = \begin{bmatrix} -۴ \\ -۸ \end{bmatrix}$$

(۳)

۱	۱	۲	۳	۴
۲	۱	۲	۳	۴
۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴