

۱) چهار برابر مجموع دو عدد اول ۱۰۰ می‌باشد. آن دو عدد کدامند؟

۲) در غربال اعداد ۱ تا ۱۰۰:  
الف) اولین عددی که خط می‌خورد چند است؟  
ب) در این غربال مضارب کدام اعداد اول خط می‌خورند؟

۳) اول یا مرکب بودن اعداد زیر را مشخص کنید.

۱۲۱ و ۱۳۱ و ۱۴۱ و ۱۵۱

۴) در غربال اعداد ۱ تا ۱۳۰:  
الف) مضارب چند عدد خط می‌خورد؟ آنها را بنویسید.  
ب) کدام عدد زودتر از همه خط می‌خورد؟  
ج) آخرین عددی که خط می‌خورد کدام است؟

۵) الف) اول یا مرکب بودن عدد ۱۶۷ را با ارائه‌ی راه حل مشخص کنید.  
ب) ۳ عدد بنویسید که نسبت به عدد ۱۵ اول باشند.  
ج) ۲ عدد بنویسید که غیر از ۳ و ۷ شمارنده‌ی اول دیگری نداشته باشد.

۶) اعداد اول بین ۳۰ تا ۵۰ را بنویسید.

۷) عدد ۱۷ چند مضرب دارد؟ چند شمارنده دارد؟

۸) تساوی زیر را کامل کنید.

$$(۱۵, ۵) = [۲۱, ۲۸] = [۵, ۹] = (۷, ۱۱) =$$

۹) اعداد اول بین ۳۵ و ۵۰ را به روش غربال بنویسید.

۱۰) آیا عدد ۱۴۳ عددی اول است یا مرکب؟ چرا؟

۱۱) از روش غربال برای عددهای ۱ تا ۳۰۰ استفاده می‌کنیم؛ قبل از خط خوردن عدد ۲۸۹ کدام عدد خط خورده است؟

۲۹۹  ۴

۲۸۸  ۳

۲۵۳  ۲

۱۶۹  ۱

اختلاف یک عدد سه رقمی و مقلوبش برابر عدد مثبت A می‌باشد، این عدد به غیر از ۱ و A چند شمارنده قطعی خواهد داشت؟ (A سه رقمی است.)

- ۱ (۳)      ۲ (۴)      ۳ (۵)      ۴ (۶)

در روش غربال برای تعیین عددهای اول ۱ تا ۱۰۰ در بین عددهایی که به عنوان مضرب ۳ برای اولین بار خط می‌زنیم، کدام در یکان بیشتر دیده می‌شود؟

- ۱ (۱)      ۲ (۳)      ۳ (۷)      ۴ (۹)

چند عدد اول وجود دارد که جذرشان با خودشان برابر است؟

- ۱ (۱)      ۲ (۲)      ۳ (۳)      ۴ (صفر)

کدام گزینه جزء ویژگی‌های اعداد اول نیست؟

- ۱ نمی‌توان آن‌ها را به صورت ضرب دو عدد طبیعی بزرگتر از یک نوشت.  
 ۲ فقط یک شمارنده‌ی اول دارند.  
 ۳ فقط دو شمارنده دارند.  
 ۴ نسبت به همه‌ی اعداد اولند.

دو برابر مجموع اعداد اول یک رقمی منهای مجموع اعداد مرکب بین ۱۵ و ۲۰ برابر با کدام است؟

- ۱ (صفر)      ۲ (۱)      ۳ (۲)      ۴ (۳)

تعداد اعداد اول بین ۱۰ و ۳۰ برابر با کدام است؟

- ۱ (۴)      ۲ (۵)      ۳ (۶)      ۴ (۷)

در روش غربال برای تعیین اول یا مرکب بودن عدد ۴۷، کدام گزینه درست است؟

- ۱ عدد ۴۷ با مضرب‌های ۲ خط می‌خورد.  
 ۲ عدد ۴۷ با مضرب‌های ۳ خط می‌خورد.  
 ۳ عدد ۴۷ با مضرب‌های ۵ خط می‌خورد.  
 ۴ عدد ۴۷ اول است.

در الگوریتم غربال اعداد ۴۰۰ تا ۶۰۰، برای تعیین اعداد اول، کدام عدد دیرتر خط می‌خورد؟

- ۱ (۵۲۹)      ۲ (۳۷۷)      ۳ (۴۵۱)      ۴ (۵۲۷)

چند جفت عدد بزرگتر از ۳۰ و کوچکتر از ۴۰ می‌توانیم بنویسیم که نسبت به هم اول باشند؟

- ۱ (۵۲)      ۲ (۲۷)      ۳ (۱۴)      ۴ (۸)

در تجزیه‌ی عدد  $32^5$  به عوامل اول، چند عامل اول وجود دارد؟

- ۱ (۱)      ۲ (۵)      ۳ (۶)      ۴ (۲۵)

در الگوریتم غربال اعداد ۲۰۰ تا ۳۰۰، چهل و هفتمین عددی که خط می‌خورد کدام است؟

- ۱ (۲۹۸)      ۲ (۲۹۴)      ۳ (۲۹۲)      ۴ (۲۹۰)

تجزیه‌ی عدد  $x$  به صورت  $x = 2^a \times 3^b \times 5^c$  می‌باشد، اگر  $a + b = 3$ ،  $b + c = 4$  و  $a + c = 5$  باشد، تعداد شمارنده‌های عدد  $x$  کدام است؟

- ۱۸ (۱)      ۲۴ (۲)      ۲۰ (۳)      ۶ (۴)

نسبت تعداد شمارنده‌های  $A = 15 \times 18 \times 24$ ، به تعداد شمارنده‌های اول  $B = 17 \times 34 \times 121$  کدام است؟

- $\frac{50}{3}$  (۱)       $\frac{25}{3}$  (۲)       $\frac{17}{3}$  (۳)       $\frac{11}{3}$  (۴)

عدد سه‌رقمی  $\overline{abc} - \overline{cba}$  الزاماً بر کدام یک از گزینه‌های زیر بخش‌پذیر است؟

- ۵ (۱)      ۱۱ (۲)      ۱۳ (۳)      ۷ (۴)

علی می‌خواهد چند عدد اول کوچک‌تر از ۱۰۰ بنویسد. او از همهٔ رقم‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ استفاده می‌کند و هر یک را دقیقاً یک بار به کار می‌برد. کدام عدد حتماً در فهرست عددهای علی هست؟

- ۲ (۱)      ۵ (۲)      ۳۱ (۳)      ۴۱ (۴)      ۵۳ (۵)

اگر  $a$  و  $b$  دو عدد اول متمایز باشند، حاصل کدام گزینه حتماً عددی مرکب است؟

- $a + b$  (۱)       $a - b$  (۲)       $a \times b$  (۳)       $\frac{a}{b}$  (۴)

کدام جمله صحیح است؟

- ۱ (۱) ۷۷ عددی اول است.      ۲ (۲) ۹۱ عددی مرکب است.  
۳ (۳)  $-5^2 \notin Z$       ۴ (۴) تمام اعداد اول، فرد هستند.

حاصل عبارت  $(17, 19)^{(171919)}$  کدام است؟

- ۱ (۱)  $3^{223^1}$       ۲ (۲)  $2^{12^1}$       ۳ (۳)  $3^{13^1}$       ۴ (۴) ۱

اگر میانگین کلاس A،  $17/5$  و میانگین کلاس B برابر  $16/5$  باشد، میانگین کل کدام است؟

- ۱۷ (۱)       $16/5$  (۲)       $17/5$  (۳)      ۱۶ (۴)

$$4(x + y) = 100 \rightarrow x + y = 25 \rightarrow x = 2 \text{ و } y = 23$$

۱

الف) ۱

۲

۱۲۱ (مركب)

۱۳۱ (اول)

۱۴۱ (مركب)

۱۵۱ (اول)

۳

ج) عدد ۱۲۱

ب) عدد ۱

الف) عدد ۵ - ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱

۴

الف) با تقسیم بر اعداد ۲، ۳، ۵، ۷ و ۱۱ مشخص می‌شود عدد ۱۶۷ عدد اول است.

ب) ۴، ۸، ۱۶، ۳۲ و ...

ج) ۲۱، ۶۳، ۱۴۳ و ...

۵

{ ۳۱، ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷ }

۶

عدد ۱۷ بی‌شمار مضرب دارد و تنها ۲ شمارنده دارد.

۷

$$(15, 5) = 5 \quad [21, 28] = 84 \quad [5, 9] = 45 \quad (7, 11) = 1$$

۸

{ ۳۷، ۴۱، ۴۳، ۴۷ }

۹

۲۵، ۲۶، ۳۷، ۳۸، ۳۹، ۴۰، ۴۱، ۴۲، ۴۳، ۴۴، ۴۵، ۴۶، ۴۷، ۴۸، ۴۹، ۵۰

مركب است  $\sqrt{143} \approx 11/\dots \rightarrow 2, 3, 5, 7, 11$

۱۰

$$143 = 11 \times 13$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. چون جذر عدد ۲۸۹ مساوی ۱۷ است پس عدد قبل از ۲۸۹ با مضارب ۱۳ خط می‌خورد و آخرین

۱۱

$$13 \times 23 = 299$$

مضرب ۱۳ است و عبارت هستند از:

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. عدد  $\overline{abc}$  را در نظر بگیرید، مقلوب آن برابر  $\overline{cba}$  می‌باشد، حال اختلاف این دو عدد با توجه

۱۲

به گسترده شدن آن‌ها برابر است با:

$$A = \overline{Abc} - \overline{cba} = (100a + 10b + c) - (100c + 10b + a) = 99a - 99c = 99(a - c)$$

۳، ۹، ۱۱، ۳۳، ۹۹

یعنی عدد مثبت A به غیر از ۱ و خودش بر ۹۹ و شمارنده‌های آن بخش‌پذیر است. یعنی:

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. عددهایی که با مضرب ۳ برای اولین بار در غربال ۱ تا ۱۰۰ خط می‌خورند، عبارت‌اند از:

۱۳

۹، ۱۵، ۲۱، ۲۷، ۳۳، ۳۹، ۴۵، ۵۱، ۵۷، ۶۳، ۶۹، ۷۵، ۸۱، ۸۷، ۹۳، ۹۹

رقم ۹، ۴ بار در یکان تکرار شده است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. هیچ عدد اولی وجود ندارد، یادمان باشد ۱ عدد اول نیست.

۱۴

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. نسبت به مضارب خود اول نیستند.

۱۵

اعداد اول یک رقمی : ۲, ۳, ۵, ۷

$$\Rightarrow \text{مجموع} = ۲ + ۳ + ۵ + ۷ = ۱۷$$

$$\text{دو برابر مجموع} = ۲ \times ۱۷ = ۳۴$$

اعداد مرکب بین ۱۵ و ۲۰ : ۱۶, ۱۸  $\rightarrow ۱۶ + ۱۸ = ۳۴$ 

پس:

$$۳۴ - ۳۴ = ۰$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. اعداد اول بین ۱۰ تا ۳۰ عبارت است از: ۱۷

۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. روش غربال را به صورت زیر برای تعیین اعداد اول بین ۱ تا ۴۷ اعمال می‌کنیم. ۱۸

۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰
۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰
۳۱	۳۲	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷			

پس اعداد ۲, ۳, ۵, ۱۱, ۱۳, ۱۷, ۱۹, ۲۳, ۲۹, ۳۱, ۳۷, ۴۱, ۴۳ و ۴۷ اول‌اند.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. اعداد همگی گزینه‌ها را تجزیه می‌کنیم: ۱۹

بررسی گزینه‌ها:

۱)  $۵۲۹ = ۲۳ \times ۲۳ \Rightarrow$  با مضارب ۲۳ خط می‌خورد.

۲)  $۳۷۷ = ۱۳ \times ۲۹ \Rightarrow$  با مضارب ۱۳ خط می‌خورد.

۳)  $۴۵۱ = ۴۱ \times ۱۱ \Rightarrow$  با مضارب ۱۱ خط می‌خورد.

۴)  $۵۲۷ = ۱۷ \times ۳۱ \Rightarrow$  با مضارب ۱۷ خط می‌خورد.

پس عدد ۵۲۹ از همه دیرتر خط می‌خورد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. با استفاده از تفکر نظام‌دار می‌توانیم اعداد نسبت به هم اول در این فاصله را بنویسیم: ۲۰

(۳۱, ۳۲), (۳۱, ۳۳), (۳۱, ۳۴), (۳۱, ۳۵), (۳۱, ۳۶), (۳۱, ۳۷), (۳۱, ۳۸), (۳۱, ۳۹)

(۳۲, ۳۳), (۳۲, ۳۵), (۳۲, ۳۷), (۳۲, ۳۹)

(۳۳, ۳۴), (۳۳, ۳۵), (۳۳, ۳۷), (۳۳, ۳۸)

(۳۴, ۳۵), (۳۴, ۳۷), (۳۴, ۳۹)

(۳۵, ۳۶), (۳۵, ۳۷), (۳۵, ۳۸), (۳۵, ۳۹)

(۳۶, ۳۷)

(۳۷, ۳۸), (۳۷, ۳۹)

(۳۸, ۳۹)

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. برای تجزیه‌ی  $۳۲^۵$  به عوامل اول فقط کفایست ۳۲ را تجزیه کنیم که می‌شود:  $۳۲ = ۲^۵$  ۲۱

می‌بینیم که تنها عامل اول موجود در تجزیه، عدد ۲ می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. ابتدا مضارب عدد ۲ خط می‌خورند، یعنی اعداد:

$$200, 202, 204, \dots, 300$$

(۱) (۲) (۳)

$$\text{تعداد: } \frac{300 - 200}{2} + 1 = 51$$

تعداد اعدادشان ۵۱ می‌باشد پس یکی از اعداد مضارب ۲ بوده که الگوی آن را به دست می‌آوریم:

$$2n + 198$$

$$2 \times 47 + 198 = 292$$

چهل و هفتمین عددی که خط می‌خورد، عدد ۲۹۲ است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x = 2^a \times 3^b \times 5^c$$

$$a + b = 3$$

$$b + c = 4$$

$$a + c = 5$$

$$\frac{a+c=5}{2a+2b+2c=12} \Rightarrow \underbrace{a+b+c=6}_3 \Rightarrow c=3$$

$$\underbrace{a+c+b=6}_5 \Rightarrow b=1$$

$$a+\underbrace{b+c=6}_4 \Rightarrow a=2$$

$$x = 2^2 \times 3^1 \times 5^3$$

$$x \text{ تعداد شمارنده‌های } (2+1)(1+1)(3+1) = 3 \times 2 \times 4 = 24$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. ابتدا  $A$  و  $B$  را تجزیه می‌کنیم:

$$A = 15 \times 18 \times 24 = 3 \times 5 \times 9 \times 2 \times 8 \times 3 = 2^4 \times 3^4 \times 5^1$$

$$B = 17 \times 34 \times 121 = 17 \times 2 \times 17 \times 11 \times 11 = 2 \times 11^2 \times 17^2$$

$$A \text{ های شمارنده } (4+1)(4+1) = 50$$

$$B \text{ تا } 3 \Rightarrow 2, 11, 17 \text{ های شمارنده}$$

$$\frac{\text{تعداد شمارنده های } A}{\text{تعداد شمارنده های اول } B} = \frac{50}{3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\overline{abc} - \overline{cba} = 100a + 10b + c - (100c + 10b + a)$$

$$\Rightarrow 100a + \cancel{10b} + c - 100c - \cancel{10b} - a - 99a - 99c = 99(a - c) = 9 \times 11 \times (a - c)$$

عدد حاصل الزاماً بر ۳ یا ۹ یا ۱۱ بخش پذیر است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ۴ عددی زوج و غیر اول است، پس خودش به تنهایی نمی‌تواند نوشته شود و باید در یک عدد دورقمی به کار برود. از طرفی نمی‌تواند رقم یکان باشد (چون زوج است و هیچ عدد زوج دو رقمی اولی وجود ندارد). پس علی باید ۴ را در یک عدد اول دو رقمی و در جایگاه دهگان استفاده کند. سه عدد دو رقمی اول با دهگان ۴ داریم: ۴۱، ۴۳ و ۴۷. بین رقم‌های مسئله، ۷ وجود ندارد. پس علی یا باید ۴۱ را بنویسد یا ۴۳ را. اگر ۴۳ را بنویسد، نمی‌تواند ۱ را به تنهایی بنویسد، چون ۱ اول نیست. با رقم‌هایی که در صورت مسئله آمده، تنها عددهای دو رقمی اول با رقم یک، ۴۱، ۴۳، ۱۱ و ۳۱ هستند. نمی‌توان هیچ‌یک از این عددها را نوشت، چون رقم‌های ۳ و ۴ قبلاً برای نوشتن ۴۳ استفاده شده‌اند. پس اگر علی عدد ۴۳ را بنویسد، نمی‌تواند رقم ۱ را در هیچ عددی استفاده کند. ولی اگر ۴۱ را بنویسد، می‌تواند از بقیه رقم‌ها به این شکل استفاده کند: ۴۱، ۲، ۳، ۵ یا ۴۱، ۲، ۳، ۵ یا ۴۱، ۲، ۳، ۵، ۲ یا ۴۱، ۲، ۳، ۵، ۲.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. در گزینه «۳»، عدد موردنظر همواره به  $a$  و  $b$  بخش‌پذیر خواهد بود. پس علاوه بر این‌که  $a \times b$  و ۱ شمارنده آن عدد هستند،  $a$  و  $b$  دو شمارنده دیگر به حساب می‌آیند. پس  $a \times b$  همواره مرکب است. بررسی سایر گزینه‌ها:

گزینه «۱»: اگر  $a = 2$  و  $b = 5$  باشد،  $a + b = 7$  اول است.

گزینه «۲»: اگر  $a = 7$  و  $b = 2$  باشد،  $a - b = 5$  اول است.

گزینه «۴»: حال  $\frac{a}{b}$  عددی طبیعی نیست، بنابراین مرکب هم نمی‌تواند باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ۹۱ بر ۷ و ۱۳ بخش‌پذیر است پس مرکب است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. ب م م ۱۷ و ۱۹ عدد ۱ است و نسبت به هم اول‌اند. و عدد ۱ به هر توانی برسد همان ۱ است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. زیرا میانگین باید عددی بین  $\frac{16}{5}$  و  $\frac{17}{5}$  باشد که فقط گزینه ۱ این خصوصیت را دارد.

۱۱	۱	۲	۳	۴	
۱۲	۱	۲	۳	۴	
۱۳	۱	۲	۳	۴	
۱۴	۱	۲	۳	۴	
۱۵	۱	۲	۳	۴	
۱۶	۱	۲	۳	۴	
۱۷	۱	۲	۳	۴	
۱۸	۱	۲	۳	۴	
۱۹	۱	۲	۳	۴	
۲۰	۱	۲	۳	۴	
۲۱	۱	۲	۳	۴	
۲۲	۱	۲	۳	۴	
۲۳	۱	۲	۳	۴	
۲۴	۱	۲	۳	۴	
۲۵	۱	۲	۳	۴	
۲۶	۱	۲	۳	۴	۵
۲۷	۱	۲	۳	۴	
۲۸	۱	۲	۳	۴	
۲۹	۱	۲	۳	۴	
۳۰	۱	۲	۳	۴	