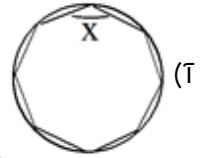


۱ با توجه به شکل، مقدار زاویه‌های مشخص شده را به دست آورید.



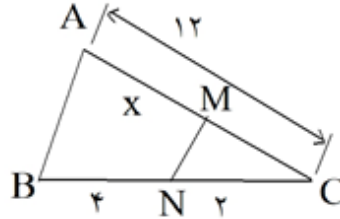
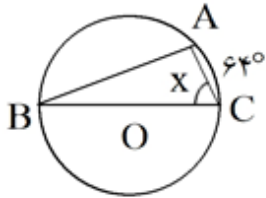
(ب)



هشت ضلعی منتظم

۲ در هر یک از شکل‌های زیر مقدار x را به دست آورید. (با راه حل)

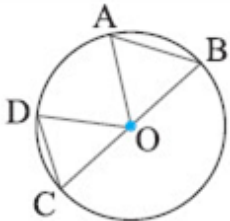
(MN موازی AB است)



(۲) (۳)

(۱)

۳ در دایره‌ی زیر اگر  $CD = AB$  و  $\widehat{AOD} = 70^\circ$  باشد، اندازه‌ی زاویه‌ی B چند درجه است؟ (CB قطر دایره است.)



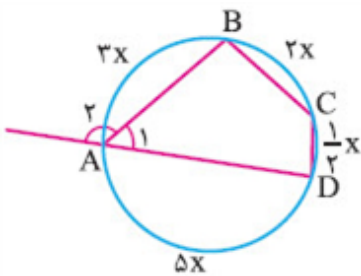
۵۵ (۳)

۶۵ (۲)

۶۲/۵ (۱)

۷۰/۵ (۴)

۴ در شکل مقابل،  $\widehat{A_2}$  تقریباً چند درجه است؟



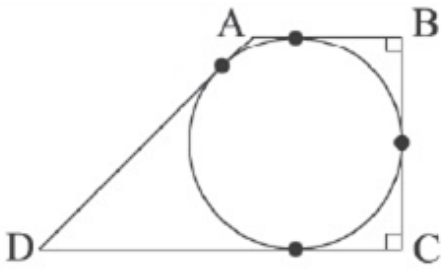
۱۴۲/۵ (۴)

۱۱۲/۵ (۳)

۱۳۷/۵ (۲)

۱۱۰ (۱)

۵ در شکل زیر اگر مساحت دایره برابر  $25\pi$  باشد و  $\overline{AB} = 7$  و مساحت ذوزنقه  $120$  باشد، اندازه ضلع  $\overline{AD}$  کدام است؟ (هر چهار ضلع ذوزنقه بر دایره مماس هستند.)



۱۶ (۴)

۱۴ (۳)

۱۲ (۲)

۸ (۱)

۶ از نقطه A به فاصله  $2r$  از مرکز دایره‌ای به شعاع ۲ دو مماس بر دایره رسم کرده‌ایم، اندازه زاویه  $\widehat{A}$  چقدر است؟

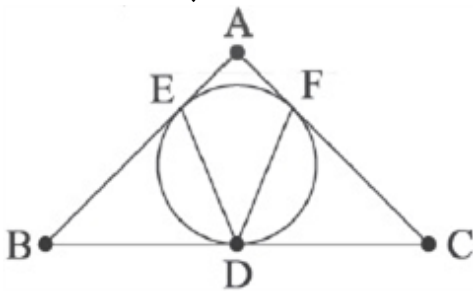
۹۰ (۴)

۳۰ (۳)

۶۰ (۲)

۴۵ (۱)

۷ در شکل داده شده، ضلع‌های مثلث بر دایره مماس هستند. اگر  $\widehat{A} = 80^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $\widehat{EDF}$  چند است؟



۴ نمی‌توان تعیین کرد.

۸۰ (۳)

۷۰ (۲)

۵۰ (۱)

۸ در دایره‌ای به شعاع ۳ سانتی‌متر، وترى به طول ۴ واحد رسم شده است. فاصله‌ی مرکز دایره از این وتر چه قدر است؟

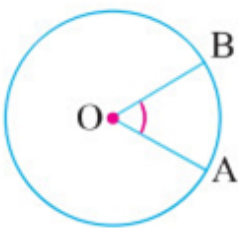
$\sqrt{5}$  (۴)

۱ (۳)

$\sqrt{3}$  (۲)

۲ (۱)

۹ شکل زیر دایره‌ای به شعاع ۴ سانتی‌متر را نشان می‌دهد که در آن  $\widehat{AOB} = 60^\circ$  می‌باشد. طول کمان  $\widehat{AB}$  برابر با چند سانتی‌متر است؟ ( $\pi \approx 3$ )



۸ (۴)

۱۲۰ (۳)

۴ (۲)

۶۰ (۱)

۱۰ در کدامیک از حالت‌های زیر خط و دایره دارای دو نقطه‌ی مشترک هستند؟

۲ قطر دایره ۷ و فاصله‌ی خط و دایره  $3/5$

۱ قطر دایره ۷ و فاصله‌ی خط و دایره ۷

۴ قطر دایره ۷ و فاصله‌ی خط و دایره ۱

۳ قطر دایره ۷ و فاصله‌ی خط و دایره ۱۴

اندازهی هر زاویه‌ی یک ۱۵ ضلعی منتظم محاط در یک دایره چه قدر است؟

۱۱

۱۲۰° ۴

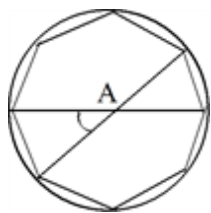
۱۰۸° ۳

۱۵۶° ۲

۱۴۴° ۱

در شکل زیر هشت ضلعی منتظم است. اندازهی زاویه‌ی A چند درجه است؟

۱۲



۷۲° ۴

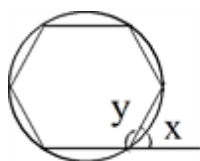
۴۵° ۳

۶۰° ۲

۳۰° ۱

در شش ضلعی منتظم روبرو مقدار زاویه‌ی x چه قدر است؟

۱۳



۷۵° ۴

۶۰° ۳

۴۵° ۲

۳۰° ۱

ب)  $360 - 86 = 274^\circ$

$$y = \frac{274^\circ}{2} = 137^\circ$$

1) اندازه‌ی هر کمان  $360 \div 8 = 45$

$$x = \frac{6 \times 45}{2} = 135^\circ$$

$$\frac{2}{6} = \frac{MC}{12} \Rightarrow MC = \frac{12 \times 2}{6} = 4 \Rightarrow x = AM \Rightarrow AM = 12 - 4 \Rightarrow AM = 8 \Rightarrow x = 8$$

(1) 2

(2)

در مثلث  $\triangle ABC$   $\widehat{BC} = 180^\circ \Rightarrow \widehat{A} = 90^\circ$  و  $\widehat{AC} = 64^\circ \Rightarrow \widehat{B} = 32^\circ \xrightarrow{\text{در مثلث } \triangle ABC} x = \widehat{C} = 180^\circ - 90^\circ - 32^\circ = 58^\circ$

اندازه‌ی هر کمان  $= \frac{360}{8} = 45 \Rightarrow 6 \times 45 = 270 \Rightarrow x = \frac{270}{2} = 135^\circ$  (3)

گزینه 1 پاسخ صحیح است. ضلع‌های  $OA, OB, OC, OD$  همگی با هم برابر هستند، چون شعاع دایره هستند.

2

$$\begin{cases} OB = OC \\ OA = OD \\ AB = CD \end{cases} \xrightarrow{\text{(ض ض ض)}} \triangle OAB \cong \triangle ODC \Rightarrow \widehat{DOC} = \widehat{AOB}$$

$$\xrightarrow{\widehat{AOD} = 70^\circ} \widehat{DOC} = \widehat{AOB} = \frac{180^\circ - 70^\circ}{2} = 55^\circ$$

$$\widehat{B} = \frac{180^\circ - 55^\circ}{2} = \frac{125^\circ}{2} = 62/5^\circ$$

گزینه 2 پاسخ صحیح است. می‌دانیم مجموع کمان‌های تشکیل‌دهنده‌ی یک دایره  $360$  درجه است:

4

$$2x + \frac{1}{2}x + 5x + 3x = 360^\circ \Rightarrow \frac{21}{2}x = 360^\circ \Rightarrow x = \frac{2 \times 360^\circ}{21} = \frac{240^\circ}{7} \approx 34^\circ$$

$$\widehat{A}_1 = \frac{\widehat{BD}}{2} = \frac{2x + \frac{1}{2}x}{2} = \frac{5}{4}x \approx \frac{5}{4}(34^\circ) = \frac{170^\circ}{4} = 42/5^\circ$$

$$\widehat{A}_2 = 180^\circ - 42/5^\circ = 137/5^\circ$$

$$S = 25\pi \Rightarrow \pi r^2 = 25\pi \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

$$\overline{BC} = 2 \times 5 = 10 \text{ و } S_{ABCD} = \frac{(\overline{AB} + \overline{DC}) \times \overline{BC}}{2} = 120$$

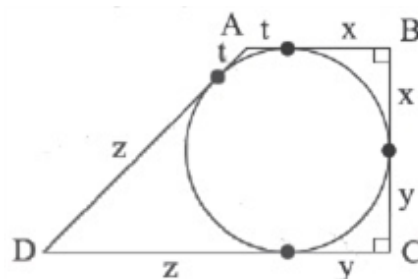
$$\Rightarrow (7 + \overline{DC}) \times 10 = 240 \Rightarrow 7 + \overline{DC} = 24 \Rightarrow \overline{DC} = 17$$

می‌دانیم از یک نقطه خارج دایره، طول و مماس بر دایره برابرند. پس روی شکل مماس‌های برابر را با  $x, y, z, t$  نام‌گذاری می‌کنیم. داریم:

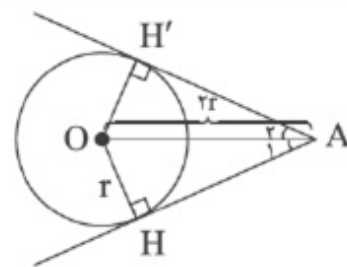
$$DC = 17 \Rightarrow z + y = 17$$

$$AB = 7 \Rightarrow x + t = 7$$

$$\begin{cases} x=5 \\ y=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t=2 \\ z=12 \end{cases}$$



گزینه ۲ پاسخ صحیح است.



مثلث  $\triangle OAH$  قائم‌الزاویه است و ضلع روبرو به زاویه  $\widehat{A}_1$  نصف وتر یعنی  $\widehat{A}_1 = 30^\circ$  است و  $\widehat{A}_2 = 30^\circ$  است. پس  $\widehat{A} = 60^\circ$  است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم از یک نقطه خارج دایره، طول دو مماس بر دایره برابرند.

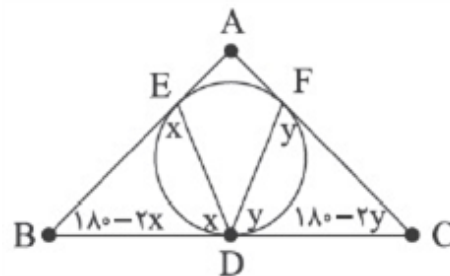
$$\overline{BE} = \overline{BD} \Rightarrow \widehat{BDE} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{E} = x$$

$$\overline{CD} = \overline{CF} \Rightarrow \widehat{DFC} \Rightarrow \widehat{D} = \widehat{F} = y$$

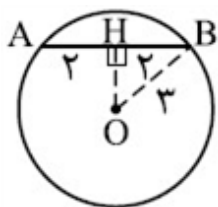
$$\widehat{ABC} : \widehat{A} + \widehat{B} + \widehat{C} = 180 \Rightarrow 180 + 180 - 2x + 180 - 2y = 180$$

$$260 = 2x + 2y \Rightarrow 130 = x + y^*$$

$$\widehat{EDF} = 180 - (x + y) \rightarrow \widehat{EDF} = 180 - 130 = 50$$



گزینه ۴ پاسخ صحیح است. از راهبرد رسم شکل استفاده می‌کنیم. در مثلث قائم‌الزاویه  $\triangle OHB$  داریم:



$$OB^2 = BH^2 + OH^2 \Rightarrow 5^2 = 4^2 + OH^2 \Rightarrow 5^2 - 4^2 = OH^2$$

$$9 - 16 = OH^2 \Rightarrow 5 = OH^2 \Rightarrow OH = \sqrt{5}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. در هر دایره اگر کمان AB را داشته باشیم، رابطه‌ی زیر برقرار است:

$$\frac{\text{اندازه ی کمان } AB}{360^\circ} = \frac{\text{طول کمان } AB}{\text{محیط دایره}} \Rightarrow \frac{60}{360} = \frac{\text{طول کمان } AB}{8 \times \pi} \Rightarrow \frac{1}{6} = \frac{\text{طول کمان } AB}{8 \times 3}$$

$$\Rightarrow \text{طول کمان } AB = \frac{24}{6} = 4 \text{ cm}$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. وقتی قطر دایره ۷ است، یعنی شعاع دایره  $3\frac{1}{2}$  می‌باشد. پس برای این‌که خط و دایره در دو نقطه مشترک باشند، باید فاصله‌ی خط و دایره از  $3\frac{1}{2}$  کمتر باشد که گزینه‌ی (۴) این ویژگی را دارد.

$$\frac{(n - 2) \times 180}{n} = \frac{13 \times 180}{15} = 13 \times 12 = 156^\circ$$

گزینه‌ی ۲ پاسخ صحیح است.

$$360 \div 8 = \frac{360}{8} = \frac{90}{2} = 45^\circ$$

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است.

چون زاویه‌ی A مرکز است و هر زاویه‌ی مرکزی برابر کمان مقابل  $45^\circ$  صحیح است، چون دایره‌ی  $360^\circ$  به وسیله‌ی ۸ ضلعی به کمان‌های  $45^\circ$  تقسیم شده است.

گزینه‌ی ۳ پاسخ صحیح است. هر گاه در دایره‌ای شش ضلعی منتظم محاط شود، آنگاه ۶ کمان مساوی (هر کدام ۶۰ درجه) ایجاد شود. زاویه  $y$  روبه‌رو ۴ کمان  $60^\circ$  قرار گرفته است:

$$\hat{y} = \frac{4 \times 60}{2} = 120^\circ \Rightarrow \hat{x} = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ$$

۳	۱	۲	۳	۴
۴	۱	۲	۳	۴
۵	۱	۲	۳	۴
۶	۱	۲	۳	۴
۷	۱	۲	۳	۴
۸	۱	۲	۳	۴
۹	۱	۲	۳	۴
۱۰	۱	۲	۳	۴
۱۱	۱	۲	۳	۴
۱۲	۱	۲	۳	۴
۱۳	۱	۲	۳	۴