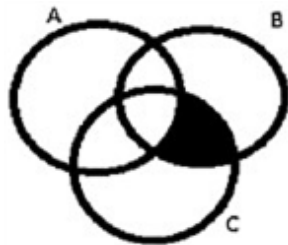
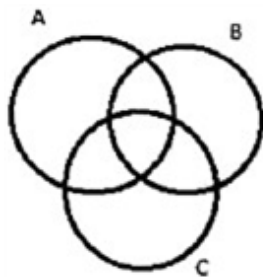


۱ اگر  $A = \{x | x \in \mathbb{N}, x \leq 4\}$  و  $B = \{x | x \in A\}$  باشد، عضوهای مجموعه  $A \cap B$  را بنویسید.



۲ نمودار زیر چه مجموعه‌ای را مشخص می‌کند؟



۳ مجموعه‌ی خواسته شده را هاشور بزنیید.

$$B - (C \cup A)$$

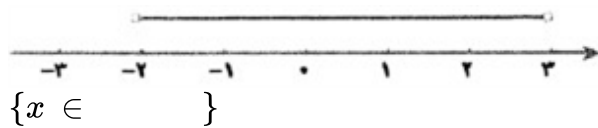
۴ عبارت‌های مقابل را بدون استفاده از قدرمطلق بنویسید.

$$\begin{aligned} |2\sqrt{5} - 4| &= \\ \left| \frac{0}{3^4} - \frac{0}{3^3} \right| &= \end{aligned}$$

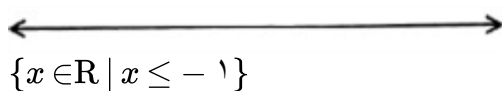
$$|ab| = |a| |b|$$

۵ عبارت مقابل را به صورت کلامی بنویسید.

۶ با توجه به محور، مجموعه‌ی متناظر را بنویسید.



۷ مجموعه‌ی زیر را روی محور نمایش دهید.



۸ در پرتاب دو تاس آبی و قرمز احتمال این‌که مجموع دو عدد ۵ باشد را حساب کنید.

یک سکه را دو بار پرتاب می‌کنیم. احتمال این‌که حداقل یک بار پشت بیاید را حساب کنید.

۹

۱۰ الف) دو عدد گویا بین  $0/3$  و  $2/5$  بنویسید.

ب) دو عدد گنگ بین  $2/2$  و  $\sqrt{5}$  بنویسید.

۱۱ مجموعه‌های زیر را با نماد ریاضی نمایش دهید.

$$A = \{20, 24, 28, 30\} = \{\}$$

$$B = \{-7, -6, -5, \dots\} = \{\}$$

۱۲ هریک از مجموعه‌های زیر را با نوشتن اعضایش مشخص کنید.

$$A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 1\} = \{\}$$

$$B = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{\}$$

۱۳ علامت  $\in$  یا  $\notin$  را در جای مناسب قرار دهید.

$$0/\sqrt{1} \square \mathbb{Q} \quad 0 \square \mathbb{W} - \mathbb{N} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \square \mathbb{Q} \quad \pi \square \mathbb{R} - \mathbb{Q}$$

۱۴ مقدار  $x$  و  $y$  را طوری به دست آورید که دو مجموعه  $A = \{9\}$  و  $B = \{5x - 1, y + 2\}$  مساوی باشند.

۱۵ اگر  $A = \{2, 7, 8, 11\}$  و  $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 3\}$  باشد، تساوی‌ها را کامل کنید.

$$A - (A \cap B) = \{\}$$

$$n(A \cap B) =$$

۱۶ عبارت‌های زیر را کامل کنید.  
الف) اجتماع مجموعه‌ی اعداد گویا و اعداد ..... را مجموعه‌ی اعداد حقیقی می‌نامند.

ب) یک مجموعه‌ی ..... عضوی دارای  $4^{12}$  زیرمجموعه است.

ج) اگر  $a < 0$  باشد، آن‌گاه  $a + |a|$  برابر با ..... می‌باشد.

د)  $|-1 - \sqrt{5}|$  از  $|\frac{10}{3}|$  ..... است.

۱۷ کدام عبارت درست و کدام نادرست است؟

الف) هر عدد گویا یک عدد صحیح است.

ب) مجموعه  $\{x \in \mathbb{W} \mid x \leq 0\}$  دارای یک زیرمجموعه است.

ج) اگر  $a < 0$  و  $b > 0$  باشد آن‌گاه  $|a - b| = a - b$ .

د) مجموعه اعداد گویا را نمی‌توان با نوشتن عضوهایش نشان داد.

۱۸ کدامیک از مجموعه‌های زیر باپایان و کدامیک بی‌پایان است؟

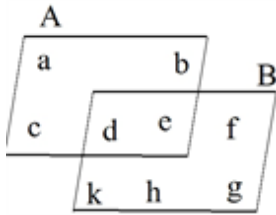
مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد.

مجموعه‌ی اعداد صحیح زوج.

مجموعه‌ی اعداد اول زوج.

۱۹ با توجه به شکل روبه‌رو هر کدام از احکام زیر که درست است با نماد  $\surd$  و هر کدام نادرست است با نماد  $\times$  مشخص کنید.

$$g \notin B, k \notin B, h \notin B, c \in A, e \in A, d \in B, e \notin B, d \notin B$$



۲۰ می‌دانیم که  $1 \in A$  و همچنین هر عددی که عضو  $A$  باشد، هم دو برابر و هم دو واحد کم‌تر از آن، عضو مجموعه‌ی  $A$  هستند، کدام عدد عضو مجموعه‌ی  $A$  نمی‌تواند باشد؟

- ۱) ۲۰۲۱      ۲) ۱۴۰۰      ۳) -۱۴۰۰      ۴) -۲۰۲۱

۲۱ کدام یک از مجموعه‌های زیر، مجموعه‌ای یکتا را مشخص نمی‌کند؟ (در تمامی گزینه‌ها منظور از شمارنده، شمارنده‌های طبیعی است.)

- ۱) مجموعه‌ی شامل ۶ شمارنده‌ی زوج عدد ۹۰  
 ۲) مجموعه‌ی شامل ۳ شمارنده‌ی اول عدد ۹۰  
 ۳) مجموعه‌ش شامل ۶ شمارنده‌ی کوچک‌تر از ۴۵ عدد ۹۰  
 ۴) مجموعه‌ی شامل ۶ شمارنده‌ی مضرب ۵ عدد ۹۰

۲۲ کدام گزینه درست است؟

- ۱)  $x \in \{\{x, y\}, \{x, \{x\}\}\}$   
 ۲)  $x \in \{\{x\}\}$   
 ۳)  $\{x\} \subseteq \{x, \{x\}\}$   
 ۴)  $\{x\} \subseteq \{\{x\}, \{a, x\}\}$

۲۳ مجموعه‌ی  $A = \{\{a, \{a+a\}, \{a+a+a\}, \dots, \underbrace{\{a+\dots+a\}}_{66}\}\}$  چند عضوی است؟

- ۱) ۱      ۲) ۲      ۳) ۶۴      ۴) بی‌شمار

۲۴ در عبارت زیر به جای  $x$  و  $y$  چه اعدادی بنویسیم تا مجموعه‌ی حاصل، برابر تهی باشد؟ «مجموعه‌ی تمام اعداد طبیعی زوج بزرگ‌تر از  $x$  و کوچک‌تر از  $y$ »

- ۱)  $x = -۴, y = ۴$   
 ۲)  $x = -۲, y = ۲$   
 ۳)  $x = ۰, y = ۱۰$   
 ۴)  $x = ۳۷, y = ۳۹$

۲۵ اگر  $a$  یک عدد گویای بین صفر و یک باشد، کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی  $\{a^۰, a^۱, a^۲, a^۳, \dots, a^{۱۰۰}\}$  کدام است؟

- ۱)  $a^۰$       ۲)  $a^۱$       ۳)  $a^{۱۰۰}$       ۴) قابل تشخیص نیست.

۲۶ اگر  $x \in \mathbb{Z}$  باشد، آن‌گاه کدام‌یک از گزینه‌های زیر صحیح است؟

۲  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$  ها

۱  $\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$  ها

۴  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$  ها

۳  $-\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$  ها

۲۷ کدام رابطه درست است؟

۲  $\mathbb{N} \in \mathbb{Z}$

۱  $\sqrt{2} \in \mathbb{Q}$

۴  $\{\} \in \mathbb{N}$

۳  $\frac{61}{92} \in \left\{ \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \dots \right\}$

۲۸ مجموعه‌ی  $\{8, 27, 64, \dots, 8000\}$  چند عضو دارد؟

۴ ۲۵

۳ ۲۰

۲ ۱۹

۱ ۱۵

۲۹ اگر  $A, B, C$  سه مجموعه و  $C \subseteq B \subseteq A$  باشد، مجموعه  $C \cap (A - B)$  کدام است؟

۴  $\emptyset$

۳  $C$

۲  $B$

۱  $A$

۳۰ مجموعه‌ی  $A = \{-5, -2, 1, \dots, 145\}$  چند عضو دارد؟

۴ ۱۵۱

۳ ۵۱

۲ ۱۴۵

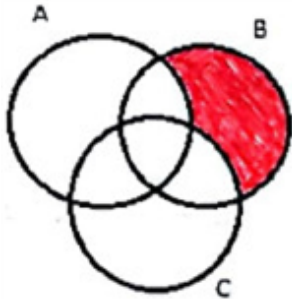
۱ ۱۵۰

$$A = \{1, 2, 3, 4\}$$

$$B = \{2(1), 2(2), 2(3), 2(4)\} = \{2, 4, 6, 8\}$$

$$A \cap B = \{2, 4\}$$

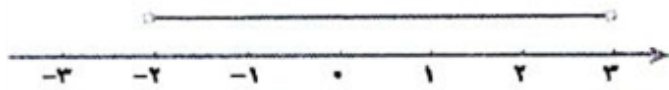
$$(B \cap C) - A$$



$$\left| \sqrt{2\sqrt{5} - 4} \right| = 2\sqrt{5} - 4$$

$$\left| \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^3} \right| = -\left( \frac{1}{3^4} - \frac{1}{3^3} \right) = \frac{1}{3^3} - \frac{1}{3^4}$$

قدرمطلق حاصل ضرب دو عدد، مساوی با حاصل ضرب قدرمطلق آنها است.



$$\{x \in \mathbb{R} \mid -2 < x < 2\}$$



$$\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -1\}$$

$$n(S) = 6 \times 6 = 36$$

$$(1, 4), (4, 1), (2, 3), (3, 2)$$

$$P(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$$

۱

۲

۳

۴

۵

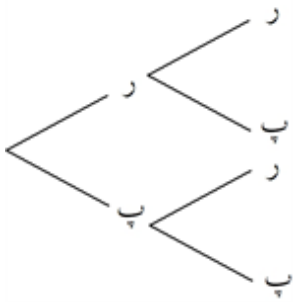
۶

۷

۸

$$n(s) = 2 \times 2 = 4$$

$$P(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{2}{4}$$



الف)  $\frac{2}{5}, \frac{3}{10}$

$$\frac{4}{10}, \frac{3}{10} \times \frac{2}{5} \rightarrow \frac{9}{30} < \frac{10}{30} < \frac{11}{30} < \frac{12}{30}$$

ب)  $(2/2)^2 = 4/84$

$$\sqrt{4/84} < \sqrt{4/87} < \sqrt{4/93} < \sqrt{5}$$

$$A = \{20, 24, 28, 32\} = \{4x \mid x \in \mathbb{N}, 5 \leq x \leq 8\}$$

$$B = \{-7, -6, -5, \dots\} = \{x \mid x \in \mathbb{Z}, -8 < x\}$$

$$A = \{x^2 - 1 \mid x \in \mathbb{Z}, -2 < x \leq 1\} = \{0, -1\}$$

$$B = \{3^x \mid x \in \mathbb{N}\} = \{3, 9, 27, \dots\}$$

$$0/\sqrt{1} \in \mathbb{Q} \quad 0 \in \mathbb{W} - \mathbb{N} \quad \frac{\sqrt{3}}{2} \notin \mathbb{Q} \quad \pi \in \mathbb{R} - \mathbb{Q}$$

$$5x - 1 = 9 \Rightarrow x = 2$$

$$y + 2 = 9 \Rightarrow y = 7$$

$$B = \{1, 2\}$$

$$A - (A \cap B) = \{7, 8, 11\}$$

$$n(A \cap B) = 1$$

۱۰

۱۱

۱۲

۱۳

۱۴

۱۵

- ۱۴) کوچکتر
  - ۱۳) صفر
  - ۱۲) ۲۴
  - ۱۱) الف) گنگ
- ۱۵) درست
  - ۱۴) نادرست
  - ۱۳) نادرست
  - ۱۲) الف) نادرست

مجموعه‌ی اعداد طبیعی فرد. ← بی‌پایان ←  $\{1, 3, 5, \dots\}$   
 مجموعه‌ی اعداد صحیح زوج. ← بی‌پایان ←  $\{\dots, -2, 0, 2, 4, \dots\}$   
 مجموعه‌ی اعداد اول زوج. ← باپایان ←  $\{2\}$   
 تنها عدد اول زوج عدد ۲ می‌باشد.

$$g \notin B, k \notin B, h \notin B, c \in A, e \in A, d \in B, e \notin B, d \notin B$$

×   ×   ×   √   √   √   ×   ×

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. در این مجموعه هم ۱ و هم -۱ عضو آن می‌باشند.

حال با توجه به دو برابر شدن هر عضو و وجود ۲ واحد کم‌تر از آن، پس تمام عددهای صحیح زوج عضو مجموعه  $A$  خواهند بود. هم‌چنین اگر از عددهای زوج دو واحد کم کنیم باز هم زوج خواهند شد و هم‌چنین اگر از عدد -۱ دو واحد کم کنیم به همین ترتیب عددهای فرد منفی نیز در این مجموعه خواهند بود. بنابراین تنها اعدادی که در این مجموعه نیستند، اعداد فرد مثبت مانند عدد ۲۰۲۱ می‌باشد.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. مجموعه‌ی شمارنده‌های طبیعی عدد ۹۰ به شرح زیر است:

$$\{1, 2, 3, 5, 6, 9, 10, 15, 18, 30, 45, 90\}$$

بنابراین عدد ۹۰، ۱۰ شمارنده‌ی طبیعی کوچک‌تر از ۴۵ دارد و در نتیجه مجموعه‌ای شامل ۶ شمارنده‌ی کوچک‌تر از ۴۵ عدد ۹۰، مجموعه‌ی ای یکتا نیست.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

گزینه‌ی ۱ نادرست است چون مجموعه فقط ۲ عضو دار و هیچ کدام  $x$  نیست.  
 گزینه‌ی ۲ نادرست است چون این مجموعه فقط یک عضو دارد آن هم  $\{x\}$  می‌باشد نه  $x$ .  
 گزینه‌ی ۴ نادرست است چون  $\{x\}$  عضو آن مجموعه است نه زیرمجموعه‌اش.  
 گزینه‌ی ۳ درست است چون  $x$  عضو مجموعه است، پس  $\{x\}$  زیرمجموعه‌ی آن می‌باشد.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$A = \{\{a, \{a + a\}, \{a + a + a\}, \dots, \{a + \dots + a\}\}\}$$

$$A = \{\{a, \{2a\}, \{3a\}, \dots, \{64a\}\}\}$$

مجموعه‌ی  $A$  شامل یک عضو  $\{a, \{2a\}, \{3a\}, \dots, \{64a\}\}$  می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

- (۱) مجموعه‌ی تمام اعداد طبیعی زوج بزرگ‌تر از ۴ و کوچک‌تر از ۴:  $\{2\}$   
 (۲) مجموعه‌ی تمام اعداد طبیعی زوج بزرگ‌تر از ۲ و کوچک‌تر از ۲:  $\{\}$   
 (۳) مجموعه‌ی تمام اعداد طبیعی زوج بزرگ‌تر از ۰ و کوچک‌تر از ۱۰:  $\{2, 4, 6, 8\}$   
 (۴) مجموعه‌ی تمام اعداد طبیعی زوج بزرگ‌تر از ۳۷ و کوچک‌تر از ۳۹:  $\{38\}$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

نکته: اعداد بین صفر و یک وقتی که به توان اعداد مثبت یا صفر می‌رسند، کوچک‌تر می‌شوند.

بنابراین کوچک‌ترین عضو مجموعه‌ی داده‌شده  $a^{100}$  می‌باشد. (مثال:  $\left(\frac{1}{2}\right)^5 = \frac{1}{32}$  و  $\left(\frac{1}{2}\right)^4 = \frac{1}{16}$ )

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. بررسی گزینه‌ها:

(۱)  $\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها: اشتباه است.

مثال نقض:  $x = 3 \Rightarrow \sqrt{3^2 - 3} = \sqrt{6} \notin \mathbb{Z}$

(۲)  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{Z}$  برای همه  $x$ ها: اشتباه است.

مثال نقض:  $x = 3 \Rightarrow \sqrt{\frac{3^2}{3}} = \sqrt{3} \notin \mathbb{Z}$

(۳)  $-\sqrt{x^2 - x} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها: چون پشت رادیکال منفی داریم، حاصل  $-\sqrt{x^2 - x}$  یا صفر و یا همواره یک عدد منفی می‌شود، پس نمی‌تواند عضو  $\mathbb{N}$  باشد.

(۴)  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} \in \mathbb{N}$  برای بعضی از  $x$ ها: درست است، زیرا به ازای  $x = 1$  حاصل  $\sqrt{\frac{x^2}{x}} = 1$  می‌شود که عضو  $\mathbb{N}$  می‌باشد.

$$\frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{5}{8}, \dots, \frac{2n-1}{3n-1}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. با کمی دقت متوجه می‌شویم:

اگر  $n = 31$  باشد، جمله  $31$ ام برابر با  $\frac{61}{92}$  می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\{8, 27, 64, \dots, 8000\} = \{2^3, 3^3, 4^3, \dots, 20^3\}$$

با توجه به پایه‌ها (از عدد ۲ تا ۲۰)، متوجه می‌شویم این مجموعه دارای ۱۹ عضو است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با رسم شکل به سادگی به جواب می‌رسید.

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\text{تعداد اعضا} = \frac{\text{عدد اول} - \text{عدد آخر}}{\text{فاصله}} + 1$$

$$\text{تعداد اعضا} = \frac{145 - (-5)}{3} + 1 = 51$$



۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴