

۱) حاصل عبارت‌های زیر را به صورت توان‌دار بنویسید.

$$1) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-2}}{-2^5 \times 2^{-8}} =$$

$$2) \frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} =$$

$$3) \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}} =$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}}$$

۲) مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{2}{\sqrt{5}} =$$

۳) مخرج کسر روبه‌رو را گویا کنید.

۴) محیط و مساحت مربعی به ضلع  $5\sqrt{3}$  سانتی‌متر را به دست آورید.

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10} \times 25^{-4} =$$

۵) الف) حاصل را به صورت عدد توان‌دار بنویسید.

$$\sqrt{(4 - \sqrt{10})^2} =$$

ب) حاصل عبارت زیر را به دست آورید.

ج) عدد ۹۸۰۰۰۰۰۰۰ را به صورت نماد علمی بنویسید.

۶) اعداد زیر را از کوچک به بزرگ و از چپ به راست مرتب کنید.

$$(-1)^{-25}, (-2)^{-3}, \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

۷) حاصل عبارت زیر را بدست آورید.

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \left(\frac{8}{3}\right)^{-2}}{-2^5 \times 2^{-8}} =$$

۸ مخرج کسر مقابل را گویا کنید.

$$\frac{1}{\sqrt{a}} =$$

۹ حاصل عبارت زیر را ساده کنید.

$$3\sqrt{12} - \sqrt{20} + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{75} =$$

۱۰ نمایش اعشاری عدد مقابل را بنویسید.

$$1/4 \times 10^3 =$$

۱۱ کسرهای زیر را گویا کنید.

$$\frac{7}{2\sqrt{5}} =$$

$$\frac{7}{\sqrt{4a}} =$$

۱۲ الف) عبارت روبه‌رو را به صورت نماد علمی بنویسید:

$$2016 =$$

ب) نمایش اعشاری اعداد زیر را بنویسید:

$$2/3 \times 10^5 =$$

$$7/901 \times 10^{-7} =$$

۱۳ اعداد  $8^{-2}$  و  $\left(\frac{1}{2}\right)^3$  و  $4^{-3}$  و  $16^{-5}$  را از کوچک به بزرگ مرتب کنید.

۱۴ الف) حاصل عبارت روبرو را به دست آورید. (۲ نمره)

$$\frac{\sqrt{-54}}{\sqrt{2}} =$$

ب) به جای  $\circ$  علامت  $<=>$  بگذارید.

$$3^{-1} \circ 3^{-2} \quad (3)$$

$$5^0 \circ 2^{-3} \quad (2)$$

$$8^{-2} \circ 2^{-6} \quad (1)$$

ج) ضخامت یک برگ کاغذ حدود  $0/0016$  سانتی‌متر است. نماد علمی این عدد را بنویسید.

۱۵ حاصل عبارت مقابل را بدست آورید:

$$\sqrt{4(a+b)} + 2\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}$$

۱۶ ضرب مقابل را انجام دهید:

$$\sqrt{100} \times \sqrt{10}$$

۱۷ اعداد زیر را به صورت توان مثبت بنویسید.

$$a^2 b^{-5} \quad \frac{a^2 b^{-3} x^3 y^{-2}}{a^{-3} b x^{-2} y}$$

$$\frac{1}{(ab)^{-1}}$$

$$\frac{1}{b^{-4}}$$

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2}$$

۱۸ ربع عدد  $4^{-7}$  برابر است با .....

- ۱  $2^{-8}$       ۲  $2^{-16}$       ۳  $4^{-12}$       ۴  $4^{-6}$

۱۹ در تساوی  $7^x \times 7^{-4} = 7^4$  مقدار  $x$  کدام است؟

- ۱ صفر      ۲ ۱      ۳ ۸      ۴ ۱۶

۲۰ اگر  $3^x = 2$  باشد، آن‌گاه حاصل عبارت  $(3^x + 1)^{3-2x}$  کدام است؟

- ۱  $\frac{2}{3}$       ۲  $\frac{4}{27}$       ۳  $\frac{27}{4}$       ۴  $\frac{3}{2}$

۲۱ عبارت زیر به صورت نماد علمی کدام است؟

- ۱  $2/73 \times 10^{-1}$       ۲  $2/73 \times 10^{-1}$       ۳  $2/73 \times 10^{-2}$       ۴  $2/73 \times 10^{-2}$

۲۲ اگر  $a < 0 < b$  و  $c < 0$  آن‌گاه عبارت  $A = \sqrt{a^r b^r c^r} + \sqrt{(a-b)^r c^r b^r}$  کدام است؟

- ۱  $abc - (a-b)bc$       ۲  $a^r bc + (b-a)c$       ۳  $-a^r bc + (b-a)bc$       ۴  $a^r bc + (a-b)bc$

۲۳ اگر  $x > 0$  و  $y < 0$  باشد، ساده شده‌ی عبارت  $\frac{\sqrt{x^r y^r} - \sqrt{-64x^r y^r}}{\sqrt{9x^4 y^8} \times \sqrt{3x^5 y}}$  کدام است؟

- ۱  $x^r y^r$       ۲  $\left(\frac{1}{xy}\right)^r$       ۳  $x^r y^r$       ۴  $\frac{1}{x^r y}$

۲۴ نماد علمی عدد  $\sqrt{\frac{1}{64 \dots}}$  کدام است؟

- ۱  $5 \times 10^{-2}$       ۲  $5 \times 10^{-4}$       ۳  $2/5 \times 10^{-2}$       ۴  $2/5 \times 10^{-4}$

۲۵ اگر  $a$  و  $m$  و  $n$  اعداد طبیعی باشند و نیز  $a$  عدد اول باشد و داشته باشیم  $a^m a^{m+2} = a^n$  آن‌گاه حاصل  $m - n$  کدام است؟

- ۱ صفر      ۲ ۱      ۳ -۱      ۴ -۲

۲۶ اگر دو عدد  $(x-4)^x$  و  $(x-4)^4$  وارون هم باشند،  $x$  کدام است؟

- ۱ ۴      ۲  $-\frac{1}{4}$       ۳ -۴      ۴  $\frac{1}{4}$

۲۷ در بین اعداد  $۲^{۴۰۰}$ ,  $۵^{۳۰۱}$ ,  $۶^{۲۰۰}$ ,  $۳۰^{۱۰۰}$  بزرگترین عدد کدام است؟

- $۶^{۲۰۰}$  (۴)       $۲^{۴۰۰}$  (۳)       $۵^{۳۰۱}$  (۲)       $۳۰^{۱۰۰}$  (۱)

۲۸ اگر  $۵^a = ۴$  و  $۴^b = ۲۰$ ، آن‌گاه حاصل  $۱۰۰^{ab}$  کدام است؟

- $۲۰^{a-۲}$  (۴)       $۲۰^{a+۱}$  (۳)       $۲۰^a$  (۲)       $۲۰^{a+۲}$  (۱)

۲۹ عدد  $N = ۱^۹ \times ۲^۸ \times ۳^۷ \times ۴^۶ \times ۵^۵ \times ۶^۴ \times ۷^۳ \times ۸^۲ \times ۹^۱$  دارای چند مقسوم علیه مربع کامل است؟

- ۱۶۵ (۴)      ۱۸۰ (۳)      ۳۵۶ (۲)      ۶۷۲ (۱)

۳۰ اگر مساحت کف راهروی مستطیل شکلی ۳۲ واحد مربع و طول آن  $\sqrt[۸]{۲}$  واحد باشد، عرض کف راهرو چند واحد است؟

- $۲\sqrt[۲]{۲}$  (۴)       $\sqrt[۵]{۵}$  (۳)       $\sqrt[۶]{۶}$  (۲)       $\sqrt[۲]{۲}$  (۱)

$$1) \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{-2^5 \times 2^{-8}} = \frac{\left(\frac{1}{4}\right)^2}{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

$$2) \frac{8^{-1} \times 4^2}{2^{-4} \times \frac{1}{8}} = \frac{2^1}{2^{-7}} = 2^8$$

$$3) \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 25}{4^{-5} \times 15^{-5}} = \frac{3 \cdot 10^{-5} \times 5^2}{6 \cdot 15^{-5}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{-5} \times 5^2 = 2^5 \times 5^2$$

$$\frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{15}}{2 \times 5} = \frac{\sqrt{15}}{10}$$

$$\frac{2}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5^2}}{\sqrt{5^2}} = \frac{2\sqrt{25}}{5} \quad (0.5 \text{ نمره})$$

$$5\sqrt{3} \times 5\sqrt{3} = 75 \quad \text{مساحت (هر کدام } 0.25 \text{ نمره)}$$

$$4 \times 5\sqrt{3} = 20\sqrt{3} \quad \text{محیط}$$

$$\left(\frac{1}{5}\right)^{10} \times 25^{-4} = \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \times \left(\frac{1}{25}\right)^4 = \left(\frac{1}{5}\right)^{10} \times \left(\frac{1}{5}\right)^8 = \left(\frac{1}{5}\right)^{18} \quad \text{الف}$$

$$\sqrt{(4 - \sqrt{10})^2} = |4 - \sqrt{10}| = 4 - \sqrt{10} \quad \text{ب}$$

$$9, 80000000 = 9/8 \times 10^8 \quad \text{ج (ممیز بین دو رقم قرار گیرد که رقم سمت چپ 1 تا 9 باشد)}$$

$$(-1)^{-25} < (-2)^{-2} < \left(\frac{1}{3}\right)^{-2}$$

$$-1 \text{ و } -\frac{1}{8} \text{ و } 9$$

$$\frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-2}}{-2^5 \times 2^{-8}} = \frac{\left(\frac{2}{3}\right)^2 \times \left(\frac{3}{2}\right)^2}{-2^{-3}} = \frac{\left(\frac{2 \times 3}{3 \times 2}\right)^2}{-2^{-3}} = \frac{\left(\frac{1}{3}\right)^2}{-2^{-3}} = \frac{4^{-2}}{-2^{-3}} = -2^{-2} = -\frac{1}{4}$$

$$\frac{1}{\sqrt{a}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{\sqrt{a^2}} = \frac{\sqrt{a^2}}{a}$$

$$3\sqrt{4 \times 3} - \sqrt{4 \times 5} + 3\sqrt{5} + 2\sqrt{25 \times 3} = 6\sqrt{3} - 2\sqrt{5} + 3\sqrt{5} + 10\sqrt{3} = 16\sqrt{3} + \sqrt{5}$$

۱۴۰۰

$$\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5} \cdot \sqrt{5}}{10}$$

$$\frac{\sqrt[2]{4a}}{\sqrt[2]{4a}} = \frac{\sqrt[2]{4a}}{\sqrt[2]{4a}} \times \frac{\sqrt[2]{(4a)^2}}{\sqrt[2]{(4a)^2}} = \frac{\sqrt[2]{(4a)^2}}{4a} = \frac{\sqrt[2]{(4a)^2}}{2a}$$

$$2016 = 2 / 016 \times 10^2$$

(الف) ۱۲

$$2/3 \times 10^5 = 230000$$

(ب)

$$\sqrt[2]{901} \times 10^{-5} = 0.00000901$$

$$16^{-5} < 4^{-2} = 8^{-2} < \left(\frac{1}{2}\right)^2$$

۱۳

$$\frac{\sqrt[2]{-54}}{\sqrt[2]{2}} = \frac{\sqrt[2]{-27} \times \sqrt[2]{2}}{\sqrt[2]{2}} = \sqrt[2]{-27} = \sqrt[2]{(-3)^2} = -3$$

(الف) ۱۴

(ب)

$$3^{-1} > 3^{-2} \text{ (۳)}$$

$$5^0 > 2^{-2} \text{ (۲)}$$

$$8^{-2} = 2^{-6} \text{ (۱)}$$

(ج)

$$0.0016 = 1/6 \times 10^{-2}$$

$$\sqrt[2]{2^2(a+b)} + 2\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} = 2\sqrt{a+b} + 2\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b} = 4\sqrt{a+b} - \sqrt{a-b}$$

۱۵

$$\sqrt[2]{100} \times \sqrt[2]{10} = \sqrt[2]{10^2} \times \sqrt[2]{10} = 10\sqrt[2]{10}$$

۱۶

$$\left(\frac{3}{5}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{1}{\frac{3^2}{5^2}} = \frac{5^2}{3^2} = \left(\frac{5}{3}\right)^2$$

$$\frac{1}{(ab)^{-1}} = (ab)^1$$

۱۷

$$\frac{1}{b^{-4}} = b^4 \quad a^2 b^{-5} = a^2 \left(\frac{1}{b^5}\right) = \frac{a^2}{b^5}$$

$$\frac{a^2 b^{-2} x^2 y^{-2}}{a^{-2} b x^{-2} y} = \frac{a^{2+2} \cdot x^{2+2}}{b^{1+2} \cdot y^{1+2}} = \frac{a^4 \cdot x^4}{b^3 \cdot y^3}$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

۱۸

$$\frac{1}{4} \times 4^{-5} = \frac{1}{4} \times \left(\frac{1}{4}\right)^5 = \left(\frac{1}{4}\right)^6 = \left(\frac{1}{2}\right)^{12} = 2^{-12}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۱۹

$$\sqrt[2]{x} \times \sqrt[2]{x^{-4}} = \sqrt[2]{x} \Rightarrow \sqrt[2]{x} = \frac{\sqrt[2]{x^4}}{\sqrt[2]{x^4}} \Rightarrow \sqrt[2]{x} = \sqrt[2]{x^4} \times \sqrt[2]{x^{-4}} \Rightarrow \sqrt[2]{x} = \sqrt[2]{x^0} \Rightarrow x = 1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است. می‌دانیم  $3^x = 2$  است، پس داریم:

$$(3^x + 1)^{3-2x} = (2 + 1)^{3-2x} = 3^{3-2x}$$

$$3^{3-2x} = 3^3 \times 3^{-2x} = 3^3 \times (3^x)^{-2} = 3^3 \times (2)^{-2} = 27 \times \frac{1}{4} = \frac{27}{4}$$

$$273 \times 10^{-2} = 2/73 \times 10^2 \times 10^{-2} = 2/73$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. در رادیکال با فرجه ۳، عبارت‌ها را با همان علامتی که زیر رادیکال دارند می‌نویسیم اما در رادیکال با فرجه ۲، چون فرجه زوج است باید عبارت را با قدر مطلق بیرون بیاوریم: چون  $c < 0$  پس  $|c| = -c$  و چون

$$|a - b| = -(a - b) \text{ پس } a < 0 < b$$

$$A = \sqrt{a^2 b^2 c^2} + \sqrt{(a-b)^2 c^2 b^2} = \sqrt{(a^2)^2 b^2 c^2} + \sqrt{(a-b)^2 c^2 b^2}$$

$$= a^2 bc + |a-b| |c| |b| = a^2 bc - (a-b)(-c)b = a^2 bc + (a-b)bc$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$\frac{\sqrt{x^2 y^2} - \sqrt{-64 x^2 y^2}}{\sqrt[3]{9 x^6 y^3} \times \sqrt[3]{3 x^3 y}} = \frac{|xy| - \sqrt[3]{(-64 xy)^3}}{\sqrt[3]{(9 x^6 y^3)(3 x^3 y)}}$$

$$= \frac{|xy| - (-64 xy)}{\sqrt[3]{27 x^9 y^4}} = \frac{|x||y| + 64 xy}{3 x^3 y^3} = \frac{(+x)(-y) + 64 xy}{3 x^3 y^3} = \frac{3 xy}{3(xy)^3} = \frac{1}{(xy)^2} = \left(\frac{1}{xy}\right)^2$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\sqrt{\frac{1}{64 \dots}} = \sqrt{\frac{1}{64 \times 10^6}} = \sqrt{\frac{1}{(4 \times 10^2)^3}} = \frac{1}{4 \times 10^2} = \frac{1}{4} \times 10^{-2} = \frac{1}{4} \times 10^{-2} = 0.25 \times 10^{-2}$$

$$= 2/5 \times 10^{-2}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$a^m a^{m+2} = 8a^n \Rightarrow a^{m+2} = 2^3 a^n \xrightarrow{a \neq 0} a^{m+2} \times a^{-n} = 2^3 \times a^n \times a^{-n} \Rightarrow a^{m-n+2} = 2^3$$

چون  $a$  طبیعی و اول است، تنها حالت ممکن این است که  $a = 2$  و  $m - n + 2 = 3$  که نتیجه می‌شود:

$$m - n = -1$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$(x-4)^x = \frac{1}{(x-4)^4} \xrightarrow{\frac{1}{a^n} = a^{-n}} (x-4)^{-4} \xrightarrow{\text{چون پایه ها با هم برابرند}} x = -4$$

بنابراین توان ها نیز با هم برابر می باشند

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. بین دو عدد  $۶^{۲۰۰}$ ،  $۳۰^{۱۰۰}$  و  $۶^{۱۰۰}$  بزرگتر است زیرا  $۶^{۱۰۰}$  مشترک و  $۶^{۱۰۰}$  از  $۵^{۱۰۰}$  بزرگتر است.

$$\left. \begin{aligned} ۳۰^{۱۰۰} &= ۶^{۱۰۰} \times ۵^{۱۰۰} \\ ۶^{۲۰۰} &= ۶^{۱۰۰} \times ۶^{۱۰۰} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

می‌دانیم  $۶^۲ > ۵^۳$  ( $۱۲۵ > ۳۶$ ) پس  $(۵^۳)^{۱۰۰}$  نیز از  $۶^{۲۰۰}$  بزرگتر است یعنی بین این دو عدد  $۵^{۳۰۰}$  بزرگتر است.

$$\left. \begin{aligned} ۶^{۲۰۰} &= (۶^۲)^{۱۰۰} \\ ۵^{۳۰۰} &= (۵^۳)^{۱۰۰} \end{aligned} \right\} \Rightarrow (۶^۲)^{۱۰۰} < (۵^۳)^{۱۰۰} \Rightarrow ۳۶^{۱۰۰} < ۱۲۵^{۱۰۰}$$

$$\left. \begin{aligned} ۲^{۴۰۰} &= (۲^۴)^{۱۰۰} \\ ۵^{۳۰۰} &= (۵^۳)^{۱۰۰} \end{aligned} \right\} \text{ بدیهی است } ۲^۴ > ۵^۳ \text{ ( $۱۶ > ۱۲۵$ ) است یعنی } (۵^۳)^{۱۰۰} \text{ بزرگتر است.}$$

نهایتاً می‌توان گفت بزرگترین عدد  $۵^{۳۰۰}$  است.

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$۱۰۰^{ab} = (۵^۲ \times ۴)^{ab} = ۵^{۲ab} \times ۴^{ab} = (۵^a)^{۲b} \times (۴^b)^a = ۴^{۲b} \times ۲^{۰,a}$$

$$= (۴^b)^۲ \times ۲^{۰,a} = ۲^{۰,۲} \times ۲^{۰,a} = ۲^{۰,a+۲}$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است.

$$N = ۱^۹ \times ۲^۸ \times ۳^۷ \times (۲^۲)^۶ \times ۵^۵ \times (۲ \times ۳)^۴ \times ۷^۳ \times (۲^۳)^۲ \times (۳^۲)^۱ \rightarrow N = ۲^{۲۰} \times ۳^{۱۳} \times ۵^۵ \times ۷^۳$$

حالت کلی مقسوم‌علیه مربع کامل =  $۲^a \times ۳^b \times ۵^c \times ۷^d$

$$\left\{ \begin{aligned} a \Rightarrow a = ۰ \text{ یا } a = ۲ \text{ یا } a = ۴ \dots a = ۳۰ &\Rightarrow \left(\frac{۳۰}{۲} + ۱\right) = ۱۶ \text{ مقدار برای } a \\ b \Rightarrow b = ۰ \text{ یا } b = ۲ \text{ یا } b = ۴ \dots b = ۱۲ &\Rightarrow \left(\frac{۱۲}{۲} + ۱\right) = ۷ \text{ مقدار برای } b \\ c \Rightarrow c = ۰ \text{ یا } c = ۲ \text{ یا } c = ۴ &\text{ مقدار } c \\ d \Rightarrow d = ۰ \text{ یا } d = ۲ &\text{ مقدار } d \end{aligned} \right.$$

پس:  $۱۶ \times ۷ \times ۳ \times ۲ = ۶۷۲$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. مساحت مستطیل برابر است با «طول × عرض». اگر عرض کف راهرو را  $x$  در نظر بگیریم،

بنابراین:  $۸\sqrt{۲} \times x = ۳۲ \Rightarrow x = \frac{۳۲}{۸\sqrt{۲}}$

گویا کردن مخرج کسر  $x = \frac{۴}{\sqrt{۲}} \xrightarrow{\text{گویا کردن مخرج کسر}} x = \frac{۴}{\sqrt{۲}} \times \frac{\sqrt{۲}}{\sqrt{۲}} = \frac{۴\sqrt{۲}}{۲} = ۲\sqrt{۲}$



۱۸	۱	۲	۳	۴
۱۹	۱	۲	۳	۴
۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴