

۱ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید. (مخرجها مخالف صفر فرض شده است).

$$\left(\frac{1}{a-1} + \frac{2}{a+2} \right) \times \frac{a^2-4}{3} =$$

۲ الف) عبارت گویای مقابل را ساده کنید.

$$\frac{x^2-9}{x(x+3)} =$$

$$\frac{4}{x+1} + \frac{2x}{(x^2-1)} =$$

ب) حاصل جمع زیر را به دست آورید.

۳ تقسیم زیر را انجام دهید و باقی‌مانده را مشخص کنید.

$$3x^2 - 10x - 24 \quad | \quad 3x - 4$$

۴ الف) عبارت گویای $\frac{25-x^2}{5-x}$ را ساده کنید.

$$\frac{25-x^2}{5-x} =$$

ب) طول مستطیلی ۳ برابر عرض آن است. نسبت محیط به مساحت این مستطیل را به صورت یک کسر گویا بنویسید و در صورت امکان ساده کنید.

۵ تقسیم روبه‌رو را حل کنید.

$$x^2 - 4x + 5 \quad | \quad 1 - x$$

۶ حاصل عبارت‌های زیر را به دست آورید.

$$\frac{x^2 y}{x^2} \times \frac{xy}{y^2} =$$

$$\frac{x}{y^2} - \frac{1}{y} =$$

۷ تقسیم کنید. (۱ نمره)

$$2x^3 + 15x^2 + 28x \quad | \quad x^2 + 4x$$

۸ حاصل عبارت زیر را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۵ / ۱ نمره)

$$\frac{1-a^2}{a^2+1} \times \frac{a-2}{a^2-a-2} =$$

۹ حاصل عبارت مقابل را به ساده‌ترین صورت بنویسید. (۱ نمره)

$$\frac{x^2}{x-y} + \frac{y^2}{y-x} =$$

$$\frac{k - \frac{5k-6}{k}}{\frac{1}{k} - \frac{3}{k^2}}$$

۱۰ عبارت مقابل را خلاصه کنید.

$$\frac{\frac{x^2+y^2}{xy} + 2}{\frac{x^2-y^2}{2xy}}$$

۱۱ عبارت مقابل را خلاصه کنید.

$$\frac{3x^2 - 14x - 5}{9x^2 - 1} \times \frac{1}{x^2 - 6x + 5}$$

۱۲ عبارت مقابل را ساده کنید:

$$\frac{x+2}{(x-1)(x+3)} \times \frac{x(x-1)}{x+2}$$

۱۳ عبارت مقابل را ساده کنید:

$$3s^3 + 8s^2 + s - 7 \overline{) s + 2}$$

۱۴ تقسیم مقابل را انجام دهید:

$$x^3 - y^3 \overline{) x^2 + xy + y^2}$$

۱۵ تقسیم مقابل را انجام دهید:

$$\frac{3}{(x-1)(x+7)}$$

۱۶ در عبارت زیر مقادیری که متغیر x نمی‌تواند اختیار کند را مشخص کنید.

$$x^3 + x^2y - xy^2 - 2y^3 \overline{) x + y}$$

۱۷ در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید.

$$(4t^3 + 17t^2 - 1) \div (4t + 1)$$

۱۸ در تقسیمات مقابل خارج قسمت و باقیمانده را تعیین کنید.

$$\frac{6xy^2 - 3xy + 2x^2y}{xy}$$

۱۹ ساده کنید:

۲۰ اگر تساوی $\frac{1}{2} \sqrt{\frac{-x^2}{y^2z}} = \frac{-x}{2y} \sqrt{\frac{-1}{yz}}$ برقرار باشد، کدام گزینه در مورد x و y و z می‌تواند درست باشد؟

۴ $y < 0$ و $x \geq 0$ و $z < 0$

۳ $y > 0$ و $x \leq 0$ و $z < 0$

۲ $y > 0$ و $x \geq 0$ و $z < 0$

۱ $y > 0$ و $x \leq 0$ و $z > 0$

۲۱ عبارت $x^2 + x - 10$ بر کدام عبارت بخش پذیر است؟

۴ $x^2 - 1$

۳ $x + 2$

۲ $x^2 + 2x + 5$

۱ $x^2 - 2x + 5$

عبارت $x^3 - y^3$ بر کدامیک از عبارات زیر بخش پذیر است؟ **۲۲**

$x + y + xy$ **۴** $x + y$ **۳** $x^2 - xy + y^2$ **۲** $x^2 + xy + y^2$ **۱**

کدام کثیرالجمله بر $(x - 1)^2$ بخش پذیر و باقی مانده تقسیم آن بر $x + 1$ برابر ۴۸ است؟ **۲۳**

$(x - 1)^2(x^2 + x + 12)$ **۲** $(x - 1)^2(x + 5)$ **۱**

$(x - 1)^2(x^2 - 6x + 5)$ **۴** $(x - 1)^2(x^2 - 1)$ **۳**

باقی مانده تقسیم عبارت $x^4 - b^4 + a^4 - b^4 + 1$ بر عبارت $a^2 - b^2$ برابر است با: **۲۴**

a^2 **۴** b^2 **۳** 1 **۲** $a^2 - b^2$ **۱**

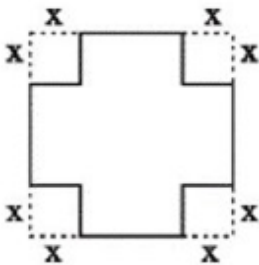
باقی مانده عبارت $x^4 - x + 2$ به سه جمله‌ای $x^2 - x + 1$ کدام است؟ **۲۵**

$-x + 2$ **۴** $-x - 2$ **۳** $-2x - 2$ **۲** $-2x + 2$ **۱**

کدامیک از عبارتهای زیر، عبارت گویاست؟ **۲۶**

$\frac{|x| + x}{\sqrt{y}}$ **۴** $\frac{1}{\sqrt{x}}$ **۳** $\frac{3 - a}{2 + x}$ **۲** $\frac{|x| + |y|}{x + y}$ **۱**

از یک مقوای مربع شکل به ضلع ۱۲، گوشه های مربع شکل به ضلع x را بریده و با سطح باقی مانده یک جعبه ی مکعب شکل بی سقف درست کرده ایم. نسبت اندازه ی حجم جعبه به اندازه ی سطح کل بیرونی آن بر حسب x کدام است؟ **۲۷**



$\frac{3x - x^2}{3 + x}$ **۴** $\frac{6x + x^2}{6 - x}$ **۳** $\frac{6x - x^2}{6 + x}$ **۲** $\frac{3x + x^2}{3 - x}$ **۱**

باقی مانده ی تقسیم $(3x^2 + 1) \div (3x + 1)$ کدام گزینه است؟ **۲۸**

صفر **۴** $3x + 1$ **۳** $x + 1$ **۲** $\frac{1}{x}$ **۱**

اگر $A = \frac{x - 1}{x^2 - 1} + \frac{x + 3}{x^2 + 4x + 3}$ باشد، حاصل A^{-1} کدام است؟ **۲۹**

$x + 3$ **۴** $\frac{x + 1}{x - 1}$ **۳** $x - 1$ **۲** $x + 1$ **۱**

مقدار خارج قسمت تقسیم $5x^3 - 6 + x$ بر $x - 1$ به ازای $x = -1$ کدام است؟ **۳۰**

۸ **۴** ۷ **۳** ۶ **۲** ۵ **۱**

$$\left(\frac{1}{a-1} + \frac{2}{a+2}\right) \times \frac{a^2 - 4}{3} =$$

$$\frac{a+2+2a-2}{(a-1)(a+2)} \times \frac{(a-2)(a+2)}{3} = \frac{\cancel{2}a}{(a-1)(\cancel{a+2})} \times \frac{(a-2)(\cancel{a+2})}{\cancel{3}} = \frac{a(a-2)}{a-1}$$

الف) اتحاد مزدوج $\frac{x^2 - 9}{x(x+3)} = \frac{(x-3)(\cancel{x+3})}{x(\cancel{x+3})} = \frac{(x-3)}{x}$

ب) $\frac{4}{(x+1)} + \frac{2x}{x^2-1} = \frac{4x-4+2x}{(x-1)(x+1)} = \frac{6x-4}{(x-1)(x+1)}$

$$\begin{array}{r|l} 3x^2 - 10x - 24 & 3x - 4 \\ -3x^2 + 4x & x - 2 \\ \hline -6x - 24 & \\ +6x - 8 & \\ \hline -32 & \end{array}$$

الف) $\frac{25 - x^2}{5 - x} = \frac{(5+x)(\cancel{5-x})}{(\cancel{5-x})} = 5 + x$

ب) $\frac{\text{عرض} = x}{\text{طول} = 3x} \Rightarrow \frac{\text{محيط}}{\text{مساحت}} = \frac{2 \times (x + 3x)}{x \times 3x} = \frac{2x + 6x}{3x^2} = \frac{8x}{3x^2} = \frac{8}{3x}$

$$\begin{array}{r|l} x^2 - 4x + 5 & -x + 1 \\ & -x + 3 \\ \hline & \end{array}$$

نمره ۰/۲۵

$$\left\{ \begin{array}{l} \pm x^2 \pm x \\ -3x + 5 \\ \pm 3x \pm 3 \\ \hline 2 \end{array} \right.$$

نمره ۰/۵

مرتب کردن مقسوم علیه ۰/۲۵ نمره

(ساده کردن ۰/۵ و جواب ۰/۲۵ نمره)

$$\frac{\cancel{x} \cancel{y}}{\cancel{x} \cancel{y}} \times \frac{\cancel{x} \cancel{y}}{\cancel{x} \cancel{y}} = \frac{1}{y}$$

(مخرج مشترک ۰/۲۵، نوشتن صورتها ۰/۵ و جواب ۰/۲۵)

$$\frac{x}{y^2} - \frac{y}{y^2} = \frac{x-y}{y^2}$$

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 + 10x + 21 & x^2 + 4x \\ -2x^2 + 8x & \\ \hline 2x + 21 & \\ -2x + 8 & \\ \hline 13 & \end{array}$$

7

$$\frac{(1-a^2)(1+a^2)}{a^2+1} \times \frac{a-2}{(a+1)(a-2)} = \frac{\cancel{(1+a)}(1-a)\cancel{(1+a^2)}}{\cancel{(1+a^2)}} \times \frac{\cancel{(a-2)}}{\cancel{(a+1)}(a-2)} = 1-a$$

8

$$\frac{x^2 - y^2}{x - y} = \frac{\cancel{(x-y)}(x+y)}{\cancel{x-y}} = x+y$$

9

∴ (k ≠ 0, 9)

$$\frac{k - \frac{\Delta k - 9}{k}}{\frac{1}{k} - \frac{2}{k}} = \frac{k^2}{k^2} \times \frac{k - \frac{\Delta k - 9}{k}}{\frac{1}{k} - \frac{2}{k}} = \frac{k(k^2 - \Delta k + 9)}{k - 2} = \frac{k(\cancel{k-2})(k-2)}{\cancel{k-2}} = k(k-2) = k^2 - 2k$$

10

$$\frac{\frac{x^2+y^2}{xy} + 2}{\frac{x^2-y^2}{xy}} = \frac{xy}{xy} \times \frac{\frac{x^2+y^2}{xy} + 2}{\frac{x^2-y^2}{xy}} = \frac{y(x^2+y^2+2xy)}{x^2-y^2} = \frac{y(x+y)^2}{(x+y)(x-y)} = \frac{y(x+y)}{x-y}$$

11

(x ≠ y) ∴ (x, y ≠ 0)

$$\frac{\cancel{(x-\Delta)}(\cancel{2x+1})}{(\cancel{2x+1})(2x-1)} \times \frac{1}{\cancel{(x-\Delta)}(x-1)} = \frac{1}{(2x-1)(x-1)} = \frac{1}{2x^2 - 2x + 1} \quad ; \quad \left(x \neq \pm \frac{1}{2}, 0, \Delta\right)$$

12

$$\rightarrow A = 2x^2 - 14x - 5 \rightarrow 2A = (2x)^2 - 14(2x) - 10$$

$$\rightarrow 2A = (2x - 10)(2x + 1)$$

$$\rightarrow 2A = 2(x - 5)(2x + 1)$$

$$\rightarrow A = (x - 5)(2x + 1)$$

$$\frac{\cancel{x+2}}{(\cancel{x-1})(x+2)} \times \frac{x(\cancel{x-1})}{\cancel{x+2}} = \frac{x}{x+2} \quad ; \quad (x \neq -1, 0, -2)$$

13

$rs^2 + 15s^2 + s - 6$	$\left \begin{array}{l} s+2 \\ rs^2 + 2s - 2 \end{array} \right.$	$rs^2 \div s = rs^2$
$-(rs^2 + 6s^2)$	$rs^2(s+2) = rs^2 + 6s^2$
$rs^2 + s - 6$	$rs^2 \div s = rs^2$
$-(rs^2 + 2s)$	$rs(s+2) = rs^2 + 2s$
$-rs - 6$	$-rs \div s = -r$
$-(-rs - 6)$	$-r(s+2) = -rs - 6$
-1		

14

$$\begin{array}{r}
 x^r - y^r \quad \left| \begin{array}{l} x^r + xy + y^r \\ x - y \end{array} \right. \quad x^r \div x^r = x \\
 - (x^r + x^r y + xy^r) \quad \dots\dots\dots x(x^r + xy + y^r) = x^r + x^r y + xy^r \\
 \hline
 -x^r y - xy^r - y^r \quad \dots\dots\dots -x^r y \div x^r = -y \\
 -(-yx^r - xy^r - y^r) \quad \dots\dots\dots -y(x^r + xy + y^r) = -yx^r - xy^r - y^r \\
 \hline
 \cdot
 \end{array}$$

۱۵

$$(x - 1)(x + 7) \neq 0 \Rightarrow \begin{cases} x - 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq 1 \\ x + 7 \neq 0 \Rightarrow x \neq -7 \end{cases}$$

۱۶

۱۷ در این تقسیم x را متغیر اصلی فرض می‌کنیم و y پارامتر.

$$\begin{array}{r}
 x^r + x^r y - xy^r - 2y^r \quad \left| \begin{array}{l} x + y \\ x^r - y^r \end{array} \right. \quad x^r \div x = x^r \\
 - (x^r + x^r y) \quad \dots\dots\dots x^r(x + y) = x^r + x^r y \\
 \hline
 -xy^r - 2y^r \quad \dots\dots\dots -xy^r \div x = -y^r \\
 -(-xy^r - y^r) \quad \dots\dots\dots -y^r(x + y) = -xy^r - y^r \\
 \hline
 -y^r
 \end{array}$$

خارج قسمت $x^r - y^r$ و باقی‌مانده $-y^r$

$$\begin{array}{r}
 4t^3 + 16t^2 - 1 \quad \left| \begin{array}{l} 4t + 1 \\ t^2 + 4t - 1 \end{array} \right. \quad 4t^3 \div 4t = t^2 \\
 - (4t^3 + t^2) \quad \dots\dots\dots t^2(4t + 1) = 4t^3 + t^2 \\
 \hline
 16t^2 - 1 \quad \dots\dots\dots 16t^2 \div 4t = 4t \\
 - (16t^2 + 4t) \quad \dots\dots\dots 4t(4t + 1) = 16t^2 + 4t \\
 \hline
 -4t - 1 \quad \dots\dots\dots -4t \div 4t = -1 \\
 -(-4t - 1) \quad \dots\dots\dots -1(4t + 1) = -4t - 1 \\
 \hline
 \cdot
 \end{array}$$

۱۸

خارج قسمت $t^2 + 4t - 1$ ، باقی‌مانده \cdot

$$\frac{rxy^r - rxy + r x^r y}{xy} = \frac{rxy^r}{xy} - \frac{rxy}{xy} + \frac{r x^r y}{xy} = r y - r + r x$$

۱۹

۲۰ گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

۲۱ گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$x^r + x - 10 = (x^r - 8) + (x - 2) = (x - 2)(x^r + 2x + 4) + (x - 2) = (x - 2)(x^r + 2x + 5)$$

$$x^r - y^r = (x - y)(x^r + xy + y^r) \quad \text{گزینه ۱ پاسخ صحیح است.} \quad ۲۲$$

گزینه ۴ پاسخ صحیح است. با دقت در گزینه‌ها درمی‌یابیم که هر ۴ گزینه از درجه‌ی ۴ می‌باشند. با توجه به این‌که کثیرالجمله موردنظر بر $(x-1)^3$ بخش‌پذیر و باقی‌مانده آن بر $(x+1)$ برابر ۴۸ است همچنین این‌که ضریب x^4 در

$$f(x) = (x-1)^3(x+a) \quad \text{کلیه گزینه‌ها برابر ۱ است، پس:}$$

$$f(-1) = 48 \Rightarrow f(-1) = -8(-1+a) = 48 \Rightarrow -1+a = -6 \Rightarrow a = -5$$

$$f(x) = (x-1)^3(x-5) = (x-1)^2(x-1)(x-5) = (x-1)^2(x^2-6x+5)$$

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

$$a^6 - b^6 + a^4 - b^4 + 1 = (a^3 - b^3)(a^3 + b^3 + a^2b^3) + (a^2 - b^2)(a^2 + b^2) + 1$$

$$= (a^3 - b^3)(a^3 + b^3 + a^2b^3 + a^2 + b^2) + 1 \Rightarrow R = 1$$

گزینه ۱ پاسخ صحیح است. می‌دانیم $x^3 + 1 = (x+1)(x^2 - x + 1)$ پس:

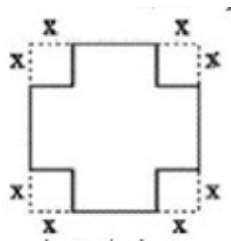
$$x^6 - x + 2 = x^6 + x - 2x + 2 = x(x^5 + 1) - 2x + 2$$

$$= x(x+1)(x^2 - x + 1) - 2x + 2$$

بنابراین باقی مانده موردنظر برابر $-2x + 2$ می‌باشد.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است.

گزینه ۲ پاسخ صحیح است. ارتفاع مکعب برابر x و طول ضلع قاعده‌ی آن برابر با $(12 - 2x)$ است، پس حجم آن برابر است با:



$$V = (12 - 2x)^2 x$$

$$S = (12)^2 - 4x^2$$

و سطح کل بیرونی جعبه برابر است با:

نسبت اندازه‌ها:

$$\frac{V}{S} = \frac{(12 - 2x)^2 x}{(12)^2 - 4x^2} = \frac{(12 - 2x)(12 - 2x)x}{(12 - 2x)(12 + 2x)} \Rightarrow \frac{V}{S} = \frac{(12 - 2x)x}{12 + 2x} = \frac{(6 - x)x}{6 + x} = \frac{6x - x^2}{6 + x}$$

گزینه ۳ پاسخ صحیح است.

$$\begin{array}{r} \text{مقسوم علیه} \\ \overline{3x^2 + 1} \\ \text{مقسوم} \\ \underline{3x + 1} \\ \hline 3x + 1 \end{array}$$

چون درجه‌ی مقسوم از درجه‌ی مقسوم‌علیه کم‌تر است، بنابراین خارج‌قسمت برابر صفر است و باقی‌مانده همان مقسوم می‌باشد.

$$A = \frac{x-1}{(x-1)(x+1)} + \frac{x+3}{(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x+1}$$

$$\sqrt{A^{-1}} = \frac{2}{A} = \frac{2}{\frac{2}{x+1}} = x+1$$

$$\begin{array}{r|l} x^2+5x-6 & x-1 \\ -x^2+x & x^2+x+6 \\ \hline x^2+5x-6 & \\ -x^2+x & \\ \hline 6x-6 & \\ -6x+6 & \\ \hline & \end{array}$$

۲۰	۱	۲	۳	۴
۲۱	۱	۲	۳	۴
۲۲	۱	۲	۳	۴
۲۳	۱	۲	۳	۴
۲۴	۱	۲	۳	۴
۲۵	۱	۲	۳	۴
۲۶	۱	۲	۳	۴
۲۷	۱	۲	۳	۴
۲۸	۱	۲	۳	۴
۲۹	۱	۲	۳	۴
۳۰	۱	۲	۳	۴